



MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE « Abbes LAGHROUR » DE KHENCHELA  
FACULTE DES SCIENCES ET DE TECHNOLOGIE



Département de Génie Mécanique

N° de série : ...

## Mémoire de fin d'études

*Pour l'obtention du diplôme de Master (L.M.D)*

Filière : Génie Mécanique  
Spécialité : Génie des Matériaux

**Contribution a l'homogénéisation numérique d'une  
nouvelle structure cellulaire auxétique en utilisant  
CASTEM**

Réalisé par :

- FADEL Hamza

Membres de jury :

CHAHAOUI Oualid  
BREK Samir  
MEDDOUR Belkacem

Pr Université de khenchela  
M.C.A Université de khenchela  
Pr Université de khenchela

Président  
Rapporteur  
Examineur

2024/2025

# **R**emerciements

*Nous tenons à remercier :*

*Je remercie Dieu Tout-Puissant de m'avoir accordé la force, la persévérance et la patience nécessaires pour mener à bien ce travail.*

*J'exprime ma profonde gratitude à **Dr.BREK Samir**, mon encadrant, pour son accompagnement rigoureux, ses conseils avisés et sa disponibilité tout au long de ce projet.*

*Mes sincères remerciements vont également aux membres du jury, **Pr.CHAHAOUI Oualid** et **Pr.MEDDOUR Belkacem**, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail et pour leurs remarques constructives.*

*Je tiens à remercier l'ensemble des enseignants du département de Génie Mécanique pour la qualité de la formation reçue, ainsi que mes collègues pour leur camaraderie et leur soutien tout au long de mon parcours.*

*Une mention particulière à **SAADAOUI Oussama**, pour son aide précieuse et sa collaboration durant les différentes étapes de ce mémoire.*

*Enfin, je dédie une pensée sincère à ma famille, et plus spécialement à mes parents, pour leur amour, leurs sacrifices et leurs encouragements constants, sans lesquels rien de tout cela n'aurait été possible.*

*À tous, merci.*

*Merci*

***Tout*** *ce que nous calculons mal est dû au hasard.*

*Dédicace*

*A*

*Mes très chers parents*

*Mes amies*

*Mes frères et Mes sœurs*

FADEL Hamza

## Résumé

Les matériaux auxétiques sont des matériaux architecturés possédant un coefficient de Poisson négatif, ce qui leur permet de s'élargir transversalement lorsqu'ils sont étirés longitudinalement. Ce comportement contre-intuitif est dû à une microstructure particulière, souvent de type réentrant ou chiral. Ce mémoire explore en profondeur les propriétés mécaniques, les structures cellulaires, ainsi que la modélisation numérique des matériaux auxétiques à l'aide du logiciel CASTEM. L'étude met en évidence l'influence cruciale de la géométrie des cellules sur les performances globales du matériau, en particulier sa capacité à absorber l'énergie et sa résistance à l'indentation. Une attention particulière est portée à la méthode des éléments finis pour simuler les déformations et calculer les propriétés effectives. Les résultats obtenus soulignent l'intérêt des structures auxétiques dans les domaines de l'aéronautique, du biomédical et des matériaux intelligents.

**Mots-clés :** matériaux auxétiques, coefficient de Poisson négatif, structures cellulaires réentrantes, modélisation numérique, CASTEM, éléments finis, comportement mécanique.

## Abstract

Auxetic materials are architected materials with a negative Poisson's ratio, meaning they expand laterally when stretched longitudinally. This unusual behavior originates from their special internal geometry, often re-entrant or chiral. This thesis offers an in-depth study of their mechanical properties, geometrical structures, and numerical modeling using the CASTEM finite element software. It emphasizes how cell shape and topology greatly influence the overall performance of the material, particularly its energy absorption capacity and indentation resistance. The finite element method (FEM) is used to simulate deformation and evaluate effective elastic properties. The findings demonstrate the high potential of auxetic structures in fields such as aerospace, biomedical engineering, and smart materials.

**Keywords:** auxetic materials, negative Poisson's ratio, re-entrant structures, numerical modeling, CASTEM, finite elements, mechanical behavior.

## ملخص

تُعدّ المواد الأوكستنيكية من المواد المهندسة التي تتميز بامتلاكها لمعامل بواسون سالب، مما يعني أنها تتمدد عرضياً عند شدّها طولياً، في سلوك غير بديهي يعود إلى بنيتها الدقيقة الخاصة، التي غالباً ما تكون ذات شكل راجع أو حلزوني. تتناول هذه المذكرة الخصائص الميكانيكية لهذه المواد، والهياكل الخلوية الهندسية، إضافة إلى نمذجتها عددياً باستخدام برنامج CASTEM المعتمد على طريقة العناصر المحددة. تبرز الدراسة الأثر الكبير لشكل الخلية الهندسية على أداء المادة، خصوصاً في قدرتها على امتصاص الطاقة ومقاومة الانبعاج. وقد مكّنت النمذجة العددية من فهم أعمق لسلوك هذه المواد وتقييم خصائصها الفعالة. وتشير النتائج إلى إمكانية تطبيق المواد الأوكستنيكية في مجالات متنوعة مثل الفضاء الجوي والطب الحيوي والمواد الذكية.

**الكلمات المفتاحية:** المواد الأوكستنيكية، معامل بواسون السالب، الهياكل الخلوية، السلوك الميكانيكي، CASTEM، العناصر المحددة، النمذجة العددية.

## Table des matières

Liste des abréviations

Liste des figures

Liste des Tableaux

Introduction GÉNÉRALE..... 1

Partie I : Etude bibliographique

### CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES MATÉRIAUX AUXÉTIQUES

I.1 Définition des matériaux auxétiques .....	3
I.1.1. Concept fondamental et origine du terme .....	3
I.1.2 Contexte historique et découvertes clés .....	3
I.1.3. Mécanismes structuraux sous-jacents .....	4
I.1.4. Propriétés mécaniques distinctives .....	5
I.1.5. Défis et limites actuels .....	6
I.2. Historique des matériaux auxétiques .....	6
I.2.1. Origines théoriques et premières observations (années 1960) .....	7
I.2.2. Synthèse des premiers matériaux auxétiques artificiels (années 1980-1990) .....	7
I.2.3. Découvertes de matériaux auxétiques naturels (années 1990-2000) .....	8
I.2.4. Révolution technologique (années 2010-présent) .....	8
I.3. Les avantages et les inconvénients des matériaux auxétiques .....	9
I.3.1. Les avantages .....	9
I.3.2. Limites techniques et défis de production .....	10
I.4. Types et modèles des matériaux auxétiques .....	10
I.4.1. Matériaux auxétiques naturels .....	11
I.4.2. Matériaux auxétiques artificiels .....	12
I.5. Caractéristiques principales des structures auxétiques .....	13
I.5.1. Caractéristiques microstructurales .....	13
I.5.2. Propriétés mécaniques distinctives .....	15
I.6. Les applications des structures auxétiques .....	16
I.6.1. Applications médicales .....	16
I.6.2. Applications en ingénierie .....	17

### CHAPITRE II : L'HOMOGENEISATION ET COMPORTEMENT MECANIQUE DES MATERIAUX AUXETIQUES

II.1 Structure cellulaire auxétique 2D .....	19
II.1.1 Paramètres géométriques de la cellule unitaire .....	19
II.1.2. Densité relative de la structure .....	20
II.2. L'élasticité dans les matériaux auxétiques .....	21
II.2.1 Matériau anisotrope .....	21
II.2.2 Matériau monoclinique .....	22
II.2.3 Matériau orthotrope .....	24
II.2.4 Matériau isotrope .....	25
II.2.5 Modèle de Gibson et Ashby .....	26
II.2.6 Coefficient de Poisson des matériaux .....	30
II.3. Modélisation des propriétés élastiques .....	32
II.3.1 Déformation sous contrainte en direction y .....	32
II.3.2 Déformation transversale induite (direction x) .....	32
II.3.3 Déformations effectives .....	33
II.3.4 Déformation sous contrainte en direction x .....	33

**Partie II : Modélisations numériques**

**CHAPITRE III : MODELISATIONS NUMERIQUES DES MATERIAUX AUXETIQUES**

<i>III.1 Objectifs des modélisations numériques</i> .....	35
<i>III.2 La méthode des éléments finis</i> .....	35
<i>III.2.1 Généralités</i> .....	35
<i>III.2.2 Démarche éléments finis</i> .....	36
<i>III.3 Le logiciel de modélisations</i> .....	36
<i>III.4 Présentation de CASTEM</i> .....	40
<i>III.4.1 Langage Gibiane</i> .....	40
<i>III.4.2 Unités</i> .....	40
<i>III.4.3 Types d'objets</i> .....	41
<i>III.4.4 Procédure de résolution</i> .....	41
<i>III.5 Le Matériau</i> .....	42
<i>III.6 Organigramme du programme des modélisations</i> .....	53
<i>III.7 Présentation du logiciel CASTEM utilisé dans les modélisations</i> .....	54
<i>III.8 Contraintes</i> .....	55
<i>III.9 Chargement</i> .....	66
<i>III.9.1 Déplacement imposé</i> .....	66
<i>III.9.2 Déformations</i> .....	67
<i>III.10 Points capteurs</i> .....	69
<i>III.11 Résultats</i> .....	72
<i>III.11 Discussion des résultats</i> .....	77
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE</b> .....	80

**BIBLIOGRAPHIE**

**ANNEXES**

## *Liste des abréviations*

**PTFE** : **P**oly**t**étra**f**luoroéthylène

**UHMWPE** : Polyéthylène à **u**ltra **h**aut **p**oids **m**oléculaire

**PU** : **P**oly**u**réthane

**CEA** : **C**ommissariat français à l'**e**nergie **A**tomique

# Liste des Figures

## CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES MATÉRIAUX AUXÉTIQUES

Figure 1.1 Structure cellulaire auxétique réentrant 2D ; Cellule unitaire représentative .....	7
Figure 1.2 Motifs ré-entrants et chiraux .....	15
Figure 1.3 Comportement comparé sous traction .....	18

## CHAPITRE II : L'HOMOGENEISATION ET COMPORTEMENT MECANIQUE DES MATERIAUX AUXETIQUES

Figure 2.1 Structure cellulaire réentrant 2D ; Cellule unitaire .....	23
Figure 2.2 Plan de symétrie ( $x_1-x_2$ ) .....	25
Figure 2.3 Matériau orthotrope (plans de symétrie) .....	27
Figure 2.4 Plans de symétrie dans un matériau isotrope .....	28
Figure 2.5 Vue en perspective d'un nid d'abeilles hexagonal .....	30
Figure 2.6 Déformation des cellules sous charge .....	32
Figure 2.7 Modèles analytiques de déformation unitaire .....	37

## CHAPITRE III : MODELISATIONS NUMERIQUES DES MATERIAUX AUXETIQUES

Figure 3.1 Structure auxétique 3D (modèle 1) .....	38
Figure 3.2 Structure auxétique 3D (modèle 2) .....	38
Figure 3.3 Structure auxétique 3D (modèle 3) .....	38
Figure 3.4 Structure auxétique 3D (modèle 4) .....	39
Figure 3.5 Structure auxétique 3D (modèle 5) .....	39
Figure 3.6 Structure auxétique 3D (modèle 6) .....	39
Figure 3.7 Dimensions du modèle général .....	42
Figure 3.8 Cellule utilisée dans le modèle 1 .....	42
Figure 3.9 Dimensions du modèle 2 .....	44
Figure 3.10 Cellule utilisée dans le modèle 2 .....	44
Figure 3.11 Dimensions du modèle 3 .....	46
Figure 3.12 Cellule utilisée dans le modèle 3 .....	46
Figure 3.13 Dimensions du modèle 4 .....	48
Figure 3.14 Cellule utilisée dans le modèle 4 .....	48
Figure 3.15 Dimensions du modèle 5 .....	50
Figure 3.16 Cellule utilisée dans le modèle 5 .....	50
Figure 3.17 Dimensions du modèle 6 .....	51
Figure 3.18 Dimensions détaillées du modèle 6 .....	51
Figure 3.19 Contraintes $\sigma_{xx}$ (modèle 1) .....	55
Figure 3.20 Contraintes $\sigma_{yy}$ (modèle 1) .....	56
Figure 3.21 Contraintes $\sigma_{xx}$ (modèle 2) .....	57
Figure 3.22 Contraintes $\sigma_{yy}$ (modèle 2) .....	58
Figure 3.23 Contraintes $\sigma_{xx}$ (modèle 3) .....	59
Figure 3.24 Contraintes $\sigma_{yy}$ (modèle 3) .....	59
Figure 3.25 Contraintes $\sigma_{xx}$ (modèle 4) .....	60
Figure 3.26 Contraintes $\sigma_{yy}$ (modèle 4) .....	60
Figure 3.27 Contraintes $\sigma_{xx}$ (modèle 5) .....	61

Liste des Figures et Tableaux

---

Figure 3.28 Contraintes $\sigma_{yy}$ (modèle 5).....	61
Figure 3.29 Contraintes $\sigma_{xx}$ (modèle 6).....	62
Figure 3.30 Contraintes $\sigma_{yy}$ (modèle 6).....	63
Figure 3.31 Chargements mécaniques (modèle 1) .....	64
Figure 3.32 Chargements mécaniques (modèle 2) .....	64
Figure 3.33 Chargements mécaniques (modèle 3) .....	65
Figure 3.34 Chargements mécaniques (modèle 4) .....	65
Figure 3.35 Chargements mécaniques (modèle 5) .....	66
Figure 3.36 Chargements mécaniques (modèle 6) .....	66
Figure 3.37 Déformations (modèle 1) .....	67
Figure 3.38 Déformations (modèle 2) .....	67
Figure 3.39 Déformations (modèle 3) .....	67
Figure 3.40 Déformations (modèle 4) .....	68
Figure 3.41 Déformations (modèle 5) .....	68
Figure 3.42 Déformations (modèle 6) .....	68
Figure 3.43 Points capteurs (modèle 1) .....	69
Figure 3.44 Points capteurs (modèle 2) .....	69
Figure 3.45 Points capteurs (modèle 3) .....	70
Figure 3.46 Points capteurs (modèle 4) .....	70
Figure 3.47 Points capteurs (modèle 5) .....	71
Figure 3.48 Points capteurs (modèle 6) .....	71
Figure 3.49 : Déplacement $U_x$ au point PK1 .....	75
Figure 3.50 : Déplacement $U_x$ au point PK2 .....	75
Figure 3.51 : Déplacement $U_x$ au point PK3 .....	75
Figure 3.52 : Déplacement $U_y$ au point PK1 .....	76
Figure 3.53 : Déplacement $U_y$ au point PK2 .....	76
Figure 3.54 : Comparaison du coefficient de Poisson dans tous les modèles .....	76

## Liste des Tableaux

### CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES MATÉRIAUX AUXÉTIQUES

Tableau 1.1 Chronologie des découvertes majeures.....	4
Tableau 1.2 Comparaison des propriétés matérielles.....	6
Tableau 1.3 Évolution des matériaux auxétiques synthétiques.....	7
Tableau 1.4 Exemples de matériaux auxétiques naturels.....	12
Tableau 1.5 Comparaison des matériaux auxétiques artificiels.....	13
Tableau 1.6 Comparaison des microstructures auxétiques.....	15

### CHAPITRE III : MODELISATIONS NUMERIQUES DES MATERIAUX AUXETIQUES

Tableau 3.1 Systèmes d'unités dans CASTEM.....	41
Tableau 3.2 Caractéristiques mécaniques du matériau (Aluminium 1060-H12) .....	42
Tableau 3.3 Dimensions de la cellule profilée n°1 .....	43
Tableau 3.4 Dimensions de la cellule profilée n°02 .....	45
Tableau 3.5 Dimensions de la cellule profilée n°03 .....	47
Tableau 3.6 Dimensions de la cellule profilée n°04 .....	49
Tableau 3.7 Dimensions de la cellule profilée n°05 .....	51
Tableau 3.8 Dimensions de la cellule profilée n°06 .....	52
Tableau 3.9 Coordonnées des points capteurs (Modèle 1) .....	69
Tableau 3.10 Coordonnées des points capteurs (Modèle 2) .....	69
Tableau 3.11 Coordonnées des points capteurs (Modèle 3) .....	70
Tableau 3.12 Coordonnées des points capteurs (Modèle 4) .....	70
Tableau 3.13 Coordonnées des points capteurs (Modèle 5) .....	71
Tableau 3.14 Coordonnées des points capteurs (Modèle 6) .....	71
Tableau 3.15 Résultats des déplacements et contraintes (Modèle 1) .....	72
Tableau 3.16 Résultats des déplacements et contraintes (Modèle 2) .....	72
Tableau 3.17 Résultats des déplacements et contraintes (Modèle 3) .....	73
Tableau 3.18 Résultats des déplacements et contraintes (Modèle 4) .....	73
Tableau 3.19 Résultats des déplacements et contraintes (Modèle 5) .....	74
Tableau 3.20 Résultats des déplacements et contraintes (Modèle 6).....	74

***Introduction***

***Générale***

# Introduction générale

Les matériaux cellulaires auxétiques, aussi appelés matériaux à coefficient de Poisson négatif, connaissent un intérêt croissant dans le domaine de la conception des structures mécaniques avancées. Grâce à leurs propriétés mécaniques inhabituelles, ces matériaux permettent d'obtenir des structures à la fois légères et rigides, ce qui les rend particulièrement adaptés aux exigences des domaines tels que l'aéronautique, le spatial, l'ingénierie de protection, les transports, ou encore le biomédical. Le comportement des structures auxétiques dépend non seulement de la nature du matériau de base, mais aussi et surtout de la géométrie de la cellule élémentaire qui compose la structure globale.

