



Université ABBES LAGHROUR Khenchela

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Industriel

جامعة عباس لغرور خنشلة

كلية العلوم والتكنولوجيا

قسم الهندسة الصناعية



N° Série:

Mémoire de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme de Master

Filière: Automatique

**Spécialité : Automatique et informatique
industriel**

THEME

***Modélisation, Commande des systèmes
sous actionnes hybrides:
Application aux Robots bipèdes***

Réalisées par : HASSAD BADRIDirigé par : Dr. GUESSAM ALI

Soutenu le 13/09/2023 devant Le Jury :

Président:

Dr.DJAMAI DJEMOUAI

Examineur:

Dr.BOUMAARAFABDELAALI

Rapporteur:

Dr.GUESSAM ALI

Année universitaire 2022/2023

Remerciment

Toute notre gratitude, grâce et remercient vont à dieu le tous puissent qui nous a donné la force ,la patience ,le courage et la volonté pour élaborer ce travail.

C'est avec une profonde reconnaissance et considération particulière que nous remercions notre promoteur Mr GUESSAMALI,pour la sollicitude avec laquelle il a suivi et guidé ce travail.

Nous remercions les membres de jury qui nous fond l'honneur de présider et d'examiner ce modeste travail.

Toute notre gratitude va à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation.

Nous remercions aussi tous nos amis pour leur aide, leur patience.

H. Badri

Dédicace

Rien n'est aussi beau à offrir que la fruit d'un labeur qu'on dédié du fond du cœur à creux qu'on aime et qu'on remercie en exprimant la gratitude et la reconnaissance durant toute notre externe.

Je dédie ce modeste travail.

- ✓ A mes très chers parents qui ont consacrés toute leurs vies.pour mon éducation et mes études et qui m'ont donné un magnifique modèle de labeur et de persévérance ,je leurs souhaite toute le bonheur.*
- ✓ A ma femmeetmes enfants TahaBassem et Assinet.*
- ✓ A mes chers frères Rafik,Hacen,Hossine,Amine,Brahim et sœur Amina.*
- ✓ A tous mes amis Abdellah,Amer,Moussa,Lotfi.*
- ✓ A toute la promotion Automatique et informatique industrielle2022/2023.*

H.Badri

Tables des matières

Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre 01: Etat de l'Art sur les Robots Marcheurs	3
1.1.Introduction.....	3
1.2. Les Robots Marchants.....	5
1.2.1.Les Robots Monopodes.....	6
1.2.2.Les Robots Bipèdes.....	7
1.2.3.Les Robots Quadrupèdes.....	8
1.2.4.Les Robots Hexapodes	10
1.2.5.Les Robots à huit-pattes.....	11
1.3. Les Avantages des jambes	12
1.4. La limitation des véhicules à pattes.....	12
1.5. Les Applications des machines Marchants/robots.....	13
1.6. Conclusion	14
Chapitre 02:Les systèmes mécaniques sous actionnés	16
2.1.Introduction.....	16
2.2.Modélisation mathématique des systèmes mécaniques.....	17
2.2.1.Formalisme de Lagrange.....	17
2.3.Quelques exemples des systèmes mécaniques sous actionnés... ..	19
2.3.1. Pendule (inversé) sur chariot.....	19
2.3.2. Double pendule inversé.....	19
2.3.2.1.En cascade	20
2.3.2.2.En parallèle.....	20
2.3.3. Pendule de Furuta.....	21
2.3.4.Pendubot.....	21
2.3.5.Acrobot	22
2.3.6.Pendule à roue inertielle.....	22

Tables des matières

2.3.7. La boule et la poutre (Beam and Ball)	23
2.4. Systèmes mécaniques complètement actionnés	25
2.5. Systèmes mécaniques non holonomes.....	25
2.6. Intérêt de l'étude des systèmes sous –actionnés.....	26
2.6.1. En médecine.....	26
2.6.2. En robotique.....	26
2.6.3. Dans l'aérospatiale	27
2.6.4. Dans le domaine recherché	28
2.7. Conclusion	28
Chapitre 03: Modélisation géométrique directe et dynamique d'un robot bipède à 5 DDL	30
3.1. Introduction	30
3.2. Modélisation: modèle bipède à 5 corps.....	30
3.2.1. Le modèle cinématique.....	30
3.3. Modélisation dynamique.....	35
3.3.1. Hypothèses de marche.....	36
3.3.2. Modèle de phase balancement.....	37
3.3.3. Modèle d'impacte.....	39
3.3.4. Hypothèse du modèle d'impacte.....	40
3.4. Modèle du système : sous-actionné à commande hybride non linéaire	42
3.5. Application sur le robot bipède à 5 DDL.....	44
3.6. Conclusion.....	44
Chapitre 04: Commande d'un robot bipède sous actionnée	46
4.1. Introduction:.....	46
4.2. Commande Proportionnelle Intégrale et Dérivée (PID)	47
4.2.1. Commande PID dans l'espace articulaire	49
4.2.2. Commande PID dans l'espace opérationnel.....	49

Tables des matières

4.3. Lois de Commandes Dynamiques	50
4.3.1. Commande Linéarisante.....	50
4.3.2. Commande linéarisante prédictive	51
4.3.3. Commande linéarisante robuste	52
4.4. Commande en effort	53
4.4.1. Commande en impédance	53
4.4.2. Commande hybride force/position	54
4.4.3. Commande hybride externe	55
4.5 Commande par mode glissant de robot.....	55
4.5.1. Introduction.....	55
4.5.2. Concepts de base de la commande par mode glissant.....	56
4.5.2. Description théorique de la commande par mode glissant.....	56
4.5.2.1. Principe de fonctionnement.....	56
4.5.2.2. Conception de la commande par mode glissant.....	57
4.5.2.2.1. Choix de la surface de glissement.....	57
4.5.2.2.2. Conditions d'existence et de convergence.....	59
4.5.2.2.3. Conception de la commande par mode de glissement.....	60
4.5.2. Calcul de la loi de commande	61
4.5.3. Application: Commande par mode glissant de robot.....	62
4.5.3.1 Conception de la commande par mode de glissement a Phase de simple support.....	63
4.6. Conclusion.....	67
Conclusion générale	67
Références bibliographiques	70
Annexes	73

Tables des matières

Liste des Tableaux

Liste des figures

Figure 1. 1: Monopode Robot "Bowleg Hopper"	7
Figure 1.2 : Honda bipède robot "ASIMO Dernière version", JAPAN 2011	8
Figure 1. 3 : DARPA Quadrupède "Big Dog" robot, USA 2010.	9
Figure 1. 4 : FZI Robot Marcheur Hexapodes "LAURON V", GERMANY 2013.	11
Figure 1. 5 : FRC Robot Marcheur à Huit Pattes "DANT II" 1994.	11
Figure 1.6 : Exemple de robot Hexapode Marcheur Moissonneuse.	13
Figure2.1 : Le système pendule inversé.	19
Figure2.2 : .Doublependuleinverse en cascade	20
Figure2.3 : Ledoublependuleinverseparallèle.	20
Figure 2.4 : Lependule deFuruta encoordonnés généralisés.	21
Figure 2.5 : Pendubot en coordonnés généralisés.	21
Figure 2.6: L'acrobot en coordonnés généralisés	22
Figure 2.7 : Pendule à roue inertielle.	23
Figure2.8 : la boule et la poutre.	23
Figure 2.9 : Lerobot BIPED.	27
Figure 2.10 : Le robot JOE.	27
Figure2.11 : Pendulegyroscopiqueinversé.	28
Figure 3.1 : a) - Configuration d'un Robot bipède à 5 liaisons.	31
b)- Autre choix de configuration	31
Figure 3.2 : le robot bipède en plan sagittal	32
Figure 3.3 : Robot bipède plan sans pieds en simple support.	35
Figure 3.4 : Robot bipède sous actionné avec 4 couples et 5 corps.	37
Figure 3.5 : Un autre choix de variables de configuration .	37

Liste des Tableaux

Figure 3.6 : robot à degré de liberté élevé	40
Figure 3.7 : Graphe représentant le modèle hybride d'un robot marcheur bipède.	43
Figure 3.8 : schéma du bipède et notations.	44
Figure 4. 1 : Commande PID dans l'espace articulaire	48
Figure 4. 2 : Commande PID dans l'espace opérationnel.	49
Figure 4. 3 : Commande linéarisante à paramètres connus	50
Figure 4. 4 : Commande linéarisante prédictive	52
Figure 4. 5 : Commande linéarisante robuste	53
Figure 4. 6 : Schéma de commande en impédance sans retour de force	54
Figure 4. 7 : Schéma de commande en impédance avec retour de force	54
Figure 4. 8 : Schéma de commande hybride force/position	55
Figure 4. 9 : Schéma de commande hybride externe	55
Figure 4.10 : Les différents modes de la trajectoire sur le plan de phase	57
Figure 4.11 : Mode de glissement	58

Liste des Tableaux

Liste des tableaux

Tableau 2.1: les équations de mouvements des systèmes sous actionnés.	24
Tableau 3.1 : Description des paramètres physiques du robot bipède étudié.	34

Acronymes

DDL: **D**egré**D**e **L**iberté

COM: **C**enter**O**f**M**ass

SSP: **S**ingle **S**upport **P**hase

DSP: **D**ouble**S**upport**P**hase

FP: **F**lying**P**hase

DARPA: **D**efense**A**dvanced**R**esearch**P**rojects**A**gency

FZI: **F**orschung**Z**entrum**I**nformatik (*Research Center for Information Technology*)

FRC: **F**ield**R**obotics**C**enter

PCL: **L**oide**C**ommandeen**P**osition (Position Control Law)

FCL: **L**oi de **C**ommande en**F**orce (Force Control Law)

MD: **M**odèle**D**ynamique

RH : l'hypothèse suivante sur le robot étudié

MH : l'hypothèse demarche

MG : Le mode de glissement

MC : Le mode de convergence

MRP : Le mode du régime permanent

SISO : signle input signle output

Symboles

K_P : Gain proportionnel

K_I : Gain intégral

K_V : Gain dérivé

q_d : Position articulaire désiré

\dot{q}_d : Vitesse articulaire désiré

q : Position articulaire mesuré

\dot{q} : Vitesse articulaire mesuré

x_d : Position opérationnel désiré

\dot{x}_d : Vitesse opérationnel désiré

x : Position opérationnel mesuré

\dot{x} : Vitesse opérationnel mesuré

\ddot{q}_d : Accélération articulaire désiré

$M(q)$: Matrice définie symétrique et positive des termes d'inertie et de masse

M_n : Matrice de masse sans dimension pour la loi de contrôle de pendubot

m_1 : Masse du premier maillon du manipulateur pendubot et à deux maillons

l : Longueur du pendule

L_1 : Longueur du premier maillon pour le manipulateur à pendubot et à deux maillons

L_2 : Longueur du deuxième maillon pour le manipulateur à pendubot et à deux maillons

L_{c1} : Distance au centre de masse du premier lien depuis l'origine de X-Y axis

L_{c2} : Distance par rapport au centre de masse du deuxième lien à partir de la fin du premier lien

N : Degrés de liberté

q : Coordonnées généralisées

\dot{q}, \ddot{q} : Vitesses et accélérations généralisées

$G(q)$: Vecteur de gravité des forces et couples

c_1, c_2 : Elements de equations du mouvement pendubot

r : Distance entre le centre de la balle et le milieu longitudinal du faisceau

m : Nombre d'entrées, Masse de la balle

$q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1$: Déplacement angulaire, vitesse et accélération du premier lien

هذا البحث المتواضع يهدف الى توضيح اهمية الروبوت ذو القدمين الذي يعتبر احد اكثر الربوتات جاذبية نظرا لتشابهه مع حركة الانسان وقدرته على مساعدة الناس مثل الروبوت ذو الرجلين بخمس درجات من الحرية مع التركيز على النمذجة الديناميكية والية المشي وعرض استراتيجيات التحكم و الاسس النظرية في التحكم وتطبيقاتها في الانظمة الهجينة غير الخطية الناقصة التشغيل مثل PID الوضع الانزلاقي. و

الكلمات المفتاحية: روبوت ذو قدمين-النمذجة: النظام الانزلاقي-التحكم- الانظمة الهجينة-نظام سوزا كسيوني.

Abstract

This little research made the objective of the most importance of a biped robot

Like a biped robot whith five (05)degre of freedom

and focuses on dynamic modeling and command/control.

This paper presents an in-depth exploration of hybrid underactuated systems

, complete with kinematic and dynamic models, assumptions about walking, and impact modeling. we delve into a spectrum of control strategies, commencing with PID control, dynamic control laws, and theoretical foundations for sliding mode control.

Key word :

bipedel robot, cotrol,modelling, underactuated system, hybrid.

Résumé

Cette petite recherché a faite l'objective de l'importance d'un robot bipède par ce qu'il

est l'un des types de robots les plus attrayants en raison de sa similitude avec la locomotion de l'être humain et de sa capacité à aider les gens comme le robot bipède a 5 degré de liberté et pour débiter, une approche théorique visant aux notions et principes de la marche et présenté les deferent commandes PID et utiliser la technique de mode glissant avec une exploration approfondie des systèmes hybrides sous-actionnés

Mots clés : robot bipède, commande, modélisation, systèmes sous actionnées , hybrides, mode glissant



Introduction générale

Introduction générale

Introduction générale

Le développement technologique a conduit à la réalisation des systèmes de plus en plus complexes et hautement non linéaires. Pendant les dernières décennies, l'analyse et la commande des systèmes mécaniques non linéaires ont attiré beaucoup d'attention, spécialement dans les domaines de robotique, d'automatisation et de la commande. Les systèmes mécaniques sont des systèmes qui font partie de l'univers physique et qui sont construits par l'être humain, ces derniers servent à réaliser des tâches sous l'ordre d'un système de commande approprié et sous l'influence de l'environnement.

L'homme a toujours rêvé de concevoir des machines capables de le remplacer dans ses activités. Il s'agit notamment des robots, qui sont en général des imitations de la morphologie humaine. Il a commencé par inventer le bras manipulateur en premier temps, puis il s'est intéressé par la suite, entre autres, au développement des robots marcheurs tels que les robots humanoïdes. Ces derniers sont choisis pour leur capacité et dextérité de se déplacer dans des locaux (maisons). A titre d'exemple et pour ne citer que cela, ces robots sont capables de monter ou descendre des escaliers, faire le ménage, assister des personnes à mobilité réduite ou handicapées [4]. D'une façon générale, l'utilisation des robots marcheurs s'étale à plusieurs domaines à savoir l'exploration de l'espace et le domaine nucléaire là où l'intervention directe de l'homme sera dangereuse.

Bien que ces difficultés de commande suggèrent que l'objectif de stabilisation asymptotique est sans doute trop contraignant pour la commande des systèmes mécaniques sous actionnés, l'existence réelle de ces systèmes et les défis théoriques qu'ils offrent ont obligé les chercheurs à s'y investir. De plus, la maîtrise du contrôle de ces systèmes pourrait transformer leurs inconvénients en avantages. En effet, pour le même espace de configuration, un système pleinement actionné nécessite plus de commandes que s'il est sous actionné. Ce qui augmente le prix et le poids du système. Trouver un moyen pour commander une version d'un système sous actionné, permettrait d'éliminer certains dispositifs de commande, d'améliorer la performance globale, et de réduire le coût de construction.

Comme une classe de machines marchantes, les robots bipèdes imitent la locomotion humaine pour l'utilisation dans les environnements hostiles et quelques champs industriels. Plusieurs travaux de recherche ont été réalisés autour de la locomotion bipède à savoir la modélisation dynamique et la commande/contrôle [2].

Introduction générale

La commande par mode glissant est une commande non linéaire naturellement discontinue, basée sur la commutation de fonctions de variables d'état, utilisées pour créer une variété ou hyper-surface de glissement, dont le but est de forcer la dynamique du système à coïncider avec celle définie par l'équation de l'hyper-surface. Quand l'état est maintenu sur cette hyper-surface, le système se trouve en régime glissant. Sa dynamique demeure alors insensible aux perturbations extérieures et paramétriques tant que les conditions du régime glissant sont vérifiées. Ce type de commande présente plusieurs avantages tels que la robustesse, la stabilité, et la simplicité de réalisation. Cependant, le phénomène de Chattering ou broutement provoqué par la partie discontinue de cette commande peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs

Dans ce projet de fin d'étude, nous nous sommes limités à la partie bipédie assurant le déplacement de l'humanoïde. En effet, deux aspects relatifs aux robots bipèdes ont été étudiés: la modélisation et la commande/contrôle de la marche dynamique d'un robot bipède sous actionnée. Cependant, la commande/contrôle des robots bipèdes, qui se base sur l'établissement des modèles précis, s'avère difficile puisqu'il s'agit de maintenir l'équilibre et la stabilité du système en permanence lors de son évolution en l'exécution de la tâche qui lui est assignée.

Le travail réalisé dans ce mémoire se base sur des travaux de recherche récents réalisés dans le contexte des robots bipèdes [3]. Il s'agit donc de robot bipède à cinq (05) degrés de liberté. La modélisation dynamique a été établie en se basant sur le formalisme d'Euler-Lagrange. S'agissant de la commande, nous avons étudié des scénarios qui consistent en l'imitation de la marche de l'être humain et la réalisation dynamique stable.

Par ailleurs, notre manuscrit est organisé autour de quatre chapitres suivis d'une conclusion.

Le premier chapitre dresse un état de l'art sur les robots marcheurs. Nous nous intéressons plus particulièrement aux robots monopodes, bipèdes, quadrupèdes, hexapodes et robots à huit pattes.

Le deuxième chapitre est consacré aux différentes classes de systèmes mécaniques sous-actionnés, ou nous citons les intérêts de l'étude de ces systèmes.

Le troisième chapitre, détaille la modélisation géométrique et dynamique de robots bipède à cinq (05) degrés de liberté. La modélisation dynamique réalisée est issue du

Introduction générale

formalisme de Lagrange.

Le quatrième chapitre, qui représente le cœur de notre travail, est réservé à la commande de robots bipèdes possédant un seul degré de sous actionnement. La commande adoptée est celle à mode glissant tout en assurant la stabilité et convergences asymptotiques en temps limité, aux trajectoires prédéfinies

Nous terminons notre manuscrit par une conclusion générale et nous formulons quelques perspectives.



Chapitre I

Etat de l'art sur les robots marcheurs

Dans ce chapitre nous allons présentés des définitions et des notions de base relatives au la robotique, et les robots marcheurs.

1.1.INTRODUCTION :

La robotique est un ensemble des disciplines (mécanique, électronique, automatique, informatique), elle se subdivise en deux types : les robots industriels et les robots mobiles. Les robots industriels sont généralement fixes, ils sont utilisés dans des nombreuses applications industrielles: l'assemblage mécanique, la soudure, la peinture. Les robots mobiles ne sont pas fixes, ils sont classifiés selon la locomotion en robots marcheurs, à roues, à chenilles. Comme ils peuvent être classifiés selon le domaine d'application en robots militaires, de laboratoire, industriel et de services.

Les robots marcheurs ou à pattes sont un type de robots mobiles qui utilisent des membres mécaniques pour se déplacer. Ils sont plus polyvalents que les robots à roues et peuvent traverser de nombreux terrains différents, bien que ces avantages exigent une complexité et une consommation d'énergie accrues. Ils offrent une mobilité supérieure sur les terrains naturels, car ces véhicules peuvent utiliser des repose-pieds discrets pour chaque pied, contrairement aux véhicules à roues, qui nécessitent une surface de support continue. Par conséquent, ces véhicules peuvent se déplacer sur des terrains irréguliers, en modifiant la configuration de leurs jambes afin de s'adapter aux irrégularités de la surface. En revanche, les pieds peuvent établir un contact avec le sol en des points choisis en fonction des conditions du terrain. Les robots à jambes imitent souvent les créatures à jambes, tels que les humains les animaux ou les insectes [7-8].

Dans ce chapitre, nous allons passer en revue les différents robots marcheurs à pattes commençant par le robot monopode (une seule patte) jusqu'au robot multi- pattes.

1.2. Les Robots Marchants :

Les robots à pattes peuvent être classés en fonction du nombre de membres qu'ils utilisent, ce qui détermine l'allure disponible. De nombreux robots à jambes ont tendance à être plus stables, alors que moins de jambes se prêtent à une plus grande maniabilité [5].

La description suivante est organisée en fonction du nombre de jambes des systèmes de locomotion, en commençant par les systèmes monopodes, puis par les systèmes bipèdes et par les systèmes quadrupèdes et multi-pattes, les robots à six et huit pattes [6].

1.2.1. Les Robots Monopodes :

Les robots monopodes sont des véhicules à une jambe, leur locomotion se faisant par sauts. Ces machines sont donc également connues sous le nom de robots à sauts. Bien que le kangourou soit l'exemple naturel le plus approximatif de la locomotion par sauts, ce modèle peut également être appliqué aux bipèdes en marche, qui alternent entre un pied ou pas du tout en contact avec le sol. Ces machines gardent un équilibre actif tout en bougeant, obtenant une stabilité dynamique en modifiant leur son centre de gravité et en appliquant des forces correctives pour éviter les chutes en cas de perturbation, permettant ainsi une meilleure compréhension des échanges énergétiques intervenant au cours d'un cycle de locomotion, et en mettant l'accent sur les problèmes de stabilité active et dynamique, sans nécessiter de schémas de coordination des pattes.

L'avantage d'une seule jambe est qu'ils peuvent sauter par-dessus et se déplacer sur n'importe quel type de terrain lorsqu'ils prennent un bon départ et sautent par-dessus tous les obstacles.

Matsuoka [24] été le premier à construire une machine selon ces concepts. Son objectif était de modéliser les sauts cycliques dans la locomotion humaine. Pour atteindre cet objectif, Matsuoka a formulé un modèle comprenant un corps et une jambe de faible poids et a estimé que la durée de la phase de soutien était plus courte que celle de la phase de vol balistique. Pour tester le système de contrôle, Matsuoka a construit une machine à sauts de jambe plane [8-9].

