



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Abbès Laghrou-Khenchela
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER

Filière : Génie Mécanique

Option : Génie des Matériaux

Thème :

Description de l'évolution des propriétés mécaniques anisotropes au cours de l'écroutissage plastique

Présenté par :

M BELAABED Bouaziz
M BENMANSOUR Sami

Encadré par :

Dr, CHAHAOUI Oualid

Soutenu le :15/07/2021

Jury de soutenance :

Président:	Dr, BREK Samir	(MCA)	Univ. Abbès Laghrou - Khenchela
Encadreur:	Dr, CHAHAOUI Oualid	(MCA)	Univ. Abbès Laghrou - Khenchela
Examineur:	Dr, MEDDOUR Belkacem	(MCA)	Univ. Abbès Laghrou - Khenchela

Promotion: 2021

Remerciement

Nous tenons à remercier tout d'abord ALLAH le tout puissant pour la volonté, la santé et la patience, qu'il nous a donné durant toutes ces longues années.

Ainsi, nous tenons également à exprimer nos vifs remerciements à notre encadreur Monsieur CHAHAOUI Oualid, docteur à l'université de KHENCHELA, pour avoir d'abord proposé ce thème, pour son suivi continué tout le long de la réalisation de ce mémoire et qui n'a pas cessé de nous donner ses conseils. A travers ce mémoire.

Nos remerciements vont aussi à tous les membres du jury qui ont accepté de juger ce travail.

Enfin, nous tenons également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

BENMANSOUR Sami – BELAABED Bouaziz.

Résumé

La prévision des propriétés mécaniques obtenue dans le cadre de l'anisotropie initiale fournie par critère de plasticité, est toujours limitée aux hypothèses de la plasticité parfaite. L'évolution des propriétés mécaniques au cours de l'érouissage et à la consolidation de la matière jusqu'au début de l'instabilité (striction) plastique, reste à certain stade ambigu et non pas bien expliqué.

L'objectif de ce travail est d'étudier le comportement mécanique anisotrope d'une tôle métallique mince destinée à l'emboutissage moyennant du critère de plasticité Hill48 dans le cas de sollicitation uniaxiale simple et dans le plan de la tôle. Les grandeurs mécaniques qui vont être caractérisées sont les suivantes :

- Le coefficient d'anisotropie de Lankford.
- La contrainte d'écoulement plastique.

Dans le cadre des deux propriétés d'anisotrope (initiale et évolutive d'érouissage) en se basant sur l'utilisation de deux logiques d'approches distinctes de plasticités :

- Plasticité Associée ou plasticité normale ou plasticité classique nommée AFR (Associted Flow Rule) ;
- Plasticité Non Associée ou plasticité moderne nommée NAFR (non Associted Flow Rule).

Mots-clés : Anisotropie plastique, Hill48 quadratique, Modélisation mécanique de l'anisotropie, évolution des propriétés mécaniques. Déformation plastique, Plasticité Associée, Plasticité Non Associée.

Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre I : Synthèse bibliographique.....	3
I.1. Introduction.....	4
I.2. La mise en forme des métaux	4
I.2.1. Procédé du laminage	4
I.2.1.1. Principe de laminage.....	4
I.2.1.2. Laminage à chaud.....	5
I.2.1.3. Laminage à froid.....	6
I.2.1.4. Les paramètres du laminage.....	6
I.2.1.5. Laminage asymétrique (ASR).....	6
I.2.1.6. Aspect métallurgique	7
I.2.1.7. Défauts de laminage	9
I.2.2. Procédé d'emboutissage.....	11
I.2.2.1. Modes d'emboutissage	11
I.2.2.2. L'emboutissage en température.....	12
I.2.2.3. Principaux défauts rencontrés en emboutissage.....	13
I.2.2.4. Matériaux et formes d'emboutis.....	15
I.2.2.5. Comportement du matériau lors de l'opération d'emboutissage	15
I.2.2.6. Les avantages de l'emboutissage	16
I.2.2.7. Les inconvénients de l'emboutissage	16
I.3. Les critères de plasticité	17
I.3.1. Critère de Tresca (1864).....	17
I.3.2. Critère de Von Mises (1913).....	17
I.3.3. Critère de Hill quadratique (1948) [26]	18
I.3.4. Critère de Hosford.....	24
I.3.5. Critère de Barlat (YLD89)	25
I.3.6. Critère de Barlat (YLD2000-2D).....	26

I.3.7. Critère de Banabic-Balan-Comsa (BBC)	27
I.3.8. Choix du critère de plasticité	28
I.3.9. La plasticité associée.....	29
I.3.10. Plasticité non associée	33
I.4. Caractérisation de la texture cristallographique	34
I.4.1. Texture de déformation	34
I.4.2. Représentation de l'orientation cristallographique des cristallites	34
Chapitre II : Modelisation et résultats expérimentaux	36
II.1. Partie modélisation et validation.....	37
II.1.1. Théorie de la plasticité classique (Plasticité associée)	37
II.1.1.1. Convexité et Règle d'écoulement plastique (Potentiel des contraintes)	37
II.1.1.2. Principe du Travail Plastique Maximal	38
II.1.2. Théorie de la plasticité moderne (Plasticité non associée)	39
II.2. Partie expérimental	41
II.2.1. Motivation et contexte industriel du choix du matériau étudié.....	41
II.2.2. Anisotropie du comportement mécanique	41
II.2.3. Essais de traction	43
II.2.4. Propriétés mécaniques de la tôle RRST-1405.....	44
II.2.5. Résultats de caractérisation expérimentale des essais de traction	47
II.2.6. Détermination des grandeurs mécaniques.....	49
II.2.6.1. Plasticité Associée AFR (Associated Flow Rule).....	49
II.2.6.2. Plasticité Non Associée non-AFR (Non Associated Flow Rule).....	49
II.2.7. Présentation des résultats de prévision par le critère de Hill48.....	49
II.2.8. Modélisation et Optimisation des lois d'écroutissage isotrope.....	52
II.2.9. Détermination et évolution des paramètres mécaniques : Coefficient de Lankford $r(\theta)$ et la limite d'écoulement $\sigma(\theta)$	54
Conclusion générale.....	60

Liste des figures

Chapitre I

Figure I. 1. Principe de laminage [2].	5
Figure I. 2. Laminage à chaud [3].	5
Figure I. 3. Laminage à froid [3].	6
Figure I. 4. La géométrie du laminage asymétrique [4].	7
Figure I. 5. Cinétique de recristallisation statique [5].	8
Figure I. 6. Différents types de défauts de planéité rencontrés en laminage [6].	9
Figure I. 7. Principales interactions « multi- physiques » lors de la déformation à chaud [9].	11
Figure I. 8. Emboutissage par expansion, b) Emboutissage profond avec rétreint [10].	12
Figure I. 9. Rupture (a), retour élastique (b) et plissement (c) et (d) [11].	13
Figure I. 10. Modes de déformation dans le repère des déformations principales majeure et mineure [22].	16
Figure I. 11. Critères de Tresca et Mises dans le plan des contraintes [25].	18
Figure I. 12. Epreuve de traction uni axiale [26].	21
Figure I. 13. Évolution de la surface d'écoulement issue du critère de Hill (1948) en fonction du coefficient de Lankford [26].	23
Figure I. 14. La direction ε' est en chaque point de S normale à la surface seuil S [29].	29
Figure I. 15. Le vecteur $\sigma^*\sigma$ fait un angle aigu avec le vecteur ε' pour tout σ^* admissible [29].	30
Figure I. 16. Si σ^* est intérieur à C [29].	30
Figure I. 17. Si σ^* est sur la frontière [29].	31
Figure I. 18. La convexité du domaine C [29].	31
Figure I. 19. Le cône limité par toutes les normales à S au point anguleux correspondant [29].	31
Figure I. 20. Fonction de dissipation [29].	32
Figure I. 21. Potentiels plastiques [29].	33
Figure I. 22. Définition des repères liés à l'échantillon et au cristallité dans le cas d'une maille cubique [30].	34
Figure I. 23. Définition des repères pour la mesure de la texture cristallographique tole laminée. b) Fil [31].	35

Chapitre II

Figure II. 1. Potentiel des contraintes : (a) non admissible, (b) admissible.	37
Figure II. 2. Condition de stabilité dans le cas unidimensionnel.	38
Figure II. 3. Principe du Travail Plastique Maximal.	39

Figure II. 4. Défauts de fissuration et de pliage sous forme des cornes sur l'emboutis.....	42
Figure II. 5. La forme et les dimensions de nos éprouvettes plates normalisées.....	43
Figure II. 6. Machine de traction de marque HOYTOM.	44
Figure II. 7. Courbe conventionnelle d'un essai de traction.....	45
Figure II. 8. Prélèvement des échantillons de caractérisation en Traction uniaxiale.....	45
Figure II. 9. Courbes expérimentales d'écrouissage : a) Conventionnelles b) Rationnelles.....	46
Figure II. 10. Contrainte d'écoulement normalisée de l'acier DC04.....	51
Figure II. 11. Coefficient de Lankford normalisé de l'acier DC04.	51
Figure II. 12. Courbes d'écrouissage expérimentale et celles obtenues par les 4 modèles d'écrouissage.	53
Figure II. 13. The experimental plastic flow ratios of uniaxial tensile tests of RRST 1405.	54
Figure II. 14. Evolution des propriétés mécaniques dans le plan de la tôle en fonction de déformation plastique a) Contrainte d'écoulement b) Coefficient de Lankford.	58
Figure II. 15. Dépendance à l'évolution de la déformation plastique des paramètres d'anisotropie de Hill48 : a) NAFR-S b) NAFR-r.....	59

Liste des tableaux

Chapitre I

Tableau I. 1. Paramètres requis pour utiliser le critère de plasticité [32].....	28
--	----

Chapitre II

Tableau II. 1. La composition chimique de l'acier RR St 14-05.....	42
Tableau II. 2. Propriétés mécaniques de l'acier RRST 14-05.	44
Tableau II. 3. Contrainte d'écoulement uniaxiale.....	47
Tableau II. 4. Les différents résultats expérimentaux obtenus pour cette contribution.	47
Tableau II. 5. Propriétés mécaniques de l'acier DC04 dans trois directions.	49
Tableau II. 6. Contrainte d'écoulement normalisée.	50
Tableau II. 7. Paramètres d'anisotropie calculés pour l'acier DC04 dans les deux approches.	50
Tableau II. 8. Les résultats d'optimisation suivant la direction de laminage 0°	52
Tableau II. 9. Fitting data for Voce hardening law.....	53
Tableau II. 10. Les constantes de l'ajustement linéaire.	55
Tableau II. 11. Les paramètres du Poly3.....	55
Tableau II. 12. Evolution de contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ (MPa) en fonction de $\bar{\varepsilon}^p$	56
Tableau II. 13. Evolution de coefficient de Lankford $r(\theta)$ en fonction de $\bar{\varepsilon}^p$	56
Tableau II. 14. Paramètres d'anisotropie calculés pour l'acier DC04 dans les deux approches	57

Nomenclature

DL, DT, DD, DN	Directions du Laminage, Transverse, Diagonale et Normale
F, G, H, L, M, N	Paramètres d'anisotropie de Hill48
θ	Angle dans le plan de la tôle par rapport à la direction DL
$r(\theta)$	Coefficient de <i>Lankford</i> exprimé dans le plan de la tôle
$\sigma(\theta)$	Contrainte d'écoulement exprimée dans le plan de la tôle
σ_{ij}	Composantes du tenseur de contraintes
σ_0	Contrainte d'écoulement équivalente
$\sigma_{ref} = \sigma_0$	Contrainte de référence suivant la direction DL
σ_b	Contrainte éqibiaxiale
r_b	Coefficient d'anisotropie equibiaxial
$\dot{\epsilon}_{ij}$	Composantes du tenseur de déformation
E	Module de Young
<i>AFR</i>	Associated Flow Rule (en français Plasticité Associée)
<i>NAFR</i>	Non Associated Flow Rule (en français Plasticité Non Associée)

Introduction générale

Cadre théorique, conceptuel et industriel :

Au cours de processus thermomécanique de du produit laminée destinée à l'emboutissage utilisé dans l'industrie automobile, l'aéronautique, l'électroménager, etc., Cela introduit une orientation préférentielle des grains (textures cristallographiques) dans la direction de l'outil de déformation, notamment lors du laminage à froid. Des **irrégularités géométriques** apparaissent à la fois sur les échantillons de caractérisation lors de sollicitation uniaxiale et sous forme des '**cornes**' aux cours de l'opération de l'emboutissage des tôles métalliques dues aux fortes concentrations de l'anisotropie mécanique.

Classiquement on peut prévoir le comportement mécanique anisotrope des tôles laminées destinées à l'emboutissage que dans le cas initial d'anisotropie juste au voisinage de la première contrainte d'écoulement plastique (communément connue sous le nom limite élastique). Dans l'intervalle d'érouissage limité par cette limite élastique et la contrainte maximale enregistrée juste avant la striction (localisation de contraintes), on constate une évolution des propriétés mécaniques en fonction de l'évolution de déformation plastique longitudinale.

Deux grandeurs mécaniques à évaluer vont subir l'impact de cette histoire de variation au fil de déformation et il s'agit de l'évolution de La contrainte d'écoulement et le coefficient d'anisotropie ou coefficient de Lankford dans le plan de la tôle laminée.

Pour mener cette contribution, on propose un support d'étude théorique basé sur le critère de **Hill48** dans le cadre de l'hypothèse de plasticité non associée ou la contrainte d'écoulement est totalement découplée du potentiel plastique de déformation. Pour mener bien cette contribution, on a proposé d'organiser le mémoire en deux (2) grandes parties :

Le premier chapitre est une brève synthèse bibliographie englobant les concepts scientifiques et industriels de base qui nous permetts de comprendre certaines notions de déformation et mise en forme des matériaux en général. Nous considérons le laminage comme un très bon exemple d'étude pour les larges déformations et à l'application des lois de la mécanique des milieux continus ainsi que divers travaux scientifiques concernant ces procédés.

Le second est composé de deux parties essentielles :

Partie modélisation mécanique dont laquelle nous présentons les concepts mathématiques de base de l'anisotropie plastique en utilisant une forme quadratique relativement ancienne (Hill 1948) et pour ce critère nous proposons une étude limitée à une logique de caractérisation complètement

Introduction générale

simplifiée (traction uniaxiale). L'anisotropie plastique répartie dans le plan de la tôle est le l'objectif principal mené dans cette petite contribution.

La deuxième partie de ce chapitre est notre **caractérisation expérimentale** qui nécessite un protocole expérimental bien défini qui consiste à caractériser uni axialement des échantillons prélevés suivant trois principales orientations par rapport à la direction de laminage. Le déroulement de caractérisation uniaxiale s'est déroulé en 03 directions (0° , 45° , 90°). Finalement on termine notre travail par une conclusion générale.

Chapitre I :

Synthèse bibliographique

I.1. Introduction

Dans les industries mécaniques, les produits plats (tôles) sont largement utilisés pour réaliser diverses composantes ; les pièces de carrosseries d'automobiles par exemple ont principalement fabriquées à partir des tôles métalliques. L'industrie sidérurgique développe actuellement de nouvelles tôles à partir de matériaux combinant à la fois résistance et large aptitude à la mise en forme (formabilité). La maîtrise et la compréhension du comportement des tôles laminées sur lesquelles nous avons travaillé, destinées aux opérations d'emboutissage, requiert la détermination de plusieurs caractéristiques permettant de caractériser leur emboutissabilité. Le laminage à chaud et/ou à froid de ces tôles conduit à la formation de textures cristallographiques dont dépendent étroitement ces caractéristiques.

I.2. La mise en forme des métaux

I.2.1. Procédé du laminage

Les tôles sont fabriquées par laminage à chaud ou par laminage à froid selon les épaisseurs désirées [1]. Alors que jusqu'au milieu des années 60, les deux présentations pouvaient être obtenues sur les plaques laminées à l'unité, on fabrique aujourd'hui des tôles laminées à froid à partir de bandes laminées à chaud cisailées transversalement dont les longueurs peuvent être établies en fonction des largeurs. Par contre les tôles laminées à chaud sont surtout fabriquées à l'unité. Le laminage des produits plats est une réduction d'épaisseurs par passage de produit entre deux cylindres animés d'un mouvement de rotation inverse. Le produit est entraîné par effet de frottement. Le métal est alors réduit en épaisseur par cette « passe de laminage »

I.2.1.1. Principe de laminage

Le laminage consiste à réduire l'épaisseur d'une tôle métallique de manière continue, par passages successifs entre des cylindres de travail (laminoir), pour obtenir des tôles minces, la production de tôles laminées s'effectue généralement en 3 phases. La première phase est la production de brames par fonderie en coulée continue. Ces brames ont généralement des épaisseurs très importantes (25 cm) sur plusieurs mètres et peuvent peser jusqu'à 20 tonnes. La deuxième phase est le laminage à chaud. Elle consiste à transformer la brame en une bobine de tôle de quelques millimètres d'épaisseur (1 à 1.5 mm) et se réalise à une température comprise entre 1200°C et 1300°C. Elle se pratique à chaud afin de limiter les efforts de laminage nécessaires pour laminier la plaque.

La dernière phase est le laminage à froid qui est effectué à une température qui avoisine 100°C. Elle permet à partir d'une tôle précédemment laminée à chaud de réduire l'épaisseur et de réaliser des tôles minces à l'épaisseur souhaitée par le client. Les lots de bobines laminées pèsent au moins 10 tonnes. Le laminage à froid peut produire des tôles minces jusqu'à 0.1 mm en plusieurs passes sur des laminoirs indépendants ou montés en tandem. Cette dernière phase fait l'objet d'une attention constante sur la planéité et les caractéristiques mécaniques du produit laminé. Les applications potentielles des produits laminés sont diverses : carrosserie d'automobile (tôle mince d'épaisseur moyenne comprise entre 0.5 et 1 mm, l'emballage (fer blanc d'épaisseur inférieure à 0.2 mm), ...

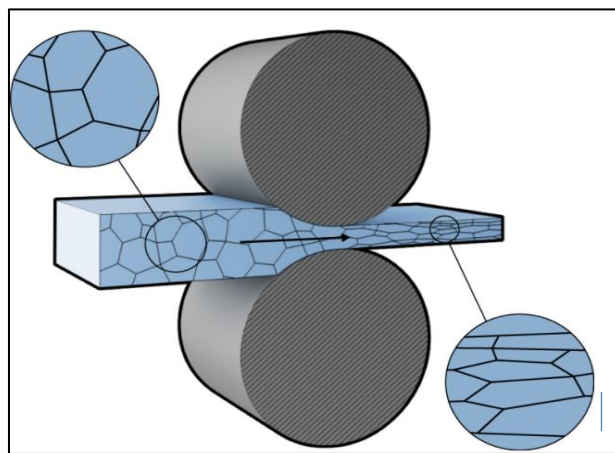


Figure I. 1. Principe de laminage [2].

I.2.1.2. Laminage à chaud

Le laminage à chaud est une opération capitale pour les métaux et alliages, car c'est au cours de cette étape que les précipités se déforment plus facilement. Les brames ou les blooms sont réchauffés dans un four de réchauffage. Le laminage est effectué à l'état austénitique particulièrement malléable. Le dégrossissage a lieu entre 1100 °C et 1200°C et la finition peut se faire à des températures allant jusqu'à 800°C. Les tôles minces et les fils sont enroulés en bobines; les tôles fortes les larges plats et les profilés sont débités en longueur.

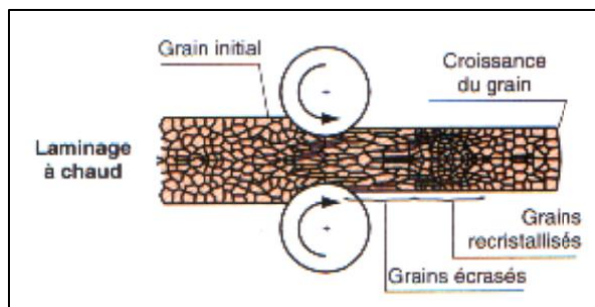


Figure I. 2. Laminage à chaud [3].

I.2.1.3. Laminage à froid

Environ la moitié des produits laminés est commercialisée à l'état laminé à chaud. Les produits minces sont obtenus par laminage à froid des produits laminés à chaud. Le laminage à froid augmente la dureté et la limite d'élasticité, améliore l'état de surface, mais réduit la formabilité. Il introduit des textures d'orientation cristalline de déformation plane. Si le produit doit subir des déformations ultérieures importantes, un recuit est nécessaire pour restaurer la formabilité.

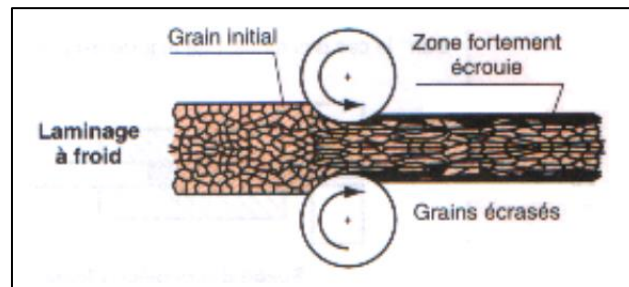


Figure I. 3. Laminage à froid [3].