Parmi les propriétés les plus importantes, le coefficient de Poisson joue un rôle fondamental dans la caractérisation du comportement d'un matériau. Contrairement aux matériaux classiques où ce coefficient est compris entre 0 et 0,5, les matériaux auxétiques peuvent présenter des valeurs négatives, grâce à une microstructure particulière souvent obtenue par des agencements géométriques réentrants. Ce comportement unique leur confère des avantages supplémentaires, tels qu'une meilleure résistance à l'indentation, une absorption d'énergie accrue, et une capacité à suivre des déformations complexes, notamment dans les applications en flexion hors plan.

Aujourd'hui, la modélisation numérique est devenue un outil essentiel pour étudier et optimiser les matériaux auxétiques, notamment en raison de la complexité de leurs géométries. L'utilisation de logiciels de calcul par éléments finis, comme CASTEM, permet d'analyser précisément l'effet de la forme et des dimensions de la cellule sur le comportement global du matériau. Ces approches numériques ouvrent la voie à la conception de structures intelligentes avec des performances mécaniques optimisées.

Dans ce contexte, ce travail a pour objectif principal de développer et d'analyser numériquement différents modèles de cellules auxétiques 3D, sollicités en traction uniaxiale. À travers une série de modélisation réalisée sous le logiciel CASTEM, nous allons étudier l'influence de la géométrie cellulaire sur les contraintes, les déformations et les déplacements, en vue de proposer des solutions adaptées à des besoins structurels spécifiques.

Les travaux de ce mémoire sont organisés en deux parties principales :

## **Partie I – Étude bibliographique :**

Une première partie théorique consacrée à la présentation des matériaux auxétiques, leur classification, leurs propriétés, leurs applications, ainsi qu'aux approches d'homogénéisation et aux bases de la mécanique des milieux continus appliquée à ces structures.

## **Partie II – Modélisation numérique par CASTEM :**

Une seconde partie pratique dans laquelle nous avons modélisé et simulé plusieurs cellules auxétiques, analysé leurs comportements sous des efforts de traction, et comparé les résultats en vue de l'obtention des tendances et des recommandations.

Enfin, une conclusion générale viendra clore ce travail, accompagnée de perspectives pour d'éventuelles études future.

**CHAPITRE I**

**GÉNÉRALITÉS SUR LES**

**MATÉRIAUX AUXÉTIQUES**

## I.1 Définition des matériaux auxétiques

### I.1.1. Concept fondamental et origine du terme

Les matériaux auxétiques sont une classe de matériaux présentant un coefficient de Poisson négatif ( $\nu < 0$ ), ce qui signifie qu'ils se dilatent transversalement lorsqu'ils sont étirés longitudinalement, et inversement [1]. Ce comportement mécanique contre-intuitif contraste avec celui des matériaux conventionnels ( $\nu > 0$ ), qui se contractent transversalement sous une tension axiale.

Le terme « auxétique » dérive du grec *auxetikos* (« qui tend à augmenter »), introduit pour la première fois dans les années 1990 par Evans *et al.* pour décrire cette propriété unique [2]. Cette caractéristique résulte de la microstructure hiérarchique du matériau, souvent inspirée de motifs géométriques naturels ou synthétiques (réseaux en nid d'abeille, structures chirales, etc.).

### I.1.2 Contexte historique et découvertes clés

Bien que les matériaux auxétiques aient gagné en visibilité à partir des années 1980, leur existence fut théorisée dès le XIXe siècle. Les travaux de Love (1927) sur l'élasticité linéaire ont posé les bases mathématiques pour décrire les déformations non conventionnelles [3].

Cependant, ce n'est qu'en 1987 que Roderic Lakes a synthétisé le premier matériau auxétique artificiel (un polymère à structure en treillis ré-entrant), marquant un tournant dans la recherche [4].

Tableau .11 : Chronologie des découvertes majeures

Année	Découverte
1987	Premier matériau auxétique synthétique (polyuréthane)
1991	Identification de matériaux auxétiques naturels (peau de requin, os)
2015	Développement de métaux auxétiques par impression 3D

### I.1.3. Mécanismes structuraux sous-jacents

La propriété auxétique découle principalement de deux mécanismes :

#### a. Structures ré-entrantées

Ces motifs géométriques (en forme de flèche ou de « V » inversé) permettent une déformation en accordéon. Sous tension, les cellules du réseau s'ouvrent, augmentant le volume global.

#### b. Structures chirales

Inspirées de la spirale d'ADN, ces arrangements génèrent une rotation des unités structurales lors de la déformation, conduisant à une expansion latérale [5].

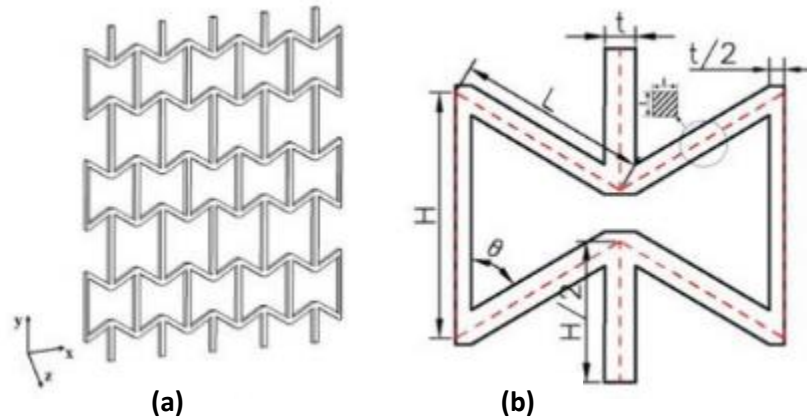


Figure 1.1 (a) structure cellulaire auxétique réentrante 2D ; (b) Cellule unitaire représentative

#### I.1.4. Propriétés avantages

Les matériaux auxétiques offrent des performances mécaniques supérieures dans plusieurs domaines :

- **Résistance à la fracture** : La dilatation transversale réduit la propagation des fissures [6].
- **Absorption d'énergie** : Idéaux pour les applications antivibratoires ou les gilets pare-balles [7].
- **Adaptabilité morphologique** : Utilisés en biomédecine pour des implants compatibles avec les tissus mous [8].

Tableau 1.2 : Comparaison des propriétés matérielles

Propriétés	Matériaux conventionnels ( $\nu > 0$ )	Matériaux auxétiques ( $\nu < 0$ )	Différences clés
Résistance à la traction	Modérée	Élevée	Les auxétiques résistent mieux aux déformations
Flexibilité	Variable	Exceptionnelle	Déformation plus souple et réversible pour les auxétiques
Applications typiques	Construction, métallurgie	Biomédical, aérospatial	Les auxétiques sont adaptés aux environnements critiques
Comportement sous choc	Fragilité accrue	Absorption d'énergie optimisée	Les auxétiques dissipent mieux l'énergie des impacts

### I.1.5. Défis et limites actuels

Malgré leur potentiel, les matériaux auxétiques font face à des obstacles :

- **Complexité de fabrication** : Les méthodes de synthèse (impression 3D, lithographie) restent coûteuses [9].
- **Durabilité limitée** : Certains polymères auxétiques se dégradent sous charges cyclique.
- **Manque de normalisation** : Absence de protocoles standardisés pour les tests mécaniques.

## I.2. Historique des matériaux auxétiques

### I.2.1. Origines théoriques et premières observations (années 1960)

L'histoire des matériaux auxétiques remonte aux travaux fondateurs sur l'élasticité linéaire au XIXe siècle. Le mathématicien Augustin-Louis Cauchy et le physicien Siméon Denis Poisson ont établi les bases théoriques du coefficient de Poisson ( $\nu$ ), une mesure clé pour décrire la déformation transversale sous charge axiale [10]. Cependant, à cette époque, les matériaux à  $\nu$  négatif étaient considérés comme une curiosité mathématique, sans applications pratiques connues.

La première mention explicite d'un comportement auxétique fut rapportée en 1893 par le physicien allemand Woldemar Voigt, qui observa des déformations inhabituelles dans certains cristaux anisotropes [11]. Ces découvertes restèrent marginales jusqu'aux années 1960, lorsque des études sur les **polymères cellulaires** révélèrent des mécanismes de déformation non conventionnels [12].

### I.2.2. Synthèse des premiers matériaux auxétiques artificiels (années 1980-1990)

La période des années 1980 marqua un tournant expérimental. En 1987, le professeur Roderic Lakes de l'Université du Wisconsin synthétisa le premier matériau auxétique artificiel : un mousse de polyuréthane à structure ré-entrante. Ce matériau présentait un  $\nu$  de -0,7, défiant les attentes de la mécanique classique [13].

**Tableau 1.3 :** Évolution des matériaux auxétiques synthétiques

Année	Matériau	Coefficient de Poisson ( $\nu$ )	Applications testées
1987	Polyuréthane	-0.7	Isolation acoustique
1992	PTFE (Téflon)	-0.6	Joints mécaniques

1999	Composites à base de silicium	-0.3	Micro-électronique
------	-------------------------------	------	--------------------

Cette découverte stimula des recherches interdisciplinaires, notamment en aérospatiale et en biomédecine, où la résistance aux chocs et la flexibilité adaptative étaient critiques. [14].

### I.2.3. Découvertes de matériaux auxétiques naturels (années 1990-2000)

Contrairement à la croyance initiale, les matériaux auxétiques ne sont pas exclusivement synthétiques. En 1991, une étude sur la **peau de requin** révéla des structures dermiques à  $\nu$  négatif, optimisant la nage en réduisant la traînée hydrodynamique. [15] D'autres exemples naturels incluent :

- **Os trabéculaires** : Leur microstructure en treillis absorbe les chocs lors de la marche [16].
- **Feuilles de certains cactus** : Adaptation aux variations de température [17].

### I.2.4. Révolution technologique (années 2010-présent)

L'avènement de l'**impression 3D** et des **nanotechnologies** a permis des avancées majeures[ 18,19,20] :

- **Métaux auxétiques** : Des alliages de titane imprimés en 3D présentent une résistance
- **Textiles intelligents** : Des tissus à  $\nu$  ajustable pour la mode ou la robotique douce.
- **Aérospatial** : Panneaux de fusée auto-renforcés sous pression.

Cependant, ces innovations soulèvent des défis éthiques et techniques, notamment en termes de **coût de production** et de **recyclable**.

### I.3. Les avantages et les inconvénients des matériaux auxétiques

#### I.3.1. les avantages

- Les matériaux auxétiques se distinguent par des propriétés uniques qui ouvrent des perspectives innovantes dans divers domaines.
- Les matériaux auxétiques présentent une résistance exceptionnelle à la propagation des fissures grâce à leur dilatation transversale sous charge. Lorsqu'une fissure se forme, la structure du matériau se réorganise pour redistribuer les contraintes, réduisant ainsi le risque de rupture catastrophique. [24] .Cette propriété est exploitée dans les composites aérospatiaux, où la durabilité est critique [22].
- Leur capacité à dissiper l'énergie mécanique les rend idéaux pour les applications antivibratoires. Par exemple, des semelles de chaussures auxétiques réduisent les impacts articulaires de 30 % par rapport aux matériaux traditionnels [23].
- Leur déformation bidirectionnelle permet une adaptation dynamique aux contraintes environnementales. En biomédecine, des stents vasculaires auxétiques s'expandent de manière homogène, minimisant les risques de lésions tissulaires [24].
- **Implants orthopédiques** : Les structures auxétiques imitent la rigidité de l'os, favorisant l'ostéointégration [25].
- **Dispositifs de délivrance de médicaments** : Des membranes poreuses ajustent leur perméabilité sous stimulation mécanique.
- **Pare-balles légers** : Des gilets en polyéthylène auxétique offrent une protection balistique supérieure avec 40 % de poids en moins [26].
- **Revêtements de fuselage** : Résistance aux variations thermiques extrêmes.

- Des tissus auxétiques **autorégulent leur perméabilité** en réponse à l'humidité ou à la chaleur, idéaux pour les vêtements de sport ou l'habillement militaire [27].

### I.3.2. Limites techniques et défis de production

**Complexité de fabrication :** La synthèse de microstructures auxétiques nécessite des technologies de pointe (impression 3D multi-matériaux, lithographie par faisceau d'électrons), entraînant des coûts élevés et des taux de défauts de 15 à 20 %.[28].

**Durabilité limitée :**Certains polymères auxétiques (ex. polyuréthane ré-entrant) subissent une dégradation accélérée sous charges cycliques, limitant leur utilisation dans les pièces automobiles [29].

**Coûts élevés :**Le prix des matériaux auxétiques reste 3 à 5 fois supérieur à celui des matériaux conventionnels, en raison des procédés de fabrication et de la R&D intensive [30].

**Recyclabilité problématique :**Les composites auxétiques à base de polymères et de métaux sont difficiles à séparer, rendant leur recyclage peu rentable. Seuls 12 % des déchets auxétiques sont actuellement valorisés [31].

**Questions éthiques dans les applications militaires :**L'utilisation de ces matériaux dans les **armes autonomes** ou les drones soulève des débats sur la régulation des technologies duales (civiles et militaires) [32].

## I.4. Types et modèles des matériaux auxétiques

### I.4.1. Matériaux auxétiques naturels

Les matériaux auxétiques naturels, bien que rares, existent dans divers écosystèmes et organismes vivants. Leur découverte a inspiré des innovations technologiques biomimétiques.

### a. Structures biologiques animales

1. **Peau de requin** : Les écailles denticulées de certaines espèces (ex. *Isurus oxyrinchus*) présentent une microstructure enchevêtrée qui se redresse sous tension, réduisant la traînée hydrodynamique. Ce mécanisme améliore l'efficacité de la nage[33].
2. **Os trabéculaires** : La structure en treillis des os spongieux (ex. fémur humain) permet une absorption optimale des chocs grâce à des cellules hexagonales déformables ( $\nu \approx -0,2$ ) [34].

### b. Structures végétales

1. **Épiderme de feuilles de cactus** : Certaines espèces (ex. *Opuntia ficus-indica*) développent des couches cellulaires à motif ré-entrant, permettant une expansion sous stress hydrique pour réguler la transpiration [35].
2. **Tiges de plantes grimpantes** : Leur structure fibrillaire chirale génère une torsion mécanique sous charge, favorisant l'accrochage aux supports [36].

### c. Matériaux minéraux naturels

- **Cristaux de  $\alpha$ -cristobalite** : Un polymorphe du dioxyde de silicium présentant un  $\nu$  négatif (-0,5) en raison de sa structure tétragonale déformable .

**Tableau 1.4** : Exemples de matériaux auxétiques naturels

<b>Matériau</b>	<b>Coefficient de Poisson (<math>\nu</math>)</b>
Peau de requin	-0,3
Os trabéculaire	-0,2
$\alpha$ -cristobalite	-0,5

### I.4.2. Matériaux auxétiques artificiels

Les matériaux synthétiques auxétiques sont conçus pour reproduire ou amplifier les propriétés naturelles, avec des applications ciblées.

#### a. Polymères auxétiques

##### 1. Mousses ré-entrantantes :

- **Polyuréthane** : Premier matériau synthétisé ( $\nu = -0,7$ ), utilisé pour l'isolation acoustique [37].
- **PTFE (Téflon)** : Structure fibrillaire adaptée aux joints mécaniques haute pression.

##### 2. **Élastomères chiraux** : Des réseaux en spirale imprimés en 3D pour des gants médicaux adaptatifs [38].

#### b. Métaux et alliages auxétiques

1. **Alliages de titane** : Fabriqués par fusion laser sélective (SLM), ces métaux légers ( $\nu = -0,5$ ) sont utilisés dans les implants orthopédiques [39].
2. **Acier auxétique** : Développé pour l'aérospatiale, il combine résistance et flexibilité (ex. panneaux de fuselage) [40].