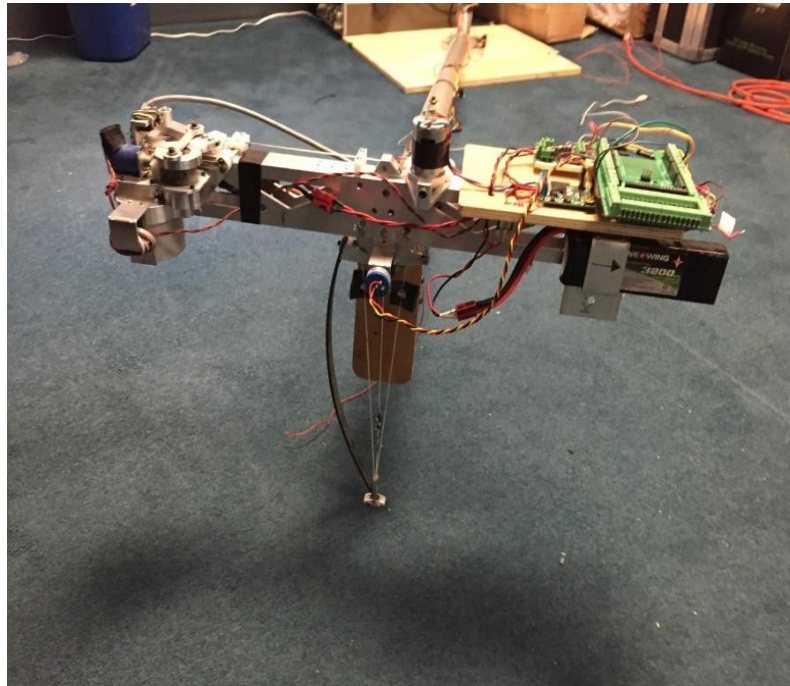


Figure 1. 1: Monopode Robot “Bowleg Hopper”

1.2.2. Les Robots Bipèdes :

Dans le cas de robots à deux jambes, la recherche sur la locomotion bipède, comparée au cas à plusieurs jambes, a progressé plus lentement en raison de la difficulté d'établir un contrôle stable, car les robots bipèdes sont plus exigeants en ce qui concerne sa dynamique équilibre. La principale limite initiale de ces machines était sa faible vitesse, nécessitant 90 secondes pour effectuer une étape. Ces dernières avancées ont permis d'atteindre des vitesses proches de celles atteintes par l'être humain [6].

Les robots bipèdes peuvent effectuer des marches statiques et dynamiques.

- **Marche statique:** L'équilibre statique ou marche statique fait référence à un système qui reste équilibré en gardant toujours le centre de masse (COM) du système projeté verticalement sur le polygone de support formé par les pieds pendant le mouvement.
- **Marche dynamique:** La marche dynamique ou équilibre dynamique fait référence à un système selon lequel le (COM) peut quitter la zone de soutien formée par les pieds pendant un certain temps [8].

De nos jours, il existe une grande variété de robots bipèdes présentant une forme humanoïde et ayant de bonnes capacités de locomotion. L'un des robots bipèdes présentant de

meilleures capacités de locomotion est le robot humanoïde ASIMO créé par Honda [6] (Figure 1.2).



Figure 1.2 : Honda bipède robot “ASIMO Dernière version”, JAPAN 2011

1.2.3. Les Robots Quadrupèdes :

Les robots à quadrupède ou à quatre pattes présentent un mouvement de quadrupède. Ils bénéficient d'une stabilité accrue par rapport aux robots bipèdes, surtout lors des mouvements. À basse vitesse, un robot quadrupède ne peut se déplacer qu'une jambe à la fois, assurant ainsi la stabilité du trépied. Les robots à quatre pieds bénéficient d'un centre de gravité plus bas que les systèmes à deux pieds [5] et peuvent supporter beaucoup plus de charge utile de manière efficace. Les robots quadrupèdes avec actionneurs articulaires ont une bonne vitesse de marche et une bonne puissance de transport, ainsi qu'une bonne mobilité et une bonne stabilité de locomotion. Les robots à quatre pattes sont plus polyvalents que les robots à roues et à chenilles et plus stables que les robots bipèdes [9].

La marche à quatre pattes est courante chez la plupart des animaux et il y a de bonnes raisons de la reproduire chez les robots. En général, les robots à quatre jambes sont statiquement stables et, pour améliorer la stabilité dynamique et augmenter la vitesse de marche ainsi que la puissance de transport des robots quadrupèdes, des actionneurs hydrauliques à large bande passante et à puissance de sortie élevée sont nécessaires [9].

Le modèle de marche d'un robot à quatre pattes peut être conçu de différentes manières, une jambe à la fois, comme nous l'avons déjà mentionné, et une paire en alternance.

- **Une jambe à la fois:** à tout moment, il y a trois points de contact avec la surface et le robot maintient sa stabilité statique en position debout ou en mouvement. Déplacer une jambe à la fois rend votre robot plus lent et coûteux en ressources, mais reste stable.
- **Paire alternée:** Dans cette approche, les jambes alternées sont déplacées comme si deux robots bipèdes étaient connectés ensemble. A tout moment, le robot a deux points de contact en surface, créant un robot à la stabilité dynamique. Plus rapide et efficace, mais moins stable par rapport à la première approche [7].

L'un des célèbres robots quadrupèdes est le robot DARPA «Big Dog» du ministère de la Défense des États-Unis (figure 1.3).



Figure 1.3 : DARPA Quadrupède "Big Dog" robot, USA 2010.

1.2.4. Les Robots Hexapodes :

Les robots hexapodes à pattes sont des robots programmables avec six pattes attachées au corps du robot. Les jambes sont contrôlées avec un degré d'autonomie afin que le robot puisse se déplacer dans ses environnements pour effectuer les tâches prévues [10]. Ils sont motivés par le désir d'une stabilité encore plus grande que celle des robots bipèdes et quadrupèdes. Ces robots sont biologiquement inspirés pour imiter la mécanique des insectes [7] et leurs allures peuvent être classées de la même façon. Ceux-ci incluent la démarche des vagues et la démarche du trépied [5].

- **Démarche des vagues:** démarche la plus lente, dans laquelle les paires de jambes se déplacent en une «vague» de l'arrière vers l'avant [5]. Dans cette approche, les deux jambes avant sont déplacées en premier, suivies des deux jambes du milieu, puis des deux dernières. Une fois que les trois paires de jambes sont déplacées, le corps est avancé pour effectuer un mouvement. À tout moment, quatre jambes touchent le sol. La démarche ondulatoire nécessite quatre étapes pour un mouvement complet [7].
- **Démarche du trépied:** étape légèrement plus rapide dans laquelle trois jambes bougent en même temps. Les trois jambes restantes fournissent un trépied stable au robot [5]. Les jambes alternées avancent de chaque côté, les jambes avant et arrière d'un côté et la jambe du milieu de l'autre côté sont déplacées en premier. En suite trois jambes restantes sont déplacées. Le corps est avancé et l'ensemble du processus ne nécessite que trois étapes. La démarche du trépied nécessite plus de coordination des jambes, ce qui augmente la complexité [7].



Figure 1. 4 FZI Robot Marcheur Hexapodes "LAURON V", GERMANY 2013.

1.2.5. Les Robots à huit-pattes :

Les robots à huit pattes sont inspirés par les araignées et autres arachnides, ainsi que des marcheurs sous-marins. Ils offrent la plus grande stabilité permettant des premiers succès avec des robots à pattes, des robots à huit pattes tels que DANTE II, un projet de l'université Carnegie Mellon conçu pour explorer le mont Erebus [11].



Figure 1. 5 FRC Robot Marcheur à Huit Pattes "DANTE II" 1994.

1.3. Les Avantages des jambes :

Quel est le cas pour construire des véhicules à jambes plutôt que des véhicules à roues ou à chenilles? Une raison est un intérêt pour la locomotion à jambes en lui-même, mais il faut démontrer que les jambes de transport sont supérieures aux roues ou aux pistes.

Les avantages des jambes peuvent être résumés comme suit [12]:

- Les jambes peuvent franchir les obstacles et monter et descendre les escaliers.
- La locomotion à jambes peut, en principe, même transporter un véhicule sur de larges gouffres ou un sol extrêmement accidenté (par exemple, les kangourous et les chèvres de montagne).
- Un véhicule à jambes peut rouler en douceur sur un terrain accidenté en modifiant la longueur de ses jambes pour l'adapter aux ondulations du sol
- Sur un sol meuble, une roue sort toujours d'une ornière; cette puissance perdue. Dans des cas extrêmes, la roue peut s'enfoncer plus profondément jusqu'à ce que le véhicule s'arrête.
- Les jambes font moins de dégâts au sol que les chenilles et beaucoup de roues.

1.4. La limitation des véhicules à pattes :

Bien que les aspects cités indiquent que la locomotion à jambes est avantageuse par rapport aux véhicules de locomotion traditionnels, il convient de garder à l'esprit que, dans leur état de développement actuel, ces véhicules souffrent encore d'énormes limitations, car ils présentent des faibles vitesses et sont difficiles à construire et nécessitent des algorithmes de contrôle complexes. De plus, les mécanismes d'aujourd'hui sont lourds, car ils nécessitent un grand nombre d'actionneurs pour déplacer plusieurs pieds de DDL, auxquels il faut ajouter une grande consommation d'énergie [6].

1.5. Les Applications des machines Marchants/robots :

Les applications de ce type de robots sont diverses et variées [12]. Ces applications peuvent être résumées dans les points suivants :

- ✓ Transport sur terrain accidenté ;
- ✓ Transport dans les bâtiments (en particulier les escaliers) ;

- ✓ Transport dans des environnements inhabituels tels que des tuyaux ou des structures en orbite ;
- ✓ Modélisation animale ;
- ✓ Transport militaire ;
- ✓ L'exploitation minière ;
- ✓ Ingénierie nucléaire et autres cas de télémanipulation ;
- ✓ Prothèses et orthèses: fauteuils de marche ;
- ✓ Exploration planétaire ;
- ✓ Construction et activités connexes ;
- ✓ Agriculture et foresterie ;
- ✓ Robots de lutte contre l'incendie et de sauvetage ;
- ✓ Education, art et divertissement.

La figure 1.6 suivante illustre une application parmi d'autres d'un robot marcheur ayant la forme de scorpion.



Figure 1.6: Exemple de robot Hexapode Marcheur Moissonneuse.

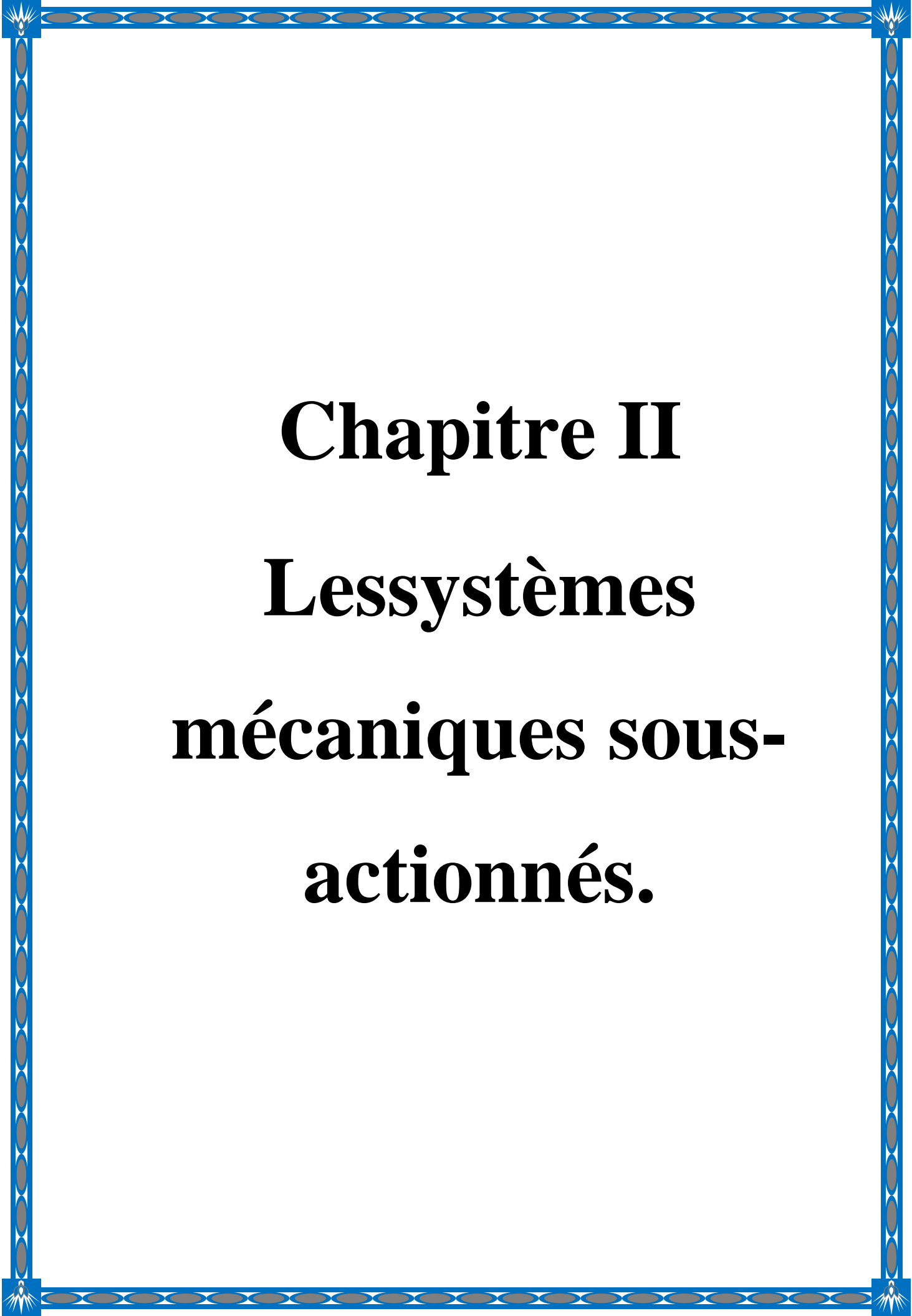
NB : Certains robots utilisent une combinaison hybride, c'est-à-dire une association de jambes et de roues. Cela confère à une machine la vitesse et l'efficacité énergétique de la locomotion sur roues ainsi que la mobilité de la navigation avec jambes.

1.6. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différents types de robots marcheurs à pattes (à jambes). Nous avons commencé par présenter le robot dont l'architecture la plus simple (monopode) jusqu'à l'architecture la plus complexe (robot multi-pattes). La complexité de la commande et de la modélisation d'un robot marcheur a un rapport direct avec la complexité de son architecture. Aussi, nous avons introduit les avantages des robots à jambes (pattes) par rapport à leurs homologues à roues ou à chenilles. Pour notre application (chapitre 3), nous avons choisi le robot bipède qui est largement étudié dans la littérature. Dans le quatrième chapitre, nous allons nous intéresser aux différents schémas de commande utilisés dans la littérature.

On a tenté, tout au long de cette étude de présenter plusieurs travaux abordant le problème de contrôle des manipulateurs mobiles en précisant à chaque fois la nature des systèmes considérés ,les tâches à exécuter ,le type des lois de commandes adoptées et les résultats obtenus.

Cette étude bibliographique ne peut pas être exhaustive, les travaux sur ce domaine évoluent chaque jour et sont actuellement incontournables. Le but est d'aider à la compréhension du travail développé dans ce mémoire et de le faire situer.



Chapitre II

Les systèmes

mécaniques sous-

actionnés.

2.1 .Introduction :

Les systèmes mécaniques sous-actionnés ont une grande importance dans l'industrie .ils sont caractérisés par un nombre d'entrées de commande inférieur au nombre de degrés de liberté à contrôler. Ces systèmes sous retrouvent naturellement, d'une manière générale c-à-dire, le sous actionnement est volontaire par exemple le pendubot, l'acrobot, pendule à roue inertielle, pendule de Furuta, la boule et le chariot à pendule inversé.

Le sous actionnement peut être obtenu à partir des systèmes complètement actionnés lors d'une panne d'actionneur. Dans ce cas, au lieu de changer l'actionneur en panne, on bascule d'un algorithme de commande des systèmes complètement actionnés vers une technique de contrôle des systèmes sous actionnés. En effet, le sous actionnement conduit aux avantages suivants :

- Minimisation de cout de construction.
- Diminution de poids du système.
- Minimisation de l'énergie consommée.

Dans ce chapitre, dans un premier temps, on présente des généralités sur les systèmes mécaniques sous actionnés et on rappelle les concepts de base de la modélisation énergétiques.

En second lieu , on cite brièvement, quelques exemples des systèmes sous actionnés tel que : le pendubot, l'acrobot , pendule à roue inertielle, le pendule de Furuuta, la boule et la poutre, et le chariot-pendule inversé. En fin on présente l'intérêt de l'étude des systemes sous actionnés.

2.2. Modélisation mathématique des systèmes mécaniques

Afin de pouvoir modéliser mathématiquement un système par le formalisme de Lagrange, on commencer par choisir un ensemble de cordonnées généralisées permettant de le décrire. L'intérêt du choix de ces cordonnées réside dans la simplification de la démarche de la modélisation et de l'analyse de ces systèmes. Une fois les cordonnées généralisées choisies, on calcule les différentes énergies échangées par le système, à savoir, l'énergie cinétique et l'énergie potentielle. En suite, on utilise ces énergies obtenues pour établir le

Lagrangien afin d'appliquer la formule d'Euler-Lagrange.

2.2.1. Formalisme de Lagrange

Les équations de Lagrange ont été à l'origine employées pour décrire la dynamique des systèmes mécaniques. L'avantage du formalisme d'Euler-Lagrange est que la forme de ses équations est invariante.

Considérant un système mécanique avec n degrés de liberté. Les équations d'Euler-Lagrange décrivant ce système sont données comme suit :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial L}{\partial q} = B(q)u \quad (2.1)$$

Où $q \in \mathcal{R}^n$ représente le vecteur des coordonnées généralisées et \dot{q} le vecteur des vitesses généralisées correspondant, $u \in \mathcal{R}^m$ est le vecteur des forces externes et $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$ est la matrice correspondante qui répartit les forces sur le système (elle lie les coordonnées généralisées). $L(q, \dot{q})$ est la fonction Lagrangienne, défini comme étant la différence entre l'énergie cinétique E_c et l'énergie potentielle E_p .

$$L(q, \dot{q}) = E_c - E_p \quad (2.2)$$

Pour les systèmes mécaniques, l'énergie cinétique peut être exprimée comme suit :

$$E_c(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \quad (2.3)$$

Où $M(q)$ la matrice d'inertie symétrique définie positive.

L'énergie potentielle est inférieurement bornée, c-à-dire, il existe une constante $c \in \mathcal{R}$ tel que

$$E_p(q) \geq c \text{ pour tout } q \in \mathcal{R}^n$$

Les équations du mouvement dérivées de l'équation (2.1) sont données par :

$$\sum_j (m_{kj}(q)\ddot{q}_j) + \sum_{i,j} (\Gamma_{ij}^k(q)\dot{q}_i\dot{q}_j) + g_k(q) = e_k^T B(q)u, k = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

ou

e_k est la base standard de \mathcal{R}^n ,

$$g_k(q) = \partial_{kq} E_p(q), \quad m_{ijs}, \text{ sont les éléments de la matrice d'inertie et } \Gamma_{ijs}$$

,sont les éléments de la matrice d'inertie et $\Gamma_{ij}^k(q)$ sont les symboles de Christoffel de première espèce définis par ;

$$\Gamma_{ij}^k(q) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial m_{ik}(q)}{\partial q_j} + \frac{\partial m_{jk}(q)}{\partial q_i} - \frac{\partial m_{ij}(q)}{\partial q_k} \right) \quad (2.5)$$

L'écriture de la formule (I.4) sous une forme vectorielle donne :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B(q)u. \quad (2.6)$$

Ou $G(q)$ est un vecteur qui représente les forces de gravité, et $C(q, \dot{q})$ est la matrice des forces de Coriolis et de centrifuges composée des éléments

Suivants :

$$C_{ij}(q, \dot{q}) = \sum_{k=1}^n (\Gamma_{ij}^k(q)\dot{q}_k) \dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C^T(q, \dot{q}) \quad (2.7)$$

Les termes $C(q, \dot{q})\dot{q}$ contiennent deux types d'éléments : ceux qui font intervenir les produits $q_i q_j$ pour $i = j$, ils sont appelés forces Centrifuges et ceux qui correspondent aux indices $i \neq j$, ils sont dits les forces de Coriolis.

La relation entre la matrice d'inertie M et la matrice forces de Coriolis et de forces Centrifuges C est donnée par les deux propriétés ci-dessous :

$$\dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C^T(q, \dot{q}) \quad (2.8)$$

$$\partial_q \left(\frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q} \right) = (\dot{M} - C)\dot{q} \quad (2.9)$$

Remarque : 2.1

- Considérons le système (2.6). Ce système mécanique est dit complètement actionné si ,c-
 $Rang(B) = m = n$ à-dir le nombre des entrées de commande est égal au nombre de degrés de libertés.ou, autrement dit $B(q)$ est une matrice carrée inversible.
- Les systèmes mécaniques sous actionnées sont caractérisés par un nombre des entrées de commande inférieur au nombre de degrés de libertés à controler,c-à-dire $rang(B(q)) = m < n = \dim(q)$.

2.3. Quelques exemples des systèmes mécaniques sous actionnés

Dans cette section, on ne considère que les systèmes mécaniques sous actionnés ayant deux degrés de liberté dont, évidemment, une partie est actionnée et l'autre non actionnée. Parmi ces systèmes, on cite comme exemple, le pendubot, l'acrobot, le pendule à roue inertielle, le pendule de Furuta, la boule et la poutre et le chariot-pendule inversé, chacun de ces systèmes sera présenté brièvement.

2.3.1. Le pendule (inversé) sur chariot

Le système pendule inversé est un système instable en boucle ouverte non linéaire avec des constantes de temps très rapides. Ce système est reconnu pour être une plateforme difficilement stabilisable et il est largement appliqué dans le domaine de la technologie de commande des robots [10,11].

Ce système est composé, comme indique la figure 2.1, d'un chariot mobile en translation sur un axe horizontal et d'un pendule libre et fixé verticalement sur le chariot. Initialement le pendule est en position basse, le but étant de le redresser en position et surtout le maintenir dans cette position. Donc en exerçant une force horizontale $F(t)$ sur le chariot, il résulte une translation de x mètres de celui-ci ainsi qu'une rotation de θ radians du pendule : quand le pendule penche vers la coté droit, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite et inversement.

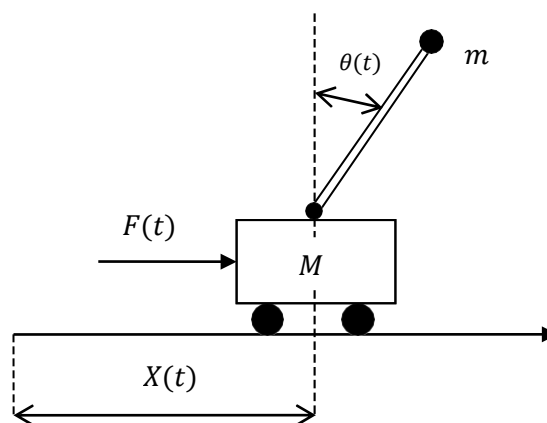


Figure 2.1. Le système pendule inversé.

2.3.2. Le double pendule inversé

Dans ce type de système, il existe généralement deux architectures différentes : l'architecture en cascade et l'architecture en cascade. Dans la suite ces deux types seront présentés.

2.3.2.1. Encascade

Le double pendule inversé en cascade a le même principe que le précédent, la seule différence réside dans le fait qu'il dispose de deux tiges en rotation libre. L'une tourne autour de l'articulation à la base d'un angle $\theta_1(t)$, et l'autre avec l'angle $\theta_2(t)$ autour de la deuxième articulation entre les deux tiges comme illustré par la figure 2.2.

