

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Abbas Laghrour - Khenchela

Faculté des Sciences et Technologie



Département des Sciences de la Matière

N° :

Mémoire de Fin d'Etudes

Pour l'obtention du diplôme de Master (LMD)

Filière : Physique

Spécialité : Physique des Matériaux

Session : 2022/2023

Intitulé :

Etude des échanges couplés de matière et de chaleur dans un système soumis à des conditions thermomassiques variables

Réalisé par : **MESSAI Yacine**

Présenté le juin 2023

Dirigé par : M. Lazhar MEROUANI

Membres du jury :

M. KHEMISSI Saadeddine, Président

M. BOUROUCHA Azzeddine, Examineur

Dédicace et Remerciement

Je voudrais tout d'abord adresser toute ma reconnaissance au maître de ce mémoire, Monsieur M. Lazhar MEROUANI pour son accueil, le temps passé ensemble et le partage de ses connaissances.

Un grand merci à ma mère et mon père, pour leur amour, leurs conseils ainsi que leur soutien inconditionnel, à la fois moral et économique, qui m'a permis de réaliser les études que je voulais et par conséquent ce mémoire.

Je remercie mes sœurs, et mon frère, pour leurs encouragements.

Enfin, je tiens à dédier ma thèse à mes enfants Rawan et Risslan et ma femme.

Sommaire

| | |
|---|----|
| Introduction..... | 01 |
| Chapitre 1. Etude Bibliographique..... | 03 |
| 1.Introduction..... | 03 |
| 2. Condensation en film d'une vapeur pure saturée..... | 04 |
| 3. Etudes numériques | 06 |
| 4. Etudes expérimentales..... | 08 |
| 5. Conclusion..... | 09 |
| Chapitre 2. Position du Probleme..... | 11 |
| 1. Modèle physique..... | 11 |
| 2. Hypothèses simplificatrices..... | 12 |
| 3. Modélisation mathématique..... | 13 |
| 3.1. Equations de transfert..... | 13 |
| 3.2. Calcul des débits..... | 13 |
| 3.3 Conditions aux limites..... | 15 |
| 3.4. Calcul de l'humidité relative..... | 16 |
| 4. Processus en fin de condensation..... | 16 |
| 4.1.Calcul du profil de vitesse..... | 17 |
| 4.2. Calcul du débit maximal de liquide | 18 |
| 5. Flux de chaleur..... | 19 |
| 6. Propriétés thermophysiques des fluides | 20 |
| 6.1. Propriétés de l'air | 20 |
| 6.2. Propriétés de la vapeur d'eau..... | 21 |
| 6.3. Propriétés du mélange air-vapeur | 22 |
| Chapitre 3. Traitement Numerique..... | 24 |
| 1. Grille de discrétisation..... | 24 |
| 2. Formulation des équations discrétisées..... | 25 |
| 3. Calcul de la composante transversale de la vitesse | 28 |
| 4. Procédure de résolution numérique..... | 29 |
| 5. Critère de convergence | 29 |
| 6. Sensibilité aux pas d'espace..... | 30 |
| 7. Algorithme descriptif..... | 31 |

| | |
|---|----|
| Chapitre 4. Resultats et Discussion | 33 |
| 1. Profils d'évolution des transferts..... | 34 |
| 2. Etude de sensibilité paramétrique..... | 38 |
| 2.1. Influence du coefficient convectif externe | 38 |
| 2.2. Influence de la température externe..... | 41 |
| Conclusion..... | 45 |
| Annexe. Méthode de Thomas | |
| Références | |
| Résumé | |

Nomenclature

| Symbole | Définition |
|----------------|--|
| a | Diffusivité thermique |
| C | Concentration en vapeur |
| c_p | Chaleur massique isobare |
| D | Coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air |
| G | Gradient axial de pression |
| g | Accélération de la pesanteur |
| h | Coefficient de transfert de chaleur par convection |
| H_r | Humidité relative du mélange air-vapeur d'eau |
| i, j | indices de maillage suivant les directions y et z |
| J_v | Densité de flux massique local |
| L | Hauteur du canal |
| L_c | Chaleur latente de condensation |
| M_a, M_v | Masse molaire des fluides air, eau |
| M | Nombre de nœuds suivant z |
| N | Nombre de nœuds suivant y |
| Nu | Nombre de Nusselt local |
| P | Pression |
| q_L, q_M | Débit massique par unité de largeur du canal |
| R | Constante des gaz parfaits |
| R | Demi-largeur du canal |
| Re | Nombre de Reynolds |
| T | Température |
| U | Composante axiale de la vitesse |
| V | Composante transversale de la vitesse |
| y, z | Coordonnées transversale, axiale |

Lettres grecques

| | |
|------------|---------------------------------------|
| α | Rapport des masses molaires |
| Γ | Coefficient de diffusion |
| δ | Epaisseur de film liquide |
| ρ | Masse volumique du fluide |
| μ | Viscosité dynamique |
| λ | Conductivité thermique |
| ν | Viscosité cinématique |
| Δy | Pas d'espace transversal |
| Δz | Pas d'espace axial |
| ϕ | Variables d'état des fluides |
| ϕ | Flux thermique à la paroi |
| φ | Densité de flux de chaleur à la paroi |

Indices et exposants

| | |
|----|----------------------------------|
| a | Air |
| e | Fluide extérieur |
| f | Fin du processus de condensation |
| L | Liquide |
| M | Mélange gazeux |
| s | Saturation |
| v | Vapeur d'eau |
| vs | Vapeur saturante |
| w | A la paroi |
| 0 | A l'entrée ($z=0$) |

Introduction

Le changement de phase de vapeur à liquide est appelé condensation. Ce phénomène est rencontré dans de nombreux processus industriels tels que les installations motrices à vapeur, la condensation des fluides frigorigènes dans les condenseurs des machines frigorifiques et pompes à chaleur, les installations de dessalement d'eau de mer dans lesquelles l'eau vaporisée est condensée pour permettre son stockage et son transport,...

Lorsqu'une vapeur se trouve en contact avec une surface dont la température est inférieure à la température de saturation de la vapeur, il y a changement de phase vapeur-liquide donnant naissance à un transfert de chaleur important [1]. La condensation de la vapeur sur une paroi refroidie donne naissance à deux types de phénomènes selon l'aspect visuel du condensat formé. Si le condensat recouvre la surface sous la forme d'un film continu, il s'agit de condensation en film. Si des gouttelettes liquides se forment sur la surface, c'est la condensation en gouttes [1].

Toutefois ces deux types de condensation de vapeur sont généralement très difficiles à étudier expérimentalement en raison des difficultés pratiques de réalisation d'un film liquide continu et de l'effet conjugué de nombreux paramètres tels que la pression, la température, la vitesse d'écoulement, la concentration en vapeur et la configuration géométrique sur le phénomène de condensation.

L'objectif de notre travail est d'effectuer une modélisation numérique de la condensation de vapeur au sein d'un mélange air-vapeur d'eau en écoulement descendant à l'intérieur d'un canal vertical. Ce mémoire comporte quatre chapitres structurés comme suit :

Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique du phénomène de condensation de vapeur dans différents systèmes : plaque plane inclinée, deux plaques parallèles, tube cylindrique vertical. Dans les études théoriques, les modèles étudiés sont généralement monophasiques ou diphasiques et sont basés sur l'analogie de transfert de chaleur et de masse par convection naturelle ou forcée. Les études expérimentales moins nombreuses et s'intéressent surtout aux mesures du coefficient de transfert de chaleur et de l'influence des différentes conditions opératoires sur le taux de condensation.

Dans le second chapitre, on présente la description du modèle physique retenu pour l'étude du phénomène de condensation d'un mélange vapeur-gaz non condensables dans un

canal vertical dont les parois sont soumises à un flux convectif d'un fluide externe. On présente aussi les hypothèses simplificatrices, les équations de transfert, les conditions aux limites associées et les valeurs limites en fin de condensation.

Le troisième chapitre est une description détaillée de la procédure de traitement numérique, discrétisation par la méthode des différences finies en schéma implicite et résolution numérique des équations différentielles conduisant à la détermination des profils de vitesse, température et concentration en vapeur au sein du fluide. L'évolution du gradient de pression, le débit gazeux et liquide final en fin de condensation sont calculés par voie analytique. Le maillage optimal a été déterminé par une étude de sensibilité aux pas d'espace. On présente aussi un algorithme de description des différentes étapes à suivre en vue de l'élaboration d'un code de calcul pour la résolution du problème.

Dans le quatrième chapitre, on présente une analyse des résultats relatifs à la condensation d'un mélange air-vapeur d'eau sur les parois d'un canal vertical à parois non isothermes. Ces résultats concernent les distributions de vitesse axiale, température, fraction massique de vapeur et humidité relative le long du canal. Une étude de sensibilité paramétrique a été également menée concernant l'influence du coefficient convectif et de la température du fluide externe sur les transferts de chaleur, le débit liquide et le taux de condensation.

En conclusion, on présente une synthèse des principaux résultats obtenus, ainsi que des perspectives de travail intéressantes pour la suite du travail.

Chapitre 1

Etude Bibliographique

1. Introduction

La condensation est un phénomène de changement de phase vapeur-liquide fréquemment rencontré dans les applications industrielles. Elle se produit lorsque la température d'une paroi solide est inférieure à celle de la vapeur saturante et conduit à l'apparition d'un condensat liquide qui se présente sous deux types selon sa forme géométrique (Fig. 1.1) :

L'aspect le plus courant est la condensation en film qui se caractérise par la formation d'un film liquide continu de faible épaisseur en écoulement sur la surface de la paroi solide froide en contact avec la vapeur. Les appareils industriels sont dimensionnés en admettant une condensation en film [1].

Dans le second cas, il y'a apparition de gouttelettes liquides qui se forment sur la surface et on parle de condensation en gouttes (Fig. 1.1). L'échange thermique lors de la condensation en gouttes est plus élevé que celui pour la condensation en film, mais la condensation en gouttes est difficile à maintenir sur un long terme [1].

Dans ce chapitre, on va présenter une synthèse bibliographique sur la condensation en film liquide de vapeurs pures ou de mélanges vapeur-gaz sur les parois interne ou externes de surfaces lisses dans les systèmes à géométrie simple : tubes cylindriques, espace annulaire compris entre deux tubes coaxiaux, plaques planes horizontales, verticales ou inclinées. Dans la pratique industrielle, les surfaces d'échanges utilisées sont souvent très complexes et ne se prêtent pas facilement à l'analyse théorique. Par ailleurs, des phénomènes tels que les vagues sur la surface du film de condensat ou l'arrachement des gouttelettes et l'inondation compliquent davantage l'analyse et ne sont généralement pas pris en considération [1, 3].

L'étude de la condensation relève des phénomènes des transferts couplés de chaleur entre la vapeur et la paroi et des transferts de masse suite au changement de phase de cette vapeur. Généralement, le fluide est constitué d'un mélange de vapeur et de gaz non condensables formant une résistance aux transferts de chaleur et de matière à l'interface vapeur-liquide.

Dans ce qui suit, nous discuterons de quelques études numériques et expérimentales publiées dans la littérature scientifique et portant sur la condensation de type film liquide de

vapeurs pures ou de mélanges vapeurs-gaz dans des systèmes de géométries planes ou cylindriques.

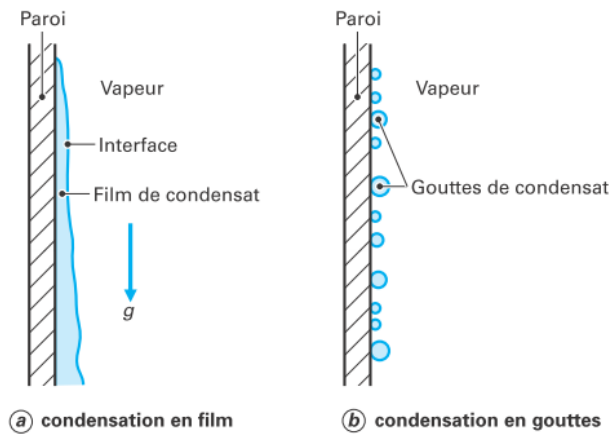


Figure 1.1 – Types de condensation [1]

2. Condensation en film d'une vapeur pure saturée

Lorsqu'une vapeur entre en contact avec une paroi froide dont la température est inférieure à son point de rosée, la condensation se produit conduisant à l'apparition d'une phase liquide supposée sous forme d'un film liquide qui adhère à la paroi.

En supposant qu'à l'interface du liquide et de la vapeur, les deux phases sont à l'équilibre thermodynamique, la température de cette interface est la température de saturation de la vapeur. Une différence de température existe alors entre le liquide à l'interface et le liquide à la paroi. Ceci crée une résistance thermique au transfert de chaleur entre la vapeur et la paroi. Dans le cas où le film liquide de condensat est laminaire, on peut considérer que l'évolution de la température est quasiment linéaire [2].

Le premier modèle mathématique développé pour analyser la condensation d'une vapeur saturée pure sur une plaque plane verticale isotherme est celui de Nusselt [2], qui est basé sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

- la chaleur latente de condensation est transmise à la paroi par conduction dans le film de condensat ;
- la température de la paroi est uniforme ;
- la température du film de condensat varie linéairement le long de son épaisseur δ ;
- l'écoulement du condensat est laminaire lisse sans vagues;

- les termes d'inertie et de convection d'enthalpie sont négligeables ;
- les propriétés physiques du fluide sont constantes ;
- les contraintes tangentielles à l'interface liquide-vapeur sont nulles.

L'étude est rapportée à un repère Oyz où l'origine O correspond au bord supérieur de la plaque, l'axe vertical Oz est pris dans le sens de la gravité le long de la plaque et l'axe des y est perpendiculaire à la plaque.