I.2.1.4. Les paramètres du laminage

1) Refroidissement et lubrification

La lubrification du contact entre la bonde et les cylindres de travail est indispensable pour réduire et contrôler le coefficient de frottement. La force du laminage croît très fortement quand le coefficient augmente, pour les épaisseurs faibles. La lubrification doit, en conséquence, être d'autant plus efficace que l'épaisseur est plus faible.

2) Epaisseur

La régularité de l'épaisseur est un facteur important de la qualité du laminage. On atteint des régularités d'épaisseur de l'ordre 1% de l'épaisseur visée.

3) Propriété de surface

La propriété de surface d'une bande d'acier à la sortie d'un laminoir à froid est caractérisée par le taux de fer et le taux de carbone résiduels, exprimés usuellement en mg/m^2 . Ces deux taux sont souvent liés entre eux et dépendent des conditions de lubrification et de refroidissement, et de la rugosité des cylindres de travail.

I.2.1.5. Laminage asymétrique (ASR)

Le procédé de laminage asymétrique permet de réduire l'épaisseur d'une tôle (ou d'un produit) par passage entre deux cylindres qui n'ont pas les mêmes diamètres (asymétrie géométrique) ou/et

ne tournent pas à la même vitesse (asymétrie cinématique) ou/et n'ont pas les mêmes états des surfaces ou/et de température différente. L'asymétrie peut aussi être engendrée par une asymétrie dans les propriétés de la tôle à l'entrée comme: un gradient de température entre le haut et le bas ou une différence des paramètres rhéologiques de cette dernière [4].

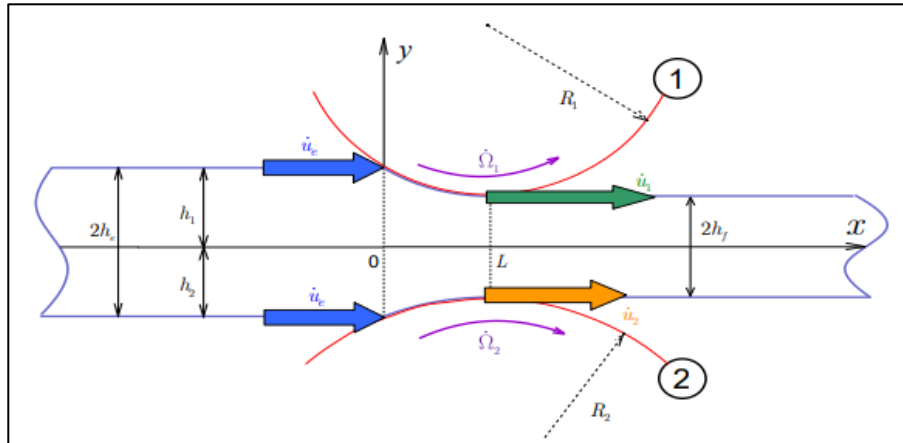


Figure I. 4. La géométrie du laminage asymétrique [4].

I.2.1.6. Aspect métallurgique

- **Ecrouissage et restauration du métal pendant la déformation**

La déformation élastique de tout matériau cristallin se produit par distorsion réversible de son réseau. La déformation plastique se produit alors par ruptures et reconstructions des liaisons métalliques qui assurent la continuité du réseau cristallin, phénomènes nécessitant en théorie une énergie considérable. La présence des dislocations et leur déplacement suivant des plans privilégiés vont permettre de réaliser les ruptures et reconstructions des liaisons, non pas simultanément mais de façon discrète, réduisant ainsi de façon considérable l'énergie stockée sous forme de dislocations.

A la création de ces dislocations vont être opposés différents mécanismes conduisant à leur élimination et donc à l'adoucissement du matériau, ce sont les phénomènes de restauration et recristallisation. Il est également nécessaire de distinguer l'adoucissement qui se produit simultanément à la déformation, c'est la restauration ou recristallisation dynamique, de celui qui intervient après la déformation, c'est la restauration et recristallisation statique [4].

- **Recristallisation statique**

Comme il a déjà été évoqué ci-dessus, la recristallisation procède par germination et, croissance de nouveaux grains. La recristallisation complète est atteinte lorsque les grains écrouis ont été intégralement éliminés et remplacés par des grains exempts d'écrouissage.

La recristallisation statique se produisant après l'arrêt de la déformation, sa cinétique est de ce fait exprimée en fonction du temps; elle présente une allure spécifique (Fig. I.8) qui est bien traduite par une loi -de type Avrami [5] :

$$FR(t) = 1 - (-kt^n) \quad (1)$$

FR : fraction de recristallisation statique ;

t: temps ; k et n : deux constantes caractérisant la cinétique. (n 2 à 5)

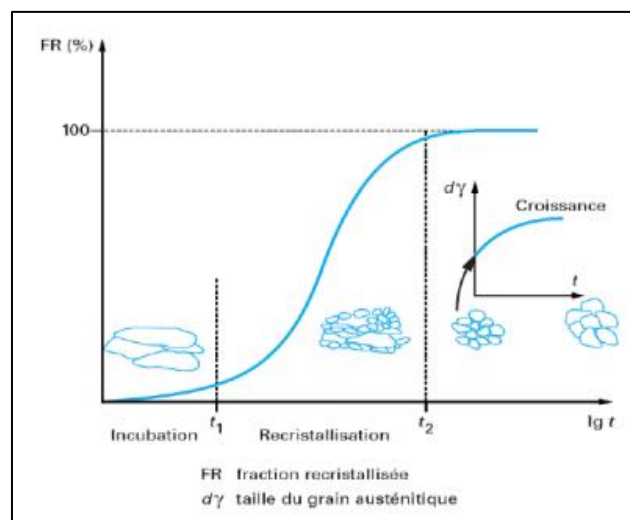


Figure I. 5. Cinétique de recristallisation statique [5].

- **Recristallisation dynamique**

Comme pour la recristallisation statique, la recristallisation dynamique en phase austénitique procède par germination et croissance de nouveaux grains. La première spécificité de la recristallisation dynamique réside dans le fait que l'environnement du nouveau grain recristallisé continue de s'écrouter avec le ralentissement de sa croissance.

La recristallisation dynamique conduit donc à un affinement très important de la structure, au moins jusqu'à l'arrêt de la déformation. La seconde spécificité du phénomène est que la structure peut recristalliser plusieurs fois de suite au cours de la déformation.

Contrairement au cas de la recristallisation statique, l'avancée de la recristallisation dynamique ne dépend pas du temps mais de la déformation appliquée. Les cinétiques sont également exprimées sous la forme d'une loi d'Avrami où le paramètre temps est remplacé par le paramètre déformation [5] :

$$FR(\epsilon) = 1 - (-k\epsilon^n) \quad (2)$$

I.2.1.7. Défauts de laminage

a) Défauts géométriques

Les machines et les outils (cylindres, cages...) ne sont pas infiniment rigides, se déforment, et cèdent élastiquement sous les efforts appliqués. Cela perturbe aussi la géométrie des produits, créant des problèmes de profil et de planéité des produits plats. Des problèmes de réglage des outils de production peuvent avoir des conséquences du même ordre.

Des défauts géométriques peuvent apparaître à la suite de la déformation locale du rouleau en contact avec la tôle dans l'emprise [5]. Les contraintes de pression dans le contact sont relaxées par l'élargissement de la tôle qui est fort si les rapports épaisseur/largeur et épaisseur/longueur de contact sont grands (c'est le cas du laminage à chaud.). Cet élargissement est faible car inhibé par le frottement des outils dans le cas du laminage à froid ; les contraintes de contact, donc les déformations des cylindres, seront très fortes si on lamine des produits minces parce que les effets du frottement seront exacerbés par le grand rapport surface/volume. Le rôle des efforts de tension et contre tension imposées par les moteurs de bobinage est dans ce cas primordial pour minimiser ces défauts.

b) Défauts de planéité

On distingue deux types de défauts de planéité (Figure I.6) :

- Des défauts de planéité non développables, tels que les défauts appelés bords longs ou centre long.
- Des défauts de planéité développables, tels que les défauts de cintre, tuile et vrillage [6].

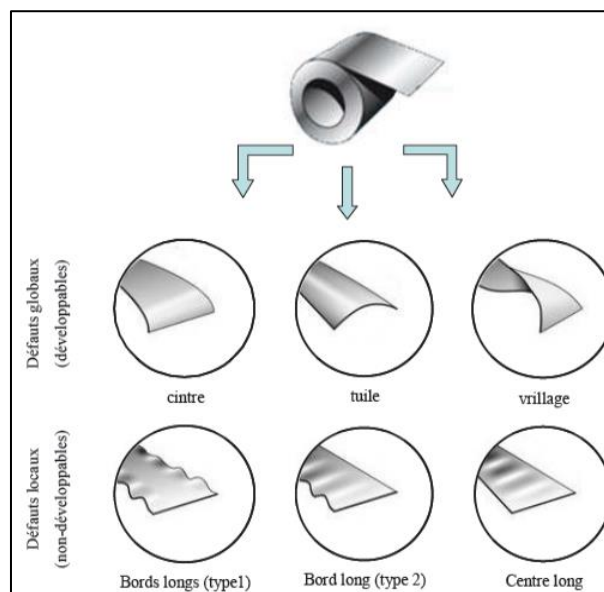


Figure I. 6. Différents types de défauts de planéité rencontrés en laminage [6].

c) Défauts métallurgiques et microstructuraux

Les défauts microstructuraux sont très dépendants de l'alliage considéré. Ce sont des tailles de grains hétérogènes, des textures cristallographiques mal orientées, des inclusions non métalliques, des porosités, des fissures. Certains de ces défauts sont hérités des structures de coulée [7]. Les discontinuités (porosités, fissures et criques), qui relèvent des phénomènes et mécanismes d'endommagement des matériaux, sont engendrées par la conjugaison d'états de contrainte de tension et de l'existence d'hétérogénéités : d'où un couplage mécanique/métallurgie à l'échelle microscopique [8].

De plus les paramètres de structure granulaire et de texture évoluent autant par la déformation elle-même que lors des recristallisations induites par la déformation à chaud (recristallisation dynamique) ou lors des traitements thermiques (recristallisation statique) [8].

d) Défauts de surface

Parmi les défauts de surface se distinguent les défauts de type chimique comme la corrosion, incrustation d'oxyde, pollutions par les lubrifiants ou des défauts de rugosités. Ce dernier cas est très directement contrôlé par la mécanique du contact produit-cylindre [9].

Des microfissures peuvent provenir de contraintes de traction superficielle, des porosités peuvent être la conséquence du piégeage de lubrifiants (poches d'huile) ou de phénomènes de corrosion, du rebouchage incomplet de trous initiaux induits par un décapage par exemple.

Pour minimiser ces déformations ou corriger ces défauts, on peut recourir à des actionneurs de profil, en pratique des vérins d'équilibrage du cylindre de travail ou de cambrage des cylindres d'appui. Le pilotage de ces actionneurs n'est toutefois pas aisé. D'autres techniques de correction peuvent être utilisées : la translation des cylindres de travail (roll shifting), le refroidissement ou la lubrification différentielle, ou encore le désaxement des cylindres haut / bas (pair-cross)...

Tous ces problèmes de géométrie ne seront pas pris en compte dans notre modélisation. Et pour conclure, on peut résumer les principales interactions, métallurgiques, thermiques et mécaniques par le schéma ci dessous (Figure I.7).

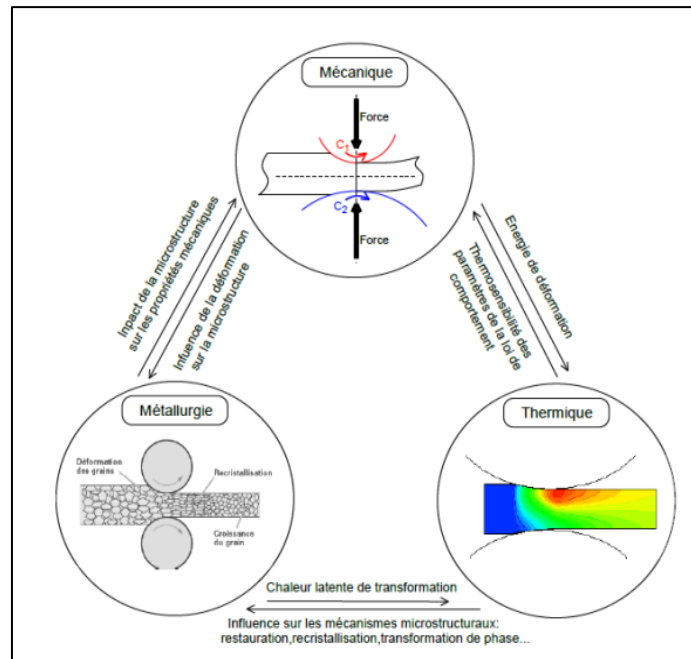


Figure I. 7. Principales interactions « multi- physiques » lors de la déformation à chaud [9].

I.2.2. Procédé d'emboutissage

L'emboutissage industriel est un procédé de formage en série par déformation à chaud ou à froid des métaux visant à transformer une tôle en une pièce plus ou moins creuse de surface non développable.

Dans le cas d'emboutissage de tôles minces, cette dernière se présente sous la forme d'une feuille de moins de 3 mm d'épaisseur, appelé flan. Ce mode de formage s'effectue sur une presse au moyen d'un outillage dont la configuration détermine l'effet obtenu sur le flan :

- Outils à simple effet: configuration la plus simple, composée principalement d'une matrice et d'un poinçon.
- Outils double effet: comprend en plus de l'outil simple effet, un serre-flan.

I.2.2.1. Modes d'emboutissage

L'emboutissage impose à la tôle différents modes de déformation dont le but est l'obtention d'une surface creuse. Le type d'outillage conditionne les deux cas limites de déformation:

L'expansion: c'est l'accroissement du diamètre d'un corps creux, par action sur sa paroi interne à l'aide d'un outil, d'un fluide ou d'un matériau élastique. Le schéma (Figure (a)) met en évidence un emboutissage par expansion sur le poinçon, le flan étant bloqué sous le serre-flan, l'épaisseur sous le poinçon diminue.

Le rétreint: c'est la réduction diamétrale de l'extrémité ouverte d'un corps creux. Le schéma (Figure (b)) montre un emboutissage profond avec rétreint du métal glissant sous le serre-flan, l'épaisseur entre serre-flan et matrice peut augmenter.

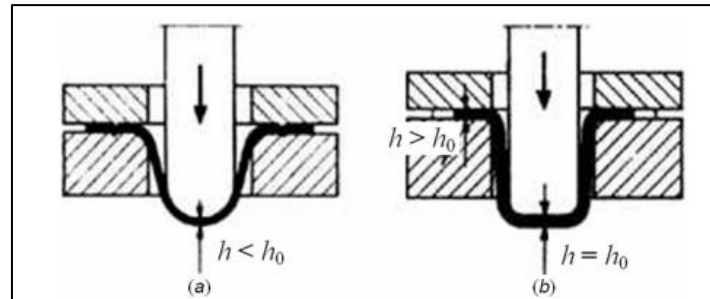


Figure I. 8. Emboutissage par expansion, b) Emboutissage profond avec rétreint [10].

L'art de l'emboutissage consiste à réaliser le meilleur compromis entre ces deux modes de déformation et à optimiser ainsi l'écoulement du métal entre le poinçon, la matrice et le serre-flan. [10].

I.2.2.2. L'emboutissage en température

Il existe deux techniques d'emboutissage:

i) L'emboutissage à froid

Cette technique consiste à former une pièce à température ambiante. Elle est principalement utilisée sur un outillage double effet mais peut aussi l'être sur un outillage simple effet dans le cas où les emboutis sont peu profonds ou s'ils nécessitent peu d'effort de serrage. Ce type de formage permet d'obtenir une meilleure précision dimensionnelle, limite les coûts et évite la formation d'oxyde. Néanmoins, l'épaisseur des tôles à emboutir ainsi que les caractéristiques mécaniques sont à l'origine des limitations de cette technique. En effet, il devient nécessaire pour les grandes épaisseurs d'effectuer l'emboutissage en plusieurs passes. A ceci, il faut ajouter d'une part l'effet de l'érouissage apparaissant lors de la mise en forme et se traduisant par un durcissement structural et une baisse de la ductilité. D'autre part, la création de contraintes résiduelles au sein de la pièce finie en limite ses applications (risque de rupture fatigue).

ii) L'emboutissage à chaud

Principalement utilisé sur presses hydrauliques simple ou double effet, le formage de fonds de réservoir en acier est le plus important domaine d'application. Cette technique facilite la déformation du matériau, permet l'emboutissage de pièces profondes par chauffage du flan (et de la matrice) et évite l'érouissage et la formation de contraintes résiduelles. Les cadences de production

de l'emboutissage à chaud sont moins élevées que celles de l'emboutissage à froid du fait de l'inertie de chauffage. De plus les pièces finies sont de moins bonne qualité, que ce soit au niveau de l'état de surface ou du dimensionnement. Enfin, cette technique nécessite des mises au point de la sécurité plus importantes.

I.2.2.3. Principaux défauts rencontrés en emboutissage

Au cours de l'opération de mise en forme par emboutissage la feuille métallique subit différents modes de sollicitations. Dans certaines conditions, ces modes conduisent à la formation d'ondulations que nous désignerons généralement sous le nom plis ou à un amincissement excessif conduisant à la rupture de la tôle (Figure I.9).

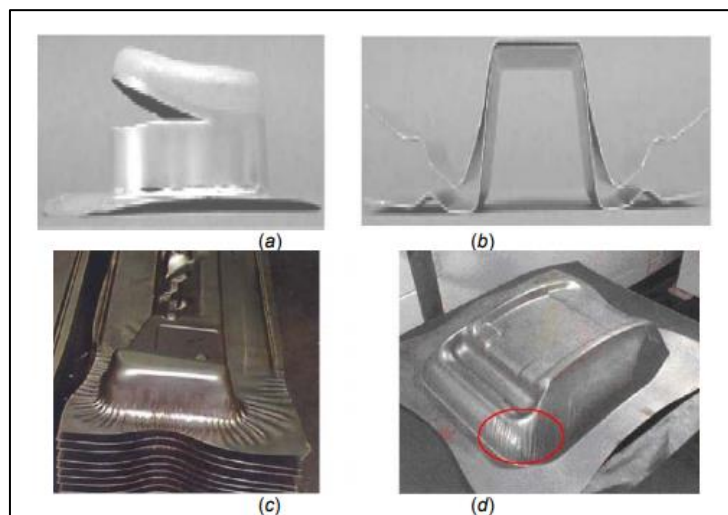


Figure I. 9. Rupture (a), retour élastique (b) et plissement (c) et (d) [11].

La rupture et le plissement ne sont pas les seuls critères d'acceptation ou de refus d'une pièce. En effet, selon la fonction recherchée de l'embouti final, les défauts géométriques doivent être pris en compte le plus précocement possible dans la conception des pièces. Il s'agit d'apporter des modifications sur sa géométrie et/ou adapter l'outil ou les paramètres du procédé, pour compenser les écarts géométriques et réduire le retour élastique. La difficulté principale de l'emboutissage de pièces complexes est de contrôler le procédé à l'intérieur de ces limites de défaillances. Nous souhaitons que la pièce après mise en forme ne présente pas de défauts volumiques, surfaciques et dimensionnels:

- les défauts de la surface tels que la présence de rayures, signes de grippage, etc.
- la rupture ;
- la non conformité de la forme de la pièce qui est due à un retour élastique excessif ou à une formation de plis dans certaines zones de la pièce emboutie ;

- la détérioration du revêtement. L'aspect de la surface constitue un critère déterminant pour l'acceptation des pièces de robe de la carrosserie et peut également être pris en compte pour certaines pièces de structure partiellement visibles.

La rupture, se traduit par une faiblesse du point de vue mécanique et du point de vue aspect. Physiquement, elle se manifeste par une localisation de la déformation. La rupture se produit généralement dans les zones où l'embouti est sollicité en expansion ou en traction plane. Elle apparaît quand les déformations locales ont dépassé la capacité d'allongement plastique du métal. De nombreuses méthodes sont utilisées, pour prédire ce type de défaut [11.], [12], [13], [14], [15] et [16].

Après extraction de la pièce, on observe souvent des défauts de tolérances dimensionnelles. En effet, la pièce emboutie n'a jamais la géométrie de l'outil. Elle s'en rapproche de très près, mais elle présente en général un écart de cote lié au retour élastique après retrait des outils. Le retour élastique est d'autant plus marqué que la limite d'élasticité du métal est plus élevée (Acier, HLS) et son module d'élasticité plus faible (Aluminium). Cet écart à la géométrie nominale peut être minimisé par une mise au point précise des outils. Si cette différence de géométrie n'est pas contenue dans des tolérances sévères, elle peut être préjudiciable au bon fonctionnement de la pièce. Une opération de calibrage peut parfois s'avérer nécessaire pour assurer la précision géométrique recherchée.