### c. Composites et métamatériaux

1. **Composites fibreux** : Renforcés de fibres de carbone en arrangement chiral, utilisés dans les drones pour absorber les vibrations [41].
2. **Métamatériaux architecturés** : Conçus par intelligence artificielle, ces structures multi-échelles (ex. treillis gyroïdaux) offrent un  $\nu$  ajustable[42]:

**Tableau 1.5** : Comparaison des matériaux auxétiques artificiels

Type	Exemple	$\nu$	Fabrication	Application
Polymère	Polyuréthane	-0,7	Moulage	Isolation
Métal	Titane	-0,5	Impression 3D	Biomédical
Composite	Carbone/chiral	-0,4	Tissage	Aérospatial

## I.5. Caractéristiques principales des structures auxétiques

### I.5.1. Caractéristiques microstructurales

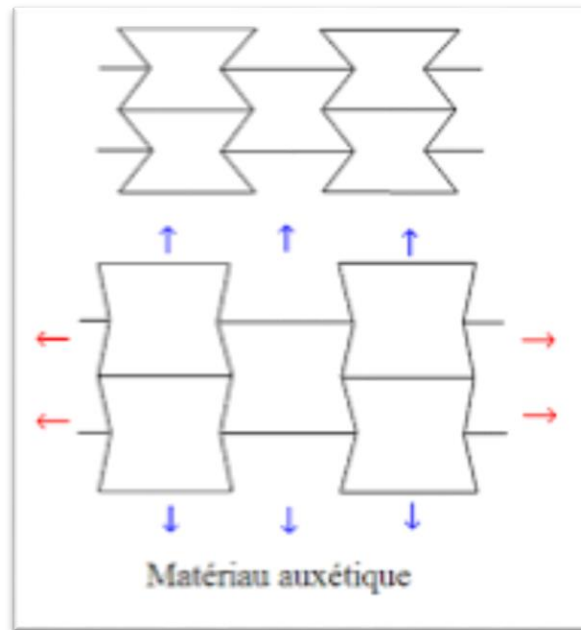
Les structures auxétiques se distinguent par des arrangements géométriques spécifiques qui déterminent leur comportement mécanique unique. Ces caractéristiques sont souvent hiérarchiques et multi-échelles.

#### a. Motifs géométriques fondamentaux

Structures ré-entrantées : Ces motifs en forme de flèche inversée ou de « V » permettent une déformation en accordéon. Sous traction, les cellules s'ouvrent,

augmentant le volume global [43] exemple : mousses de polyuréthane synthétisées par Lakes [44].

Structures chirales : Inspirées de l'ADN ou des coquillages, ces arrangements en spirale génèrent une rotation des unités structurales lors de la déformation, produisant une expansion latérale ( $\nu \approx -0,3$ ) [45].



**Figure 1.2** : Motifs ré-entrants et chiraux dans les matériaux auxétiques

b. Hiérarchie structurale Les matériaux auxétiques naturels (ex. peau de requin) combinent des échelles multiples :

- Niveau macroscopique : Organisation en couches.
- Niveau mésoscopique : Cellules hexagonales ou triangulaires.
- Niveau microscopique : Fibrilles ou nanopores [46].

**Tableau 1.6** : Comparaison des microstructures auxétiques

Type	Géométrie	Coefficient de Poisson ( $\nu$ )	Exemple
Ré-entrant	Flèche inversée	-0,7 à -0,3	Mousses polymères
Chiral	Spirale	-0,5 à -0,1	Alliages de titane
Rotatif	Unités pivotantes	-0,4	Textiles intelligents

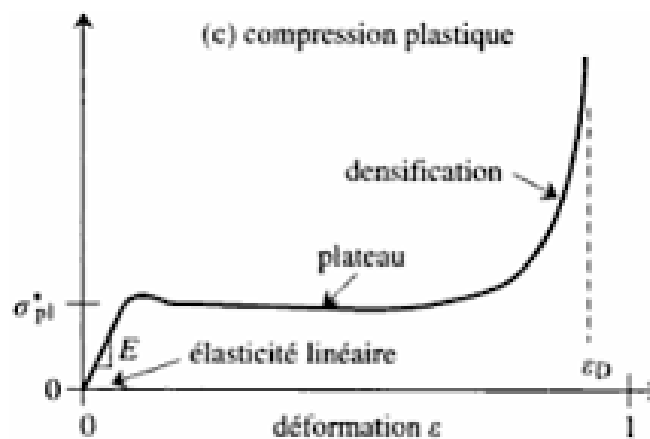
### I.5.2. Propriétés mécaniques distinctives Les structures auxétiques

présentent des réponses mécaniques non conventionnelles, dérivant directement de leur microstructure.

a. Coefficient de Poisson négatif ( $\nu < 0$ ) Contrairement aux matériaux conventionnels ( $\nu > 0$ ), les auxétiques augmentent leur section transversale sous traction. Cette propriété est quantifiée par :

$$\nu = - \frac{\varepsilon_Y}{\varepsilon_X} \quad (1.1)$$

où  $\varepsilon$  représente la déformation [47].

**Figure 1.3** : Comportement comparé sous traction

b. **Absorption d'énergie améliorée** : Les structures auxétiques dissipent jusqu'à 300 % plus d'énergie que les matériaux traditionnels grâce à :

- Déformation volumétrique : Conversion de l'énergie mécanique en travail élastique.
- Micro-fissuration contrôlée : Les fissures se propagent en zigzag, retardant la rupture [48].

c. **Anisotropie programmable** : Certains auxétiques artificiels (ex. composites imprimés en 3D) permettent de moduler l'anisotropie selon les axes, adaptant leur réponse mécanique à des charges multidirectionnelles [49].

## **I.6. Les applications des structures auxétiques**

### **I.6.1. Applications médicales**

Les matériaux auxétiques révolutionnent la biomédecine grâce à leur adaptabilité et leur biocompatibilité, offrant des solutions innovantes pour des défis cliniques complexes.

#### **1. Implants et prothèses**

##### **1. Stents vasculaires :**

Les stents auxétiques en nitinol (alliage nickel-titane) se dilatent de manière homogène, réduisant les risques de resténose. Une étude clinique de 2022 montre un taux de succès de 94 % sur 200 patients[50].

##### **2. Implants orthopédiques :**

Des échafaudages auxétiques en titane poreux favorisent l'ostéointégration en imitant la rigidité de l'os trabéculaire [51].

3. Des embouts auriculaires auxétiques s'adaptent dynamiquement au conduit auditif, améliorant le confort et la rétention [52].

## 2. Dispositifs de délivrance de médicaments

- **Patchs cutanés intelligents :**

Des hydrogels auxétiques ajustent leur perméabilité sous pression mécanique, libérant des doses précises d'insuline ou d'antidouleurs[53].

- **Microaiguilles biodégradables :**

Leur expansion contrôlée permet une pénétration optimale dans le derme pour la vaccination. [54].

### I.6.2. Applications en ingénierie

Les propriétés mécaniques des auxétiques sont exploitées dans divers secteurs industriels pour améliorer les performances et la durabilité.

#### a. Aérospatial et aéronautique

1. **Revêtements de fuselage :**

Des panneaux en composites auxétiques ( $v = -0,4$ ) résistent aux chocs thermiques lors de la rentrée atmosphérique[55].

2. **Drones** :

Des bras articulés auxétiques absorbent 50 % plus d'énergie lors de collisions, réduisant les dommages [56].

#### b. Génie civil et construction

**1. Béton auxétique :**

Renforcé de fibres de basalte en motifs ré-entrants, il réduit les fissures sous séismes (essais montrant une résistance accrue de 35 %) .

**2. Isolation sismique :**

Des coussinets en mousse auxétique dissipe l'énergie des vibrations dans les gratte-ciel [57].

**c. Automobile et transports****• Pneumatiques :**

Des bandes de roulement auxétiques améliorent l'adhérence sur sol mouillé en augmentant la surface de contact [58].

**• Sièges antivibrations :**

Des mousses à  $\nu$  négatif réduisent les vibrations transmises au conducteur de 40 %.

**d. Textiles intelligents et wearable tech****• Vêtements de sport :**

Des tissus auxétiques régulent leur respirabilité en fonction de l'humidité, optimisant le confort thermique [59].

**• Gilets pare-balles :**

Des couches en polyéthylène ultra-haut poids moléculaire (UHMWPE) offrent une protection balistique supérieure avec 30 % de poids en moins [60].

## **CHAPITRE II**

# **L'HOMOGENEISATION ET COMPORTEMENT MECANIQUE DES MATERIAUX AUXETIQUES**

## II.1 Structure cellulaire auxétique 2D

Les structures cellulaires auxétiques bidimensionnelles présentent un comportement mécanique exceptionnel caractérisé par un coefficient de Poisson négatif. Cela signifie que, contrairement aux matériaux conventionnels, elles s'élargissent transversalement lorsqu'elles sont étirées longitudinalement, et inversement. Ce phénomène contre-intuitif résulte d'une architecture géométrique spécifique au niveau microscopique, plutôt que des propriétés intrinsèques du matériau de base [61].

L'une des configurations les plus utilisées de ces structures est la structure réentrante. Cette structure est constituée d'un réseau de cellules unitaires interconnectée .chacune présentant des montants inclinés formant un angle rentrant avec les montants verticaux [62].

### II.1.1 Paramètres géométriques de la cellule unitaire

Chaque cellule est définie par quatre paramètres géométriques indépendants :

- $L$  : longueur du montant incliné,
- $\alpha$  : rapport d'épaisseur, tel que  $t = \alpha L$ ,
- $\beta$  : rapport de hauteur, avec  $H = \beta L$ ,
- $\theta$  : l'angle rentrant entre les montants inclinés et verticaux.

Ainsi, la forme de la cellule peut être entièrement décrite par la combinaison  $(L, \alpha, \beta, \theta)$ . Ces paramètres contrôlent à la fois la densité de la structure et son comportement mécanique global [63].

Les cellules voisines sont arrangées selon une topologie continue sans discontinuité de surface, ce qui garantit une homogénéité à l'échelle macroscopique. Il convient également de noter que pour obtenir une géométrie réentrante réelle, une condition géométrique de validité doit être respectée, à savoir :

$$H > 2L\cos(\theta) \tag{2.1}$$

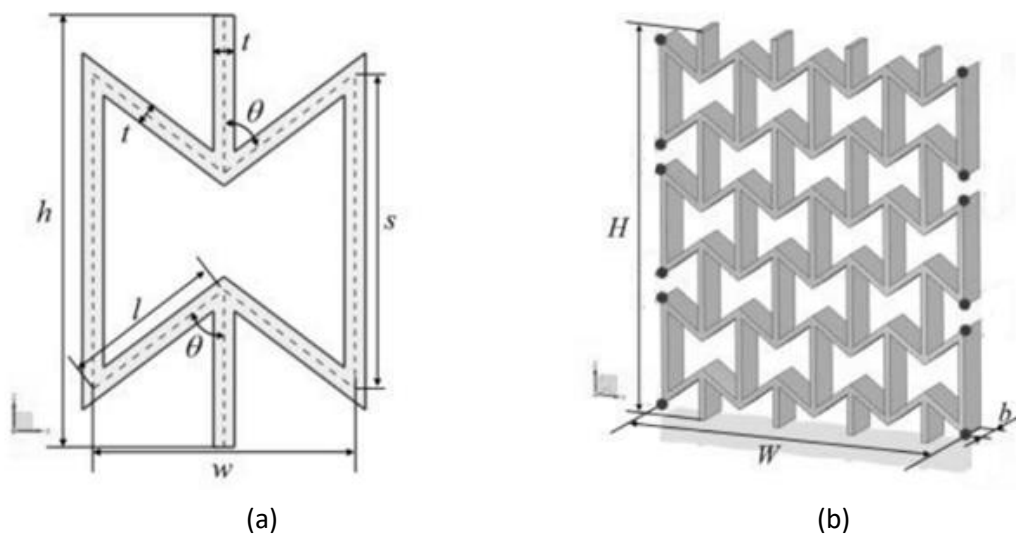
Cette contrainte assure que les montants inclinés se croisent de manière réentrante, ce qui est essentiel pour générer un comportement auxétique [64].

## II.1.2 Densité relative de la structure

La densité relative  $\rho_R$  d'une structure auxétique réentrante 2D, en fonction des paramètres géométriques, peut être exprimée analytiquement par la relation suivante [65] :

$$\rho_R = \frac{(8 + 3\beta + 2\alpha)\alpha^2}{(2\sin \theta + 2\alpha)(2\beta - 2\cos \theta + \alpha)} \quad (2.2)$$

Cette équation met en évidence l'influence de la géométrie locale sur la masse relative de la structure, un paramètre clé pour la conception de matériaux légers à haute performance.



**Figure 2.1** – (a) Structure cellulaire auxétique réentrante 2D ; (b) Cellule unitaire représentative.

Les structures auxétiques réentrantes 2D sont particulièrement étudiées pour leurs performances dans des applications nécessitant une absorption d'énergie, une grande déformabilité, ou une résistance accrue à l'indentation, comme dans les domaines de l'aéronautique, du biomédical ou encore dans la conception de vêtements techniques [66].

Ce comportement mécanique remarquable résulte principalement de la manière dont les entretoises inclinées se réorganisent sous contrainte, provoquant une ouverture ou une fermeture des angles internes selon la direction du chargement [67].

## II.2 L'élasticité dans les matériaux auxétiques

L'étude du comportement élastique des matériaux auxétiques représente un pilier fondamental dans la compréhension de leurs performances mécaniques uniques. Contrairement aux matériaux conventionnels, les matériaux auxétiques possèdent une microstructure leur permettant d'exhiber un coefficient de Poisson négatif, c'est-à-dire qu'ils s'élargissent perpendiculairement à une direction d'étirement, et se contractent transversalement lors d'une compression. Ce comportement, contre-intuitif au premier abord, est pourtant la clé de leur efficacité dans diverses applications telles que l'absorption d'énergie, la résistance à l'impact, ou encore l'amplification de certains effets mécaniques.

L'élasticité, au sens classique, désigne la capacité d'un matériau à retrouver sa forme initiale après suppression de la charge. Elle est souvent décrite par la loi de Hooke qui établit une relation linéaire entre contraintes et déformations. Dans le cas des auxétiques, cette loi reste valable, mais les conditions de symétrie et de réponse directionnelle des matériaux demandent des adaptations importantes, notamment dans la formulation matricielle.

### II.2.1 Matériau anisotrope :

Dans le cas le plus général du comportement des matériaux, la matrice de rigidité et la matrice de souplesse sont déterminées chacune par 21 constantes indépendantes. Ce cas correspond à un matériau ne possédant aucun plan de symétrie. Un tel matériau est appelé matériau triclinique ou matériau anisotrope.

- **Matrice de rigidité [C]**

$$(C) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

- **Matrice de Souplesse [S]**

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = [S]\{\boldsymbol{\sigma}\},$$

$$(S) = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

### II.2.2 Matériau monoclinique :

Par définition, un matériau monoclinique possède un plan de symétrie matérielle. Dans ce cas, les matrices de comportement (S ou C) doit être telle qu'un changement de base effectué par rapport à ce plan de symétrie ne modifie pas les matrices. Lorsque des symétries matérielles existent le nombre de composantes nécessaires pour décrire le comportement élastique linéaire des matériaux est inférieur à 21 constantes indépendantes.

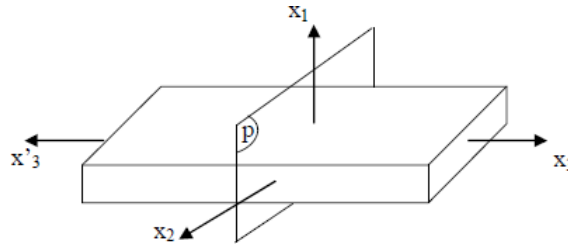


Figure 2.2 Plan de symétrie (x1-x2).

La forme de la matrice de rigidité C (ou souplesse S) doivent être telles que changement de base effectué par symétrie par rapport à ce plan de symétrie ne modifie pas la matrice. Par exemple dans le cas où le plan de symétrie est le plan (x1,x2), l'exploitation des changements de base conduit à une matrice de rigidité de la forme :

- Matrice de rigidité [C]

$$(C) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

- Matrice de Souplesse [S]

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = [S]\{\boldsymbol{\sigma}\},$$

$$(S) = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & S_{36} \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & S_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{45} & S_{55} & 0 \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

### II.4.4 – Matériau isotrope transverse

Un matériau isotrope transverse, aussi appelé orthotrope de révolution, possède une symétrie circulaire autour d'un axe donné, tout en gardant des propriétés différentes selon les directions perpendiculaires à cet axe. Ce cas apparaît typiquement dans les fibres auxétiques ou les structures cylindriques comme les tubes ou les colonnes biomimétiques.

Ces matériaux sont extrêmement intéressants pour les structures où la répartition des charges radiales est importante, comme les implants biomédicaux, les gaines de câbles ou encore certains composants de fusées. Leur conception permet une réponse mécanique uniforme sous des sollicitations de flexion ou de torsion.

- **Matrice de rigidité [C]**

$$(C) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$C_{66} = \frac{1}{2} (C_{11} - C_{12})$$

- **Matrice de Souplesse [S]**

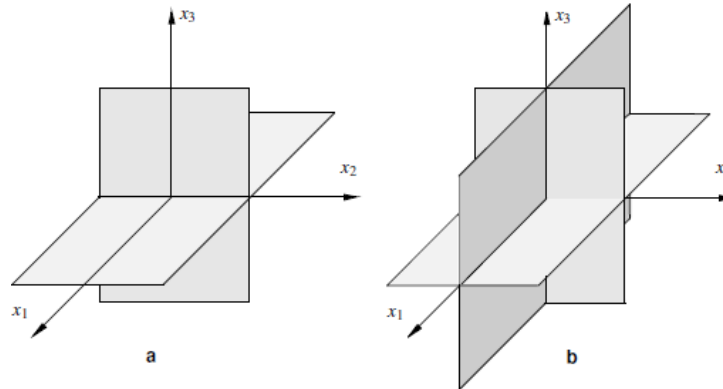
$$\{\varepsilon\} = [S]\{\sigma\},$$

$$(S) = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{13} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$S_{66} = 2 (S_{11} - S_{12})$$

### II.2.3 Matériau orthotrope :

Un matériau orthotrope est un matériau qui possède trois plans de symétrie, perpendiculaires deux à deux. Il est à noter que l'existence de deux plans de symétrie perpendiculaires implique l'existence du troisième plans. c'est à dire que n'importe quel point dans le plan suivant les coordonnées (O x1 x2 x3) est le même dans l'autre plan suivant les coordonnées x'1, x'2, x'3 . Autrement dit : x1 // x'1 ; x2 // x'2 et x3 // x'3.