L'équation de quantité de mouvement du liquide se réduit alors à :

$$\mu_L \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \rho_L g = 0$$

avec les conditions aux limites suivantes :

- à la paroi ($y = 0$) : $U_L = 0$

- à l'interface liquide-vapeur: ($y = \delta$) : $\frac{\partial U_L}{\partial y} = 0$

La résolution analytique de cette équation conduit à un profil parabolique de vitesse liquide :

$$U_L(y, z) = \frac{g}{2\nu_L} (2\delta y - y^2)$$

Le débit massique du film de condensat $q_L(z)$ par unité de largeur (perpendiculaire au plan de la figure) est obtenu par intégration (en $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$)

$$q_L = \int_0^{\delta} \rho_L U_L dy = \frac{\rho_L \cdot g \cdot \delta^3}{3 \cdot \nu_L}$$

Par ailleurs, selon l'hypothèse 3 selon laquelle le profil de température $T_L(y)$ est linéaire :

$$T_L(y, z) = (T_s - T_w) \frac{y}{\delta} + T_w$$

T_s = température de vapeur saturée

T_w = température de paroi

Enfin, selon la première hypothèse de Nusselt, le bilan thermique à la paroi par conduction à travers le film liquide obtenu par condensation donne :

$$\phi_p = \frac{\lambda_L}{\delta} (T_s - T_w) = L_c \cdot \frac{dq_L}{dz}$$

L_c = chaleur latente de condensation

En admettant $\delta(0) = 0$ et en intégrant cette équation entre 0 et z, on en déduit l'épaisseur δ du condensat en fonction de z:

$$\delta(z) = \left(\frac{4\lambda_L \mu_L (T_s - T_w)}{L_c \cdot g \cdot \rho_L^2} z \right)^{1/4}$$

La densité de flux de chaleur à la paroi peut s'écrire comme suit :

$$\phi_p = h(T_s - T_w)$$

On en déduit l'expression du coefficient de transfert thermique local $h(z)$:

$$h_z = \left(\frac{\lambda_L^3 L_c g \rho_L^2}{4\mu_L (T_s - T_w) z} \right)^{1/4}$$

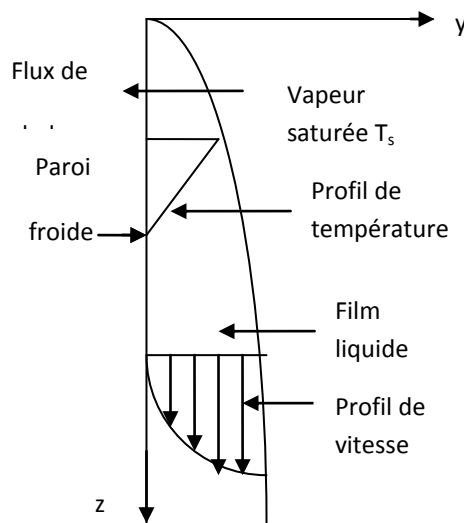


Fig. 1.2. Condensation en film sur une plaque verticale

3. Etudes numériques

Dans ce paragraphe, on présente les études les plus récentes de modélisation numérique sur la condensation d'une vapeur pure ou en présence de gaz non condensables, avec les principaux résultats obtenus par les auteurs.

Ainsi, Panday [3] a mené une analyse numérique de la condensation en film de vapeur s'écoulant en régime turbulent à l'intérieur d'un tube vertical et entre des plaques parallèles. Une méthodologie est présentée pour déterminer numériquement les coefficients de transfert de chaleur, l'épaisseur du film et la perte de charge. L'analyse est basée sur la résolution des équations de couche limite couplées des phases liquide et vapeur et ne néglige pas les termes d'inertie et de convection dans les équations de transfert. La turbulence dans la vapeur et le condensat est prise en compte à l'aide de modèles de turbulence de longueur de mélange. Une méthode explicite et une procédure de différences finies implicites sont appliquées. Les calculs sont menés pour la condensation de vapeur dans un tube de diamètre 24 mm. Les

résultats obtenus concernent les débits du fluide frigorigène R123 circulant entre des plaques parallèles et les coefficients moyens de transfert de chaleur du mélange de vapeur des fluides R123/R134a.

Mohamed et al. [4] ont effectué une simulation numérique du problème de la condensation de vapeur d'eau par convection mixte dans un canal vertical. L'une des plaques de canal a été soumise à un flux de chaleur uniforme et mouillée par un film d'eau coulant vers le bas. La deuxième plaque était sèche et isotherme. Les effets des conditions ambiantes et des paramètres du liquide d'entrée (débit massique et température) sur le processus de condensation ont été étudiés. Il a été observé que l'augmentation de la quantité de film d'eau ou la réduction de sa température d'entrée favorisent la condensation.

Liao et al. [5] ont utilisé un modèle basé sur l'analogie de transfert de chaleur et de masse pour le transfert de chaleur local lors de la condensation de vapeur en présence de gaz non condensables à contre-courant du film liquide laminaire dans un tube vertical. Le modèle développé a été dérivé des équations de quantité de mouvement à deux phases pour un écoulement à contre-courant. L'effet des gaz non condensables a été pris en compte à l'aide de la théorie de la couche de diffusion. Les transferts de quantité de mouvement, de chaleur et de masse pour les phases liquide et gazeuse sont couplés par la contrainte de cisaillement, la température et la fraction massique de gaz à l'interface diphasique. En raison des conditions inconnues d'écoulement de vapeur à la sortie du tube, ces équations ont été résolues de manière itérative. Le modèle prévoit que la vapeur ne se condensera pas complètement à l'intérieur du tube. L'erreur relative moyenne des résultats est de 30 % par rapport aux données expérimentales disponibles. Le modèle fournit un mécanisme permettant aux codes d'analyse de sécurité d'évaluer la condensation de reflux en présence de gaz non condensables.

Wu et al. [6] ont mené une étude semi-analytique basée sur une analyse thermodynamique, lorsque la vapeur n'est pas proche de son état critique et que la fraction massique des incondensables est inférieure à 0.1. L'analyse a permis d'établir une équation qui relie les paramètres de l'interface vapeur/gaz-liquide et du flux thermique pour le transfert de chaleur par condensation en film par convection forcée sur la surface extérieure d'un tube horizontal. Les résultats montrent que le flux de chaleur prédit est en bon accord avec les données expérimentales disponibles dans la littérature et que même une petite quantité d'air réduit considérablement le flux de chaleur.

Ho et Leong [7] ont présenté une synthèse des études menées sur la condensation par convection naturelle et forcée au cours des dernières décennies et les avancées récentes dans ce domaine. Les auteurs s'intéressent à la condensation par convection naturelle sur les

surfaces externes des plaques et des tubes plats et à la convection forcée dans les tubes améliorés. Les différents modèles prédisant les coefficients de transfert de chaleur sur des surfaces lisses et améliorées sont évalués. Pour la convection naturelle, les modèles à base de film liquide, les modèles semi-empiriques et les modes numériques sont passés en revue tandis que, pour la convection forcée, les modèles dominés par la gravité et le cisaillement de vapeur sont discutés. Les effets de ces structures améliorées sur le film liquide et les caractéristiques d'écoulement diphasique sont analysés et les différents types de tubes améliorés et de plaques plates étudiés sont classés sur la base de la littérature étudiée.

Lu et al. [8] ont développé un modèle de volume de fluide avec changement de phase pour étudier la condensation par convection forcée de la vapeur en présence de gaz incondensables. L'analyse menée concerne les effets de la vitesse, du sous-refroidissement de surface et de la fraction molaire des gaz non condensables sur le transfert de chaleur pour les mélanges H_2O/air ou H_2O/CO_2 . Les résultats montrent que le débit massique de condensat et le coefficient de transfert de chaleur sont sérieusement réduits par le gaz incondensable. Ils sont principalement déterminés par le coefficient de diffusion et les conductivités thermiques des fluides.

4. Etudes expérimentales

Les études expérimentales sur la condensation sont moins nombreuses en raison des difficultés pratiques d'obtention d'un film liquide continu sur toute la paroi et de mesure de l'épaisseur de condensat. Les résultats concernent en grande partie les mesures du coefficient de transfert de chaleur et l'influence des différentes conditions opératoires sur l'évolution du phénomène de condensation.

Des investigations expérimentales et théoriques ont été menées pour la condensation en film avec des gaz non condensables dans un tube vertical par Oh et Revankar [9]. Des expériences de condensation ont été réalisées pour un mélange vapeur-air dans un tube vertical immergé dans un récipient d'eau où la chaleur du tube condenseur a été évacuée par ébullition. La variation de la condensation avec des gaz non condensables a été étudiée. Un modèle d'analogie de chaleur et de masse pour la condensation annulaire en film a été développé. Dans la région du mélange vapeur-air, les relations générales de quantité de mouvement, de chaleur et de masse dérivées par la méthode analytique ont été utilisées en tenant compte de l'effet d'aspiration de surface. Les résultats montrent que l'augmentation de la fraction massique des gaz non condensables et la diminution du débit massique du mélange gazeux conduit à réduire fortement le taux de condensation.

Ainsi, Ren et al. [10] ont mené une étude expérimentale sur l'effet des gaz non condensables (air) sur le transfert de chaleur de condensation à l'intérieur des tubes horizontaux. Les effets de la fraction massique de gaz non condensable, du flux massique du mélange de gaz et de la pression sur les performances globales de transfert de chaleur ont été analysés. Les résultats ont montré que le coefficient global de transfert de chaleur diminue à mesure que la fraction de gaz non condensable augmente. La diminution de la pression, l'augmentation du flux massique d'entrée et du nombre de Reynolds du mélange gazeux permettent d'améliorer le taux de transfert de chaleur global. Des corrélations mathématiques ont été développées en utilisant les nombres adimensionnels de Froude, Reynolds et Prandtl.

Lee et al. [11] ont procédé à une analyse expérimentale sur la condensation du fluide frigorigène perfluorohexane C_6F_{14} en écoulement descendant dans un tube vertical. Les mesures ont permis de cartographier les variations axiales du flux de chaleur et de la température de la paroi, qui sont utilisées pour déterminer le coefficient de transfert de chaleur de condensation. Les résultats expérimentaux sont comparés aux prédictions d'un modèle de calcul bidimensionnel axisymétrique. Les profils de température calculés présentent une forme inhabituelle, avec un gradient abrupt près de l'interface du film liquide annulaire ainsi que près de la paroi. Les auteurs soulignent que cette forme est étroitement liée à la forme du profil de diffusivité turbulente.

Une étude expérimentale et numérique a été réalisée par Chirag et al. [12] sur la condensation de vapeur en écoulement ascendant vertical. Un modèle de calcul bidimensionnel axisymétrique est utilisé pour prédire les variations du coefficient de transfert de chaleur par condensation, de la température de paroi et du profil de température à travers le film liquide. Les résultats permettent de montrer l'ondulation interfaciale du film annulaire et la formation de ligaments liquides le long de l'interface du film. Le modèle montre également un bon accord des coefficients de transfert de chaleur de condensation et des températures de paroi mesurés en moyenne spatiale.

5. Conclusion

Cette revue bibliographique permet de montrer la complexité du processus de condensation et des nombreux paramètres qui ont un effet important sur ce phénomène qui dépend essentiellement des caractéristiques thermophysiques de la vapeur et du gaz incondensable et de la configuration géométrique du système. Elle a fait l'objet de nombreuses études numériques et expérimentales dont l'objectif est de déterminer le coefficient de transfert de chaleur, le débit massique et l'épaisseur du film liquide en écoulement laminaire ou turbulent s'écoulant à l'intérieur de tubes et entre des plaques planes.

Sur la base de cette analyse bibliographique, on constate que la quasi-totalité des travaux effectués traitent le phénomène de la condensation des vapeurs pures, des mélanges de vapeurs ou des mélanges vapeur-gaz. Ce travail peut donc constituer une contribution par simulation numérique à la modélisation des transferts de chaleur et de masse par convection forcée de vapeur en présence d'air dans un canal dont les faces externes des parois sont en contact avec un écoulement convectif externe.

Chapitre 2

Position du problème

Introduction

Cette étude concerne la condensation en film liquide par convection forcée d'un écoulement descendant d'un mélange air-vapeur d'eau entre deux plaques planes verticales dont les parois sont maintenues à une température inférieure à celle de l'écoulement d'air humide intérieur. On présente dans ce chapitre une description physique du problème étudié, des hypothèses simplificatrices considérées et des équations utilisées pour la modélisation mathématique du problème.

1. Modèle physique

Soit un canal vertical de hauteur H , de largeur $2R$ et de longueur supposée très grande par rapport à la distance entre les parois (Fig. 2.1). A l'entrée de ce dernier, arrive un écoulement d'air humide (mélange constitué de vapeur d'eau et d'air) dont les caractéristiques d'entrée (vitesse U_0 , température T_0 , fraction massique de vapeur C_0 et pression d'entrée P_0) sont supposées uniformes.

L'étude est basée sur l'hypothèse fondamentale selon laquelle la température d'entrée T_0 est supposée supérieure à celle des plaques verticales pouvant être soumises à un écoulement convectif et refroidies par convection externe par un fluide à température T_e .

Ainsi, suite au contact de l'air humide intérieur chaud avec les parois froides, il se produit un refroidissement du fluide suivi d'une condensation progressive de vapeur, conduisant à l'apparition d'un film liquide de faible épaisseur ruisselant le long des parois verticales.

Nous nous intéressons donc au transfert de chaleur et de matière ainsi qu'aux caractéristiques des écoulements de la vapeur et du film liquide.

Notre objectif est d'effectuer une étude des phénomènes de transferts couplés de chaleur, de masse et de quantité de mouvement caractéristiques de l'écoulement du fluide dans le canal en déterminant les évolutions des principaux paramètres du processus:

- distributions spatiales de vitesse, température et fraction massique de vapeur,

- évolutions du débit liquide et du flux de chaleur échangé entre le fluide et la paroi le long du canal,
- étude de simulation paramétrique en vue d'établir l'influence des différents paramètres sur l'évolution des grandeurs principales (flux de chaleur et débit liquide).

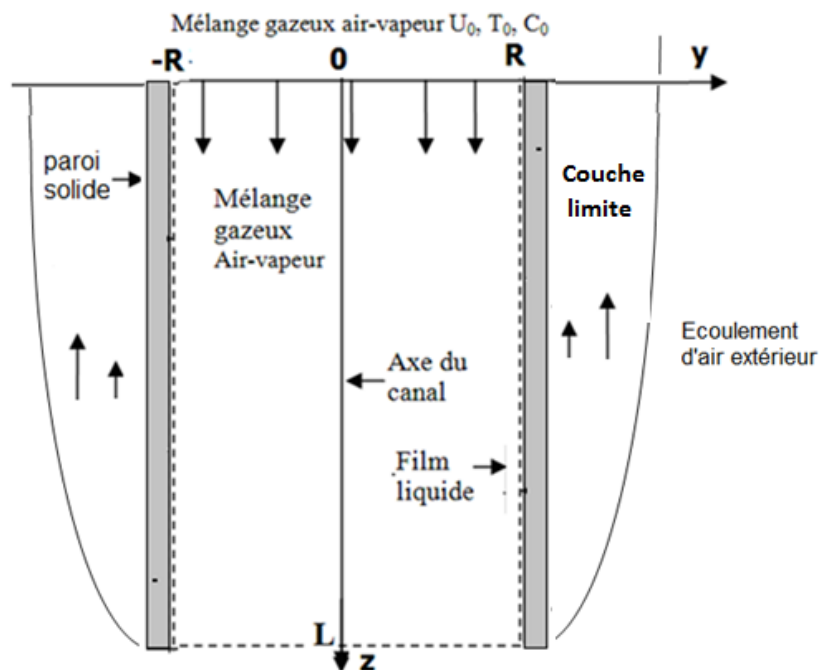


Figure 2.1. Modèle physique

2. Hypothèses simplificatrices

Les hypothèses suivantes ont été adoptées en vue d'aboutir à une modélisation mathématique adéquate du problème considéré:

- le fluide est supposé visqueux newtonien en écoulement laminaire,
- le problème est bidimensionnel, axisymétrique et stationnaire,
- les approximations de la couche limite sont supposées valables pour le mélange gazeux,
- la pression est uniforme dans toute section droite du canal et ne varie qu'avec z : $P = P(z)$
- les termes de diffusion axiale dans les équations de transfert sont négligeables,
- le mélange air-vapeur d'eau est assimilé à un mélange idéal de gaz parfaits,
- la vapeur est à l'état saturé en tout point de l'interface liquide-mélange gazeux,
- les effets Dufour et Soret, l'énergie de dissipation visqueuse par convection fluide et les transferts par rayonnement sont négligeables.