Le plissement est un phénomène d'instabilité de type flambement dû à l'existence de contraintes de compression locales dans la tôle. L'analyse du plissement est un problème complexe dans sa globalité. Les plis sont généralement associés à des déformations en rétreint, ils peuvent apparaître aussi bien dans les brins libres (facettes courbes) que sous serre-flan (facettes planes). Ils résultent aussi bien des contraintes de formage proprement dites que des contraintes résiduelles libérées après décharge et extraction de la pièce hors des outils.

La meilleure réponse à ce type de phénomène consiste à éviter de telles zones de compression lors de l'opération de mise en forme [17]. Mais cela n'est bien sûr pas toujours possible. Sur le plan matériau, les éléments à prendre en compte sont :

- L'épaisseur : Plus elle est faible, plus l'inertie décroît, plus le plissement est probable.
- La limite d'élasticité : Sous l'action d'une compression dans son plan, l'idéal serait qu'une tôle s'épaississe en se déformant plastiquement. Mais plus la limite d'élasticité est élevée, plus est retardé le début de cette déformation plastique, plus haute est la contrainte atteinte et

plus brusque sera le flambement de la tôle. Les tôles ayant les plus basses limites d'élasticité sont donc celles qui plisseront le moins.

- Le coefficient d'anisotropie normale r : S'il a une haute valeur cela signifie que le métal se rétreint facilement, donc sous des contraintes faibles. De ce fait, les contraintes de compression radiale sont limitées et le plissement sera retardé.

Du côté du procédé, il n'y a que deux possibilités d'amélioration:

- Interdire la naissance des plis et réduire les contraintes de compression circonférentielles, en retenant plus la tôle sous serre-flan dans les zones en rétreint par le contrôle de la force de serrage et/ou par l'utilisation des joncs [18], [19], [20] et [21];
- Limiter autant que possible les brins libres dans les zones centrales des pièces en utilisant des systèmes appliquant une pression sur la face intérieure (hydroformage ou élastoformage).

Parallèlement, plusieurs facteurs, tous de la même importance [19], contribuent à la bonne réussite d'une opération de mise en forme par emboutissage. Ceci rend donc difficile tout contrôle parfait.

Ces facteurs sont :

- les caractéristiques mécaniques du matériau utilisé ;
- la géométrie du flan et des outils (rayons de raccordement, jeu matrice poinçon, etc.) [22], [23];
- l'état physique de surface de la tôle et celles des outils (en particulier la rugosité des surfaces). La rugosité est déterminante pour l'interaction avec le lubrifiant et pour les caractéristiques d'un revêtement éventuellement présent ;
- la géométrie et/ou l'emplacement des joncs [22], [24].

I.2.2.4. Matériaux et formes d'emboutis

La technique d'emboutissage permet de mettre en forme de nombreux matériaux que ce soit des aciers, des alliages non ferreux ou des pâtes. Néanmoins, la mise en œuvre d'une tôle nécessitera certains réglages ou certaines actions préalables dépendant de la nature même du matériau.

I.2.2.5. Comportement du matériau lors de l'opération d'emboutissage

Au cours de l'opération d'emboutissage des tôles minces, différents modes des sollicitations peuvent apparaître dans certaines zones de l'embouti, conduisant à la formation d'ondulations que

nous désignerons généralement sous le nom plisou à des amincissements conduisant à la rupture. Pour un matériau donné, ces capacités de déformation peuvent différer fortement d'un mode à l'autre et c'est la raison pour laquelle nous aborderons l'étude de la formabilité des tôles par la définition de ces différents modes (Figure I.10) [22]:

- Expansion bi-axiale ;
- Traction uni-axiale ;
- Cisaillement pur ;
- Rétreint ;
- Compression uni-axiale.

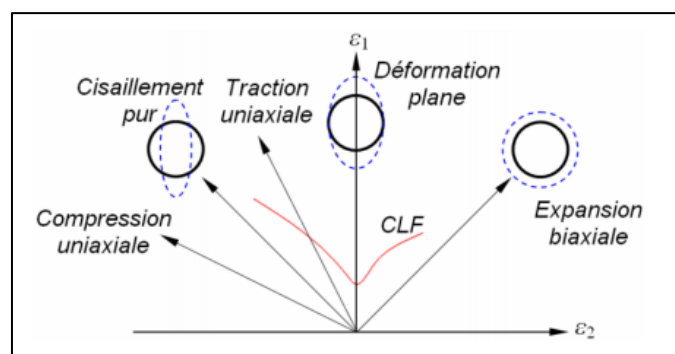


Figure I. 10. Modes de déformation dans le repère des déformations principales majeure et mineure [22].

I.2.2.6. Les avantages de l'emboutissage

- L'emboutissage est un procédé permettant d'obtenir des pièces de surface non développable à partir de feuilles de tôle mince. C'est-à-dire qu'il est possible d'obtenir des formes très variées impossible à obtenir avec un tour ou une fraiseuse.
 - L'état surface d'une pièce brute d'emboutissage est nettement meilleur que celui d'une pièce coulée. L'esthétique des pièces embouties en est donc bien supérieure et les travaux de finition tel que le polissage sont moins lourds à gérer et surtout moins coûteux.
 - Cette technique de mise en œuvre offre un bas prix de revient et permet des cadences de production très élevées :
- 100 à 200 pièces par heure pour des pièces de gros volumes (carrosserie automobile)
 - 3000 à 4000 pièces par heure pour des petites pièces (renfort, capuchon de réservoir).

I.2.2.7. Les inconvénients de l'emboutissage

Les zones d'étirement subissent un amincissement (qui doit rester limité pour éviter la rupture) et les zones de rétreint (compression) subissent une combinaison d'épaississement et de plissement.

- Le retour élastique, lorsque le poinçon se retire après la phase de mise en forme, la pièce ainsi formée n'est plus soumise à la force de maintien. Il se produit alors un retrait de la matière. Afin d'atténuer ce phénomène, il est courant de recourir à certains artifices tels que la frappe du rayon, l'étirage en fin de gamme ou le maintien prolongé du poinçon.

- L'entrée de la matrice doit être très arrondie et polie pour éviter toute déchirure du métal et pour optimiser le comportement des zones de retrait.

- Pour obtenir des pièces précises il est nécessaire d'utiliser des logiciels permettant de simuler les retours élastiques de la pièce.

- Le temps de préparation est important –la mise au point des outils, poinçon, et matrice est très coûteuse et nécessitant un savoir-faire de l'entreprise.

I.3. Les critères de plasticité

I.3.1. Critère de Tresca (1864)

Le premier critère encore utilisé actuellement pour les matériaux métalliques a été proposé par Tresca en 1864. Ce critère postule que la limite d'élasticité est atteinte lorsque la contrainte de cisaillement maximum atteint une valeur critique k [25]. La surface de plasticité est donc déterminée par :

$$\text{Max} \left[\frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_2|; \frac{1}{2} |\sigma_2 - \sigma_3|; \frac{1}{2} |\sigma_3 - \sigma_1| \right] - k = 0 \quad (3)$$

la limite élastique σ_0 est égale $2k$. Ce critère correspondant à un matériau isotrope insensible à la pression hydrostatique, il peut être exprimé en fonction des invariants J_2 et J_3 , sous la forme :

$$f(J_2, J_3) = 4J_2^3 - 27J_3^2 - 36k^2 J_2^2 + 96k^4 J_2 - 64k^6 = 0 \quad (4)$$

Sa représentation dans l'espace de Haigh-Westergaard correspond à un prisme droit d'axe \hat{A} ayant pour base un hexagone régulier dans le plan déviatoire (Figure I.11).

I.3.2. Critère de Von Mises (1913)

Le critère de Von Mises (1913) revient à considérer que la fonction de charge ne dépend que de l'invariant J_2 . La surface de plasticité s'exprime sous la forme :

$$f(J_2) = J_2 - k^2 = 0 \quad (5)$$

La constante k est une mesure de la limite élastique en cisaillement, elle est aussi liée à la limite élastique en traction/compression uniaxiale σ_0 . Par la relation $\sigma_0 = \sqrt{3}k$, Sa représentation dans

l'espace de Haigh-Westergaard correspond à un cylindre d'axe Δ à base circulaire de rayon $\sqrt{2}k$, dans le plan déviatoire (Figure I.11).

En utilisant l'expression développée de J_2 , on peut également représenter la surface de plasticité par les équations:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 6k^2 = 0 \quad (6)$$

Ou

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2) - 6k^2 = 0 \quad (7)$$

dans les axes principaux de contraintes ou dans des axes quelconques, respectivement.

Ce critère peut être interprété en considérant soit que l'énergie élastique de cisaillement atteint une valeur critique, soit que la contrainte de cisaillement sur les plans octaédriques, d'équation $X_1 \pm X_2 \pm X_3 = 0$ dans les axes principaux de contraintes, atteint une valeur critique.

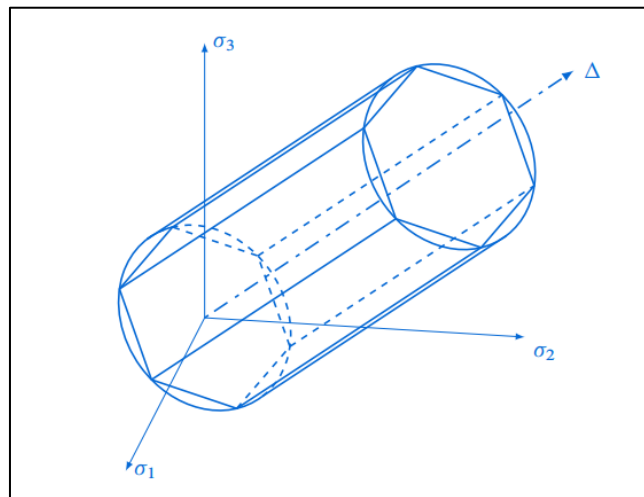


Figure I. 11. Critères de Tresca et Mises dans le plan des contraintes [25].

I.3.3. Critère de Hill quadratique (1948) [26]

Le comportement de certains matériaux peut varier en fonction de la direction de sollicitation, dans ces conditions, le matériau est dit anisotrope. L'orthotropie est une anisotropie particulière qui se caractérise par trois plans de symétries orthogonaux dont les intersections définissent les trois axes d'orthotropie (x, y, z). Compte tenu des conditions d'élaboration, le comportement des tôles laminées s'inscrit dans le cadre d'une anisotropie orthotrope pour laquelle le repère (x, y, z) s'identifie par:

- x : direction de laminage (DL);

- y : direction perpendiculaire à la direction de laminage dans le plan de la tôle (DT);
- z : direction normale au plan de la tôle (DN).

Le premier critère décrivant une tôle homogène, insensible à l'effet Bauschinger et tenant compte de l'anisotropie initiale du matériau, fut proposé par Hill. Mathématiquement, ce critère de plasticité se présente comme une fonction convexe dans l'espace des contraintes. Ainsi, la fonction de charge $f(\sigma_{ij})$ doit être convexe si elle est deux fois différentiables et sa matrice Hessienne H est semi-définie positivement, ce qui implique que ses valeurs propres doivent être positives ou nulles. La matrice Hessienne H s'écrit:

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial \sigma_i \partial \sigma_j} = C_{ij} \quad (8)$$

Le critère proposé est un critère quadratique qui s'exprime dans le repère orthotrope sous la forme suivante:

$$f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = \sigma_0^2 \quad (9)$$

L'écriture abrégée de la fonction d'écoulement précédente (I.9) peut être transcrite sous forme tensorielle:

$$f(\sigma_{ij}) = \sigma : C : \sigma = C_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \quad (10)$$

Les indices de sommation tensorielle sont i, j, k, l = 1, 2, 3 et C représente le tenseur d'élasticité d'ordre 4 et de dimension 3. Il est courant de représenter les tenseurs de ce type sous forme d'une matrice 6 x 6 symétriques. La forme matricielle s'écrit pour une symétrie orthotrope :

$$f(\sigma_{ij}) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} G+H & -H & -G & 0 & 0 & 0 \\ -H & F+H & -F & 0 & 0 & 0 \\ -G & -F & F+G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Tels que F, G, H, L, M et N sont les paramètres d'anisotropie de Hill, déterminant la forme de la surface d'écoulement et son degré d'anisotropie. Pour assurer l'indépendance à la pression hydrostatique (l'incompressibilité plastique) il faut respecter les trois conditions de **Karafillis et Boyce(1993)** :

$$C_{1K} + C_{2K} + C_{3K} = 0, \text{ pour } k = 1, 2, 3.$$

Il faut noter que un des paramètres F, G, H peut être négatif, par contre L, M, N sont toujours positifs (Hill, 1998 ; Liu et al. 1997).

Si: σ_0^1, σ_0^2 , et σ_0^3 sont des contraintes d'écoulement en traction uniaxiale suivant les directions principales d'anisotropie, on voit que:

$$G + H = \frac{\sigma_0}{(\sigma_0^1)^2}, \quad F + H = \frac{\sigma_0}{(\sigma_0^2)^2}, \quad F + G = \frac{\sigma_0}{(\sigma_0^3)^2}$$

Si: $\sigma_0^{23}, \sigma_0^{13}$, et σ_0^{12} sont des contraintes en cisaillement simples par rapport aux axes principaux d'anisotropie, on obtient :

$$2L = \frac{\sigma_0}{(\sigma_0^{23})^2}, \quad 2M = \frac{\sigma_0}{(\sigma_0^{13})^2}, \quad 2N = \frac{\sigma_0}{(\sigma_0^{12})^2}$$

Les coefficients F,G,H,L,M et N doivent satisfaire les conditions de convexité du critère en auquel lui est associé la matrice Hessienne : $H_{ij} = \partial^2 f / \partial \sigma_i \partial \sigma_j$ qui est définie semi positive ($\det H_{ij} \geq 0$ et la diagonale positives ou nulles).

$$H_{ij} = \begin{bmatrix} G+H & -H & -G & 0 & 0 & 0 \\ -H & F+H & -F & 0 & 0 & 0 \\ -G & -F & F+G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres sont déterminées selon la relation caractéristique suivante:

$$\det (H_{ij} - KI) = 0$$

Pour K^5 , on trouve :

$$F + G + H + L + M + N \leq 0$$

Pour K^4 , on trouve :

$$3(FG + FH + GH) + 4LM \geq 2(F + G + H) + 2(L + M + N) + 4(L + M)N$$

Pour K^3 , on trouve :

$$8N(F + G + H)(LM + (L + M)) \geq 6(FG + FH + GH)(L + M + N) + 8LMN$$

Pour K^2 , on trouve :

$$12(FG + FH + GH)(LM + (L + M)) + 16LMN(F + G + H) \geq 0$$

Pour K^1 , on trouve :

$$24(FH + FG + HG)(LMN) \leq 0$$

Selon l'hypothèse de contraintes planes, consistant à négliger toutes les composantes du tenseur des contraintes hors plan de la tôle ($\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$), ce critère peut se réduire à l'expression suivante :

$$f(\sigma_{ij}) = (G+H)\sigma_{11} - 2H\sigma_{11}\sigma_{22} + (H+F)\sigma_{22}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = \sigma_0^2 \quad (12)$$

Si l'on pose $F = G = H = 1/2$, $L = M = N = 3/2$, le critère de Hill se réduit au critère de Von Mises correspondant à un matériau incompressible isotrope.

- **Traction uni-axiale**

Généralement, la caractérisation mécanique d'une tôle passe par un essai de traction uniaxiale, dans lequel la seule composante non nulle du tenseur des contraintes est $\sigma_{xx} = \sigma$ dans le repère de l'éprouvette (x, y, z). Ceci est vrai lorsque la longueur de l'éprouvette est très grande devant sa largeur (Figure I.12).



Figure I. 12. Eprouvette de traction uni axiale [26].

L'effet des têtes est alors négligé mais une vitesse de cisaillement $\dot{\epsilon}_{xy}$ est généralement observée dans son plan. Dans ce cas, les deux tenseurs de contraintes et de vitesse de déformations s'expriment par :

$$\sigma_E \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dot{\epsilon}_E \begin{bmatrix} \dot{\epsilon} & \dot{\epsilon}_{xy} & 0 \\ \dot{\epsilon}_{xy} & \dot{\epsilon}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon}_{zz} \end{bmatrix} \quad (13)$$

En reprenant les mêmes démarches que dans le cadre général, le tenseur de contraintes dans le repère de la tôle peut être écrit :

$$\sigma_T = P^T \sigma_E P = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma \cos^2\theta & -\sigma \cos\theta \sin\theta & 0 \\ -\sigma \cos\theta \sin\theta & \sigma \sin^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Par substitution dans le critère de Hill, la contrainte d'écoulement (θ), en fonction de la rotation des différentes sollicitations dans le plan (DL, DT), peut s'écrire :

$$f(\sigma_{ij}) = F(\sigma \sin^2\theta)^2 + G(\sigma \cos^2\theta)^2 + H(\sigma \cos 2\theta)^2 + 2N(-\sigma \cos \theta \sin \theta)^2 = \sigma_0^2$$

$$\sigma(\theta) = \frac{\sigma_0}{(F \sin^4\theta + G \cos^4\theta + H \cos^2 2\theta + 2N \sin^2\theta \cos^2\theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (15)$$

• **Loi d'écoulement associée au critère de Hill:**

$$f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = \sigma_0^2$$

La loi d'évolution associée au critère de Hill s'écrit: $\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}$

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{11} = 2\dot{\lambda}[H(\sigma_{11} - \sigma_{22}) - G(\sigma_{33} - \sigma_{11})] \times F \\ \dot{\epsilon}_{22} = 2\dot{\lambda}[F(\sigma_{22} - \sigma_{33}) - H(\sigma_{11} - \sigma_{22})] \times -G \\ \dot{\epsilon}_{33} = 2\dot{\lambda}[G(\sigma_{33} - \sigma_{11}) - H(\sigma_{22} - \sigma_{33})] \times H \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \dot{\epsilon}_{23} = 2\dot{\lambda}L\sigma_{23} \\ \dot{\epsilon}_{13} = 2\dot{\lambda}M\sigma_{13} \\ \dot{\epsilon}_{12} = 2\dot{\lambda}N\sigma_{12} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{F\dot{\epsilon}_{11} - G\dot{\epsilon}_{22}}{2\dot{\lambda}} = (FG + GH + HF)(\sigma_{11} - \sigma_{22}) \\ \frac{F\dot{\epsilon}_{11} - H\dot{\epsilon}_{33}}{2\dot{\lambda}} = (FG + GH + HF)(\sigma_{11} - \sigma_{33}) \\ \frac{H\dot{\epsilon}_{33} - G\dot{\epsilon}_{22}}{2\dot{\lambda}} = (FG + GH + HF)(\sigma_{33} - \sigma_{22}) \end{cases} \quad (16)$$

D'où, en reportant ces valeurs dans le critère de Hill, on obtient après quelques calculs.

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{2\sigma_0} \left[F \left(\frac{H\dot{\epsilon}_{33} - G\dot{\epsilon}_{22}}{FG + GH + HF} \right)^2 + G \left(\frac{F\dot{\epsilon}_{11} - H\dot{\epsilon}_{33}}{FG + GH + HF} \right)^2 + H \left(\frac{F\dot{\epsilon}_{11} - G\dot{\epsilon}_{22}}{FG + GH + HF} \right)^2 + \frac{2\dot{\epsilon}_{23}^2}{L} + \frac{2\dot{\epsilon}_{13}^2}{M} + \frac{2\dot{\epsilon}_{12}^2}{N} \right]^{\frac{1}{2}}$$

• **Coefficient d'anisotropie (Lankford) $r(\theta)$**

Après les brèves présentations des critères de plasticité anisotropes les plus courants, il convient d'introduire le coefficient d'anisotropie $r(\theta)$, appelé coefficient de Lankford qui caractérise

l'anisotropie plastique d'une tôle. Ce paramètre est mesurable à l'aide d'un essai de traction uniaxiale en déterminant le rapport des déformations de la largeur $\dot{\epsilon}_{YY}$ & sur celle de l'épaisseur $\dot{\epsilon}_{ZZ}$:

$$r(\theta) = \frac{\dot{\epsilon}_{YY}}{\dot{\epsilon}_{ZZ}} \quad (17)$$

Une grande valeur de ce coefficient indique la tendance d'une tôle à se déformer plastiquement en largeur plutôt qu'en épaisseur, ce qui peut favoriser certains états de contrainte où l'écoulement sur la largeur peut se produire plus facilement que sur l'épaisseur.