**Figure 2.3** Matériau orthotrope (a- plans de symétrie (x1-x2) et (x2-x3), b- plans de symétrie (x1-x2), (x2-x3) et (x1-x3)).

La forme de la matrice de rigidité est donc obtenue en ajoutant au matériau monoclinique un plan de symétrie perpendiculaire au précédent. L'invariance de la matrice dans un changement de base effectué par symétrie par rapport à ce deuxième plan.

Finalement on obtient en plus de 8 constantes de cas monoclinique 4 constantes aussi :

$$C_{16} = C_{26} = C_{36} = C_{54} = 0$$

- **Matrice de rigidité [C]**

$$(C) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

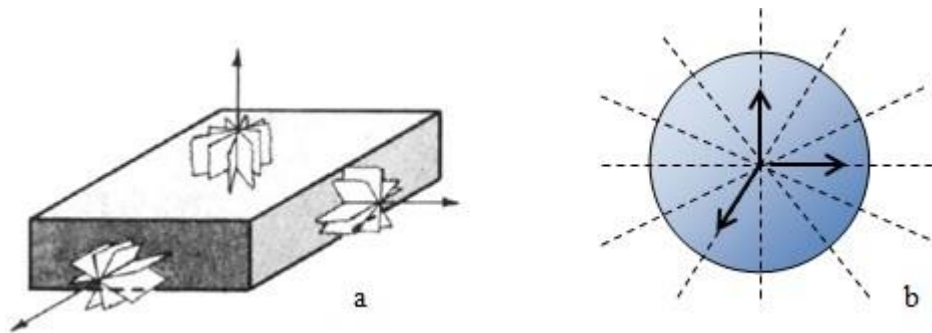
• Matrice de Souplesse [S]

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = [\mathbf{S}]\{\boldsymbol{\sigma}\},$$

$$(\mathbf{S}) = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

**II.2.4 Matériau isotrope:**

Un matériau est isotrope si ses propriétés sont indépendantes du choix des axes de référence. Il n'existe alors pas de direction privilégiée, et la matrice de rigidité (ou souplesse) doit être invariante dans tout changement de bases orthonormées. Ou si la règle d'isotropie transverse est vraie pour trois axes orthogonaux, le milieu est dit isotrope. Matériau isotrope comportant un nombre infini de plans de



symétrie.

**Figure 2.4** Les plans de symétrie dans un matériau est isotrope.

On trouvera les coefficients élastiques de ces corps, à partir de ceux des matériaux cubiques. En écrivant l'invariance dans n'importe quelle rotation du système d'axes et le nombre de constantes d'élasticité indépendantes.

On trouve qu'en plus des relations du cas cubique, on obtient de nouvelles relations entre les coefficients élastiques du tenseur de raideur, la forme de la matrice de rigidité :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{11} - C_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{11} - C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{11} - C_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{13} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Et la forme de la matrice de souplesse est :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{13} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{12} & S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{11} - S_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{11} - S_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{11} - S_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Les propriétés mécaniques élastiques d'un matériau isotrope sont déterminées par deux constantes d'élasticité indépendantes  $S_{11}$  et  $S_{12}$ . On pose classiquement le module d'Young et du coefficient de Poisson  $E, \nu$  avec les relations suivantes :

$$S_{11} = \frac{1}{E}, \quad S_{12} = \frac{-\nu}{E} \quad \rightarrow \quad S_{11} - S_{12} = \frac{1+\nu}{E} \quad (2.14)$$

Ces deux constantes matériau sont normalement suffisantes pour décrire le comportement élastique isotrope du matériau.

### II.2.5 Modèle de Gibson et Ashby

Les matériaux cellulaires, qu'ils soient de type alvéolaire (nids d'abeille) ou à cellules fermées (mousses), présentent des propriétés mécaniques uniques liées à leur microstructure. Leur légèreté,

combinée à une rigidité et une résistance ajustables, en fait des candidats privilégiés pour des applications aérospatiales, biomédicales ou de construction. Parmi les modèles théoriques fondateurs.[68] celui proposé par Gibson et Ashby reste une référence pour prédire les propriétés élastiques de ces matériaux en fonction de leur géométrie cellulaire. Ce modèle s'appuie sur une analyse mécanique simplifiée des déformations des parois cellulaires, permettant de relier les paramètres microstructuraux aux comportements macroscopiques

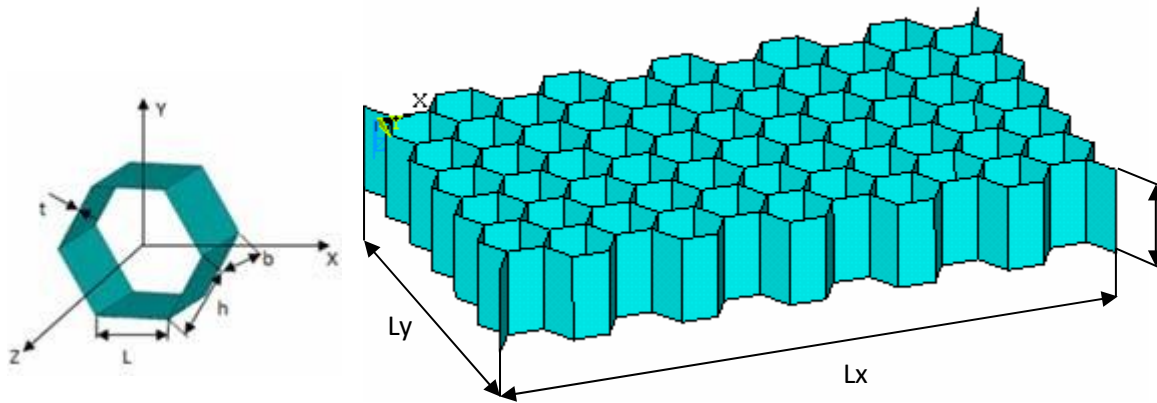


Figure 2.5 Vue en perspective d'un nid d'abeilles hexagonal.

#### a- Principes de base du modèle

Le modèle de Gibson et Ashby considère une cellule unitaire représentative, dont la géométrie dépend du type de structure (ouverte ou fermée). Pour les nids d'abeille, la cellule est généralement hexagonale, caractérisée par des paramètres tels que l'angle d'inclinaison des parois ( $\theta$ ), la longueur des parois ( $l$ ), leur épaisseur ( $t$ ), et la hauteur de la cellule ( $h$ ). La **densité relative** ( $\rho^*/\rho_s$ ), définie comme le rapport entre la densité du matériau cellulaire et celle du matériau constitutif des parois, joue un rôle central. Elle détermine directement la rigidité et la résistance du matériau.

#### b- Relation entre rigidité et densité relative

Pour les structures à cellules **ouvertes** (comme les nids d'abeille), les déformations sous charge sont principalement dues à la flexion des parois. Gibson et Ashby proposent une relation puissance entre le module d'Young effectif ( $E^*$ ) et la densité relative :

$$\frac{E}{E_b} = C \left( \frac{\rho^*}{\rho_B} \right)^n \quad (2.15)$$

où  $E_s$  est le module d'Young du matériau solide,  $CC$  une constante géométrique, et  $nn$  un exposant dépendant du mécanisme de déformation ( $n \approx 2$  pour la flexion). Pour les cellules fermées, la contribution de la compression des parois et de la pression interne modifie légèrement l'exposant ( $n \approx 3$ ).

### c- Modules d'élasticité directionnels

Le modèle distingue trois directions principales de chargement:

1. **Direction longitudinale ( $E_1$ )** : Perpendiculaire au plan des cellules, le module dépend de l'épaisseur relative des parois et de leur orientation.
2. **Direction transversale ( $E_2$ )** : Dans le plan des cellules, influencée par la géométrie hexagonale et l'angle  $\theta$ .
3. **Direction hors plan ( $E_3$ )** : Associée à la compression des parois verticales.

Par exemple, pour un nid d'abeille hexagonal, le module  $E_1$  s'exprime comme :

$$E_1 = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\cos\theta}{(h/l + \sin\theta)\sin^2\theta} \quad (2.16)$$

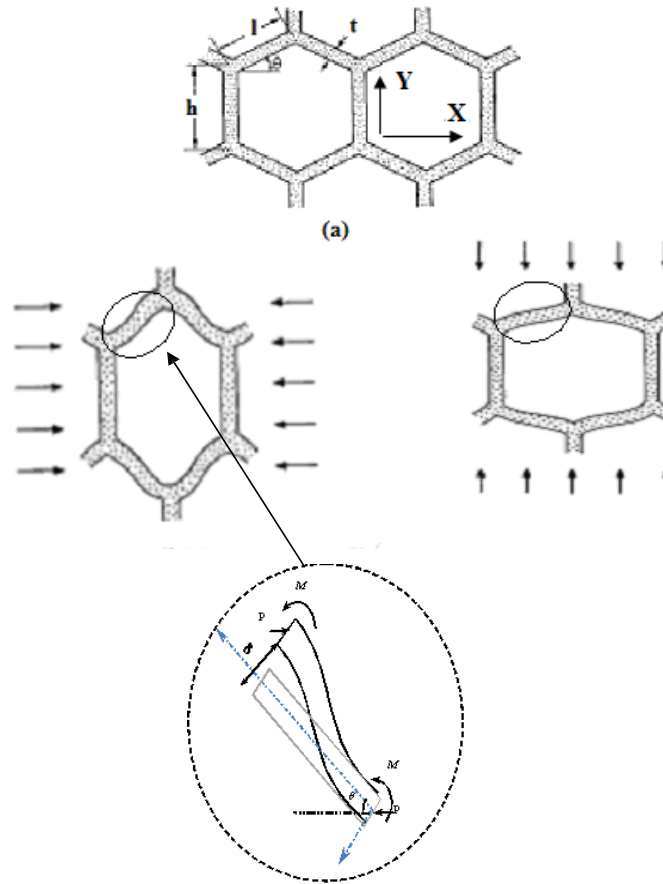
Cette équation met en évidence la sensibilité de  $E_1$  à l'épaisseur relative ( $t/l$ ) et à l'angle  $\theta$ , soulignant l'importance de l'optimisation géométrique .

### Comportement en cisaillement

Les modules de cisaillement ( $G_{12}, G_{13}, G_{23}$ ) sont également prédits en fonction de la déformation des parois. Pour  $G_{12}$  (cisaillement dans le plan), le modèle intègre à la fois la flexion et la torsion des parois :

$$G_{12} = E_s \left(\frac{l}{t}\right)^3 \frac{(h/l + \sin\theta)}{(h/l)^2(1 + 2h/l)\cos\theta} \quad (2.17)$$

Ces relations montrent que les propriétés de cisaillement sont étroitement liées à la densité relative et à l'architecture cellulaire.



*Figure 2.6 Déformation des cellules sous une charge dirigée selon  $x$  et selon  $y$*

### Transition vers les applications pratiques

Le modèle de Gibson et Ashby fournit un cadre théorique pour concevoir des matériaux cellulaires sur mesure. Par exemple, augmenter la densité relative via une épaisseur de paroi accrue améliore la rigidité, mais au détriment de la légèreté. De plus, l'orientation des cellules ( $\theta$ ) permet d'adapter l'anisotropie mécanique selon les axes de chargement. Ces principes sont largement utilisés dans la conception de panneaux sandwichs pour l'aéronautique, où les nids d'abeille en polypropylène (comme le Nidaplast®) offrent un compromis optimal entre résistance et poids.[70]

### Limites et évolutions

Bien que prédictif, le modèle suppose des cellules parfaitement régulières et des parois sans défauts, ce qui peut diverger des réalités industrielles. Des approches numériques, comme la méthode des

éléments finis, complètent aujourd'hui ces analyses en intégrant des microstructures aléatoires ou des effets de non-linéarité .

Le modèle de Gibson et Ashby reste un pilier pour l'étude des matériaux cellulaires, reliant efficacement microstructure et macropropriétés. Son extension à des géométries complexes ou à des chargements dynamiques ouvre la voie à des applications innovantes, notamment dans les domaines de l'absorption d'énergie ou de l'isolation thermique. La prochaine section abordera les méthodes numériques modernes pour affiner ces prédictions et adapter les modèles aux exigences industrielles.

## II.2.5 Coefficient de Poisson des matériaux

Le coefficient de Poisson, noté généralement  $\nu$  (nu), est une constante élastique fondamentale qui caractérise le comportement d'un matériau soumis à une déformation mécanique. Il est défini comme le rapport entre la déformation transversale et la déformation longitudinale lorsqu'un matériau est soumis à un effort uniaxial. Formellement, on l'écrit [71]:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_Y}{\varepsilon_X} \quad (2.18)$$

où :

- $\varepsilon_X$  est la déformation perpendiculaire à la direction de la charge appliquée,
- $\varepsilon_Y$  est la déformation dans la direction de la charge.

### a- Propriétés générales du coefficient de Poisson

Dans la majorité des matériaux classiques (comme le métal, la céramique, le caoutchouc, etc.), le coefficient de Poisson est **positif**, généralement compris entre **0 et 0,5**. Cela signifie que lorsque ces matériaux sont étirés dans une direction, ils ont tendance à se contracter perpendiculairement à cette direction, et vice versa. Pour un matériau parfaitement incompressible, comme le caoutchouc idéal,  $\approx 0,5$ , ce qui indique que le volume reste constant sous la déformation.

### b- Comportement exceptionnel des matériaux auxétiques

À l'inverse, les matériaux auxétiques présentent un comportement contre-intuitif : leur coefficient de Poisson est négatif ( $\nu < 0$ ). Cela signifie qu'un tel matériau, lorsqu'il est étiré

longitudinalement, s'élargit également transversalement, augmentant ainsi simultanément dans toutes les directions. Cette propriété unique résulte non pas de la chimie des matériaux mais de leur structure interne particulière, souvent basée sur des motifs géométriques réticulés, des cellules en forme de nœuds ou de chiralités, ou encore des structures reconfigurables.

La relation du coefficient de Poisson dans les matériaux auxétiques se calcule toujours selon la même formule générale, mais elle donne un résultat négatif :

$$0 > \frac{\varepsilon_Y}{\varepsilon_X} = \nu_{auxétique} \quad (2.19)$$

Où

$\varepsilon_x$  est la déformation appliquée dans la direction principale (par exemple, x).

$\varepsilon_y$  est la déformation mesurée perpendiculairement (par exemple, y).

Dans une configuration auxétique typique,  $\varepsilon_y$  et  $\varepsilon_x$  auront le même signe, ce qui donne un coefficient de Poisson négatif.

### c- Intérêt et applications du coefficient de Poisson négatif

Le fait de présenter un coefficient de Poisson négatif confère aux matériaux auxétiques plusieurs avantages mécaniques, notamment :

- Une meilleure résistance à l'impact, car la dilatation simultanée dans toutes les directions permet de mieux dissiper l'énergie ;
- Une rigidité au cisaillement accrue, particulièrement utile dans les membranes ou les textiles techniques ;
- Une aptitude à des déformations réversibles importantes, ce qui en fait des candidats idéaux pour des applications biomédicales (implants, tissus artificiels) ou en ingénierie des matériaux adaptatifs (structures morphables, systèmes d'absorption d'énergie).

Ces caractéristiques exceptionnelles ont conduit à l'émergence de matériaux architecturés ou de métamatériaux auxétiques, où la valeur du coefficient de Poisson peut être ajustée, voire rendue localement variable, en fonction de la géométrie des motifs cellulaires intégrés.

## II.3 – Modélisation des propriétés élastiques

L'analyse des propriétés élastiques des structures auxétiques bidimensionnelles repose sur une modélisation précise de leur comportement mécanique sous différentes sollicitations. La géométrie particulière des cellules unitaires, notamment leur configuration réentrant, induit une réponse non conventionnelle lorsqu'elles sont soumises à des contraintes mécaniques, notamment une dilatation transversale lors d'un étirement longitudinal, ce qui caractérise les matériaux à coefficient de Poisson négatif [72].

Afin de déterminer analytiquement les déformations résultant d'une sollicitation mécanique, il est essentiel de recourir à une approche rigoureuse de modélisation. La méthode utilisée dans ce contexte repose sur la théorie de **Castigliano**, qui permet de calculer les déplacements dans une structure à partir de l'énergie de déformation. Cette approche est particulièrement adaptée aux structures cellulaires périodiques, comme celles des matériaux auxétiques réentrants [73].

### II.3.1 – Déformation sous contrainte unitaire en direction y

Pour modéliser le comportement de la cellule sous contrainte, on commence par étudier la déformation unitaire résultant d'un chargement dans la direction y.