L'objectif de la commande pour ces systèmes est de stabiliser les deux tiges autour de la verticale et les maintenir autour de ce point d'équilibre instable [12].

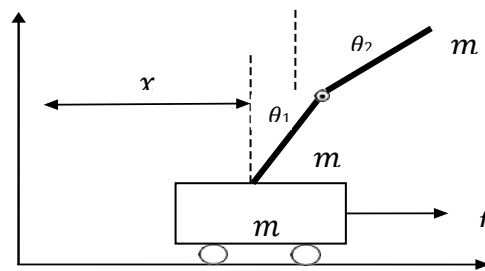


Figure 2.2. Double pendule inversé en cascade.

2.3.2.2. En parallèle

Cette architecture présente deux tiges indépendantes en rotation libre sur le chariot au lieu d'une seule tige (Figure 2.3) [13].

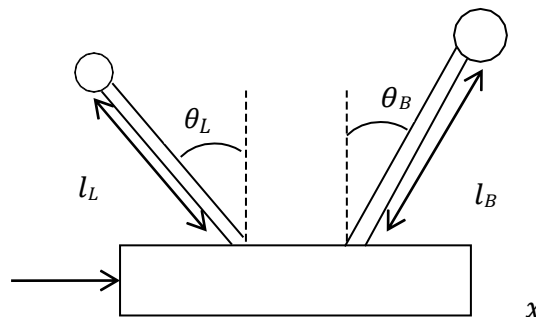


Figure 2.3. Le double pendule inversé en parallèle.

L'objectif de la commande consiste à stabiliser les deux tiges autour de la verticale position au point d'équilibre instable et les maintenir dans cette position même en présence de perturbations externes.

2.3.3. Le pendule de Furuta

Cette architecture a été conçue par *k.Furuta* [14], Il est composé d'un bras actionné en rotation libre dans le plan horizontal qui facilite le développement de la commande (voir figure 2.4), à son extrémité vient d'ajouter un pendule inversé monté en équilibre instable.

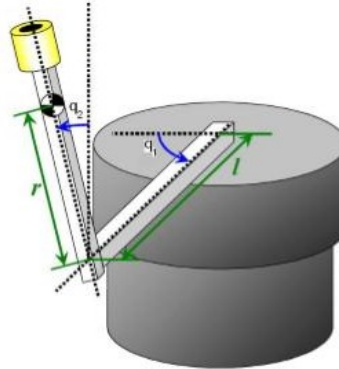


Figure 2.4. Pendule de Furuta en coordonnées généralisées.

2.3.4. Le pendubot

Le pendubot est un système mécanique sous actionnée avec deux degrés de liberté, qui a été inventé et conçu par MW Spong et DJ Bloch. Le pendubot représenté dans la figure 2.5, est constitué de deux tiges qui peuvent tourner autour de leurs axes respectifs. La tige 1, de masse m_1 et de longueur l_1 est actionnée par un couple de commande τ tandis que la tige 2, de masse m_2 et de longueur l_2 , est en rotation libre autour de la tige 1 [3,15].

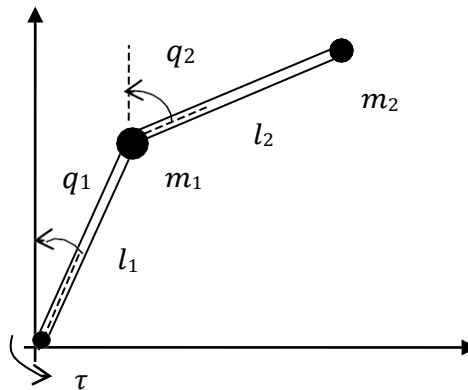


Figure 2.5. Pendubot en coordonnées généralisées.

a vitesse nulle, le pendubot admet une infinité de points d'équilibre instables donnés par $(q = \dot{q}_2 = \ddot{q}_2 = 0, q_1 = 0)$ et correspondant à la position haute de la tige 2 pour toute position de la première tige, et une infinité de points d'équilibre stables donnés par $q_1 = q_2 = 0, q_2 = \pi$, correspondant à la position basse de la tige 2.

2.3.5. L'acrobot

L'Acrobot a la même structure que le Pendubot. La seule différence est que, dans l'Acrobot, l'articulation joignant les 2 tiges est actionnée par un certain couple comme illustre dans

la figure 2.6. Ce système admet une infinité de points d'équilibre stables et instables. L'ensemble des points d'équilibre correspond aux positions où la verticale passant par le centre de gravité (ce dernier étant dans le demi-plan supérieur) du système global passe aussi par l'axe de rotation de la tige 1.

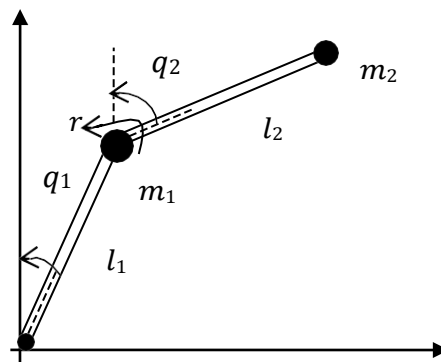


Figure 2.6 L'acrobot en coordonnées généralisées

Les positions d'équilibre stables sont identiques aux points instables, la seule différence étant que le centre de gravité est dans le demi-plan inférieur [16].

2.3.6. Le pendule à roue inertielle

Le pendule à roue inertielle, représenté par la figure 2.7, est constitué d'un pendule libre en rotation autour d'un axe lié au sol, l'autre extrémité du pendule étant reliée à un disque actionné qui ne peut que tourner.

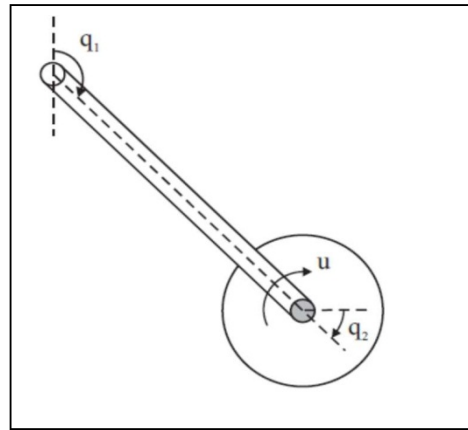


Figure 2.7 Pendule à roue inertielle.

2.3.7. La boule et la poutre(Beam and Ball)

Le système, la boule et la poutre, représenté par la figure 2.8, est composé d'une poutre pouvant pivoter dans le plan vertical par l'application d'un couple au point de rotation (le centre) est d'une balle dont on restreindra le mouvement a un glissement sans frottement le longe de la poutre.

Ce système est caractérisé par deux sorties, la position angulaire q_1 de la poutre et la position q_2 de la boule, et par une seule commande u disponible appliquée au point de rotation de la poutre.

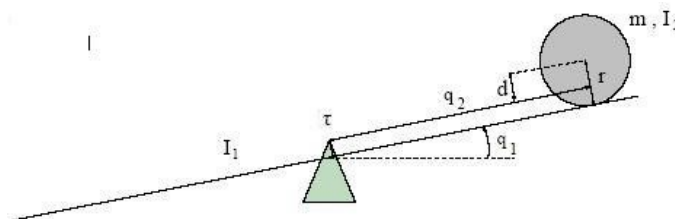


Figure2.8 la boule et la poutre.

Soit la distance (d) entre le centre de masse de la boule et la poutre($d = r$) ,où le modèle conventionnel de ce système correspond à $d = 0$.

Le tableau suivant résume les équations de mouvements des systèmes sous actionnés :

Tableau 2.1: les équations de mouvements des systèmes sous actionnés.

System	$M(q)$	$C(q, \dot{q})$	$G(q)$	$B(q)$
Acrobot	$\begin{bmatrix} m_1 l_{c1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} C_2) + I_1 + I_2 & m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} C_2) + I_2 \\ m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} C_2) + I_2 & m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_{c2} S_2 \dot{q}_2 & -m_2 l_1 l_{c2} S_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ m_2 l_1 l_{c2} S_2 \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g C_1 + m_2 l_{c2} g C_{12} \\ m_2 l_{c2} g C_{12} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
Pendubot	$\begin{bmatrix} m_1 l_{c1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} C_2) + I_1 + I_2 & m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} C_2) + I_2 \\ m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} C_2) + I_2 & m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -m_2 l_1 \dot{q}_1 S_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g C_1 + m_2 l_{c2} g C_{12} \\ m_2 l_{c2} g C_{12} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Inverted pendulum on cart	$\begin{bmatrix} m_1 + m_2 & m_2 l C_1 \\ m_2 l C_1 & m_2 l^2 + I \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -m_2 l \dot{q}_1 S_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -m_2 g l S_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
The crane system	$\begin{bmatrix} m_1 + m_2 & m_2 l C_1 \\ m_2 l C_1 & m_2 l^2 + I \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -m_2 l \dot{q}_1 S_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ m_2 g l S_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Furuta Pendulum	$\begin{bmatrix} I_1 + m_1 l_1^2 + m_2(l_1^2 + l_2 S_2^2) & m_2 l_1 l_2 C_2 \\ m_2 l_1 l_2 C_2 & m_2 l_2^2 + I_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{q}_2 S_2 & -m_2 l_1 l_2 \dot{q}_2 S_2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{q}_1 S_2 \\ -\frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{q}_1 S_2 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -m_2 g l_2 S_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Inertia Wheel Pendulum	$\begin{bmatrix} I_1 + I_2 + m_1 l_1^2 + m_2 l_1^2 & I_2 \\ I_2 & I_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -(m_1 l_1 + m_2 l_1) g S_1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
Beam and ball	$\begin{bmatrix} I + I_b + m q_2^2 & 0 \\ 0 & \frac{I_b}{r^2} + m \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} m q_2 \dot{q}_2 & m q_2 \dot{q}_1 \\ -m q_2 \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} m g q_2 C_1 \\ m g S_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Tora	$\begin{bmatrix} m_1 + m_2 & m_2 r C_2 \\ m_2 r C_2 & I + m_2 r^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -m_2 r \dot{q}_2 S_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} K q_1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Tableau 2.1: les équations de mouvements des systèmes sous actionnés.

$$S_i := \sin q_i, C_i := \cos q_i, S_{ij} := \sin q_i + q_j, C_{ij} := \cos q_i + q_j.$$

2.4. Systèmes mécaniques complètement actionnés

Les systèmes mécanique complètement actionné sont des systèmes caractérisé par un nombre d'entrées de commande égal au nombre de degrés de liberté. Dans le cas du système

mécanique(2.5). Il est dit complètement actionné si la matrice (q) est une matrice carrée inversible. Par conséquent, la commande par linéarisation exacte (connue aussi sous le nom de « Feedback linéarisation ») au sens entrée-état ou bien au sens entrée-sortie est applicable. Cette commande est définie comme suit:

$$u = B(q)^{-1} (M(q)v + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)) \quad (2.10)$$

On obtient un double intégrateur $\ddot{q} = u$ et on peut appliquer les concepts de l'automatique linéaire classique. Ceci signifie que le contrôle des systèmes mécaniques complètement actionnés et sans présence de perturbations ne pose pas de défis en termes de contrôle.

2.5. Systèmes mécaniques non holonomes

Contrairement dans les systèmes mécaniques complètement actionnés, dans les systèmes mécaniques sous-actionnés la linéarisation par bouclage statique n'est plus possible pour toute la dynamique.

La forme générale d'une classe de systèmes sous-actionnés non linéaires incertains à deux degrés de liberté est donnée par les équations suivantes:

$$M_{11}(q)\ddot{q}_1 + M_{12}(q)\ddot{q}_2 + C_1(q, \dot{q}) + G_1(q) = 0 \quad (2.11)$$

$$M_{21}(q)\ddot{q}_1 + M_{22}(q)\ddot{q}_2 + C_2(q, \dot{q}) + G_2(q) = \bar{B}(q)u \quad (2.12)$$

Avec:

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11}(q) & M_{12}(q) \\ M_{21}(q) & M_{22}(q) \end{bmatrix}, C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_1(q, \dot{q}) \\ C_2(q, \dot{q}) \end{bmatrix}, G(q) = \begin{bmatrix} G_1(q) \\ G_2(q) \end{bmatrix}, B(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B}(q) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Les auteurs dans [9] ont montré que la partie actionnée du système (de dimension m) peut être linéarisée par un bouclage statique. Cette procédure de linéarisation partielle facilite la manipulation des équations et la synthèse des lois de commande. Dans ce cas, en appliquant la loi de commande suivante:

$$u = \bar{B}^{-1}(q) \left((M_{22} \frac{M_{12} M_{21}}{M_{11}}) U - \frac{M_{21}(q)}{M_{11}(q)} C_1(q, \dot{q}) - \frac{M_{21}(q)}{M_{11}(q)} G_1(q) + G_2(q, \dot{q}) + G_2(q) \right) \quad (2.14)$$

à l'équation du système (2.9), on obtient:

$$M_{11}(q)\ddot{q}_1 + M_{12}(q)\ddot{q}_2 + C_1(q, \dot{q}) + G_1(q) = 0 \text{ et } \ddot{q} = u \quad (2.15)$$

2.6. Intérêt de l'étude des systèmes sous-actionnés

L'étude des systèmes sous-actionnés n'est pas faite par plaisir. Dans cette section nous proposons de présenter quelques exemples d'application pour bien illustrer son importance.

2.6.1. En médecine

L'homme est vu comme un double inverse en série, dont les deux axes de rotations principaux sont les chevilles et hanches. Quand nous sommes en position debout, nos articulations travaillent sans arrêt pour nous y maintenir. Les spécialistes qui travaillent à la réalisation de prothèses (remplacement chirurgical d'un organe; la pièce ou l'appareil de remplacement prothésedentaire) pour les hanches sont amenés à utiliser le modèle de double pendule inventé pour calculer l'ensemble des contraintes qui sont soumises à la prothèse.

2.6.2. En robotique

Dans le même ordre d'idée, un robot est vu comme un pendule inverse. Pour maintenir le robot en équilibre il suffit de stabiliser le pendule inverse correspondant à sa position verticale au cours de son déplacement et en présence d'autres perturbations. A l'occasion nous citons quelques exemples des robots qui sont déjà étudiés et conçus à base de ce principe:

- **Le robot BIPED:** peut se présenter par deux doubles pendules inverses en série, dont les pendules sont couplées par un étage avec deux articulations.



Figure 2.9. Le robot BIPED.

- **Le robot JOE:** Il est vu comme un pendule inverse simple (une seule tige) se déplaçant à l'aide de deux roues



Figure 2.10. Le robot JOE.

2.6.3. Dans l'aérospatiale

Dans ce domaine aussi, l'étude des systèmes sous-actionnés a une grande importance, par exemple pour commander et stabiliser l'attitude du satellite, le lancement des fusées... etc.

Pour stabiliser l'attitude de un satellite par les actionneurs gyroscopiques, les actionneurs gyroscopiques également appelés gyrodynes (CMG: Control Moment Gyro) constituent un nouveau système d'actionneurs qui permettent de générer des couples dynamiques de commande de basculement d'attitude un satellite l'expert en ce consiste à l'appeler vers la position d'équilibre (instable). Donc il est vu comme un pendule inverse.

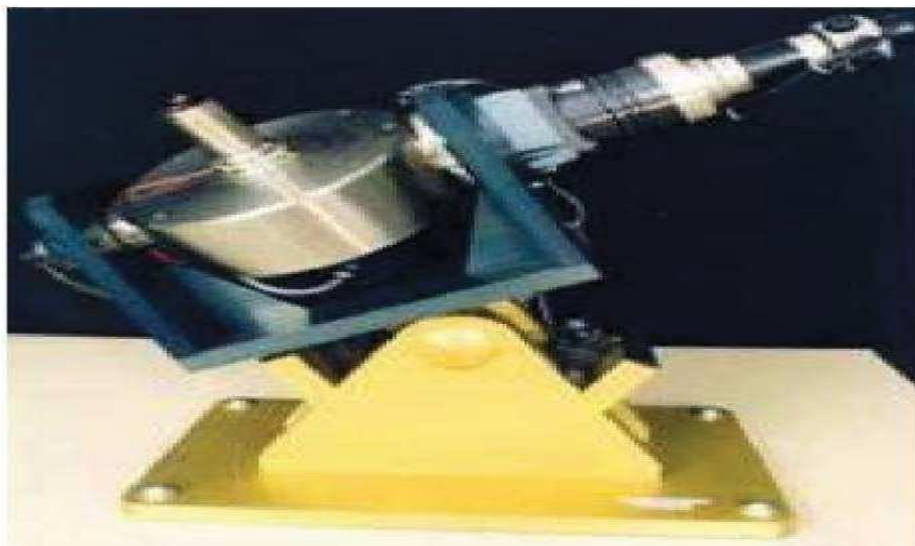


Figure 2.11. Pendule gyroscopique inversé.


Lors du lancement d'une fusée elle est vue comme un pendule inversé simple. Donc il faut maintenir sa position verticale par rapport à la terre, et pour cela, des moteurs à propulsion sont installés dans les deux côtés de la fusée (gauche et droite).

2.6.4. Dans le domaine recherché

Vu leur complexité, les systèmes sous-actionnés sont très utilisés pour tester des lois de commande moderne.

2.7. Conclusion

Ce chapitre a été consacré à quelques généralités sur les systèmes mécaniques sous-actionnés. Nous avons commencé par citer quelques exemples de systèmes mécaniques sous-actionnés. Puis nous avons donné l'approche générale de leur modélisation mathématique. Enfin, nous avons abordé l'intérêt de l'étude de cette classe de systèmes. Dans la suite de cette mémoire nous proposerons d'utiliser le robot bipède pour modéliser et tester par les différentes commandes et surtout par une loi de commande de type mode de glissement.



Chapitre III:
Modélisation
Géométrie &
Dynamique d'un
Robot Bipède à 5
DDL.

3.1. Introduction:

Dans ce chapitre représentant le cœur de notre travail, nous allons nous intéresser plus particulièrement à deux types de robots bipèdes (robots à jambes). Le premier robot est de type compas quant au second, il consiste en une imitation des membres inférieurs de l'être humain, possédant cinq (05) degrés de liberté. Pour mieux présenter ce chapitre, nous avons préféré d'étudier le robot le du type compas en premier temps, puis le robot bipède à cinq degré de liberté possédant une structure mécanique plus complexe.

1. En premier temps, nous allons commencer par étudier le robot bipède de type compas. S'agissant de la modélisation dynamique, nous allons rajouter un terme d'inertie rendant plus précis le modèle dynamique en comparaison avec celui de la référence. Des simulations ont été menées sur le robot représenté par son modèle dynamique avant et après l'ajout du terme d'étertie.

En ce qui concerne le robot bipède à cinq degrés de liberté, Nous allons lui établir le modèle dynamique en se basant sur le formalisme d'Euler-Lagrange d'une façon similaire au cas des robots manipulateurs planaires.

Notre contribution est de commander le robot pour un ensemble de scénarios dont nous avons proposé concrétisant ainsi la marche de l'être humain, tout en considérant une surface plane. La commande à appliquer sur le robot représenté par son modèle dynamique est la commande linéarisante. Les résultats de simulation de la commande linéarisante sont comparés à ceux issus de l'application d'une commande PID classique.

3.2.Modélisation :modèle bipède à 5 corps

Dans le but d'accomplir une locomotion bipède stable, il est utile et nécessaire de dériver le modèle dynamique et par suite la simuler et évaluer les performances du système .Dans ce cas, l'équation de Lagrange a été utilisée pour obtenir le modèle mathématique du système bipède. Le modèle cinématique du robot sera présenté dans la section suivante [tzafrobustsli ...de 5].

3.2.1 Le modèle cinématique :

La question essentielle pour effectuer la modélisation cinématique d'un robot marcheur est de savoir quel est le nombre de degré de liberté minimal nécessaire pour reproduire la marche sans atteindre une complexité trop importante. L'homme en utilise 29, il est naturel de restreindre à un nombre inférieur.

Chapitre III: Modélisation d'un Robot Bipède à 5 DDL

C'est pourquoi le modèle cinématique doit être capable de reproduire les caractéristiques principales du mécanisme de la marche humaine.

Nous choisissons un modèle plan à 7 degré de liberté. Le robot sous l'étude est représenté par la figure (3.2) [Tzaf robus96] [L.C.Kwek03] [KLWRM02]. Il est constitué de 5 liaisons, nommées ; tronc (liaison 5) et deux liaisons à chaque jambe (cuisses (liaisons 2 et 4), jambes (liaisons 1 et 3)).

Ces liaisons sont interconnectées par quatre articulations rotoïdes ; deux pour les hanches et deux pour les genoux, et sont considérées parfaites et chacune est guidée par un moteur à courant continu.

Il est supposé que la locomotion du robot bipède est contrainte d'être dans le plan sagittal comme le montre la figure 3.2

Comme ce bipède n'a pas de chevilles et pieds, il n'est pas possible d'augmenter ou de réduire sa vitesse en utilisant des couples à ces articulations. Néanmoins, le bipède peut marcher sans contrôle direct de son moment angulaire à travers le couple de la cheville, mais indirectement à travers l'utilisation appropriée des effets de gravité [L. Kwek02].

Les paramètres physiques du robot sont montrés sur le tableau 3.1.

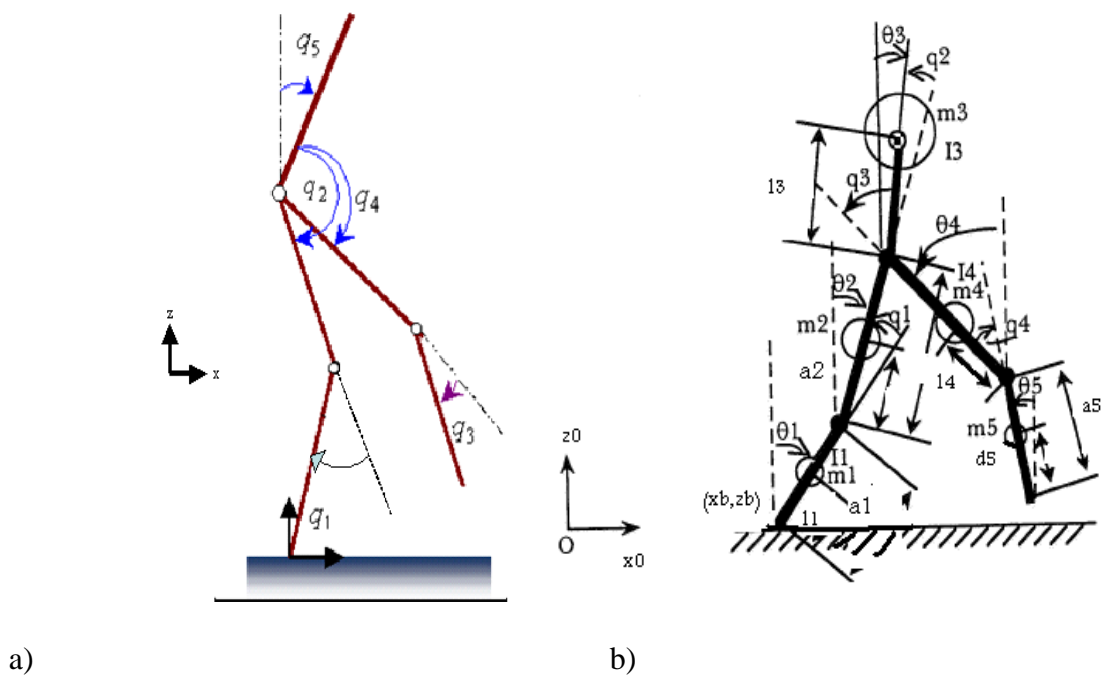


Figure 3.1 : a) - Configuration d'un Robot bipède à 5 liaisons.

b)- Autre choix de configuration (selon S.Tzafeztas).

