



**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la
Recherche Scientifique
Université Abbas Laghrou de Khenchela
Faculté des Sciences et Technologie**

Département des Sciences de la Matière

N° :

Mémoire de Fin d'Études

Pour l'obtention du diplôme de Master (LMD)

Filière : Physique

Spécialité : Physique des Matériaux

Session : 2017/2018

Intitulé :

**ETUDE NUMERIQUE DE L'EVAPORATION D'UN FILM D'EAU
LIQUIDE EN ECOULEMENT LAMINAIRE LE LONG D'UNE
PLAQUE PLANE**

Réalisé par:

- M. BOUTARFA Mohamed Amin

- Melle MEDDOUR CHAIMA

Dirigé par: M. MEROUANI LAZHAR

Membres du jury:

Présidente: Kerouaze Fatima Zohra Université Abbas Laghrou - Khenchela

examineur: Bouroucha Azzdine Université Abbas Laghrou – Khenchela

présente le: 26/06/2018

TABLE DES MATIERES

Nomenclature

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction

Chapitre 1: Analyse bibliographique

1-Introduction

2. Evaporation d'un film liquide pur

3. Evaporation des mélanges liquides

4. Conclusion

Chapitre 2 : Formulation mathématique

1. Position du problème

2. Hypothèses

3. Modèle mathématique

3.1 Équations de transfert

3.2. Équations de conservation

3.3 Conditions aux limites

4. Flux de chaleur et de masse

5. Régime établi

6. Propriétés thermophysiques des fluides

6.1. Propriétés de l'air

6.2. Propriétés de la vapeur d'eau

6.3. Propriétés du mélange air-vapeur

Chapitre 3: Résolution numérique

1. Introduction

2. Maillage

3. Discrétisation des équations différentielles

4. Equation générale discrétisée

5. Discrétisation des conditions aux limites
6. Equation de continuité discrétisée
7. Résolution numérique
8. Tests de validation du modèle numérique
9. Algorithme de calcul

Chapitre 4 : Résultats et discussion

1. Evolution du processus d'évaporation
 - 1.1. Profils de vitesse
 - 1.2. Profils de température et de concentration en vapeur
2. Simulation paramétrique
 - 2.1. Influence du débit d'entrée q_0
 - 2.2. Influence de la température d'entrée T_0
 - 2.3. Influence du coefficient d'échange convectif
 - 2.4. Influence de la largeur du canal

Conclusion

Annexes

Méthode de Thomas

Méthode de la sécante

Références

Résumé

NOMENCLATURE

<i>Symbole</i>	<i>Désignation</i>	<i>Unité</i>
a	Diffusivité thermique	$[m^2.s^{-1}]$
c_p	Chaleur spécifique à pression constante	$[J.kg^{-1}.K^{-1}]$
C	Concentration en vapeur du mélange gazeux	[-]
D	Coefficient de diffusion	$[m^2.s^{-1}]$
J_v	Densité de flux massique local	$[kg.m^{-2}.s^{-1}]$
h	Humidité relative	[-]
i, j	Indices de maillage	[-]
g	Accélération de la pesanteur	$[m.s^{-2}]$
G	Gradient de pression	$[Pa.m^{-1}]$
L	Hauteur du canal	[m]
M_a, M_v	Masse molaire du fluide air, eau	$[Kg.mol^{-1}]$
N	Nombre de nœuds suivant y	[-]
Nu	Nombre de Nusselt	[-]
P	Pression	[Pa]
q_L	Débit liquide par unité de largeur du canal	$[kg.s^{-1}.m^{-1}]$
R	Largeur du canal	[m]
S	Sources de l'équation de transport	
Sc	Nombre de Schmidt	[-]
T	Température	[K]
U	Composante axiale de la vitesse	$[m.s^{-1}]$
V	Composante transversale de la vitesse	$[m.s^{-1}]$
y, z	Coordonnées transversale, axiale	[m]

Symboles grecs

<i>Symbole</i>	<i>Désignation</i>	<i>Unité</i>
μ	conductivité thermique Viscosité dynamique Viscosité cinématique Coefficient de diffusion Masse volumique Angle d'inclinaison du canal	$[W.m^{-1}.K^{-1}]$ $[Kg.m^{-1}.s^{-1}]$ $[m^2.s^{-1}]$ $[m^2.s^{-1}]$ $[Kg.m^{-3}]$ rad
Δy	Pas d'espace transversal	[m]
Δz	Pas d'espace axial	[m]

Indices

Indice	Abréviation
a	Air
e	Fluide extérieur
L	Liquide
M	Moyenne sur une section z
V	Vapeur d'eau
W	A la paroi
0	Entrée

LISTE DES FIGURES

- Fig. 2.1. Schéma du modèle physique
- Fig. 3.1. Maillage global du domaine d'étude
- Fig.3.2. Schéma de la grille de discrétisation
- Figure 3.3 Comparaison avec les résultats de Hammoudi et al.
- Fig.4.1. Profils de vitesse axiale dans le mélange gazeux
- Fig.4.2. Profils de température dans le mélange gazeux et la paroi solide
- Fig.4.3. Profils de concentration en vapeur dans le mélange gazeux
- Fig.4.4. Influence du débit d'entrée q_0 sur l'évolution du débit liquide
- Fig.4.5. Influence du débit d'entrée q_0 sur l'évolution du nombre de Nusselt
- Fig.4.6. Influence du débit d'entrée q_0 sur l'évolution du flux de chaleur
- Fig.4.7. Influence de la température d'entrée T_0 sur l'évolution du débit liquide
- Fig.4.8. Influence de la température d'entrée T_0 sur l'évolution du nombre de Nusselt
- Fig.4.9. Influence de la température d'entrée T_0 sur l'évolution du flux de chaleur
- Fig.4.10. Influence du coefficient de convection externe sur le débit liquide
- Fig.4.11. Influence du coefficient de convection externe sur le nombre de Nusselt
- Fig.4.12. Influence du coefficient de convection externe sur le flux de chaleur
- Fig.4.13. Influence du coefficient de convection externe sur la température de paroi
- Fig.4.14. Influence de la largeur du canal sur l'évolution du débit liquide
- Fig.4.15. Influence de la largeur du canal sur l'évolution du nombre de Nusselt
- Fig.4.16. Influence de la largeur du canal sur l'évolution du flux de chaleur

Liste des tableaux

Tableau 3. 1: Liste des variables, des coefficients et des termes S.

INTRODUCTION

L'évaporation de films liquides en écoulement sur des parois solides et la détermination des distances d'assèchement posent de nombreux problèmes sur les plans théorique et expérimental. Ce phénomène présente un grand intérêt pratique notamment dans l'industrie nucléaire, pour le refroidissement des aubes de turbines, lors de l'injection de carburant dans les moteurs, pour la concentration des effluents, pour la distillation et le dessalement, etc... Si le champ d'application de ces phénomènes est étendu, le nombre de publications qui lui sont consacrées est relativement limité. L'essentiel des travaux jusqu'à présent concerne les ruissellements de films liquides sur une plaque horizontale ou verticale et sur la paroi intérieure d'un tube cylindrique vertical. Dans ce travail, on se propose de procéder à une modélisation numérique de ce phénomène d'évaporation de film liquide en présence d'un écoulement gazeux par convection forcée laminaire. Ce mémoire comporte quatre chapitres complétés par deux annexes.

Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique du phénomène d'évaporation de films liquides pour différentes configurations géométriques (plaques planes, tube cylindrique vertical) en distinguant deux cas : les liquides purs et les mélanges liquides à plusieurs composants. Dans les études théoriques, les modèles généralement utilisés sont basés sur une analyse numérique bidimensionnelle du transfert de masse et de chaleur au travers d'un film mince liquide s'écoulant sur une paroi solide en présence d'une convection naturelle, forcée ou mixte. La diffusion massique dans le mélange liquide peut être négligée ou prise en compte selon les différents auteurs.

Dans le second chapitre, on présente la description du système physique et du modèle mathématique que nous avons retenu pour simuler le phénomène d'évaporation d'un film liquide ruisselant sur la paroi inférieure isotherme d'un canal incliné et dont la plaque supérieure est maintenue adiabatique et imperméable. On présente également certaines hypothèses simplificatrices et les conditions aux limites adéquates à ce type d'équations.

Le chapitre trois est une description détaillée de la méthodologie numérique suivie par la discrétisation par la méthode des différences finies et la résolution des équations aux dérivées partielles traduisant le phénomène d'évaporation. Une étude de sensibilité numérique aux pas d'espace a été menée. Des tests de validation numérique du modèle ont été également effectués sur la base d'une comparaison avec des résultats similaires publiés dans la littérature.

Dans le quatrième chapitre, on présente un ensemble de résultats obtenus par simulation numérique concernant l'évaporation d'un film liquide dans un canal incliné. Une analyse détaillée a été ensuite menée concernant l'influence de la température, du débit massique d'entrée du fluide, de la largeur du canal et du coefficient convectif externe sur les transferts de chaleur et de matière dans le système.

Enfin, les annexes sont consacrées à la description de l'algorithme de Thomas de résolution des systèmes d'équations linéaires à matrice tridiagonale et de la méthode itérative de la sécante de résolution numérique des équations non linéaires.

CHAPITRE 1

ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE

1-Introduction

Ce chapitre est consacré à une analyse bibliographique sommaire concernant l'évaporation d'un film liquide dans diverses configurations géométriques telles que les plaques planes et les tubes cylindriques. La plupart des études théoriques et expérimentales sur les transferts dans les écoulements diphasiques liquide-vapeur ont pour objectif la détermination des évolutions des températures, vitesses et fractions massiques des constituants présents dans les phases liquides et vapeur et des coefficients de chaleur et de masse dans le système. Dans ce qui suit, nous rapportons un bref résumé des travaux les plus récents sur l'évaporation d'un film liquide en distinguant deux cas : les liquides purs et les mélanges liquides à plusieurs composants.

2. Evaporation d'un film liquide pur

Dans une étude numérique publiée en 2005, Mezaache et al.[1] ont examiné les effets des conditions d'entrée sur les processus d'évaporation d'un film d'eau liquide ruisselant sur une plaque inclinée soumise à différentes conditions thermiques. Les écoulements liquides et gazeux sont approchés par deux couches limites laminaires couplées. La solution numérique est obtenue en utilisant une méthode aux différences finies en schéma implicite. Dans cette analyse, un système air-eau est considéré et les effets couplés de l'inclinaison, du débit massique du liquide d'entrée et de la vitesse du gaz sont examinés. Les résultats montrent que, pour un flux de chaleur imposé ou une température de paroi uniforme, l'effet de l'inclinaison dépend fortement du débit massique du liquide et de la vitesse du gaz. Une augmentation du débit massique du liquide provoque une augmentation de l'effet d'inclinaison sur le transfert de chaleur et de masse. L'inclinaison affecte le transfert de chaleur et de masse, en particulier à des vitesses de gaz plus faibles. Une augmentation de l'inclinaison améliore l'évaporation en augmentant le débit massique de vapeur.

Ben Jabrallah et al. [2] ont présenté une étude des transferts de chaleur et de matière qui accompagnent l'évaporation d'un film d'eau tombant dans une cavité rectangulaire fermée de facteur de forme géométrique égal à 10. La paroi qui supporte le film liquide est chauffée à flux constant. La vapeur qui se forme au niveau de la paroi mouillée se condense sur la paroi opposée maintenue à température uniforme. L'étude vise une meilleure compréhension du phénomène d'évaporation afin d'en améliorer le rendement. Un modèle numérique a été construit à partir des équations de conservation dans les phases gazeuse et liquide. La particularité de cette étude réside dans la manière de traiter les transferts dans le film liquide. Une méthode a été développée sur la base des bilans massique et thermique obtenus par intégration des équations de conservation de matière et d'énergie sur de faibles incréments de hauteur. Cette méthode permet d'éviter la résolution explicite des équations de quantité de mouvement et d'énergie rendue plus difficile par la présence d'un tissu qui sert à maintenir le film liquide. Les résultats obtenus ont permis de décrire l'état thermodynamique du film chauffé à l'aide de la température du liquide et du débit d'évaporation. Le film chauffé présente deux zones : une zone d'échauffement située près de l'entrée de la cavité et une zone d'évaporation qui couvre le reste de la surface mouillée. L'étendue de cette surface effective d'évaporation a été étudiée en fonction des paramètres opératoires : d'une part la densité du flux de chauffage et la température de la paroi de condensation qui dépendent en général des conditions climatiques, d'autre part la température et le débit massique de l'eau d'alimentation qui peuvent être choisis par l'utilisateur et agissent directement sur le film liquide. L'influence de ces deux derniers paramètres sur les échanges à l'interface liquide-gaz a été caractérisée par les nombres locaux de Sherwood et de Nusselt.

Feddaoui et al. [3] ont développé un modèle pour étudier le refroidissement par évaporation d'un film liquide en écoulement à l'intérieur d'un tube vertical à paroi isolée et soumise à un flux gazeux turbulent en considérant les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse dans le système air-eau. Un modèle de turbulence à faible nombre de Reynolds de Launder et Sharma est utilisé pour simuler le flux gazeux turbulent et un modèle de Van Driest modifié est adopté pour simuler le film liquide turbulent. Les prédictions du modèle sont d'abord comparées aux données expérimentales disponibles dans le but de valider le modèle. Des calculs paramétriques ont été effectués pour étudier les effets du nombre de Reynolds, de la température du liquide d'entrée et du débit massique du liquide d'entrée sur le mécanisme de refroidissement du film liquide. Les résultats montrent que le refroidissement

du liquide est important pour le système avec un nombre plus élevé de Reynolds d'écoulement de gaz, un débit de liquide plus bas ou une température de liquide d'entrée plus élevée.

Cherif et al. [4] ont mené une étude expérimentale du transfert de chaleur et de masse en convection naturelle et forcée dans un canal vertical à plaques parallèles. Le canal est conçu pour jouer le rôle d'évaporateur. Les parois verticales sont formées par deux plaques métalliques ayant une bonne conductivité thermique. Ces deux plaques sont chauffées symétriquement et soumises à un flux thermique constant. Un mince film liquide d'épaisseur négligeable ruisselle sur la face interne de chaque paroi. Soumis à un flux de chaleur, ce liquide s'évapore partiellement. L'expérimentation consiste à déterminer le flux d'évaporation du film liquide tombant en convection naturelle et forcée. L'exploration du champ thermique (dans le film et dans la phase gazeuse) permet de donner une description de l'évaporation dans le canal. Les résultats obtenus sont exploités pour étudier l'influence des paramètres de fonctionnement tels que la densité de flux thermique sur la température du film liquide et le flux évaporé pour les deux modes.

Nait Alla et al. [5] ont présenté une étude ayant pour but l'analyse des transferts combinés de chaleur et de masse lors de l'évaporation d'un film liquide d'éthanol par convection mixte dans un canal vertical. Le film liquide s'écoule le long d'une plaque soumise à un flux thermique partiel pendant que l'autre plaque est sèche et maintenue thermiquement isolée. La plaque partiellement chauffée est divisée en N régions égales qui sont alternativement chauffées et isolées. Les deux flux liquide et gaz sont approchés par deux couches limites laminaires couplées. Une méthode aux différences finies implicites est employée pour résoudre les équations de couplage pour l'écoulement de film liquide et de gaz ainsi que les conditions d'interface. L'effet du nombre de zones chauffées et de leurs positions sur le flux et sur le transfert de chaleur et de masse est analysé.

Oubella et al. [6] ont mené une étude numérique de transfert de chaleur et de masse par convection mixte lors de l'évaporation d'un film liquide dans un canal vertical. L'accent est mis sur les effets de la vaporisation de trois films liquides différents ayant des propriétés très différentes, le long des parois isothermes sur les vitesses de transfert de chaleur et de masse dans le canal. L'écoulement laminaire descendant est un mélange d'air et de vapeur d'eau, de méthanol ou d'acétone, supposés gaz parfaits. Un modèle d'écoulement en régime permanent et elliptique à deux dimensions, associé à des propriétés thermo-physiques

variables, est utilisé et le problème de changement de phase est basé sur des hypothèses de film liquide mince. Les équations du modèle sont résolues par la méthode des volumes finis. Les résultats numériques concernent les profils de vitesse, de température et de concentration, ainsi que les variations axiales des nombres de Nusselt, de Sherwood et du taux d'évaporation du film pour deux valeurs de la température d'entrée et deux nombres de Reynolds. Les résultats montrent que plus la température d'entrée et le nombre de Reynolds sont bas, plus le refroidissement du film est important. Les taux de transfert de masse liés à l'évaporation du film sont plus élevés pour un système à faible coefficient de diffusion massique.