Dans cette situation, une contrainte unitaire  $\sigma_y$  est appliquée sur la face supérieure de la cellule représentative, tandis que les conditions aux limites sont définies selon une hypothèse de périodicité. En appliquant le 2<sup>e</sup> théorème de Castigliano, on peut exprimer la déformation verticale  $\delta_{yy}$  comme suit :

$$\delta_{yy} = \frac{2\sigma_y L}{\alpha E_s} (\sin\theta + \alpha) \left( \frac{\sin 2\theta}{\alpha^2} + \cos 2\theta + \beta \right) \quad (2.20)$$

Où:

- $E_s$  est le module de Young du matériau solide.

### II.3.2 – Déformation transversale induite (direction x)

La déformation dans la direction x, due à la sollicitation en y, est obtenue par une démarche similaire. En suivant la même procédure analytique, la déformation transversale  $\delta_{yz}$  s.

Cette expression traduit l'influence de la géométrie et des propriétés du matériau sur le couplage entre les directions x et y. La nature auxétique du comportement est directement observable par le signe et l'amplitude de cette déformation.

### II.3.3 – Déformations effectives

À partir des déplacements précédents, on peut déterminer les déformations effectives suivantes :

- **Déformation longitudinale :**

$$\varepsilon_{yx} = \frac{\delta_{yx}}{2L(\beta - \cos \theta)} \quad (2.21)$$

- **Déformation transversale induite :**

$$\varepsilon_{yx} = \frac{\delta_{yx}}{2L \sin \theta + 2\alpha L} \quad (2.22)$$

Ces résultats permettent de calculer le coefficient de Poisson apparent, qui caractérise le comportement auxétique dans la direction transversale.

### II.3.4 – Déformation sous contrainte en direction x

- **Déformation longitudinale  $\delta_{xx}$  :**

$$\delta_{xx} = \frac{4\sigma_y L}{\alpha E_s} ((\beta - \cos \theta) \left( \frac{\cos 2 \theta}{\alpha 2} + \sin 2 \theta \right)) \quad (2.23)$$

**Déformation transversale  $\delta_{xy}$  :**

$$\delta_{xx} = \frac{2\sigma_y L \sin \theta (2 \sin \theta + \alpha)}{\alpha E_s \cos \theta (\sin \theta + \alpha)} (\beta - \cos \theta) \left( \frac{\cos 2 \theta}{\alpha 2} + \sin 2 \theta \right) \quad (2.24)$$

À partir de ces déplacements, on en déduit :

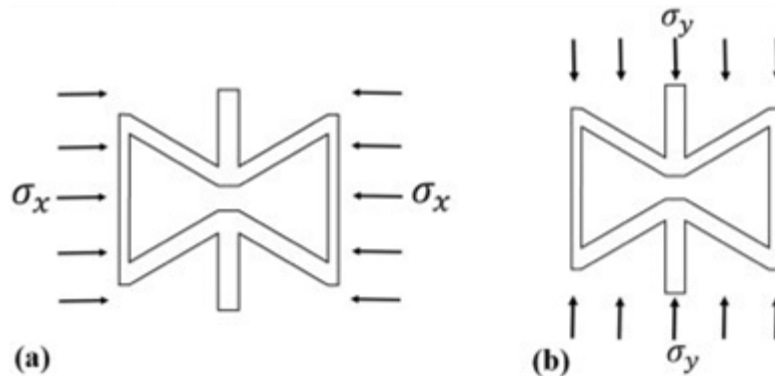
- **Déformation effective en x :**

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\delta_{xx}}{2L\sin\theta + 2\alpha L} \quad (2.25)$$

- **Déformation effective en y :**

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\delta_{yy}}{2L(\beta + \cos\theta)} \quad (2.26)$$

Ces expressions analytiques fournissent un cadre rigoureux pour l'évaluation des constantes élastiques apparentes (module de Young effectif et coefficient de Poisson effectif) à partir de la géométrie de la cellule et des propriétés du matériau de base.



**Figure 2.7** Modèles analytiques pour calculer les modes de déformation unitaire : (a) compression le long de la direction x ; (b) compression le long de la direction y.

L'analyse menée dans cette section met en évidence la forte dépendance des propriétés élastiques effectives d'un matériau auxétique à la géométrie de sa cellule unitaire. La méthode analytique fondée sur le théorème de Castigliano permet de relier les sollicitations mécaniques appliquées aux déformations

locales observées, et d'extraire les caractéristiques mécaniques macroscopiques. Ces résultats sont essentiels pour la conception optimisée de structures auxétiques dans des applications industrielles variées.

**CHAPITRE III**  
**MODELISATIONS NUMERIQUES DES**  
**MATERIAUX AUXETIQUES**

### III.1 Objectifs des modélisations numériques

La modélisation numérique constitue aujourd'hui une démarche incontournable dans l'étude du comportement mécanique des matériaux auxétiques, en particulier lorsqu'ils sont sollicités dans des conditions complexes comme la traction uniaxiale ou les chargements combinés. Ces matériaux, caractérisés par un coefficient de Poisson négatif, offrent des propriétés mécaniques singulières comme l'absorption d'énergie, une meilleure résistance à l'indentation ou encore des effets de dilatation transversale lors d'une sollicitation longitudinale.

L'objectif fondamental de la modélisation numérique est d'analyser avec une grande précision le comportement d'une structure auxétique à différentes échelles. Cette analyse passe principalement par la méthode des éléments finis (FEM), qui consiste à discrétiser une structure continue en un ensemble fini d'éléments pour lesquels les équations d'équilibre sont résolues de façon approchée.

Dans le cadre de cette étude, la modélisation permet de :

- visualiser la répartition des contraintes et des déformations dans le matériau,
- évaluer les performances mécaniques globales de différents types de cellules auxétiques,
- comparer l'effet de la variation des paramètres géométriques sur le coefficient de Poisson les déplacements induits par des sollicitations de traction.

cette étude repose sur l'utilisation du logiciel CASTEM version 2024, développé par le CEA (Commissariat à l'Énergie Atomique en France). Ce logiciel de calcul par éléments finis est reconnu pour sa robustesse dans les calculs mécaniques, thermiques, et multi-physiques. CASTEM utilise le langage GIBIANE, un langage spécifique de script permettant de décrire la géométrie, le maillage, les conditions aux limites et les commandes de post-traitement de manière souple et efficace.

### III.2 La méthode des éléments finis

#### III.2.1 Généralités

Les codes éléments finis font maintenant partie des outils couramment utilisés pour la conception et l'analyse des produits industriels. Les outils d'aide à la modélisation devenant de plus en plus perfectionnés, l'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée et peut sembler de moins en moins une affaire de spécialistes. Si l'utilisation de la méthode se démocratise de par la simplicité croissante de mise en œuvre, la fiabilité des algorithmes et la robustesse de la méthode, il reste néanmoins des questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par éléments finis dans de bonnes conditions :

- formaliser les non-dits et les réflexions qui justifient les choix explicites ou implicites de son analyse du problème.
- évaluer la confiance qu'il accorde aux résultats.
- analyser les conséquences de ces résultats par rapport aux objectifs visés.

L'objectif de cette partie est de présenter les principes de base de cette méthode en insistant sur l'enchaînement des tâches (démarche et hypothèses associées) qui assurent la cohérence du processus de calcul. Ces connaissances sont utiles à la maîtrise des deux principales difficultés de mise au point d'un modèle numérique :

- problèmes préliminaires à la phase de calcul ;
- problèmes liés à l'exploitation des résultats et le retour à la conception.

Il ne faut pas perdre de vue que l'analyse des résultats nécessite une bonne compréhension des différentes étapes mathématiques utilisées lors de l'approximation pour pouvoir estimer l'erreur du modèle numérique par rapport à la solution exacte du problème mathématique. Il ne faut pas non plus oublier que le modèle numérique ne fournit que des résultats relatifs aux informations contenues dans le modèle mathématique qui découle des hypothèses de modélisation.

### III.2.2 Démarche éléments finis

Voici les principales étapes de la construction d'un modèle éléments finis :

- discrétisation du milieu continu en sous domaines.
- construction de l'approximation nodale par sous domaine.
- calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème.
- assemblage des matrices élémentaires.
- prise en compte des conditions aux limites.
- résolution du système d'équations [75].

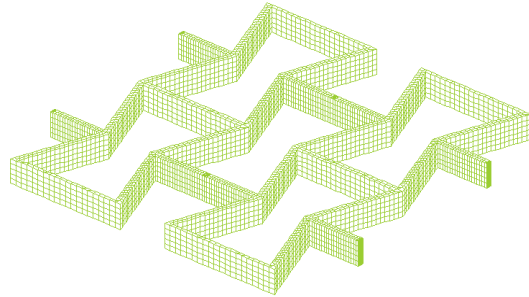
### III.3 le logiciel de modélisations

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels :

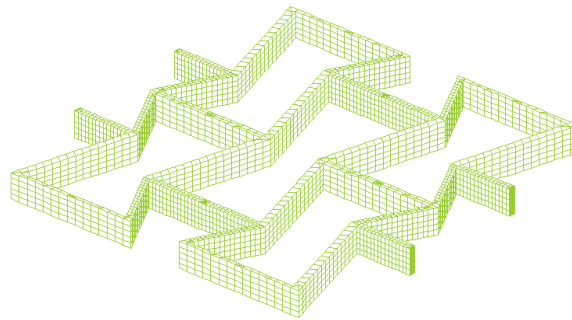
- ❖ **ABAQUS** : logiciel pluridisciplinaire développé par la société Simulia (Dassault Systèmes)
- ❖ **ANSYS** : logiciel pluridisciplinaire développé par ANSYS

- ❖ **CASTEM** : logiciel pluridisciplinaire français développé par le CEA (gratuit pour l'enseignement et la recherche)
- ❖ **ASTER** : logiciel pluridisciplinaire libre français développé par EDF
- ❖ **COMSOL Multiphysics** : logiciel élément finis alliant généralité (mécaniques des fluides, électromagnétisme, mécaniques des structures, thermique) et puissance de calcul, permettant notamment d'étudier un nombre illimité d'interactions entre différentes physiques (fluide caloporteur par exemple).
- ❖ **CosmosWorks** : Logiciel Franco-Américain appartenant à SolidWorks qui lui-même appartient à Dassault.
- ❖ **Dytran**: logiciel américain développé par MSC.Software.
- ❖ **EuroPlexus** : logiciel français.
- ❖ **Flux2D/3D** : logiciel 2D&3D éléments finis français (développé en collaboration avec le GE2Lab) permettant le calcul des états magnétiques, électriques ou thermiques en régimes permanents, harmoniques et transitoires, avec des fonctionnalités d'analyse multi-paramétrique étendue, les couplages circuit et cinématique.
- ❖ **FreeFem++** : logiciel pluridisciplinaire libre.
- ❖ **Getfem++** : logiciel pluridisciplinaire libre (avec dominante mécanique des structures).
- ❖ **ICAB** : logiciel de calcul pour poutres et coques avec vérifications réglementaires selon Document technique unifié DTU France (NV65, CM66, AL76, CB71..), Eurocodes, AISC américain
- ❖ **IMPETUS AfeaSolver** : logiciel de calcul de grandes déformations utilisant des éléments finis isogéométriques d'ordre 3.
- ❖ **JMAG** : logiciel Japonais (distribué en Europe par Powersys) permet un couplage entre les analyses électromagnétiques et structurelles.
- ❖ **LS-DYNA** : logiciel de dynamique rapide américain.
- ❖ **Marc** : logiciel de grandes déformations américain développé par MSC Software.
- ❖ **MSC.Nastran** : logiciel Pluridisciplinaire américain développé par MSC Software.
- ❖ **NX.Nastran** : logiciel développé par Siemens
- ❖ **PAM-CRASH** : logiciel de dynamique rapide (crash) développé par la société française ESI
- ❖ **PAM-STAMP** : logiciel de simulation d'emboutissage et de mise en forme de tôle, développé par la société française ESI
- ❖ **PERMAS** : logiciel pluridisciplinaire développé par la société allemande INTES GmbH, basée à Stuttgart.
- ❖ **Radioss** : logiciel pluridisciplinaire développé par la société américaine Altair
- ❖ **ROBOT MILLENIUM** : logiciel français développé par ROBOBAT pour le calcul de structures de type génie civil et bâtiment.
- ❖ **SAMCEF** : logiciel pluridisciplinaire belge
- ❖ **Structurix** : Programme gratuit de calcul de résistance des matériaux. Il permet de résoudre des problèmes 2D et 3D avec des éléments : barres et poutres. Des problèmes 2D avec des éléments triangulaires. Des problèmes de flexion des plaques à l'aide d'éléments rectangulaires.
- ❖ **ZeBuLoN** : logiciel pluridisciplinaire développé par MINES ParisTech, l'ONERA et NorthWestNumerics, spécialisé dans les comportements non linéaires des matériaux
- ❖ **SYSWELD** : logiciel de Thermo-mécano-métallurgie français basé sur SYSTUS développé par la société ESI.

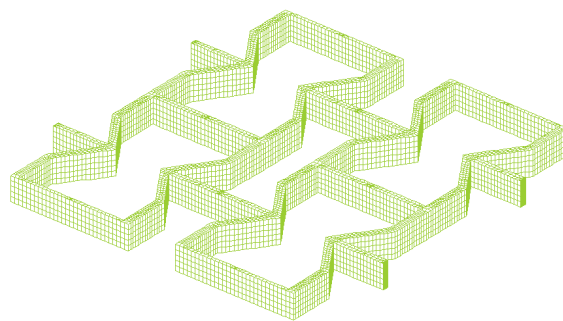
La figure ci-dessous illustre différents modèles géométriques auxétiques simulés dans l'étude à l'aide de CASTEM :



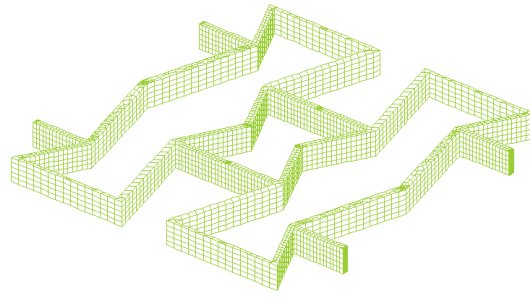
**Figure 3.1.** structure auxétique 3D (modèle 1).



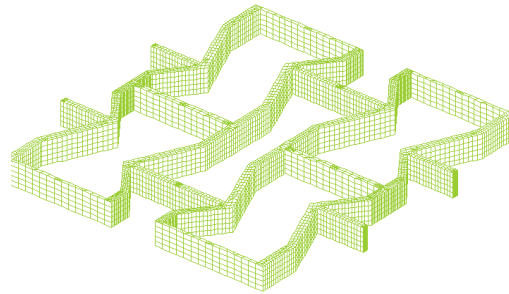
**Figure 3.2.** structure auxétique 3D (modèle 2).



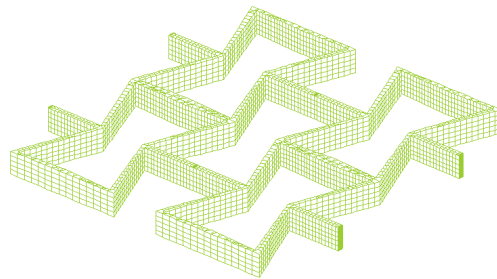
**Figure 3.3.** structure auxétique 3D (modèle 3).



**Figure 3.4.** structure auxétique 3D (modèle 4).



**Figure 3.5.** structure auxétique 3D (modèle 5).



**Figure 3.6.** structure auxétique 3D (modèle 6).

Chaque cellule est définie par ses propres dimensions géométriques et a été modélisée afin d'analyser son comportement sous l'effet d'une traction horizontale, appliquée sous forme de déplacement imposé  $DTX = 0.04$  mm. Les propriétés mécaniques considérées correspondent à celles de l'aluminium A5052-H34.

L'importance de la modélisation réside également dans sa capacité à fournir des informations non directement mesurables en laboratoire, comme les contraintes, les zones de concentration de contraintes, et la distribution du déplacement dans tout le domaine.

### III.4 Présentation de CASTEM

CASTEM ne dispose d'aucun système particulier d'unités de mesure. C'est à l'utilisateur de fournir les données dans un système cohérent vérifiant la loi fondamentale de la dynamique.

Après la définition des unités de mesure utilisées dans les données, tous les résultats seront exprimés dans ces unités. Cette règle s'applique à la mesure des angles qui doivent toujours être exprimés en degrés. D'autre part, il est nécessaire d'exprimer les températures et le coefficient de dilatation thermique dans des unités cohérentes. Quelques exemples de systèmes d'unités de mesure cohérents sont réunis.