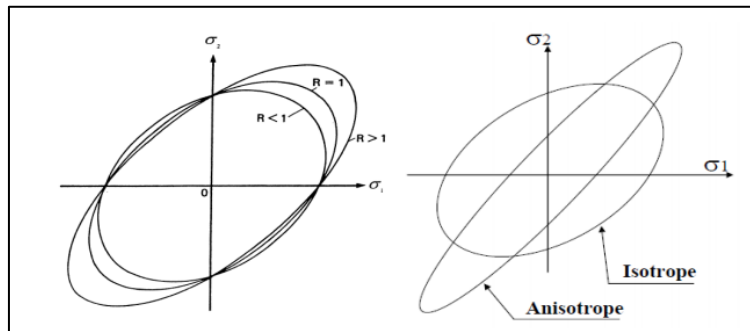


Figure I. 13. Évolution de la surface d'écoulement issue du critère de Hill (1948) en fonction du coefficient de Lankford [26].

L'anisotropie plastique des tôles est généralement caractérisée par le coefficient de Lankford $r(\theta)$, au moyen d'essais de traction uniaxiale effectués dans le plan de laminage suivant diverses directions faisant un angle θ par rapport à la direction du laminage.

$$r(\theta) = \frac{\dot{\epsilon}_{YY}}{\dot{\epsilon}_{ZZ}} = \frac{[H \cos^2 2\theta - (F + G - 2N) \cos^2 \theta \sin^2 \theta]}{F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta} \quad (18)$$

Les paramètres d'anisotropies de Hill48 peuvent ainsi calculer à partir des valeurs expérimentales des valeurs des coefficients de Lankford ou à partir des contraintes d'écoulement. Les possibilités suivantes ont été considérées :

- i) Soit à partir des coefficients de Lankford r_0, r_{45}, r_{90} . [27]

$F = \frac{r_0}{r_{90}(1 + r_0)}$	$G = \frac{1}{(1 + r_0)}$
$H = \frac{r_0}{(1 + r_0)}$	$N = \frac{(1 + 2r_{45})(r_0 + r_{90})}{2r_{90}(1 + r_0)}$

- ii) Soit à partir des coefficients de Lankford $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b$. [28]

$2F = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} - 1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}$	$2G = 1 - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}$
$2H = 1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}$	$2N = \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}$

iii) Soit à partir des coefficients de Lankford $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, r_{90}$. [28].

$F = \frac{2\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})}$	$G = 2 - \frac{2\sigma_0^2 r_{90}}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})}$
$H = \frac{2\sigma_0^2 r_{90}}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})}$	$N = \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - 1 + \frac{\sigma_0^2(r_{90}-1)}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})}$

Notant que la contrainte de référence pour toutes les variantes est $\sigma_{ref} = \sigma_0$

I.3.4. Critère de Hosford

En 1972, Hosford propose de remplacer l'exposant 2 du critère de Von Mises par une variable (Hosford, 1972). Cette variable doit toutefois être un nombre entier positif. De cette manière, l'auteur propose un nouveau critère de plasticité qui est en fait une généralisation du critère de Von Mises :

$$(\sigma_{22} - \sigma_{33})^M + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^M + (\sigma_{11} - \sigma_{22})^M = 2\sigma_e^M \quad (19)$$

En 1979, l'auteur propose une modification du critère développé afin de prendre en compte l'anisotropie des matériaux. Alors, dans un état de contraintes planes, le critère se réduit à l'expression suivante :

$$(\sigma_{11})^M + (\sigma_{22})^M + R(\sigma_{11} - \sigma_{22})^M = (r+1)\sigma_e^M \quad (20)$$

L'intérêt du critère vient du fait qu'il est possible d'ajuster la courbe de ce dernier aux résultats expérimentaux en faisant varier la valeur de l'exposant. De plus, l'auteur a également conclu que la valeur de l'exposant s'apparente à certains types de matériaux (Logan et Hosford, 1980). Par exemple, un exposant ayant une valeur de 6 décrit les matériaux cubiques centrés et un exposant ayant une valeur de 8 décrit les matériaux cubiques à faces centrées. Bien que le critère de Hosford ne soit pas le plus utilisé, il est tout de même d'une importance considérable puisque plusieurs critères de plasticité modernes sont basés sur ce dernier.

I.3.5. Critère de Barlat (YLD89)

Le critère de Barlat (Barlat et Lian, 1989), développé en 1989 et basé sur les travaux de Hosford, est un critère de plasticité dans un état de contrainte plane qui est généralement bien adapté aux alliages d'aluminium. Le critère est présenté à l'équation (21):

$$2\sigma_e^M = a(k_1 + k_2)^M + a(k_1 - k_2)^M + c(2k_2)^M \quad (21)$$

Où M est un exposant entier positif. De leur côté, les valeurs de k_1 et k_2 sont données par l'équation suivante.

$$k_1 = \frac{\sigma_{11} + h_b \sigma_{22}}{2}; \quad k_2 = \left[\left(\frac{\sigma_{11} - h_b \sigma_{22}}{2} \right)^2 + p^2 \sigma_{12}^2 \right]^{1/2} \quad (22)$$

Les variables a, c, h, et p sont des paramètres qui peuvent être déterminés à l'aide des coefficients de Lankford:

$$a = 2 - 2 \sqrt{\frac{r_0}{1+r_0} \cdot \frac{r_{90}}{1+r_{90}}} \quad (23)$$

$$c = 2 - a$$

$$h_b = \sqrt{\frac{r_0}{1+r_0} \cdot \frac{1+r_{90}}{r_{90}}}$$

Pour évaluer p, il est nécessaire de résoudre une équation différentielle numériquement. Par exemple, dans le logiciel d'éléments finis HyperWork de la suite Altair, ce dernier résout l'équation suivante:

$$\frac{2M \cdot \sigma_y^M}{\left(\frac{\delta F}{\delta \sigma_1} + \frac{\delta F}{\delta \sigma_2} \right) \sigma_{45}} - 1 - r_{45} = 0 \quad (24)$$

Les principaux avantages de ce critère sont les suivants (Banabic, 2010) :

- Le critère est assez simple d'utilisation et ne requiert pas un nombre élevé de coefficients.
- Prédit bien le comportement des alliages d'aluminium ayant un faible niveau d'anisotropie.
- En choisissant convenablement la valeur de l'exposant M, il est possible d'obtenir une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux.

Dans le même ordre d'idée, ce critère de plasticité comporte également quelques inconvénients (Banabic, 2010).

- Le modèle ne prédit pas avec justesse la limite élastique biaxiale pour les matériaux ayant un taux d'anisotropie important.
- Les coefficients du critère de plasticité n'ont aucune signification physique.

I.3.6. Critère de Barlat (YLD2000-2D)

Le critère de plasticité YLD2000-2D développé par Barlat (F. Barlat, Brem, Yoon, Chung, et Dick, 2003) peut être considéré comme une évolution du critère YLD89 développé par le même auteur en 1989. Ce critère est défini de la façon suivante:

$$\phi = \phi' + \phi'' = 2\sigma_e^M \quad (25)$$

Où,

$$\phi' = |S'_1 - S'_2|^M \quad \phi'' = |S''_1 - S''_2|^M + |2S''_1 - S''_2|^M \quad (26)$$

Les variables $S'_{1,2}$ et $S''_{1,2}$ sont les valeurs principales de la transformation linéaire des déviateurs de contraintes S' et S'' . Ceux-ci sont définis de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} S'_{xx} \\ S'_{yy} \\ S'_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & 0 \\ C'_{21} & C'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{xy} \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} S''_{xx} \\ S''_{yy} \\ S''_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C''_{11} & C''_{12} & 0 \\ C''_{21} & C''_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C''_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{xy} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Dans l'équation (2.22), C' et C'' sont des matrices de transformation linéaire, S_{xx} , S_{yy} et S_{xy} sont les composants du déviateur des contraintes et x et y représentent respectivement les directions longitudinale et transverse par rapport au laminage. La transformation peut aussi être appliquée sur le tenseur de contraintes σ comme il est illustré à l'équation (28):

$$S' = C'S = C'T\sigma = L'\sigma \quad (28)$$

$$S'' = C''S = C''T\sigma = L''\sigma$$

Où S est le déviateur de contraintes initial, S' le déviateur à la suite de la première transformation linéaire et S'' le déviateur résultant de la deuxième transformation linéaire. De son côté, la matrice de transformation T est égale au résultat suivant:

$$T = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

De cette façon, on peut obtenir L' et L'' comme suit :

$$\begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{21} \\ L'_{22} \\ L'_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_7 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} L''_{11} \\ L''_{12} \\ L''_{21} \\ L''_{22} \\ L''_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 8 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & -4 & 4 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 8 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_8 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Les coefficients α_i permettent de décrire le comportement anisotrope d'un matériau. Ceux-ci peuvent être évalués à partir des propriétés mécaniques du matériau étudié en résolvant numériquement certaines équations. Une étude effectuée par Barlat et Yoon (Barlat, Yoon et Cazacu, 2007) présente ces équations. Il devient alors possible d'exprimer le critère de plasticité en fonction de ces coefficients:

$$\begin{aligned} \phi &= [\alpha_1 s_{xx} - \alpha_2 s_{yy}]^M + [\alpha_3 s_{xx} - 2\alpha_4 s_{yy}]^M + [2\alpha_5 s_{xx} - \alpha_6 s_{yy}]^M \quad (\sigma_{xy} = 0) \\ \phi &= [2\alpha_7 s_{xy}]^M + 2[\alpha_8 s_{xy}]^M \quad (\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 0) \end{aligned} \quad (31)$$

Ce critère, implémenté dans plusieurs logiciels de simulation comme Hypermesh et LSDyna, a été utilisé à plusieurs reprises pour modéliser le comportement mécanique de tôles minces. Par exemple, une étude traitant de l'amincissement anisotrope de l'alliage d'aluminium 6014-T4 a été effectuée par Yoon (Yoon, Barlat, Dick, Chung, & Kang, 2004). Ce critère de plasticité a également été utilisé pour évaluer de manière numérique les courbes CLF de divers alliages d'aluminium (Chiba, Takeuchi, Kuroda, Hakoyama, & Kuwabara, 2013) (Yuan, Wan et Wu, 2017).

I.3.7. Critère de Banabic-Balan-Comsa (BBC)

Basé sur les travaux de Barlat, un nouveau critère de plasticité, le critère BBC (Banabic, Balan et Comsa, 2000), a été proposé par Banabic, Balan et Comsa en 2000. Ce dernier a également été modifié dans les années subséquentes, afin d'améliorer les performances du critère et pour faciliter son implantation dans les logiciels de simulations numériques (Banabic, Aretz, Comsa, & Paraianu, 2005). L'équation gouvernant le critère est la suivante:

$$\sigma_e = [a_{bbc}(\Gamma + \Psi)^{2M} + a_{bbc}(\Gamma - \Psi)^{2M} + (1 - a_{bbc})(2\Lambda)^{2M}]^{\frac{1}{2M}} \quad (32)$$

Pour ce critère, l'exposant k est un entier positif. Pour un matériau cubique centré, il a été déterminé qu'une valeur de 3 était satisfaisante. Du côté des matériaux cubiques à faces centrées, une valeur de 4 est mieux adaptée. Les valeurs des paramètres Γ , Ψ et Λ sont définies de la manière suivante pour un état de contraintes planes :

$$\begin{cases} \Gamma = \frac{\sigma_1 + M\sigma_2}{2} \\ \Psi = \sqrt{\frac{(N\sigma_1 - P\sigma_2)^2}{4} + Q^2\sigma_{12}\sigma_{21}} \\ \Lambda = \sqrt{\frac{(R\sigma_1 - S\sigma_2)^2}{4} + T^2\sigma_{12}\sigma_{21}} \end{cases} \quad (33)$$

Les variables M, N, P, Q, R, S et T sont des paramètres du matériau utilisé. Ce critère, utilisé par le logiciel de simulation AutoForm, a été utilisé dans plusieurs études. Par exemple, Banabic (Banabic et Sester, 2012) a démontré que le critère de plasticité permet de prédire avec justesse le comportement anisotrope des alliages d’acier et d’aluminium. Le critère a également été implanté dans une analyse de Marciniak-Kuczynski pour déterminer les limites de formabilité de l’alliage d’aluminium 5182-O (Banabic et Siegert, 2004). Les résultats de cette étude ont permis de conclure que cette approche permettait de prédire la courbe CLF avec succès. Selon une étude (Janbakhsh, Djavanroodi et Riahi, 2012), le critère BBC est plus efficace que le critère de Hill pour prédire les limites de formabilité de certains alliages d’aluminium. Il a également été démontré que ce critère et le critère YLD2000-2D étaient essentiellement le même (Barlat, Yoon et Cazacu, 2007). En effet, selon cette étude, seule la procédure établie pour arriver au critère est différente.

I.3.8. Choix du critère de plasticité

Tout comme il a été mentionné précédemment, le critère de plasticité a une influence substantielle sur les résultats obtenus par simulation numérique. Il est donc important de choisir un critère permettant de prédire le comportement du matériau lors d’un emboutissage. En se basant sur ce critère de sélection uniquement, il va de soi que les critères de plasticité les plus complexes comme le YLD2000-2D et le BBC2003 remportent la palme haut la main. Par contre, il est aussi pertinent de vérifier la disponibilité du critère de plasticité dans le logiciel de simulation utilisé ainsi que le nombre de paramètres qui doivent être identifiés expérimentalement. Le (Tableau I.1) résume donc les critères de sélection pour le choix du critère de plasticité.

Tableau I. 1. Paramètres requis pour utiliser le critère de plasticité [32].

Critère	σ_0	σ_{45}	σ_{90}	σ_b	r_0	r_{45}	r_{90}	r_b	Disponibilité dans Hypermesh
Von Mises	x								x
Horsford79	x				x		x		
Hill48	x				x	x	x		x
YLD89	x				x	x	x		x
YLD2000- 2D	x	x	x	x	x	x	x	x	x
BBC2003	x	x	x	x	x	x	x	x	

Étant donné que les critères Horsford79 et BBC2003 ne sont pas disponibles dans le logiciel utilisé, il est évident que ceux-ci ne seront pas retenus. De son côté, le critère de Von Mises ne tient pas en compte de l'anisotropie du matériau, il n'est donc pas adapté aux besoins des simulations du projet. De plus, certains problèmes ont été rencontrés lors de l'utilisation du critère YLD2000-2D dans le logiciel. Celui-ci a ainsi été écarté également. À la lumière de cette analyse, le critère Hill48 et le critère YLD89 seront retenus. D'un point de vue industriel, ces deux critères sont également très avantageux puisqu'il suffit de réaliser des essais de traction uniaxiale pour évaluer les divers paramètres des critères. De leur côté, les critères de plasticité plus complexe comme le YLD2000-2D nécessitent des essais de caractérisation plus complexes et plus difficiles d'accès dans un contexte industriel.

I.3.9. La plasticité associée

La plasticité standard (ou normale ou associée, les trois terminologies sont utilisées) correspond au cas où la direction $\dot{\epsilon}$ est en chaque point de S normale à la surface seuil S [29].

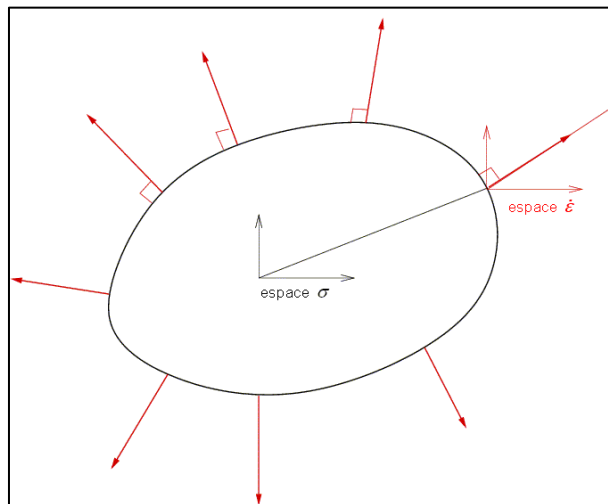


Figure I. 14. La direction $\dot{\epsilon}$ est en chaque point de S normale à la surface seuil S [29].

Soit, d'un point de vue mathématique, en se souvenant que le gradient d'une fonction S est normal à ses surfaces isovaleurs, $f = Cte$

- **Loi d'écoulement plastique standard.**

$$\begin{cases} f(\sigma) \leq 0 \\ \dot{\epsilon} = 0 \text{ si } f(\sigma) < 0 \\ \dot{\epsilon} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \text{ si } f(\sigma) = 0, \quad (\lambda \geq 0) \end{cases} \quad (34)$$

C'est une hypothèse courante donc, mais pas toujours légitime, et on évoquera plus tard des cas où elle n'est pas vérifiée. Toutefois, même dans ces cas, il arrive fréquemment que l'on persiste à la faire, tant elle est commode.

- **Principe du travail maximal**

Cette hypothèse est si importante que l'on a dépensé beaucoup d'efforts à essayer de la « démontrer » à partir d'autres principes. Parmi ceux-ci, le principe du travail maximal joue un rôle particulièrement intéressant : une fois admis le fait que la contrainte σ ne peut pas sortir du domaine C , on détermine la loi d'écoulement plastique, c'est-à-dire les valeurs de $\dot{\epsilon}$ associées à une contrainte σ donnée, par :

$$\sigma \cdot \dot{\epsilon} \geq \sigma^* \cdot \dot{\epsilon} \quad \forall \sigma^* \in C$$

Parmi tous les états de contrainte admissibles, la loi d'écoulement maximise le travail.

On peut aussi écrire

$$(\sigma - \sigma^*) \cdot \dot{\epsilon} \geq 0$$

Vectorellement cela signifie que, dans l'espace vectoriel de dimension 6 des tenseurs symétriques, le vecteur $\sigma^* \cdot \dot{\epsilon}$ fait un angle aigu avec le vecteur $\dot{\epsilon}$ pour tout σ^* admissible.

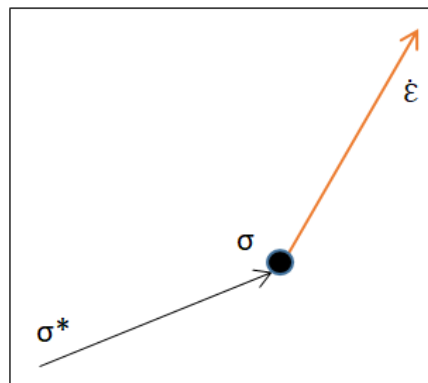


Figure I. 15. Le vecteur $\sigma^* \cdot \dot{\epsilon}$ fait un angle aigu avec le vecteur $\dot{\epsilon}$ pour tout σ^* admissible [29].

Si σ^* est intérieur à C alors le vecteur $\sigma^* \cdot \dot{\epsilon}$ peut prendre toutes les directions possibles, et le seul vecteur $\dot{\epsilon}$ vérifiant la condition est le vecteur nul.

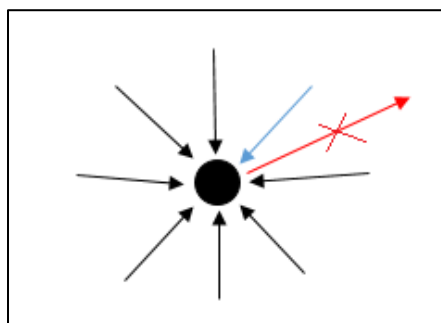


Figure I. 16. Si σ^* est intérieur à C [29].

Si σ^* est sur la frontière, alors le vecteur $\sigma^*\sigma$ vient de l'intérieur de C ou est au mieux tangent à S . La condition montre alors que \dot{E} doit être dirigé selon la normale extérieure à C .

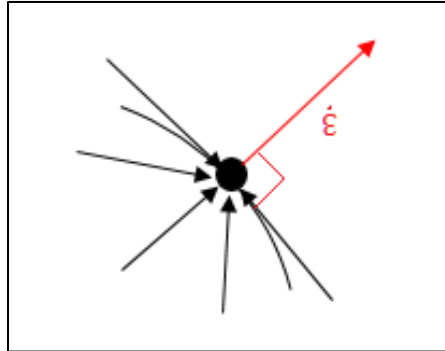


Figure I. 17. Si σ^* est sur la frontière [29].

On peut même faire bien plus : on remarque tout d'abord que cette condition exige la convexité du domaine C . En effet, si le domaine n'était plus convexe on pourrait trouver, lorsque σ est sur S , un point σ^* dans C et tel que le vecteur $\sigma^*\sigma$ rentre dans C , violant ainsi l'inégalité.

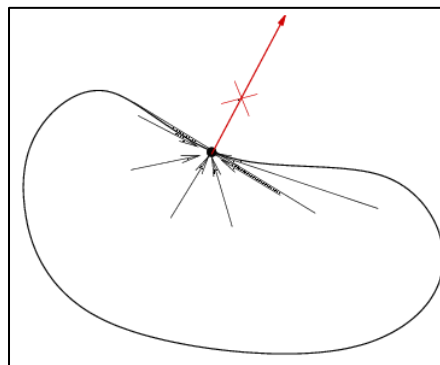


Figure I. 18. La convexité du domaine C [29].

