

Simulation numérique de la convection naturelle laminaire dans une conduite verticale

Fatima Zohra Bakhti, Mohamed Siameur, Abdelmadjid Chehhat

► **To cite this version:**

Fatima Zohra Bakhti, Mohamed Siameur, Abdelmadjid Chehhat. Simulation numérique de la convection naturelle laminaire dans une conduite verticale. Jean-Jacques BEZIAN. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. ENSTIMAC, 5p., 2007. <hal-00160990>

HAL Id: hal-00160990

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00160990>

Submitted on 29 Aug 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SIMULATION NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE LAMINAIRE DANS UNE CONDUITE VERTICALE

Fatima Zohra Bakhti * , Mohamed. Siameur** , Abdelmadjid Chehhat§

***LESEI, Université de Batna, Algérie*

**, §Département de Mécanique, Université de M'sila, Algérie*

fz_bakhti@yahoo.fr, msiamour@yahoo.fr, a_chahhat@yahoo.fr

Résumé : Dans ce travail, nous présentons une étude numérique du phénomène de la convection naturelle laminaire dans une conduite verticale, dont la paroi est maintenue à une température constante. Les équations régissant ce phénomène, ont été résolues par une approche numérique basée sur la méthode des volumes finis. Nous avons représenté les champs de vitesses, de températures, et de pressions, ainsi que la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh. Les simulations numériques ont été faites en considérant des valeurs du nombre de Rayleigh qui varient entre 1 et 10^5 , et cela pour des rapports d'aspect égaux 3, 5, 8 et 12. Les résultats obtenus sont comparés à ceux de la littérature et un bon accord a été trouvé.

Mots clés : Convection naturelle/écoulement laminaire /conduite verticale

1. INTRODUCTION

L'étude des transferts thermiques par convection naturelle dans les conduites verticales a suscité un intérêt grandissant durant ces dernières décennies. Cet intérêt est dicté par le rôle joué par telles configurations dans de nombreuses applications industrielles dans différents domaines tels que le refroidissement des composants électroniques, la climatisation, les échangeurs de chaleur, les centrales nucléaires ... etc

L'étude de la convection naturelle a conduit à une masse importante de publication spécialisée qui s'est accumulée au fur des années. Une revue de la littérature montre que la convection naturelle laminaire dans une conduite verticale a été étudiée par plusieurs auteurs : Elenbaas[1] a conduit la première étude expérimentale qui a servi dans la suite comme solution de référence. Bodoia et Osterle[2] ont obtenu la première solution numérique de la convection naturelle dans une conduite verticale. Leurs résultats étaient en bon accord avec ceux d'Elenbaas. Davis et Perona[3] , Kageyama et Izumi[4] et Dyer[5] ont utilisé la méthode des différences finies pour la discrétisation des équations de transport. Hess et Miller[6] se sont intéressés à l'étude expérimentale de la convection naturelle dans un cylindre vertical soumis à un flux thermique constant, ils ont utilisé un volocimètre laser Doppler pour mesurer la vitesse axiale du fluide. Bar-Cohen et Rohsnow[7] ont examiné la convection naturelle entre deux plaques parallèles, ils ont proposé une nouvelle corrélation illustre la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh et le rapport d'aspect. Marcondes et Maliska[8] ont utilisé la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations elliptiques régissant le phénomène de la convection , ils ont montré que pour certaines situations de l'écoulement l'utilisation d'une formulation elliptique est impératif pour prédire correctement l'écoulement dans une conduite ouverte. Boudebous et al[9]. ont étudié la convection naturelle laminaire dans un conduit hyperbolique creux, de révolution de longueur finie et dont la paroi est soumise à une température constante, les équations régissant ce phénomène ont été discrétisées par la méthode des différences finies. .

Dans le présent travail , nous étudions la convection naturelle laminaire dans une conduite verticale dont la paroi est maintenue à une température constante supérieure à celle du milieu ambiant, donnant naissance à un écoulement ascendant de l'air à travers cette conduite. Les simulations numériques ont été faites pour des nombres de Rayleigh allant de 1 jusqu'à 10^5 et cela pour différents rapports d'aspect A égale 3,5, 8 et 12.