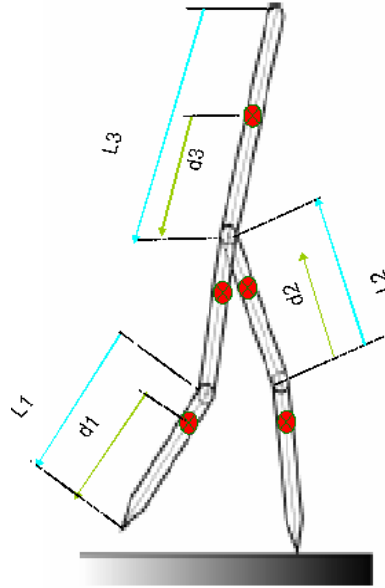


Figure 3.2, le robot bipède en plan sagittal

De la figure 3.2,

on déduit que :

$$pc_1 = \begin{bmatrix} -(L_1 - d_1) \sin(q_5 + q_2 + q_1) \\ -(L_1 - d_1) \cos(q_5 + q_2 + q_1) \end{bmatrix},$$

$$pc_2 = \begin{bmatrix} -L_1 \sin(q_5 + q_2 + q_1) - (L_2 - d_2) \sin(q_5 + q_2) \\ -L_1 \cos(q_5 + q_2 + q_1) - (L_2 - d_2) \cos(q_5 + q_2) \end{bmatrix},$$

$$pc_3 = \begin{bmatrix} -L_1 \sin(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \sin(q_5 + q_2) + L_4 \sin(q_4 + q_5) + d_3 \sin(q_3 + q_4 + q_5) \\ -L_1 \cos(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \cos(q_5 + q_2) + L_4 \cos(q_4 + q_5) + d_3 \cos(q_3 + q_4 + q_5) \end{bmatrix},$$

$$pc_4 = \begin{bmatrix} -L_1 \sin(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \sin(q_5 + q_2) + d_4 \sin(q_4 + q_5) \\ -L_1 \cos(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \cos(q_5 + q_2) + d_4 \cos(q_4 + q_5) \end{bmatrix},$$

De la même façon on obtient la position du pied de vol (pied_2)

$$pF_2 = \begin{bmatrix} -L_1 \sin(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \sin(q_5 + q_2) + L_4 \sin(q_4 + q_5) + L_3 \sin(q_3 + q_4 + q_5) \\ -L_1 \cos(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \cos(q_5 + q_2) + L_4 \cos(q_4 + q_5) + L_3 \cos(q_3 + q_4 + q_5) \end{bmatrix}$$

Chapitre III:Modélisation d'un Robot Bipède à 5 DDL

Les coordonnées du centre de masse du tronc sont

$$pc_5 = \begin{bmatrix} -L_1 \sin(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \sin(q_5 + q_2) + d_5 \sin(q_5) \\ -L_1 \cos(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \cos(q_5 + q_2) + d_5 \cos(q_5) \end{bmatrix}$$

Par conséquent, la position du centre de gravité (masse) du robot s'obtient par

$$pg = \begin{bmatrix} xg \\ zg \end{bmatrix}$$

$$pg = \frac{m_1 pc_1 + m_2 pc_2 + m_3 pc_3 + m_4 pc_4 + m_5 pc_5}{(m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5)};$$

Il est à noter que :

$$m_1 = m_3, m_2 = m_4,$$

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5$$

Donc on obtient

$$xg = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} -m_1(L_1 - d_1) \sin(q_5 + q_2 + q_1) + m_2(-L_1 \sin(q_5 + q_2 + q_1) - (L_2 - d_2) \sin(q_5 + q_2)) + \dots \\ m_5(-L_1 \sin(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \sin(q_5 + q_2) + d_5 \sin(q_5)) + \dots \\ m_4(-L_1 \sin(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \sin(q_5 + q_2) + d_4 \sin(q_4 + q_5)) + \dots \\ m_3(-L_1 \sin(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \sin(q_5 + q_2) + L_4 \sin(q_4 + q_5) + d_3 \sin(q_3 + q_4 + q_5)) \end{pmatrix}$$

$$zg = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} -m_1(L_1 - d_1) \cos(q_5 + q_2 + q_1) + m_2(-L_1 \cos(q_5 + q_2 + q_1) - (L_2 - d_2) \cos(q_5 + q_2)) + \dots \\ m_5(-L_1 \cos(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \cos(q_5 + q_2) + d_5 \cos(q_5)) + \dots \\ m_4(-L_1 \cos(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \cos(q_5 + q_2) + d_4 \cos(q_4 + q_5)) + \dots \\ m_3(-L_1 \cos(q_5 + q_2 + q_1) - L_2 \cos(q_5 + q_2) + L_4 \cos(q_4 + q_5) + d_3 \cos(q_3 + q_4 + q_5)) \end{pmatrix}$$

Remarques :

- ✚ Nous avons choisi la position du pied de support comme étant nulle.
- ✚ Ladistance d_i est la distance entre centre de masse de la liaison (i) et son extrémité inférieure.

Chapitre III:Modélisation d'un Robot Bipède à 5 DDL

Symbole	Description
m_i	La masse de la liaison i.
d_i	La distance entre centre de masse de la liaison i et son extrémité inférieure.
l_i	La longueur de la liaison i.
I_i	Moment d'inertie autour d'un axe passant par le centre de masse de la liaison i et perpendiculaire au plan du mouvement.
q_i	Angle relatif de la liaison i
$O - x_0 y_0 z_0$	le repère de référence fixe.
(x_1, z_1)	position du pied de support
(x_{cg}, z_{cg})	La position du centre de masse du robot.
(x_2, z_2)	position de limite du pied de vol.
$pc(i) = (x_{ci}, z_{ci})$	Centre de masse de liaison i.
v_2	la vitesse du pied de vol.

Tableau 3.1 : Description des paramètres physiques du robot bipède étudié.

Le modèle cinématique est donc obtenu par des variables de configuration suivantes :

$q = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, x_g, z_g]^T$; $q \in \mathcal{R}^7$; Vecteur des positions articulaires et des coordonnées cartésiennes du centre de gravité.

Les segments ont une longueur L_i , une masse m_i et un moment d'inertie I_i par rapport à l'axe central du segment S_i ou $i = 1, 2, \dots, 5$.

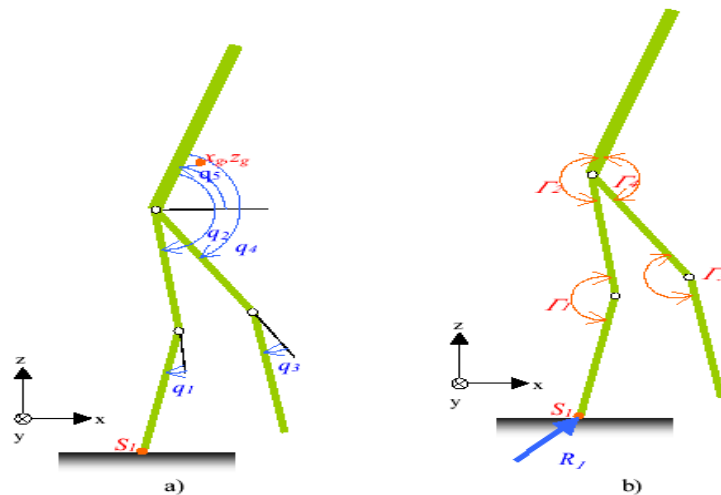


Figure 3.3 : Robot bipède plan sans pieds en simple support.

3.3.Modélisation dynamique

Cette section traite une classe des robots marcheurs, bipèdes. Cette classe consiste des robots planaires à chaîne cinématique ouverte, constituée de deux sous chaînes symétriques appelées les jambes (legs) et une sous chaîne appelée tronc, toutes connectées à une articulation appelée hanche (hip).

Les mouvements du robot sont contraints d'être dans le plan sagittale et constitués de succession de deux types de phases, à savoir, la phase simple support et la phase de double support. Les deux phases de cycle de marche mènent à deux modèles mathématiques différents, constituant un modèle à deux parts : une équation différentielle décrivant la dynamique continue de la phase de simple support, lorsqu'un seul pied est en contact avec le sol, et un modèle dynamique de la phase de double support.

Pour éviter la difficulté associée avec l'addition d'une seconde équation différentielle, pour modéliser l'évolution rapide de l'état du robot à l'impact [Bros96, Rouss98], il est supposé que la transition d'un pied de support à un autre se fait en temps infinitésimal ; cette hypothèse implique l'utilisation du modèle de contacte rigide pour décrire la nature impulsive de l'impacte d'un pied de vol avec le sol [E.W 03].

Le modèle bipède est donc de nature hybride, composée d'une dynamique continue et une règle de réinitialisation à l'évènement de contact [E.W.Hybrid zéro dynamics].

Une source importante de complexité dans le système bipède est le degré d'actionnement du système, ou plus précisément, le degré de sous actionnement du système.

Chapitre III:Modélisation d'un Robot Bipède à 5 DDL

Il est à noter qu'il n'y ait pas de motorisation à la fin de la jambe de support, d'où le sous actionnement du système durant la marche.

Nous faisons les hypothèses suivantes sur le robot étudié :

RH1) N rigides liaisons avec masse, connectées par des articulations rotoides;

RH2) planaire, contraint d'être dans le plan sagittale;

RH3) bipède à jambes symétriques connectées au point commun appelé hanche;

RH4) actionné à chaque articulation,

RH5) sous actionné au point de contact entre le pied de support et le sol.

3.3.1 Hypothèses de marche

Les conditions

Les conditions sur le contrôleur seront imposées et montrées pour s'assurer que les mouvements résultants satisfassent les propriétés suivantes avec la notion intuitive de la simple marche de locomotion :

MH1) alternation et succession entre simple et double support ;

MH2) durant la phase de simple support, le point de contact avec le sol agit comme un pivot, on peut s'assurer que la composante verticale de la force de réaction est positive et que le rapport de la composante horizontale à la verticale ne dépasse pas le coefficient de frottement statique;

MH3) le double support est instantané et peut être modélisé comme étant un contacte rigide [HM94] ;

MH4) pas de glissement ni rebondissement du pied de support en phase simple support, au moment d'impacte;

MH5) en état stationnaire, les phases successives, simples et doubles support, sont symétriques par rapport à deux pieds;

MH6) la locomotion est de gauche à droite, tel que le pied de balancement commence de l'arrière du pied de support et avance pour devenir à l'avant de celle-ci à la fin du pas de marche;

Chapitre III: Modélisation d'un Robot Bipède à 5 DDL

MH1) et MH2) impliquent que le robot possède $(N + 2)$ degré de liberté (N angles articulaires plus les coordonnées cartésiennes de la hanche par-exemple), alors que MH4), MH5) et MH2) impliquent le sous actionnement du robot en phase de simple support.

3.3.2 Modèle de phase de balancement :

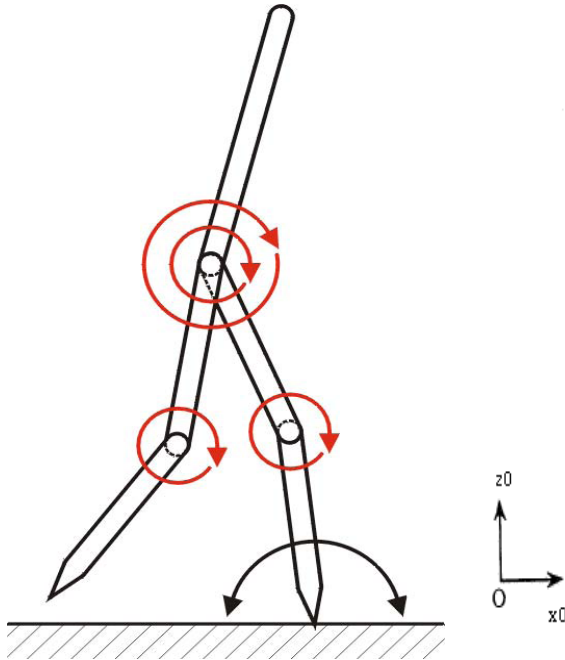


Figure 3.4 : Robot bipède sous actionné

avec 4 couples et 5 corps.

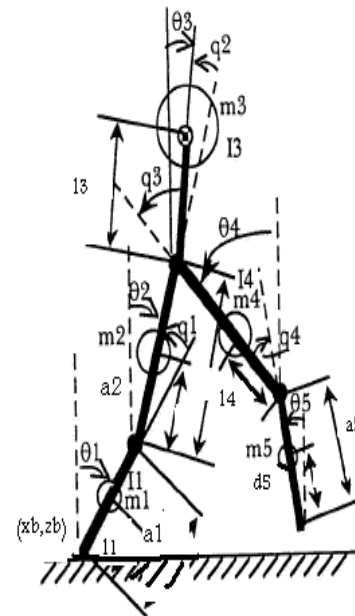


Figure 3.5 : Un autre choix de variables

de configuration (selon Tzafestas).

Suite à MH2), le modèle dynamique du robot en phase simple support possède N degré de liberté ; soit $q := (q_1, \dots, q_N)$ le vecteur des coordonnées angulaires décrivant la configuration du robot par rapport au repère de référence.

Les variables du vecteur $q_b := (q_1, \dots, q_{N-1})$ (angles relatifs) décrivent la forme (Shape) du robot bipède alors que l'orientation absolue par rapport au repère de référence est donnée par q_N et la position absolue du robot est spécifié par les coordonnées cartésiennes du centre de masse (ou celle de la hanche) par exemple.

La dynamique du modèle de la phase de simple support est simple à obtenir. En appliquant la méthode de Lagrange, qui consiste premièrement à calculer les énergies cinétique et potentielle ce chaque corps constituant le robot et puis à sommer les termes pour calculer les énergies cinétique totale K et l'énergie potentielle totale V .

Formons le Lagrangien,

Chapitre III: Modélisation d'un Robot Bipède à 5 DDL

$$L(q, \dot{q}) := K(q, \dot{q}) - V(q) \quad (3.1)$$

et le modèle de la dynamique est déterminé de l'équation de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \Gamma, \quad (3.2)$$

Où Γ est le vecteur des forces et couples généralisés appliqués au robot;

$$\Gamma = Bu = \begin{bmatrix} I_{4 \times 4} \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad (3.3)$$

En termes des coordonnées généralisées du robot, q l'énergie cinétique totale devient

$$K = \frac{1}{2} \dot{q}' D(q) \dot{q}, \quad (3.4)$$

Où

$$D = \begin{bmatrix} A(q_b) & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Avec m la masse du robot et A la matrice d'inertie dépendante seulement de q_b car l'énergie cinétique totale est invariante sous rotations et translations du corps [C.W.Grizzle04] et l'énergie potentielle est

$$P = mgz_g \quad (3.6)$$

L'application de l'équation de Lagrange conduit à un modèle de la forme

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Bu. \quad (3.7)$$

Sachant que la matrice D est la matrice de masse ; C matrice de Coriolis; G le vecteur de gravité; B est la matrice d'entrée.

Le vecteur d'entrée $u = (u_1, u_2, u_3, u_4)'$ représente les couples appliqués entre le tronc et la jambe de support, le tronc et la jambe de vol, aux genoux de la jambe de support et de vol respectivement.

Ecrivant le modèle précédant dans l'espace d'état :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ D^{-1}(q)[-C(q, \dot{q}) - G(q) + Bu] \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3.9)$$

$$\text{Où } x = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}$$

L'espace d'état du modèle est pris comme $TQ := \{x := (q, \dot{q})' \mid q \in Q, \dot{q} \in \mathbb{R}^N\}$, et Q est un sous ensemble ouvert simplement connexe de $[(-\pi, \pi) \times (0, 2\pi)]^2 \times (-\pi, \pi)$ correspondant aux configurations du robot, physiquement réalisables.

3.3.3. Modèle d'impacte

L'impacte aura lieu lorsque le pied de vol touche au sol. Il est modélisé comme un contacte entre deux corps rigides. En plus de modélisation du changement d'état du robot, le modèle d'impacte prend en compte le changement des coordonnées d'état du robot, après impacte. L'impacte est supposé inélastique, avec la vitesse de contact de la fin du pied de vol devenant instantanément nulle.

Le développement du modèle d'impacte exige $(N + 2)$ degré de liberté du robot.

En ajoutant les coordonnées cartésiennes (p_H^h, p_H^v) de la hanche (voir figure 3.4), le modèle étendu suivant est simplement obtenu à travers la méthode de Lagrange [GWA01],

$$D_e(q_e)\ddot{q}_e + C_e(q_e, \dot{q}_e)\dot{q}_e + G_e(q_e) = B_e u + \delta F_{ext} \quad (3.10)$$

Avec $q_e := (q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, p_H^h, p_H^v)'$ et δF_{ext} représente le vecteur des forces externes exercées sur le robot au point de contact. Si la fin du pied de support est en contact avec le sol et sans glissement, alors les coordonnées q_e et les vitesses \dot{q}_e sont reliées à q et \dot{q} par la relation :

$$q_e = \Pi^{-1}(q) \text{ et } \dot{q}_e = \frac{\partial \Pi^{-1}(q)}{\partial q} \dot{q}, \quad (3.11)$$

Chapitre III: Modélisation d'un Robot Bipède à 5 DDL

Ou $\Pi^{-1}(q) = (q, p_H^h, p_H^v)$, et p_H^h et p_H^v sont les positions horizontale et verticale de la hanche, respectivement.

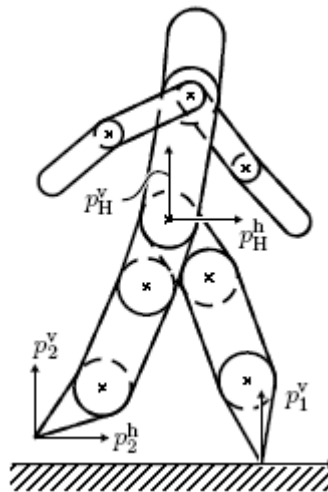


Figure 3.6 : robot à degré de liberté élevé.

Les coordonnées cartésiennes pour les limites des jambes sont indiquées.

3.3.4. Hypothèses du modèle d'impacte

Le modèle d'impacte de Hurmuzlu [HM94] est utilisé sous les hypothèses suivantes :

HI1) pas de glissement et rebondissement, du pied de balancement ; au moment de touché au sol,

HI2) à l'instant d'impacte, le pied de support quitte le sol, sans réaction ;

HI3) L'impacte est instantané ;

HI4) Les forces externes durant l'impacte peuvent être représentées par les impulsions ;

HI5) Les forces d'impulsions peuvent engendrer un changement brusque en vitesses, alors que la configuration reste inchangée.

HI6) Les actionneurs ne peuvent pas générer des impulsions et donc, ils peuvent être ignorer durant l'impacte.

La première et les dernières hypothèses impliquent la conservation du moment angulaire [HM94] et par conséquent [E.W Grizzle03 : zéro Dynamics]

$$D_e(q_e^-) \dot{q}_e^- = \left(\frac{\partial E(q_e)}{\partial q_e} \right) \Bigg|_{q_e=q_e^-} \begin{bmatrix} \hat{F}_2^T \\ \hat{F}_2^N \end{bmatrix} + D(q_e^+) \dot{q} \quad (3.12)$$

Chapitre III: Modélisation d'un Robot Bipède à 5 DDL

ou \hat{F}_2^T et \hat{F}_2^N sont, respectivement, les intégrales des forces tangentielle et normale exercées sur le pied de vol lors du contact avec le sol, alors que $E(q_e) = (p_2^h(q_e) \quad p_2^v(q_e))'$ représente les coordonnées cartésiennes du pied de vol (voir figure 3.2), et \dot{q}_e^- (respectivement \dot{q}_e^+) les vitesses du robot juste avant et après l'impacte (juste après sans changement de support). L'hypothèse HI1) implique :

$$\left. \frac{\partial E(q_e)}{\partial q_e} \right|_{q_e = q_e^+} = 0 \quad (3.13)$$

Selon HI5) $q_e^- = q_e^+$ et donc on déduit l'expression suivante reliant la vitesse d'un robot avant et après impacte (sans permutation de pied de support (without relabeling)) :

$$\Pi^{-1}(q_e^-) \begin{bmatrix} \dot{q}_e^+ \\ \hat{F}_2^T \\ \hat{F}_2^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_e(q_e^-) \dot{q}_e^- \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

ou

$$\Pi^{-1}(q_e) = \begin{bmatrix} D_e(q_e) & -\left(\frac{\partial E(q_e)}{\partial q_e}\right)' \\ \frac{\partial E(q_e)}{\partial q_e} & 0 \end{bmatrix}^{-1}, \quad (3.15)$$

Résolvons (3.9), on obtient

$$\begin{bmatrix} q_e^+ \\ \hat{F}_2^T \\ \hat{F}_2^N \end{bmatrix} = \Pi(q_e^-) \begin{bmatrix} D_e(q_e^-) \dot{q}_e^- \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

la relation entre q_e^- et q_e^+ est obtenue en partitionnant $\Pi^{-1}(q_e)$, comme suit

$$\dot{q}_e^+ = \Pi_{11}(q_e^-) D_e(q_e^-) \dot{q}_e^- \quad (3.17)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{F}_2^T \\ \hat{F}_2^N \end{bmatrix} = \Pi_{21}(q_e^-) D_e(q_e^-) \dot{q}_e^- \quad (3.18)$$

La combinaison des équations (3.6) et (3.12) et (3.13), conduit à une expression de la vitesse du robot juste après l'impacte et l'intégrale des forces exercées par la fin du pied du balancement, à l'impact. A l'impact, il est supposé que le pied de vol devient le nouveau pied de support; par conséquent les coordonnées doivent être changer (relabelled).

Chapitre III: Modélisation d'un Robot Bipède à 5 DDL

L'expression de ce changement d'état est montrée par une matrice de transformation linéaire R avec la caractéristique $RR = I$, c.d, R est une matrice circulaire.