On peut également prendre ainsi en compte le cas d'une surface seuil présentant un point anguleux, donc pour laquelle on ne saurait définir une fonction seuil f dérivable. La condition du travail maximal montre alors que le vecteur \dot{E} doit être dans le cône des normales.

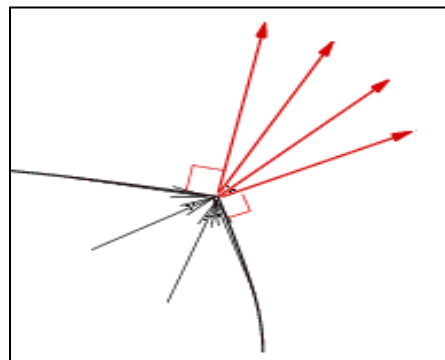


Figure I. 19. Le cône limité par toutes les normales à S au point anguleux correspondant [29].

- **Fonction de dissipation**

La loi d'écoulement plastique est donc une relation entre un état de contrainte sur le seuil et une direction de vitesse de déformation. C'est toutefois dans ce cadre une relation complexe puisque non univoque, ni dans un sens, ni dans l'autre. Plusieurs directions de vitesses de déformation peuvent correspondre à un seul état de contrainte (cas d'un point anguleux de la surface seuil) et une direction peut correspondre à plusieurs états de contrainte (cas d'une portion plane – rectiligne en 2D – de la surface seuil). On remarque toutefois que dans ce dernier cas le produit scalaire $\sigma \cdot \dot{\epsilon}$ prend, pour tous ces états de contrainte, la même valeur. La dissipation.

$$\phi = D(\dot{\epsilon}) = \sigma \cdot \dot{\epsilon}$$

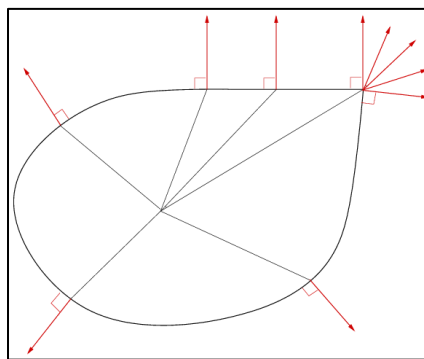


Figure I. 20. Fonction de dissipation [29].

sera donc bien une vraie fonction de $\dot{\epsilon}$, c'est la fonction de dissipation.

On peut alors montrer que si cette fonction est différentiable on peut écrire que la contrainte s'obtient par dérivation de cette fonction D . On est donc dans le cadre de la dissipation normale avec un potentiel de dissipation $\Omega = D$

$$\sigma = \frac{\partial D}{\partial \dot{\epsilon}}$$

La plasticité standard correspond donc à l'application au cas d'un comportement plastique, c'est-à-dire indépendant des vitesses, de l'hypothèse de dissipation normale.

Il mérite également d'être signalé que, malgré son apparente complexité et son incontestable lourdeur, cette loi d'écoulement plastique est, même dans son cas général, mathématiquement agréable et permet de démontrer des propriétés intéressantes [29].

- **Potentiels plastiques**

La plasticité standard constitue donc un cadre très général, très commode d'utilisation lorsqu'il existe une fonction seuil, c'est-à-dire dans le cas d'une surface seuil régulière. C'est un peu lourd dans le cas contraire.

Cette situation d'une surface seuil non régulière se rencontre le plus souvent lorsque la plasticité peut résulter de plusieurs mécanismes avec une condition de seuil pour chacun d'entre eux. Le domaine plastique est alors l'intersection des domaines associés à chacun de ces mécanismes. Et ceci entraîne bien évidemment des points anguleux à l'intersection des surfaces seuils associées, c'est-à-dire lorsque plusieurs mécanismes sont actifs. La loi d'évolution standard s'écrit alors tout naturellement

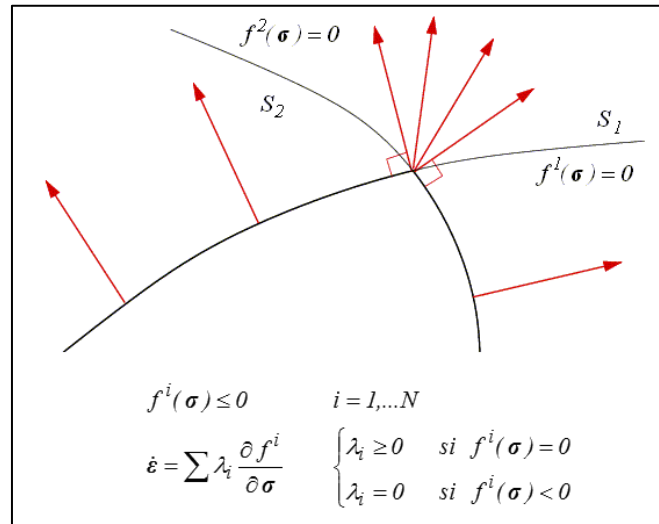


Figure I. 21. Potentiels plastiques [29].

On parle de potentiels plastiques multiples en considérant que la fonction seuil f^i est associée au « potentiel plastique » permettant d'écrire la loi d'évolution. C'est pour cette raison que la plasticité standard est également appelée plasticité associée.

I.3.10. Plasticité non associée

Nous avons déjà signalé que, bien que très couramment faite, cette hypothèse n'est pas toujours légitime. La loi d'écoulement plastique fait alors intervenir, outre la fonction seuil f , une fonction tensorielle g donnant la direction de l'écoulement plastique. Pour ce faire, il est naturel et courant de postuler que cette fonction dérive d'un potentiel scalaire $g(\sigma)$. On généralisera donc la loi standard au cas non standard en écrivant la loi d'écoulement plastique non standard [29].

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\sigma) \leq 0 \\ \dot{\epsilon} = 0 \text{ si } f(\sigma) < 0 \\ \dot{\epsilon} = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \text{ si } f(\sigma) = 0, \quad (\lambda \geq 0) \end{array} \right. \quad (35)$$

avec deux fonctions scalaires différentes : la fonction seuil f et le potentiel plastique g . On parle alors de plasticité non associée ; le potentiel plastique n'est plus associé à la fonction seuil.

I.4. Caractérisation de la texture cristallographique

Les matériaux présentent une anisotropie cristallographique, ou texture, lorsque les grains ou cristallites possèdent une ou plusieurs orientations préférentielles. L'anisotropie cristallographique trouve son origine dans le processus de fabrication [30].

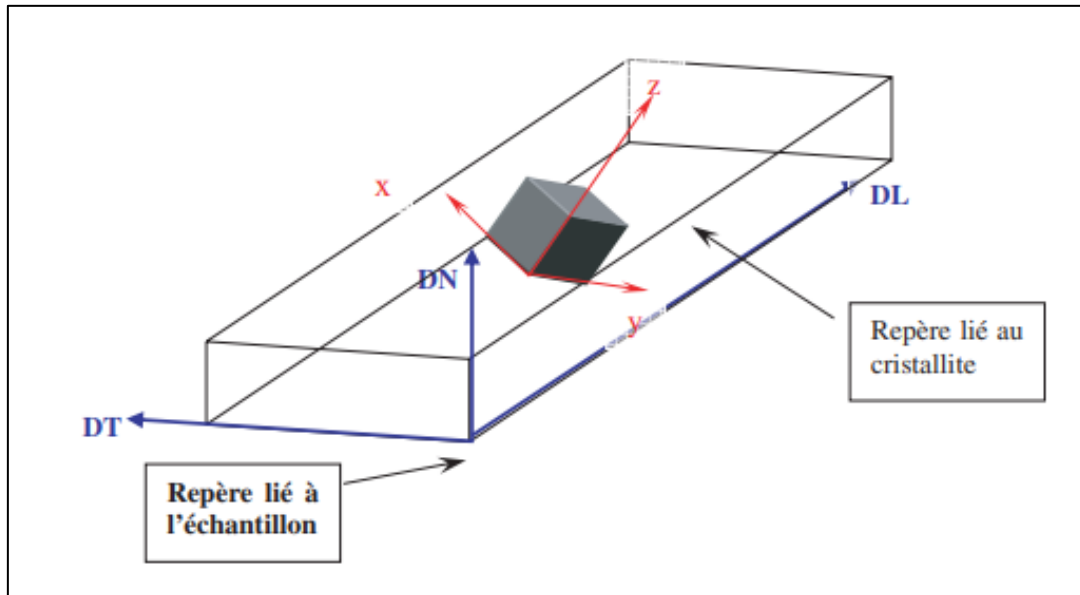


Figure I. 22. Définition des repères liés à l'échantillon et au cristallité dans le cas d'une maille cubique [30].

I.4.1. Texture de déformation

Au cours de la déformation plastique d'un matériau poly cristallin, les grains subissent des rotations qui modifient leur orientation cristallographique. Ces rotations dépendent du mode de déformation imposé au matériau d'une part, et des systèmes de glissement activés dans chaque grain d'autre part. Ces changements d'orientation des grains génèrent dans le matériau la formation d'une texture de déformation [31].

I.4.2. Représentation de l'orientation cristallographique des cristallites

La représentation de la texture est généralement donnée par l'orientation des cristallites par rapport à un référentiel lié à l'échantillon. (DL, DT, DN) sont les trois directions orthogonales définissant ce référentiel. Dans le cas d'une tôle laminée, DL est la direction de laminage de la tôle, DT la direction transverse et DN la direction normale au plan de laminage (DL, DT) [31].

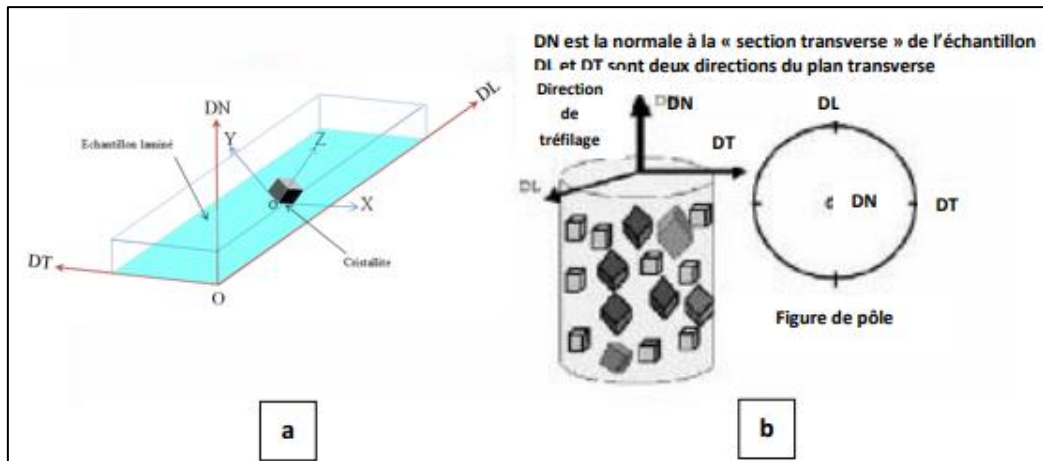


Figure I. 23. Définition des repères pour la mesure de la texture cristallographique tole laminée. b) Fil [31].

Chapitre II :

Modélisation et résultats expérimentaux

II.1. Partie modélisation et validation

II.1.1. Théorie de la plasticité classique (Plasticité associée)

La théorie de la plasticité étudie les mécanismes impliqués durant la déformation permanente ou irréversible (déformation plastique) des matériaux subissant l'exercice des forces extérieures.

Elle traite des contraintes et des déformations dans les matériaux et décrit mathématiquement les relations biunivoques entre les deux grandeurs avec leurs voies de chargement respectives. A l'inverse à ce qui se passe dans le régime élastique d'un matériau, dans lequel l'état de déformation dépend uniquement de l'état final de contrainte, dans le régime plastique les contraintes dépendent de l'historique de chargement. Cela se traduit par des formulations beaucoup plus complexes pour décrire le comportement des matériaux ductiles. Parmi les hypothèses constitutives de cette théorie est l'insensibilité à l'influence de la contrainte hydrostatique moyenne au cours du procédé de formage, ce qui impose la négligence du changement de volume.

Lois d'évolution

Nous présentons dans cette section, les lois d'évolution plastiques pour les modèles orthotropes quadratiques de Hill48 et non quadratique Yld200-2d. Ce sont ces lois d'évolution associées et non associées qui seront adoptées pour identifier les modèles de comportement.

II.1.1.1. Convexité et Règle d'écoulement plastique (Potentiel des contraintes)

Dans le cas d'un chargement plus complexe, il faudra que la Vitesse de déformation du matériau satisfasse la condition d'incompressibilité. En plus de l'incompressibilité du matériau, il faut assurer que la puissance dissipée pour déformer le matériau soit positive (postulat de Drucker).

Ce postulat s'énonce comme suit : "*Le travail effectué pendant un cycle de charge quelconque formé dans l'espace des contraintes est non négatif*".

$$\dot{W}^P = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \geq 0 \quad (36)$$

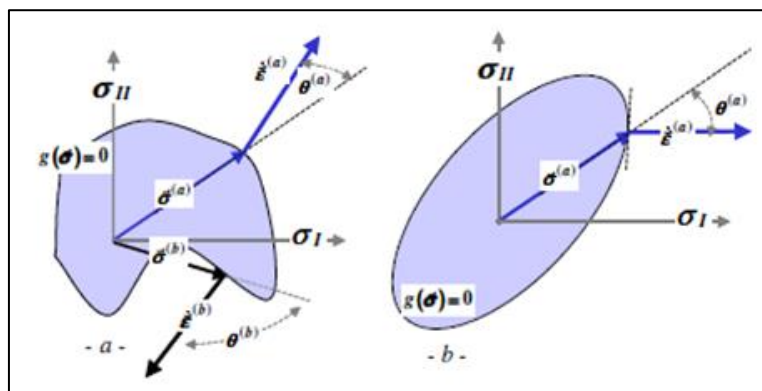


Figure II. 1. Potentiel des contraintes : (a) non admissible, (b) admissible.

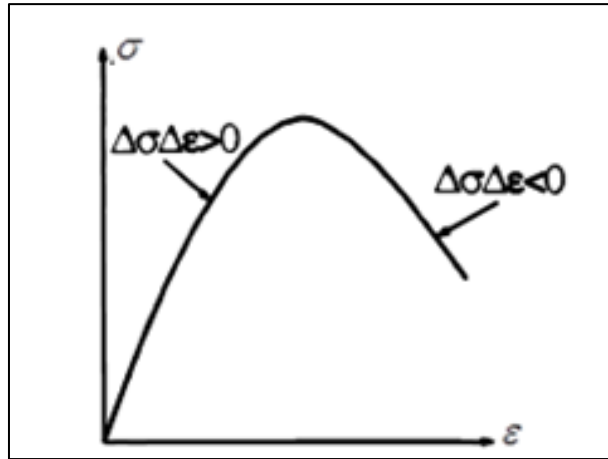


Figure II. 2. Condition de stabilité dans le cas unidimensionnel.

L'inégalité ci-dessus est appelée le postulat de Drucker. Pour assurer la positivité de la puissance dissipée lors d'une déformation plastique, le vecteur Vitesse de déformation doit être perpendiculaire à une surface convexe appelée potentiel des contraintes. La (Figure II.1) montre un potentiel des contraintes non convexe. Les vecteurs $\vec{\sigma}^{(b)}$ et $\dot{\vec{\epsilon}}^{(b)}$ forment un angle supérieur à $\pi/2$ et le produit scalaire de ces deux vecteurs est négatif. La (Figure II.2), montre un potentiel convexe. Pour tout point considéré sur cette surface, le produit scalaire entre le vecteur contrainte $\vec{\sigma}$ (vecteur position) et le vecteur Vitesse de déformation $\dot{\vec{\epsilon}}$ (normale à la surface) est positif ou nul.

$$\sigma_{ij} \cdot \dot{\epsilon}_{ij} = \|\sigma_{ij}\| \cdot \|\dot{\epsilon}_{ij}\| \cos \theta \geq 0 \Rightarrow 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \quad (37)$$

Le postulat de Drucker (positivité de la puissance dissipée) conduit donc tout naturellement à la loi de normalité :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^P = \dot{\lambda} \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\sigma_{ij}} \quad (38)$$

f : est un potentiel convexe et $\dot{\lambda}$: est un facteur indéterminé positif ou nul (multiplicateur plastique). Cette dernière relation assure la positivité de la puissance dissipée. Cependant, elle ne permet pas de décider si le matériau subit un chargement plastique ou une décharge élastique. Pour décider si le matériau subit un chargement plastique ou une décharge élastique, il faut savoir si le vecteur contrainte reste sur la surface d'écoulement ou rentre vers l'intérieur du domaine élastique.

II.1.1.2. Principe du Travail Plastique Maximal

Le principe du travail plastique maximal peut s'énoncer : « Lorsqu'un élément d'une structure élastoplastique parfaite subit une déformation plastique donnée, l'état de contrainte qui e réalise rend maximale la puissance de dissipation spécifique ».

Modélisation et résultats expérimentaux

A chaque instant ou la vitesse de déformation plastique est définie, la puissance réellement dissipée est supérieure ou égale à la puissance qui serait dissipée par toute contrainte admissible avec la même vitesse de déformation plastique :

$$(\sigma - \sigma^*) \dot{\varepsilon} \geq 0 \quad \forall \sigma \in c, C : \text{fonction seuil}$$

Vectorellement, cela signifie que, dans l'espace vectoriel de dimension 6 des tenseurs symétriques, le vecteur $(\sigma - \sigma^*)$ fait un angle aigu avec le vecteur $\dot{\varepsilon}$ pour tout σ^* admissible.

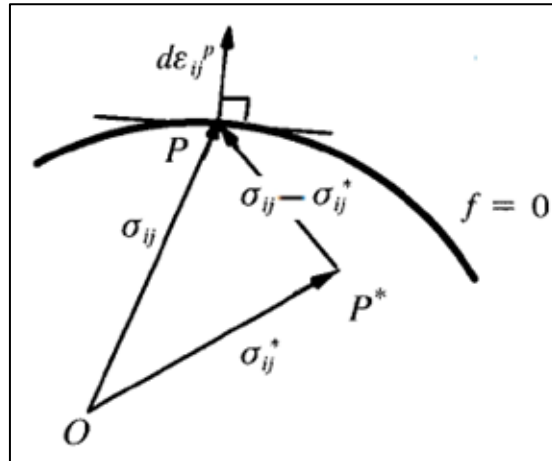


Figure II. 3. Principe du Travail Plastique Maximal.

Le principe du travail plastique maximal a des conséquences importantes puisqu'il impose que le domaine de fonction seuil soit convexe et que la vitesse d'écoulement plastique soit orientée suivant la normale extérieure au domaine. Ses conséquences sont donc la convexité de la fonction seuil et la normalité du vecteur de déformation par rapport à la courbe de cette même fonction.

II.1.2. Théorie de la plasticité moderne (Plasticité non associée)

Dans les travaux publiés par Spitzig et al. [33] et Richmond-Spitzig [34] dans lesquels ont rapporté des données expérimentales incompatibles avec l'exigence de la plasticité associée (AFR) vis à vis la dépendance à la pression hydrostatique (contrainte moyenne dans le tenseur sphérique) de la contrainte d'écoulement au cours la plasticité classique (plastique associé). Les auteurs ont effectué plusieurs tests de tractions uniaxiaux- compression sur les aciers trempés et sur les alliages d'aluminium afin de caractériser la dépendance de la voie de chargement à la contrainte d'écoulement et à l'influence de la contrainte hydrostatique (changement de volume).

Effectivement, les résultats ont montré, qu'il y'avais une relation linéaire peut être établie entre la pression moyenne et la fonction de seuil d'écoulement (critère de plasticité), mais que le volume plastique. Le volume final calculé par les composantes du tenseur de déformation dans le cadre de la plasticité associée (AFR) sur la base de la règle de normalité est loin de celle mesuré.

Modélisation et résultats expérimentaux

Sur la base de ces observations, Stoughton [35] a proposé un nouveau modèle de calcul et de modélisation constitutive pour mettre en forme les matériaux métalliques. Ce modèle est basé la dissociation de la loi de normalité (loi d'évolution) du potentiel plastique qui initialement s'identifie à la fonction seuil (c à d au lieu de calculer la vitesse de déformation à partir de la loi de normalité associée à la fonction seuil (f), on calcule la même vitesse de déformation mais à partir du potentiel plastique (g) d'une manière séparée). Ce qui donne une nouvelle application de la plasticité en découplant l'identification.