Najim et al. [7] ont présenté une étude numérique des transferts de chaleur et de masse conjugués le long d'un tube vertical. L'effet de la salinité du film d'eau est étudié. Le film s'écoule le long d'un tube vertical chauffé par un flux de chaleur uniforme. La méthode numérique appliquée résout les équations de couplage avec les conditions limites associées. Les résultats sont présentés pour l'eau pure, saumâtre et l'eau de mer. Des calculs paramétriques sont effectués pour évaluer l'évaporation et la progression de la salinité le long du tube. Une comparaison des effets des conditions de fonctionnement (pression, débit de film, longueur du tube et flux thermique de la paroi) est menée pour améliorer l'efficacité du dessalement.

Zhang et al. [8] ont présenté une étude numérique du transfert de chaleur et de masse avec évaporation du film par convection mixte laminaire dans un canal rectangulaire tridimensionnel vertical. L'étude concerne l'effet de la température d'entrée d'azote sec, de la température de paroi, du nombre de Reynolds et du rapport d'aspect sur le transfert de chaleur et de masse d'un mince film d'eau liquide. Le flux laminaire se compose d'azote et de vapeur d'eau, qui sont traités comme des gaz parfaits. Les propriétés thermophysiques sont liées au modèle d'écoulement à l'état stationnaire et à l'écoulement elliptique à trois dimensions, compte tenu des hypothèses relatives au film liquide mince. Les équations de ce modèle sont résolues en mettant en œuvre l'approche des volumes finis. Les résultats présentés concernent les variations de la vitesse, la température et les contours de concentration, ainsi que les évolutions axiales du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood, ainsi que les effets des températures d'entrée et de paroi, et des nombres de Reynolds. En outre, les influences de la convection naturelle sur le développement de la convection thermo-solutale combinée sont discutées. Pour le transfert de chaleur latente prédominant, le transfert de masse avec évaporation du film améliore nettement le transfert de chaleur le long des parois mouillées.

Les différentes combinaisons de l'influence thermique et solutale entraînent diverses structures d'écoulement et l'inversion du flux se produit pour un nombre de Richardson suffisamment élevé.

3. Evaporation des mélanges liquides

Agunanoun et al. [9] ont mené une étude du transfert de masse et de chaleur au travers d'un film mince de liquide binaire s'écoulant sur une paroi plan et inclinée. Cette analyse repose sur la résolution des équations de transfert couplées des phases liquide et gazeuse à l'aide d'une méthode aux différences finies de type implicite. La diffusion massique au sein du film liquide est prise en compte dans ces équations. Les résultats les plus intéressants sont obtenus en convection forcée et particulièrement pour un mélange éthylène glycol-eau. En effet, les résultats obtenus montrent qu'il est possible d'accroître la fraction massique évaporée quand la teneur en éthylène glycol est inférieure à 40%. De plus, même si le coefficient d'échange diminue d'une manière générale quand la teneur en éthylène glycol augmente, il a été trouvé qu'il est possible de stabiliser voire augmenter ce coefficient.

El Armouzi et al. [10] ont présenté une étude numérique de l'évaporation par convection mixte d'un film liquide binaire descendant sur la paroi externe d'un cylindre vertical. Deux cas ont été considérés: un cas où la paroi du cylindre est imbibée d'un liquide et une autre où un film liquide s'écoule le long de ce mur. Le transfert de chaleur, de masse et de quantité de mouvement dans le film liquide et la phase vapeur sont modélisés par des équations de convection mixte. Afin de localiser l'interface liquide-vapeur, une transformation de coordonnées est effectuée avec des variables appropriées. La discrétisation des équations sans dimension par un schéma de différences finies implicites conduit à un système d'équations algébriques, qui sont résolues en utilisant l'algorithme de Gauss pour les équations de conservation de l'impulsion et l'algorithme de Thomas pour les équations de conservation d'énergie et de diffusion. L'épaisseur du film est calculée par la méthode de Newton. Les résultats montrent, en particulier, que l'épaisseur du film ne peut pas être négligée et que les transferts de chaleur latente sont de plus en plus importants à mesure que les composants du film liquide deviennent plus volatils.

L'article publié par Nasr et al. [11] traite d'une analyse numérique de l'évaporation par convection mixte d'un film liquide binaire eau-éthylène glycol. Le film ruisselle sur une plaque verticale soumise à une densité de flux thermique uniforme tandis que l'autre plaque

du canal est sèche et isotherme. Le mélange gazeux comprend trois composants: l'air, la vapeur d'eau et la vapeur d'éthylène glycol. Les résultats obtenus concernent les effets des paramètres d'entrée du mélange gazeux et du film liquide sur les profils de pression, de température et de concentration. Les évolutions des flux de chaleur et des vitesses d'évaporation de l'eau et du mélange ont été analysées. Les résultats montrent, en particulier, qu'il est possible d'augmenter le taux d'évaporation accumulé de l'eau et du mélange liquide lorsque la concentration du liquide d'entrée d'éthylène glycol (le composant le moins volatil) est inférieure à 40%. Ce résultat a été expliqué par le fait qu'une augmentation de la concentration en liquide d'entrée de l'éthylène glycol a deux effets antagonistes sur les taux d'évaporation accumulés de l'eau et du mélange liquide.

Une autre étude présentée par Debbissi et al. [12], concerne une analyse numérique de l'évaporation d'un film liquide binaire s'écoulant par convection mixte sur une plaque verticale soumise à un flux chauffé uniforme et mouillée par un film tandis que la seconde est sèche et isotherme. Le mélange liquide est composé d'eau (composant le plus volatil) et d'éthylène glycol, tandis que le mélange gazeux comprend trois composants: l'air sec, la vapeur d'eau et la vapeur d'éthylène glycol. L'ensemble des équations non linéaires et couplées exprimant la conservation de la masse, de quantité de mouvement, de l'énergie et de l'espèce dans les mélanges liquides et gazeux est résolu numériquement en utilisant une méthode de différences finies. Les résultats concernent les effets des paramètres d'entrée du gaz et des mélanges liquides sur le taux d'évaporation de l'eau. Cette étude montre qu'il est possible de faire évaporer dans les mêmes conditions de l'eau que dans l'état où le film à l'entrée était uniquement de l'eau pure. L'objectif principal de cette étude est de clarifier l'existence et l'origine physique de ce phénomène inattendu.

Nait Alla et al. [13] ont effectué une analyse numérique de la comparaison de deux configurations pour améliorer le transfert de chaleur et de masse par l'évaporation d'un film liquide à deux composants dans une plaque verticale sous convection mixte. Le mélange liquide est constitué d'eau et d'éthanol. Deux configurations sont considérées dans cette étude, la première consiste à appliquer une densité de flux de chaleur uniforme à la paroi mouillée tandis que dans le second cas, la même quantité de chaleur a été utilisée pour préchauffer le mélange liquide à l'entrée. Le modèle résout les équations de couplage dans les deux phases avec les conditions limites. Les systèmes d'équations obtenus en utilisant une méthode de différences finies implicites sont résolus par l'algorithme de Thomas à matrice tridiagonale.

Le but principal de cette étude est de comparer le transfert de chaleur et de masse dans les deux configurations étudiées. Le résultat montre que la configuration avec un film préchauffé à l'entrée du canal est la meilleure technique pour obtenir une densité de flux de masse évaporée élevée.

4. Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté un bref résumé de quelques études sur les transferts de chaleur et de masse avec changement de phase liquide-vapeur. On a aussi montré la complexité du phénomène mis en jeu pour comprendre le mécanisme du transfert thermique et massique lors de l'évaporation d'un film liquide pur ou d'un mélange de liquides en présence d'un écoulement gazeux. L'analyse bibliographique a montré que l'évaporation est un phénomène qui dépend principalement du débit gazeux, de la différence de température vapeur-paroi, de la nature du fluide, de celle du mélange gazeux et de la fraction massique de ces derniers. Elle a fait l'objet, de nombreuses études aussi bien numériques qu'expérimentales qui ont été menées pour caractériser l'évaporation dans différentes configurations géométriques (plaques verticales ou horizontales, canaux, tubes verticaux).

Les modèles retenus sont basés sur différentes hypothèses simplificatrices telles que la suppression des termes de gradient radial de la pression, d'inertie, de convection, de conduction et de diffusion radiale. La contrainte de cisaillement à l'interface liquide-vapeur est exprimée par des corrélations semi-empiriques. Les équations de transfert sont en général discrétisées par des méthodes implicites aux différences finies ou par la méthode des volumes finis puis résolues numériquement avec l'algorithme de Thomas.

Sur la base de cette analyse bibliographique, on constate que la majorité des travaux effectués traitent du phénomène de l'évaporation de films liquides purs, ou de mélanges liquides en présence d'un écoulement gazeux. Ce travail peut donc être entrepris pour mener une analyse numérique des transferts de chaleur et de masse lors de l'évaporation d'un film liquide sous l'effet d'un écoulement gazeux air-vapeur eau dans un canal incliné à paroi isotherme ou soumise à un flux thermique convectif externe.

CHAPITRE 2

FORMULATION MATHÉMATIQUE

1. Position du problème

Dans cette étude, on considère le système formé de 2 plaques planes parallèles inclinées d'un angle α par rapport à l'horizontale, de longueur L , séparées d'une distance R et représenté schématiquement sur la Fig. 2.1. Sur la plaque inférieure maintenue à une température constante T_w , on fait ruisseler un film liquide de débit d'entrée q_{L0} et d'épaisseur supposée négligeable. La plaque supérieure est supposée adiabatique sèche et imperméable. Un mélange de vapeur et d'un gaz non condensable (air) pénètre dans le canal avec des caractéristiques uniformes à vitesse U_0 , pression P_0 , température T_0 , et concentration en vapeur C_0 et s'écoule en convection forcée descendante. On distingue alors deux régions distinctes à l'intérieur du canal : une zone de film liquide et une zone de mélange vapeur-gaz. Au contact de l'écoulement gazeux supposé à faible humidité relative, le film liquide s'évapore progressivement conduisant à une diminution du débit liquide le long des parois. Par ailleurs, comme la plaque supérieure est imperméable et thermiquement isolée, les transferts de chaleur et de masse sont limités à la partie inférieure du canal. Le taux de transfert thermique est très élevé à l'entrée du canal et va diminuer progressivement le long du canal. La différence de température $T_0 - T_w$ et l'humidité relative d'entrée h_0 sont les principaux facteurs qui influent sur les taux d'échange thermique et massique.

L'objectif de ce travail est de mener une étude des processus de transfert de chaleur et de masse et des caractéristiques de l'écoulement au sein du canal en vue d'établir les principales caractéristiques du phénomène:

- distributions de vitesse, température et concentration en vapeur,
- variation axiale du débit de liquide le long du canal,

- évolution du nombre de Nusselt caractéristique des transferts thermiques le long de la paroi,

- influence des principaux paramètres sur l'évolution du processus d'évaporation.

Associés à notre modèle un référentiel cartésien (Oyz) tel que l'origine O soit localisée à l'entrée du canal. L'axe Oy est dirigé dans le sens transversal, tandis que l'axe Oz est orienté dans la direction des écoulements de fluides (Fig. 2.1). Comme la profondeur (suivant l'axe x) du canal est beaucoup plus grande que la longueur L (selon l'axe z), une analyse bidimensionnelle en yz est suffisante pour cette géométrie.

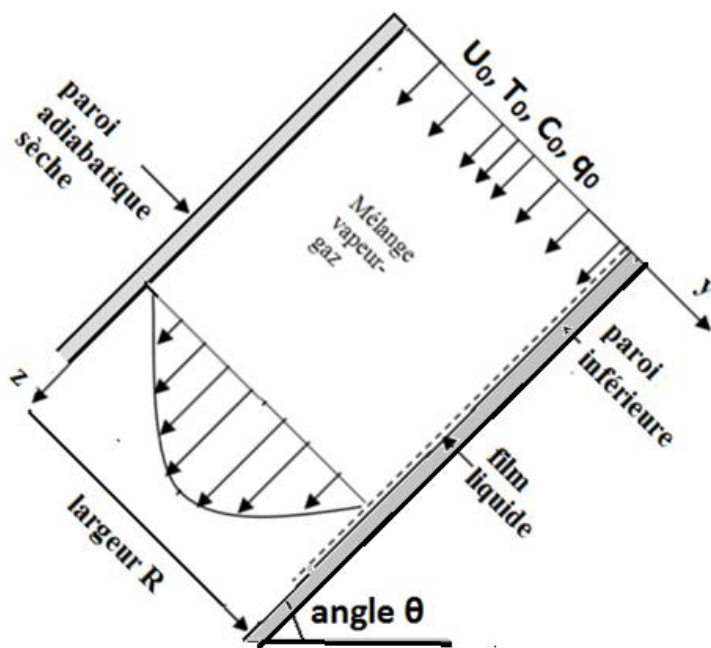


Fig. 2.1. Schéma du modèle physique

2. Hypothèses

Les hypothèses simplificatrices suivantes ont été posées pour établir les équations et les conditions aux limites correspondant au problème considéré :

- L'épaisseur de film liquide est supposée négligeable. Cette hypothèse est acceptable si le débit du film liquide par unité de largeur du canal est suffisamment faible ($q_L < 25 \text{ g.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$)
- Le mélange vapeur-gaz est assimilé à un mélange binaire de 2 gaz parfaits, pour des pressions P relativement basses (ne dépassant quelques bars). La masse volumique du mélange gazeux peut alors être calculée à partir de la loi des gaz parfaits et sa pression totale est la somme des pressions partielles de chaque gaz.

- La vapeur est supposée saturante à l'interface avec la phase liquide. Cette hypothèse est justifiée parce que l'évaporation se produit seulement quand elle est à des conditions de saturation. Loin de la paroi, elle est sous forme de vapeur surchauffée, à température, pression et concentration variables.
- Les transferts de chaleur et de masse et les écoulements de fluides s'effectuent en régime permanent. Les variations par rapport au temps ne seront pas considérées.
- Les fluides sont newtoniens et s'écoulent en régime laminaire.
- Les termes de diffusion axiale sont supposés négligeables dans les équations de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion.
- Le gradient transversal de pression $\partial P/\partial y$ est supposé négligeable. Seul le gradient axial de pression dP/dz sera considéré dans les équations de quantité de mouvement.
- Les transferts par rayonnement, les termes de dissipation visqueuse ainsi que les effets Dufour et Soret (transfert de chaleur induit par la diffusion massique et transfert de masse induit par la diffusion de chaleur) sont supposés négligeables.

3. Modèle mathématique

Compte tenu des hypothèses formulées ci-dessus, les équations qui régissent les transferts de quantité de mouvement, de chaleur et de masse dans le mélange gazeux en écoulement en régime laminaire s'écrivent comme suit :

3.1 Équations de transfert

–Équation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

Equation de conservation de quantité de mouvement

$$U \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \epsilon \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} + g \cdot \sin(\alpha) \quad (2.2)$$

Equation de conservation de l'énergie :

$$U \frac{\partial T}{\partial z} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{D \cdot (c_{pv} - c_{pa})}{c_p} \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial y} \quad (2.3)$$

Equation de diffusion :

$$U \frac{\partial C}{\partial z} + V \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (2.4)$$

3.2. Équations de conservation des débits

-Débit liquide:

$$q_L = q_{L0} - q_{\text{evap}} \quad (2.5)$$

$$q_{\text{evap}} = \int_0^z J_v \cdot dz \quad (2.6)$$

q_{evap} est le débit liquide évaporé le long de la paroi

-Conservation du bilan massique à travers toute section z le long du canal :

$$q_M + q_L = q_0 + q_{L0} \quad (2.7)$$

$$q_M = \int_0^R \dots_M U dy \quad (2.8)$$

$$q_0 = {}_0U_0R \quad (2.9)$$

q_M, q_L, q_0, q_{L0} étant les débits massiques par unité de largeur du canal (en $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$)

q_0, q_{L0} = débits du mélange gazeux et du liquide à l'entrée du canal ($z = 0$)

q_M, q_L = débits du mélange gazeux et du liquide à la côte z

J_v = densité de flux massique local (en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) donnée par la loi de Fick :

$$J_v = \frac{-\rho D}{1 - C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_w \quad (2.10)$$

L'équation de continuité dans le mélange gazeux, traduit la conservation de la masse.

- L'équation de conservation de la quantité du mouvement, est représentée par la variation des flux de convection-diffusion, des forces de pression et de pesanteur.