L'objectif principal de ce travail est de déterminer les champs de vitesses, de températures et de Pression en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour différents rapports d'aspect A de la conduite. Une attention particulière a été donnée à la quantification du nombre de Nusselt moyen dans les différents cas considérés.

La configuration étudiée ainsi que les conditions aux limites sont schématisées sur la figure 1. Il s'agit d'une conduite cylindrique verticale de longueur L et de rayon R_0 , et de rapport d'aspect $A=L/2R_0$.

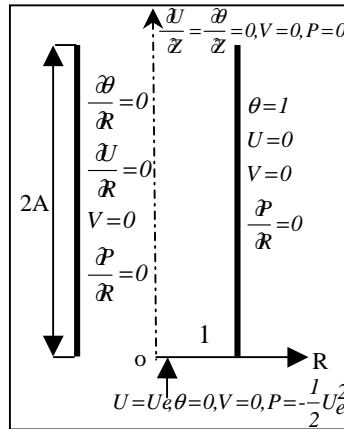


Figure 1 : La configuration étudiée et les conditions aux limites

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Les équations gouvernantes adimensionnelles s'écrivent sous la forme généralisée:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(R\phi) + \frac{\partial}{\partial Z}(RU\phi) + \frac{\partial}{\partial R}(RV\phi) = \frac{\partial}{\partial Z} \left[\Gamma_\phi R \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right] + \frac{\partial}{\partial R} \left[\Gamma_\phi R \frac{\partial \phi}{\partial R} \right] = RS_\phi \quad (1)$$

où : ϕ est la variable transportée, Γ_ϕ est le coefficient de diffusion et S_ϕ est le terme source.

| Equation | ϕ | Γ_ϕ | S_ϕ |
|--------------------------|----------|---------------|---|
| Continuité | 1 | 0 | 0 |
| Quantité de mouvement /z | U | Pr | $-\frac{\partial P}{\partial Z} + Ra \cdot Pr \cdot \theta$ |
| Quantité de mouvement /r | V | Pr | $-\frac{\partial P}{\partial R} - 2 \cdot Pr \cdot \frac{V}{R^2}$ |
| Energie | θ | 1 | 0 |

Table 1: termes de l'équation (1)

$$Z = \frac{z}{R_0}, R = \frac{r}{R_0}, U = \frac{uR_0}{a}, V = \frac{vR_0}{a}, \theta = \frac{T - T_0}{T_p - T_0}, \tau = \frac{t \cdot a}{R_0^2}, P = \frac{P^* \cdot R_0^2}{\rho_0 a^2} \quad (2)$$

Les conditions aux limites sont mentionnées sur la figure 1. La vitesse d'entrée est donnée par l'expression suivante (proposée par les auteurs dans le cadre de cette recherche) :

$$U_e = 0,5\sqrt{Ra \cdot Pr} \quad (3)$$

3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les profils de vitesses représentés dans les figures 2 et 3 pour une valeur de Rayleigh $Ra=10$ sont des profils paraboliques classiques de l'écoulement laminaire dans une conduite, en fonction du rapport d'aspect A . Nous remarquons que, ni les dimensions de la géométrie ni l'échange de chaleur au sein du fluide a une influence sur la forme du profil de vitesse. Pour des valeurs de Ra supérieur à 10^2 (figure 4), nous constatons une accélération du fluide près de la paroi due à la dominance des poussés d'Archimède et un ralentissement de la vitesse de ce fluide près de l'axe de manière à assurer une conservation du débit global.

On peut noter aussi que l'effet du rapport d'aspect sur le profil de vitesses est important surtout à l'entrée de la conduite. Cet effet s'efface au fur et à mesure qu'on avance le long de la conduite à cause de l'établissement de l'écoulement