II.2. Partie expérimental

II.2.1. Motivation et contexte industriel du choix du matériau étudié

Pour des diverses raisons d'applications, les aciers sont destinés à la mise en forme par pliage ou emboutissage. Ils sont utilisés pour toutes les applications qui nécessitent des qualités de résistance, de rigidité et de ductilité. Les domaines d'application principaux sont l'industrie automobile, l'électroménager, le mobilier métallique, la fabrication de fûts, d'appareils de chauffage et de ventilation, les petits tubes soudés et les profilés étroits. Les principaux facteurs de sélection des aciers sont : Haute résistance mécanique, thermique et/ou chimique, la durabilité, la facilité d'assemblage et de fabrication.

Les aciers à bas carbone donnent un meilleur compromis entre formabilité et caractéristiques mécaniques. Dans ce contexte, L'entreprise nationale de fabrication des Tracteurs Agricoles (ETRAG), a opté pour la nuance RRST 1405, répertoriée selon la norme allemande DIN 1623 et norme européenne EN 10130 (DC04) pour améliorer la qualité concurrentielle de ses produits, notamment à la fabrication des capots et les réservoirs des tracteurs.

II.2.2. Anisotropie du comportement mécanique

Le procédé de l'emboutissage consiste à réaliser le meilleur compromis possible entre les modes déformations en jouant sur les divers paramètres qui contrôlent l'écoulement du métal dans l'outil et en évitant les défauts de volume ou de surface. (La figure II.4) présente un exemple plus clair sur l'un des défauts causés par l'anisotropie plastique à l'échelle industrielle au niveau de l'usine ETRAG.

Les différents défauts en emboutissage sont:

1. La rupture
2. La striction
3. Les plis et le flambage (ou voilage)
4. Les défauts de forme

Les défauts en emboutissage dépendent de :

- La géométrie et la position du flan.
- La géométrie de l'outil (correction du retour élastique).
- La position et la géométrie des jones de retenue.
- La force de serrage exercée par le serre-flan.
- L'élasticité du matériau de la tôle, sa ductilité et son anisotropie.
- Lubrifiant, sa nature et sa quantité.

L'usure des outils (fatigue) [36].




Figure II. 4. Défauts de fissuration et de pliage sous forme des cornes sur l'emboutis.

La tôle d'acier considérée dans ce travail a été fournie et caractérisée par le laboratoire de la Société (ETRAG). Les indications sur la composition chimique du matériau affichée sur le (Tableau II.1) sont données par le fournisseur.

Tableau II. 1. La composition chimique de l'acier RR St 14-05.

C	Si	Mn	P	S	Mo	Al	Cu	Ti	W	N	Sb
0.06	0.03	0.19	0.012	0.011	0.01	0.039	0.051	0.004	0.06	0.002	0.003

Cette gamme de tôles d'acier doux est destinée à la mise en forme par emboutissage profond et extra profond. Ces produits sont utilisés massivement dans l'industrie automobile, aussi bien pour des pièces d'aspect que pour des pièces de structure.

Les éprouvettes ont été soigneusement préparées et découpées par Laser pour éviter le passage à l'étape de finissage par usinage mécanique par la suite. La forme et les dimensions de nos éprouvettes plates normalisées sont mentionnées dans la (Figure II.5) ci-dessous.

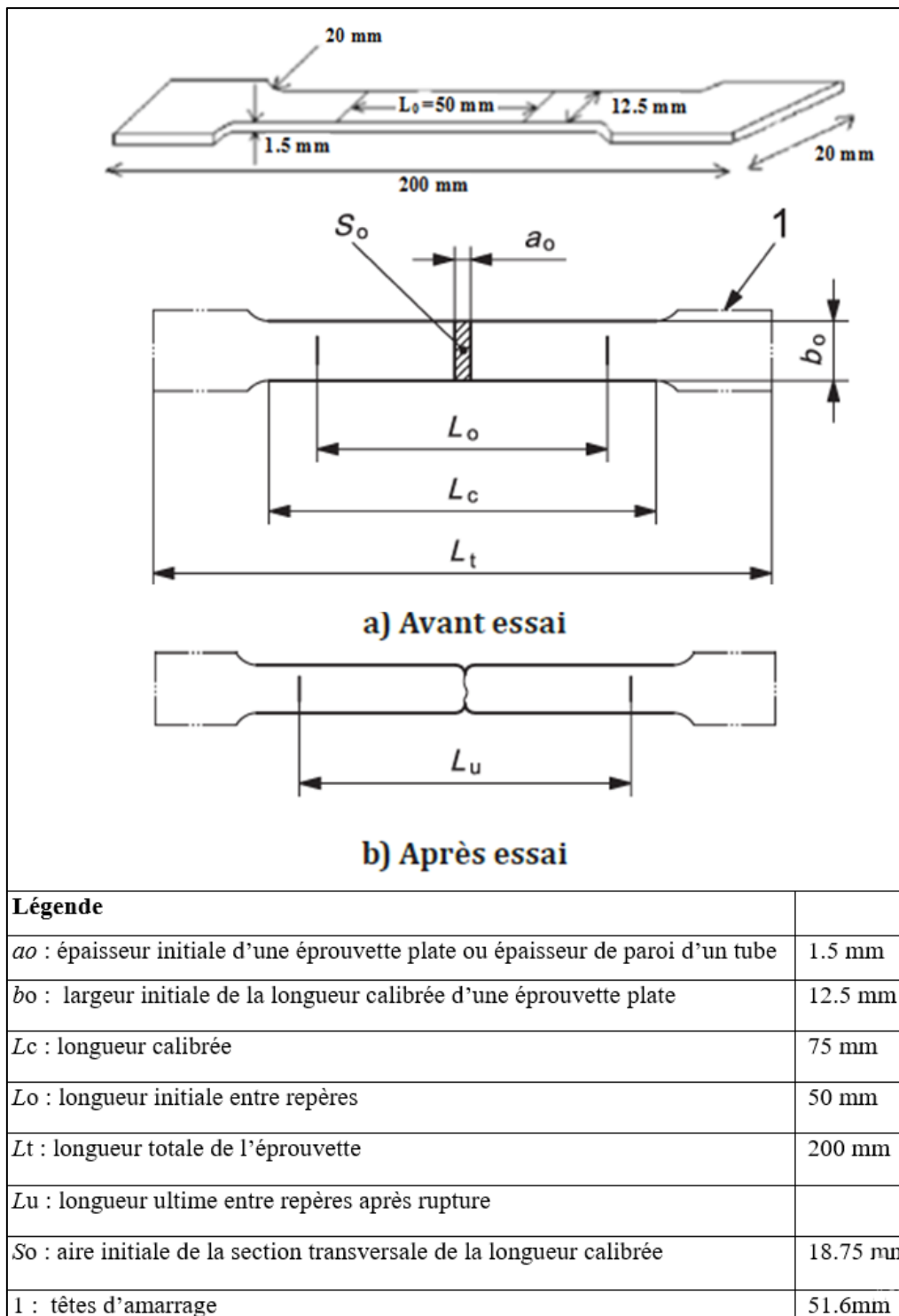


Figure II. 5. La forme et les dimensions de nos éprouvettes plates normalisées.

II.2.3. Essais de traction

Le déroulement de L'essai de traction uniaxiale est piloté au niveau du laboratoire de de l'usine par une Machine d'essai en traction compression de capacité de 100KN de marque HOYTOM (HM-D Lab Series) selon la norme française **NF EN ISO 6892-1** (Figure II.6).



Figure II. 6. Machine de traction de marque HOYTOM.

La charge de la machine a été fixée à $F_0 = 0.2 \text{ KN}$ et la vitesse de déplacement imposée à la traverse à 0.007m/s . Les essais sont assistés par ordinateur gérant automatiquement les paramètres d’asservissement du moteur. Les résultats des grandeurs mécaniques sont enregistrés dans un fichier contenant le nombre de points, le temps, le déplacement de l’extensomètre et l’effort axial.

II.2.4. Propriétés mécaniques de la tôle RRST-1405

Les aciers de la gamme allant du DC03 au DC06 (03 à 06 : Indice d'emboutissage (capacité d'une tôle à subir une déformation)) offrent une excellente aptitude à l'emboutissage pour tous les modes de déformation. Ils permettent la réalisation de pièces complexes intégrant plusieurs fonctions et sont synonymes d'économies.

Les propriétés mécaniques à la traction de l’acier RRST 14-05 ont été mesurées à l’ambiante et sont présentés dans le (Tableau II.2) suivant :

Tableau II. 2. Propriétés mécaniques de l’acier RRST 14-05.

L’acier	$\sigma_e 0.2\% (\text{N/mm}^2)$	$\sigma_m (\text{N/mm}^2)$	$\sigma_m (\text{N/mm}^2)$	A (%)	Dureté (HV)
DC04					
RRSt 14-05	210	270-350	350	40%	104-170

Exemple de courbe de traction obtenu pendant l’essai de sollicitation uniaxiale. Deux parties sont essentiellement distinguée sur ce traçage phénoménologique et il s’agit de la partie de

Modélisation et résultats expérimentaux

déformation réversible d'élasticité et l'autre de la déformation irréversible du comportement plastique avec écrouissage (Figure II.7).

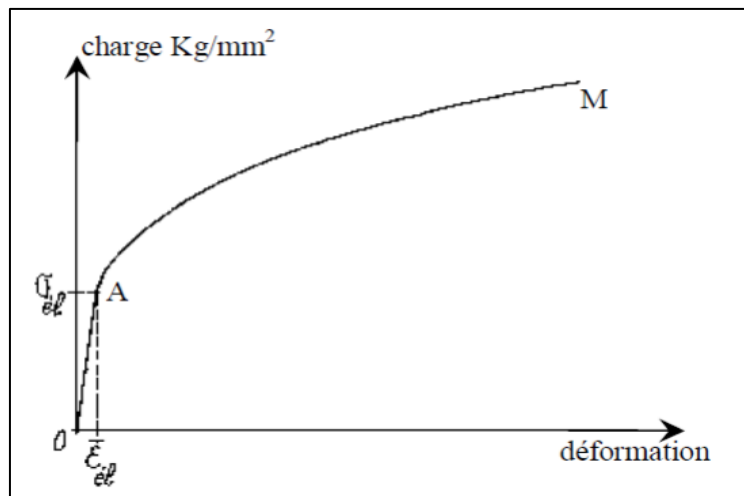


Figure II. 7. Courbe conventionnelle d'un essai de traction.

Les caractéristiques industrielles de ductilité et de résistance de cette tôle destinée à l'emboutissage des capots des tracteurs sont :

- Un allongement à la rupture supérieur à 40 % ;
- Une charge de rupture σ_m présentant une moyenne de 340 MPa ;
- Une limite élastique de l'ordre de $\sigma_e = 210$ MPa.

Pour quantifier les paramètres mécaniques réparties dans le plan de notre tôle, nous avons effectués des prélèvements à partir d'une tôle brute suivant 03 directions principales 0° (Direction de laminage), 45° (Direction diagonale) et 90° (Direction transverse) par rapport à la direction de référence (DL) comme illustré dans (la Figure II.8).

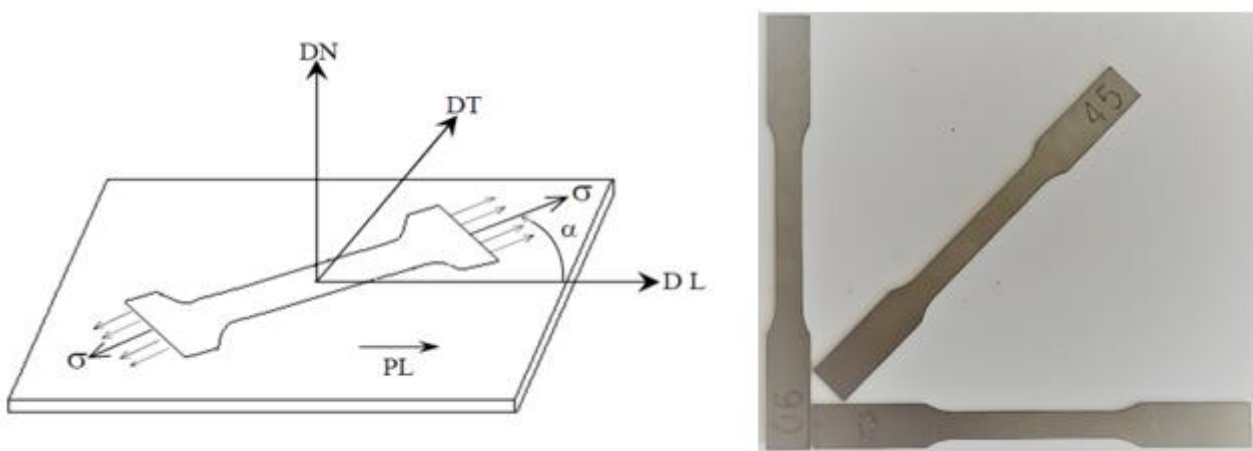


Figure II. 8. Prélèvement des échantillons de caractérisation en Traction uniaxiale.

Modélisation et résultats expérimentaux

Les courbes d'érouissage expérimentales dans les différentes directions et dans les deux configurations (conventionnelle et rationnelle) sont présentés dans (la Figure II.9) ci-dessous. Le passage entre les 2 présentations est assuré par les formules suivantes :

$$\varepsilon_r = \ln(\varepsilon_c + 1)$$

$$\sigma_r = \sigma_c(\varepsilon_c + 1)$$

Les indices 'c' et 'r' désignent les notations 'Conventionnelle' et 'Rationnelle' respectivement.

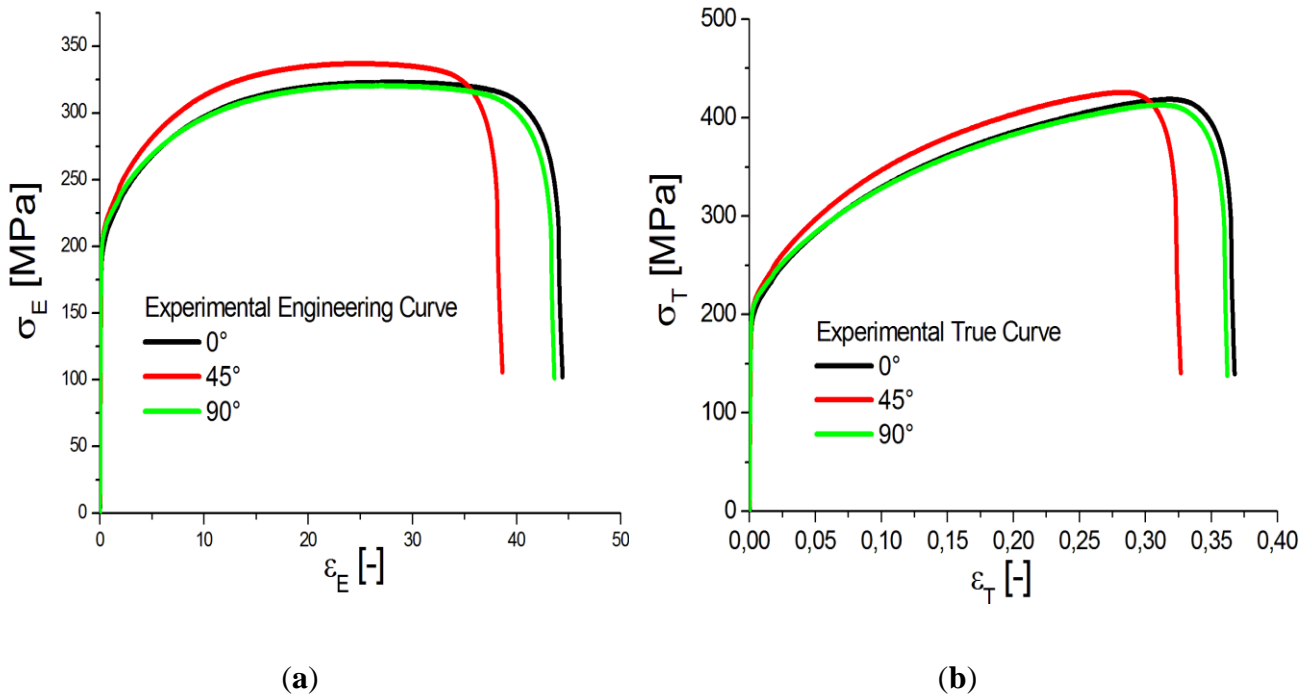


Figure II. 9. Courbes expérimentales d'érouissage : a) Conventionnelles b) Rationnelles.

Le dépouillement des mesures s'est fait par le tracé des courbes contraintes en fonction de la déformation vraie $\varepsilon_r = \ln(\varepsilon_c + 1) = \ln \frac{l_f}{l_0}$. Le coefficient de l'anisotropie $r(\theta)$ est alors déterminé comme étant le rapport entre les vitesses de déformation suivant la largeur et l'épaisseur de l'échantillon selon l'expression :

$$r(\theta) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} = \frac{(b_f - b_0)/b_0}{(e_f - e_0)/e_0}$$

Où les ε_2 , ε_3 désignent les composantes du tenseur des vitesses de déformation telle que :

$$\varepsilon_2 = (b_f - b_0)/b_0, \quad \varepsilon_3 = (e_f - e_0)/e_0$$

Où (b_0 , e_0) et (b_f , e_f) représentant respectivement les largeurs et les épaisseurs initiales et finales de la zone utile de l'éprouvette de traction ; il en est de même pour les largeurs.

II.2.5. Résultats de caractérisation expérimentale des essais de traction

1) Contrainte d'écoulement uniaxiale $\sigma(\theta)$.

Pour assurer la reproductibilité des résultats de caractérisation mécanique, les essais ont été répétés 03 fois pour une même direction de sollicitation. On ne considère que, la valeur moyenne de contrainte dans notre modèle de calcul (Tableau II.3).

Tableau II. 3. Contrainte d'écoulement uniaxiale.

θ°	Contrainte d'écoulement $\sigma_{e0.2}$ (MPa)
0°	197.1
45°	207.8
90°	206

2) Coefficient de Lankford $r(\theta)$.

A partir des taux des déformations cités dans les formules ci-dessous en utilisant les rapports relatifs classiques des longueurs (l), les largeurs (b) et les épaisseurs (e) de l'éprouvette, le coefficient d'anisotropie ou de Lankford $r(\theta)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1 = \frac{l_f - l_0}{l_0} \\ \varepsilon_2 = \frac{b_f - b_0}{b_0} \\ \varepsilon_3 = \frac{e_f - e_0}{e_0} \\ r(\theta) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} = - \frac{\varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \end{array} \right.$$

Tableau II. 4. Les différents résultats expérimentaux obtenus pour cette contribution.

Direction (°)	Les dimensions initiales et finales de l'éprouvette en (mm)							
	L ₀	b ₀	e ₀	L _f	b _f	$\varepsilon_{r1}=\ln(L_f/ L_0)$	$\varepsilon_{r 2}=\ln(b_f/ b_0)$	r (°)
0	50	12.5	1.5	71.3	10.6	0.354	-0.164	0.864
45	50	12.5	1.5	68.7	11.1	0.317	-0.1187	0.60
90	50	12.5	1.5	71.6	10.5	0.359	-0.174	0.94

• **Application du critère de Hill quadratique (1948) [26].**

Le critère de Hill [48] s'exprime dans le repère orthotrope sous la forme suivante :

$$f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = \sigma_0^2 \quad (9)$$

Si : σ_0^1 , σ_0^2 et σ_0^3 sont des contraintes d'écoulement en traction uniaxiale suivant les directions principales d'anisotropie, on voit que :

$$G + H = \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_0^1)^2}, \quad F + H = \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_0^2)^2}, \quad F + G = \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_0^3)^2}$$

Si : σ_0^{23} , σ_0^{13} et σ_0^{12} sont des contraintes en cisaillement simples par rapport aux axes principaux plans d'anisotropie, on obtient :

$$2L = \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_0^{23})^2}, \quad 2M = \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_0^{13})^2}, \quad 2N = \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_0^{12})^2}$$

Selon l'hypothèse de contraintes planes, consistant à négliger toutes les composantes du tenseur des contraintes hors plan de la tôle ($\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$), ce critère peut se réduire à l'expression suivante :

$$f(\sigma_{ij}) = (G + H)\sigma_{11}^2 - 2H\sigma_{11}\sigma_{22} + (H + F)\sigma_{22}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = \sigma_0^2 \quad (12)$$

Si l'on pose $F = G = H = 1/2$, $L = M = N = 3/2$, le critère de Hill se réduit au critère de Von Mises correspondant à un matériau incompressible isotrope.

Rappelons tout d'abord les relations classiques relatives à l'essai de traction uniaxiale sur une tôle orthotrope dont le comportement plastique est décrit par le critère de Hill quadratique et la loi d'écoulement associée par le principe de normalité :

$$\sigma(\theta) = \frac{\sigma_0}{(F \sin^4 \theta + G \cos^4 \theta + H \cos^2 2\theta + 2N \sin^2 \theta \cos^2 \theta)^{1/2}} \quad (2a)$$

$$r(\theta) = \frac{H \cos^2 2\theta - (F + G - 2N) \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta} \quad (2b)$$

où $\sigma(\theta)$ et $R(\theta)$ désignent respectivement la contrainte de traction et le coefficient de Lankford et F , G , H , N les paramètres du critère de Hill [26].