- L'équation de conservation de l'énergie est représentée par la variation des flux de convection-conduction en plus du terme de diffusion enthalpique engendrée par le gradient de concentration conséquent au changement de phase de la vapeur au voisinage de l'interface liquide-vapeur.

- L'équation de diffusion traduit l'évolution de la fraction massique de la vapeur dans le fluide. En effet, l'évaporation d'une partie du film liquide induit la variation de concentration des gaz dans le mélange gazeux.

- Les dernières équations expriment le bilan massique à travers toute section z le long du canal, puisque le débit de liquide résulte directement de l'évaporation dans le mélange gazeux.

Dans ces équations, U , V désignent respectivement les composantes axiale (suivant z) et transversale (suivant y) de la vitesse du fluide et C représente la concentration massique en vapeur du mélange gazeux air-vapeur.

$$dP/dz = \text{gradient axial de pression} \quad (2.11)$$

ρ , ν , λ , c_p , D sont les propriétés thermophysiques suivantes du mélange gazeux :

ρ = masse volumique

ν = viscosité cinématique

λ = conductivité thermique

c_p = chaleur massique

D = coefficient de diffusion de vapeur dans l'air

- Dans le cas de la paroi isotherme T_w , les propriétés thermophysiques sont évaluées à la température moyenne :

$$T_m = (T_w + T_0)/2 \quad (2.12)$$

et à la concentration moyenne :

$$C_m = (C_w + C_0)/2 \quad (2.13)$$

- Dans le cas de la paroi soumise à une densité de flux de chaleur uniforme q_w , elles sont évaluées aux valeurs d'entrée (T_0 , C_0) car les températures de paroi sont alors inconnues.

3.3. Conditions aux limites

a) Au bord supérieur du canal $z = 0$, les conditions d'entrée (vitesse, température, pression, concentration en vapeur) sont supposées uniformes :

$$U(y, 0) = U_0$$

$$V(y, 0) = 0$$

$$T(y, 0) = T_0$$

$$P(0) = P_0$$

$$C(y, 0) = C_0$$

- A l'entrée du canal, l'humidité relative h_0 de l'air est donnée par la relation suivante :

$$h_0 = \frac{P_{v0}}{P_{vs}(T_0)} \quad (2.14)$$

$P_{v0} = x_{v0}P_0$ est la pression partielle de la vapeur à l'entrée

Ce qui permet d'en déduire la concentration massique C_0 de vapeur par la relation (2.16)

b) La paroi supérieure ($y = 0$) étant supposée adiabatique imperméable, on obtient :

$$U(0, z) = 0$$

$$V(0, z) = 0$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_0 = 0$$

$$\left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)_0 = 0$$

c) La paroi inférieure ($y = R$) est supposée isotherme, avec les conditions de non-glissement et d'évaporation qui s'écrivent :

$$U(R, z) = 0$$

$$V(R, z) = \frac{-D}{1-C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)_w \quad (2.15)$$

$$T(R, z) = T_w$$

De plus, la condition de saturation à l'interface liquide-vapeur s'écrit :

$$C(R, z) = C_{\text{sat}}(T_w, P) = \frac{M_v P_{\text{vs}}(T_w)}{M_v P_{\text{vs}}(T_w) + M_a (P - P_{\text{vs}}(T_w))} \quad (2.16)$$

Dans cette équation, M_a , M_v sont les masses molaires de l'air et de la vapeur d'eau. A l'interface liquide-mélange gazeux, on considère la pression partielle de vapeur saturante, correspondant à une humidité relative locale égale à 1. La pression P_{vs} à la température T est déterminée par des relations empiriques ou par des tables de données thermodynamiques.

Pour la vapeur d'eau, la pression de vapeur saturante est donnée par la loi de Dupré-Bertrand :

$$\log\left(\frac{P_{\text{vs}}}{P_{\text{atm}}}\right) = 40.164 - \frac{6435.7}{T} - 3.868 \ln(T) \quad (2.17)$$

Où P_{atm} est la pression atmosphérique. Cette formule est valable pour $273 < T < 473$ K.

Concernant les conditions aux limites sur la paroi, on considère 3 types :

- soit maintenue isotherme à température T_w

$$T(R, z) = T_w$$

- soit soumise à une densité de flux de chaleur uniforme ϕ_w ,

$$\phi_0 = -\lambda_L \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_R \quad (2.18)$$

- soit soumise à un échange convectif en contact avec un fluide externe à température T_e et un coefficient de convection h_e .

$$-\lambda_L \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_R = h_e (T_w - T_e) \quad (2.19)$$

T_w = température de paroi

h_e = coefficient de convection externe fluide-paroi

Dans le cas des 2 derniers types de conditions aux limites, la température de paroi est variable le long du canal.

4. Flux de chaleur et de masse

L'analyse des transferts de chaleur et de masse au cours de l'évaporation du film liquide nous conduit à définir un paramètre adimensionnel appelé nombre de Nusselt. En effet, la densité de flux de chaleur pariétale ϕ est liée au mode de transfert de chaleur latent par évaporation comme suit

$$\phi = J_v L_v \quad (2.20)$$

L_v est la chaleur latente de changement de phase liquide-vapeur

Le nombre de Nusselt local s'écrit :

$$Nu = \frac{J_v L_v R}{\lambda_L \Delta T} \quad (2.21)$$

Le nombre de Nusselt moyen évalué depuis l'entrée du canal jusqu'à une longueur z de la paroi peut être calculé comme suit:

$$Nu_m = \frac{1}{z} \int_0^z Nu \cdot dz \quad (2.22)$$

D'autre part, le flux thermique ϕ (par unité de largeur du canal) transmis sur une distance z à travers la paroi s'écrit en fonction de l'écart de température $T = T_w - T_0$ et de Nu_m :

$$\phi(z) = \int_0^z \phi dz \quad (2.23)$$

Par analogie avec les transferts de chaleur, les transferts de masse par évaporation du film liquide peuvent être modélisés au moyen d'un autre paramètre adimensionnel appelé nombre de Sherwood. La densité de flux massique peut être exprimée avec un coefficient local de transfert massique comme suit:

$$-D \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_w = \alpha (C_0 - C_w) \quad (2.24)$$

Le nombre de Sherwood local s'écrit alors:

$$Sh = \frac{\alpha R}{D} = \frac{R}{C_w - C_0} \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_w \quad (2.25)$$

5. Régime établi

Dans le cas du système étudié, l'évaporation complète du film liquide se produit au bout d'une certaine distance suffisamment loin de l'entrée, conduisant à l'assèchement total des parois ($q_L = 0$). L'écoulement du mélange gazeux se poursuit à débit constant :

$$q_{Mf} = q_0 + q_{L0} \quad (2.26)$$

Dans le cas d'une condition aux limites de type 2, la température du fluide augmente indéfiniment, car le flux de chaleur apporté reste uniforme sur toute la longueur des parois. Dans le cas des conditions aux limites de types 1 et 3, le fluide s'échauffe progressivement et sa température tend vers celle de la paroi T_w , ou celle du fluide externe T_e . Au-delà de cette distance, la température, la concentration en vapeur et le profil de vitesse ne varient plus le long du canal. Il est alors possible de déterminer par une méthode analytique, le profil de vitesse et le gradient de pression correspondant au régime établi dans le cas d'un écoulement gazeux laminaire. En effet, l'équation de quantité de mouvement se réduit alors à :

$$\mu \frac{d^2 U}{dy^2} = G - \rho g \quad (2.27)$$

Où $G = dP/dz$ est le gradient axial de pression

En tenant compte des conditions aux limites suivantes :

- sur les parois supérieure ($y = 0$) et inférieure ($y = R$):

$$U(0) = U(R) = 0$$

La résolution de cette équation aboutit à l'expression suivante du profil de vitesse parabolique de type Poiseuille:

$$U(y) = \frac{(G - \rho g)y}{2\mu}(y - R) \quad (2.28)$$

Le débit gazeux q_{Mf} s'obtient par intégration :

$$q_{Mf} = \int_0^R \rho U dy = \frac{(\rho g - G)R^3}{12\nu} \quad (2.29)$$

D'où l'expression du gradient de pression G en fonction du débit gazeux q_{Mf} :

$$G = \rho g - \frac{12\nu q_{Mf}}{R^3} \quad (2.30)$$

6. Propriétés thermophysiques des fluides

Un calcul numérique développé lors des phénomènes de changement de phase, ne peut se faire sans la connaissance d'un certain nombre des propriétés thermodynamiques du liquide et du mélange gazeux, en fonction de la température et de la fraction massique. Il s'agit de la

détermination, d'une part, des propriétés des corps purs en fonction de la température et d'autre part, des corrélations pour le mélange gazeux (vapeur-air).

Dans cette étude, on considère un mélange gazeux à deux constituants: gaz non condensable (air) et vapeur d'eau dont la condensation conduit à l'apparition d'une phase liquide. La modélisation effectuée dans cette étude nécessite la connaissance des principales propriétés thermodynamiques et de transfert de ces fluides et de leur variation avec la température, la pression et la concentration en vapeur. On présente ici les principales propriétés thermophysiques du fluide étudié. Sauf indication contraire, ces propriétés sont généralement exprimées dans les unités suivantes :

- conductivité thermique λ en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$,
- viscosité dynamique μ en $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$,
- masse volumique ρ en kg/m^3 ,
- chaleur massique c_p en $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$,
- coefficient de diffusion moléculaire de la vapeur dans le gaz D en m^2/s ,
- pression de vapeur saturante P_{vs} en atm

Ces propriétés ont été calculées soit à partir de relations empiriques ou théoriques, soit par interpolation à partir de valeurs tabulées [15-17].

6.1. Propriétés de l'air

- Masse volumique :

Selon la loi des gaz parfaits :

$$\rho_g = \frac{P_g M_g}{RT} \quad (2.31)$$

T = température en K

P_g = pression partielle du gaz

R = constante des gaz parfaits = $8.314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

M_g = masse molaire du gaz

Les corrélations empiriques utilisées pour le calcul des propriétés physiques de l'air sont proposées par Reid et al. [21]

Chaleur massique:

$$c_{pa}(T) = 1000 + 2.5 \times 10^{-7} T^3, \quad T \text{ en K, } c_{pa} \text{ en } \text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \quad (2.32)$$

Viscosité dynamique:

$$\mu_a(T) = 1.4888 \times 10^{-6} T^{1.5} / (118 + T), \quad T \text{ en K, } \mu_a \text{ en } \text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1} \quad (2.33)$$

Conductivité thermique:

$$\lambda_a(T) = 1.195 \times 10^{-3} T^{1.6} / (118 + T), \quad T \text{ en K, } \lambda_a \text{ en W.m}^{-1}.\text{K}^{-1} \quad (2.34)$$

6.2. Propriétés de la vapeur d'eau

Les corrélations empiriques utilisées pour le calcul des propriétés thermophysiques de la vapeur d'eau (c_{pv} , μ_v , λ_v , P_{vs}) sont proposées dans la littérature par Irvine et Liley[15], Crabtree et al. [16].

- Masse volumique :

Selon la loi des gaz parfaits:

$$\rho_v = \frac{P_v M_v}{RT} \quad (2.35)$$

P_v = pression partielle de vapeur

M_v = masse molaire de la vapeur d'eau ($M_v = 18 \text{ g/mol}$)

- La chaleur massique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante:

$$c_{pv} = 1863 + 1.65 \times 10^{-3} t^{2.5} + 1.2 \times 10^{-18} t^{8.5}, \quad t \text{ en } ^\circ\text{C, } c_{pv} \text{ en J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \quad (2.36)$$

- La viscosité dynamique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante :

$$\mu_v = (8.02 + 0.04.t) 10^{-6}, \quad t \text{ en } ^\circ\text{C, } \mu_v \text{ en kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1} \quad (2.37)$$

- La conductivité thermique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante:

$$\lambda_v = 0.0187 + 1.65 \times 10^{-5} t^{9/7} + 5.7 \times 10^{-15} t^{5.1}, \quad t \text{ en } ^\circ\text{C, } \lambda_v \text{ en W.m}^{-1}.\text{K}^{-1} \quad (2.38)$$

- Pression de vapeur saturante :

$$P_{vs} = \exp\left(\frac{B}{T - A} - C\right) \times 10^6 \quad (2.39)$$

Avec $A = 42.6776$; $B = -3892.7$; $C = -9.48654$

T en K, P_{vs} en Pa

Domaine de validité : $611 \text{ Pa} < P_{vs} < 1.233 \times 10^7 \text{ Pa}$ et $273.16 \text{ K} < T < 600.0 \text{ K}$

6.3. Propriétés du mélange air-vapeur

a. Pression totale du mélange

Selon la loi de Dalton :

$$P = P_g + P_v \quad (2.40)$$

P_g, P_v = pressions partielles de gaz et de vapeur

b. Concentration en vapeur :

La concentration en vapeur du mélange est le rapport entre la masse de vapeur m_v sur la masse totale du mélange contenu dans un volume V :

$$C = \frac{m_v}{m_g + m_v} = \frac{\rho_v}{\rho_g + \rho_v} \quad (2.41)$$

Par combinaison des relations, on obtient :

$$C = \frac{M_v P_v}{M_v P_v + M_g (P - P_v)} \quad (2.42)$$

Si le mélange est saturé en vapeur, on obtient l'expression de la concentration saturante :

$$C_{\text{sat}}(P, T) = \frac{M_v P_{vs}(T)}{M_v P_{vs}(T) + M_g (P - P_{vs}(T))} \quad (2.43)$$

M_v, M_g = masses molaires de la vapeur et du gaz

Pression partielle de vapeur :

$$P_v = P \frac{(1 - W_g)}{1 + W_g (\alpha - 1)} = \frac{PC}{C(1 - \alpha) + \alpha} \quad (2.44)$$

$$\text{Avec } \alpha = \frac{M_v}{M_g}$$

W_g = fraction massique de gaz dans le mélange

c. Masse volumique :

Dans l'hypothèse d'un mélange idéal de gaz parfaits, la masse volumique ρ du mélange s'écrit:

$$\rho = \frac{\rho_v}{C} = \frac{M_v P_v}{RTC} \quad (2.45)$$

d. Chaleur massique :

La chaleur massique du mélange gazeux est égale à la moyenne pondérée des chaleurs massiques de ses constituants : $c_p = C.c_{pv} + (1-C).c_{pa}$

e. Viscosité dynamique :

Elle est calculée selon la formule donnée par Reid et al. [17]:

$$\mu = \frac{x_v \mu_v}{x_v + x_g \phi_v} + \frac{x_g \mu_g}{x_g + x_v \phi_g} \quad (2.46)$$

$$\text{avec } R = \frac{\mu_g}{\mu_v}, \quad \phi_g = \frac{(1 + R^{0.5} \alpha^{0.25})^2}{\sqrt{8 + 8/\alpha}}, \quad \phi_v = \frac{\phi_g}{\alpha R}$$

x_v, x_g = fractions molaires de vapeur et de gaz dans le mélange

f. Conductivité thermique :

Elle est calculée selon la formule donnée par Reid et al. [17] :

$$\lambda = \frac{x_v \lambda_v}{x_v + x_g \phi} + \frac{x_g \lambda_g}{x_g + x_v \phi_g}$$

$$\text{avec } \phi = \frac{(1 + (\alpha R)^{-0.5} \alpha^{0.25})^2}{\sqrt{8 + 8\alpha}}$$

g. Coefficient de diffusion :

La diffusivité moléculaire de la vapeur d'eau dans l'air est calculée à partir de la relation Marrero et Mason [17]:

$$D_{H_2O-air} = 1.87 \times 10^{-10} \frac{T^{2.072}}{P} \text{ pour } 280 \text{ K} < T < 450 \text{ K} \quad (2.47)$$

Avec D_{H_2O-air} en m^2/s , T en K et P en atm.

CHAPITRE 3

RESOLUTION NUMERIQUE

1. Introduction

La résolution des systèmes d'équations différentielles traduisant les lois de conservation associées aux conditions aux limites représente un problème complexe en raison des difficultés d'application des méthodes analytiques. Dans cette étude, on a choisi une méthode numérique aux différences finies en schéma implicite en raison de sa simplicité de mise en œuvre. Cette méthode est en effet la plus utilisée pour le traitement des problèmes de transfert de chaleur et de masse pour des géométries de forme relativement simple (rectangulaire dans notre cas). Le but de cette méthode est d'établir un maillage préalable du domaine d'intégration et calculer les valeurs des variables d'état en un certain nombre de points déterminés appelés nœuds.