#### III.4.1 Langage Gibiane

CASTEM fonctionne à l'aide du langage Gibiane, basé sur des instructions simples :

- DIRECTIVE OPERANDE (ex. : TRACE MAILLAGE)
- RÉSULTAT = OPÉRATEUR OPÉRANDES (ex. : LIGNE = DROITE P1 P2)

Quelques règles essentielles :

- Les instructions se terminent par ;
- Pas de tabulation (utiliser des espaces)
- Seuls les 72 premiers caractères d'une ligne sont lus
- Pas de distinction entre majuscules et minuscules sauf entre guillemets simples

#### III.4.2 Unités

CASTEM ne dispose d'aucun système particulier d'unités de mesure. C'est à l'utilisateur de fournir les données dans un système cohérent vérifiant la loi fondamentale de la dynamique une fois que les unités de mesure utilisées dans les données sont définies, tous les résultats seront exprimés dans ces mêmes unités. Il existe une exception à cette règle concernant la mesure des angles qui doivent toujours être exprimés en degrés. En revanche, les températures et le coefficient de dilatation thermique doivent être exprimés dans des unités cohérentes. Le tableau suivant regroupe quelques exemples de systèmes d'unités de mesure cohérents.

**Tableau 3.1** systèmes d'unités dans CASTEM

<b>Longueur</b>	<b>Masse</b>	<b>Force</b>	<b>temps</b>	<b>Masse volumique</b>	<b>Pression</b>
<b>m</b>	kg	N	sec	$kg/m^3$	$Pa (= N/m^2)$
<b>mm</b>	$10^3 kg$	N	sec	$10^{-12}kg/m^3$	$MPa(= N/mm^2)$

### III.4.3 Types d'objets

CASTEM manipule différents types d'objets, les plus courants étant :

- CHPOINT : champ défini par point (déplacement, force...)
- Champ par élément : grandeurs définies dans les éléments finis
- LISTREEL / LISTENTI : listes de nombres
- EVOLUTION : évolution d'une grandeur dans le temps ou un autre paramètre

### III.4.4 Procédure de résolution

1. Définir les paramètres généraux (dimension, hypothèses, type d'éléments)
2. Construire la géométrie (points → lignes → surfaces → volumes)
3. Choisir le modèle de comportement (mécanique, thermique...)
4. Définir les caractéristiques du matériau (E,  $\nu$ ...)
5. Imposer les conditions aux limites et chargements
6. Lancer la résolution numérique (linéaire ou non linéaire)
7. Analyser les résultats (déplacements, contraintes, températures...)

III.5 Le Matériau

<i>Le matériau</i>	<i>Les caractéristiques mécaniques</i>
<b>1060-H12</b>	Masse volumique $\rho = 2705 \text{ kg/m}^3$ Module de Young $E = 69 \text{ GPa}$ Coefficient de poisson $\nu = 0,33$ Résistance à la traction est de $R_m = 85 \text{ MPa}$ Limite d'élasticité $R_p = 75 \text{ MPa}$

Tableau 3.2: les caractéristiques mécaniques du matériau

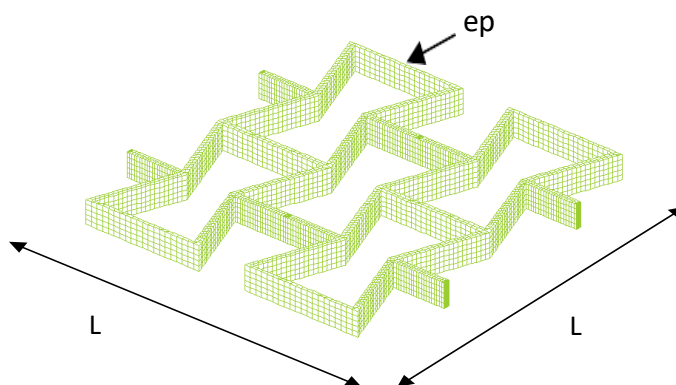


Figure 3.7. Les dimensions du modèle

Avec  $L = 28 \text{ mm}$   
 $ep = 2 \text{ mm}$

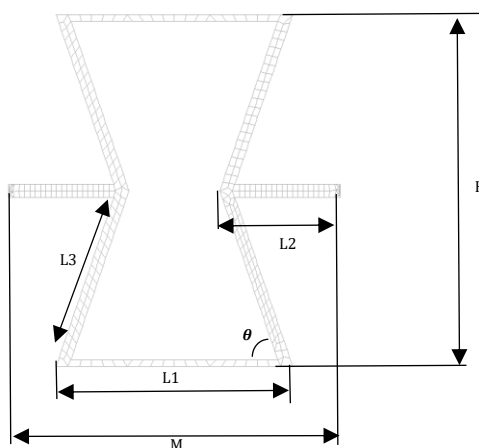
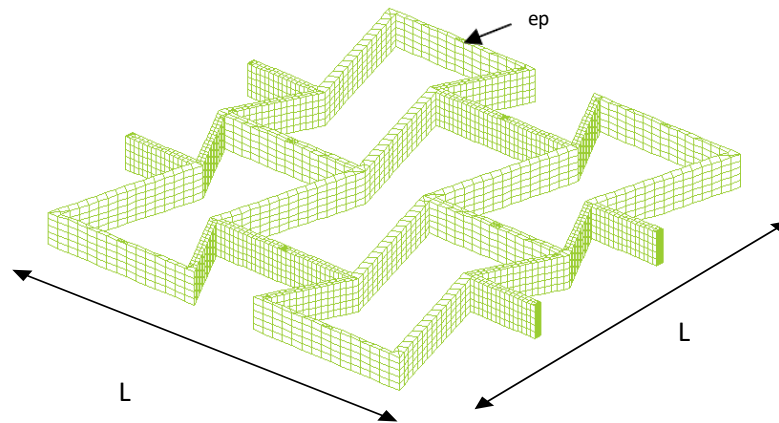


Figure .38 La cellule utilisée dans le modèle 1.

**Tableau .33.** Les dimensions de la cellule profilée n°1.

Les dimensions	
<i>H</i>	14 mm
<i>M</i>	14 mm
<i>L1</i>	10 mm
$\theta$	70°
<i>ep</i>	2 mm
<i>L2</i>	4.46 mm
<i>L3</i>	5.12 mm

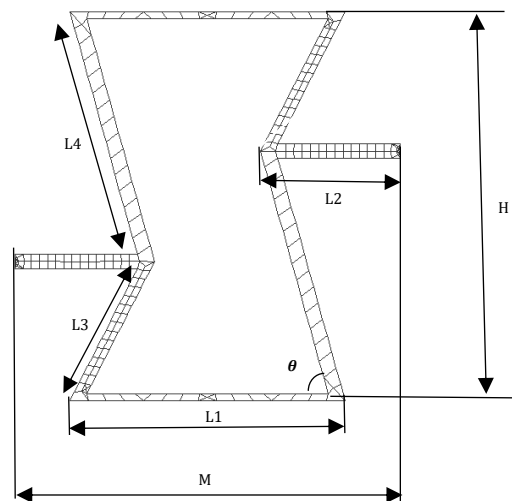


*Figure .39 Les dimensions du modèle 2*

Avec  $L = 28 \text{ mm}$

$ep = 2 \text{ mm}$

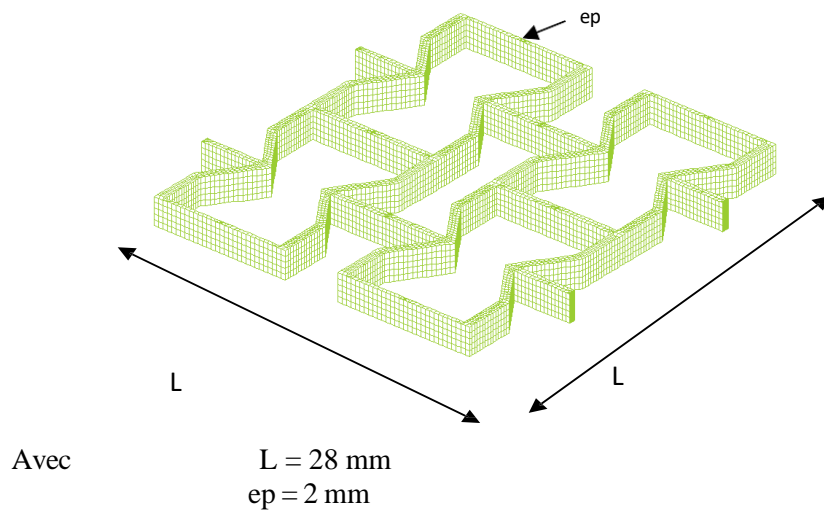
.



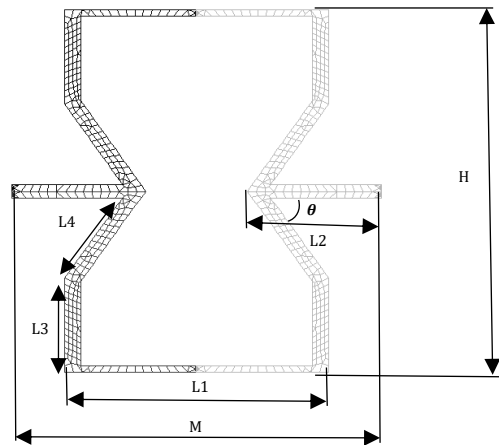
*Figure .310 La cellule utilisée dans le modèle 2.*

**Tableau .34.** Les dimensions de la cellule profilée n°02.

Les dimensions	
$H$	14 mm
$M$	14 mm
$L1$	9 mm
$\theta$	70°
$Ep$	2 mm
$L2$	4.46 mm
$L3$	5.34 mm
$L4$	10.05 mm



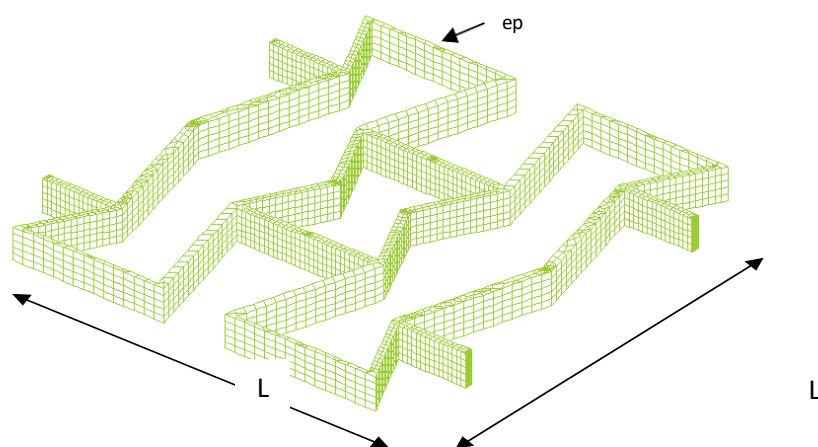
*Figure .311 Les dimensions du modèle 3.*



*Figure .312 La cellule utilisée dans le modèle 3.*

*Tableau .35. Les dimensions de la cellule profilée n°03.*

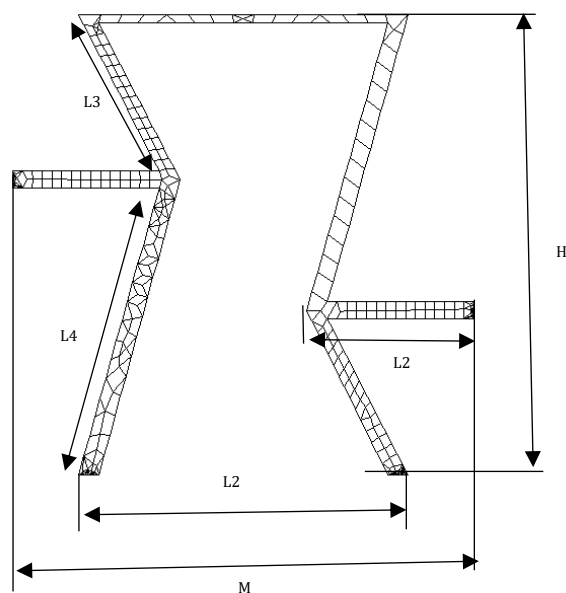
<b>Les dimensions</b>	
<i>H</i>	14 mm
<i>M</i>	14 mm
<i>L1</i>	9 mm
$\theta$	70°
<i>Ep</i>	2 mm
<i>L2</i>	4.46 mm
<i>L3</i>	3.65 mm
<i>L4</i>	2.571 mm



Avec

$$L = 28 \text{ mm}$$
$$ep = 2 \text{ mm}$$

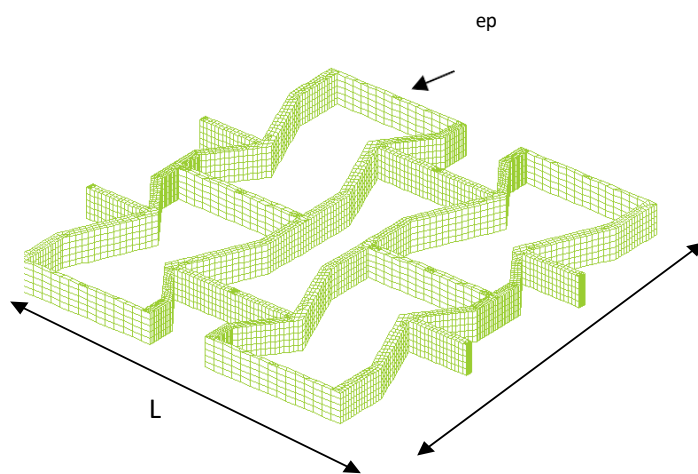
*Figure .313 Les dimensions du modèle 4.*



*Figure .314 La cellule utilisée dans le modèle 4.*

**Tableau .36.** Les dimensions de la cellule profilée n°04.

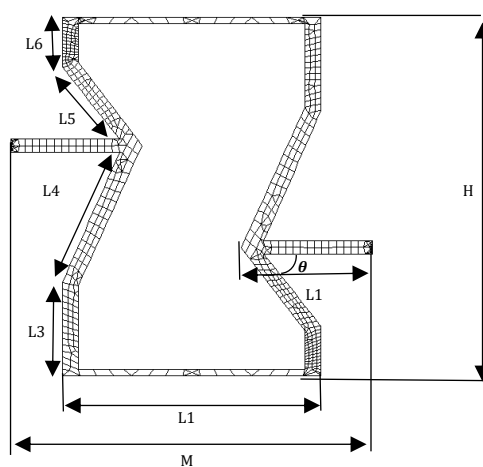
Les dimensions	
$H$	14 mm
$M$	14 mm
$L1$	9 mm
$\theta$	70°
$Ep$	2 mm
$L2$	4.46 mm
$L3$	5.34 mm
$L4$	10.05 mm



Avec

$L = 28 \text{ mm}$   
 $ep = 2 \text{ mm}$

**Figure 3.15** Les dimensions du modèle 5.



**Figure 3.16** La cellule utilisée dans le modèle 5.

Tableau .37. Les dimensions de la cellule profilée n°05.

Les dimensions	
$H$	14 mm
$M$	14 mm
$L1$	9 mm
$\theta$	70°
$Ep$	2 mm
$L2$	4.46 mm
$L3$	5.12 mm
$L4$	5.58 mm
$L5$	3.575 mm
$L6$	1.93 mm

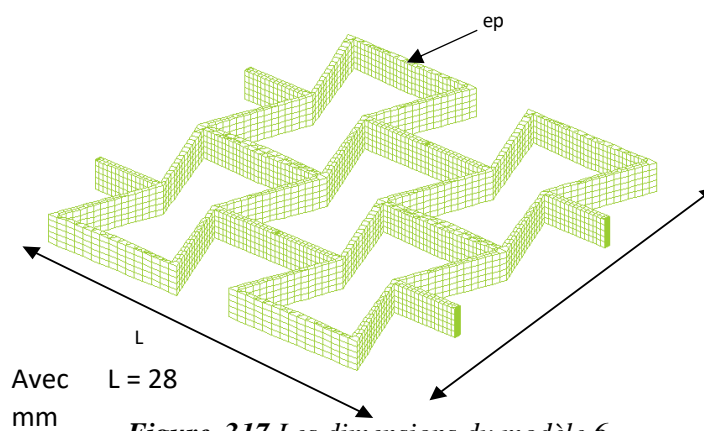


Figure .317 Les dimensions du modèle 6.