- L'hypothèse d'écoulement laminaire dépend de la valeur du nombre de Reynolds Re défini comme suit :

$$Re = \frac{2RU_0}{\nu}$$

Où ν est la viscosité cinématique du fluide.

Dans le cas d'un écoulement dans un canal rectangulaire à parois lisses, on peut supposer l'écoulement laminaire si $Re \leq 2200$.

3. Modélisation mathématique

Le problème est rapporté à un référentiel (Oyz) où l'origine O est placée sur l'axe du canal, la coordonnée axiale z mesurée dans le sens de l'écoulement et la coordonnée transversale y normale à z . Compte tenu des hypothèses énoncées précédemment, les équations de transferts de chaleur et de masse s'écrivent en coordonnées cartésiennes dans le repère (Oyz) sous la forme suivante:

3.1. Equations de transfert

Les grandeurs caractéristiques des transferts sont les suivantes :

U, V = composantes axiale et transversale de la vitesse du mélange gazeux

T, C, P = température, fraction massique de vapeur et pression du mélange gazeux

- Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

- Equation de conservation de quantité de mouvement

$$U \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} + g$$

- Equation de conservation de l'énergie

$$U \frac{\partial T}{\partial z} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{D \cdot (c_{pv} - c_{pa})}{c_p} \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial y}$$

- Equation de diffusion

$$U \frac{\partial C}{\partial z} + V \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$$

3.2. Calcul des débits

- Equation du débit liquide:

$$q_L(z) = \int_0^z J_v \cdot dz$$

- Equation du débit gazeux:

$$q_M(z) = \int_0^R \rho U(y, z) \cdot dy$$

- Equation de conservation du débit massique:

$$q_M + q_L = q_0$$

q_M , q_L , q_0 = demi-débits massiques par unité de largeur du canal (en $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$)

En raison de la symétrie axiale, les calculs seront effectués uniquement sur une moitié du canal, c'est-à-dire pour y variant de 0 à R . Les évolutions des différentes grandeurs sur la moitié gauche dans l'intervalle $(-R, 0)$ sont identiques à celles de la partie droite.

Par conséquent, pour ne pas alourdir le texte, q_M , q_L , q_0 seront donc désignés par débits alors qu'ils sont en fait des demi-débits :

q_0 = débit d'entrée du mélange gazeux (à $z = 0$),

q_M = débit du mélange gazeux à la côte z ,

q_L = débit liquide engendré par la condensation sur une paroi à la côte z ,

Le débit q_L est calculé à partir de la densité de flux massique local (J_v en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) déterminée selon la loi de Fick :

$$J_v = \frac{-\rho D}{1 - C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_w$$

ρ , ν , λ , c_p , D sont les propriétés du mélange gazeux évaluées à la température moyenne :

$T_m = (T_w + T_0)/2$ et à la concentration moyenne : $C_m = (C_w + C_0)/2$

ρ = masse volumique

ν = viscosité cinématique

λ = conductivité thermique

c_p = chaleur massique

D = coefficient de diffusion de vapeur dans l'air

- L'équation de continuité exprime la conservation de la masse dans l'écoulement de fluide.

- L'équation de conservation de la quantité du mouvement, exprime la variation des flux de convection, des forces de pression et de pesanteur.

- L'équation de conservation de l'énergie exprime la variation des flux de convection-conduction, de diffusion enthalpique engendrée par le gradient de concentration engendré par la condensation,
- L'équation de diffusion exprime la variation de la concentration de vapeur dans le fluide suite à la condensation le long de la paroi.
- La dernière équation représente le bilan massique et relie les débits du liquide et du mélange gazeux à travers toute section z le long des parois.

3.3. Conditions aux limites

Les conditions aux limites correspondant à notre problème sont les suivantes :

- a. A l'entrée du canal $z = 0$, les conditions d'entrée (vitesse, température, pression, concentration en vapeur) sont supposées uniformes :

$$(U, V) = (U_0, 0)$$

$$(T, C, P) = (T_0, C_0, P_0)$$

$$q_0 = \rho_0 U_0 R$$

q_0 étant le débit massique d'entrée du mélange gazeux

- b. Sur l'axe du canal ($y = 0$), par symétrie, on obtient :

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_0 = 0 \quad \text{pour } \phi = (U, T, C)$$

$$V(0, z) = 0$$

- c. A la paroi ($y = R$) :

Les conditions de non-glissement et de condensation sur la paroi s'écrivent respectivement:

$$U(R, z) = 0,$$

$$V(R, z) = \frac{-D}{1-C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)_w$$

Deux types de conditions aux limites thermiques sont envisagés :

- La paroi est supposée soit isotherme à température T_w :

$$T(R, z) = T_w$$

- Soit soumise à un flux convectif avec un fluide externe à température T_e :

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_R = h_e (T_w - T_e)$$

T_w = température de paroi

h_e = coefficient de convection externe fluide-paroi

La condition de saturation à l'interface liquide-vapeur s'écrit :

$$C(R, z) = C_{\text{sat}}(T_w, P) = \frac{M_v P_{vs}(T_w)}{M_v P_{vs}(T_w) + M_a (P - P_{vs}(T_w))}$$

M_a, M_v = masses molaires de l'air et de la vapeur d'eau

$P_{vs}(T)$ est la pression saturante de vapeur d'eau à la température T :

A l'interface liquide-mélange gazeux où se produit la condensation, on considère la pression partielle de vapeur saturante, correspondant à une humidité relative locale égale à 1, conformément à l'hypothèse énoncée dans le paragraphe 2.

D'autre part, la pression saturante de vapeur d'eau P_{vs} est déterminée par la relation empirique suivante [13] :

$$P_{vs} = \exp\left(\frac{B}{T-A} - C\right) \times 10^6$$

Avec $A = 42.6776$; $B = -3892.7$; $C = -9.48654$

T en K, P_{vs} en Pa

Domaine de validité de cette relation:

$$611 \text{ Pa} < P_{vs} < 1.233 \times 10^7 \text{ Pa} \quad \text{et} \quad 273.16 \text{ K} < T < 600.0 \text{ K}$$

3.4. Calcul de l'humidité relative

L'humidité relative H_r dans le mélange gazeux air-vapeur d'eau est calculée à partir des équations disponibles dans la littérature [13]:

$$H_r = P_v / P_{vs}(T)$$

P_v est la pression partielle de vapeur calculée selon la relation :

$$P_v = \frac{PC}{C(1-\alpha) + \alpha}$$

$$\text{Avec } \alpha = \frac{M_v}{M_a}$$

P est la pression totale du mélange gazeux calculée à partir de l'équation de conservation de quantité de mouvement.

4. Processus en fin de condensation

A l'entrée du canal, le mélange gazeux à température initiale T_0 supérieure à celle de la paroi, se refroidit progressivement au contact de la paroi froide. La température du fluide tend asymptotiquement vers celle de la paroi T_w . A la distance z_f relativement loin de

l'entrée, sa température est pratiquement constante et uniforme égale à T_w avec une concentration en vapeur saturante. En l'absence de gradients de température et de concentration, le processus de condensation est terminé. Au-delà de cette distance, la distribution de vitesse, le gradient de pression et les débits liquide et gazeux ne varient plus le long du canal et peuvent être calculés analytiquement.

4.1. Calcul des profils de vitesse et de pression

En régime hydrodynamique établi, les conditions cinématiques se simplifient comme suit :

$$V(y, z) = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial z} = 0$$

L'équation de conservation de quantité de mouvement s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\mu \frac{d^2 U}{dy^2} = G - \rho g$$

$G = dP/dz =$ gradient axial de pression

La résolution de cette équation donne :

$$U = \frac{(G - \rho g)}{2\mu} y^2 + ay + b$$

Où a, b sont les constantes d'intégration qu'on peut déterminer à partir des conditions aux limites suivantes :

$$\left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_0 = 0, \quad U(R, z) = 0$$

Il s'ensuit :

$$a = 0, \quad b = -\frac{(G - \rho g)}{2\mu} R^2$$

conduisant à un profil de vitesse parabolique :

$$U_f(y) = \frac{(G - \rho g)}{2\mu} (y^2 - R^2)$$

Le débit gazeux q_{Mf} et le gradient de pression G_f en fin de condensation peuvent ensuite être déterminés comme suit :

$$q_{Mf} = \int_0^R \rho U_f dy = -\frac{(G - \rho g)R^3}{3\nu}$$

Ce qui permet d'en déduire le gradient de pression G à partir du débit gazeux final q_{Mf} :

$$G = \frac{dP}{dz} = \rho g - \frac{3\nu q_{Mf}}{R^3}$$

L'expression du débit q_{Mf} sera calculée dans le paragraphe suivant, ce qui permet d'aboutir à la détermination de G puis du profil de pression :

$$P(z) = G(z-z_e) + P_e$$

Où z_e désigne la distance à laquelle le régime établi est obtenu et $P_e = P(z_e)$.

Rappelons que selon les hypothèses simplificatrices adoptées, la pression ne varie pas avec y et ne dépend que de z .

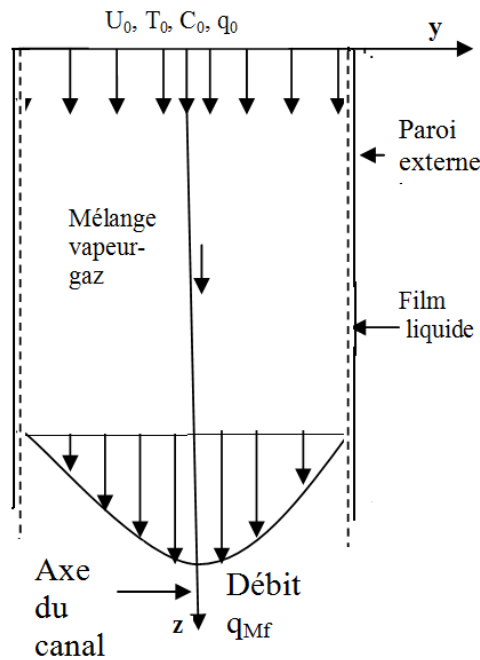


Fig. 2.2. Régime d'écoulement hydrodynamique établi

4.2. Calcul du débit maximal de liquide

Considérons C_0, C_f les fractions massiques de vapeur à l'entrée et en fin de condensation :

$$C_0 = \frac{q_{v0}}{q_a + q_{v0}}, \quad C_f = \frac{q_{vf}}{q_a + q_{vf}}$$

Elles sont exprimées en fonction :

- des débits de vapeur q_{v0}, q_{vf} à l'entrée et en fin de condensation
- du débit d'air q_a qui est invariant car non condensable.

On peut ensuite déterminer la relation entre le débit d'entrée q_0 et le débit final q_{Mf} du mélange gazeux :

$$q_{Mf} = q_a + q_{vf}$$

$$q_0 = q_a + q_{v0}$$

En multipliant par q_a , il vient :

$$\frac{q_{Mf}}{q_0} = \frac{q_a + q_{vf}}{q_a + q_{v0}} = \frac{q_a(q_a + q_{vf})}{q_a(q_a + q_{v0})} = \frac{q_a / (q_a + q_{v0})}{q_a / (q_a + q_{vf})} = \frac{C_{a0}}{C_{af}}$$

C_{a0} , C_{af} = fractions massique d'air à l'entrée et en fin de condensation.

Elles sont reliées aux fractions de vapeur C_0 , C_f par les relations suivantes :

$$C_{a0} = 1 - C_0$$

$$C_{af} = 1 - C_f$$

D'où l'expression du débit gazeux final :

$$q_{Mf} = \left(\frac{1 - C_0}{1 - C_f} \right) q_0$$

Le débit maximal de liquide q_{Lf} est ensuite déterminé par l'équation de conservation du débit massique total :

$$q_{Lf} = q_0 - q_{Mf} = \left(\frac{C_0 - C_f}{1 - C_f} \right) q_0$$

5. Flux de chaleur

Afin d'analyser les transferts de chaleur au cours de la condensation, on définit la densité de flux de chaleur pariétale φ comme suit :

$$\varphi = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w = h(T_0 - T_w)$$

Où h est le coefficient de transfert thermique local à l'interface fluide-paroi,

λ est la conductivité thermique du fluide.

Le flux thermique ϕ par unité de largeur du canal (en W/m) transmis du fluide chaud vers la paroi froide depuis l'entrée ($z=0$) jusqu'à une distance z s'écrit :

$$\phi = \int_0^z \varphi dz$$

On définit également le nombre adimensionnel de Nusselt à la paroi :

$$Nu = \frac{hR}{\lambda}$$

En remplaçant h par son expression, on obtient :

$$Nu = \frac{-R}{T_0 - T_w} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w$$

Le nombre de Nusselt moyen sur toute la longueur L de la paroi peut être calculé comme suit:

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_0^L Nu \cdot dz$$

6. Propriétés thermophysiques des fluides

La modélisation effectuée dans cette étude nécessite la connaissance des principales propriétés thermophysiques des fluides (air, vapeur d'eau, air humide) et de leur variation avec la température, la pression et la concentration en vapeur.

On présente ici les propriétés suivantes des fluides étudiés :

- Conductivité thermique λ en $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$,
- Viscosité dynamique μ en $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$,
- Masse volumique ρ en kg/m^3 ,
- Chaleur massique c_p en $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$,
- Coefficient de diffusion moléculaire de la vapeur dans le gaz D en m^2/s ,
- Pression de vapeur saturante P_{vs} en atm

Ces propriétés ont été calculées à partir de relations empiriques ou théoriques disponibles dans la littérature [13-16].

6.1. Propriétés de l'air

- Masse volumique :

Selon la loi des gaz parfaits :

$$\rho_g = \frac{P_g M_g}{RT}$$

T = température en K

P_g = pression partielle du gaz

R = constante des gaz parfaits = $8.314 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

M_g = masse molaire du gaz

Les corrélations empiriques utilisées pour le calcul des propriétés physiques de l'air sont proposées par Reid et al. [14]

Chaleur massique:

$$c_{pa}(T) = 1000 + 2.5 \times 10^{-7} T^3, \quad T \text{ en K, } c_{pa} \text{ en } J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$$

Viscosité dynamique:

$$\mu_a(T) = 1.4888 \times 10^{-6} T^{1.5} / (118 + T), \quad T \text{ en K, } \mu_a \text{ en } kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$$

Conductivité thermique:

$$\lambda_a(T) = 1.195 \times 10^{-3} T^{1.6} / (118 + T), \quad T \text{ en K}, \lambda_a \text{ en } W.m^{-1}.K^{-1}$$

6.2. Propriétés de la vapeur d'eau

Les corrélations empiriques utilisées pour le calcul des propriétés thermophysiques de la vapeur d'eau (c_{pv} , μ_v , λ_v , P_{vs}) sont proposées dans la littérature par Fujii et al [15].