2. Maillage

La première étape dans l'établissement de la procédure des différences finies, pour résoudre le système des équations aux dérivées partielles est de remplacer le domaine continu bidimensionnel par une grille (maillage). Les figures 3.1 et 3.2 représentent l'allure globale du maillage d'espace adopté ainsi que le schéma de la grille de discrétisation utilisée. Dans notre étude, le maillage adopté est uniforme selon la direction y , avec des pas d'espace constants Δy . Chaque nœud P est caractérisé par deux indices (i, j) représentant ses coordonnées transversale (selon y) et axiale (selon z). L'indice i varie le long de l'axe y de 0 à N . L'indice j varie de 0 à M le long de l'axe z .

D'autre part, afin d'affiner le maillage au voisinage du bord d'entrée où les gradients sont élevés, l'axe z a été divisé en deux parties. A l'entrée du canal sur une courte distance L_1 ,

le pas d'espace Δz_1 est relativement fin. Au-delà de cette distance, le pas d'espace Δz_2 est plus élevé. Les relations entre les pas d'espace et les nombres de nœuds sont données par :

$$N \cdot \Delta y = 1, \quad L_1 = M_1 \cdot \Delta z_1, \quad (L - L_1) = M_2 \cdot \Delta z_2$$

$M = M_1 + M_2 =$ nombre total de nœuds dans la direction axiale z ,

$N =$ nombre de nœuds dans la direction transversale y

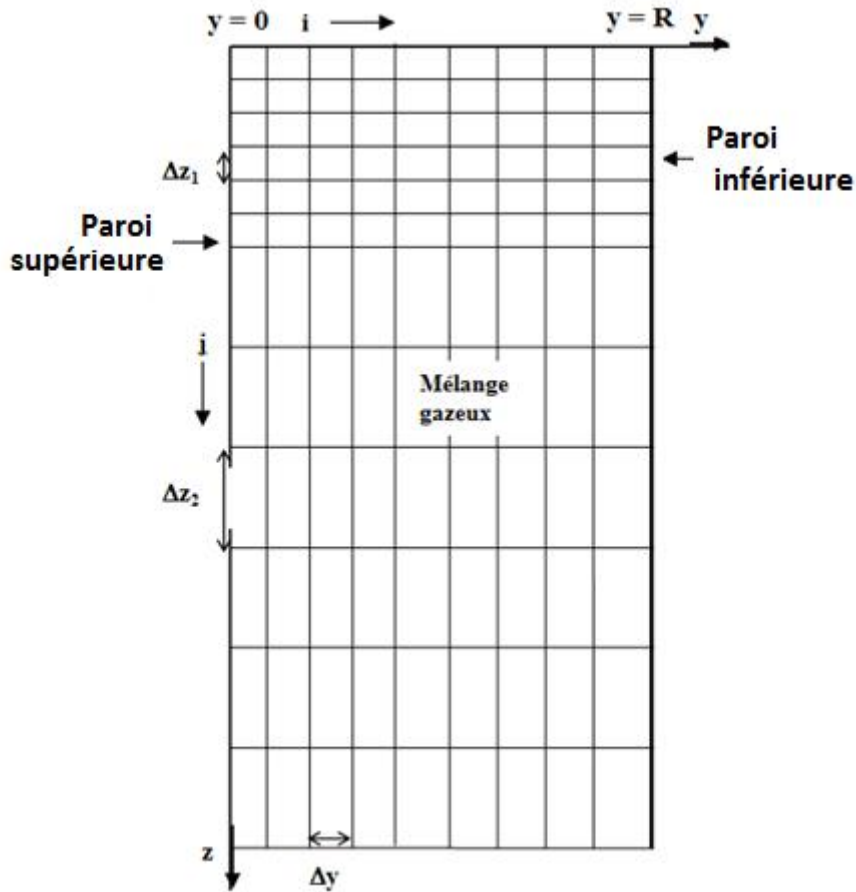


Fig. 3.1. Maillage global du domaine d'étude

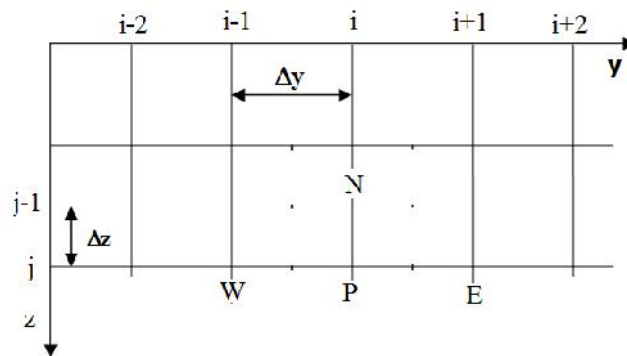


Fig.3.2. Schéma de la grille de discrétisation.

3. Discrétisation des équations différentielles

Pour discrétiser les systèmes de dérivées partielles intervenant dans les équations du problème, différentes méthodes peuvent être employées. La procédure la plus utilisée est basée sur les développements en séries de Taylor et les formules de dérivation numérique. L'écoulement gazeux ayant lieu dans le sens descendant, les champs de vitesse, pression, température et concentration à chaque section z_j ne dépendent que des solutions en amont. Les dérivées premières suivant le sens de l'écoulement sont donc approchées par une différence finie amont par rapport à z :

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} \approx \frac{\phi(i, j) - \phi(i, j-1)}{\Delta z} \quad (3.1)$$

Où ϕ désigne les variables (U, T, C, P)

Les dérivées premières et secondes suivant y sont approchées en utilisant les différences centrées pour les nœuds intérieurs, et les différences progressives ou régressives pour les nœuds de frontière suivant les formules respectives suivantes:

Pour $i = 1, \dots, N-1$:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} \approx \frac{\phi(i+1, j) - \phi(i-1, j)}{2\Delta y} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \approx \frac{\phi(i+1, j) - 2\phi(i, j) + \phi(i-1, j)}{\Delta y^2} \quad (3.3)$$

Sur la paroi supérieure ($i = 0$) :

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} \approx \frac{-3\phi(0, j) + 4\phi(1, j) - \phi(2, j)}{2\Delta y} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \approx \frac{\phi(0, j) - 2\phi(1, j) + \phi(2, j)}{\Delta y^2} \quad (3.5)$$

Sur la paroi inférieure ($i = N$) :

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} \approx \frac{3\phi(N, j) - 4\phi(N-1, j) + \phi(N-2, j)}{2\Delta y} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \approx \frac{\phi(N, j) - 2\phi(N-1, j) + \phi(N-2, j)}{\Delta y^2} \quad (3.7)$$

4. Equation générale discrétisée

La forme générale des équations de transfert s'écrit comme suit :

$$U \frac{\partial \phi}{\partial z} + V \frac{\partial \phi}{\partial y} = \Gamma \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + S$$

Les coefficients Γ et les termes S des équations sont indiquées dans le tableau ci-dessous.

Equation	ϕ	Γ	S
Quantité de mouvement	U		$-\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} + g \cdot \sin(\theta)$
Energie	T	$\frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$	$\frac{D \cdot (c_{pv} - c_{pa})}{c_p} \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial y}$
Diffusion	C	D	0

Tableau 3. 1: Liste des variables ϕ , des coefficients Γ et des termes S.

En remplaçant les dérivées partielles $\partial / \partial z$, $\partial / \partial y$, $\partial^2 / \partial y^2$ par leurs expressions discrétisées en différences finies présentées ci-dessus, on obtient :

$$U \frac{\phi(i, j) - \phi(i, j-1)}{\Delta z} + V \frac{\phi(i+1, j) - \phi(i-1, j)}{2\Delta y} = \Gamma \frac{\phi(i+1, j) - 2\phi(i, j) + \phi(i-1, j)}{\Delta y^2} + S \quad (3.13)$$

Après un réarrangement des différents termes, les équations générales de transfert s'écrivent sous la forme suivante:

$$a_i \phi(i-1, j) + b_i \phi(i, j) + d_i \phi(i+1, j) = e_i$$

Les expressions des coefficients a_i , b_i , d_i , e_i s'écrivent comme suit:

$$a_i = -\frac{V}{2\Delta y} - \frac{\Gamma}{\Delta y^2} \quad (3.15)$$

$$b_i = \frac{U}{\Delta z} + \frac{2\Gamma}{\Delta y^2} \quad (3.16)$$

$$d_i = \frac{V}{2\Delta y} - \frac{\Gamma}{\Delta y^2} \quad (3.17)$$

$$e_i = S + U \frac{\phi(i, j-1)}{\Delta z} \quad (3.18)$$

$U(i, j)$ et $V(i, j)$ étant les valeurs des vitesses au nœud (i, j) à l'itération précédente.

Les équations de conservation du bilan massique sont discrétisés par la méthode d'intégration numérique des trapèzes :

$$q_L(z) = \frac{\Delta z}{2} \left[J_v(0) + J_v(j) + 2 \sum_{i=1}^{j-1} J_v(i) \right] \quad (3.19)$$

$$q_M(z) = \frac{\rho \Delta y}{2} \left[U(0, j) + U(N, j) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} U(i, j) \right] \quad (3.20)$$

5. Discrétisation des conditions aux limites

a. A l'entrée du canal $j = 0$, pour i variant de 0 à $N-1$:

$$U(i, 0) = U_0, \quad P(0) = P_0 \quad (3.21)$$

$$T(i, 0) = T_0, \quad C(i, 0) = C_0 \quad (3.22)$$

b. Sur la paroi supérieure du canal ($i = 0$), pour j variant de 1 à M :

$$U(0, j) = 0,$$

$$-3T(0, j) + 4T(1, j) - T(2, j) = 0$$

$$-3C(0, j) + 4C(1, j) - C(2, j) = 0 \quad (3.23)$$

c. Sur la paroi inférieure du canal ($i = N$), pour j variant de 1 à M :

$$U(N, j) = 0,$$

- Si la paroi est isotherme : $T(N, j) = T_w$

- Si la paroi est soumise à un flux convectif par contact avec un fluide externe à température T_e et un coefficient de convection h_e :

$$-\lambda_L \frac{3T(N, j) - 4T(N-1, j) + T(N-2, j)}{2\Delta y} = h_e (T_w - T_e) \quad (3.24)$$

Condition de saturation à l'interface liquide-vapeur :

$$C(N, j) = C_{\text{sat}}(T_w, P) = \frac{M_v P_{\text{vs}}(T_w)}{M_v P_{\text{vs}}(T_w) + M_a (P - P_{\text{vs}}(T_w))} \quad (3.25)$$

6. Equation de continuité discrétisée

La discrétisation de l'équation de continuité suivant un schéma explicite appliqué au nœud $e(i+1/2, j)$ dans le mélange gazeux permet de calculer directement la composante transversale de la vitesse $V(i, j)$ en tout point du fluide. Les dérivées partielles U/z et V/y sont calculées avec les différences régressives et progressives du 1^{er} ordre comme suit:

$$\frac{U(i+1/2, j) - U(i+1/2, j-1)}{\Delta z} + \frac{V(i+1, j) - V(i, j)}{\Delta y} = 0$$

$$V(i, j) = V(i+1, j) + [U(i+1/2, j) - U(i+1/2, j-1)] \Delta y / \Delta z$$

$$\text{Avec } U(i+1/2, j) = [U(i, j) + U(i+1, j)] / 2$$

Les valeurs de la vitesse transversale sur la paroi supérieure du canal et à l'interface liquide-vapeur par évaporation sont calculés selon les relations suivantes :

$$V(0, j) = 0$$

$$V(N, j) = \frac{-(D + D_t)}{1 - C(N, j)} \frac{3C(N, j) - 4C(N-1, j) + C(N-2, j)}{2\Delta y} \quad (3.26)$$

7. Résolution numérique

Les équations discrétisées conduisent à des systèmes d'équations algébriques que l'on peut écrire sous la forme matricielle :

$$.(A)(\phi) = (E) \quad (3.27)$$

Où désigne chacune des variables (U, T, C).

$$\begin{pmatrix} b_0 & d_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & a_i & b_i & d_i & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_{N-1} & b_{N-1} & d_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_N & b_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_0 \\ e_1 \\ \cdot \\ e_i \\ \cdot \\ e_{N-1} \\ e_N \end{pmatrix}$$

Figure 3.3. Systèmes d'équations $(A)(\phi) = (E)$

Comme A une matrice tridiagonale à diagonale b_i fortement dominante, la méthode retenue pour la résolution des systèmes algébriques est donc celle utilisant l'algorithme de Thomas (Annexe 1). Dans ce problème, les équations peuvent être résolues successivement pour toutes les variables le long d'une ligne j du maillage, selon une procédure itérative ligne par ligne depuis l'entrée jusqu'à l'extrémité du canal. La convergence du processus global est supposée atteinte lorsque le changement relatif de chaque variable entre 2 itérations successives est inférieur à ε pour chaque nœud du domaine selon le critère suivant:

$$\text{Max} \left| \frac{\phi^k(i, j) - \phi^{k-1}(i, j)}{\phi^k(i, j)} \right| < 10^{-5} \quad (3.28)$$

Où k est l'indice de l'itération sur une ligne j.

Par ailleurs, pour traiter le problème du couplage pression-vitesse, plusieurs types de procédures itératives peuvent être utilisés dans la littérature. Dans notre étude, on utilise une procédure itérative dite correction de pression par la méthode de la sécante (Annexe 2). Le gradient de pression G étant inconnu, deux valeurs arbitraires initiales G_1, G_2 sont nécessaires pour débiter le processus itératif. Ces valeurs mènent à des champs de vitesse qui ne satisfont pas exactement l'équation de conservation du débit massique total, conduisant à des erreurs relatives E_1, E_2 comme suit :

$$E_1 = \frac{q_{M1} + q_{L1}}{q_0} - 1,$$

$$E_2 = \frac{q_{M2} + q_{L2}}{q_0} - 1$$

On considère alors une nouvelle valeur de G en utilisant la méthode de la sécante. Par substitution des valeurs successives de G dans l'équation de quantité de mouvement, le processus itératif converge rapidement, l'arrêt des itérations étant fixé par le critère suivant :

$|E_K| < 10^{-5}$ considéré satisfaisant à l'équation de conservation du débit.

La pression $P(z)$ est ensuite calculée par discrétisation régressive du gradient :

$$P(j) = P(j-1) + G.\Delta z$$

8. Tests de validation du modèle numérique

Un code de calcul en Fortran90 a été élaboré pour la mise en œuvre du modèle numérique à des fins de simulation numérique. Il a été validé en vérifiant la concordance des résultats numériques avec ceux obtenus par d'autres auteurs sur la base des travaux publiés dans la littérature.

On considère l'étude menée par Hammoudi et al. [14] concernant l'évaporation d'un film liquide en présence d'un écoulement laminaire d'un mélange air-vapeur d'eau sur la paroi isotherme d'un canal vertical dans les conditions suivantes: $P_0 = 1$ atm, $Re_0 = 300, 400$, $h_0 = 0.4, 0.1$, $T_0 = 30, 40$ °C et $T_w = 20$ °C. La figure représente les évolutions axiales comparées de la concentration en vapeur moyenne obtenues dans les mêmes conditions. Dans tous les cas, il y'a un bon accord entre les résultats obtenus avec les deux modèles puisque l'écart relatif est inférieur à 2 %. Les faibles écarts observés entre ces résultats peuvent être attribués aux différences entre les méthodes de calcul et de résolution numérique utilisées. Par ailleurs, dans notre modèle, les termes de diffusion axiale dans les équations de conservation ont été supposés négligeables, mais ils ont été pris en compte dans le modèle de Hammoudi. Compte tenu de cette étude comparative, notre modèle peut être considéré applicable pour la présente étude.

Par ailleurs, une étude de sensibilité du schéma numérique aux dimensions du maillage a été également menée. Elle a montré que pour un maillage (N, M) variant de (32, 800) à (64, 1200), l'écart relatif entre les différentes valeurs du nombre de Nusselt moyen est de 1.5 %. Par conséquent, un maillage (32, 1000) est un choix considéré comme approprié pour tous les calculs effectués dans cette étude.