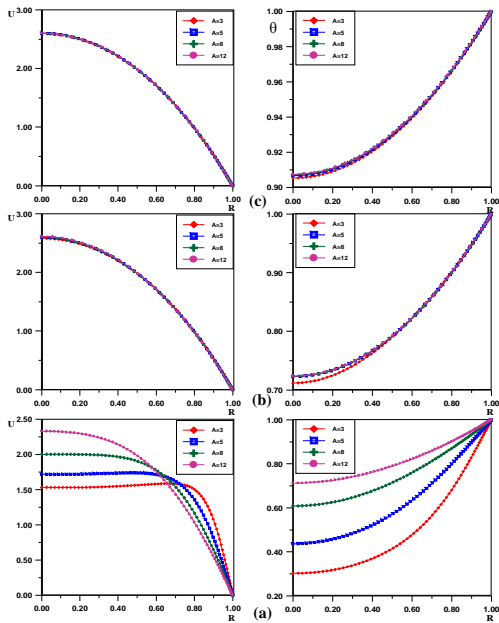


Figure 2 : Profils des vitesses et des températures pour $Ra=10$

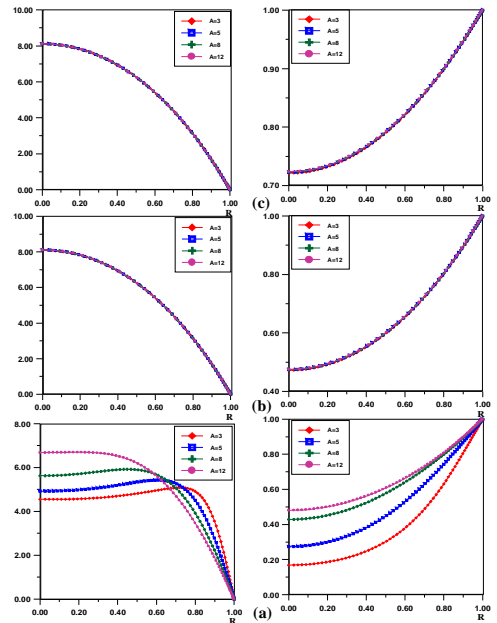


Figure 3 : Profils des vitesses et des températures pour $Ra=10$

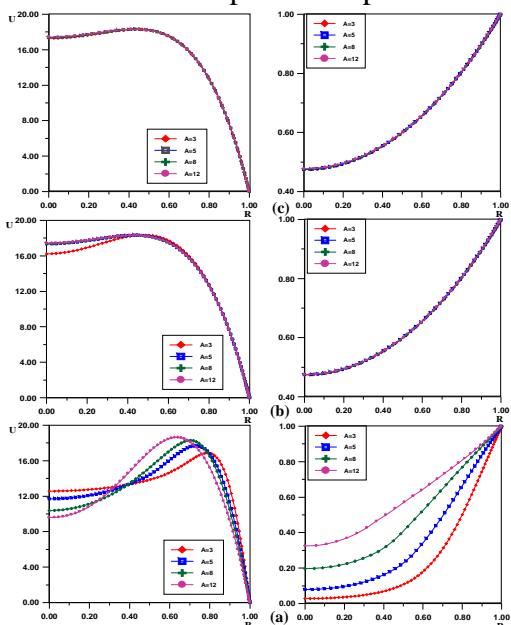


Figure 4 : Profils des vitesses et des températures pour $Ra=1000$: (a) à l'entrée (b) au milieu (c) à la sortie de la conduite

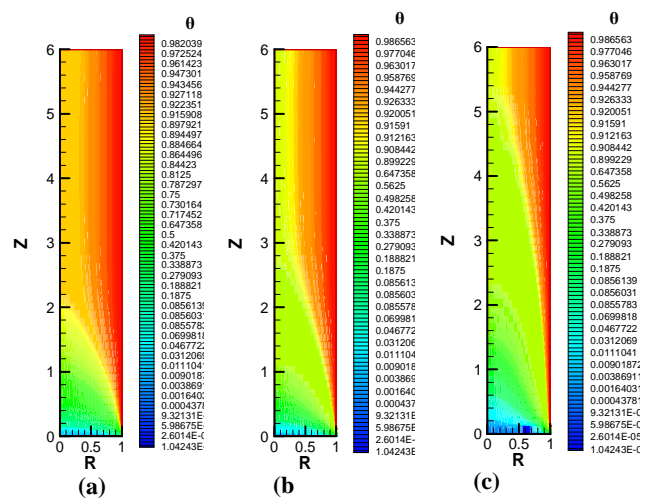


Figure 5 : Champ de température pour $A=3$ et pour des valeurs de Rayleigh (a) $Ra=10$ (b) $Ra=10$ (c) $Ra=1000$

Sur la figure 5, nous constatons que pour de faibles valeurs de Ra ($Ra < 100$), la température tend à devenir homogène à la sortie de la conduite. La transmission de la chaleur par conduction à partir de la paroi de la conduite domine celle par convection à partir de l'entrée de la conduite. Par ailleurs, pour des valeurs de Ra supérieures à 100 ($Ra = 1000$), on constate un écart notable entre les valeurs de la température près de la paroi et celles près de l'axe, ce qui explique que le transfert de chaleur par convection domine celui par conduction.