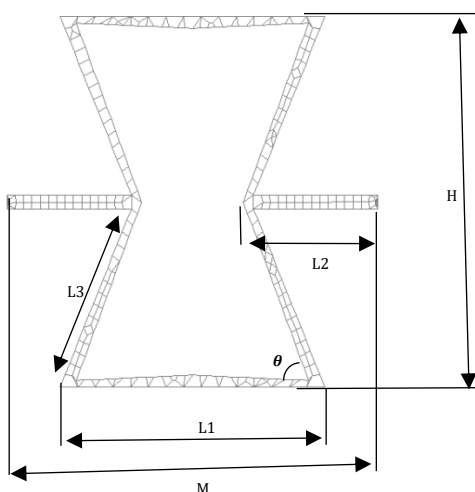
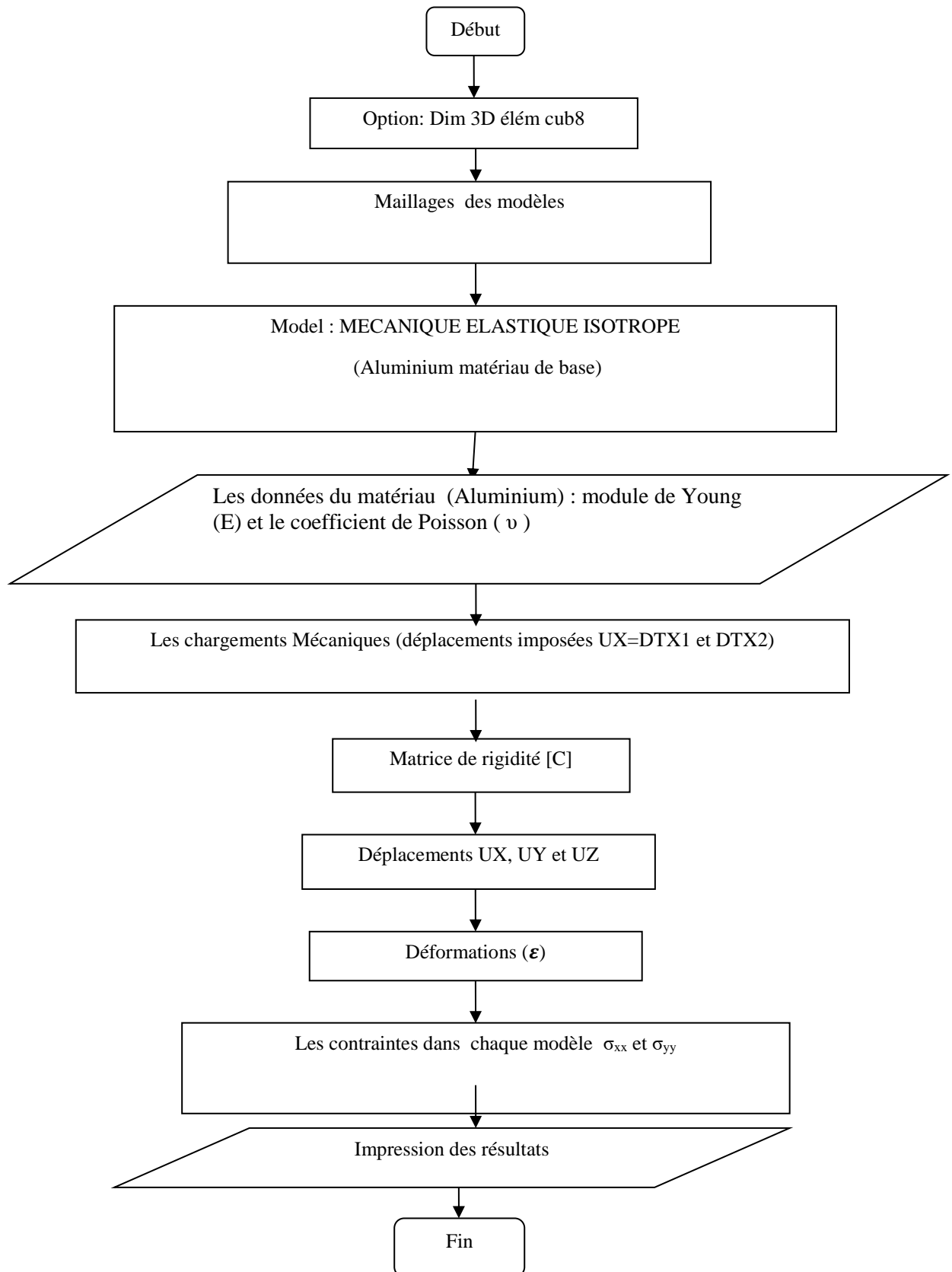


Figure 3.18. Les dimensions du modèle 6.

**Tableau .38** Les dimensions de la cellule profilée n°06.

<b>Les dimensions</b>	
<i>H</i>	14 mm
<i>M</i>	14 mm
<i>L1</i>	9 mm
$\theta$	70°
<i>Ep</i>	2 mm
<i>L2</i>	4.46 mm
<i>L3</i>	5.12

**III.6 Organigramme du programme des modélisations**

Une des forces de la modélisation numérique est sa capacité à effectuer des analyses paramétriques, permettant de modifier par exemple l'angle rentrant  $\theta$ , l'épaisseur des parois  $\alpha$  ou la hauteur des montants  $\beta$  dans l'équation géométrique de la cellule réentrante:

$$\rho_R = \frac{(8 + 3\beta + 2\alpha)\alpha^2}{(2\sin\theta + 2\alpha)^2(2\beta - 2\cos\theta + \alpha)} \quad (3.1)$$

Cette équation permet d'évaluer la densité relative de la cellule en fonction des paramètres géométriques.

L'intérêt d'une telle approche est également de pouvoir effectuer des simulations dans des conditions extrêmes (température, dynamique rapide, vibrations), sans devoir construire physiquement des prototypes. Cela permet un gain de temps considérable et une réduction des coûts expérimentaux.

Enfin, la modélisation numérique constitue une étape préalable indispensable pour toute phase de prototypage ou de fabrication additive. Grâce à elle, il est possible de sélectionner la topologie cellulaire la plus performante, d'anticiper les défaillances locales, et de vérifier la tenue mécanique de la structure finale dans son ensemble.

### III.7 Présentation du logiciel CASTEM utilisé dans les modélisations

CASTEM est un logiciel développé par le Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA) en France. Il est utilisé pour effectuer des calculs de structures par la méthode des éléments finis et constitue une solution puissante dans le domaine de la mécanique des solides, des structures, de la thermique et de la dynamique des milieux continus. Ce logiciel est particulièrement adapté à la modélisation de structures complexes comme celles étudiées dans le cadre de matériaux auxétiques

La particularité de CASTEM repose sur l'utilisation de GIBIANE, un langage de script propriétaire conçu pour une flexibilité maximale dans la description des géométries, la définition des conditions aux limites, et l'enchaînement des calculs. L'utilisateur rédige un fichier texte appelé commande .dgibi, qui est ensuite interprété par CASTEM pour générer la géométrie, réaliser le maillage, appliquer les conditions mécaniques, résoudre les équations du système, et effectuer le post-traitement.

Voici un extrait du langage GIBIANE utilisé dans la simulation :

```

MAI1 = MAILLAGE MODELE4 ;

MO1 = MODE MAI1 MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE ;

MA1 = MATE MO1 YOUN 69000 NU 0.33 ;

CLT = BLOQ UX PT1 ET PT2 ET BLOQ UY UZ PT1 ET PT2 ;

CHARGEMENT = DEPI PT1 0.04 ET PT2 - 0.04 ;

DEP = RESO (RIGI MO1 MA1 ET CLT) (F) ;

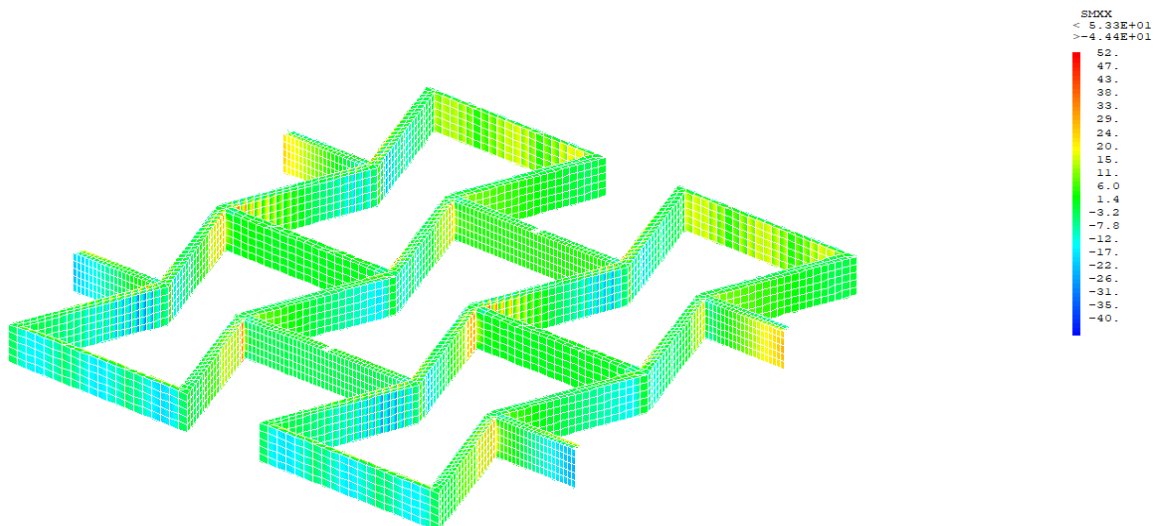
SIG = SIGM MO1 MA1 DEP ;

PLOT ISO – CONTRAINTE ;

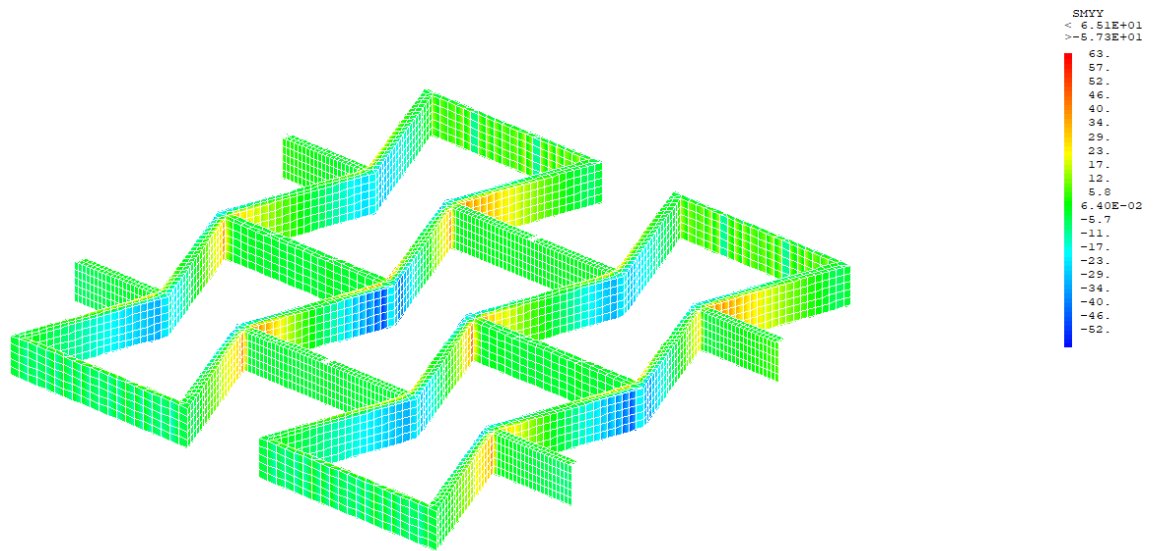
```

Ce script permet de générer un maillage pour un modèle auxétique, d'imposer un déplacement de 0,04 mm dans la direction x, de lancer un calcul linéaire en mécanique et de tracer les isovalues des contraintes.

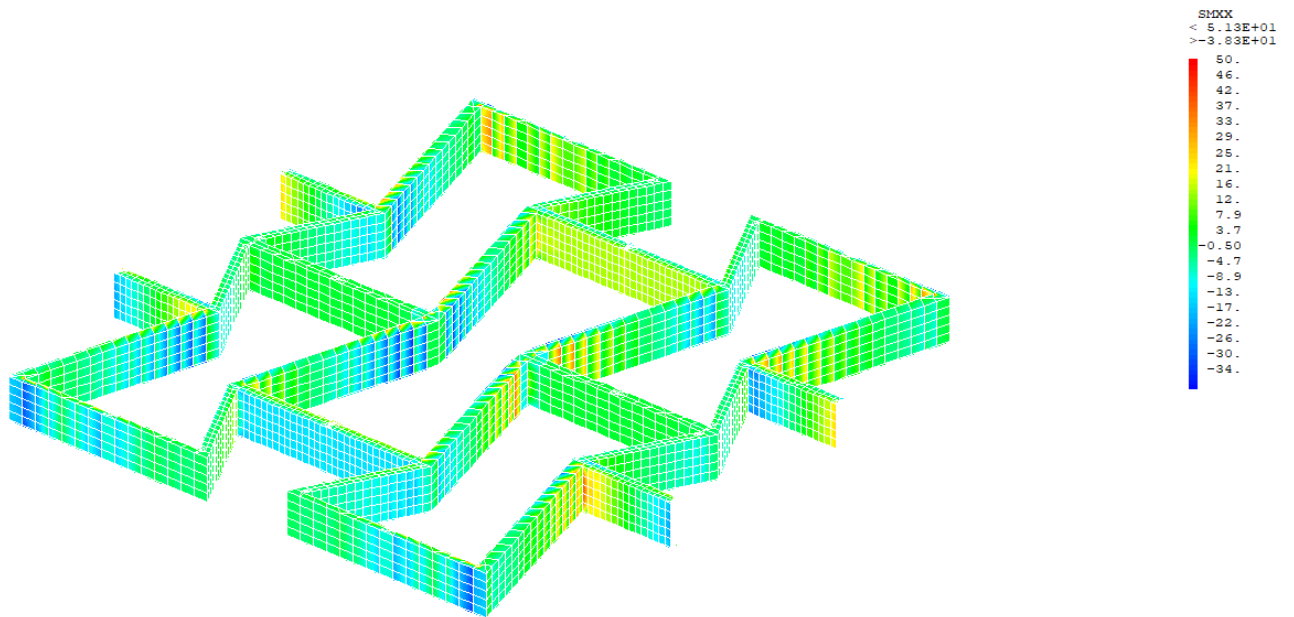
### III.8 Les contraintes



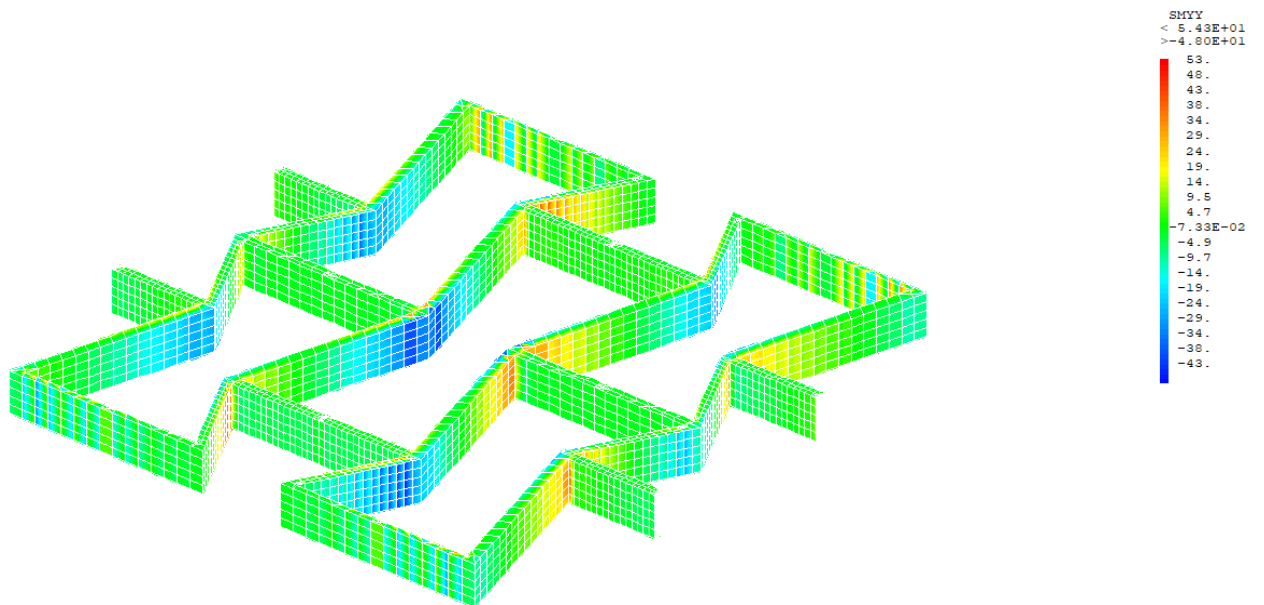
*Figure 3.19 Les contraintes  $\sigma_{xx}$  dans le modèle 1.*



*Figure .320 Les contraintes  $\sigma_{YY}$  dans le modèle 1*



*Figure .321* Les contraintes  $\sigma_{xx}$  dans le modèle 2.



*Figure .222 Les contraintes  $\sigma_{yy}$  dans le modèle 2.*

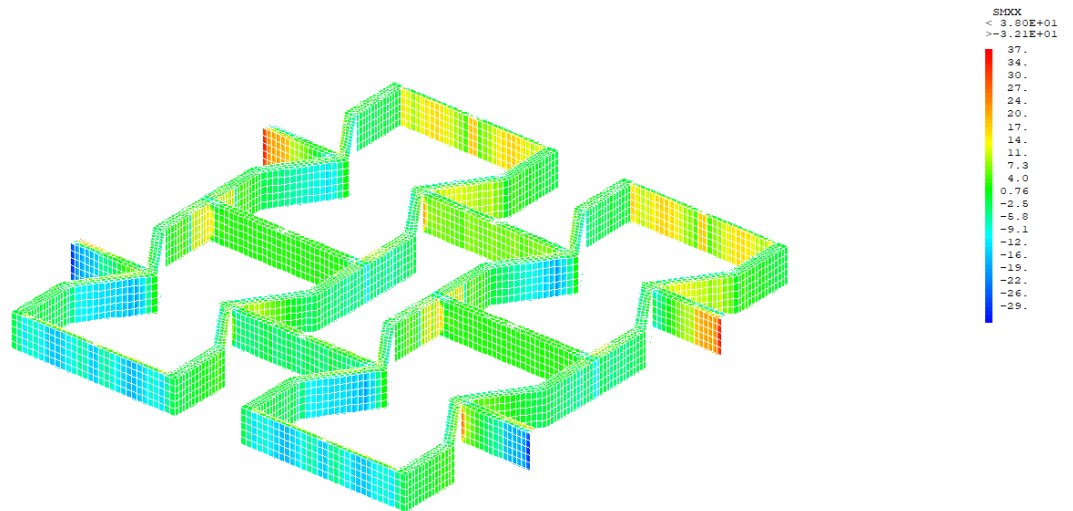


Figure .323 Les contraintes  $\sigma_{xx}$  dans le modèle 3.