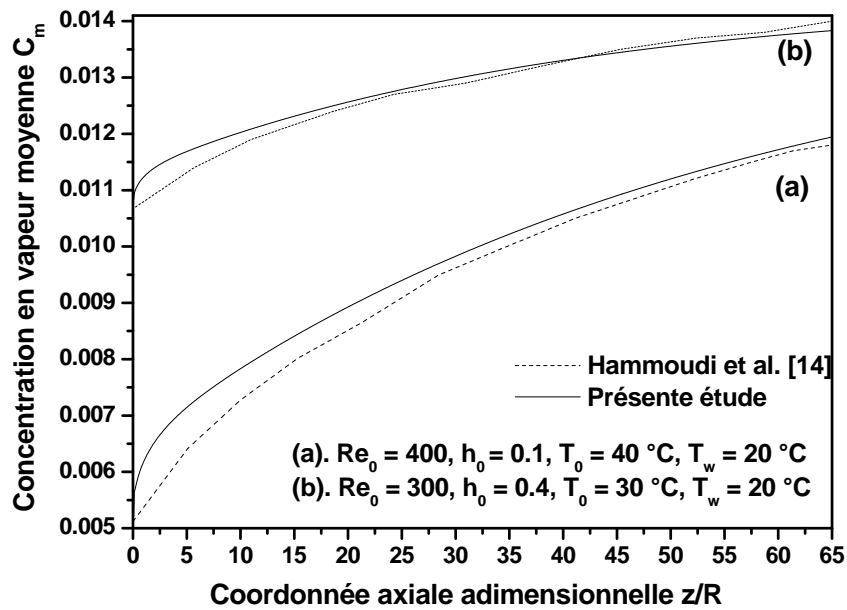


Figure 3.3 Comparaison avec les résultats de Hammoudi et al. [14]

9. Algorithme de calcul

La méthodologie de résolution des systèmes d'équations de transfert lors de l'évaporation d'un film liquide dans un canal incliné est décrite selon l'algorithme présenté ci-dessous. Un code de calcul en langage Fortran a été ensuite élaboré permettant de déterminer les profils de vitesse, température, concentration en vapeur du mélange gazeux ainsi que les évolutions axiales du flux thermique et du débit massique de liquide. La procédure de calcul se fait par une méthode itérative, ligne par ligne pouvant être décrite comme suit :

1. Introduction des données :

- Mélange gazeux : vitesse U_0 , température T_0 , humidité relative h_0 , pression P_0 ,
- Film liquide : débit liquide par unité de largeur q_{L0}
- Dimensions du canal : angle d'inclinaison θ , hauteur L et largeur R du canal,
- Spécification des conditions thermiques à la paroi inférieure:
- Paroi isotherme : température de paroi T_w ,
- Paroi soumise à une convection externe : coefficient de convection externe h_e , température du fluide externe T_e .

2. Dimension du maillage : nombre de nœuds (N,M) dans les 2 directions transversale et axiale

3. Evaluation des valeurs initiales des propriétés thermophysiques du mélange gazeux et du film liquide.
4. Début des calculs à la 1^{ère} section z_1 . Une valeur arbitraire G_1 du gradient de pression est imposée à la section j .
5. Résolution des équations de quantité de mouvement pour obtenir les champs de vitesse axiale.
6. Résolution de l'équation de continuité pour le calcul des composantes transversales de la vitesse.
7. Résolution des équations d'énergie et de diffusion pour obtenir les champs de température et concentration.
8. Vérification de la condition de convergence pour toutes les variables $\phi = (U, V, T, C)$ entre deux itérations successives. Si elle n'est pas satisfaite, on reprend les étapes 5-7.
9. Si le test est vérifié pour tous les nœuds de la ligne j , on calcule l'erreur relative E_K sur le débit massique total.
10. Si $K = 2$ alors une 2^{ème} valeur arbitraire G_2 du gradient de pression est imposée et on reprend les étapes 5-9.
11. Si $E_K > 10^{-5}$, on utilise la méthode de la sécante pour calculer une nouvelle valeur de G et on reprend les étapes 5-9. Sinon la dernière valeur de G est retenue.
12. Évaluation des nouvelles valeurs des propriétés thermophysiques des fluides
13. Passage à la ligne suivante où les étapes 4-11 sont répétées jusqu'à convergence.
14. Les calculs sont arrêtés lorsque l'extrémité du canal ($j = M$) est atteinte.

CHAPITRE 4

RESULTATS ET DISCUSSION

Ce chapitre est consacré à la présentation et discussion des résultats sur l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur la paroi interne d'un canal à plaques parallèles. Ainsi, nous analysons les évolutions des profils de température, vitesse et concentration au cours de l'écoulement du mélange gazeux dans le canal. Par ailleurs une étude de simulation numérique a été également menée sur l'influence de différents paramètres sur les évolutions du débit liquide, du nombre de Nusselt et du flux de chaleur à travers la paroi inférieure du canal.

1. Evolution du processus d'évaporation

Dans un premier temps, on considère un mélange air-vapeur d'eau en écoulement un canal à paroi supposée isotherme. Les calculs ont été effectués pour les conditions suivantes :

- Dimensions du canal: longueur $L = 1$ m, largeur $R = 2$ cm, angle d'inclinaison $= 20^\circ$
- Paramètres d'entrée du mélange gazeux:

Pression $P_0 = 1$ atm, température $T_0 = 60$ °C, humidité relative $h_0 = 0.4$, fraction massique de vapeur $C_0 = 0.05$, débit gazeux d'entrée : $q_0 = 40$ g.s⁻¹.m⁻¹

- Film liquide : débit d'entrée (par unité de largeur du canal): $q_{L0} = 10$ g.s⁻¹.m⁻¹
- paroi solide inférieure : Température : $T_w = 80^\circ\text{C}$, épaisseur $e = 2$ mm,
conductivité thermique : $k = 1$ W/m.K

Les résultats de l'étude numérique sont présentés sous différentes formes:

- distributions des vitesses axiales, températures et concentrations en vapeur à différentes sections,
- variations axiales du débit liquide, nombre de Nusselt et flux de chaleur à la paroi inférieure sur laquelle se produit l'évaporation.

1.1. Profils de vitesse

La figure représente les profils de vitesse axiale tracés à différentes côtes z variant de 0.1 à 1 m dans le canal. A l'entrée du système, arrive un mélange gazeux ayant une faible concentration en vapeur d'eau. Au contact avec la paroi isotherme, il se produit une évaporation du film liquide supposé d'épaisseur négligeable. L'hypothèse adoptée consiste alors à affecter un débit de liquide initial, permettant ainsi de décomposer le système en 2 phases distinctes. L'évolution des profils de vitesse dans ces milieux est décrite ci-après.

Au bord d'entrée, la vitesse du mélange gazeux est supposée uniforme ayant pour valeurs respectives $U_0 = 1.9$ m/s, pour un nombre de Reynolds $Re_0=2000$ correspondant à un écoulement laminaire. Elle subit ensuite une brusque diminution au niveau des parois solides. Il s'ensuit l'apparition au voisinage du bord d'entrée, de couches limites cinématiques accompagnées de forts gradients de vitesses le long des parois, ce qui entraîne une déformation progressive des profils de vitesse le long de l'écoulement. A partir d'une distance z relativement loin du bord d'entrée ($z=0.6$ m), les profils tendent vers une allure sensiblement parabolique. Le pic des vitesses augmente et se décale graduellement vers la l'axe du canal $y_m = R/2$ et la valeur maximale $U_m = 3.65$ m/s en régime établi. Par ailleurs, les écoulements restent laminaires sur toute la longueur, puisque les nombres de Reynolds sont suffisamment faibles à la sortie du canal: $Re_M = 2500$, $Re_L = 21$.

1.2. Profils de température et de concentration en vapeur

Les figures 4.2 et 4.3 représentent les profils de température et de concentration en vapeur à différentes côtes z . La température de la face externe de la paroi inférieure est maintenue constante T_w . A l'entrée du système, la température T_0 et la fraction massique de vapeur C_0 sont uniformes puis subissent une brusque augmentation à l'interface avec le film liquide. Il s'ensuit une décroissance progressive de ces grandeurs dans le mélange, les profils présentant une allure similaire tout au long de l'écoulement. La température et la concentration sont minimales sur la paroi supérieure supposée adiabatique imperméable, puis augmentent jusqu'à l'interface liquide-mélange. Au contact du liquide, la température atteint une valeur très proche de T_w conduisant à une concentration maximale à la température locale. L'évaporation se produit sous l'effet du gradient de concentration de vapeur à l'interface liquide-mélange. Sa forte diminution le long du canal traduit une nette réduction du taux d'évaporation accompagnée d'un échauffement simultané du mélange gazeux. Les profils thermiques et massiques tendent progressivement vers les valeurs uniformes correspondant à la situation d'isothermie et de saturation à la température de paroi non encore atteinte à la sortie du canal.

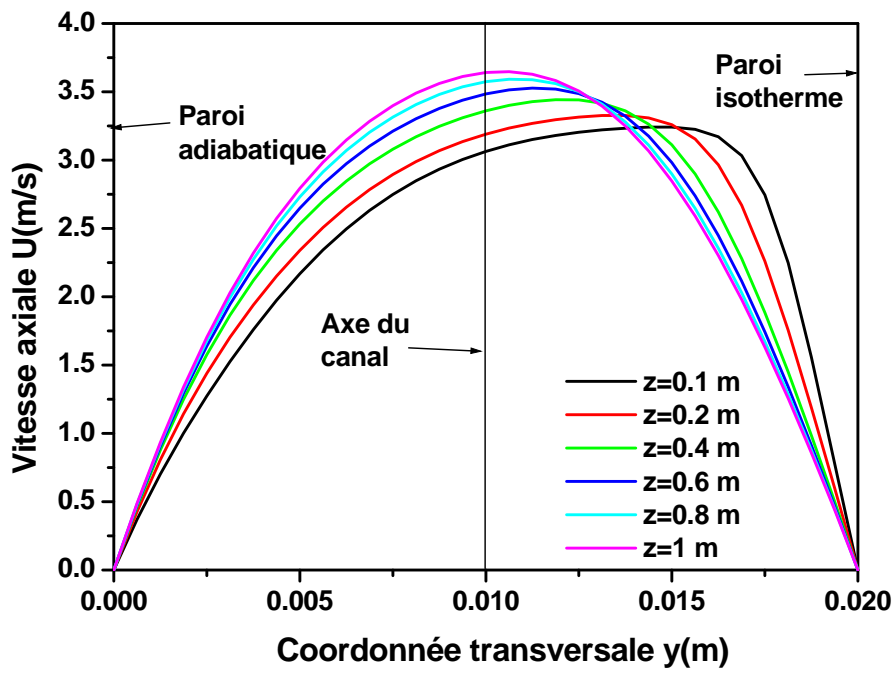


Fig.4.1. Profils de vitesse axiale dans le mélange gazeux

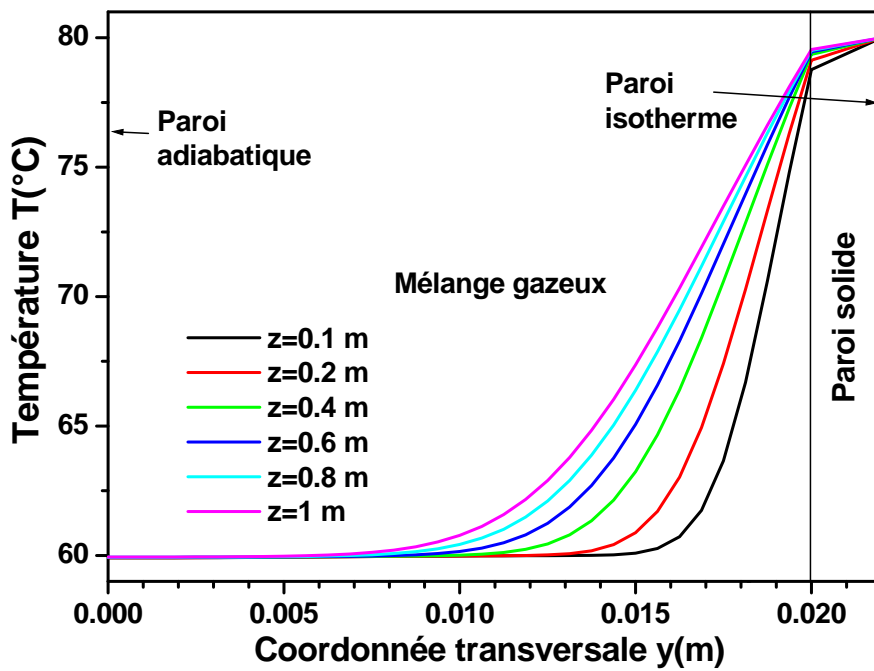


Fig.4.2. Profils de température dans le mélange gazeux et la paroi solide

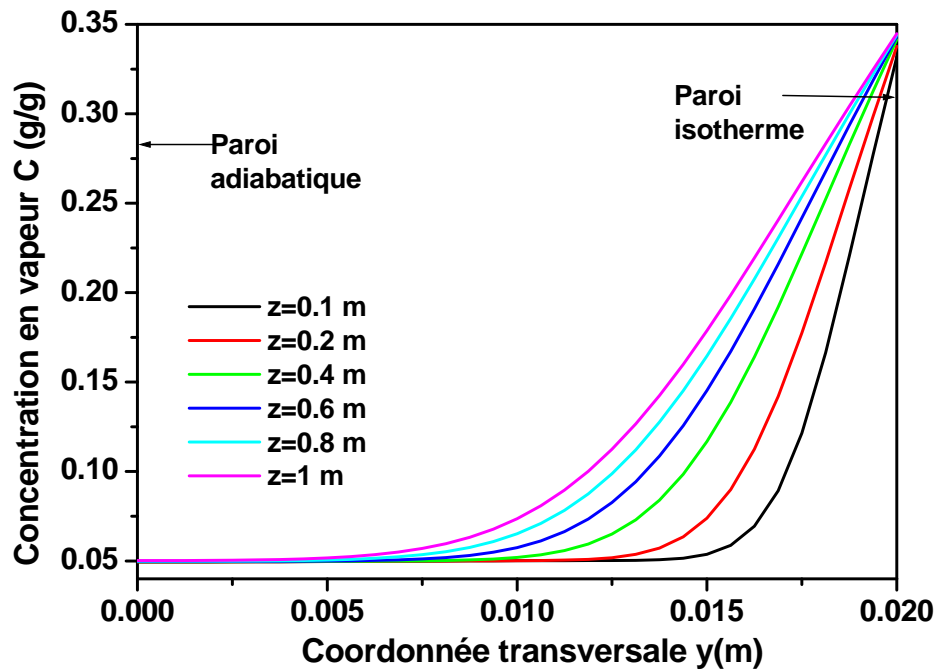


Fig.4.3. Profils de concentration en vapeur dans le mélange gazeux

2. Simulation paramétrique

Une analyse de l'influence des diverses conditions opératoires sur le processus d'évaporation d'un film liquide sur la paroi interne d'un canal rectangulaire, en faisant varier séparément les grandeurs suivantes :

- débit d'entrée du mélange gazeux : $q_0 = 20, 30, 40, 50 \text{ g.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$
- température d'entrée : $T_0 = 60, 65, 70, 75 \text{ °C}$
- largeur du canal : $R = 1, 1.5, 2, 2.5 \text{ cm}$
- coefficient de convection externe : $h = 10, 100, 200, 500 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$

Les résultats numériques présentés concernent les évolutions comparatives du débit liquide, du nombre de Nusselt et du flux thermique à la paroi inférieure.

2.1. Influence du débit d'entrée q_0

En considérant à l'entrée un mélange air vapeur d'eau dans les conditions : $P_0 = 1 \text{ atm}$, $T_0 = 60 \text{ °C}$, $T_w = 80 \text{ °C}$, $h_0 = 0.4$, l'effet du débit d'entrée du mélange a été étudié en faisant varier q_0 dans l'intervalle de valeurs comprises entre 20 et $50 \text{ g.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$ correspondant à un écoulement laminaire ($Re_0 < 2500$). La température de paroi T_w étant maintenue constante, la concentration finale en vapeur du mélange est la même $C_f = 0.352$ dans tous les cas,

représentant la fraction massique de vapeur non condensée. Les résultats numériques obtenus sont présentés sur les figures. Une augmentation du débit q_0 s'accompagne d'un accroissement de la vitesse du mélange favorisant l'évaporation d'une plus grande quantité de liquide. Il s'ensuit une nette diminution du débit liquide résiduel après évaporation partielle du film liquide.

Par ailleurs, les figures montrent clairement que les pentes des courbes représentant les variations du débit liquide augmentent avec q_0 et continuent encore d'évoluer jusqu'à la sortie du canal. Il s'ensuit que la longueur de canal nécessaire pour atteindre l'évaporation complète diminue avec Re_0 . Enfin, les figures montrent les évolutions axiales du nombre de Nusselt pariétal et du flux de chaleur échangé à la paroi inférieure. On constate qu'ils augmentent également avec q_0 , en raison de l'accroissement du gradient de température à la paroi à l'interface liquide-vapeur.