- Masse volumique :

Selon la loi des gaz parfaits:

$$\rho_v = \frac{P_v M_v}{RT}$$

P_v = pression partielle de vapeur

M_v = masse molaire de la vapeur d'eau ($M_v = 18 \text{ g/mol}$)

- La chaleur massique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante :

$$c_{pv} = 1863 + 1.65 \times 10^{-3} t^{2.5} + 1.2 \times 10^{-18} t^{8.5}, \quad t \text{ en } ^\circ\text{C}, c_{pv} \text{ en } J.kg^{-1}.K^{-1}$$

- La viscosité dynamique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante :

$$\mu_v = (8.02 + 0.04.t) 10^{-6}, \quad t \text{ en } ^\circ\text{C}, \mu_v \text{ en } kg.m^{-1}.s^{-1}$$

- La conductivité thermique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante:

$$\lambda_v = 0.0187 + 1.65 \times 10^{-5} t^{9/7} + 5.7 \times 10^{-15} t^{5.1}, \quad t \text{ en } ^\circ\text{C}, \lambda_v \text{ en } W.m^{-1}.K^{-1}$$

- Pression de vapeur saturante :

$$P_{vs} = \exp\left(\frac{B}{T-A} - C\right) \times 10^6$$

Avec $A = 42.6776$; $B = -3892.7$; $C = -9.48654$

T en K, P_{vs} en Pa

Domaine de validité : $611 \text{ Pa} < P_{vs} < 1.233 \times 10^7 \text{ Pa}$ et $273.16 \text{ K} < T < 600.0 \text{ K}$

- Température de rosée :

$$T_r = -273.15 + a + \frac{b}{c + \ln[H_r * P_{vs}(T) * 10^{-6}]}$$

T_r en K, P_{vs} en Pa

Pour la vapeur d'eau : $a = 42.6776$; $b = -3892.7$; $c = -9.48654$

6.3. Propriétés du mélange air-vapeur

a. Pression totale du mélange

Selon la loi de Dalton :

$$P = P_g + P_v$$

P_g, P_v = pressions partielles de gaz et de vapeur

b. Concentration en vapeur :

La concentration en vapeur du mélange est le rapport entre la masse de vapeur m_v sur la masse totale du mélange contenu dans un volume V :

$$C = \frac{m_v}{m_g + m_v} = \frac{\rho_v}{\rho_g + \rho_v}$$

Par combinaison des relations, on obtient :

$$C = \frac{M_v P_v}{M_v P_v + M_g (P - P_v)}$$

Si le mélange est saturé en vapeur, on obtient l'expression de la concentration saturante :

$$C_{sat}(P, T) = \frac{M_v P_{vs}(T)}{M_v P_{vs}(T) + M_g (P - P_{vs}(T))}$$

M_v, M_g = masses molaires de la vapeur et du gaz

Pression partielle de vapeur :

$$P_v = P \frac{(1 - W_g)}{1 + W_g(\alpha - 1)} = \frac{PC}{C(1 - \alpha) + \alpha}$$

$$\text{Avec } \alpha = \frac{M_v}{M_g}$$

W_g = fraction massique de gaz dans le mélange

c. Masse volumique :

Dans l'hypothèse d'un mélange idéal de gaz parfaits, la masse volumique ρ du mélange s'écrit:

$$\rho = \frac{\rho_v}{C} = \frac{M_v P_v}{RTC}$$

d. Chaleur massique :

La chaleur massique du mélange gazeux est égale à la moyenne pondérée des chaleurs massiques de ses constituants : $c_p = C.c_{pv} + (1-C).c_{pa}$

e. Viscosité dynamique :

Elle est calculée selon la formule donnée par Reid et al. [14]:

$$\mu = \frac{x_v \mu_v}{x_v + x_g \phi_v} + \frac{x_g \mu_g}{x_g + x_v \phi_g}$$

$$\text{avec } R = \frac{\mu_g}{\mu_v}, \quad \phi_g = \frac{(1 + R^{0.5} \alpha^{0.25})^2}{\sqrt{8 + 8/\alpha}}, \quad \phi_v = \frac{\phi_g}{\alpha R}$$

x_v, x_g = fractions molaires de vapeur et de gaz dans le mélange

f. Conductivité thermique :

Elle est calculée selon la formule donnée par Reid et al. [14] :

$$\lambda = \frac{x_v \lambda_v}{x_v + x_g \phi} + \frac{x_g \lambda_g}{x_g + x_v \phi_g}$$

$$\text{avec } \phi = \frac{(1 + (\alpha R)^{-0.5} \alpha^{0.25})^2}{\sqrt{8 + 8\alpha}}$$

g. Coefficient de diffusion :

La diffusivité moléculaire de la vapeur d'eau dans l'air est calculée à partir de la relation de Marrero et Mason [13]:

$$D_{\text{H}_2\text{O-air}} = 1.87 \times 10^{-10} \frac{T^{2.072}}{P} \quad \text{pour } 280 \text{ K} < T < 450 \text{ K}$$

Avec $D_{\text{H}_2\text{O-air}}$ en m^2/s , T en K et P en atm.

Chapitre 3

Traitement Numérique

Introduction

On présente dans ce chapitre, la méthodologie de résolution numérique des équations différentielles aux dérivées partielles traduisant les lois de conservation énoncées dans le chapitre précédent. Notre choix s'est porté sur la méthode des différences finies en schéma implicite en raison de sa simplicité de mise en œuvre. C'est en effet la méthode la plus couramment pratiquée pour la résolution des problèmes présentant des géométries de forme relativement simple (rectangulaire, cylindrique, ...).

Après discrétisation, les systèmes d'équations algébriques à matrices tridiagonales associés aux conditions aux limites sont résolus à l'aide de l'algorithme de Thomas. Le calcul itératif se fait ligne par ligne dans le sens de l'écoulement depuis l'entrée du canal jusqu'à son extrémité en utilisant un algorithme bien défini.

1. Grille de discrétisation

La mise en œuvre de la procédure numérique des différences finies comporte les étapes suivantes: maillage du domaine, discrétisation des équations, étude de sensibilité aux pas d'espace, résolution numérique des systèmes d'équations.

On doit donc commencer par remplacer le domaine continu bidimensionnel par un maillage discontinu. Dans notre étude, on a utilisé un maillage rectangulaire uniforme, avec des pas d'espace constants Δy , Δz suivant les directions transversale et axiale. Chaque nœud est localisé par deux indices (i, j) où i varie de 0 à N le long de l'axe y et j varie de 0 à M le long de l'axe z . Les figures 3.1 et 3.2 représentent la distribution globale du maillage utilisé.

Les relations entre les pas d'espace et les nombres de nœuds sont données par :

$$N \cdot \Delta y = R \quad \text{et} \quad M \cdot \Delta z = L$$

N, M = nombres de nœuds dans les directions y, z

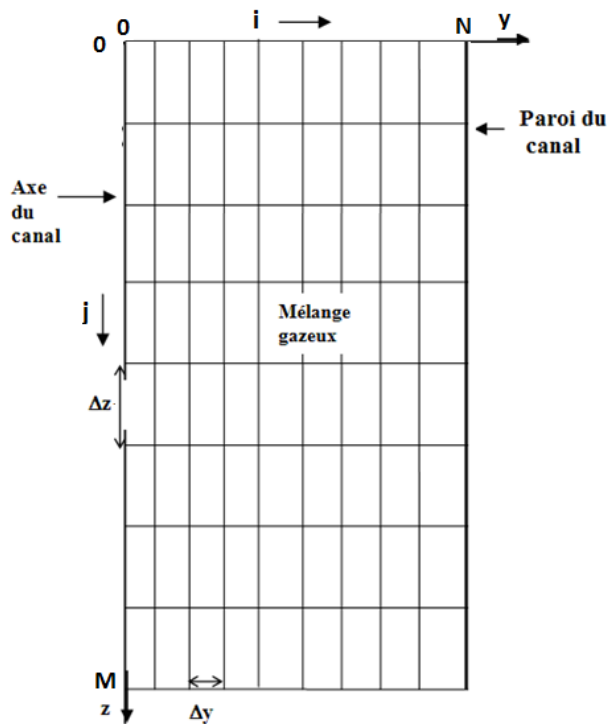


Fig. 3.1. Distribution du maillage global du fluide

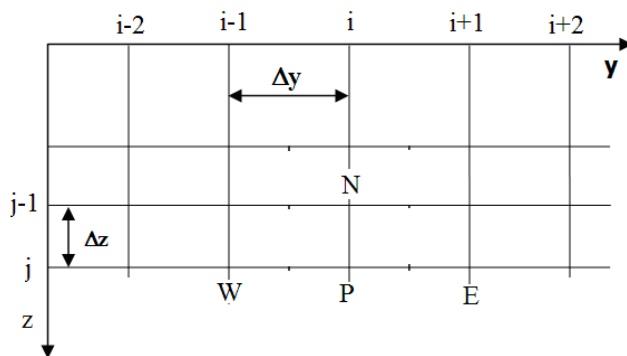


Fig. 3.2. Représentation des pas d'espace Δy , Δz au voisinage du nœud (i, j)

2. Formulation des équations discrétisées

En utilisant les formules de dérivation numérique, les dérivées partielles intervenant dans les équations différentielles sont transformées en différences finies en fonction des valeurs de ϕ au nœud central (i, j) et aux 3 nœuds voisins, où ϕ désigne les fonctions (U, T, C) (Fig. 3.2)

Ainsi, les dérivées premières suivant z et y sont approchées en utilisant les différences arrières et centrées comme suit:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} \approx \frac{\phi(i, j) - \phi(i, j-1)}{\Delta z}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} \approx \frac{\phi(i+1, j) - \phi(i-1, j)}{2\Delta y}$$

La dérivée seconde suivant y est calculée en utilisant les différences centrées :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \approx \frac{\phi(i+1, j) - 2\phi(i, j) + \phi(i-1, j)}{\Delta y^2}$$

L'étape suivante consiste à substituer les dérivées partielles par leurs approximations en différences finies sur tous les nœuds du maillage du domaine étudié. La procédure numérique utilisée est ensuite basée sur la réécriture de toutes les équations de transfert une forme commune comme suit :

$$U \frac{\partial \phi}{\partial z} + V \frac{\partial \phi}{\partial y} = \Gamma \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + S$$

Ce qui permet ainsi de mettre en œuvre une méthode de résolution générale applicable à toutes les équations du système.

ϕ = variable (U, T, C)

Γ = coefficients de diffusion de la variable ϕ ,

S = terme source

Le tableau ci-dessous présente la liste des variables ϕ , des coefficients Γ et des termes S.

| Equation | ϕ | Γ | S |
|-----------------------|--------|----------------------------------|---|
| Quantité de mouvement | U | v | $g - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz}$ |
| Energie | T | $\frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$ | $\frac{D \cdot (c_{pv} - c_{pa})}{c_p} \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial y}$ |
| Diffusion | C | D | 0 |

Tableau 3.1. Tableau récapitulatif des variables ϕ , des coefficients Γ et des termes S

En remplaçant les dérivées partielles par leurs approximations en différences finies, on obtient :

$$U \frac{\phi(i, j) - \phi(i, j-1)}{\Delta z} + V \frac{\phi(i+1, j) - \phi(i-1, j)}{2\Delta y} = \Gamma \frac{\phi(i+1, j) - 2\phi(i, j) + \phi(i-1, j)}{\Delta y^2} + S$$

Les équations générales de transfert deviennent comme suit :

$$a_i \phi(i-1, j) + b_i \phi(i, j) + d_i \phi(i+1, j) = e_i$$

Les coefficients a_i , b_i , d_i , e_i s'écrivent comme suit:

$$a_i = -\frac{V}{2\Delta y} - \frac{\Gamma}{\Delta y^2}$$

$$b_i = \frac{U}{\Delta z} + \frac{2\Gamma}{\Delta y^2}$$

$$d_i = \frac{V}{2\Delta y} - \frac{\Gamma}{\Delta y^2}$$

$$e_i = S + U \frac{\phi(i, j-1)}{\Delta z}$$

- La densité de flux massique local J_v est calculée en utilisant les différences régressives appliquées à la paroi ($i=N$):

$$J_v = \frac{-\rho D}{1-C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_w = \frac{-\rho D}{1-C_w} \left[\frac{3C(N, j) - 4C(N-1, j) + C(N-2, j)}{2\Delta y} \right]$$

- Les débits de liquide q_L et du mélange gazeux q_M sont calculés par la méthode d'intégration numérique de Simpson :

$$q_L(j) = \int_0^z J_v dz = \frac{\Delta z}{3} (J_{v0} + J_{vj} + 4\sigma_1 + 2\sigma_2)$$

$$\text{avec } \sigma_1 = \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ impair}}}^{j-1} J_{vk}, \quad \sigma_2 = \sum_{\substack{k=2 \\ k \text{ pair}}}^{j-2} J_{vk}$$

$$q_M(j) = \int_0^R \rho U dy = \frac{\rho \Delta y}{3} (U(0, j) + U(N, j) + 4S_1 + 2S_2)$$

$$\text{avec } S_1 = \sum_{\substack{i=1 \\ i \text{ impair}}}^{N-1} U(i, j), \quad S_2 = \sum_{\substack{i=2 \\ i \text{ pair}}}^{N-2} U(i, j)$$

- Les conditions aux limites font aussi intervenir les valeurs du gradient $\partial\phi / \partial y$ sur l'axe du canal ($i = 0$) et sur la paroi ($i=N$). Leur discrétisation est effectuée par les formules de dérivation progressive et régressive:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_0 = \frac{-3\phi(0, j) + 4\phi(1, j) - \phi(2, j)}{2\Delta y} = 0 \quad \text{pour } \phi = (U, T, C)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_N = \frac{3T(N, j) - 4T(N-1, j) + T(N-2, j)}{2\Delta y} = \frac{h}{\lambda} [T_e - T(N, j)]$$

Ce qui conduit à l'expression suivante pour l'équation de l'énergie à la paroi ($i=N$) :

$$(3 + 2B)T(N, j) - 4T(N - 1, j) + T(N - 2, j) = 2BT_e$$

$$\text{Avec } B = h\Delta y/\lambda$$

3. Calcul de la composante transversale de la vitesse

Le calcul de la vitesse transversale $V(i, j)$ peut être effectué à partir de la discrétisation explicite de l'équation de continuité :

$$\frac{U(i+1/2, j) - U(i+1/2, j-1)}{\Delta z} + \frac{V(i+1, j) - V(i, j)}{\Delta y} = 0$$

Ce qui permet d'aboutir à l'expression suivante :

$$V(i, j) = V(i+1, j) + [U(i+1/2, j) - U(i+1/2, j-1)]\Delta y / \Delta z$$

$$\text{Avec } U(i+1/2, j) = \frac{1}{2}[U(i, j) + U(i+1, j)]$$

Le calcul s'effectue de manière régressive à partir de l'interface liquide-gaz pour i variant de N à 1 . La valeur de vitesse transversale du mélange gazeux est calculée à partir de l'équation suivante:

$$V_w = \frac{-D}{1 - C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_w$$

4. Procédure de résolution numérique

Les équations discrétisées ne sont pas linéaires en raison de la présence des composantes U et V de la vitesse en même temps que les autres variables ϕ dans le premier membre de ces équations. Ce qui nécessite l'utilisation d'une procédure itérative pour la résolution ligne par ligne des systèmes d'équations algébriques. Chaque ligne j contient $N+1$ nœuds. Pour chaque équation de transfert, on doit donc résoudre un système de $N+1$ équations algébriques à $N+1$ inconnues $\phi(i, j)$ (i variant de 0 à N), où $\phi = (U, T, C)$.