Le résultat de l'impact et du changement d'état (relabeling), est formulé par l'expression

$$x^+ = \Delta(x^-) \quad (3.19)$$

ou $x^+ = (q^+, \dot{q}^+)$ (resp. $x^- = (q^-, \dot{q}^-)$) est l'état du robot juste après la collision [E.W 03] (resp. juste avant la collision) et

$$\Delta(x^-) = \begin{bmatrix} \Delta_q \dot{q}^- \\ \Delta_{\dot{q}}(q^-) \dot{q}^- \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

ou

$$\Delta_q = R \quad (3.21)$$

et

$$\Delta_{\dot{q}}(q^-) = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} L_{11} \circ L^{-1}(q^-) D_e \circ L^{-1}(q^-) \frac{\partial L^{-1}(q)}{\partial q} \Big|_{q=q^-}, \quad (3.22)$$

3.5. Modèle du système : système sous actionné à commande hybride non linéaire

Avec addition de choix approprié de l'ensemble de switching, le modèle de phase de balancement peut être combiner avec le modèle d'impacte et formulé par un système non linéaire avec effets impulsifs [YMH98][GAP01]

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad x^- \notin S \quad (3.23)$$

$$x^+ = \Delta(x) \quad x^- \in S$$

ou l'ensemble de switching est choisi d'être

$$S := \{(q, \dot{q}) \in TQ \mid p_2^v = 0, p_2^h > 0\}, \quad (3.24)$$

La valeur de $p_2^h(q)$ est prise positive de telle sorte que, pour tout $x \in S$, la fin du pied de balancement se trouve devant le pied de support (c.d, avancement du robot en avant) comme le stipule GH6).

Chapitre III: Modélisation d'un Robot Bipède à 5 DDL

Les solutions sont choisies d'être continues à droite et doivent avoir des limites fixes à droite et à gauche à chaque événement d'impacte [voir GAP99] pour plus détails.

Un pas d'un robot est défini comme la solution de l'équation (3.23) qui commence en double support et se termine avec le robot en DS avec la configuration des jambes échangée, et contient uniquement un seul impacte [hybridzerodynamics 01]

Soit $\varphi(t, x_0)$ la solution maximale de la dynamique continue (2.3) avec la condition initiale à l'instant $t_0 = 0$.

Et définissons le temps de la fonction d'impacte; $T_I : TQ \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ par

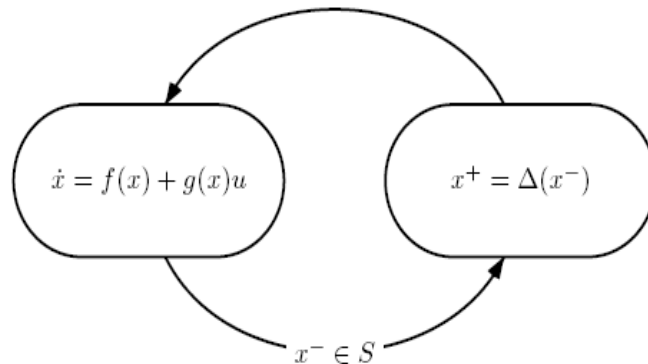


Figure 3.7 : Graphe représentant le modèle hybride d'un robot marcheur bipède.

$$T_I(x_0) = \begin{cases} \inf \{t \geq 0 \mid \varphi(t, x_0) \in S\} & \text{si } \exists t \text{ tel que } \varphi(t, x_0) \in S \\ \infty & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.25)$$

Soit $x_0 \in S$ tel que $T_I \circ \Delta(x_0) < \infty$.

Définition 1 :

Un pas d'un robot est la solution de l'équation (3.23) défini sur la moitié de l'intervalle ouvert $[0, T_I \circ \Delta(x_0)]$ avec le point initial x_0 .

Définition 2 :

La marche est défini comme une succession de pas.

3.6. Application sur le robot choisi

Chapitre III: Modélisation d'un Robot Bipède à 5 DDL

Afin de choisir le robot bipède qui est vu dans la figure suivante, nous allons établir le modèle dynamique du robot, une modélisation sous MATLAB a été effectuée sur le robot choisi.

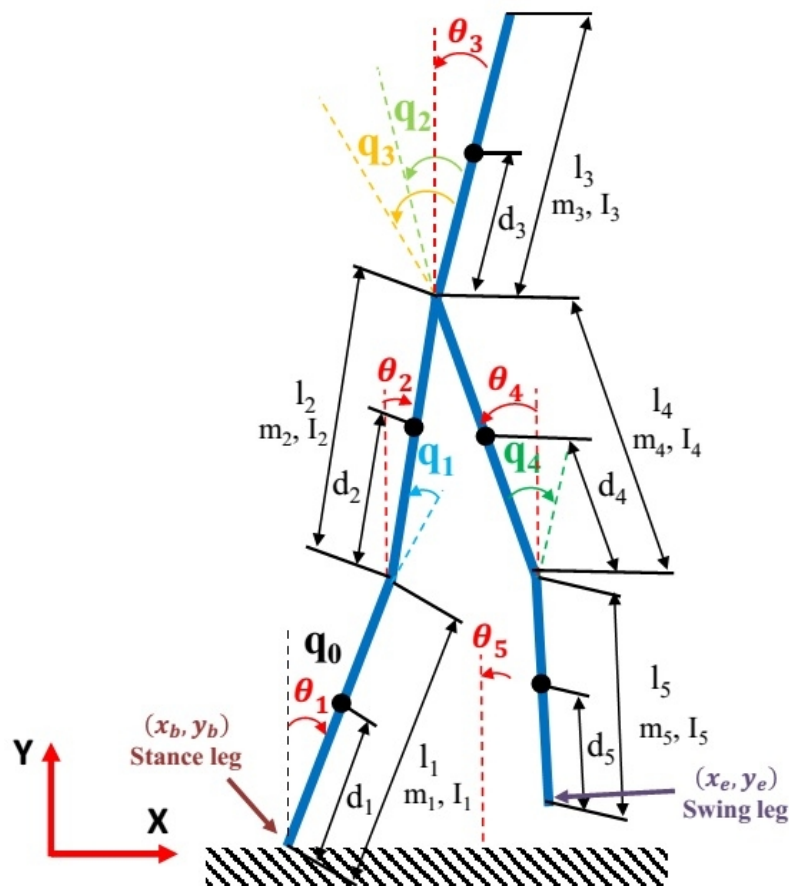


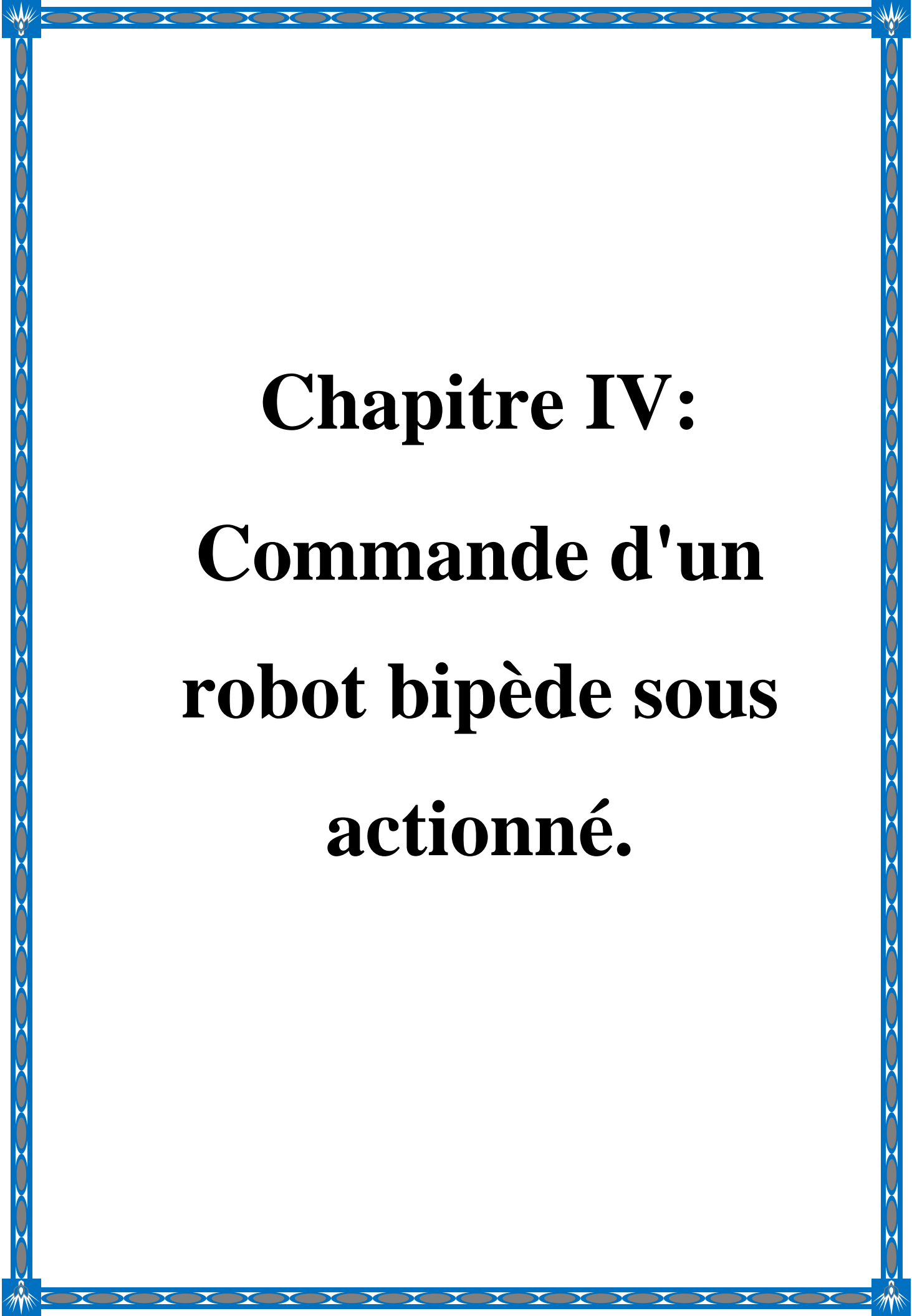
Figure .3.8 : schéma du bipède et notations..

Le modèle dynamique du robot est calculé par le formalisme de Lagrange sous MATLAB

Pour plus de détails voir Annexes.

3.7. Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons déduit les différents modèles dynamiques associés à chaque type de contact ou phase de marche, à savoir la phase continue et celle de transition discrète, et enfin nous obtenons le modèle hybride combinant les deux types de modèles dynamiques.



Chapitre IV:
Commande d'un
robot bipède sous
actionné.

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

4.1. Introduction:

D'une façon générale, la modélisation des robots bipèdes se fait pareillement aux robots manipulateurs. De même, les commandes des systèmes robotisés proposées dans la littérature sont valables pour la plus part des robots. Dans ce chapitre, nous décrivons les différentes commandes de base dédiées aux robots manipulateurs. En effet, plusieurs techniques de commande ont été proposées dans la littérature et donne des résultats satisfaisants selon la situation. Ces commandes sont applicables aussi bien pour les robots manipulateurs que pour les robots bipèdes. Pour les commandes classiques, entre autres, la commande PID, elle donne de bons résultats dans le cas d'un mouvement lent. Leur principal avantage et que leur implémentation ne nécessite aucune connaissance à priori ni de la structure du modèle du robot ni de ses fonctions ce qui en fait des commandes largement utilisées. L'inconvénient, c'est qu'elles ne sont pas robustes et sont inefficaces quand il s'agit des mouvements rapides. Dans ce genre de situations, on fait appel à d'autres types de commandes telles que les commandes dynamiques. Ces commandes s'appellent ainsi car elles intègrent, dans leur conception, la dynamique du système. Elles donnent de bons résultats en termes de poursuite de trajectoire. Parmi ces commandes, on trouve la commande linéarisante. L'implémentation de cette dernière nécessite la connaissance parfaite de la dynamique du système. En général, on associe des compensateurs pour compenser les erreurs de modélisation, car une modélisation n'est jamais à l'abri des erreurs.

A la différence des robots manipulateurs qui peuvent être en mouvement libre comme ils peuvent être en contact avec leur environnement par leurs effecteurs, les robots bipèdes se trouvent en permanence en contact avec le sol ce qui nécessite la prise en charge des forces d'interaction pour un meilleur contrôle du robot. Dans ce contexte, deux types de commande ont été proposées dans la littérature : la commande en impédance et la commande hybride force/position. Pour la rédaction de ce chapitre, nous nous inspirés des références [15,16, 24, 25, 26].

Avant d'aborder les différents schémas de commande, nous avons préféré de rappeler tout d'abord les modèles géométriques et cinématiques d'un robot.

Rappel :

L'équation exprimant les positions opérationnelles en fonction des positions articulaires est appelée modèle géométrique direct. Ce modèle est donné par l'expression :

$$X = f(q) \quad (4.1)$$

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

Avec $X(t)$ et $q(t)$ représentent respectivement les vecteurs des positions cartésiennes (opérationnelles) et articulaires.

- L'équation exprimant les positions (variables) articulaires en fonction des positions (variables) opérationnelles est appelée modèle géométrique inverse. Ce modèle est donné par l'expression:

$$q(t) = g(q(t)) \quad (4.2)$$

- L'équation exprimant les vitesses opérationnelles en fonction des vitesses articulaires est appelée modèle cinématique direct d'ordre 1. Ce modèle est donné par l'expression :

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (4.3)$$

J est une matrice de dimension (m, n) , appelée matrice Jacobienne du robot. Elle est définie comme suit :

$$J(q) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(q)}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1(q)}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m(q)}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_m(q)}{\partial q_n} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Avec $f_1(q)$ est le vecteur de position cartésienne (opérationnel).

- L'équation exprimant les vitesses articulaires en fonction des vitesses opérationnelles est appelée modèle cinématique inverse d'ordre 1. Ce modèle est donné par l'expression :

$$\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{X} \quad (4.5)$$

4.2. Commande Proportionnelle Intégrale et Dérivée (PID) [13][14] :

Le modèle dynamique d'un robot décrit un système de n équations différentielles du second ordre non linéaires et couplées, n étant le nombre d'articulations. Pourtant, dans une commande classique, qui est celle de la plupart des robots industriels, le système robotique est considéré comme un système linéaire et chacune de ses articulations est asservie par une commande décentralisée de type PID à gains constants. Ses avantages sont la facilité d'implantation et le faible coût de calcul. En contrepartie, la réponse temporelle du robot variant selon sa configuration, on constate des dépassements de consigne et une mauvaise

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

précision suivi dans les mouvements rapides. Dans beaucoup d'applications, ces inconvénients ne représentent pas un gros handicap.

4.2.1. Commande PID dans l'espace articulaire [13] [14] :

La commande PID dans l'espace articulaire est établie dans l'espace articulaire. Elle est schématisée par la (figure 4.1). En effet, dans le cas où l'on veut connaître les variables opérationnelles (coordonnées de l'effecteur), le calcul se fera or ligne. Cette commande est facile à implémenter et ne nécessite aucune connaissance a priori ni de la structure du modèle ni de ses fonctions. Elle est exprimée par la relation suivante :

$$\tau = K_p(q_d - q) + k_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + k_I \int_{t_0}^t (q_d - q) dt \quad (4.6)$$

Avec test le vecteur des couples appliqué aux actionneurs.

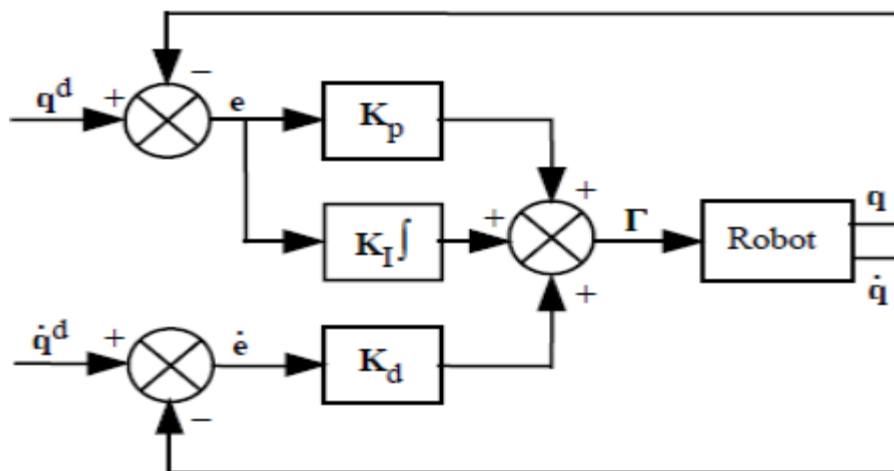


Figure 4. 1 : Commande PID dans l'espace articulaire

Avec : $e = q_d - q$ est l'erreur de poursuite en position dans l'espace articulaire, $\dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q}$ est l'erreur de poursuite en vitesse dans l'espace articulaire,

q et \dot{q} représentent respectivement le vecteur des positions articulaires désirées et réelles.

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

4.2.2. Commande PID dans l'espace opérationnel [13] [14] :

Lorsque le mouvement est défini dans l'espace opérationnel, une des deux solutions suivantes peut être choisie pour réaliser la commande du système :

1. On transforme le mouvement défini dans l'espace opérationnel en un mouvement dans l'espace articulaire, puis on met en œuvre la commande dans l'espace articulaire. Le signal d'erreur minimisé est alors exprimé dans l'espace articulaire.
2. On spécifie directement la commande dans l'espace opérationnel.

NB : Pour les robots bipèdes, la commande dans l'espace opérationnel se base sur la détermination a priori du pas qui, entre autres, dépend de la géométrie du robot.

La commande PID dans l'espace opérationnelle (Figure 2.2) est donnée par :

$$\tau = j^T (K_p (x_d - x) + K_v (\dot{x}_d - \dot{x}) + K_I \int (x_d - x) dt) \quad (4.7)$$

Avec :

$e = x_d - x$ est l'erreur de poursuite en position dans l'espace opérationnel,

$\dot{e} = \dot{x}_d - \dot{x}$ est l'erreur de poursuite en vitesse dans l'espace opérationnel,

La commande établie directement dans l'espace opérationnel permet de décrire la marche réelle étant donné que la trajectoire à suivre est spécifiée dans cet espace.

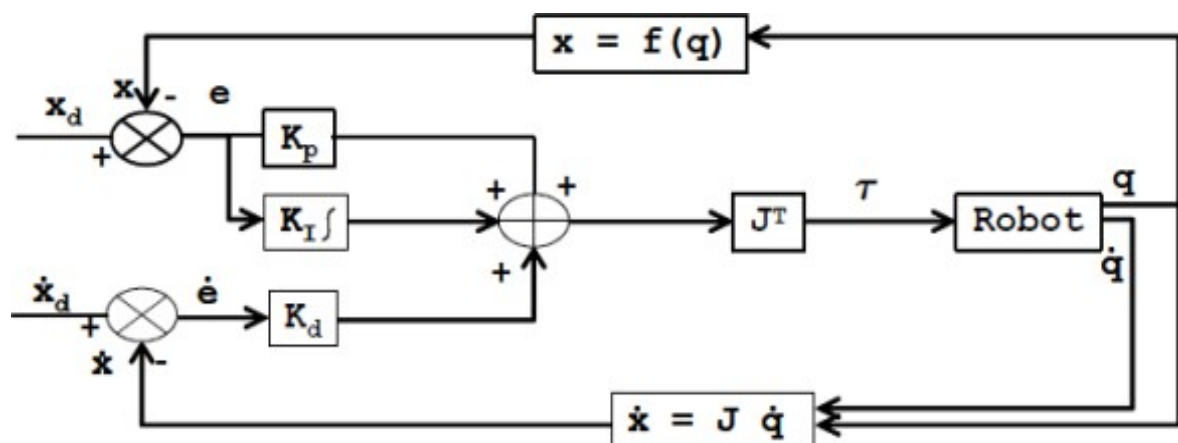


Figure 4. 2 : Commande PID dans l'espace opérationnel.

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

4.3. Lois de Commandes Dynamiques [13] [14] :

Ces commandes sont appelées dynamiques du fait qu'elles intègrent, dans leur conception, la dynamique du système.

4.3.1. Commande linéarisante :

Cette commande est composée de trois parties principales (Figure 4.3) :

- La première compense les forces de Gravité, de Coriolis, Centrifuges et de frottements ;
- La deuxième partie est un simple correcteur proportionnel-dérivé ;
- La troisième partie réalise une anticipation sur l'accélération désirée q_d ;

L'idée de base de cette méthode est de supprimer les non linéarités dans le modèle puis traiter le système comme un système linéaire.

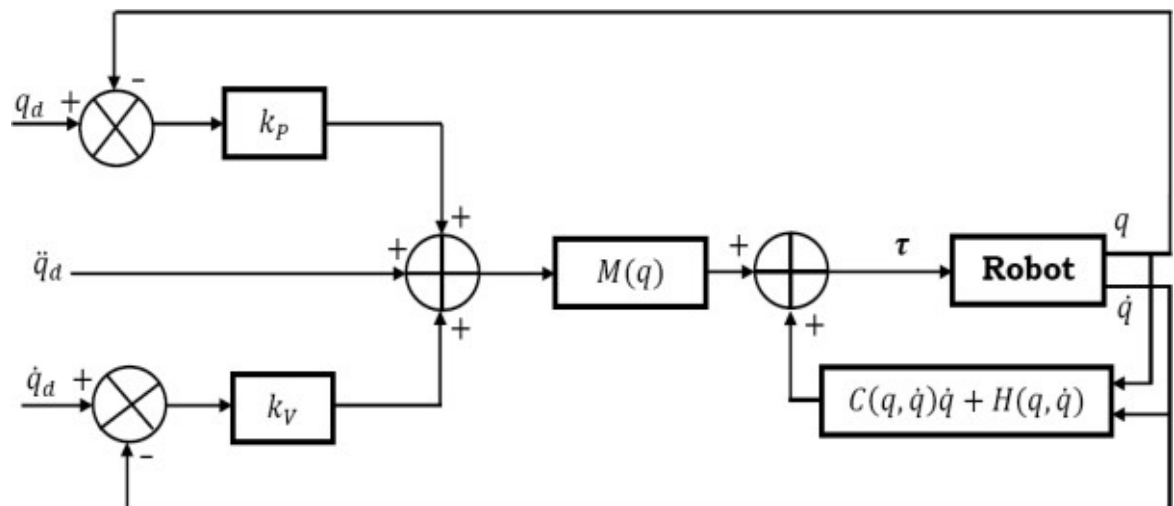


Figure 4. 3 : Commande linéarisante à paramètres connus

Le boucle de linéarisation est réalisée par le choix de couple τ , à appliquer au système. Il est donné par l'expression suivante:

$$\hat{M}(q)u + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{H}(q - \dot{q}) = \tau \quad (4.8)$$

Avec $\hat{M}, \hat{C}, \hat{H}$: l'estimation de M, C et H respectivement.