Celui-ci est très élevé au voisinage du bord d'attaque conduisant à une forte densité de flux de chaleur. En effet, une grande partie du flux thermique total est transmis sur une très courte distance au voisinage du bord d'entrée. Au cours de l'écoulement, le gradient thermique diminue le long de la paroi, entraînant une forte réduction de la densité de flux thermique pariétale. Par ailleurs, la paroi supérieure étant adiabatique, le flux thermique est intégralement transmis à la paroi inférieure à travers le film liquide.

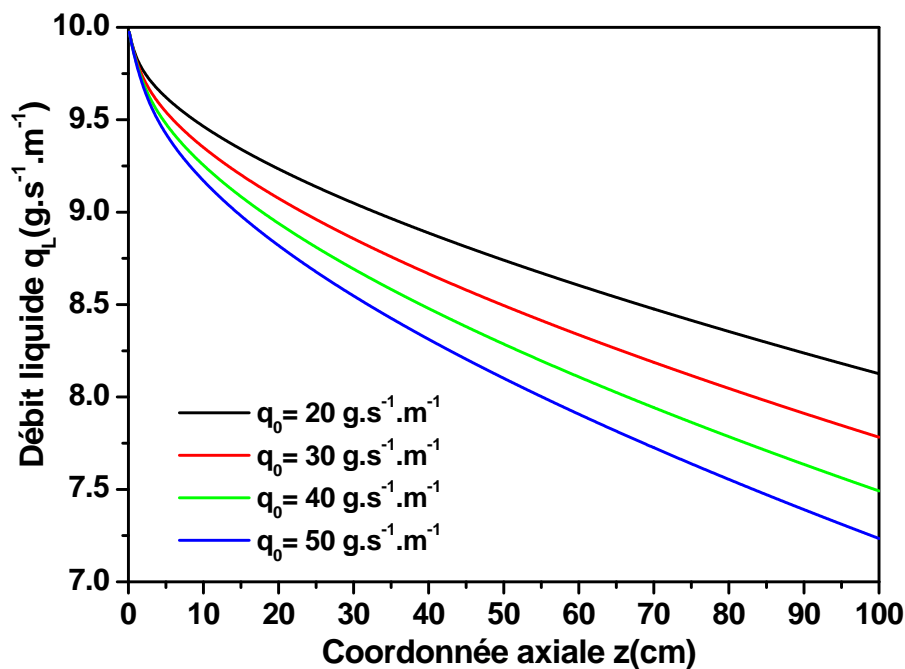


Fig.4.4. Influence du débit d'entrée q_0 sur l'évolution du débit liquide

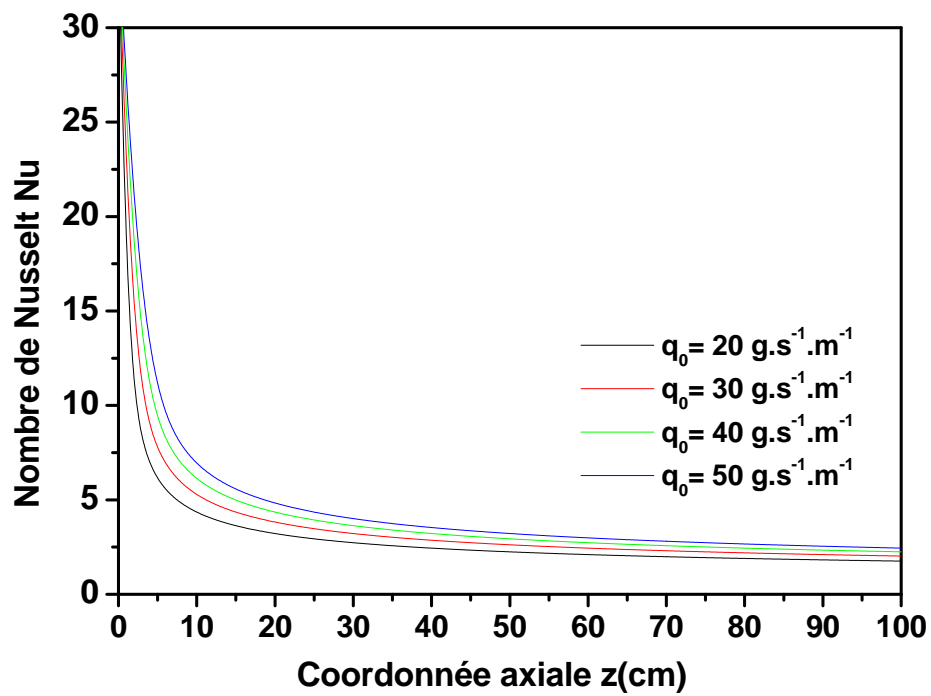


Fig.4.5. Influence du débit d'entrée q_0 sur l'évolution du nombre de Nusselt

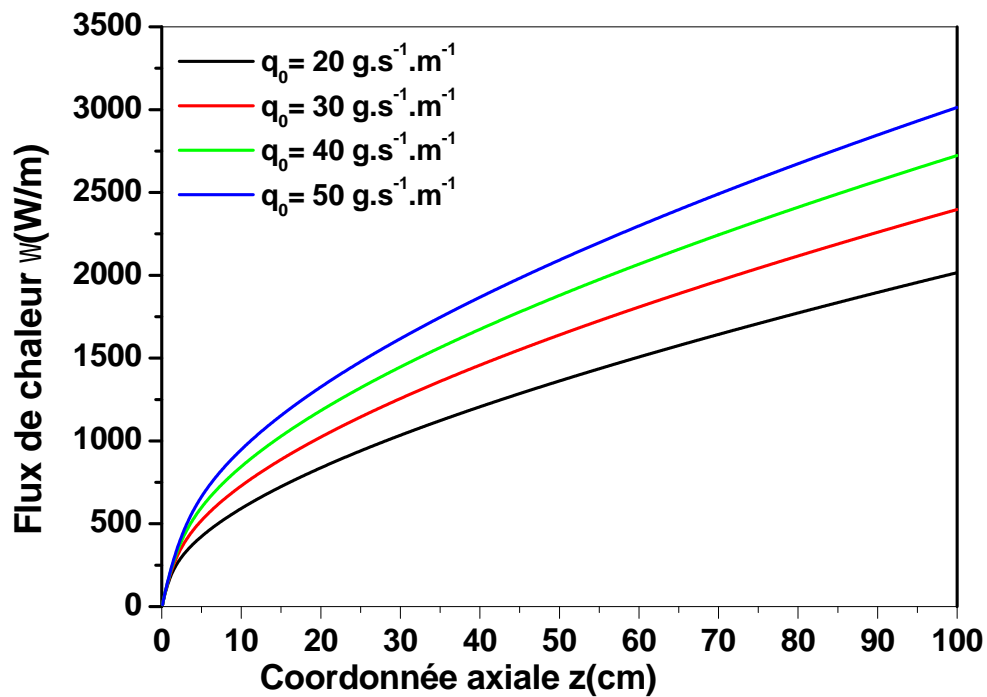


Fig.4.6. Influence du débit d'entrée q_0 sur l'évolution du flux de chaleur

2.2. Influence de la température d'entrée T_0

Une comparaison des résultats pour différentes valeurs de la température T_0 comprises entre 60°C et 75°C a été faite en fixant $P_0 = 1 \text{ atm}$, $h_0 = 0.4$, $q_{L0} = 10 \text{ g.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$, $T_w = 80^\circ\text{C}$, $Re_0 = 2000$. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 4.7-4.9. On constate qu'une augmentation de T_0 entraîne un allongement de la distance nécessaire pour l'assèchement total de la paroi suite à une évolution plus lente du débit liquide et une diminution de l'écart de température entre le mélange gazeux et la paroi inférieure. Il s'ensuit une diminution du taux d'évaporation, des gradients thermiques à l'interface liquide-vapeur et du flux de chaleur transmis par conduction à la paroi inférieure, comme le montre la figure 4-9.

Par ailleurs, la figure 4.8 montre que le nombre de Nusselt Nu représentant la densité de flux thermique à la paroi varie faiblement avec T_0 . En fait, comme l'expression classique de Nu contient déjà le terme $(T_w - T_0)$ qui est variable, l'influence de T_0 n'apparaît pas dans l'évolution de Nu qui est un paramètre adimensionnel. Dans ce cas, l'évolution du flux de chaleur est plus appropriée et conduit à des résultats plus corrects comme le montre la figure 4-9.

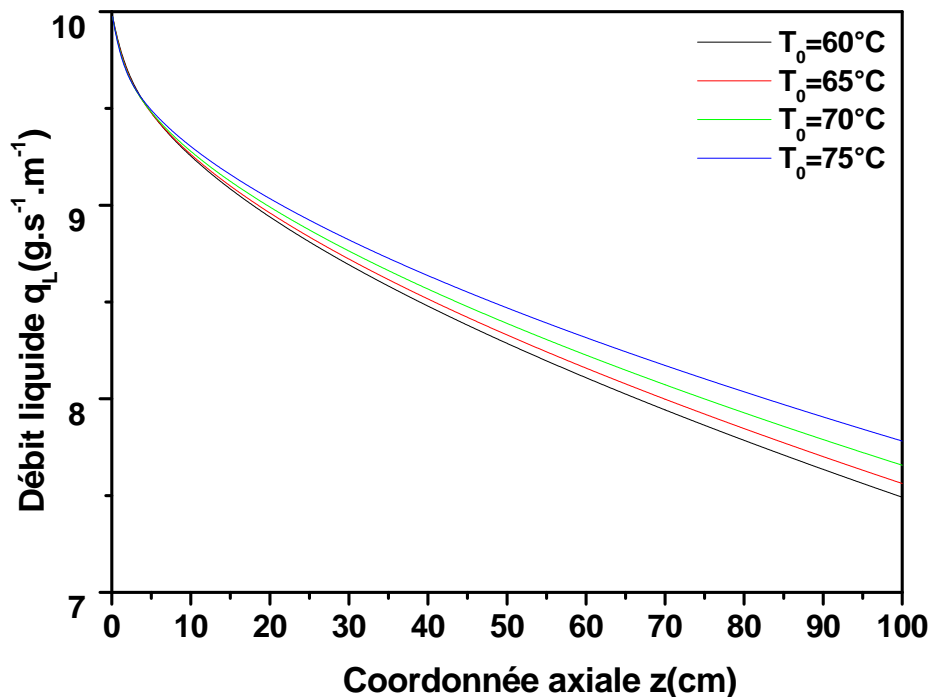


Fig.4.7. Influence de la température d'entrée T_0 sur l'évolution du débit liquide

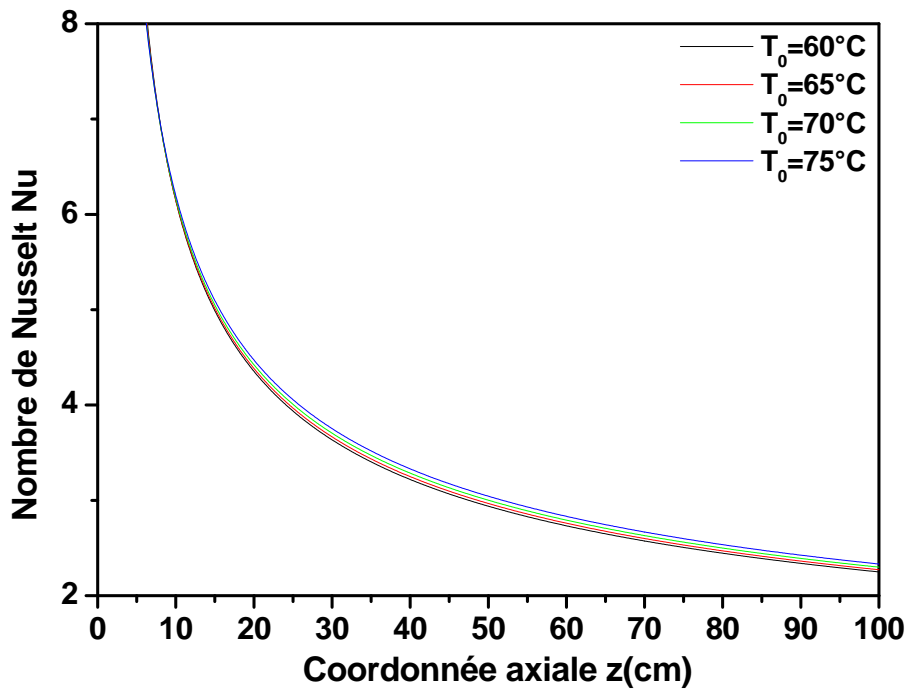


Fig.4.8. Influence de la température d'entrée T_0 sur l'évolution du nombre de Nusselt

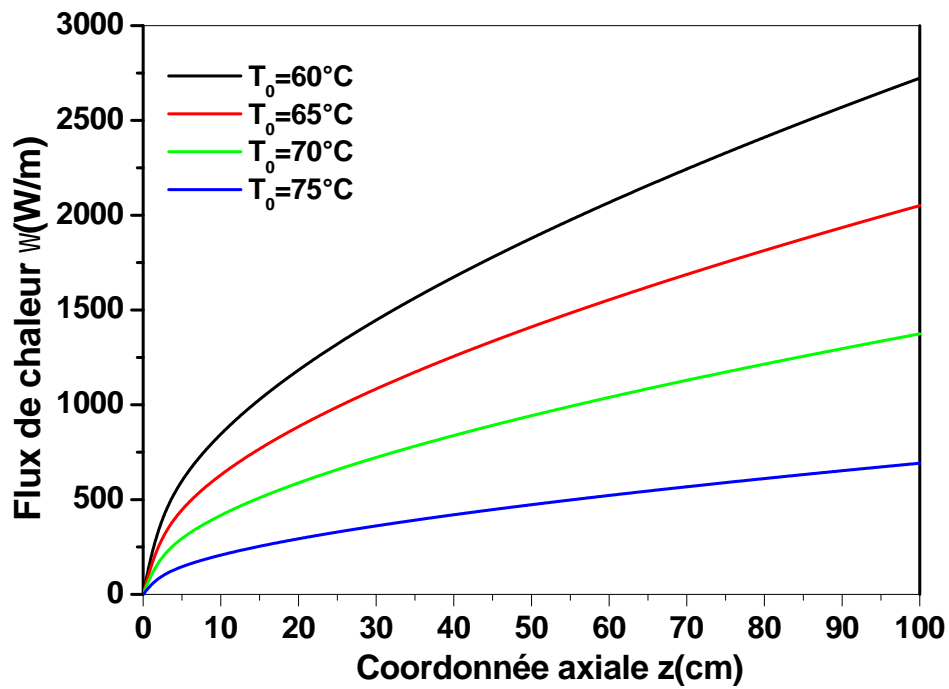


Fig.4.9. Influence de la température d'entrée T_0 sur l'évolution du flux de chaleur

2.3. Influence du coefficient d'échange convectif

Une analyse de l'influence du coefficient convectif d'un fluide externe à température T_e en contact avec la paroi inférieure du canal. Les calculs sont effectués dans les conditions : $P_0 = 1 \text{ atm}$, $q_0 = 40 \text{ g.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$, $h_0 = 0.4$, $T_0 = 60^\circ\text{C}$, $T_e = 80^\circ\text{C}$. On fait varier le coefficient de convection h_e entre la paroi et le fluide ambiant entre 10 et $500 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$

Dans ce type de conditions aux limites, la paroi est soumise à un échange convectif externe dont l'intensité varie avec le coefficient h_e . Le processus d'évaporation dépend alors étroitement de l'évolution de la température pariétale qui augmente le long de l'écoulement et tend asymptotiquement vers la température du fluide externe ambiant. En effet, les résultats présentés sur les figures 4.10-4.13 montrent qu'une augmentation des échanges convectifs favorise l'évaporation car elle entraîne un échauffement plus rapide de la paroi. Il s'ensuit une diminution plus importante du débit de liquide et un accroissement du flux thermique échangé à la paroi. Au voisinage du bord d'entrée, Nu augmente avec h mais décroît plus vite au cours de l'écoulement tendant asymptotiquement vers zéro à la sortie du canal.

Par ailleurs, ces figures montrent que lorsque le coefficient convectif h_e augmente, la distance requise pour atteindre l'évaporation complète diminue, en étant minimale pour la paroi isotherme. Enfin, dans ce dernier cas, une intensification plus importante des transferts conduit à une évolution plus rapide du débit vers le régime final d'assèchement de la paroi.