Comme les dérivées partielles ont été discrétisées par la méthode des différences finies, il s'ensuit que les systèmes d'équations algébriques $(A)(\phi) = (E)$, déduits de la discrétisation des équations de transfert seront exprimés sous la forme d'équations ayant une matrice principale (A) de type tridiagonal (Figure 3.3), et pouvant être résolues par l'algorithme de Thomas décrit en Annexe. Les éléments tridiagonaux de la matrice (A) sont notés (a_i, b_i, d_i) et ceux du second membre sont notés (e_i) .

$$\begin{pmatrix} b_0 & d_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & a_i & b_i & d_i & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_{N-1} & b_{N-1} & d_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_N & b_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_0 \\ e_1 \\ \cdot \\ e_i \\ \cdot \\ e_{N-1} \\ e_N \end{pmatrix}$$

Figure 3.3. Systèmes d'équations (A)(ϕ) = (E)

La résolution des équations de quantité de mouvement, de conservation de l'énergie et de diffusion permet de calculer la distribution des vitesses axiales, de température et de fraction massique de vapeur dans le fluide. Le gradient axial de pression G est déterminé analytiquement à partir du débit gazeux (chapitre 2, paragraphe 4.1).

5. Critère de convergence

La résolution des équations est effectuée successivement selon une procédure itérative à l'aide d'une méthode ligne par ligne. A chaque ligne j, on utilise les conditions à la section précédente (j-1) et en considère les valeurs des vitesses aux dernières estimations obtenues au cours des itérations. Le processus itératif est considéré convergent à la section j lorsque les valeurs de chaque variable ϕ entre 2 itérations successives (k-1) et k sont approximativement égales, comme suit:

$$\text{Max} \left| \frac{\phi^k(i, j) - \phi^{k-1}(i, j)}{\phi^k(i, j)} \right| < \varepsilon$$

Dans nos calculs, le critère d'arrêt des itérations a été fixé à $\varepsilon = 10^{-6}$, valeur choisie pour assurer la précision et la convergence des opérations.

Par ailleurs, pour éviter les éventuels problèmes d'oscillation des variables lors de la résolution itérative des équations, une méthode de sous-relaxation a été appliquée pour atténuer les variations des variables au cours des itérations:

$$\phi_{p, \text{relaxé}} = \phi'_p + \alpha(\phi_p - \phi'_p)$$

ϕ'_p = valeur de ϕ_p à l'itération précédente

α est un facteur de sous-relaxation qui contrôle les variations de ϕ .

Dans ce travail, la valeur optimale de ce paramètre est : $\alpha = 0.4$

6. Sensibilité aux pas d'espace

Des calculs préalables ont été effectués afin de tester l'influence des pas d'espace sur les résultats et déterminer un maillage optimal qui garantit à la fois la stabilité de l'algorithme de calcul et une occupation d'espace mémoire acceptable sur ordinateur. Les calculs ont été menés pour les différentes dimensions de maillage suivantes :

- Nombres de nœuds: $32 \leq N \leq 64$, $400 \leq M \leq 1250$
- Pas d'espace : $0.625 \leq \Delta y \leq 0.3125$ mm, $2.5 \leq \Delta z \leq 0.8$ mm

L'effet du maillage a été testé sur les valeurs du débit liquide q_L par unité de largeur du canal à l'extrémité inférieure de la paroi (en $g.s^{-1}.m^{-1}$).

Sur la base des résultats obtenus et présentés dans le tableau ci-dessous, on constate que l'augmentation du nombre de nœuds de $(N, M) = (32, 400)$ à $(64, 1250)$ entraîne des changements ne dépassant pas 1.3 % (par rapport au maillage le plus fin) pour les valeurs du débit liquide q_L à la sortie du canal, ce qui montre une bonne indépendance des résultats par rapport aux dimensions des maillages. Nous avons finalement retenu le maillage $(N, M) = (48, 800)$ correspondant aux pas d'espace $\Delta y = 0.416$ mm, $\Delta z = 1.25$ mm pour tous les calculs effectués dans cette étude.

| N | 32 | 48 | 64 |
|----------|------------------|------------------|------------------|
| M = 400 | 1.351 (0.74%) | 1.340 (0.45%) | 1.328 (1.3%) |
| M = 800 | 1.355 (0.67%) | 1.347 (0.07%) | 1.341 (0.37%) |
| M = 1250 | 1.357 (0.81%) | 1.351 (0.74%) | 1.346 Réf. |

Tableau 3.1. Influence des dimensions du maillage sur les valeurs du débit liquide q_L .

7. Algorithme descriptif

On présente ci-dessous l'algorithme et l'organigramme de résolution des équations de transfert régissant le phénomène de condensation en film liquide dans un canal vertical. Un programme de calcul en langage Fortran 90 a été ensuite mis en œuvre pour la procédure de résolution numérique en vue de calculer les profils de vitesse, température, fraction massique de vapeur et pression du fluide ainsi que les variations axiales du flux thermique et du débit de liquide. La procédure de résolution peut être décrite comme suit :

1. Entrée des données :
 - dimensions du canal : hauteur L , largeur R ,
 - paramètres d'entrée du fluide : nombre de Reynolds Re_0 , température T_0 , concentration en vapeur C_0 , pression P_0 ,
 - fluide extérieur : coefficient de convection h_e , température T_e .
2. Maillage : nombres de nœuds N , M dans les 2 directions transversale et axiale,
3. Calcul des propriétés thermophysiques du fluide.
4. Résolution des équations de quantité de mouvement et de continuité pour obtenir les champs de vitesses axiale et transversale.
5. Résolution des équations de conservation d'énergie et de diffusion en utilisant l'algorithme de Thomas pour obtenir les champs de température et concentration.
6. Vérification du test de convergence pour les variables (U , V , T , C) entre deux itérations successives. S'il n'est pas vérifié, on reprend les étapes 4-5.
7. S'il est vérifié pour tous les nœuds de la ligne j , on calcule le débit massique de liquide, de gaz et le flux de chaleur pariétal .
8. Passage à la ligne j suivante où les étapes 3-7 sont répétées jusqu'à convergence.
9. Arrêt des calculs à l'extrémité $j=M$ du canal.

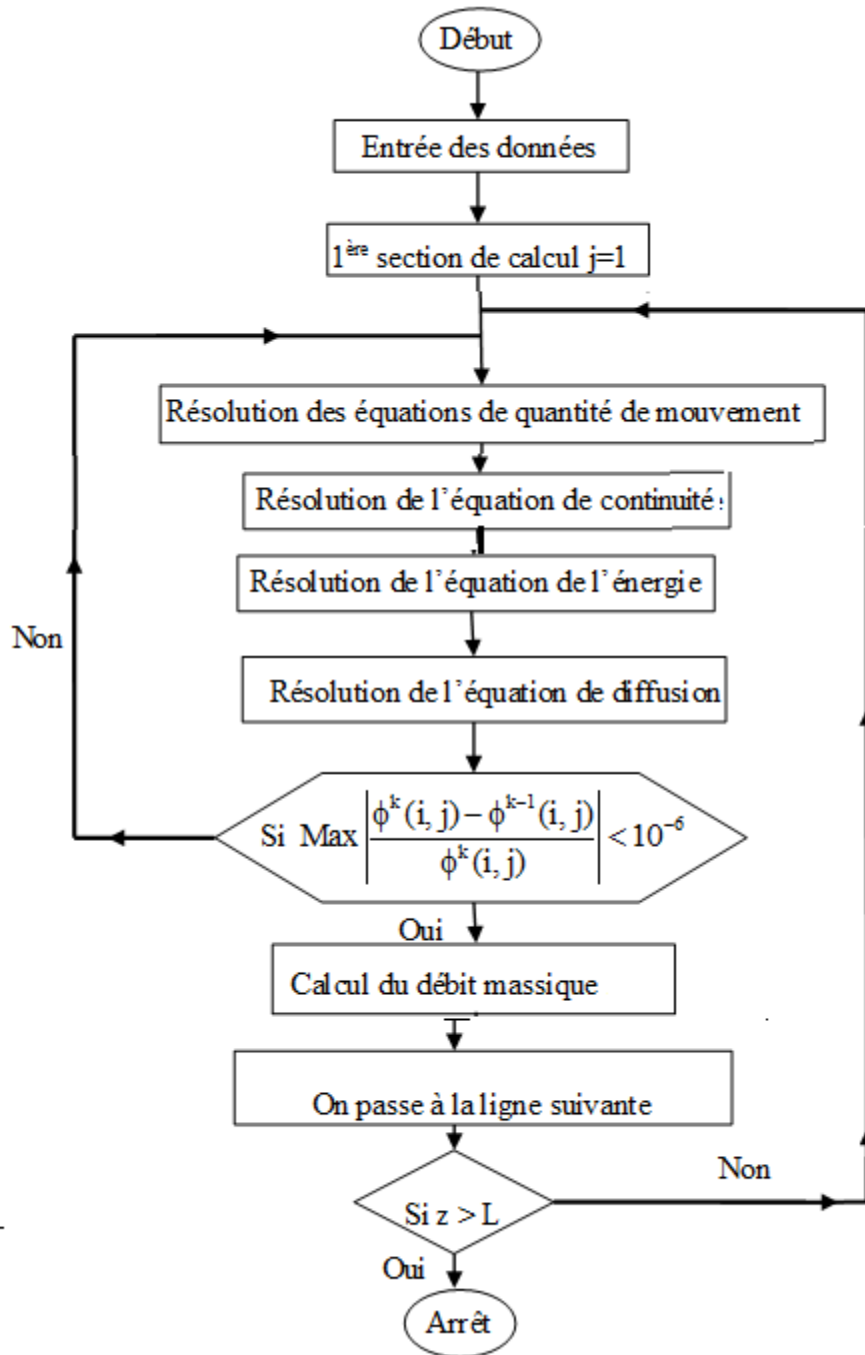


Fig. 3.4. Organigramme de calcul

Chapitre 4

Résultats et Discussion

Introduction

Dans ce chapitre, on va présenter une analyse des résultats obtenus par simulation numérique du problème de la condensation de vapeur d'eau au sein d'un mélange air-vapeur sur les parois internes d'un canal vertical soumis à un refroidissement convectif avec un fluide externe. Les résultats concernent essentiellement les distributions de vitesse, de température, fraction massique de vapeur et humidité relative le long du canal où se produit l'écoulement du mélange gazeux. Une analyse paramétrique a été ensuite effectuée portant sur les effets de quelques grandeurs caractéristiques du problème sur les variations du débit liquide pariétal, et du flux de chaleur entre les 2 fluides interne et externe à travers les parois du canal.

Des calculs préliminaires ont été effectués dans le cas d'un écoulement dans un canal verticale de hauteur $L = 1$ m et de demi-largeur $R = 2$ cm. Les conditions d'entrée supposées uniformes du mélange gazeux interne sont les suivantes: pression $P_0 = 1$ atm, température $T_0 = 90$ °C, humidité relative $H_{r0} = 0.95$, nombre de Reynolds $Re_0 = 2000$. Le fluide extérieur est à la température $T_e = 80$ °C et un coefficient de convection $h = 100$ W.m⁻².K⁻¹

Les résultats de l'étude numérique sont présentés sous différentes formes:

- distributions des vitesses axiales, températures et concentrations en vapeur à différentes sections,
- variations axiales du débit liquide et du flux de chaleur à la paroi soumise au refroidissement et à la condensation.

Les grandeurs à l'entrée du canal et en fin de condensation (calculées analytiquement) sont les suivantes :

Concentrations initiale et finale : $C_0 = 0.542$, $C_f = 0.352$

Débits gazeux initial et final : $q_0 = 14.88$ g.s⁻¹.m⁻¹, $q_{Mf} = 10.52$ g.s⁻¹.m⁻¹

Débits liquide initial et final : $q_{L0} = 0$, $q_{Lf} = 4.36$ g.s⁻¹.m⁻¹

Température de rosée (début de la condensation) : $T_r = 88.6$ °C

1. Profils d'évolution des transferts

La figure 4.1 représente l'évolution de la vitesse axiale en fonction de la coordonnée transversale y en différentes sections depuis l'entrée $z=0$ jusqu'à la sortie $z=L$ du canal.

En raison de la faible valeur du nombre de Reynolds d'entrée $Re_0=2000$, le régime d'écoulement du fluide est laminaire correspondant à une vitesse d'entrée est $U_0=1.018$ m/s

En observant la figure, on constate que la vitesse est maximale sur l'axe du canal, diminue progressivement selon la direction y et s'annule à l'interface liquide-vapeur suite à la condition d'adhérence du fluide à la paroi. Par ailleurs, la distribution de vitesse tend graduellement vers un profil parabolique de type Poiseuille suite à l'écoulement laminaire de vapeur dans le canal.

En outre, d'après la figure 4.2, le gradient de pression reste très faible, variant entre 8.8 Pa/m à l'entrée et 7.95 Pa/m à la sortie, conduisant à des variations de pression négligeables par rapport à la pression d'entrée ($P_0 = 1$ atm). On peut donc admettre que la pression est pratiquement constante le long de l'écoulement.

Les figures 4.3 et 4.4 représentent les distributions de température et de concentration de vapeur dans le mélange gazeux air-vapeur à différentes sections du canal. On constate une décroissance continue des températures et des fractions massiques de vapeur puisqu'elles sont maximales sur l'axe du canal et minimales au contact de l'interface vapeur-liquide ruisselant sur la paroi solide. C'est donc dans cette région que la teneur massique en air, gaz non condensable, est maximale car c'est à l'interface que se produit la condensation conduisant à la formation d'un film liquide de faible épaisseur.

Les allures des profils thermiques et massiques diminuent le long du canal car la condensation de la vapeur s'accompagne d'un transfert de chaleur sensible et latente au film liquide, à la paroi solide puis au fluide extérieur par convection. Cette évolution se traduit par un refroidissement et un assèchement progressifs du fluide conduisant à une diminution du taux de condensation le long du canal. On constate aussi que les distributions de température et de fraction massique de la vapeur présentent des allures similaires en raison de la similitude des équations différentielles de conservation de l'énergie et des espèces ainsi que des conditions aux limites du problème considéré.