L'effet du rapport d'aspect A sur le profil de température surtout à l'entrée de la conduite est remarquable. Cet effet diminue progressivement en avançant dans la conduite à cause de l'établissement thermique de l'écoulement.

La Figure 6 représente les profils de pression le long de la conduite pour des valeurs de Rayleigh égales à 10, 100 et 1000 et cela pour des rapports d'aspect A égale à 3, 5, 8 et 12. On constate que ni le nombre de Rayleigh, ni le rapport de d'aspect A ont une influence sur la forme du profil de pression. La pression augmente à l'entrée de la conduite passe par un maximum puis diminue progressivement pour satisfaire la condition à la sortie ($P=0$). La valeur de ce maximum augmente au fur et à mesure que Ra et A augmentent.

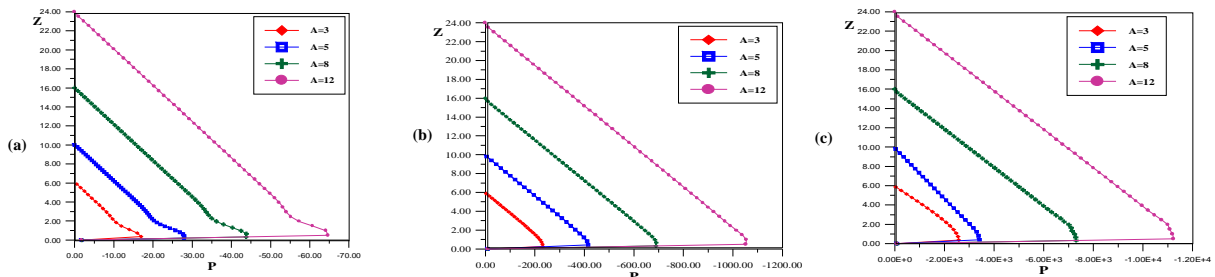


Figure 6 : Evolution de la pression le long de la conduite :
(a) Ra=10 (b) Ra=100 (c) Ra=1000

La Figure 7 illustre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh, nos résultats sont présentés pour les différents rapports d'aspect A=3, 5, 8, 12. En examinant ces courbes, pour un rapport d'aspect A=3, nous constatons que nos résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par Elenbaas[1] et Boudebous et al.[10]. Le faible écart observé entre ces résultats peut être justifié par plusieurs paramètres : les erreurs de mesures expérimentales, les méthodes numériques utilisées. On peut constater aussi une grande influence du rapport d'aspect A sur le nombre de Nusselt moyen, plus A augmente plus le nombre de Nusselt diminue. L'écart entre les profils du nombre de Nusselt pour les différents rapports d'aspect diminue au fur et à mesure que Ra augmente.

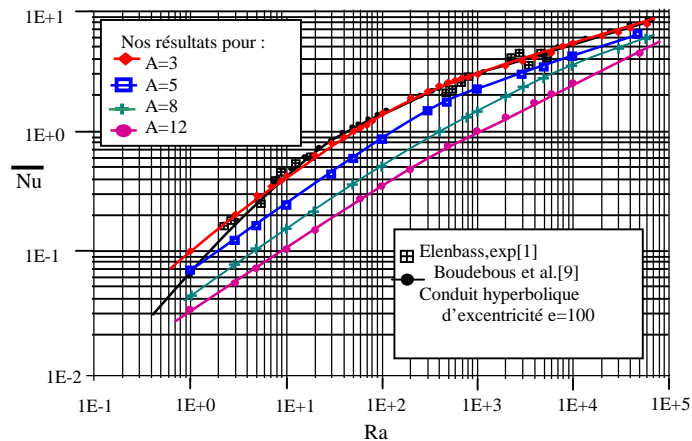


Figure 7 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra

CONCLUSION

L'étude présentée dans cet article est destinée à mieux comprendre le processus de la convection naturelle, laminaire dans une conduite verticale, dont la paroi est maintenue à une température constante supérieure à celle du milieu ambiant donnant naissance à un écoulement convectif ascendant de l'air à travers cette conduite. Nous avons représenté les champs hydrodynamiques et thermiques y compris la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh et cela pour différents rapports d'aspect.