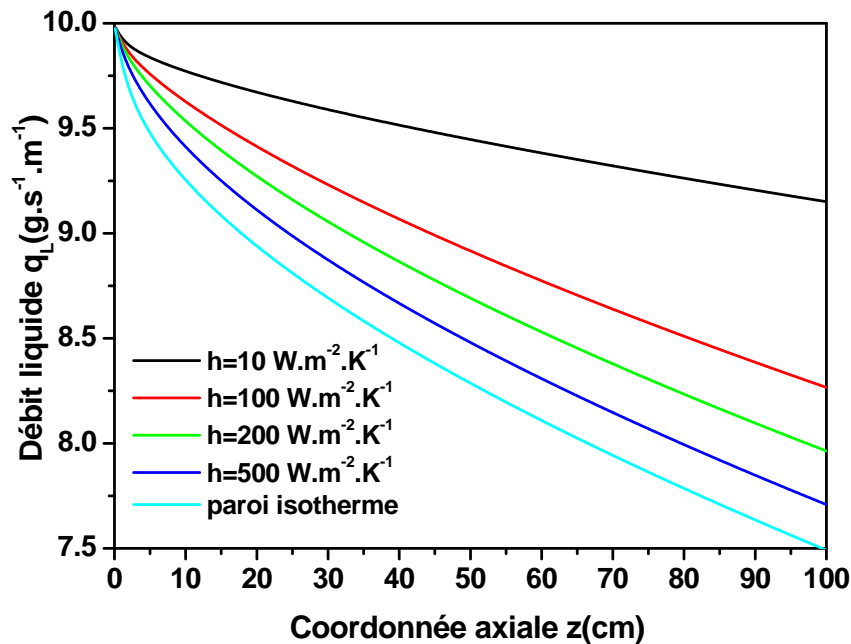


Fig.4.10. Influence du coefficient de convection externe sur le débit liquide

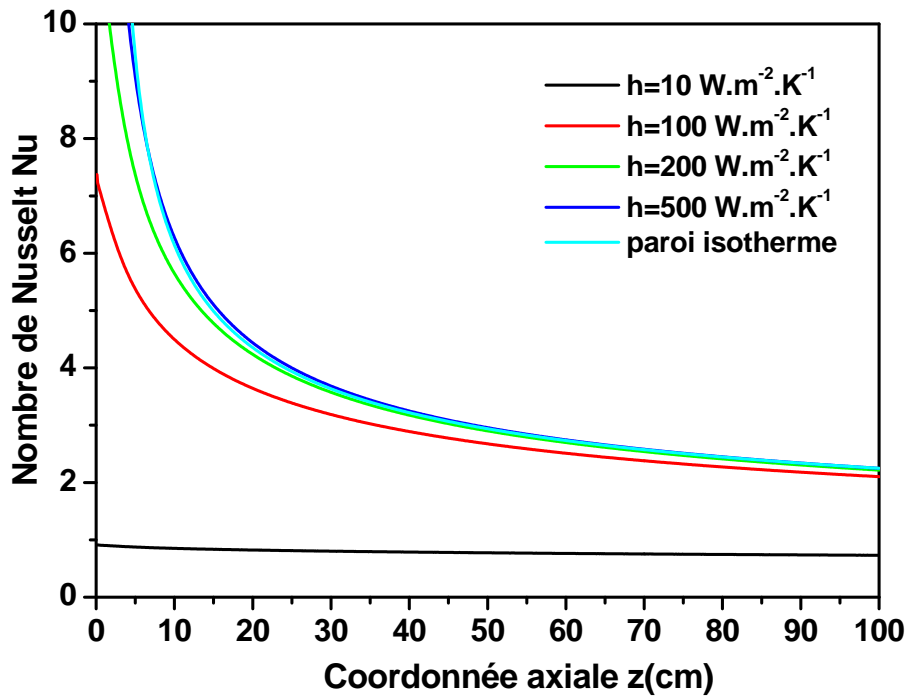


Fig.4.11. Influence du coefficient de convection externe sur le nombre de Nusselt

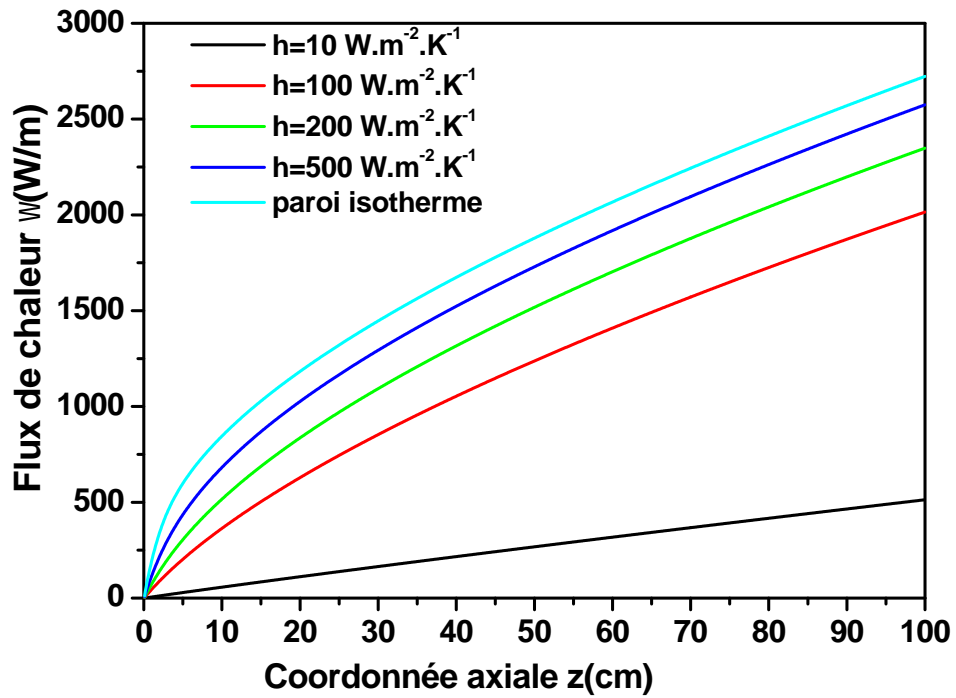


Fig.4.12. Influence du coefficient de convection externe sur le flux de chaleur

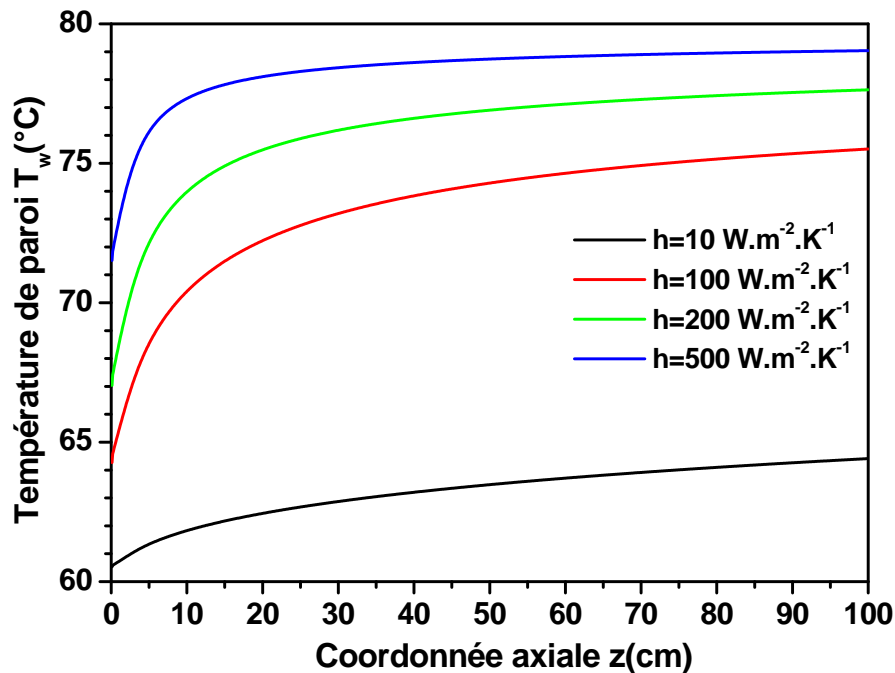


Fig.4.13. Influence du coefficient de convection externe sur la température de paroi

2.4. Influence de la largeur du canal

En gardant les mêmes conditions d'entrée ($P_0 = 1 \text{ atm}$, $q_0 = 40 \text{ g.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$, $h_0 = 0.4$, $T_0 = 60^\circ\text{C}$) l'étude de l'effet des dimensions du canal a été menée sur un système à paroi inférieure isotherme. Les dimensions du système ont été modifiées en faisant varier la largeur dans l'intervalle: $R = 10, 15, 20, 25 \text{ mm}$. La hauteur du canal est maintenue constante. Par ailleurs, la pression et les températures d'entrée et de paroi étant également invariantes, les concentrations d'entrée C_0 et de paroi C_w du mélange gazeux restent inchangées dans tous les cas. Les figures 4.14-4.16 représentent les résultats obtenus pour différentes valeurs de R . Le cas $R = 10 \text{ mm}$ correspond à un canal où le volume d'écoulement est minimal. Lorsque R augmente, l'espace offert à l'écoulement du fluide augmente entraînant une forte diminution de la vitesse du mélange gazeux. Le débit q_0 étant maintenu constant, les gradients de vitesse à la paroi diminuent considérablement. Il s'ensuit une nette réduction du taux d'évaporation conduisant à une diminution de la pente de l'évolution du débit liquide pour une plus grande longueur de canal requise pour atteindre l'assèchement.

D'autre part, les figures 4.15-4.16 montrent que le nombre de Nusselt et le flux thermique diminuent avec l'accroissement de R , en raison de la réduction des échanges

thermiques dans les deux phases par augmentation de la distance entre parois. L'évolution du flux thermique reste sensiblement similaire au taux d'évaporation à toute section z de la paroi. Ces résultats sont à rapprocher avec ceux concernant l'effet du débit du mélange gazeux, car les deux études considèrent l'influence du nombre de Reynolds du mélange gazeux.

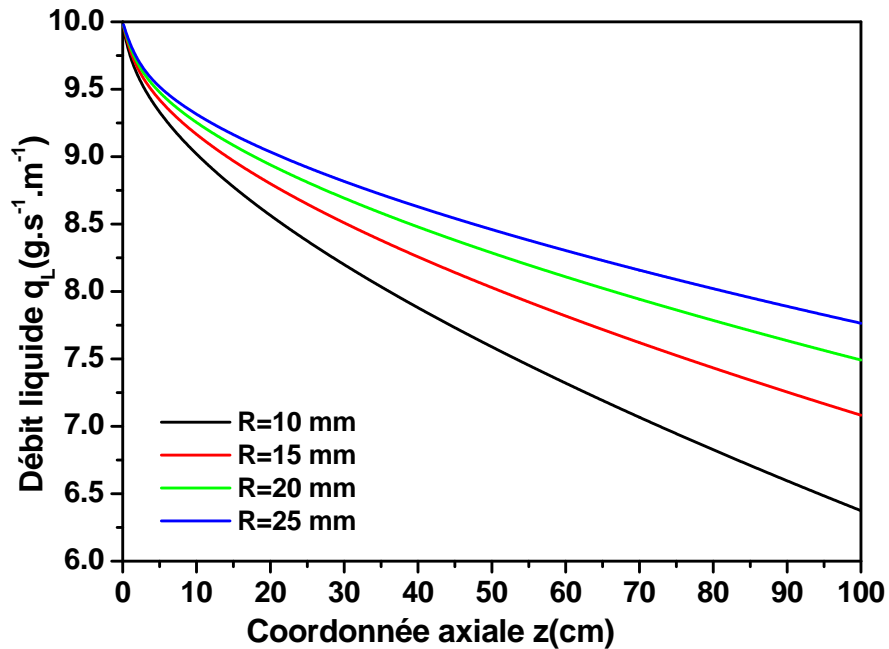


Fig.4.14. Influence de la largeur du canal sur l'évolution du débit liquide

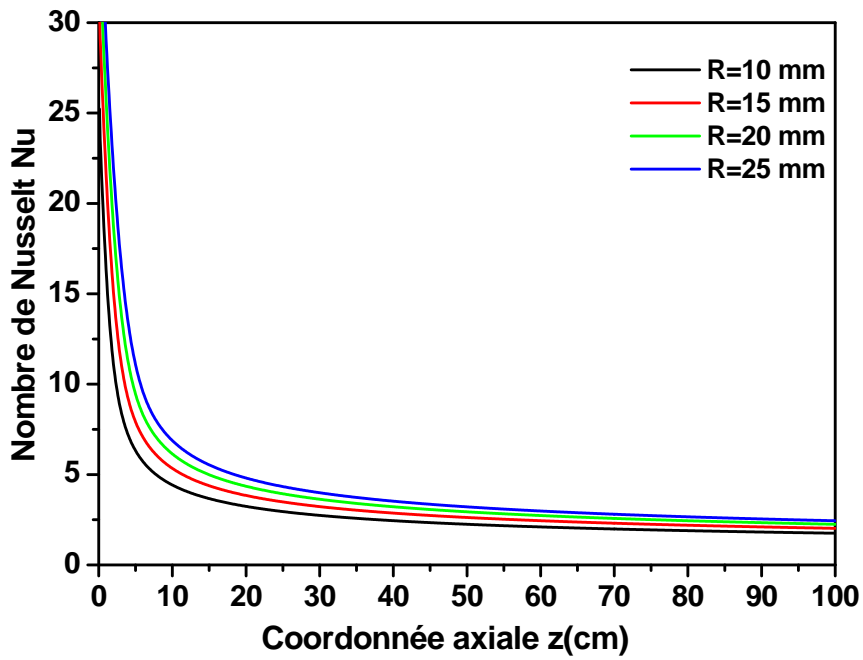


Fig.4.15. Influence de la largeur du canal sur l'évolution du nombre de Nusselt

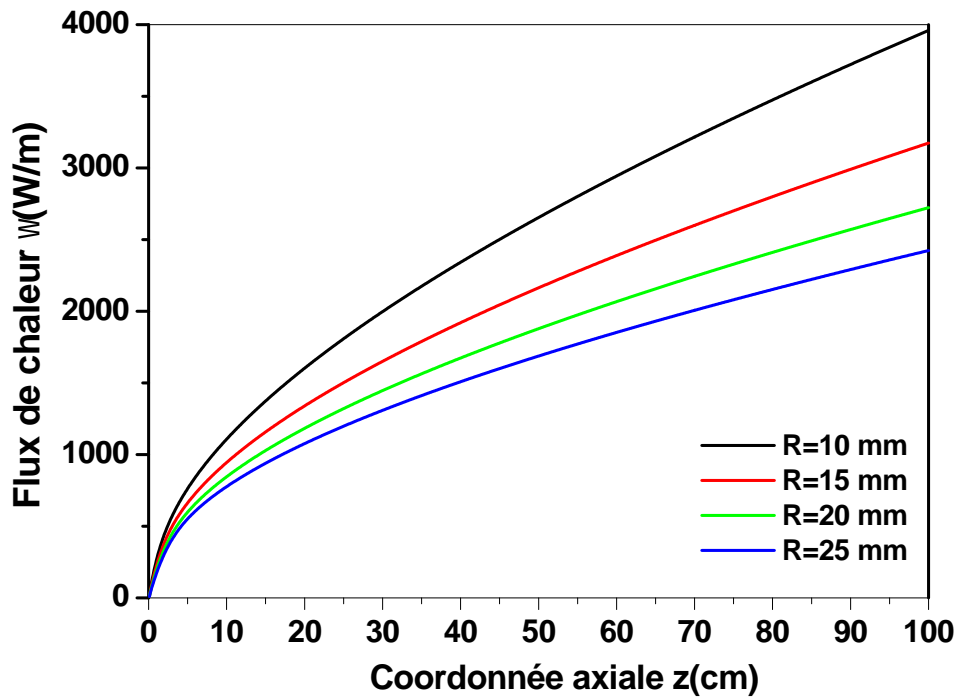


Fig.4.16. Influence de la largeur du canal sur l'évolution du flux de chaleur

CONCLUSION

L'étude menée concerne la modélisation de l'évaporation d'un film liquide en présence d'un écoulement laminaire d'un mélange air-vapeur d'eau par convection forcée sur la paroi interne isotherme d'un canal vertical incliné.

Une analyse bibliographique préalable des études publiées dans la littérature concernant l'évaporation de film liquide pour diverses configurations géométriques a permis de déterminer les modèles mathématiques, les méthodes numériques utilisées pour résoudre les équations de transfert ainsi que les techniques expérimentales pour la détermination de l'épaisseur du film liquide et du coefficient de transfert de chaleur entre la paroi et le fluide.

