التمرين 01 (12 نقاط)

لكل حالة مما يأتي خيار واحد صحيح، حدده مع التعليل:

I) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $2045x - 64y = 1$ .....(1) ذات المجهولين الصحيحين x و y

① $PGCD(2045,64)$ — أ) 1 — ب) 2 — ج) 3

② حلا خاصا للمعادلة (1) — أ) $(21,671)$ — ب) $(22,672)$ — ج) $(23,673)$

③ إذن مجموعة حلول أ) $\{(64k+21;2045k+671)\}$ — ب) $\{(64k+21;2045k+671)\}$

II) في $\mathbb{R}$ المعادلة : $|x+2|+|x-5|=11$ مجموعة حلول

أ) $S=\{-4;7\}$ — ب) $S=[-4;7]$ — ج) $S=\{-1;2\}$

III) علما الساعة المطلوبة هي n حيث $0 \leq n < 24$. كم كانت تشير الساعة حيث :

أ / بعد 112 الساعة أشارت الثالثة ؟ ب/ قبل 163 الساعة أشارت الثالثة ؟ مع ذكر صباحا أم مساء .

التمرين 02 (06 نقاط)

حدد حقيقة العبارات التالية :

1) $\forall x \in IR \quad x^2 \geq x$

2) $\exists n \in IN \quad 2n+5=20$

3) $\forall x \in IR \ \forall y \in IR \quad |x+y|=|x|+|y|$

4) $\exists x \in IR \quad x^2 - x + 1 = 0$

5) $\forall x \in IR \quad x^2 > 1 \Rightarrow x > 1$

6) $\exists n \in IN \quad n^2 = 7$

التمرين 03 (3 نقاط)

1. عين تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5

2. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^{4039} على 5

"ثق بنفسك ، أنت تعرف أكثر مما تعتقد أنك تعرفه" – بنيامين سبوك
Trust yourself, you know more than you think you do
– Benjamin Spock

Prof B.Bahri-2026

حل — نص التمرين : 1

I) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $2045x-64y=1 \ldots\ldots(1)$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

① $PGCD(2045,64)$ — 1

② حلا خاصا للمعادلة (1) — $(21,671)$

③ إذن مجموعة حلول $\{(64k+21;2045k+671)\}$

II) في $\mathbb{R}$ المعادلة : $|x+2|+|x-5|=11$ مجموعة حلول

$S=\{-4;7\}$

حل : الساعة المطلوبة هي n حيث $0 \le n < 24$.

أ/ $n \equiv 3+112[24]$ ، ومنه $n \equiv 115[24]$ أي $n \equiv 19[24]$ إذن الساعة كانت تشير إلى السابعة مساء .

ب/ $n \equiv 3-163[24]$ ، ومنه $n \equiv -160[24]$ أي $n \equiv 8[24]$ إذن الساعة كانت تشير إلى الثامنة صباحا .

حل — نص التمرين : 2

1) $\forall x \in IR \quad x^2 \ge x$

بأخذ : $x=\frac{1}{2}$ سنجد أن $\frac{1}{4} \ge \frac{1}{2}$ ما يعني خطأ العبارة

2) $\exists n \in IN \quad 2n+5=20$

العبارة المقترحة تكافئ : $\exists n \in IN \quad n=\frac{15}{2}=7,5$ مما يبين خطأ العبارة

3) $\forall x \in IR \ \forall y \in IR \quad |x+y|=|x|+|y|$

بأخذ $x=7$ و $y=-7$ سنجد أن : $0=7+7$ وهذا غير صحيح، إذن هذه العبارة غير صحيحة.

4) $\exists x \in IR \quad x^2-x+1=0$

بحساب المحددة $\Delta=1-4=-3<0$ نستنتج أن المعادلة $x^2-x+1=0$ لا حل لها في IR مما يعني عدم صحة العبارة.

5) $\forall x \in IR \quad x^2>1 \Rightarrow x>1$

بأخذ $x=-3$ سنجد أن $x^2=9>1$ لكن مع ذلك $x \le 1$ مما يعني أيضا عدم صحة هذه العبارة.

6) $\exists n \in IN \quad n^2=7$

بما أن : $4<7<9$ (أي أن 7 محصور بين مربعين كاملين متتابعين) فلا يمكن أن يكون مربعا كاملا
إذن العبارة غير صحيحة

حل

نص التمرين : 3

1. تعيين بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 :

نلاحظ أن بواقي القسمة تشكل متتالية دورية و دورها 4

" أي دور القسمة هو من الشكل $4k$ مع $k \in \mathbb{N}$ "

$n=0$ $3^0 \equiv 1[5]$

$n=1$ $3^1 \equiv 3[5]$

$n=2$ $3^2 \equiv 4[5]$

$n=3$ $3^3 \equiv 2[5]$

$n=4$ $3^4 \equiv 1[5]$

نلخص هذه الموافقات في الجدول الآتي:

n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$	
$3^n \equiv$	1	3	4	2	[5]

2. إستنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^{4039} على 5 :

لدينا : $4039 = 4 \times 1009 + 3$ هي من الشكل $4k+3$ إذن من الجدول $3^n \equiv 2[5]$

و منه باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^{4039} على 5 هو 2 .

"ثق بنفسك ، أنت تعرف أكثر مما تعتقد أنك تعرفه" – بنيامين سبوك

Trust yourself, you know more than you think you do

– Benjamin Spock