Lorsque le modèle est supposé parfait (cas idéal) c'est-à-dire

$$\hat{M} = M, \hat{C} = C, \hat{H} = H$$

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

, en boucle fermée le système est régi par l'équation :

$$M(q)(\ddot{q} - \dot{q}) = 0 \quad (4.9)$$

u peut être considéré comme un nouveau vecteur de commande, ce qui réduit le problème de la commande du robot à n doubles intégrateurs complètement découplés $\ddot{q} = u$. Alors, la commande u est obtenue comme suit :

$$\begin{aligned} u &= \ddot{q}_d + K_v \dot{e} + K_p e \\ \ddot{q} = u &\Rightarrow \ddot{q} = \ddot{q}_d + K_v \dot{e} + K_p e \end{aligned} \quad (4.10)$$

D'où :

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0 \quad (4.11)$$

La solution de l'équation d'erreur $e(t)$ est globalement exponentiellement stable.

L'inconvénient de cette commande est que les paramètres et la structure du système doivent être connus afin de calculer l'équation (4.9), toutefois quand les erreurs dans les paramètres ne sont pas aussi larges ; ce schéma de commande donne une grande performance satisfaisante.

4.3.2. Commande linéarisante prédictive [13] [14] :

Cette commande cherche la linéarisation exactement comme la précédente (Figure 4.3). Ce qui fait la différence entre les deux commandes est que celle-ci utilise pour le calcul des paramètres M , C et H , les valeurs des trajectoires désirées $(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d)$, alors que la précédente utilise les trajectoires réelles.

Le schéma bloc de la commande linéarisante prédictive est représenté dans la figure 4.4 suivante :

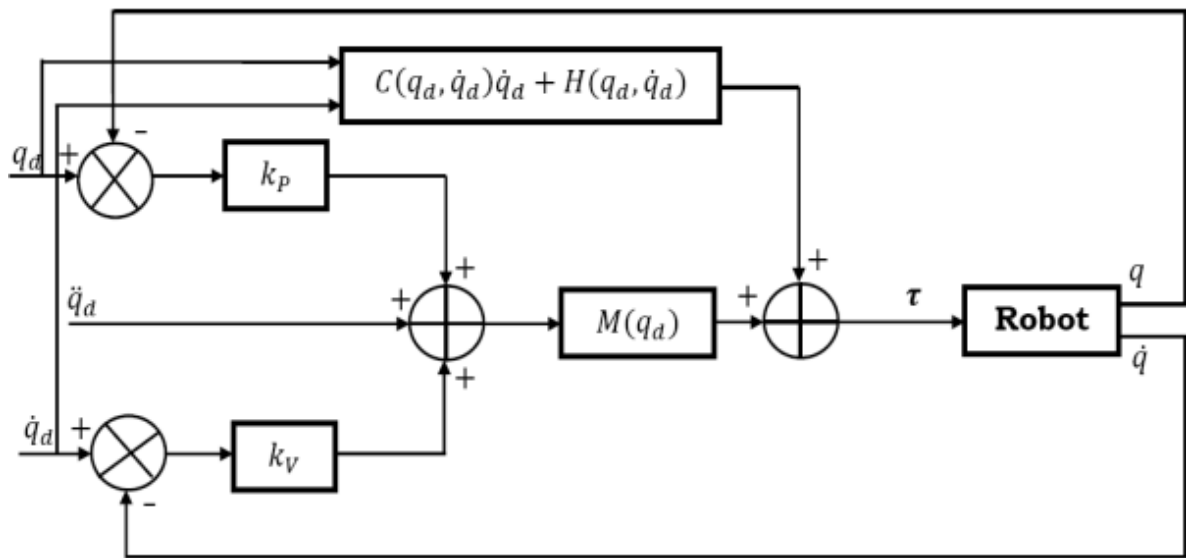


Figure 4. 4 : Commande linéarisante prédictive

4.3.3. Commande linéarisante robuste [13] [14] :

Il arrive que pour les commandes précédentes, les fonctions du modèle ne seront pas précises ce qui diminue leurs performances. Cette commande consiste en l'ajout d'un supplément de commande δu dans le but de compenser l'erreur d'estimation du modèle du robot. Elle est définie par :

$$M_o(q)u + C_o(q, \dot{q})\dot{q} + H_o(q, \dot{q}) + \delta u = \tau \quad (4.12)$$

δu , peut-être un terme de glissement (modes glissants), un réseau de neurones un système d'inférence flou etc...

Le schéma bloc de cette commande est donné par (figure 4.5).

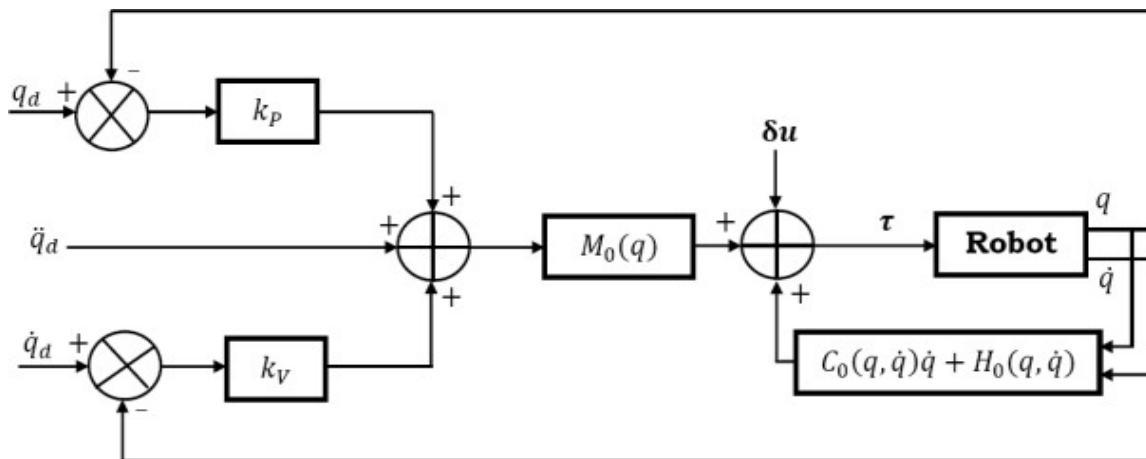


Figure 4. 5 : Commande linéarisante robuste

4.2. Commande en effort [13] [14] [21] [23] :

Lorsque le robot devient en contact avec son environnement au cours de la réalisation de la tâche qui lui est assigné, il serait nécessaire de prendre en compte les forces d'interaction. Parmi les commandes développées dans la littérature les plus utilisées pour cette situation, on distingue :

- Commande en impédance,
- Commande hybride force/position.

Les forces de contacts vont être modélisées et par conséquent, le modèle dynamique d'un robot manipulateur, en contact avec son environnement, exprimé dans l'espace articulaire est donné par :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + H(q, \dot{q}) + J^T F_e = \tau \quad (4.13)$$

F Représente le vecteur d'effort extérieur (forces et moments) exercé par le robot sur l'environnement.

4.2.1. Commande en impédance [13] [14] [21] :

Pour cette commande, la position ou la vitesse de l'effecteur et la force appliquée sont liées par une impédance mécanique qui se traduit dans le domaine de Laplace par :

Où :

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

$$F(p) = Z(p)\dot{X}(p)$$

$$F(p) = pZ(p)X(p)$$

$$pZ(p) = Ap^2 + Bp + K \quad (4.14)$$

A : La matrice d'inertie désirée

- B : La matrice de raideur désirée
- K : La matrice d'amortissement désirée

On distingue deux types de schéma de commande en impédance sans et avec retour de force (Figure 4.6, 4.7) :

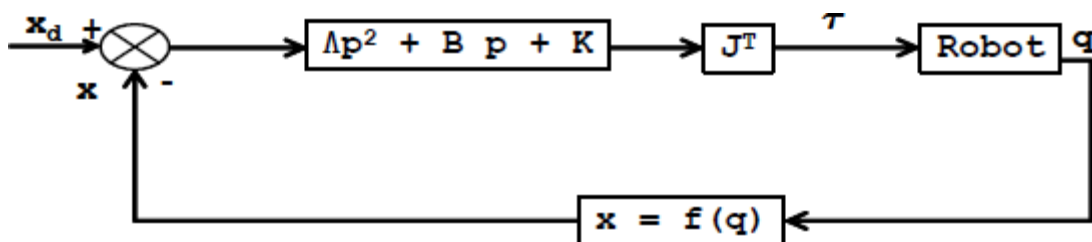


Figure 4.6 : Schéma de commande en impédance sans retour de force

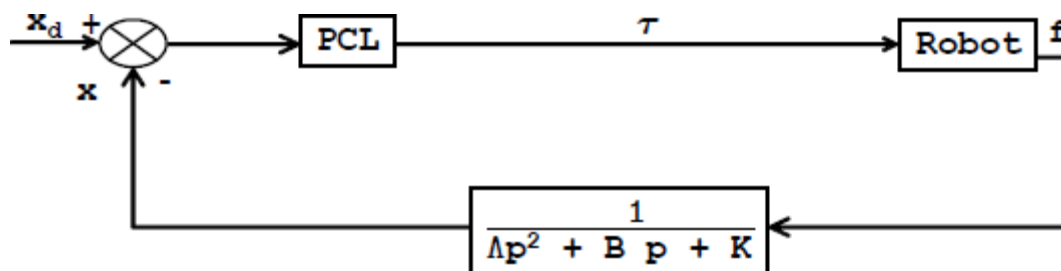


Figure 4.7 : Schéma de commande en impédance avec retour de force

4.2.2. Commande hybride force/position [13] [14] [22] [23] :

Il s'agit d'introduire une matrice diagonale de sélection notée S (Figure 4.8) permettant le choix de la direction qui doit être commandée en force et celle qui doit être commandée en position. Un élément de la matrice S est soit 1 ou 0 selon que la direction est commandée en position ou bien en force. Le schéma de commande hybride force/position de base est donnée par (Figure 4.9)

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

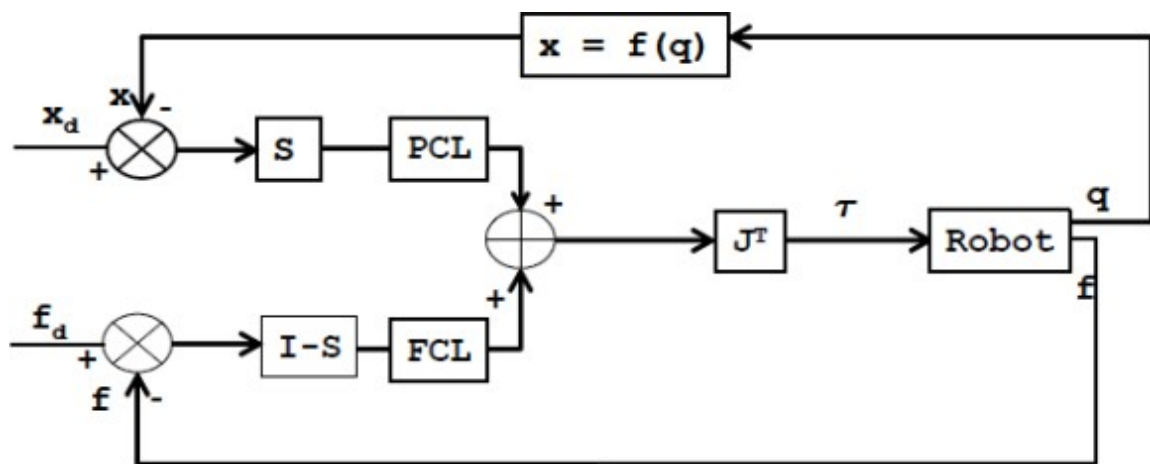


Figure 4. 8 : Schéma de commande hybride force/position

4.3.3. Commande hybride externe [13] [14] [22] [23] :

La commande hybride externe, donnée par (figure 4.9), permet d'asservir à la fois des déplacements et des efforts, elle se caractérise par la présence des deux boucles de commande imbriquées (Perdreau). La boucle externe correspond à un asservissement externe en effort, la boucle interne correspond à un asservissement de position. La sortie de la boucle externe est transformée en consigne de position pour la boucle interne. Le déplacement résultant du robot permet de l'exercer l'effort désiré sur l'environnement.

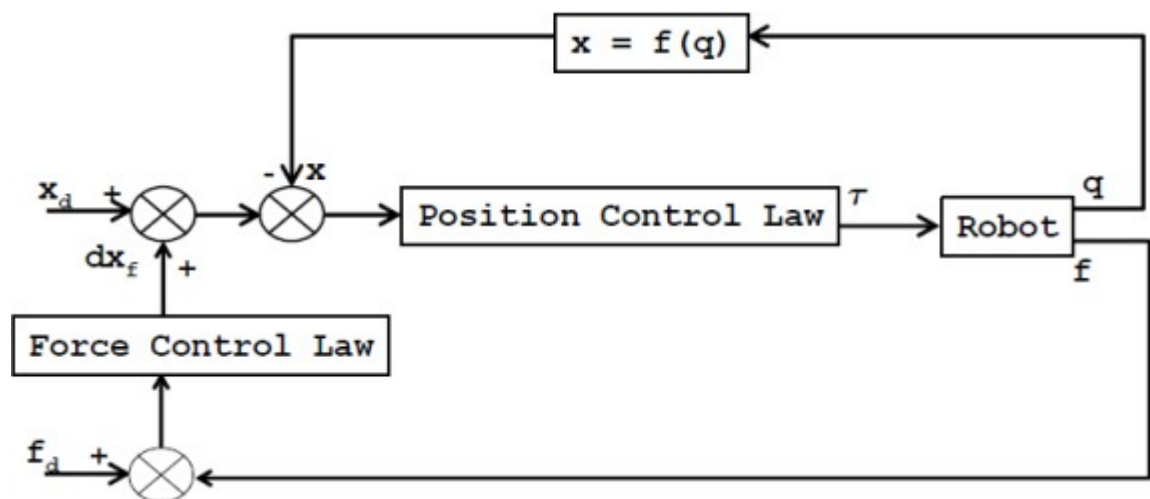


Figure 4. 9 : Schéma de commande hybride externe

Pour plus d'informations sur les commandes des robots, voir la référence.

4.5 Commande par mode glissant de robot

4.5.1 Introduction

La commande par mode glissant, depuis qu'elle a été introduite par Utkin[39], est une technique de commande non linéaire, ne cesse d'accumuler des succès grâce à sa robustesse et

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

sa simplicité d'implémentation. Cette commande est utilisée pour le contrôle des systèmes non linéaires en robotique, en aviation militaire ainsi qu'en milieu sous-marin dans la commande des véhicules amphibies ...etc.

La commande va être une somme de deux composantes : la première, qui est discontinue, permet la convergence du système vers la surface de glissement et la robustesse vis-à-vis les perturbations et les incertitudes. La seconde, qui est continue, permet de glisser le long de celle-ci pour rejoindre l'origine de phase.

Dans ce chapitre, on présente, en première partie, les idées fondamentales de la commande par mode glissant d'ordre un : le choix de la surface de glissement et la conception de loi de commande forçant le système à atteindre la surface choisie en temps finis et à y demeurer. La deuxième partie on applique cette stratégie de commande sur le système mécanique sous actionné robot afin de stabiliser autour de son point d'équilibre instable.

4.5.2. Concepts de base de la commande par mode glissant

La commande par mode glissant d'ordre un est une commande à structure variable pouvant changer de structure et commutant entre deux valeurs suivant une logique de commutation bien spécifique.

4.5.2. Description théorique de la commande par mode glissant

4.5.2.1. Principe de fonctionnement

Soit le système non linéaire d'ordre n suivant :

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u \quad (4.15)$$

$$y(t) = h(x, t)$$

où $x = [x, \dot{x}, \dots, x^{n-1}]$ est le vecteur d'état, $u(x, t)$ est le vecteur de commande,

, $g(x, t)$ et $h(x, t)$ sont des fonctions non linéaires, $y(t)$ est le vecteur de sortie.

L'objectif de la commande par mode glissant est de déterminer une loi de commande u qui va attirer les états x du système dans une région convenable appelée surface de glissement, choisie préalablement en fonction des spécifications dynamiques désirées du système, et de les maintenir sur cette surface, ce qui veut dire que la sortie du système $y(t)$ pourra suivre un signal de référence donné et borné .

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

On peut montrer l'atteignabilité de la surface de glissement par la figure 4.10, suivant trois parties ou modes distincts de la trajectoire sur le plan de phase, qui sont :

- 1- Le mode de convergence (MC) : c'est le mode durant lequel l'état du système se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase et tend vers la surface de glissement $S(x) = 0$. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence.
- 2- Le mode de glissement (MG) : c'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine en se glissant sur cette surface du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement $S(x) = 0$.

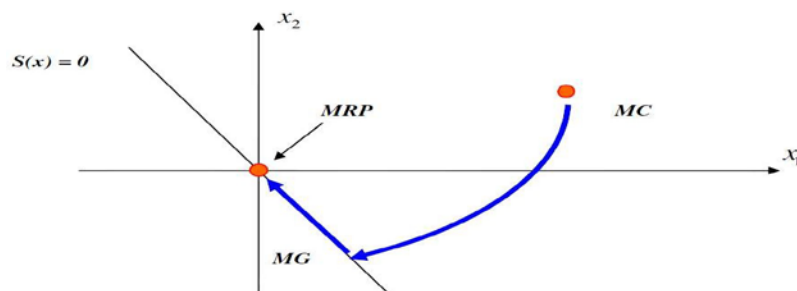


Figure 4.10 Les différents modes de la trajectoire sur le plan de phase

- 3- Le mode du régime permanent (MRP) : ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre (origine du plan de phase). Il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande.

4.5.2.2. Conception de la commande par mode glissant

La mise en œuvre de la commande par mode glissant se fait en trois étapes :

- Définition et choix de la surface de glissement.
- Etablissement de condition de convergence.
- Détermination de la loi de commande qui permet d'atteindre la surface et d'y maintenir.

4.5.2.2.1. Choix de la surface de glissement

Dans un souci de faciliter la compréhension, on considère un système, d'ordre n , SISO affine en entrée, décrit par l'équation différentielle suivante :

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

$$\dot{x}_n = f(x, t) + g(x, t)u + d(t, x) \quad (4.16)$$

$$y = x$$

y : la sortie du système.

u : l'entrée du système.

d : une perturbation externe inconnue bornée.

f et g : sont deux fonctions non linéaires continues.

■ Remarque 1 :

Pour garantir la contrôlabilité, la fonction g est supposée inversible c-à-dire $g(x, t) \neq 0$

L'objectif de commande est de forcer la sortie y à suivre une trajectoire de référence x^d .

Pour atteindre cet objectif, on définit l'erreur de poursuite par : $e = x - x^d$

La surface de glissement représente le comportement dynamique désiré du système par :

$$s = 0 \quad (4.17)$$

$$e = x - x^d$$

Cette surface est caractérisée par un degré relatif égal à 1 par rapport à la commande u c-à-dire qu'il faut dériver une fois la sortie $y(t)$ par rapport au temps, pour y avoir apparaître de manière explicite.

■ Remarque 2 :

Le régime glissant, du système perturbé, est invariant vis-à-vis des perturbations, si et seulement si la perturbation d vérifie la condition de recouvrement.

D'une manière générale, la surface de glissement s est définie comme suit:

$$s(e_1, \dots, e_n) = e_n + k_{n-1}e_{n-1} + \dots + k_1e_1 \quad (4.18)$$

Où $e = [e_1, \dots, e_n]^T \in R^n$ est le vecteur des erreurs et les coefficients k_i sont choisis tels que l'équation caractéristique $h(p) = p^{n-1} + k_{n-1}p^{n-2} + \dots + k_1$, avec p est l'opérateur Laplace, possède des racines strictement dans le demi-plan complexe gauche. Alors

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

$s(e, \dot{e}, \dots, e^{n-1}) = 0$ est une équation linéaire ordinaire stable.

■ Remarque 3 :

Une forme simple pour déterminer la surface de glissement qui garantit les objectifs de commande précités est proposée par Soltine suit :

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda_x\right)^{r-1} \cdot e(x) \quad (4.19)$$

$e(x)$: L'écart sur les variables à régler; $e(x) = x - x^d$

r : le degré relatif qui présente le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie $y(t)$ par rapport au temps pour faire apparaître l'entrée $U(t)$.

L'objectif de commande est de maintenir la surface à zéro, dont l'unique solution est : $s(x) = 0$.

λ_x est un paramètre positif garantissant d'avoir un polynôme d'Hurwitz.

■ Remarque 4 :

On dit qu'il existe un régime glissant idéal sur s s'il existe un temps fini t_s tel que la solution de () satisfasse $s(t, x) = 0$ pour $t \geq t_s$.

4.5.2.2. Conditions d'existence et de convergence

Le choix de la fonction de glissement étant fait, la deuxième étape consiste à concevoir une loi de commande qui puisse amener le vecteur d'état à converger vers la surface de glissement choisie et y demeurer jusqu'à l'équilibre. Pour cela, il faut que la loi de commande soit conçue de telle manière à ce que s soit attractive .

Pour déterminer la condition d'attractivité, considérons la fonction de Lyapunov suivante : $V(x) = \frac{1}{2}s^2$ (4.20)

Une condition nécessaire et suffisante, appelée condition d'attractivité, pour qu'une variable de glissement $s(t, x) = 0$ et que la dérivée temporelle de V soit définie négative.

$$\dot{V}(s) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = s\dot{s} \leq -\eta|s| \quad (4.21)$$

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

Si la condition est vérifiée, alors la variable de glissement et sa dérivée sont de signe contraire quelque soit le temps et que $s = 0$ est un centre attracteur pour s

Pour une convergence en temps fini, la condition qui ne garantit qu'une convergence asymptotique vers la surface de glissement, est remplacée par une condition plus restrictive dite de η attractivité tel que : $\eta > 0$.

Le mode de glissement d'un système de deuxième ordre est montré sur la figure 4.5, il est assuré par la commutation des états grâce aux commandes U_{\max} et U_{\min} , les commutations ont lieu sur les droites décalées parallèlement de $\pm\Delta S$.

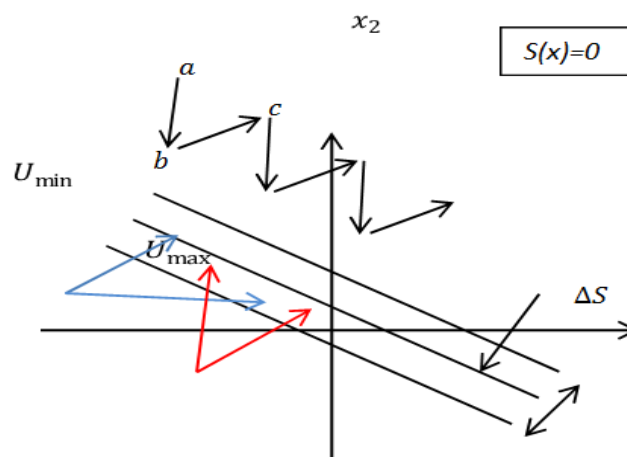


Figure 4.11 : Mode de glissement

L'étude de l'existence du Mode de glissement, comme l'étude de la stabilité d'un point d'équilibre, est basée sur la méthode de Lyapunov.