II.2.6. Détermination des grandeurs mécaniques.

Nous choisissons une plage de déformation plastique homogène afin d'éviter la zone de striction. Les deux hypothèses de plasticité qui consistent au découplage total de tenseur de contrainte de celui de déformation.

II.2.6.1. Plasticité Associée AFR (Associated Flow Rule)

La détermination des paramètres de l'anisotropie s'effectue à partir du mélange entre les contraintes d'écoulement et les coefficients de Lankford issus de l'expérimental.

➤ Les 04 paramètres de Hill48 s'obtiennent par le biais de l'équation suivante

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{2\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})} \right), \quad G = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2\sigma_0^2 r_{90}}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})} \right), \quad H = \frac{1}{2} \left(\frac{2\sigma_0^2 r_{90}}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})} \right), \quad N = \frac{1}{2} \left(\frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - 1 + \frac{\sigma_0^2(r_{90}-1)}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})} \right)$$

II.2.6.2. Plasticité Non Associée non-AFR (Non Associated Flow Rule)

La détermination des paramètres de l'anisotropie s'effectue à partir du découplage du tenseur des contraintes d'écoulement par rapport à celui des déformations (les coefficients de Lankford) issus de l'expérimental.

➤ Les 04 paramètres de Hill48 s'obtiennent par le modèle d'identification suivant :

1- Soit à partir du tenseur de contraintes $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b$ uniquement (non-AFR-s).

$$2F = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} - 1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}, \quad 2G = 1 - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}, \quad 2H = 1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}, \quad 2N = \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}$$

2- Soit à partir des coefficients de Lankford r_0, r_{45}, r_{90} uniquement (non-AFR-r).

$$F = \frac{r_0}{r_{90}(1+r_0)}, \quad G = \frac{1}{(1+r_0)}, \quad H = \frac{r_0}{(1+r_0)}, \quad N = \frac{(1+2r_{45})(r_0+r_{90})}{2r_{90}(1+r_0)}$$

II.2.7. Présentation des résultats de prévision par le critère de Hill48

Rappelons ici les grandeurs mécaniques expérimentales de contraintes d'écoulements et du coefficient d'anisotropie $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$.

Tableau II. 5. Propriétés mécaniques de l'acier DC04 dans trois directions.

θ°	$\sigma_{e0.2}$ (MPa)	σ_U (MPa)	$r(\theta)$	σ_b (MPa)
0°	197.1	418	0.86	201.55
45°	207.8	425	0.60	
90°	206	412	0.94	

Modélisation et résultats expérimentaux

Notez que la limite d'écoulement équi-biaxiale σ_b calculer comme suit : $\sigma_b = (\sigma_0 + \sigma_{90})/2$

Les contraintes d'écoulement normalisées par rapport à celle de la direction de laminage, pour les trois orientations sont adressées dans le (Tableau II.6).

Tableau II. 6. Contrainte d'écoulement normalisée.

	σ_0/σ_0	σ_{45}/σ_0	σ_{90}/σ_0	σ_b/σ_0
<i>Contrainte</i>	1	1.054	1.045	1.022
	r_0/r_0	r_{45}/r_0	r_{90}/r_0	r_b
<i>Lankford</i>	1	0.697	1.093	1

Les paramètres anisotropes de Hill 1948 (F, G, H et N) distribués dans le plan de la tôle ont été identifiés et présentés dans le (Tableau II.7).

Tableau II. 7. Paramètres d'anisotropie calculés pour l'acier DC04 dans les deux approches.

AFR	F	G	H	N
	0.472	0.556	0.443	1.286
NAFR-s	F	G	H	N
	0.520	0.436	0.479	1.321
NAFR-r	F	G	H	N
	0.491	0.537	0.462	1.132

Les résultats graphiques montrant la répartition de l'anisotropie de contraintes et de déformation dans le plan de la tôle sont présentés dans les (figures II.10 et II.11) respectivement. Le critère de plasticité de Hill48 est testé dans le cadre des trois approches de plasticités (Associée et non associée).

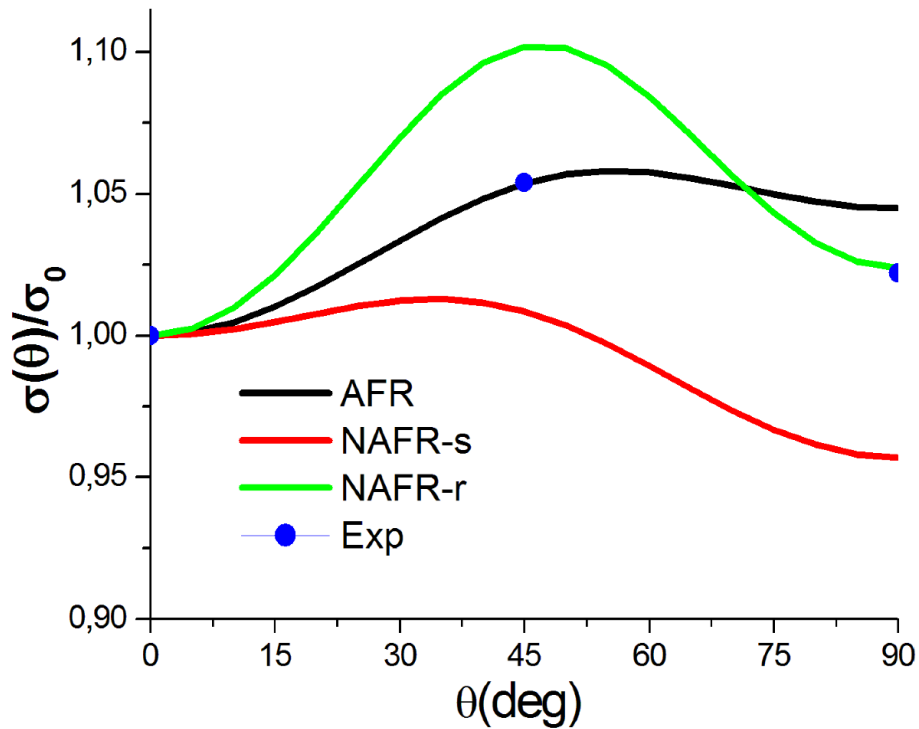


Figure II. 10. Contrainte d'écoulement normalisée de l'acier DC04.

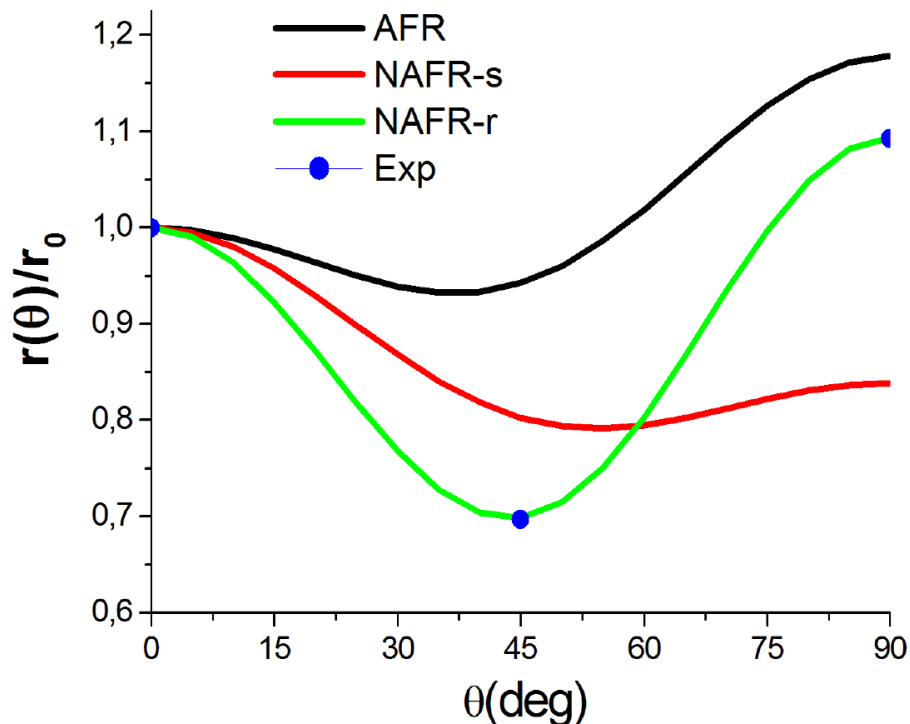


Figure II. 11. Coefficient de Lankford normalisé de l'acier DC04.

Dans le plan de la tôle la contrainte d'écoulement dans la plasticité non associée NAFR-s (en rouge) ne correspond pas à la contrainte d'écoulement expérimentale (Figure II.10), donc, le critère a mal prévu l'anisotropie de contraintes dans cette approche contrairement aux deux autres hypothèses qui prévoient mieux le comportement correspondant.

Modélisation et résultats expérimentaux

Dans un autre côté, la prévision de l'anisotropie de déformation pour la variation du coefficient de Lankford dans la plasticité non associée NAFR-r est parfaitement identique avec le coefficient de Lankford expérimentale (Figure II.11).

II.2.8. Modélisation et Optimisation des lois d'érouissage isotrope

Les essais de traction sont des tests très importants pour déterminer la loi de comportement d'un matériau du fait de l'état de contrainte uniaxiale dans la partie utile de l'éprouvette. La courbe de traction est limitée en déformation par l'effet de striction se caractérisant avant tout par une concentration de la déformation (directement visible). Il est donc difficile d'obtenir une loi de comportement où la déformation dépasse **20%** (pour les aciers).

L'objectif de cette partie est de prévoir le comportement pour une déformation dépassant un taux de 20% afin de compléter la modélisation de la plasticité anisotrope. Dans ce cadre, des modèles d'érouissage $\sigma=f(\varepsilon)$ isotrope simples reliant la contrainte équivalente et la déformation plastique équivalente ont été proposés ci-dessous :

- a- Loi d'Hollomon
- b- Loi de Ludwick
- c- Loi de Swift (ou de Krupkowsky)
- d- Loi de Voce

L'approche consiste à minimiser l'erreur quadratique moyenne entre la courbe expérimentale de traction et une fonction d'érouissage (Hollomon, Ludwick...) à l'aide d'une méthode d'optimisation. Dans cette étude, on a utilisé l'ajustement par minimisation des paramètres d'érouissage moyennant la Méthode de **Levenberg-Marquardt** développé sous Matlab software afin de réduire l'écart entre l'expérimental et le modèle de prévision.

Tableau II. 8. Les résultats d'optimisation suivant la direction de laminage 0°.

Loi de Hollomon		Loi de Ludwick		Loi de Swift		Loi de Voce	
$K (MPa)$	515	$K (MPa)$	463.3	$K (MPa)$	520.56	$\sigma_m (MPa)$	432
n	0.189	n	0.58	n	0.194	η	8.18

L'analyse d'optimisation de différents paramètres d'érouissage isotrope entre les quatre modèles d'érouissage utilisés, donne un meilleur ajustement sur la loi de **Voce**. Donc le modèle de **Voce** (équation (39)) étant la plus adaptée à la modélisation du comportement plastique de cet acier.

$$\sigma_t = \sigma_{Sat} - (\sigma_{Sat} - \sigma_0) \exp(-\eta \varepsilon_t) \quad (39)$$

Modélisation et résultats expérimentaux

Où, σ_0 est la contrainte de référence suivant la direction de laminage et σ_{sat} , η sont des paramètres du matériau nécessaire à être calibré utilisant la méthode de moindre carré par estimation de l'erreur calculée par l'équation (40):

$$\min_x = \sum_{i=1} [(F(x, xdata_i) - ydata_i)]^2 \tag{40}$$

Les résultats graphiques de cette optimisation sont présentés sur la (Figure II.12).

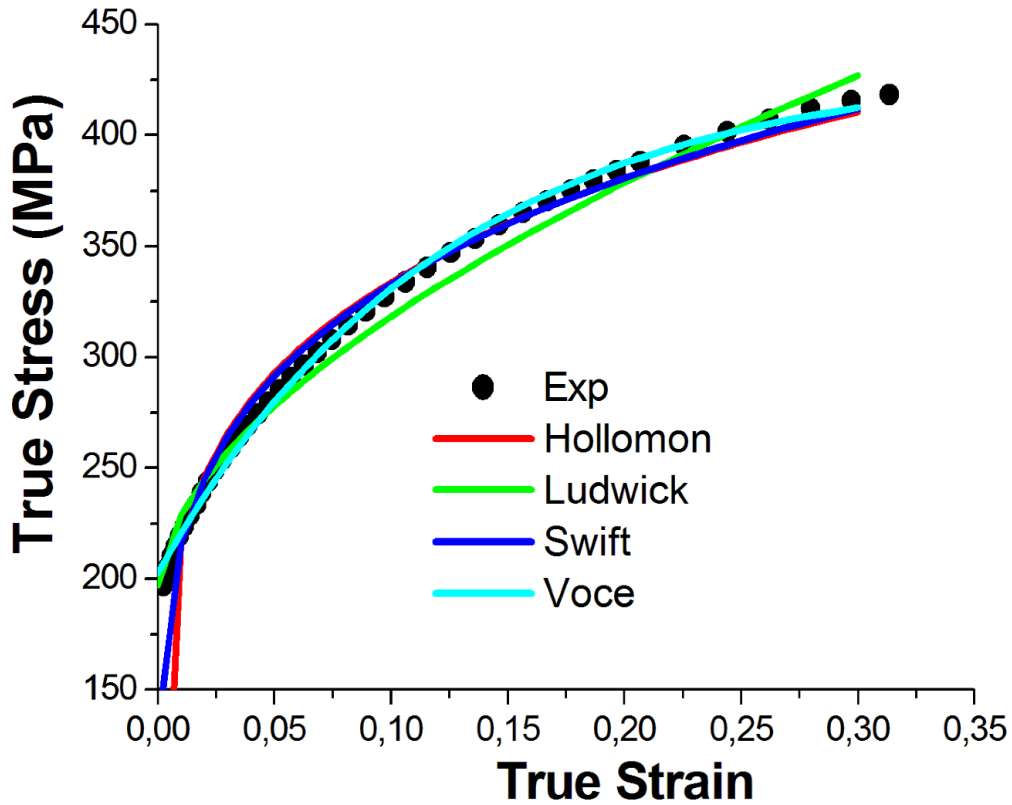


Figure II. 12. Courbes d'écouissage expérimentale et celles obtenues par les 4 modèles d'écouissage.

Le résultat de l'optimisation par la loi de Voce pour les autres directions sont adressés dans le (Tableau II.9) ci-dessous.

Tableau II. 9. Fitting data for Voce hardening law.

Direction	Loi de Voce	
	σ_{sat} (MPa)	β
0°	432	8.18
45°	440.6	9.23
90°	430.71	7.81

II.2.9. Détermination et évolution des paramètres mécaniques : Coefficient de Lankford $r(\theta)$ et la limite d'écoulement $\sigma(\theta)$

Le paramètre couramment utilisé pour caractériser le comportement anisotrope est le coefficient de Lankford (également appelé $r(\theta)$). Ce dernier est défini comme étant le rapport de déformations transversales par rapport à l'épaisseur dans un essai de traction uniaxiale. Comme les matériaux résistent fortement aux changements de volume, ce paramètre est souvent calculé sur la base de l'hypothèse d'incompressibilité. La définition de la valeur r peut être présentée comme suit :

$$r(\theta)_{\text{instantaneous}} = \frac{\varepsilon_w(\theta)}{\varepsilon_t(\theta)} \Rightarrow \frac{\varepsilon_2(\theta)}{\varepsilon_3(\theta)} = \frac{\varepsilon_2(\theta)}{-(\varepsilon_1(\theta) + \varepsilon_2(\theta))} = -\frac{m(\theta)}{1+m(\theta)}, \text{ Avec: } \varepsilon_1(\theta) + \varepsilon_2(\theta) + \varepsilon_3(\theta) = 0 \quad (41)$$

Où ε_1 , ε_2 et ε_3 sont les déformations plastiques vraies mesurées suivant la direction longitudinale, transversale et de l'épaisseur. Le rapport entre les déformations plastiques transversale et longitudinale est noté par la pente $m(\theta)$, qui est obtenue par l'ajustement d'une régression linéaire entre les 02 grandeurs. La technique utilisée pour calculer le paramètre de Lankford est basée sur la méthode décrite dans la norme britannique BS ISO 10113:2006, Kilpatrick et al [37]. Les courbes des rapports entre déformation plastique transversale par rapport à celle longitudinale sont représentées par la (Figure II.13), pour les trois principales orientations.

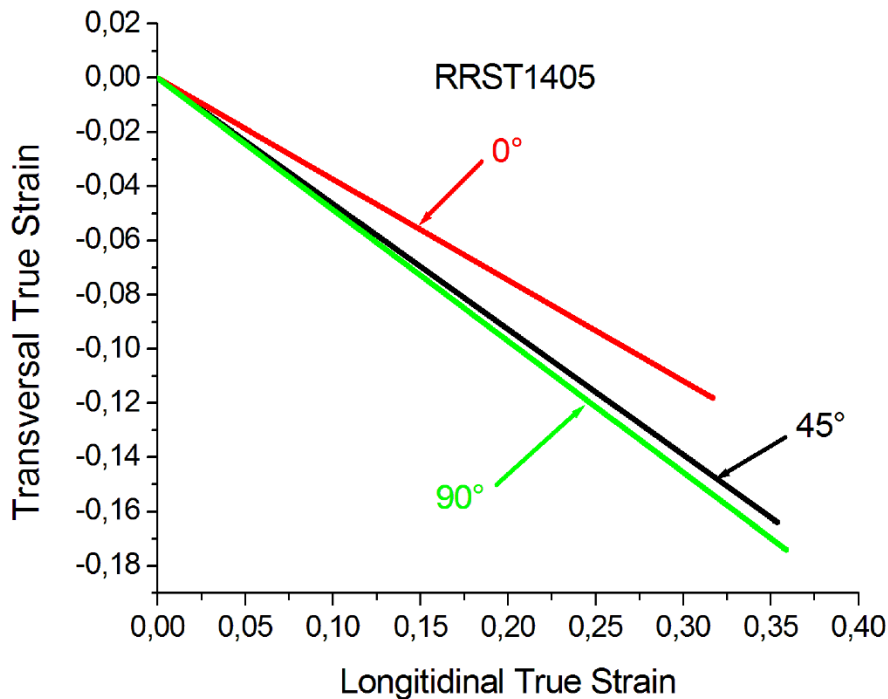


Figure II. 13. The experimental plastic flow ratios of uniaxial tensile tests of RRST 1405.

Le gradient $m(\theta)$ représente la pente de la ligne droite obtenue par le rapport de deux paramètres de déformation plastique transversale et longitudinale, comme le montre la (Figure

Modélisation et résultats expérimentaux

II.13) L'évolution du coefficient de Lankford expérimental le long des Trois directions est estimée par la méthode de régression linéaire des polynômes du premier degré suivants :

$$\varepsilon_2(\theta) = a + m(\theta)\varepsilon_1(\theta) \quad (42)$$

Les résultats explicites des rapports entre les 2 déformations plastiques réelles en considérant l'utilisation des relations (41) et (42), pour trois orientations sont fournis dans le (Tableau II.10).

Tableau II. 10. Les constantes de l'ajustement linéaire.

Angle	a	$m(\theta)$
0°	-0.0004	-0.4627
45°	-0.0003	-0.3715
90°	-8x10 ⁻⁶	-0.4852

Dans cette étude, en se basant sur l'optimisation du modèle Voce prévue sur la courbe expérimentale de traction uniaxiale suivant la direction du laminage (DL). Une fourchette de déformation plastique est proposée afin d'évaluer l'évolution des propriétés mécaniques. Avec un pas de 10% de déformation de trois principales proportions, telle que 10%, 20% et 30%, on peut assurer une prévision avant la zone de striction. En accordant une importance à la proposition suggérée par Safaei et al. (2014a) [38,39,40], l'évolution du coefficient d'anisotropie $r(\theta)$ est ajusté par un **polynôme d'ordre 3** du rapport des 02 déformations.

$$\text{Poly3}(\bar{\varepsilon}^p) = a_1(\bar{\varepsilon}^p)^3 + a_2(\bar{\varepsilon}^p)^2 + a_3(\bar{\varepsilon}^p) + a_4 \quad (43)$$

De plus, Les paramètres de l'ajustement polynomial de 3^{eme} ordre (Poly3) pour les trois orientations sont présentés dans le (Tableau II.11).

Tableau II. 11. Les paramètres du Poly3.

Angle	a_1	a_2	a_3	a_4
0°	-1,2981	1,3805	- 0,8569	- 6E-06
45°	-0,7283	0,6896	- 0,5177	- 2E-06
90°	-1,4548	-1,4548	- 0,8569	- 6E-06

La variation instantanée des caractéristiques mécaniques $\sigma(\theta)$ (MPa) et $r(\theta)$ en fonction de l'évolution des proportions de la déformation équivalente d'un pas de 10% dans les 3 directions est présentée en (Tableau II.12) et (Tableau II.13) respectivement.