La figure 4.5 représente les évolutions des profils d'humidité relative à différentes côtes z le long du canal. On constate une saturation constante de l'air humide à l'interface liquide-vapeur où se produit la condensation, puis une décroissance de l'humidité relative vers la région médiane du canal où elle est minimale. Dans la zone proche de l'axe du canal, en raison de l'assèchement du fluide, l'humidité relative diminue progressivement. Dans tous les

cas, les gradients transversaux d'humidité relative, de température et de concentration à l'interface liquide-vapeur, diminuent fortement le long du canal, traduisant ainsi une diminution de la condensation.

Au cours de l'écoulement d'air humide dans le canal, la diminution de la concentration en vapeur s'accompagne d'une augmentation de celle de l'air. En effet, lors de la condensation à l'interface, les molécules de vapeur absorbée passent dans la phase liquide conduisant à une accumulation de molécules d'air dans cette région et une diminution du taux de condensation le long du canal.

Par ailleurs, la figure 4.6 représente l'évolution de l'épaisseur de film liquide le long du canal selon le modèle de Nusselt pour la vapeur pure saturée. On constate une croissance rapide à l'entrée du canal suivie par une augmentation plus modérée au-delà de la région médiane et atteint la valeur de 0.053 mm à la sortie du canal. Toutefois, dans le cas du mélange air-vapeur, sa croissance est limitée par une valeur maximale limite correspondant au régime établi de fin de condensation. Ceci est dû au fait que la présence d'air conduit à une nette réduction du taux de condensation.

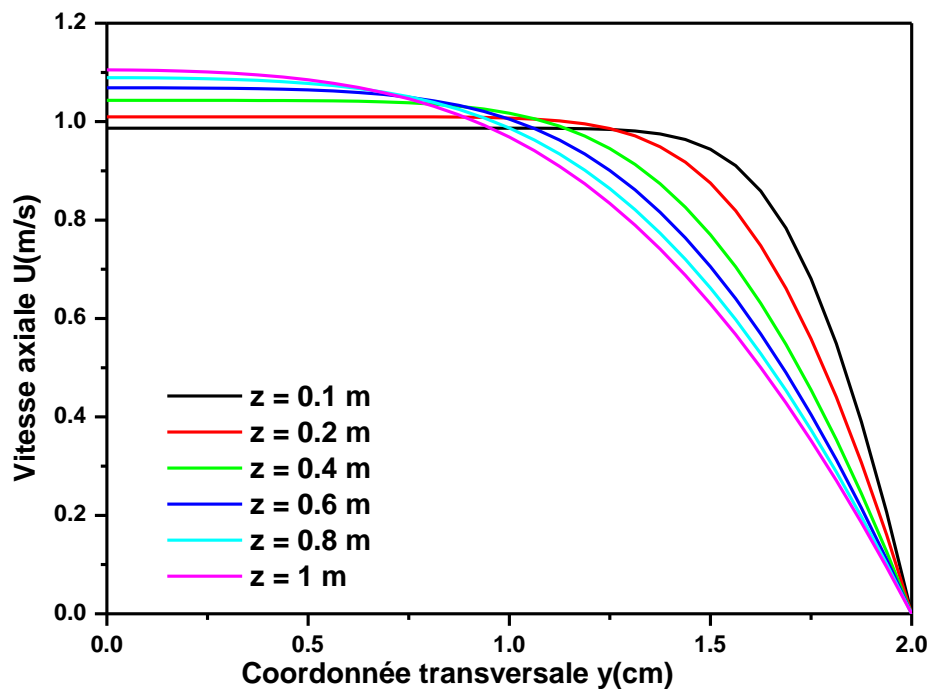


Fig. 4.1. Profils de vitesse axiale à différentes côtes z

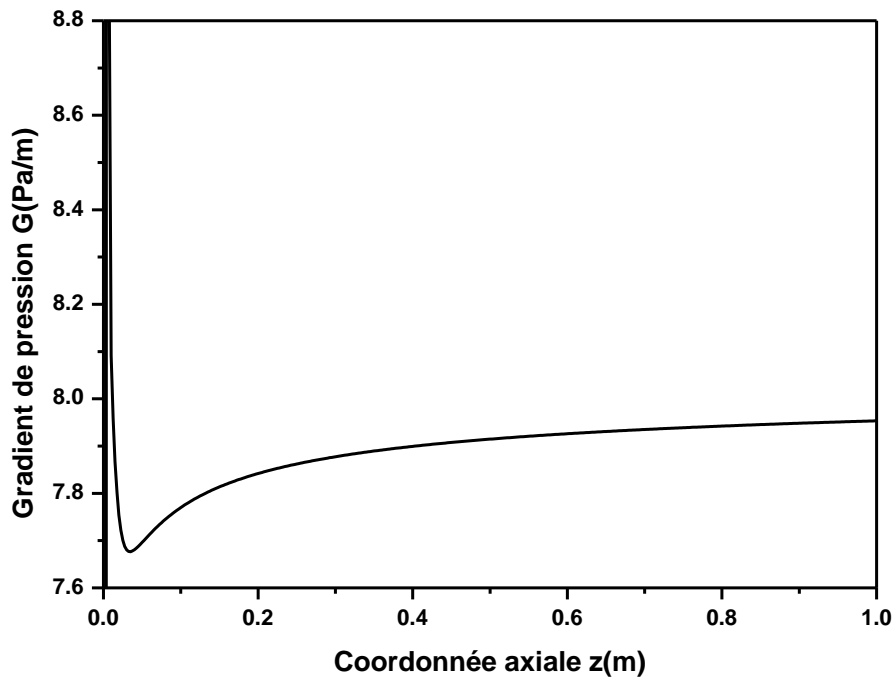


Fig. 4.2. Evolution du gradient de pression $G=dP/dz$ le long du canal

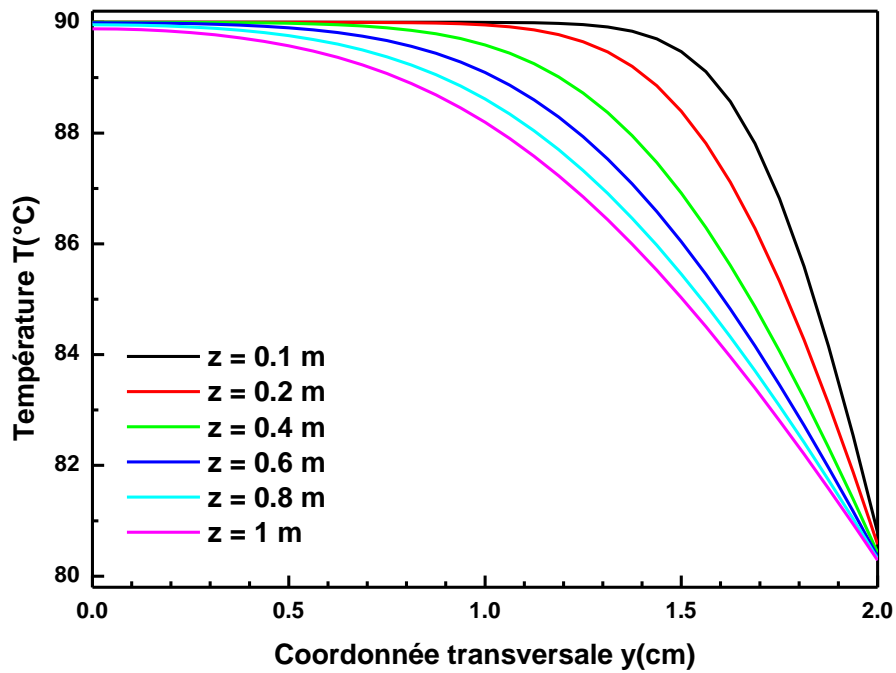


Fig. 4.3. Profils de température à différentes côtes z

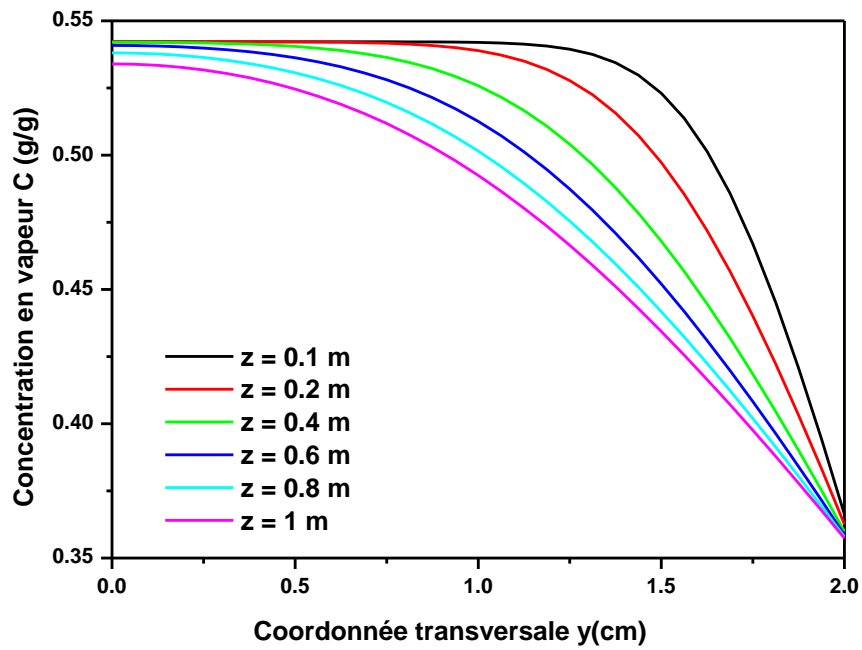


Fig. 4.4. Profils de concentration en vapeur à différentes côtes z

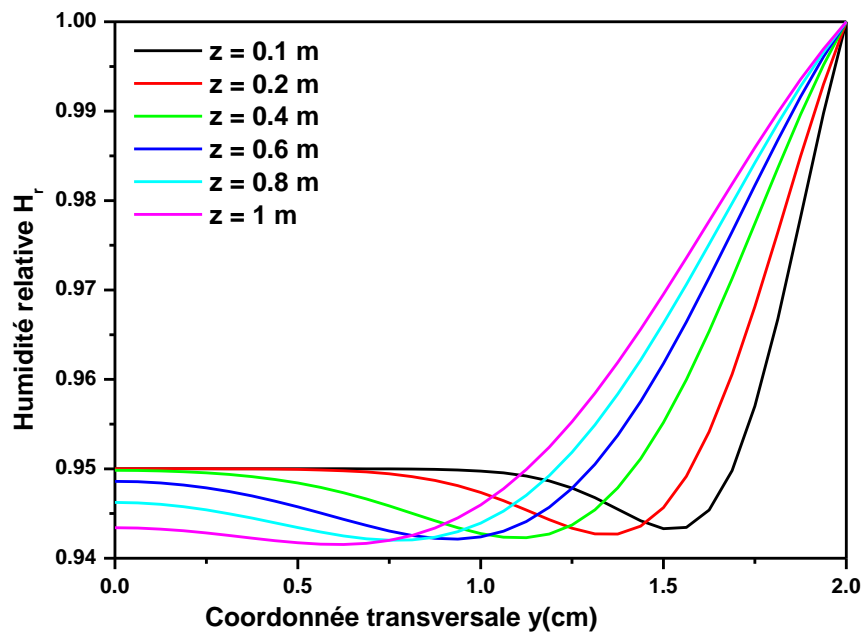


Fig. 4.5. Profils d'humidité relative à différentes côtes z

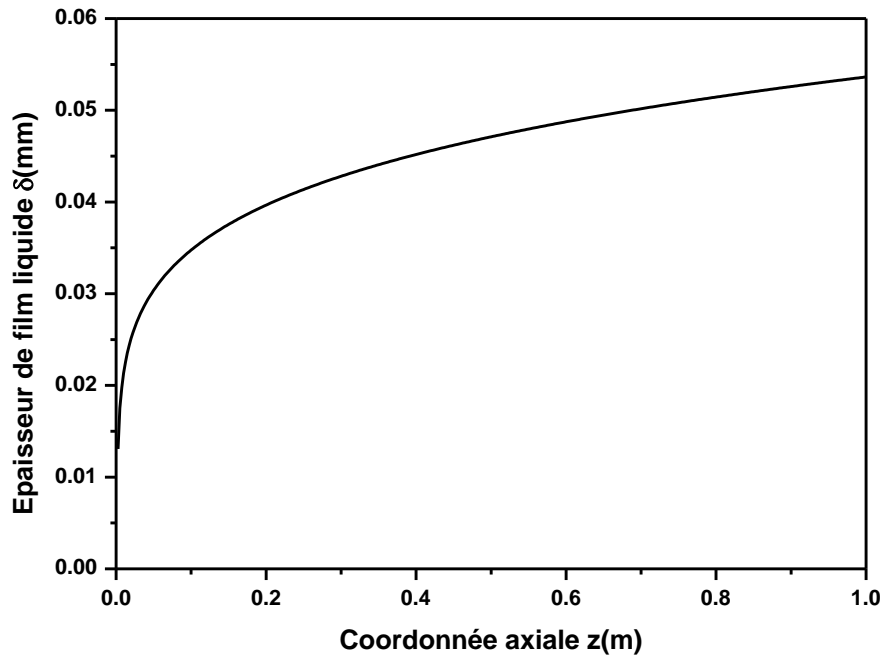


Fig. 4.6. Evolution de l'épaisseur de film liquide le long du canal selon le modèle de Nusselt

2. Etude de sensibilité paramétrique

2.1. Influence du coefficient convectif externe

Une étude de simulation paramétrique a été menée pour tester l'effet de différents paramètres dont le coefficient convectif h du fluide externe en contact avec la paroi.

Les calculs ont été effectués dans les conditions suivantes : pression $P_0 = 1$ atm, température $T_0 = 90$ °C, humidité relative $H_{r0} = 0.95$, nombre de Reynolds $Re_0 = 2000$, température du fluide extérieur : $T_e = 80$ °C et pour différentes valeurs du coefficient de convection externe $h = 10, 100, 200, 500$ W.m⁻².K⁻¹. L'influence du coefficient h a été testée sur les évolutions longitudinales du débit liquide et du flux de chaleur à travers la paroi représentées sur les figures 4.7 et 4.8.

Dans ce système, les faces externes des parois du canal sont exposées à un écoulement d'air conduisant à un refroidissement par convection forcée dont le flux est directement proportionnel au coefficient h caractéristique des transferts de chaleur entre la paroi et l'air.