Afin de garantir l'attractivité de la surface $s(x) = 0$, on considère une fonction de Lyapunov

V définie positive, dont la dérivée par rapport au temps le long des trajectoires du système en boucle fermée est définie négative.

Considérons la fonction de Lyapunov, suivante : $V(x) = \frac{1}{2} s^2$

Sa dérivée temporelle est donnée par :

$$\dot{V}(x) = s^T \dot{s} \quad (4.22)$$

4.5.2.2.3. Conception de la commande par mode de glissement

La mise en œuvre de cette méthode de commande nécessite principalement trois

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

Etapas :

1. Choix de la surface de glissement :
2. Condition d'existence et de convergence
3. Détermination de la loi de commande

4.5.2. Calcul de la loi de commande :

La commande par mode glissant est composée de deux parties,

la première appelé commande équivalente est continue et la deuxième discontinue

$$u = u_{eq} + u_{glis} \quad (4.23)$$

Avec:

u_{eq} : La commande équivalente

u_{glis} : La commande de glissement

La commande équivalente assure le maintien du système sur la surface de glissement, elle est déterminée par le modèle du système, dans ce cas il s'agit d'un modèle en immersion linéaire ou non linéaire. Cette partie est conçue avec la méthode de la commande équivalente comme suit:

$$\dot{S}(x) = \left(\frac{ds}{dx}\right)^T \frac{ds}{dt} = 0 \quad (4.24)$$

$$\left(\frac{ds}{dx}\right)^T (f(x) + g(x)) = 0 \quad (4.25)$$

$$u_{eq} = \left(\left(\frac{ds}{dx}\right)^T g(x)\right)^{-1} \left(\frac{ds}{dx}\right)^T f(x), \text{ avec } \left(\frac{ds}{dx}\right)^T g(x) \neq 0 \quad (4.26)$$

La commande de glissement représente la partie discontinue, elle est constituée de la fonction signe

"sign" de la surface de glissement S , multipliée par une constante de glissement K_{glis}

Cette commande est déterminée pour garantir l'attractivité de la variable contrôlée vers la surface et satisfaire la condition de convergence. On peut définir cette commande comme suit:

$$U_{glis} = K_{glis} \cdot \text{Sign}(S(x)) \quad (4.27)$$

Broutement (chattering):

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

Un regime glissant ideal requiert une commande peuvent commuter à une fréquence infinie. Ainsi, durant le regime glissant, les discontinuités appliqués à la commande peuvent entrainer un phenomene de broutement.

Les principales raisons à l'origine de ce phenomene sont les limitation des actioneurs ou les retards de commutation au niveau de la commande.

Dans le but de réduire ou éliminer ce phenomene, plusieurs solutions ont été apportées on propose la techniques de limitation de la condition de glissement:

-Remplacer la fonction $sign$ par une fonction $Sat(x)$

Alors la composante discontinue deviant:

$$U_{glis} = -K_{glis} \cdot Sat(s) \quad (4.28)$$

$$Sat(s) = \begin{cases} \frac{s}{\phi} si |s| \leq \phi \\ Sign(s) si |s| > \phi \end{cases} \quad (4.29)$$

Remplacer la fonction $sign$ par une fonction $Cont(x)$, la compante discontinue

-

$$U_{glis} = -K_{glis} \cdot Cont(s)$$

$$Cont(s) = \begin{cases} \frac{s}{|s| + \delta} si |s| \leq \phi \\ Sign(s) si |s| > \phi \end{cases} \quad (4.30) \quad \text{avec}$$

$$\delta > 0$$

4.5.3.Application: Commande par mode glissant de robot

La dérivée par rapport au temps de l'équation (4.15) et substituant les équations et en posant $\dot{s} = 0$, la commande équivalente pour le système non perturbé est obtenue.

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

La structure générale de la commande qui répond à la condition de stabilité peut être écrite comme suit :

$$u = u_{eq} + u_{glis} \quad (4.31)$$

Avec u_{eq} est la commande équivalente calculée à partir de $\dot{s} = 0$, et u_{glis} est la commande discontinue ou attractante.

4.5.3.1 Conception de la commande par mode de glissement a Phase de simple support:

Le modèle dynamique sous forme Lagrangienne est donc le suivant :

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = U \quad (4.32)$$

et les coordonnées généralisées ou les vecteurs des variables articulaires et d'orientation :

$$q = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_0]^T$$

Les vecteurs des couples :

$$\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4]^T \quad D \in \mathfrak{R}^{(5 \times 5)}, \quad G \in \mathfrak{R}^{(5 \times 1)}, \quad \text{et} \quad q = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_0, x_s, y_s]^T$$

$$D_c \in \mathfrak{R}^{(7 \times 7)}, \quad G_c \in \mathfrak{R}^{(7 \times 1)}, \quad U_c = [\tau^T, 0, 0, 0]^T \quad \text{et à l'intervalle}$$

$$[t_0, t_0 + \Delta t]$$

$$\Delta t \rightarrow 0$$

les coordonnées généralisées ou les vecteurs des variables articulaires et d'orientation :

$$D_c(q)\ddot{q} + C_c(q, \dot{q})\dot{q} + G_c(q) = U_c + F_\delta \quad (4.29)$$

$$D_c(q)(\dot{q}^+ - \dot{q}^-) = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} F_\delta \cdot dt \quad (4.30)$$

$$F_\delta = J^T \lambda \quad (4.31)$$

En tenant compte que la vitesse du pied de support resimobile $J\dot{q}^+ = 0$

$$(4.31)$$

$$\dot{q}^+ = \dot{q}^- + I(q)(-\dot{x}_e^-) \quad (4.32)$$

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

$$I(q) = D_c^{-1} J^T (J D_c^{-1} J^T)^{-1} \quad (4.33)$$

Le developemene de ccommande de robot bipede:

$$\begin{bmatrix} D_{aa} & D_{0a}^T \\ D_{0a} & D_{00} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_a \\ \ddot{q}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_a \\ f_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$\text{On a :} \quad F = C \dot{q} + G \quad (4.35)$$

$$\text{Pour} \quad \ddot{q}_a = u \quad (4.36)$$

$$\ddot{q}_0 = D_{00}^{-1} (-f_0 - D_{0a} u) \quad (4.37)$$

$$\tau = D_{0a}^T \ddot{q}_0 + D_{aa} u + F_a \quad (4.38)$$

On définit les erreurs de positions et de vitesse : $\tilde{q} = q - q^d$

$$\dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}^d \quad (4.39)$$

$$\text{D'autre par on à :} \quad s = \alpha_a \dot{\tilde{q}}_a + \lambda_a \tilde{q}_a + \alpha_0 \dot{\tilde{q}}_0 + \lambda_0 \tilde{q}_0 \quad (4.40)$$

$$\text{En dérivant on obtient :} \quad \dot{s} = -M u + \alpha_0 D_{00}^{-1} (-f_0) + \dot{s}_r \quad (4.41)$$

$$\text{Et} \quad M = \alpha_0 D_{00}^{-1} D_{0a} - \alpha_a \quad (4.42)$$

$$\dot{s}_r = -\alpha_a \ddot{q}_a^d - \alpha_0 \ddot{q}_0^d + \lambda_a \dot{\tilde{q}}_a + \lambda_0 \dot{\tilde{q}}_0 \quad (4.43)$$

La commande totale u a comme expression :

$$u = M^{-1} \left[\alpha_0 D_{00}^{-1} (-f_0) + \dot{s}_r + \eta \text{sat} \left(\frac{s}{\phi} \right) \right] \quad (4.44)$$

$$\text{Avec :} \quad \eta \text{sat} \left(\frac{s}{\phi} \right) = \left[\eta_1 \text{sat} \left(\frac{s_1}{\phi_1} \right), \dots, \eta_4 \text{sat} \left(\frac{s_4}{\phi_4} \right) \right]^T \quad (4.45)$$

La fonction de Lyapunov est choisie comme suit

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

$$V(s) = \frac{1}{2} s^T s \quad (4.46)$$

$$\dot{V}(s) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = s\dot{s} \leq -\eta|s|$$

Réorganisant la dynamique du robot en blocs de matrices actionnées et sous actionnées

$$\begin{bmatrix} D_{aa} & D_{0a}^T \\ D_{0a} & D_{00} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_a \\ \ddot{q}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_a \\ f_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix}$$

Conception de Hyper-surface combinat les variables actionnées et et non actives

$$s = \alpha_a \dot{\tilde{q}}_a + \lambda_a \tilde{q}_a + \alpha_0 \dot{\tilde{q}}_0 + \lambda_0 \tilde{q}_0$$

Les erreurs :

$$\tilde{q} = q - q^d$$

$$\dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}^d$$

$$\tilde{q}_a = q_a - q_a^a$$

$$\tilde{q}_u = q_u - q_u^a$$

$$q_u = q_0$$

$$s = \alpha_a \dot{\tilde{q}}_a + \lambda_a \tilde{q}_a + \alpha_u \dot{\tilde{q}}_u + \lambda_u \tilde{q}_u$$

Dérivant la surface s on obtient :

$$\dot{s} = \alpha_a \ddot{\tilde{q}}_a + \lambda_a \dot{\tilde{q}}_a + \alpha_u \ddot{\tilde{q}}_u + \lambda_u \dot{\tilde{q}}_u$$

$$\begin{cases} \ddot{\tilde{q}}_a = u \\ \ddot{\tilde{q}}_u = -D_{00}^{-1}(f_0 + D_{0a}u) \end{cases}$$

$$\tau = D_{0a}^T \ddot{q}_0 + D_{aa}u + F_a$$

L'équation de la dynamique de s peut s'écrire comme suit:

$$\dot{s} = u + \lambda_a \dot{\tilde{q}}_a + \alpha_0 \ddot{\tilde{q}}_0 + \lambda_0 \dot{\tilde{q}}_0 - \ddot{q}_a^d$$

$$\dot{s} = u + \lambda_a \dot{\tilde{q}}_a + \alpha_0 (-D_{00}^{-1}f_0 - D_{00}^{-1}D_{a0}^T u) + \lambda_0 \dot{\tilde{q}}_0 - (q_a^d + \alpha_0 \ddot{q}_a^d)$$

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

$$\dot{s} = (I_4 - \alpha_0 D_{00}^{-1} D_{a0}^T) u - \alpha_0 D_{00}^{-1} f_0 + \dot{s}_r$$

ou

$$\dot{s}_r = -\ddot{q}_a^d - \alpha_0 \ddot{q}_a^d + \lambda_a \dot{\tilde{q}} + \lambda_0 \tilde{q}_0$$

$$\dot{s} = -M u - \alpha_0 D_{00}^{-1} f_0 + \dot{s}_r$$

et

$$M = \alpha_0 D_{00}^{-1} D_{a0}^T - I_4$$

En utilisant la technique de la commande équivalente on trouve que:

$$u = M^{-1} \left[\alpha_0 D_{00}^{-1} (-f_0) + \dot{s}_r + \eta \text{sat}\left(\frac{s}{\phi}\right) \right]$$

et définie la partie discontinue comme u_{glis}

Apartir de deux equations

$$u = u_{eq} + u_{glis} \quad (4.19)$$

En remplant cette loi de commande dans la dynamique de son obtient:

$$u_{glis} = -k_{glis} \text{sat}(s) \quad (4.20)$$

Consideron la fonction de Lyapunov candidate suivante:

$$V(s) = \frac{1}{2} s^T s$$

Par derivation, on obtient:

$$\dot{V}(s) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = s \dot{s} \leq -\eta |s|$$

$$V(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} s^T s \geq 0$$

On $\eta > 0$ alors on peut conclure que S converge vers zero ce qui implique que

$e = q_d - q$ et $\dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q}$ ou $\tilde{q} = q - q^d$ et $\dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}^d$ est coverge aussi vers zero.

$$\dot{s} = 0 \Rightarrow u = u_{eq} = M^{-1} (-\alpha_0 D_{00}^{-1} f_0 + \dot{s}_r)$$

Chapitre IV: Commande d'un robot bipède sous actionné

$$s^T \dot{s} = -\eta |S|$$

En suivant la demarche de Aschrafiuon[36]on a la forme dynamique de l'équation peut se metre sous la forme:

$$\ddot{\tilde{q}}_u + A_{uu}\dot{\tilde{q}}_u + B_{uu}\tilde{q}_u + B_{ua}\tilde{q}_a = 0 \quad (B)$$

Ou nous avons aussi remplace \tilde{q}_a par son expression, et en choisissons le variable d'état:

$$x = [\dot{\tilde{q}}_a, \tilde{q}_0, q_0]$$

Et
$$\dot{x} = Ax + Bu$$

La linearization du système d'équation (B) et compte tenue de sort a $s=0$

$$\dot{\tilde{q}}_a = -\lambda_a \tilde{q}_a - \alpha_0 \dot{\tilde{q}}_0 - \lambda_0 \tilde{q}_0 \quad (B + 1)$$

On obtien un système linéaire donné par l'équation matricielle de la forme:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

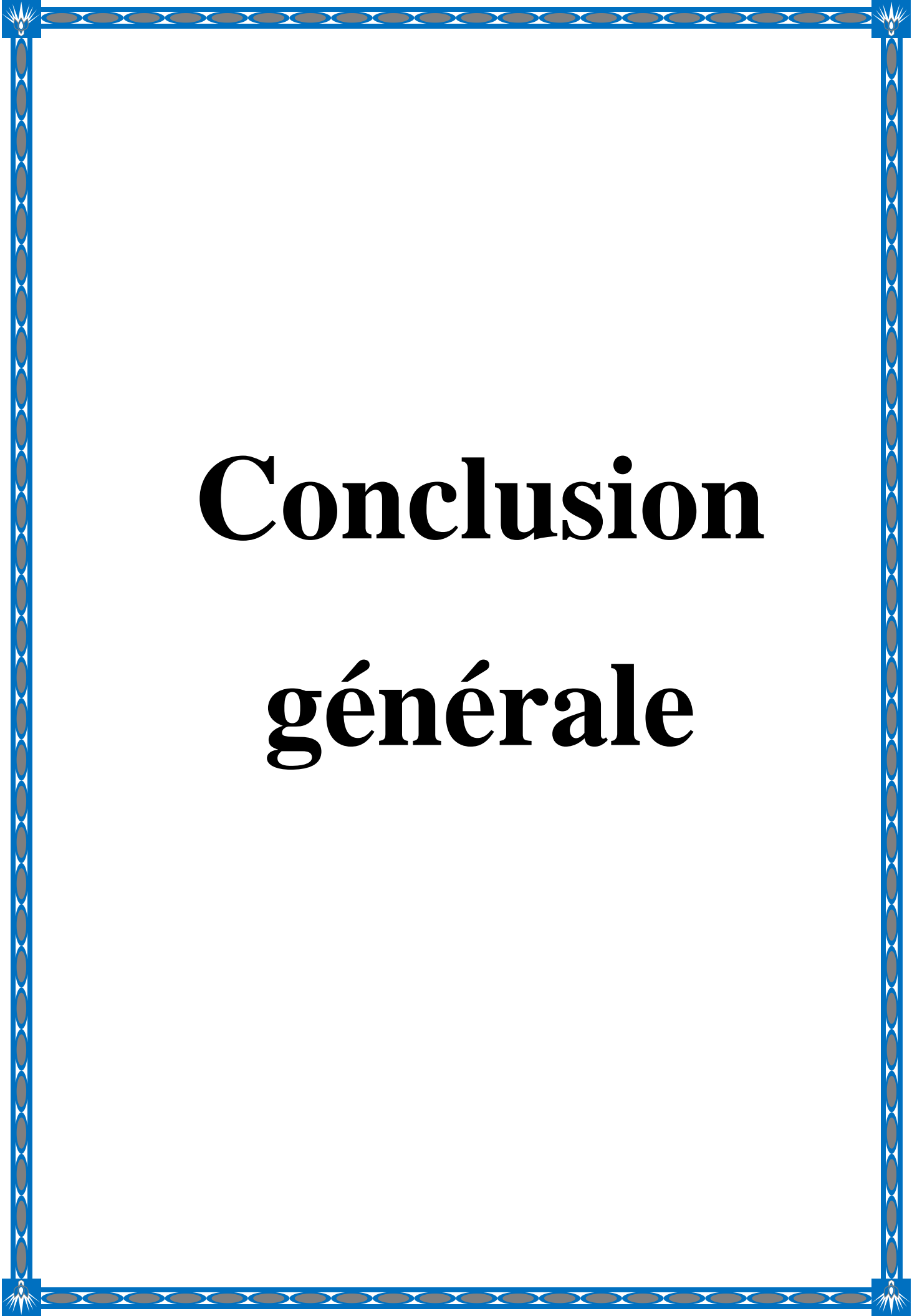
$$\text{Ou } A = \begin{bmatrix} [-\alpha_a^{-1}\lambda_a]_{m \times m} & [-\alpha_a^{-1}\lambda_u]_{m \times r} & [-\alpha_a^{-1}\alpha_a]_{m \times r} \\ [0]_{r \times m} & [0]_{m \times m} & [I]_{r \times r} \\ [-B_{ua}]_{r \times m} & [-B_{uu}]_{r \times r} & [-A_{uu}]_{r \times r} \end{bmatrix}$$

Sachant que A doit être Hurwitzienne, garantissant la stabilité asymptotique aux points d'équilibres, cela conduit aux bien choisir des parametres $\lambda_a, \alpha_0, \lambda_0$ d'une maniere judicieuse.

Afin de valider les performances de la loi de commande par mode glissant sur les systèmes sous actionnés.

4.5.4. Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord rappelé les différentes commandes aux robots. Nous avons présenté les différents schémas de commande largement utilisés en robotique. En effet, la complexité d'un schéma de commande dépend des performances recherchées. Cependant la modélisation dynamique de robots reste, dans la plus part des cas, la phase la plus déterminante du fait que les performances de la commande en dépendront.



Conclusion

générale

Conclusion générale

Conclusion générale:

Dans ce mémoire de fin d'étude nous nous sommes penchés sur l'étude des robots bipèdes. Il s'agit bien précisément de la modélisation et de la commande du robot bipède à 5 degrés de liberté.

Pour la réalisation de ce travail, nous avons commencé par une recherche bibliographique en donnant un état de l'art sur les robots marcheurs décrit en chapitre 1. Or, les structures abordées vont de la plus simple à la plus complexe. Le degré de complexité de la modélisation et de la commande d'un robot dépendra fortement de la nature de sa structure. Les robots humanoïdes, en tant que robots marcheurs, marquent fortement leur présence dans le domaine de la robotique vu leur structure morphologique similaire à l'être humain, lui offrant, entre autres, une capacité et une dextérité de se déplacer.

Dans le second chapitre, nous avons présenté les différentes commandes dédiées aux robots manipulateurs. Aussi, nous nous sommes partis de la plus simple jusqu'à la plus évoluée. Comme nous l'avons mentionné dans ce chapitre, faire un choix sur une commande dépend de la tâche à réaliser, de la structure du robot et des performances recherchés. Le choix dont nous avons fait sur la commande linéarisante est en adéquation avec notre travail du fait que les modèles dynamiques des robots étudiés sont connus.

Par ailleurs, l'essentiel de notre travail est décrit dans le chapitre 3. Il s'agit en fait de modéliser les deux types de robots bipèdes puis les commander en générant des trajectoires issues de la nature de la marche de l'être humain, c'est ce que nous avons appelés scénarios de la marche. En ce qui concerne la modélisation, nous avons considéré les coordonnées relatives pareillement à ce qui se fait pour les robots manipulateurs. Cependant pour la partie commande, nous avons utilisé la commande à mode glissante du fait que les différents modèles sont calculés.

En résumé, ce travail de fin d'étude nous a vraiment permis de nous initier à la recherche dans le domaine de robotique mobile à patte

Les simulations ont été effectuées dans l'environnement Matlab et Toolboxsymbolic tout en considérant notre étude limité uniquement au plan sagittal.

Comme perspectives à ce présent travail, nous envisageons revoir notre étude en considérant un humanoïde complet. Aussi, il serait intéressant de considérer des surfaces de déplacement quelconques en adéquation avec les terrains réels. Pour cela, nous estimons que

Conclusion générale

le recours à l'utilisation des outils de l'intelligence artificielle aussi bien pour la commande que pour la modélisation semble d'un intérêt crucial.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

Références bibliographiques:

- [1] Yang, X., She, H., Lu, H., Fukuda, T., & Shen, Y. (2017). State of the art: Bipedal robots for lower limb rehabilitation. *Applied Sciences*, 7(11), 1182
- [2] Mu, X., & Wu, Q. (2003, June). A complete dynamic model of five-link bipedal walking. In *Proceedings of the 2003 American Control Conference, 2003*. (Vol. 6, pp. 4926). IEEE.
- [3] De-León-Gómez, V., Santibañez, V., & Moreno-Valenzuela, J. (2017). A procedure to find equivalences among dynamic models of planar biped robots. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 75, 48-66.
- [4] Aloulou, A., & Boubaker, O. (2010, March). Modeling and controlling a humanoid robot in the three dimensional space. In *Proceeding of the IEEE International Symposium on Robotics and Intelligent Sensors, Mar* (p.188).
- [5] Choukchou, A. Contribution à la stabilisation des systèmes mécanique sous actionnés. tlemcen-univ 2011
- [6] Machado, J. T., & Silva, M. F. (2006, April). An overview of legged robots. In *International symposium on mathematical methods in engineering*. Ankara, Turkey: MME Press.
- [7] Robotplatform.com. (2019). *Robot Platform / Knowledge / Wheeled Robots*. [online] Available at: http://www.robotplatform.com/knowledge/Classification_of_Robots/legged_robots.html
- [8] Bezerra, C. A. D., & Zampieri, D. E. (2004). Biped robots: the state of art. In *International Symposium on History of Machines and Mechanisms* (p. 372). Springer,
- [9] J.W.Grizzle, G ,Abba,andF.Plestan,Asymtotically stable walking for biped robots, *c.IEEE.Transations on Automatic Control page 46 :51-64,jan.2001*.
- [10] .Nikkhah. M ,Achrafiuon .H ,Fahimi .F"Sliding Mode Control of Bipéd Robots,"ASME,Flourida ,USA ,Nov-5-11, 2005.
- [11] Tedeschi, F., & Carbone, G. (2014). Design issues for hexapod walking robots. *Robotics*, 3(2), 181-206.
- [12] Legged robots features, types, uses, advantages and disadvantages. (2019, March 16). Retrieved from <https://www.online-sciences.com/robotics/legged-robots-features-types-uses-advantages-and-disadvantages/>
- [13] Guessam, A. "Modélisation, Simulation et commande d'un robot bipède," O.E.B -univ, Algerie, these de Magister 2005.
- [14] Daachi, M.E (2015). *Cours de Robotique*. Université Mohamed El Bachir El Ibrahimy Bordj Bou Arreridj.

Références bibliographiques

[15] Wissama, K., & Etienne, D (1999). *Modélisation et commande des robots*

Hermès Sciences Publications.

[16] Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., & Oriolo, G. (2010). *Robotics: modelling, planning and control*. Springer Science & Business Media.