Un modèle mathématique a été élaboré concernant le phénomène d'évaporation d'un film liquide en présence de mélanges air-vapeur dans un canal vertical à paroi isotherme. Les équations de transfert sont discrétisées par la méthode des différences finies et résolues par l'algorithme de Thomas. Un code de calcul en langage Fortran90 a été élaboré puis validé par comparaison avec des travaux similaires dans la littérature. Une étude de sensibilité aux dimensions du maillage a permis de déterminer les pas d'espace adoptés lors des simulations numériques. Dans un premier temps, les calculs menés ont permis de déterminer les distributions de vitesse, température et fraction massique de vapeur évolutions au sein du mélange gazeux à différentes sections du canal. Une étude de simulation paramétrique a été ensuite effectuée sur les effets du débit gazeux, de la température du fluide à l'entrée, du coefficient de convection externe et de la largeur du canal sur les évolutions du débit liquide, du nombre de Nusselt et du flux thermique à travers la paroi. Les résultats obtenus montrent que les évolutions du taux d'évaporation et du flux thermique augmentent avec le débit gazeux et le coefficient d'échange convectif mais diminuent avec la largeur du canal et la température d'entrée du fluide.

Enfin, suite à ce travail, on peut suggérer quelques perspectives de recherche qui peuvent être menées selon différents axes :

- Extension du modèle élaboré au régime turbulent en convection mixte ou naturelle,
- Prise en compte de l'évolution spatio-temporelle de l'interface liquide-vapeur pour une étude plus approfondie du phénomène d'évaporation
- Analyse d'un écoulement d'un mélange gazeux ascendant à contre-courant d'un ruissellement de film liquide sur une paroi verticale ou inclinée.

ANNEXE 1

METHODE DE THOMAS

L'algorithme de Thomas (ou méthode TDMA: TriDiagonal Matrix Algorithme) est une méthode numérique pour la résolution rapide de systèmes d'équations linéaires à matrice tridiagonale. Elle présente l'avantage d'occuper une place mémoire plus réduite qu'une matrice normale (3 tableaux de dimension N+1 au lieu d'une matrice de dimension (N+1)²)

On considère le système (A)(φ)=(D) à matrice A tridiagonale, à (N+1) équations algébriques à (N+1) inconnues s'écrivant sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} b_0 & c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & a_i & b_i & c_i & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_N & b_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \cdot \\ d_i \\ \cdot \\ d_{N-1} \\ d_N \end{pmatrix}$$

On distingue les points de grille internes (i =1,..., N-1) des points de grille aux limites (i=0 et i=N).

$$b_0 \cdot \phi(0) + c_0 \cdot \phi(1) = d_0 \tag{A1.1}$$

$$a_i \cdot \phi(i-1) + b_i \cdot \phi(i) + c_i \cdot \phi(i+1) = d_i \quad (i=1, \dots, N-1) \tag{A1.2}$$

$$a_N \cdot \phi(N-1) + b_N \cdot \phi(N) = d_N \tag{A1.3}$$

L'algorithme de résolution du système par la méthode de Thomas s'effectue en 2 étapes successives :

-1^{ère} étape : bidiagonalisation du système :

Elle consiste à transformer le système (A)(φ)=(D) à matrice A tridiagonale en un système équivalent (A')(φ)=(β) à matrice A' bidiagonale unitaire (éléments diagonaux égaux à 1) en appliquant les relations de récurrence suivantes :

$$\gamma_0 = \frac{c_0}{b_0}, \quad \beta_0 = \frac{d_0}{b_0} \tag{A1.4-5}$$

$$\gamma_i = \frac{c_i}{b_i - a_i \cdot \gamma_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{d_i - a_i \cdot \beta_{i-1}}{b_i - a_i \cdot \gamma_{i-1}} \quad \text{pour } i = 1, \dots, N \quad (\text{A1.6-7})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \gamma_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & 1 & \gamma_i & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 & \gamma_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \beta_i \\ \cdot \\ \beta_{N-1} \\ \beta_N \end{pmatrix}$$

- 2^{ème} étape : résolution du système bidiagonal par la méthode de remontée :

$$\phi_N = \beta_N \quad (\text{A1.8})$$

$$\phi_i = \beta_i - \gamma_i \cdot \phi_{i+1} \quad \text{Pour } i = N-1, \dots, 0 \quad (\text{A1.9})$$

ANNEXE 2

METHODE DE LA SECANTE

Dans certaines circonstances (si f provient d'un calcul expérimental par exemple), on ne peut calculer f' . L'idée est alors de remplacer f' par le taux d'accroissement de f sur un petit intervalle

Supposons que x_0 et x_1 soient deux valeurs approchées de la racine x^* de l'équation $f(x) = 0$ avec $x_0 < x^* < x_1$ (A2.1)

Le taux d'accroissement de f sur $[x_0, x_1]$ est :

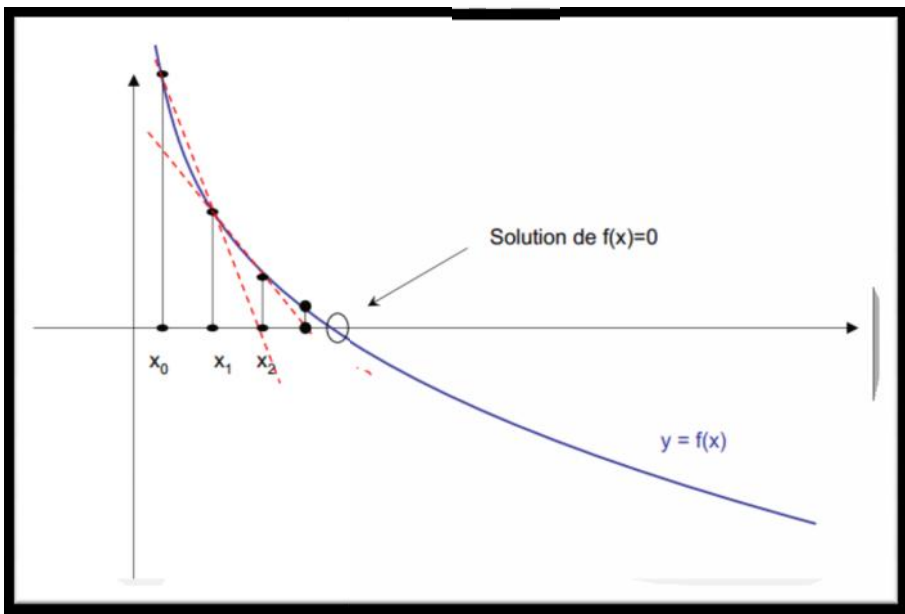


Figure. A.2. Interprétation géométrique de la méthode de sécante

$$T_1 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \quad (\text{A2.2})$$

L'équation de la sécante (en x_0 et x_1) est :

$$Y = T_1 (x - x_1) + f(x_1) \quad (\text{A2.3})$$

On obtient une nouvelle approximation x_2 de x^* en calculant l'abscisse du point d'intersection de la sécante avec l'axe Ox :

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{T_1} \quad (\text{A2.4})$$

(obtenu en posant $y = 0$ dans (1))

Et on itère ce procédé pour obtenir :

$$T_1 \approx \frac{f(x_K) - f(x_{K-1})}{x_K - x_{K-1}} \quad (\text{A2.5})$$

$$\text{Et } x_{K-1} = x_K - \frac{f(x_K)}{T_K} \quad (\text{A2.6})$$

L'algorithme correspondant est :

x_0, x_1 donnés

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \quad (\text{A2.7})$$

REFERENCES

1. E. Mezaache, M. Daguene, “Effects of inlet conditions on film evaporation along an inclined plate”, *Solar Energy* 78 (2005) 535–542
2. S. Ben Jabrallah, A. Belghith, J.P. Corriou “Convective heat and mass transfer with evaporation of a falling film in a cavity”, *International Journal of Thermal Sciences* 45 (2006) 16–28
3. M. Feddaoui, H. Meftah, A. Mir, “The numerical computation of the evaporative cooling of falling water film in turbulent mixed convection inside a vertical tube”, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 33 (2006) 917 – 927
4. A.S. Cherif, , S. Ben Jabrallah, J.P. Corriou, A. Belghith “Intensification of the liquid film evaporation in a vertical channel”, *Desalination* 250 (2010) 433–437
5. Abderrahman Nait Alla, Mbarek Feddaoui, Hicham Meftah « Numerical study of the evaporation by mixed convection of ethanol in partially heated plate along a vertical channel”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 89 (2015) 206–215
6. M’hand Oubella , M’barek Feddaoui, Rachid Mir “Numerical study of heat and mass transfer during evaporation of a thin liquid film”, *Thermal Science*, Year 2015, Vol. 19, No. 5, pp. 1805-1819
7. Monssif Najim, M’Barek Feddaoui, Adil Charef, Hicham Meftah “Computational study of saline water film evaporation in a vertical tube”, *Desalination* 408 (2017) 81–91
8. Liangjun Zhang, Yiye Huang, Jingyi Wu, Zhangpeng Liu, Guang Yang “Evaporation of water film in a three-dimensional vertical rectangular” channel by laminar mixed convection, *Applied Thermal Engineering* 130 (2018) 242–253
9. A. Agunaoun, A. Il Idrissi, A. Daif, R. Barriol « Etude de l'évaporation en convection mixte d'un film liquide d'un mélange binaire s'écoulant sur un plan incliné soumis à un flux de chaleur constant » *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 41, No. 14, pp. 2197-2210, 1998

10. M. El Armouzi, X. Chesneau, B. Zeghmati
 “Numerical study of evaporation by mixed convection of a binary liquid film flowing down the wall of two coaxial cylinders”, *Heat Mass Transfer* (2005) 41: 375–386
11. Abdelaziz Nasr, Chokri Debbissi Hfaiedh, Sassi Ben Nasrallah
 “Numerical study of evaporation by mixed convection of a binary liquid film”, *Energy* 36 (2011) 2316-2327
12. Chokri Debbissi Hfaiedh, Abdelaziz Nasr, Sassi Ben Nasrallah
 “Evaporation of a binary liquid film flowing down the wall of two vertical plates”, *International Journal of Thermal Sciences* 72 (2013) 34-46
13. Abderrahman Nait Alla, M'barek Feddaoui, Hicham Meftah
 « Comparison of two configurations to improve heat and mass transfer in evaporating two-component liquid film flow”, *International Journal of Thermal Sciences* 126 (2018) 194–204
14. Djamel Hammoudi, Azzedine Benabdesselam, Abdelwahid Azzi, Mohamed Aboudou Kassim, “Numerical modeling of steam condensation in vertical channel in presence of noncondensable gas”, *International Journal of Thermal Sciences* 126 (2018) 263–271
15. T.F. Irvine Jr., P.E. Liley
 “Steam and gas tables with computer equations”, Academic Press, 1984.
16. A. Crabtree, M. Siman-Tov
 “Thermophysical properties of saturated light and heavy water for advanced neutron source applications”, Prepared by Oak Ridge National Laboratory, Tennessee 37831, May 1993.
17. R.C. Reid, J.M. Prausnitz, T.K. Sherwood
 “The properties of gases and liquids”, Third Ed., McGraw-Hill, 1977.

RESUME

On présente dans cette étude une modélisation numérique du phénomène d'évaporation d'un film liquide par convection forcée laminaire d'un mélange air-vapeur d'eau dans un canal incliné à parois isotherme et adiabatique. Le modèle mathématique a été élaboré à partir des équations de continuité, de conservation de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion de vapeur en mélange gazeux. Les variations des débits liquide et gazeux ont été calculées par des méthodes basées sur l'intégration du flux massique liquide à la paroi soumise au ruissellement du film liquide et la conservation du débit massique total des deux phases fluides en écoulement. Les systèmes d'équations sont ensuite résolus par la méthode des différences finies en schéma implicite. Une étude de sensibilité aux dimensions du maillage a été également effectuée. Les calculs ont été menés dans différentes conditions opératoires. A partir de l'ensemble des résultats obtenus, on peut tirer les conclusions suivantes :

- Le débit du film liquide et le coefficient d'échange de chaleur présentent des gradients élevés dans la région d'entrée du canal, puis évoluent progressivement vers le régime permanent correspondant à l'assèchement de la paroi et à l'équilibre thermique du système non encore atteint à l'extrémité inférieure du canal dans les conditions opératoires considérées dans cette étude.
- Le taux d'évaporation et le flux thermique pariétal augmentent avec le débit d'entrée du mélange gazeux et le coefficient de convection externe. Ces grandeurs diminuent lorsque la température d'entrée du fluide et la largeur du canal augmentent
- Dans le cas d'une paroi soumise à un échange convectif avec un fluide extérieur, l'évaporation est caractérisée par une diminution des transferts et une variation plus faible du débit de liquide. Cependant, le système évolue vers le même état final d'équilibre thermique que dans le cas de la paroi isotherme.

Mot-clés : évaporation, film liquide, écoulement laminaire, mélange air-vapeur

ABSTRACT

This paper presents a numerical modeling of the evaporation phenomenon of a liquid film by forced laminar convection of an air-water vapor mixture in an inclined channel with isothermal and adiabatic walls. The mathematical model has been developed from the equations of continuity, conservation of momentum, energy and vapor diffusion in gaseous mixture. The variations of the liquid and gaseous flows were calculated by methods based on the integration of the liquid mass flux with the wall subjected to the runoff of the liquid film and the conservation of the total mass flow of the two flowing fluid phases. The systems of equations are then solved by the method of finite differences in implicit scheme. A sensitivity study to the dimensions of the mesh was also carried out. The calculations were conducted under different operating conditions. From the set of results obtained, we can draw the following conclusions:

- The flow rate of the liquid film and the heat exchange coefficient have high gradients in the inlet region of the channel, then progressively evolve towards the steady state corresponding to the drying of the wall and the thermal equilibrium of the system not yet reached at the lower end of the canal under the operating conditions considered in this study.
- The evaporation rate and the parietal heat flow increase with the inlet flow rate of the gas mixture and the external convection coefficient. These quantities decrease when the fluid inlet temperature and the channel width increase
- In the case of a wall subjected to a convective exchange with an external fluid, the evaporation is characterized by a decrease in transfers and a smaller variation in the flow of liquid. However, the system evolves towards the same final state of thermal equilibrium as in the case of the isothermal wall.

Keywords: evaporation, liquid film, laminar flow, vapor-air mixture

ملخص :

تقدم هذه الورقة نمذجة عددية لظاهرة التبخر لفيلم سائل عن طريق الحمل الحراري الصفيحي لمزيج بخار الماء الهوائي في قناة مائلة مع جدران متساوية ودرجات الحرارة. وقد تم تطوير النموذج الرياضي من معادلات الاستمرارية وحفظ الزخم والطاقة وانتشار البخار في الخليط الغازي. تم حساب التغيرات في التدفقات الغازية والسائلة بالطرق المبنية على تكامل تدفق الكتلة السائلة مع الجدار الخاضع لجريان الفيلم السائل والحفاظ على التدفق الكلي للكتلة من مرحلتين من السوائل المتدفقة. ثم يتم حل أنظمة المعادلات من خلال طريقة الاختلافات المحدودة في المخطط الضمني. كما أجريت دراسة حساسية لأبعاد الشبكة. أجريت الحسابات تحت ظروف تشغيل مختلفة. من مجموعة النتائج التي تم الحصول عليها، يمكننا استخلاص الاستنتاجات التالية:

- يكون لمعدل تدفق الغشاء السائل ومعامل تبادل الحرارة تدرجات عالية في منطقة مدخل القناة، ثم يتطوران تدريجياً نحو الحالة الثابتة المقابلة لتجفيف الجدار والتوازن الحراري للنظام الذي لم يتم الوصول إليه بعد. الحد الأدنى من القناة تحت ظروف التشغيل المذكورة في هذه الدراسة.

- يزداد معدل التبخر وتدفق الحرارة الجدارية مع معدل تدفق مدخل خليط الغاز ومعامل الحمل الحراري الخارجي. تنخفض هذه الكميات عندما تزيد درجة حرارة مدخل السائل وعرض القناة.

- في حالة وجود جدار يخضع للتبادل الحراري مع سائل خارجي ، يكون التبخر يتميز انخفاض في التحولات وتغير أصغر في تدفق السائل. ومع ذلك ، فإن النظام يتطور نحو نفس الحالة النهائية من التوازن الحراري كما هو الحال في حالة جدار متساوي الحرارة.