Les simulations ont été faites pour des nombres de Rayleigh allant de 1 jusqu'à 10^5 , et des rapports d'aspects A égale à 3,5,8,12. L'effet de ce dernier sur les champs hydrodynamiques et thermiques est observé surtout à l'entrée de la conduite, il diminue en avançant le long de la conduite à cause de l'établissement hydrodynamique et thermique de cet écoulement. Nous avons constaté aussi que le nombre de Nusselt diminue en augmentant le rapport d'aspect de la conduite. L'écart entre les nombres de Nusselt pour différents rapports d'aspect diminue au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente.

Nomenclature

| | | | |
|----------|---|-----------------------|--|
| A | : Rapport d'aspect de la conduite | T_0 | : Température ambiante, k |
| a | : Diffusivité thermique, m^2/s | u | : Composante axiale de la vitesse, m/s |
| L | : Longueur de la conduite, m | U | : Composante adimensionnelle de la vitesse axiale |
| Nu | : Le nombre de Nusselt | Ue | : Vitesse d'entrée adimensionnelle |
| p | : Pression, N/m^2 | v | : Composante radiale de la vitesse, m/s |
| P | : Pression adimensionnelle | V | : Composante adimensionnelle de la vitesse radiale |
| p^* | : Pression motrice, N/m^2 | z | : Coordonnée axiale, m |
| Pr | : Le nombre de Prandtl | Z | : Coordonnée axiale adimensionnelle |
| Ra | : Nombre de Rayleigh | Symboles Grecs | |
| R_0 | : Le rayon de la conduite, m | θ | : Température adimensionnelle |
| S_Φ | : Le terme source de la variable Φ | ρ_0 | : Masse volumique à T_0 , Kg/m^3 |
| t | : temps, s | τ | : Temps adimensionnelle |
| T | : Température, k | Φ | : Variable dépendante généralisée |
| T_p | : Température de la paroi, k | | |

Références

- [1] W. Elenbaas, Heat Dissipation of Parallel Plates by Free convection, *Physica*, vol. 9, n° 1, pp.1-28, 1942
- [2] J.R. Bodoia and J.F. Osterle, The Development of Free Convection Between Heated Vertical Plates, *J. of Heat Transfer*, Trans. ASME, Series C, vol. 84, n°1, pp.40-44, 1962.
- [3] L.P. Davis and J.J. Perona, Development of Free Convection Flow of a Gaz in a Heated Open Tube, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 14, pp.889-903, 1971.
- [4] M. Kageyama and R. Izumi, Natural Heat Convection in a Vertical Tube, *Bulletin of the JSME*, vol. 13, N° 57, pp. 382—394, 1970.
- [5] J.R. Dyer, The Development of Laminar Natural convective Flow in a Vertical Uniform Heat Flux Duct, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.18, pp.1455-1465, 1975.
- [6] C.F. Hess and C.W. Miller, Natural Convection in a Vertical Cylinder subject to Constant Heat Flux, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 22, pp.421-430, 1979.
- [7] A. Bar-Cohen and W.M. Rohsnow, Thermally Optimum Spacing of Vertical Natural Convection Cooled, Parallel Plates, *J. Heat Transfer*, vol.116, pp.116-123, 1984.
- [8] F. Marcondes and C.R. Maliska, Treatment of the Inlet Boundary Conditions in Natural Convection Flows on open Ended Channels, *Numerical Heat Transfer*, Part B, vol.35, pp.317-345, 1999.
- [9] S. Boudebous, A.H. Meniai and Z. Nemouchi, Numerical Study of Developing Natural Laminar Convection in a Vertical Hyperbolic Duct of a Fixed Length and with a Constant Wall Temperature, *Numerical Heat Transfer*, Part A, vol. 40 pp.783-800, 2001