[17] De Luca, A. *Dynamic model of robots: Lagrangian approach*. University of ROMA

[18] Kelly, R., Davila, V. S., & Perez, J. A. L. (2006). *Control of robot manipulators in joint space*. Springer Science & Business Media.

[19] Romagnan, J. P. (2014). *Comprendre la mécanique*. EDP sciences. P.256

[20] Aloulou, A., & Boubaker, O. (2010). Control of a step walking combined to arms swinging for a three dimensional humanoid prototype. *Journal of Computer Science*, 6(8), p.888

[21] Arous, Y., & Boubaker, O. (2012, March). Gait trajectory generation for a five link bipedal robot based on a reduced dynamical model. In *2012 16th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference* (p.996). IEEE.

[22] Hogan, N. (1985). Impedance control: An approach to manipulation: Part I— Theory. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 107(1), pp.1-16.

[23] Raibert, M. H., & Craig, J. J. (1981, June). Hybrid force/position control of manipulators. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, v.103, pp.126-133.

[24] Perdereau, V. (1991). *Contribution à la commande hybride force-position. Application à la coopération de deux robots* (Doctoral dissertation, Paris 6).

[25] Matsuoka, K. (1979). “A Model of Repetitive Hopping Movements in Man”. In: *Fifth World Congress on Theory of Machines and Mechanisms; International Federation for Information Processing*.

- [26] N.P. I Aneke, "control of underactuated mechanical systems," Eindhoven, 2003.
- [27] ADjoudi and Benabdellah, "synthèse et Application des lois de commande non linéaires sur un pendule invers," 2007.
- [28] Jong H, Park, and Kyonug, "Biped robot walking using gravity-compensated inverted pendulum mode and computed torque control," in *International conference on Robotics and Automation*, vol. 4, Belgium, 1998.
- [29] A.E Saadallah and ABoudab, "Commande PID robuste d'un pendule inversé rotatif," Jijel, 2019.
- [30] Abderrezek H, "Contribution à la Commande Robuste Des Systèmes Non Linéaires," Setif, Algerie, 2014.
- [33] T. Ahmed-Ali, "quelques notions sur la commande non linéaire par mode de glissement et la commande non linéaire de type backstepping," Caen, 2011.
- [35] A Boubakir, "Méthodes de commande par mode de glissement appliquées au bras manipulateur et au système hydraulique CE105 à réservoirs couplés," Alger, 2007.
- [36] Nikkha. M, Achrafiou. H, Fahimi. F "Sliding Mode Control of Biped Robots," ASME, Florida, USA, Nov-5-11, 2005.
- [37] HSira-Ramirez, "Differential Geometric Methods in Variable-Structure Control," *International Journal of Control*, vol. 48, no. 4, pp. 1359-1390, 1988.
- [38] J.W. Grizzle, G. Abba, and F. Plestan, "Asymptotically stable walking for biped robots," *IEEE Transactions on Automatic Control* page 46 :51-64, jan. 2001.
- [39] J.J.E Soltine, et W.Li., "Applied Nonlinear Control," London : Prentice-hall, Inc. 1991.



Annexes

Annexes

Application de modélisation au robot bipède 5DDL

Fonction Matlab pour calculer le modèle dynamique en fonction des angles absolus
absolte angles sont les angles entre chaque lien et l'axe vertical

Les angles absolus sont indiqués dans le robot bipède chapitre03 comme suit :

```
% Matlab function to calculate the dynamic model depending on absolute angles
% absolte angles are the angles between each link and the vertical axis
% The absolute angles are shown in the attached biped.pdf as theta1,theta2,theta3,theta4,theta5
function [M,N,G]=Generalized()
clc
% close all
% clear all

syms x y b d1 d2 d3 d4 d5 l1 l2 l3 l4 l5 th1 th2 th3 th4 th5 th1dot th2dot th3dot th4dot th5dot
syms I1 I2 I3 I4 I5 m1 m2 m3 m4 m5
Inertie et masses

% Inertia & masses
syms g
accélération gravitationnelle
syms th1dotdot th2dotdot th3dotdot th4dotdot th5dotdot

La position de l'extrémité libre
% The position of the free end
xe=xb+l1*sin(th1)+l2*sin(th2)+l4*sin(th4)+l5*sin(th5);
ye=yb+l1*cos(th1)+l2*cos(th2)-l4*cos(th4)-l5*cos(th5);

La vitesse de l'extrémité libre
% velocity of the free end
xedot=diff(xe,th1)*th1dot+diff(xe,th2)*th2dot+diff(xe,th3)*th3dot+diff(xe,th4)*th4dot+diff(xe,th5)*th5dot;
yedot=diff(ye,th1)*th1dot+diff(ye,th2)*th2dot+diff(ye,th3)*th3dot+diff(ye,th4)*th4dot+diff(ye,th5)*th5dot;
ve=[xedot;yedot];

La position du centre de masse de chaque lien

% The position of Center of mass of each link
% link1, shank1
xc1=d1*sin(th1);
yc1=d1*cos(th1);
```

Annexes

% link2, thigh1

$xc2=11*\sin(th1)+d2*\sin(th2);$

$yc2=11*\cos(th1)+d2*\cos(th2);$

% link3, trunk

$xc3=11*\sin(th1)+l2*\sin(th2)+d3*\sin(th3);$

$yc3=11*\cos(th1)+l2*\cos(th2)+d3*\cos(th3);$

% link4, thigh2

$xc4=11*\sin(th1)+l2*\sin(th2)+(l4-d4)*\sin(th4);$

$yc4=11*\cos(th1)+l2*\cos(th2)-(l4-d4)*\cos(th4);$

% link5, shank2

$xc5=11*\sin(th1)+l2*\sin(th2)+l4*\sin(th4)+(15-d5)*\sin(th5);$

$yc5=11*\cos(th1)+l2*\cos(th2)-l4*\cos(th4)-(15-d5)*\cos(th5);$

La vitesse linéaire du centre de la masse de chaque lien

% The linear velocity of the center of the mass of each link

% link1, shank1

$xc1dot=diff(xc1,th1)*th1dot;$

$yc1dot=diff(yc1,th1)*th1dot;$

$vc1=[xc1dot;yc1dot];$

% link2, thigh1

$xc2dot=diff(xc2,th1)*th1dot+diff(xc2,th2)*th2dot;$

$yc2dot=diff(yc2,th1)*th1dot+diff(yc2,th2)*th2dot;$

$vc2=[xc2dot;yc2dot];$

% link3, trunk

$xc3dot=diff(xc3,th1)*th1dot+diff(xc3,th2)*th2dot+diff(xc3,th3)*th3dot;$

$yc3dot=diff(yc3,th1)*th1dot+diff(yc3,th2)*th2dot+diff(yc3,th3)*th3dot;$

$vc3=[xc3dot;yc3dot];$

% link4, thigh2

$xc4dot=diff(xc4,th1)*th1dot+diff(xc4,th2)*th2dot+diff(xc4,th3)*th3dot+diff(xc4,th4)*th4dot;$

$yc4dot=diff(yc4,th1)*th1dot+diff(yc4,th2)*th2dot+diff(yc4,th3)*th3dot+diff(yc4,th4)*th4dot;$

$vc4=[xc4dot;yc4dot];$

% link5, shank2

$xc5dot=diff(xc5,th1)*th1dot+diff(xc5,th2)*th2dot+diff(xc5,th3)*th3dot+diff(xc5,th4)*th4dot+$

$diff(xc5,th5)*th5dot;$

Annexes

```
yc5dot=diff(yc5,th1)*th1dot+diff(yc5,th2)*th2dot+diff(yc5,th3)*th3dot+diff(yc5,th4)*th4dot+
+diff(yc5,th5)*th5dot;
vc5=[xc5dot;yc5dot];
```

Équation du mouvement

% Equation of motion

```
Mt=[m1,m2,m3,m4,m5];
```

```
THDOTt=[th1dot,th2dot,th3dot,th4dot,th5dot];
```

```
% THDOTDOTt=[th1dotdot,th2dotdot,th3dotdot,th4dotdot,th5dotdot];
```

```
It=[I1,I2,I3,I4,I5];
```

```
YCt=[yc1,yc2,yc3,yc4,yc5];
```

```
VCt=[(vc1(1).^2+vc1(2).^2),(vc2(1).^2+vc2(2).^2),(vc3(1).^2+vc3(2).^2),(vc4(1).^2+vc4(2).^2),
(vc5(1).^2+vc5(2).^2)];
```

```
for i=1:5
```

```
    k(i)=simplify(0.5*Mt(i)*VCt(i)+0.5*It(i)*THDOTt(i).^2);
```

```
    p(i)=simplify(Mt(i)*g*YCt(i));
```

```
end
```

```
K=sum(k);
```

```
P=sum(p);
```

```
L=K-P;
```

```
Equations=Lagrange(L,[th1 th1dot th1dotdot th2 th2dot th2dotdot th3 th3dot th3dotdot th4
th4dot th4dotdot th5 th5dot th5dotdot]);
```

```
T1=Equations(1);
```

```
T2=Equations(2);
```

```
T3=Equations(3);
```

```
T4=Equations(4);
```

```
T5=Equations(5);
```

```
% T=collect(T1,[th1dotdot th2dotdot th3dotdot th4dotdot th5dotdot th1dot.^2 th2dot.^2
th3dot.^2 th4dot.^2 th5dot.^2]);
```

```
[D1,M1]=coeffs(T1,[th1dotdot th2dotdot th3dotdot th4dotdot th5dotdot th1dot th2dot th3dot
th4dot th5dot]);
```

```
[D2,M2]=coeffs(T2,[th1dotdot th2dotdot th3dotdot th4dotdot th5dotdot th1dot th2dot th3dot
th4dot th5dot]);
```

```
[D3,M3]=coeffs(T3,[th1dotdot th2dotdot th3dotdot th4dotdot th5dotdot th1dot th2dot th3dot
th4dot th5dot]);
```

```
[D4,M4]=coeffs(T4,[th1dotdot th2dotdot th3dotdot th4dotdot th5dotdot th1dot th2dot th3dot
th4dot th5dot]);
```

Annexes

```
[D5,M5]=coeffs(T5,[th1dotdot th2dotdot th3dotdot th4dotdot th5dotdot th1dot th2dot th3dot th4dot th5dot]);
```

```
D1=simplify(D1. ');  
D2=simplify(D2. ');  
D3=simplify(D3. ');  
D4=simplify(D4. ');  
D5=simplify(D5. ');
```

Matrice d'inertie

% inertia Matrix

```
M=[ D1(1),D1(2),D1(3),D1(4),D1(5);  
    D2(1),D2(2),D2(3),D2(4),D2(5);  
    D3(1),D3(2),D3(3),0,0;  
    D4(1),D4(2),0,D4(3),D4(4);  
    D5(1),D5(2),0,D5(3),D5(4)];
```

Matrice de corilios

% corilios matrix

```
N=[0*th1dot,D1(6)*th2dot,D1(7)*th3dot,D1(8)*th4dot,D1(9)*th5dot;  
    D2(6)*th1dot,0*th2dot,D2(7)*th3dot,D2(8)*th4dot,D2(9)*th5dot;  
    D3(4)*th1dot,D3(5)*th2dot,0*th3dot,0*th4dot,0*th5dot;  
    D4(5)*th1dot,D4(6)*th2dot,0*th3dot,0*th4dot,D4(7)*th5dot;  
    D5(5)*th1dot,D5(6)*th2dot,0*th3dot,D5(7)*th4dot,0*th5dot]*THDOTt. ';
```

Matrice de gravité

% Gravitational matrix

```
G=[D1(end);D2(end);D3(end);D4(end);D5(end)];
```

End

Fonction Matlab pour transformer le modèle d'angles absolus en modèle d'angle relatif

Les angles relatifs sont les angles reliant l'extension de chaque lien avec le lien adjacent

Les angles relatifs sont indiqués

% Matlab fonction pour transformer le modèle d'angles absolus en modèle d'angle relatif

% Les angles relatifs sont les angles reliant l'extension de chaque lien avec le lien adjacent

% avec le lien adjacent

% Les angles relatifs sont indiqués dans le fichier biped.pdf comme q0,q1,q2,q3,q4

function [Dq,Hq,Gq]=Relative()

syms x y b d1 d2 d3 d4 d5 l1 l2 l3 l4 l5 th1 th2 th3 th4 th5 th1dot th2dot th3dot th4dot th5dot

syms th1dotdot th2dotdot th3dotdot th4dotdot th5dotdot

Annexes

```
syms I1 I2 I3 I4 I5 m1 m2 m3 m4 m5 %Inertia & masses
syms g % gravitational acceleration
syms q0 q1 q2 q3 q4 q0dot q1dot q2dot q3dot q4dot q0dotdot q1dotdot q2dotdot q3dotdot
q4dotdot
```

```
global M N G
```

```
[M,N,G]=Generalized();
```

```
M=subs(M,[th1 th2 th3 th4 th5],[q0 (q0-q1) (q0-q1-q2) (-q0+q1+q2+q3) (-q0+q1+q2+q3-q4)])
;
```

```
N=subs(N,[th1,th2,th3,th4,th5,th1dot,th2dot,th3dot,th4dot,th5dot],...
[q0,(q0-q1),(q0-q1-q2),(-q0+q1+q2+q3),(-q0+q1+q2+q3-q4),...
q0dot,(q0dot-q1dot),(q0dot-q1dot-q2dot),(-q0dot+q1dot+q2dot+q3dot),(-
q0dot+q1dot+q2dot+q3dot-q4dot)]);
```

```
G=subs(G,[th1 th2 th3 th4 th5],[q0 (q0-q1) (q0-q1-q2) (-q0+q1+q2+q3) (-q0+q1+q2+q3-q4)]) ;
```

```
for j=1:5
    A1(j)=M(1,j)+M(2,j)+M(3,j)-M(4,j)-M(5,j);
A2(j)=-M(2,j)-M(3,j)+M(4,j)+M(5,j);
    A3(j)=-M(3,j)+M(4,j)+M(5,j);
    A4(j)=M(4,j)+M(5,j);
A5(j)=-M(5,j);
end
```

Matrice d'inertie de calcul

```
% compute Inertia Matrix
L11=A1(1)+A1(2)+A1(3)-A1(4)-A1(5); % D(1,1)
L12=-A1(2)-A1(3)+A1(4)+A1(5); % D(1,2)
L13=-A1(3)+A1(4)+A1(5); % D(1,3)
L14=A1(4)+A1(5); % D(1,4)
L15=-A1(5); % D(1,5)

L21=A2(1)+A2(2)+A2(3)-A2(4)-A2(5); % D(2,1)
L22=-A2(2)-A2(3)+A2(4)+A2(5); % D(2,2)
L23=-A2(3)+A2(4)+A2(5); % D(2,3)
L24=A2(4)+A2(5); % D(2,4)
L25=-A2(5); % D(2,5)
```

Annexes

```
L31=A3(1)+A3(2)+A3(3)-A3(4)-A3(5); % D(3,1)
L32=-A3(2)-A3(3)+A3(4)+A3(5); % D(3,2)
L33=-A3(3)+A3(4)+A3(5); % D(3,3)
L34=A3(4)+A3(5); % D(3,4)
L35=-A3(5); % D(3,5)
```

```
L41=A4(1)+A4(2)+A4(3)-A4(4)-A4(5); % D(4,1)
L42=-A4(2)-A4(3)+A4(4)+A4(5); % D(4,2)
L43=-A4(3)+A4(4)+A4(5); % D(4,3)
L44=A4(4)+A4(5); % D(4,4)
L45=-A4(5); % D(4,5)
```

```
L51=A5(1)+A5(2)+A5(3)-A5(4)-A5(5); % D(4,1)
L52=-A5(2)-A5(3)+A5(4)+A5(5); % D(4,2)
L53=-A5(3)+A5(4)+A5(5); % D(4,3)
L54=A5(4)+A5(5); % D(4,4)
L55=-A5(5); % D(4,5)
```

```
Dq=[L11,L12,L13,L14,L15;
     L21,L22,L23,L24,L25;
     L31,L32,L33,L34,L35;
     L41,L42,L43,L44,L45;
     L51,L52,L53,L54,L55];
```

calculer la matrice des cotilios

```
% computecotilios matrix
```

```
hq0=N(1)+N(2)+N(3)-N(4)-N(5);
hq1=-N(2)-N(3)+N(4)+N(5);
hq2=-N(3)+N(4)+N(5);
hq3=N(4)+N(5);
hq4=-N(5);
```

```
[E1,F1]=coeffs(hq0,[q0dot q1dot q2dot q3dot q4dot]);
[E2,F2]=coeffs(hq1,[q0dot q1dot q2dot q3dot q4dot]);
[E3,F3]=coeffs(hq2,[q0dot q1dot q2dot q3dot q4dot]);
[E4,F4]=coeffs(hq3,[q0dot q1dot q2dot q3dot q4dot]);
[E5,F5]=coeffs(hq4,[q0dot q1dot q2dot q3dot q4dot]);
```

```
size(F1);
size(F2);
size(F3);
```

Annexes

```
size(F4);
size(F5);
```

```
Hq11=E1(1)*q1dot+E1(2)*q2dot+E1(3)*q3dot+E1(4)*q4dot; %q0dot
Hq12=E1(5)*q1dot+E1(6)*q2dot+E1(7)*q3dot+E1(8)*q4dot; %q1dot
Hq13=E1(9)*q2dot+E1(10)*q3dot+E1(11)*q4dot; %q2dot
Hq14=E1(12)*q3dot+E1(13)*q4dot; %q3dot
Hq15=E1(14)*q4dot; %q4dot
```

```
Hq21=E2(1)*q0dot+E2(2)*q2dot+E2(3)*q3dot+E2(4)*q4dot; %q0dot
Hq22=E2(5)*q2dot+E2(6)*q3dot+E2(7)*q4dot; %q1dot
Hq23=E2(8)*q2dot+E2(9)*q3dot+E2(10)*q4dot; %q2dot
Hq24=E2(11)*q3dot+E2(12)*q4dot; %q3dot
Hq25=E2(13)*q4dot; %q4dot
```

```
Hq31=E3(1)*q0dot+E3(2)*q1dot+E3(3)*q4dot; %q0dot
Hq32=E3(4)*q1dot+E3(5)*q4dot; %q1dot
Hq33=E3(6)*q4dot; %q2dot
Hq34=E3(7)*q4dot; %q3dot
Hq35=E3(8)*q4dot; %q4dot
```

```
Hq41=E4(1)*q0dot+E4(2)*q1dot+E4(3)*q4dot; %q0dot
Hq42=E4(4)*q1dot+E4(5)*q4dot; %q1dot
Hq43=E4(6)*q4dot; %q2dot
Hq44=E4(7)*q4dot; %q3dot
Hq45=E4(8)*q4dot; %q4dot
```

```
Hq51=E5(1)*q0dot+E5(2)*q2dot+E5(3)*q3dot+E5(4)*q4dot; %q0dot
Hq52=E5(5)*q1dot+E5(6)*q2dot+E5(7)*q3dot; %q1dot
Hq53=E5(8)*q2dot+E5(9)*q3dot; %q2dot
Hq54=E5(10)*q3dot; %q3dot
Hq55=0; %q4dot
```

```
Hq=[Hq11,Hq12,Hq13,Hq14,Hq15;
    Hq21,Hq22,Hq23,Hq24,Hq25;
    Hq31,Hq32,Hq33,Hq34,Hq35;
    Hq41,Hq42,Hq43,Hq44,Hq45;
    Hq51,Hq52,Hq53,Hq54,Hq55];
```

calculer le vecteur gravitationnel

```
% computeGravitationalvector
gq0=G(1)+G(2)+G(3)-G(4)-G(5);
```

Annexes

```
gq1=-G(2)-G(3)+G(4)+G(5);
gq2=-G(3)+G(4)+G(5);
gq3=G(4)+G(5);
gq4=-G(5);
```

```
Gq=[gq0;gq1;gq2;gq3;gq4];
```

```
end
```

Lagrange est une fonction qui calcule des équations de mouvement (Lagrange équations) $d/dt(dL/d(dq))- dL/dq=0$. Il utilise le lagrangien qui est une fonction qui résume la dynamique du système.

Symbolic Math Toolbox est requis.

```
% Lagrange is a function that calculate equations of motion (Lagrange's
% equations)  $d/dt(dL/d(dq))- dL/dq=0$ . It Uses the Lagrangian that is a function that
summarizes the
```

```
% dynamics of the system. Symbolic Math Toolbox is required.
```

```
%
```

```
% Equations=Lagrange(Lag,V)
```

```
%
```

```
% Lag = Lagrange of the system (symbolic).
```

```
% V = System Variables (symbolic) [q1 dq1 ddq1 q2 dq2 ddq2... qn dqn
```

```
% ddqn].
```

```
% Equations = [1 X DOF] (Degrees of freedom of the system).
```

```
%
```

```
%
```

```
*****Exemples*****
```

```
*Masse décroissante*
```

```
% *****Examples*****
```

```
% *Falling mass*
```

```
%
```

```
% syms x dx ddx t m %Define the symbolic variables.
```

```
%  $L=0.5*m*dx^2 + m*g*x$ ; %Define the Lagragian.
```

```
% Equations=Lagrange(L,[x dx ddx]) %Calculate the equations
```

```
%
```

```
% returns  $m*ddx-g*m$ 
```

```
%
```

```
*Pendule sur un support mobile*
```

```
% *Pendulum on a movable support*
```

```
%
```

```
% syms x dx ddx theta dthetaddtheta t m M %Define the symbolic variables.
```

Annexes

```
%
% L=0.5*(M+m)+dx^2+ m*dx*1*dtheta*cos(theta)+ ...
% 0.5*m*1^2*dtheta^2+m*g*1*cos(theta)      %Define the Lagragian.
% Equations=Lagrange(L,[theta,dtheta,ddtheta,x,dx,ddx]) %Calculate the
% equations
%
% returns [ m*1*(ddx*cos(theta)+1*ddtheta+g*sin(theta)),
%          2*ddx+m*1*ddtheta*cos(theta)-m*1*dtheta^2*sin(theta)]

function [M]=Lagrange(Lag,V)
syms t;
Var=length(V)/3;
Vt=V;
    for cont0=1:1:Var
Vt(cont0*3-2)=strcat('f',num2str(cont0),'(t)');
        Vt(cont0*3-1)=diff(Vt((cont0*3)-2),t);
        Vt(cont0*3)=diff(Vt((cont0*3)-2),t,2);
    end
    for cont0=1:1:Var
        L1=simplify(diff(Lag,V(cont0*3-1)));
        L2=simplify(diff(Lag,V(cont0*3-2)));
    Dposx=L1;

        for cont=1:1:Var*3
Dposx=subs(Dposx,V(cont),Vt(cont));
    end
        L1=diff(Dposx,t);

        for cont=Var*3:-1:1      %
            L1=subs(L1,Vt(cont),V(cont));
        end
        L1F=L1-L2;
        L1F=simplify(expand(L1F));
        L1F=collect(L1F,Vt(cont0*3));% *****
        M(cont0)=L1F;
    end
end
```