Le phénomène de condensation est étroitement lié à l'évolution de la température de paroi représentée sur la figure 4.9. On constate que celle-ci diminue fortement à l'entrée du canal puis continue sa décroissance de façon plus modérée en tendant progressivement vers la

température de l'air externe. Cette évolution est plus forte pour les valeurs les plus élevées du coefficient h conduisant à un refroidissement plus rapide des parois, une augmentation du débit liquide par condensation et du flux de chaleur transmis à travers les parois comme le montrent les figures 4.7 et 4.8.

Toutefois, les évolutions du débit liquide et du flux thermique tendent vers les mêmes limites asymptotiques au bout d'une certaine distance relativement longue et non encore atteinte. Celle-ci correspond au régime établi en fin de condensation où les caractéristiques hydrodynamique et thermique de l'air humide sont les mêmes, indépendamment du coefficient convectif externe.

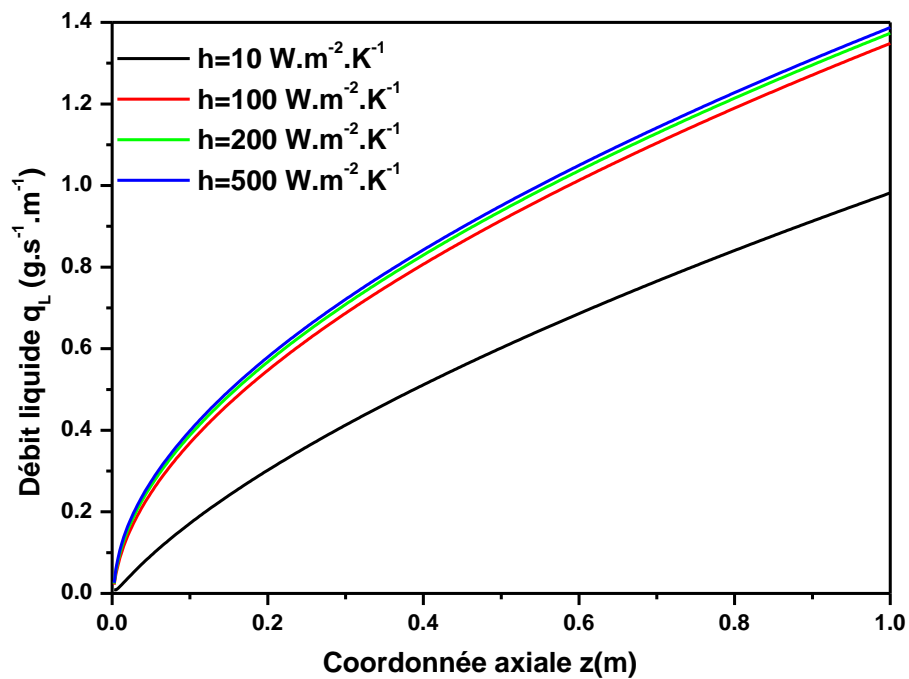


Fig. 4.7. Evolutions axiales du débit liquide à la paroi

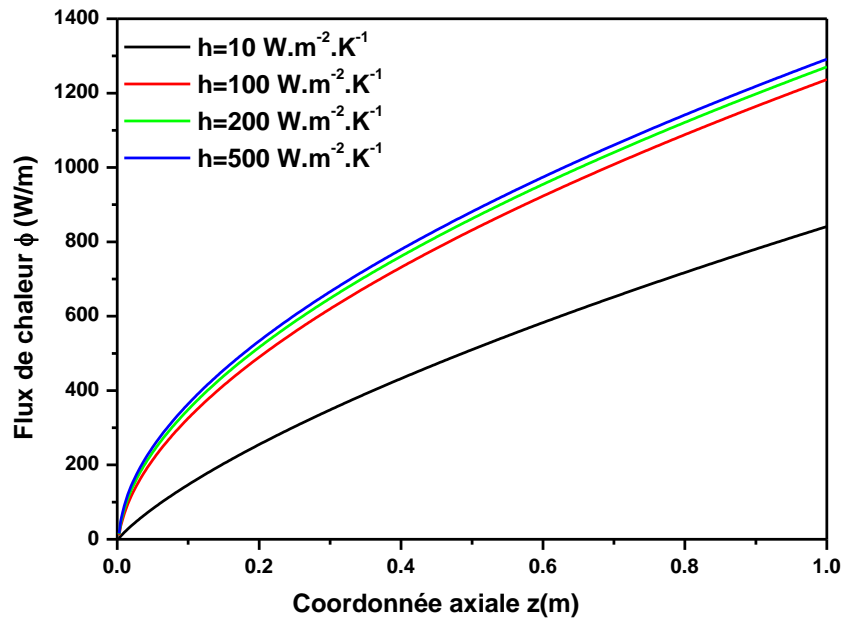


Fig. 4.8. Evolutions axiales du flux de chaleur à la paroi

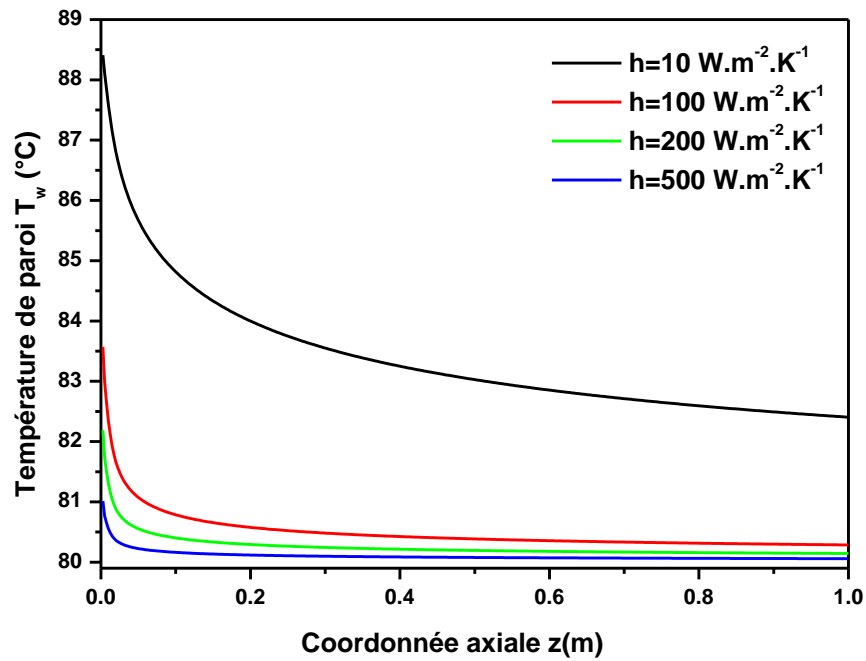


Fig. 4.9. Evolutions axiales de la température de paroi

2.2. Influence de la température externe

Dans ce paragraphe, on présente une analyse de l'effet de la température du fluide externe sur les évolutions axiales du débit liquide et du flux de chaleur à la paroi. Les calculs sont effectués dans les conditions suivantes: $P_0 = 1 \text{ atm}$, $Re_0 = 2000$, $T_0 = 90 \text{ °C}$, $C_0 = 0.542$, $h_e = 100 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$. On fait varier la température extérieure dans l'intervalle entre 65 et 80 °C correspondant à des écarts de température compris entre 25 et 10 °C.

Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 4.10–4.14. On constate qu'une diminution de la température externe entraîne un accroissement de la différence de température conduisant à des gradients thermiques et massiques plus élevés favorisant des transferts de chaleur et de masse plus intenses. Il s'ensuit un accroissement simultané du taux de condensation, du débit liquide ruisselant à la surface solide et du flux de chaleur à travers les parois et les fluides. Toutefois, les valeurs du débit liquide, du flux thermique et de la concentration en vapeur finale ne convergent pas vers les mêmes limites à la fin du processus de condensation comme le montrent les figures 4.13 et 4.14. En effet, une diminution de la température pariétale entraîne une réduction du taux de vapeur résiduelle C_f dans le mélange air-vapeur. Ce qui conduit à une augmentation des gradients de température et de concentration en vapeur à la paroi. Il s'ensuit un accroissement du débit liquide et du flux thermique à la paroi.

Par ailleurs, comme la condensation se produit sous l'effet des gradients de concentration à la paroi et pour une humidité relative d'entrée de 0.95, la condition nécessaire pour qu'elle se produise est $T_w > 88.6\text{°C}$. Celle-ci représente la température de rosée en-dessous de laquelle débute la condensation.

Enfin, les figures 4.13 et 4.14 montrent que le débit final de liquide diminue et la concentration en vapeur finale augmente avec la température extérieure. Ces évolutions ont été calculées analytiquement selon les méthodes présentées dans le chapitre 2, paragraphes 3.2 et 3.3.