Modélisation et résultats expérimentaux

Tableau II. 12. Evolution de contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ (MPa) en fonction de $\bar{\varepsilon}^p$.

$\bar{\varepsilon}^p$	$\sigma (0^\circ)$	$\sigma (45^\circ)$	$\sigma (90^\circ)$	σ_b
0.001	197.1	207.8	206	201.55
0.100	330	349	321.4	325.7
0.200	387.4	404	384.4	385.9
0.300	412.3	426	409	410.6

Normalisation de contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$				
$\bar{\varepsilon}^p$	$\sigma (0^\circ)$	$\sigma (45^\circ)$	$\sigma (90^\circ)$	σ_b
0.001	1	1.054	1.045	1.022
0.100	1	1.05	0.973	0.986
0.200	1	1.04	0.992	0.996
0.300	1	1.033	0.991	0.995

Tableau II. 13. Evolution de coefficient de Lankford $r(\theta)$ en fonction de $\bar{\varepsilon}^p$.

$\bar{\varepsilon}^p$	$r (0^\circ)$	$r (45^\circ)$	$r (90^\circ)$
0.001	0.86	0.60	0.94
0.100	1.979	0.838	2.516
0.200	1.29	0.691	1.520
0.300	0.968	0.6035	1.083

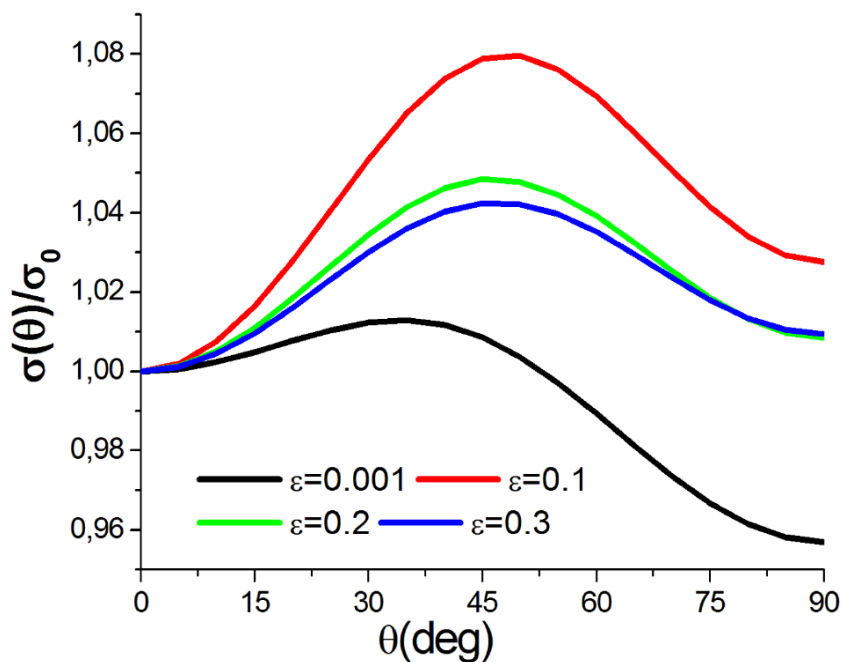
Normalisation de coefficient de Lankford $r(\theta)$			
$\bar{\varepsilon}^p$	$r(0^\circ)$	$r(45^\circ)$	$r(90^\circ)$
0.001	1	0.697	1.093
0.100	1	0.420	1.271
0.200	1	0.532	1.170
0.300	1	0.623	1.119

Les paramètres anisotropes de Hill 1948 (F, G, H et N) distribués dans le plan de la tôle ont été identifiés et présentés dans le (Tableau II.14).

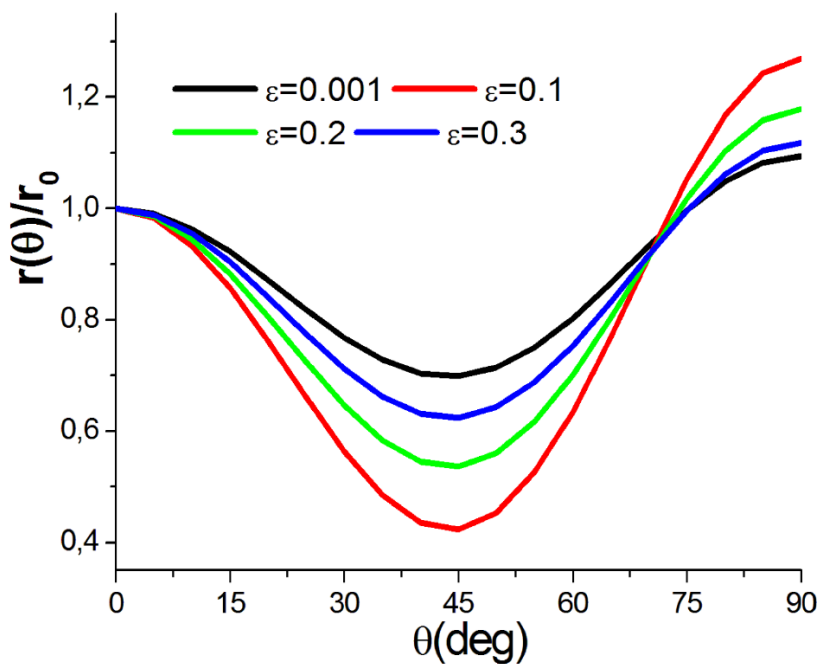
Tableau II. 14. Paramètres d'anisotropie calculés pour l'acier DC04 dans les deux approches

	$\bar{\varepsilon}^p$ (plastique)	F	G	H	N
NAFR-s	0. 1%	0.520	0.436	0.479	1.321
	10 %	0.486	0.542	0.513	1.299
	20 %	0.495	0.512	0.504	1.345
	30 %	0.495	0.514	0.504	1.369
	$\bar{\varepsilon}^p$ (plastique)	F	G	H	N
NAFR-r	0. 1%	0.491	0.537	0.462	1.132
	10 %	0.264	0.335	0.664	0.802
	20 %	0.370	0.436	0.536	0.961
	30 %	0.454	0.508	0.491	1.061

L'impact des proportions des déformation plastique sur la répartition des propriétés mécaniques dans le plan de la tôle est adressé dans les figures (II. 14-15). Au cours de l'évolution de l'écroutissage mécanique, les propriétés mécaniques sont remarquablement impactées par l'évolution de déformation plastique. La plage de déformation sélectionnée est proposée entre 0.1% et 30%. On rappelle ici, que pour l'évolution de tenseur de contrainte est assurée par **la loi de Voce**, cependant, pour l'évolution du coefficient de Lankford, **une régression polynomiale de degré 3** est proposée des rapports entre déformation plastique transversale et longitudinale.



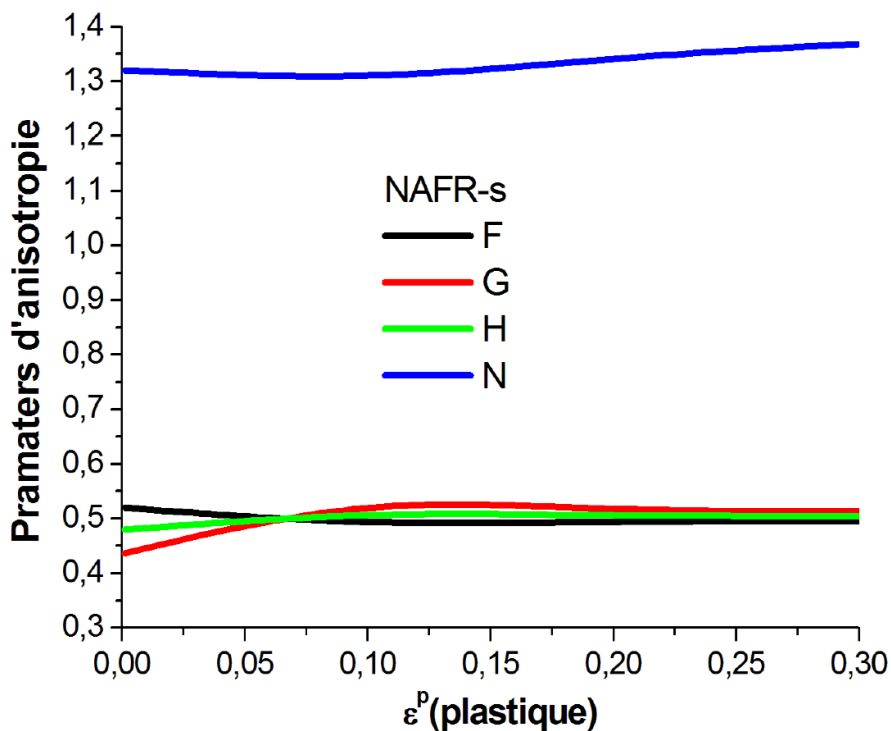
(a)



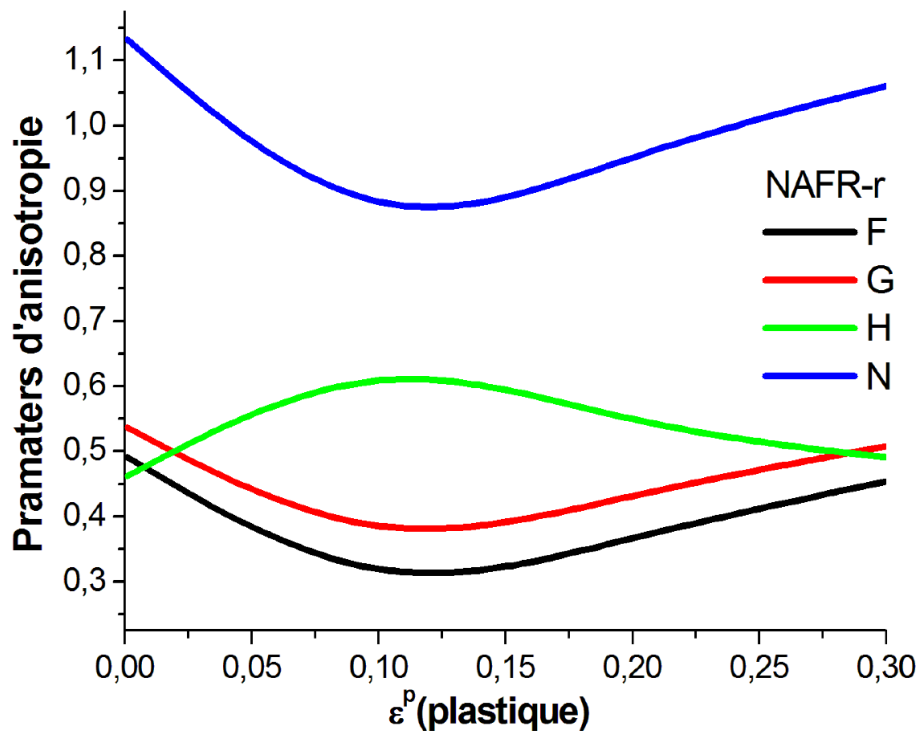
(b)

Figure II. 15. Evolution des propriétés mécaniques dans le plan de la tôle en fonction de déformation plastique
 a) Contrainte d'écoulement b) Coefficient de Lankford.

La dépendance des 4 paramètres d'anisotropies du critère de Hill48 à l'évolution des proportions de déformation plastique longitudinale est donné graphiquement par la (Figure II.15) uniquement dans le cadre de l'approche non associée.



(a)



(b)

Figure II. 16. Dépendance à l'évolution de la déformation plastique des paramètres d'anisotropie de Hill48 : a) NAFR-S, b) NAFR-r.

L'impact de déformation plastique sur les paramètres d'anisotropie est sensiblement remarquable dans l'approche non associée de dépendance du coefficient d'anisotropie de Lankford (NAFR-r). La fluctuation de variation est non monotone de l'anisotropie initiale (0.1%) au maximum de déformation (30%). Le cas de la plasticité liée au tenseur de contrainte (NAFR-s) est impacté par la déformation dans la fourchette (0% à 10%) puis on enregistre, une certaine monotonie sur l'évolution des paramètres.

Conclusion générale

Le travail qu'on a mené durant cette contribution est focalisé sur l'étude descriptive de l'évolution des propriétés mécaniques anisotropes au cours de l'érouissage plastique constatée sur les tôles laminées destinées à la fabrication des capots moteur, garde-boue et les réservoirs des tracteurs au niveau de l'Usine ETRAG de Constantine.

En premier temps et pour une modélisation bien maîtrisée, on a proposé de prévoir le comportement mécanique par une étude basée sur l'utilisation du critère quadratique Hill 1948 et comparer par la suite, les résultats trouvés avec les résultats expérimentaux. Dans le cadre des deux propriétés d'anisotrope (initiale et évolutive d'érouissage) en se basant sur l'utilisation de deux logiques d'approches distinctes de plasticités : i) Plasticité Associée AFR (Associted Flow Rule). ii) Plasticité Non Associée NAFR (non Associted Flow Rule). Les grandeurs mécaniques étudiées sont : i) Le coefficient d'anisotropie de Lankford. ii) La contrainte d'écoulement plastique.

A partir des résultats modélisés, les principales conclusions de la présente contribution peuvent être résumées comme suit :

1. Concernant l'anisotropie initiale :

- i) Comportement mécanique obtenu sous le cadre de trois approches de plasticité comparée avec les résultats expérimentaux de sollicitation uniaxiale suivant les trois orientations dans le plan de la tôle.
- ii) Le coefficient d'anisotropie est parfaitement optimisé et prévu par le critère de Hill dans le cadre la plasticité non associée (NAFR-r) en comparaison avec l'expérience.

2. Concernant l'anisotropie évolutive :

Pour capturer les changements de continuation anisotropes, l'évolution des propriétés mécaniques tout au long de déformation plastique longitudinale sélectionné a été investiguée :

- i) Pour l'évolution de **l'anisotropie de contraintes** et sur la base de l'extrapolation du modèle d'érouissage isotrope de Voce est adopté.
- ii) Pour **le coefficient de Lankford**, l'évolution des courbes est assurée par la régression polynomiale de degré 3 (Poly3) du rapport de déformation longitudinale à la déformation transversale.

Bibliographie

- [1] Groupe Arcelor, construire avec les aciers, 2eme édition, Paris 2002.
- [2] Cold rolling of sheets | Find suppliers, processes & material (manufacturingguide.com) avril 2021.
- [3] Louis COLOMBIER-Gérard FESSIER-Guy HENRY, ACIER. Technologie, 2eme édition, Technique et Documentation, 1990.
- [4] C. Bataille, “Laminage des produits longs-Définitions et paramètres”. Techniques de l’ingénieur, M7900, 2003.
- [5] P. Fabrègue, “Métallurgie du laminage à chaud, Techniques de l’ingénieur. M7860, 2000.
- [6] G. Béranger, G. Henry, G. Sanz, “Le livre de l’acier”. Eds Lavoisier Paris, 1996.
- [7] J. Farhi, “Coulée continue de l’acier. Généralités. Données physiques et métallurgiques”. Techniques de l’ingénieur. M 7 810, 1989.
- [8] F. Montheillet et L. Briottet, “Endommagement et ductilité en mise en forme”. Techniques de l’ingénieur, Vol M3 032, pp. 1-19, 1998.
- [9] P. Montmitonnet, “Laminage -Objectifs et modélisation-”. Techniques de l’Ingénieur, M3065 2002.
- [10] P. Poloukhine, V. Tiourine, P. Davidkov, D. Vitanov, Traitement des métaux par déformation. Mir Moscou, 1987.
- [11] Considère A., Mémoire sur l’emploi du fer et de l’acier dans les constructions, Annales ponts et chaussées, 1885.
- [12] Z. Marciniak, K. Kuczinski, Limit strains in the process of stretch forming sheet metal, Int. J. Mech. Sci. 1967.
- [13] P. Hora, L. Tong, J. Reissner, A prediction method for ductile sheet metal failure in FE–Simulation, NUMISHEET’96, 3rd Int. Conf. On Numerical Simulation of 3–D Sheet Metal Forming Processes, 252–256, Dearborn, Michigan, U.S.A., September 1996.
- [14] M. Brunet, S. Mguil, F. Morestin, Analytical and experimental studies of necking in sheet metal forming processes, J. Mat. Process. Technol., 80–81 : 40–46, 1998.
- [15] J.P. Cordebois, Critères d’instabilité plastique et endommagement ductile en grande déformation (application à l’emboutissage), Thèse d’Etat, Université Paris–VI, 1983.
- [16] N. Boudeau, Approches méthodologiques, numériques et expérimentales en mise en forme des structures minces, poudre et polymères chargés, Mémoire d’Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Franche–Comté, 2003.

- [17] Col A., Emboutissage des tôles : Aspects mécanique, Techniques de l'ingénieur, M3 181, 2002.
- [18] W. Thomas, T. Oenoki, T. Altan, Process simulation in stamping – recent applications for product and process design, J. Mat. Process. Technol., 98 : 232–243, 2000.
- [19] G. Gantar, K. Kuzman, Optimization of sheet metal forming processes by the use of numerical simulations, J. Mat. Process. Technol., 130–131, 54–59, 2002.
- [20] J. Cao, B. L. Kinsey, H. Yao, V. Viswanathan, N. Song, Next generation stamping dies–controllability and flexibility, Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 17 : 49–56, 2001.
- [21] R. Descamps, B. Chamont, R. Kergen, Blank–holder Force Control in Deep Drawing (Application on a Critical Industrial Part) , in New Developments in Sheet Metal Forming ISBN 3–88355–292–5, Klaus Siegert (Editor) : 229–247, Fellbach, Germany, 23–24 May 2000.
- [22] H. Naceur, Optimisation de forme de structures minces en présence de non linéarités géométriques et matérielles, Thèse de doctorat UTC, Compiègne, France, septembre 1998.
- [23] O. Barlet, Contribution à l'optimisation de forme de pièces embouties pour l'industrie de l'automobile, Thèse de doctorat UTC, Compiègne, France, avril 1998.
- [24] S. Beck, Control of the Deep Drawing Process Through Active Drawbeads, in New Developments in Sheet Metal Forming ISBN 3–88355–292–5, Klaus Siegert (Editor) : 195–211, Fellbach, Germany, 23–24 May 2000.
- [25] MAKKOUK Rabih, Modélisation de la plasticité orthotrope en contraintes planes application à la détermination des limites de formage des toles, Université de METZ, 1 juillet 1994.
- [26] Hill R., Hutchinson J.W.: Differential hardening in sheet metal under biaxial loading: a theoretical framework. Journal of Applied Mechanics 59, S1-S9, 1992.
- [27] Kawka, M., Makinouchi, A., Plastic anisotropy in FEM analysis using degenerated solid element. Journal of Materials Processing Technology 60, 239–242, 1996.
- [28] Cazacu, O., Barlat, F., Generalization of Drucker's yield criterion to orthotropy. Mathematics and Mechanics of Solids 6, 613–630, 2001.
- [29] Plasticité standard (ec-lyon.fr) Avril 2021.
- [30] Abdeljalil. NADY. “Caractérisation par diffraction des neutrons et rayonnement synchrotron de revêtement épais à base de cobalt obtenu par le procédé plasma à arc transféré”. 8 Décembre.

- [31] Saâd. JAKANI, “Effet des impuretés sur les mécanismes de recristallisation du cuivre tréfilé”. 15 décembre 2004.
- [32] Francis CORRIVEAU, modélisation numérique de la formabilité des alliges d'aluminium AA5052 et AA5083, mémoire université de sherbrooke (Québec) canada, page :26, 12/2018.
- [33] W.A Spitzig, R.J Sober, and O Richmond, “Pressure dependence of yielding and associated volume expansion in tempered martensite“. *Acta Metallurgica*, 23(7):885 – 893, 1975.
- [34] W.A. Spitzig and O. Richmond, The effect of pressure on the flow stress of metals”. *Acta Metallurgica*, 32(3):457 – 463, 1984.
- [35] T.B. Stoughton, “A non-associated flow rule for sheet metal forming”. *International Journal of Plasticity*, 18(5–6):687 – 714, 2002.
- [36] http://mediamef.insarouen.fr/modules/P1/M12/EXPORTS_S122.publi/web/co/module_S122_3.html, 2021.
- [37] W. Kilpatrick, D. Brown, R. J. McMurray, and A. G. Leacock, *Materials Science and Engineering: A* **527**, 7557 (2010).
- [38] M. Safaei, M.-G. Lee, S. Zang, and W. De Waele, *Computational Materials Science* **81**, 15 (2014).
- [39] M. Safaei, J. W. Yoon, and W. De Waele, *International Journal of Plasticity* **58**, 219 (2014).
- [40] M. Safaei, S. Zang, M.-G. Lee, and W. De Waele, *International Journal of Mechanical Sciences* **73**, 53 (2013).