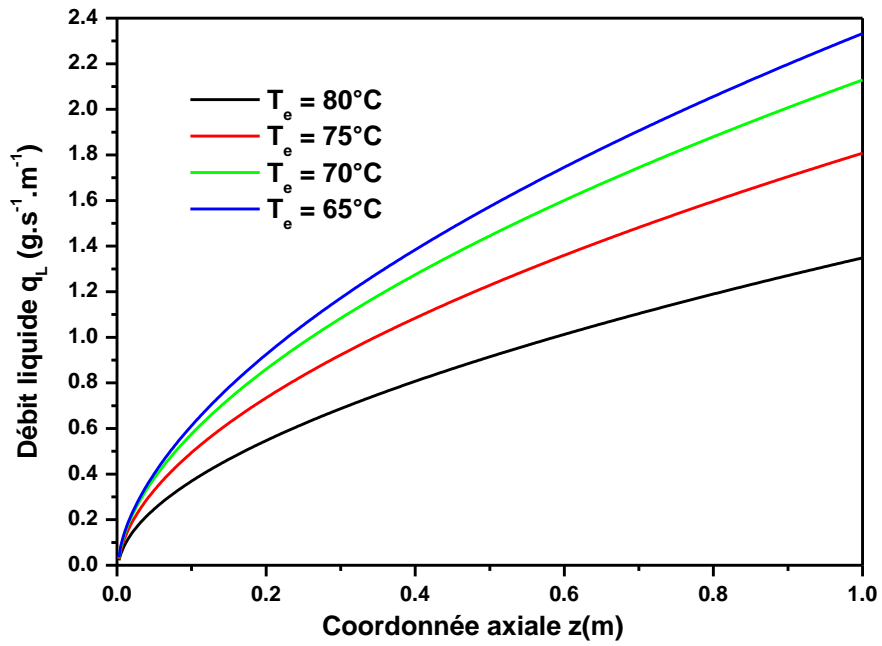


Fig. 4.10. Evolutions axiales du débit liquide

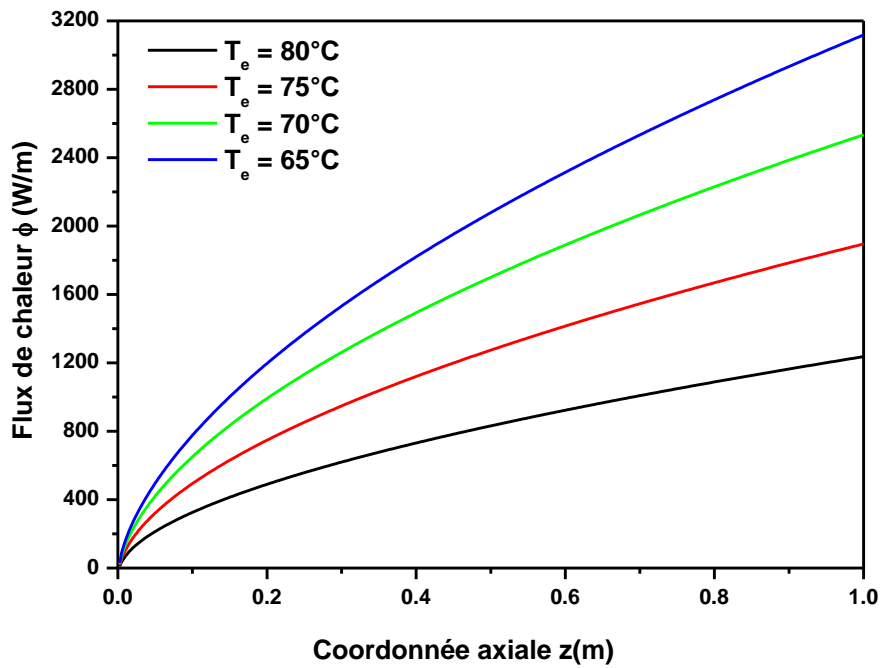


Fig. 4.11. Evolutions axiales du flux de chaleur à la paroi

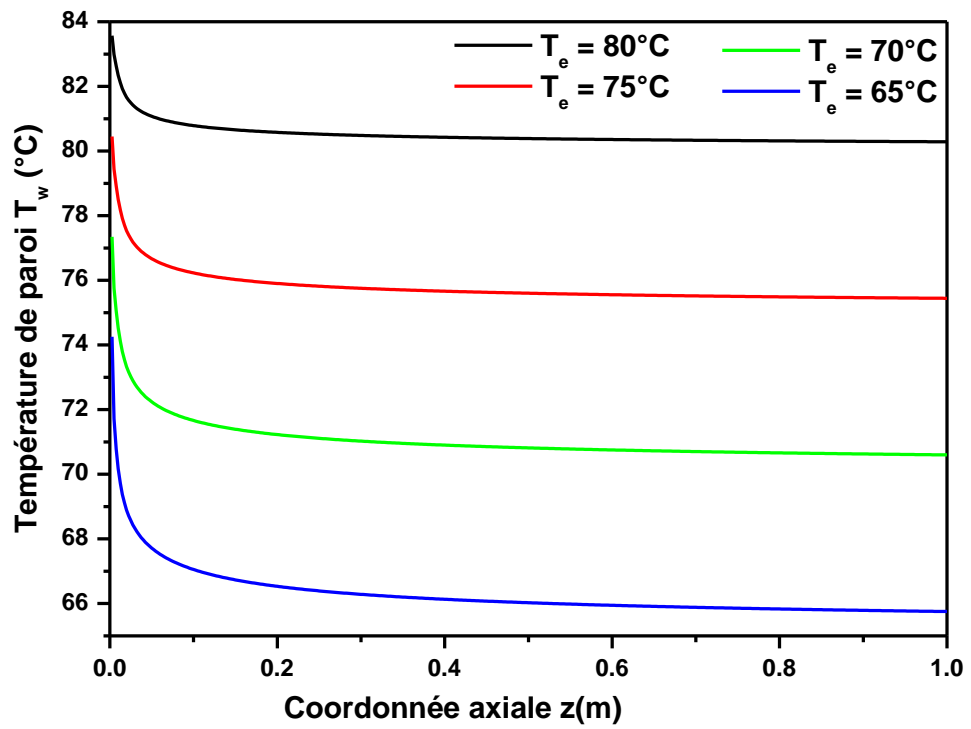


Fig. 4.12. Evolutions axiales de la température de paroi

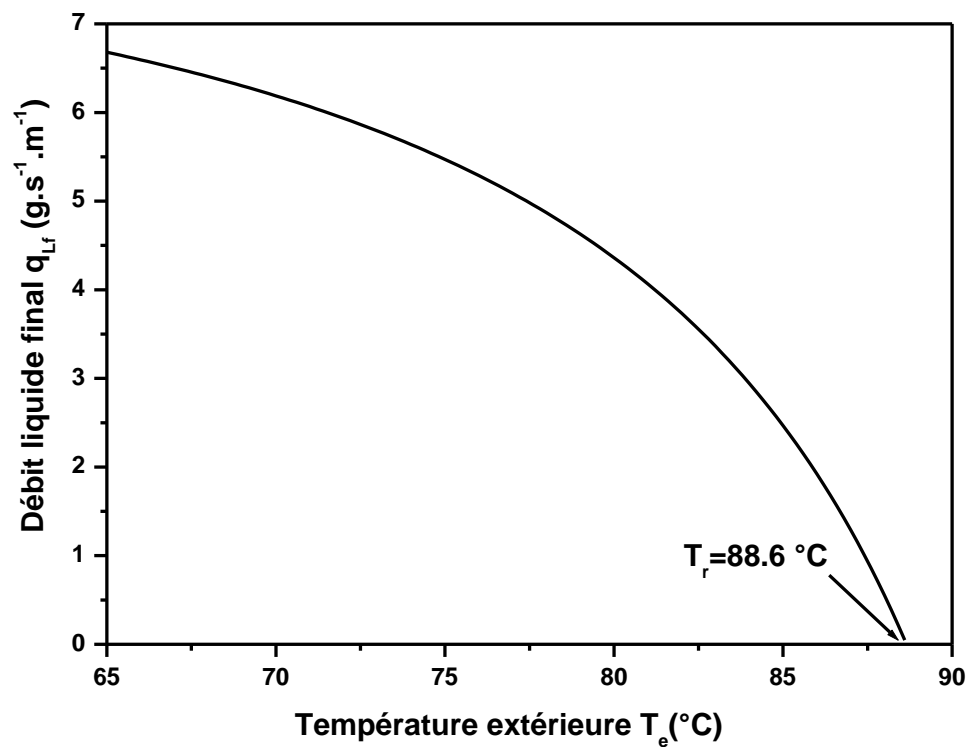


Fig. 4.13. Influence de la température extérieure sur le débit final de liquide

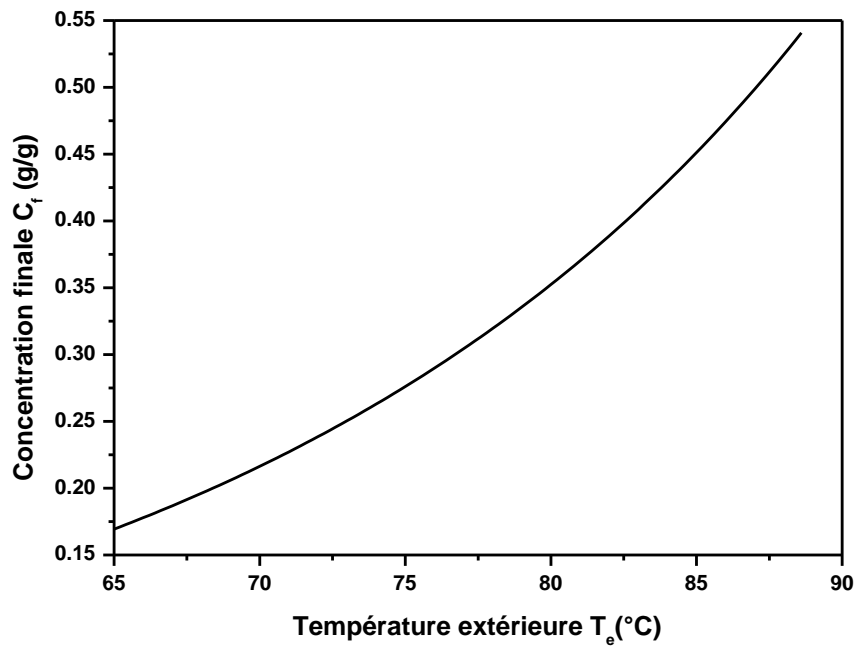


Fig. 4.14. Influence de la température extérieure sur la concentration finale en vapeur

Conclusion

Dans ce travail, on présente une étude numérique du processus de condensation en film liquide par convection forcée d'air humide en écoulement laminaire dans l'espace compris entre deux plaques planes verticales. Les faces extérieures des parois sont soumises à un refroidissement convectif au contact d'un fluide externe à basse température. On a développé un modèle mathématique basé sur les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion de vapeur dans le mélange gazeux. Le gradient axial de pression et le débit final de liquide en fin de condensation sont déterminés par une méthode analytique établie à partir de l'équation de conservation du débit massique total des deux phases liquide et gazeuse.

Les systèmes d'équations différentielles de transfert avec les conditions aux limites associées sont résolus par la méthode des différences finies en schéma implicite en utilisant l'algorithme de Thomas.

Les calculs effectués ont permis de déterminer les profils de vitesse, température, humidité relative, fraction massique de vapeur, débit liquide et flux de chaleur à travers les parois du canal. Une analyse paramétrique a été ensuite menée en vue d'établir l'influence des conditions thermiques du fluide externe. Les résultats obtenus montrent que le taux de condensation, le flux de chaleur et le débit liquide augmentent avec le coefficient d'échange convectif et diminuent fortement lorsque la température externe diminue.

Enfin, à la suite de cette étude, quelques perspectives de travail semblent intéressantes :

- extension de la simulation paramétrique à d'autres grandeurs telles que l'humidité relative, la pression du fluide et les dimensions du canal,
- prise en compte de l'épaisseur du film liquide,
- modélisation de la condensation en régime d'écoulement turbulent.

Annexe

Méthode de Thomas

L'algorithme de Thomas (ou méthode TDMA: TriDiagonal Matrix Algorithm) est une méthode numérique pour la résolution rapide de systèmes d'équations linéaires à matrice tridiagonale. Elle présente l'avantage d'occuper une place mémoire plus réduite qu'une matrice normale (3 tableaux de dimension N+1 au lieu d'une matrice de dimension (N+1)²)

On considère le système (A)(φ)=(D) à matrice A tridiagonale, à (N+1) équations algébriques à (N+1) inconnues s'écrivant sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} b_0 & c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & a_i & b_i & c_i & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_N & b_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \cdot \\ d_i \\ \cdot \\ d_{N-1} \\ d_N \end{pmatrix}$$

On distingue les points de grille internes ($i=1, \dots, N-1$) des points de grille aux limites ($i=0$ et $i=N$).

$$b_0 \cdot \phi(0) + c_0 \cdot \phi(1) = d_0 \tag{A4.1}$$

$$a_i \cdot \phi(i-1) + b_i \cdot \phi(i) + c_i \cdot \phi(i+1) = d_i \quad (i=1, \dots, N-1) \tag{A4.2}$$

$$a_N \cdot \phi(N-1) + b_N \cdot \phi(N) = d_N \tag{A4.3}$$

L'algorithme de résolution du système par la méthode de Thomas s'effectue en 2 étapes successives :

-1^{ère} étape : bidiagonalisation du système :

Elle consiste à transformer le système (A)(φ)=(D) à matrice A tridiagonale en un système équivalent (A')(φ)=(β) à matrice A' bidiagonale unitaire (éléments diagonaux égaux à 1) en appliquant les relations de récurrence suivantes :

$$\gamma_0 = \frac{c_0}{b_0}, \quad \beta_0 = \frac{d_0}{b_0}$$

$$\gamma_i = \frac{c_i}{b_i - a_i \cdot \gamma_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{d_i - a_i \cdot \beta_{i-1}}{b_i - a_i \cdot \gamma_{i-1}} \quad \text{pour } i=1, \dots, N$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \gamma_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & 1 & \gamma_i & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 & \gamma_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \beta_i \\ \cdot \\ \beta_{N-1} \\ \beta_N \end{pmatrix}$$

- 2^{ème} étape : résolution du système bidiagonal par la méthode de remontée :

$$\phi_N = \beta_N$$

$$\phi_i = \beta_i - \gamma_i \cdot \phi_{i+1} \quad \text{Pour } i = N-1, \dots, 0$$

Références

- [1] P. K. Panday, Transfert en changement de phase. Condensation sur des surfaces lisses, Techniques de l'Ingénieur. BE 8238.
- [2] W. Nusselt, Die oberflächen kondensation des wasserdampfes , Zeitschrift Vereines Deutscher Ingenieure 60, 541-546, 1916.
- [3] P.K. Panday, Two-dimensional turbulent film condensation of vapours flowing inside a vertical tube and between parallel plates: a numerical approach, International Journal of Refrigeration 26 (2003) 492–503
- [4] Mohamed, A. B., Orfi, J., Debissi, C., & Nasrallah, S. B. (2007). Condensation of water vapor in a vertical channel by mixed convection of humid air in the presence of a liquid film flowing down. Desalination, 204(1-3), 471-481.
- [5] Liao, Y., Guentay, S., Suckow, D., & Dehbi, A. (2009). Reflux condensation of flowing vapor and non-condensable gases counter-current to laminar liquid film in a vertical tube. Nuclear engineering and design, 239(11), 2409-2416.
- [6] Wu, X. M., Li, T., Li, Q., & Chu, F. (2017). Approximate equations for film condensation in the presence of non-condensable gases. International Communications in Heat and Mass Transfer, 85, 124-130.
- [7] Ho, J. Y., & Leong, K. C. (2021). A critical review of filmwise natural and forced convection condensation on enhanced surfaces. Applied Thermal Engineering, 186, 116437.
- [8] Lu, J., Ren, K., Tang, J., & Wang, S. (2023). Numerical simulations of laminar film condensation of H₂O/Air or H₂O/CO₂ on a vertical plate. Heat Transfer Engineering, 44(8), 720-733.
- [9] Oh, S., & Revankar, S. T. (2006). Experimental and theoretical investigation of film condensation with noncondensable gas. International Journal of Heat and Mass Transfer, 49(15-16), 2523-2534.
- [10] Ren, B., Zhang, L., Xu, H., Cao, J., & Tao, Z. (2014). Experimental study on condensation of steam/air mixture in a horizontal tube. Experimental thermal and fluid science, 58, 145-155.
- [11] Lee, H., Kharangate, C. R., Mascarenhas, N., Park, I., & Mudawar, I. (2015). Experimental and computational investigation of vertical downflow condensation. International Journal of Heat and Mass Transfer, 85, 865-879.

- [12] Chirag R. Kharangate, Hyoungsoon Lee, Ilchung Park, Issam Mudawar
Experimental and computational investigation of vertical upflow condensation in a circular tube, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 95, April 2016, Pages 249-263
- [13] Bruce E. Poling, John M. Prausnitz, John P. O'Connell, *The Properties of Gases and Liquids*, Fifth Edition, McGraw-Hill, 2004
- [14] R.C. Reid, J.M. Prausnitz, T.K. Sherwood, *The properties of gases and liquids*, Third Ed., McGraw-Hill, 1977.
- [15] T. Fujii, Y. Kato, K. Mihara, Expressions for transport and thermodynamic properties of air, steam and water Report 66, Sei San Ka Gaku Ken Kyu Jo, Kyu Shu University, Japan, 1977
- [16] T.F. Irvine Jr., P.E. Liley, *Steam and gas tables with computer equations*. Academic Press, 1984.

Résumé

Dans ce travail, on présente une modélisation numérique du processus de condensation en film liquide d'un mélange vapeur d'eau-air en écoulement laminaire au sein d'un canal vertical dont les parois sont refroidies par convection avec un fluide externe. Les transferts de chaleur et de masse dans le fluide assimilé à un mélange de gaz parfaits sont décrits par les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion en convection forcée laminaire. L'utilisation des approximations de la couche limite permet de négliger les termes de diffusion axiale. La résolution numérique des équations de transfert est effectuée par la méthode des différences finies en schéma implicite. Le gradient de pression est déterminé par une méthode analytique basée sur la conservation du débit massique total. Les équations de transfert sont ensuite résolues en utilisant la méthode des différences finies et l'algorithme de Thomas. Le maillage optimal a été déterminé par une étude de sensibilité aux pas d'espace.

Les résultats présentés concernent les distributions de vitesse, température, concentration en vapeur, débit de liquide et flux thermique le long du canal. Enfin, une étude de simulation paramétrique a permis de mettre en évidence l'effet du coefficient de convection et de la température du fluide externe sur le processus de condensation.

Mots clés : Condensation, transferts de chaleur et de masse, air humide, film liquide.

ملخص

في هذا العمل ، نقدم نمذجة رقمية لعملية تكثيف الغشاء السائل لمزيج بخار الماء والهواء في التدفق الصفحي داخل قناة عمودية يتم تبريد جدرانها بالحمل الحراري بسائل خارجي . يتم وصف انتقال الحرارة والكتلة في المائع المشابه لمزيج من الغازات المثالية بواسطة معادلات حفظ الكتلة والزخم والطاقة والانتشار في الحمل الحراري القسري الصفحي . يسمح استخدام تقريب الطبقة الحدودية بإهمال شروط الانتشار المحوري . يتم تنفيذ الاستبانة العددية لمعادلات التحويل بواسطة طريقة الفروق المحدودة في المخطط الضمني . يتم تحديد تدرج الضغط بطريقة تحليلية تعتمد على الحفاظ على التدفق الكلي للكتلة . ثم يتم حل معادلات التحويل باستخدام طريقة الفروق المحدودة وخوارزمية توماس . تم تحديد الشبكة المثلى من خلال دراسة حساسية الخطوة الفضائية . النتائج المقدمة تتعلق بتوزيعات السرعة ودرجة الحرارة وتركيز البخار وتدفق السائل وتدفق الحرارة على طول القناة . أخيراً ، أتاحت دراسة المحاكاة البارامترية إبراز تأثير معامل الحمل الحراري ودرجة حرارة السائل الخارجي على عملية التكثيف .

الكلمات المفتاحية: التكثيف ، انتقال الحرارة والكتلة ، الهواء الرطب ، الغشاء السائل .

Abstract

In this work, we present a numerical modeling of the liquid film condensation process of a water vapor-air mixture in laminar flow within a vertical channel whose walls are cooled by convection with an external fluid. The heat and mass transfers in the fluid assimilated to a mixture of ideal gases are described by the equations of conservation of mass, momentum, energy and diffusion in laminar forced convection. The use of boundary layer approximations allows the axial diffusion terms to be neglected. The numerical resolution of the transfer equations is carried out by the finite difference method in implicit scheme. The pressure gradient is determined by an analytical method based on the conservation of the total mass flow. The transfer equations are then solved using the finite difference method and the Thomas algorithm. The optimal mesh was determined by a space step sensitivity study. The results presented relate to the distributions of velocity, temperature, vapor concentration, liquid flow and heat flux along the channel. Finally, a parametric simulation study made it possible to highlight the effect of the convection coefficient and the temperature of the external fluid on the condensation process.

Keywords: Condensation, heat and mass transfer, moist air, liquid film.