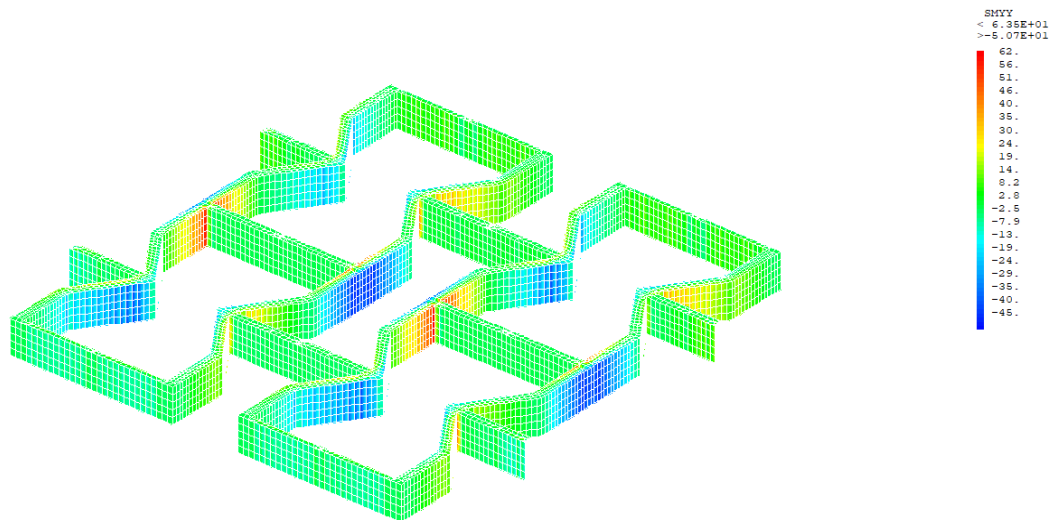


Figure .324 Les contraintes  $\sigma_{yy}$  dans le modèle 3.

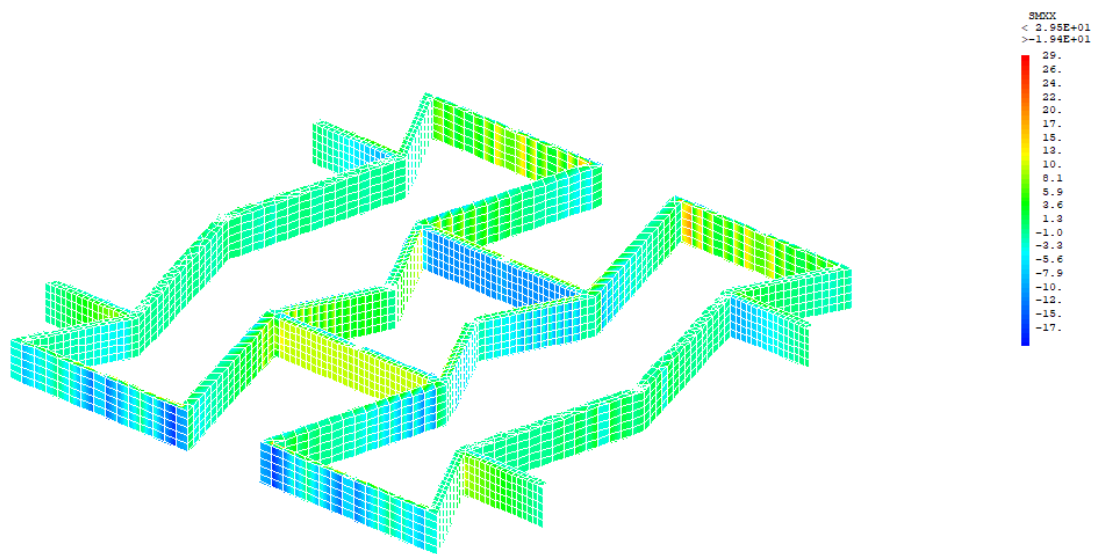


Figure .325 Les contraintes  $\sigma_{xx}$  dans le modèle 4.

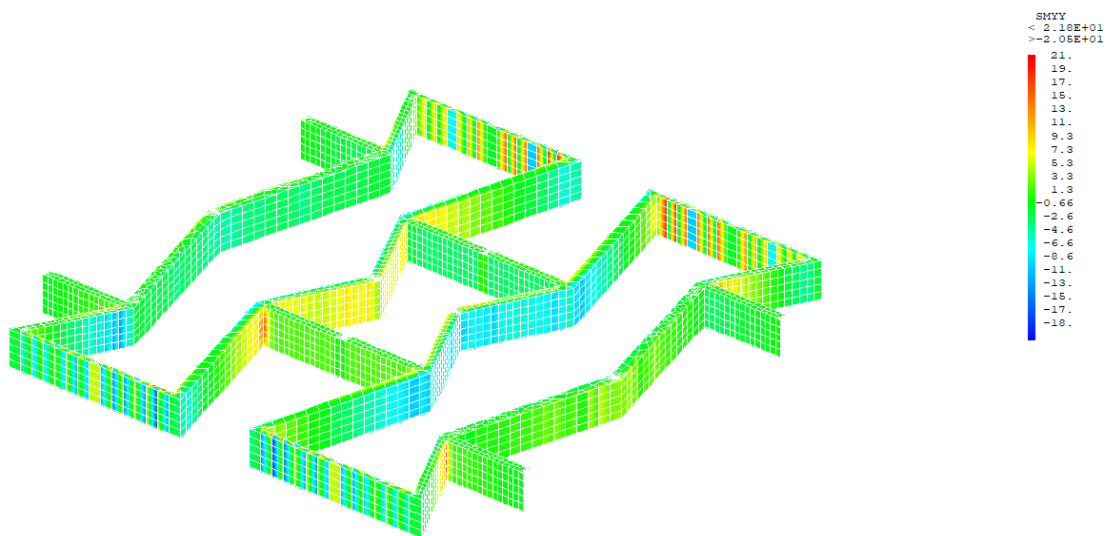


Figure .326 Les contraintes  $\sigma_{yy}$  dans le modèle 4.

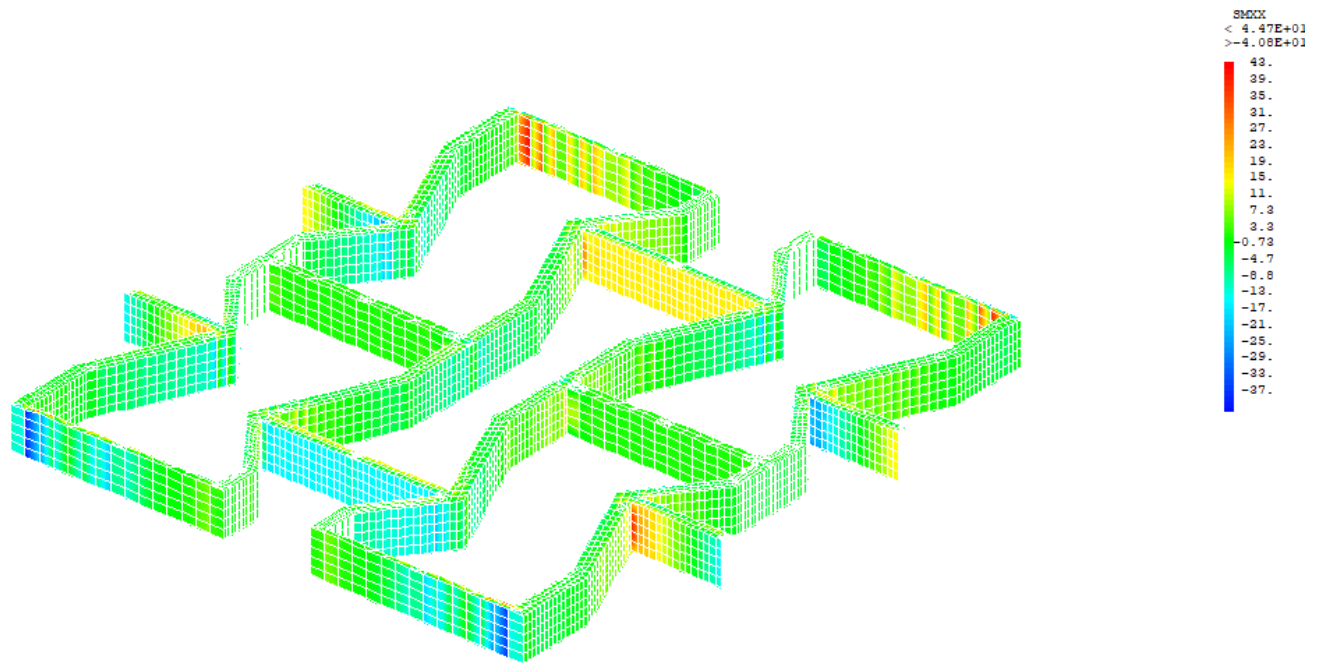


Figure .327 Les contraintes  $\sigma_{xx}$  dans le modèle 5.

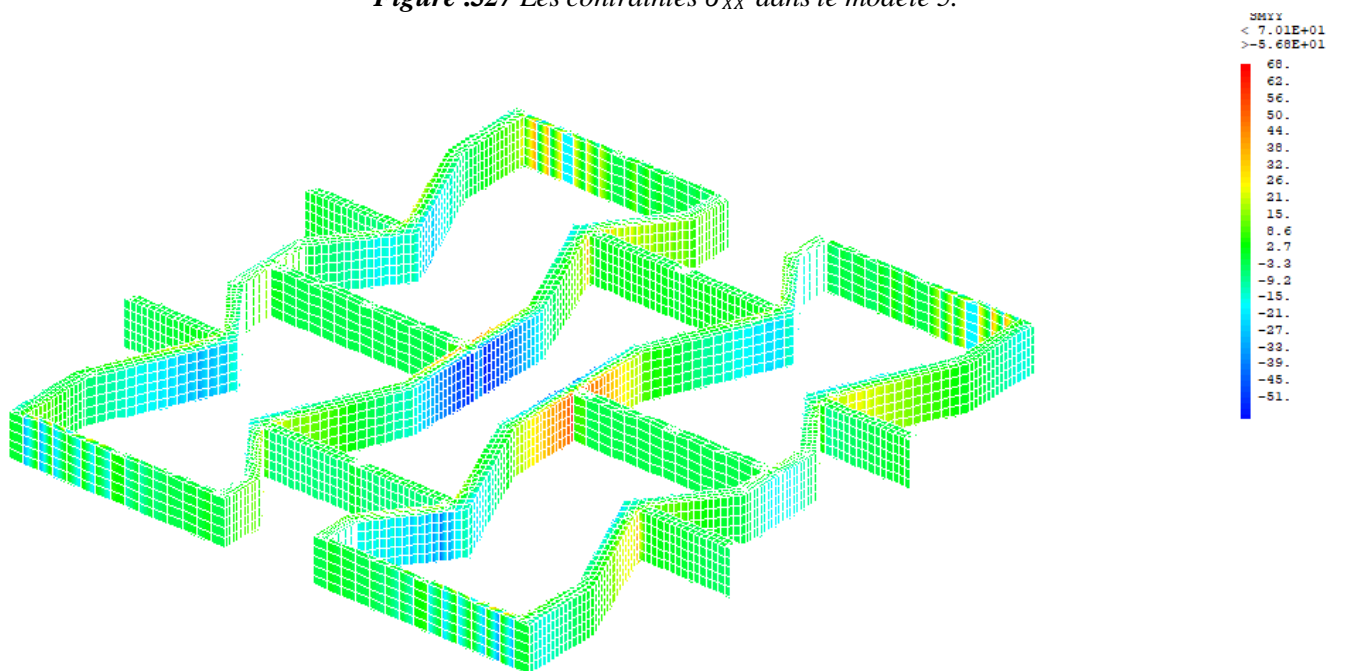
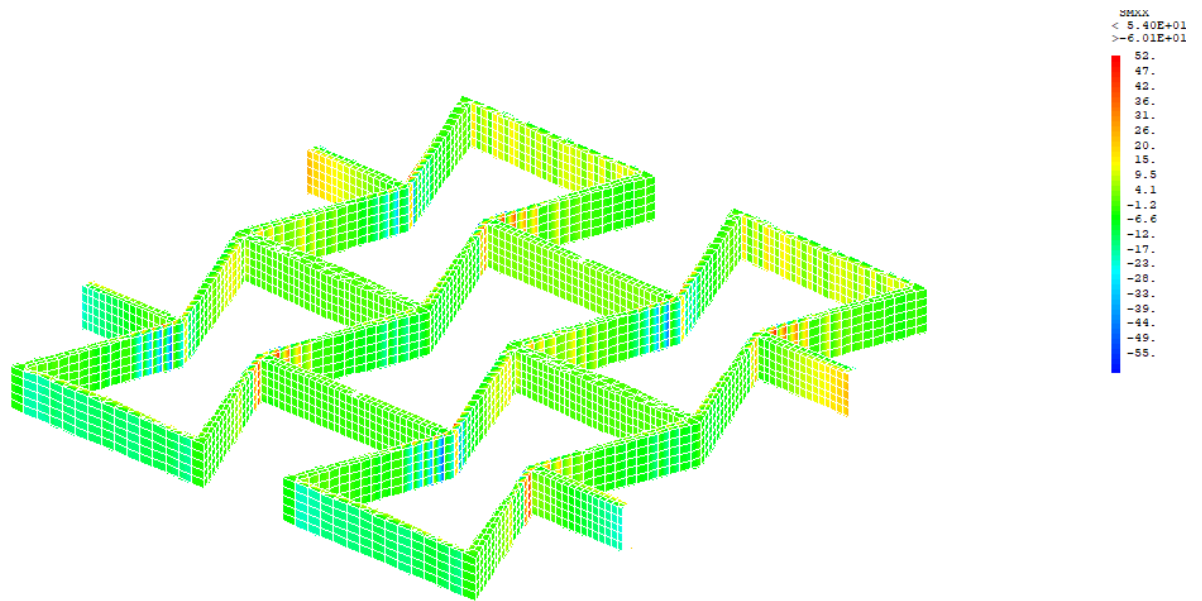
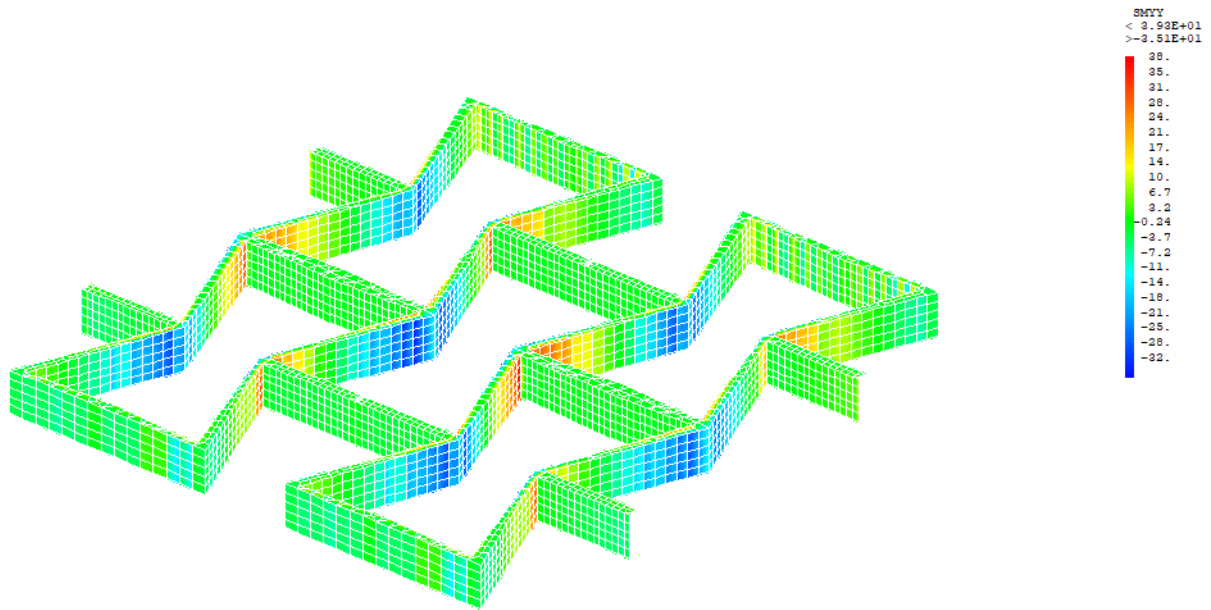


Figure .328 Les contraintes  $\sigma_{yy}$  dans le modèle 5.



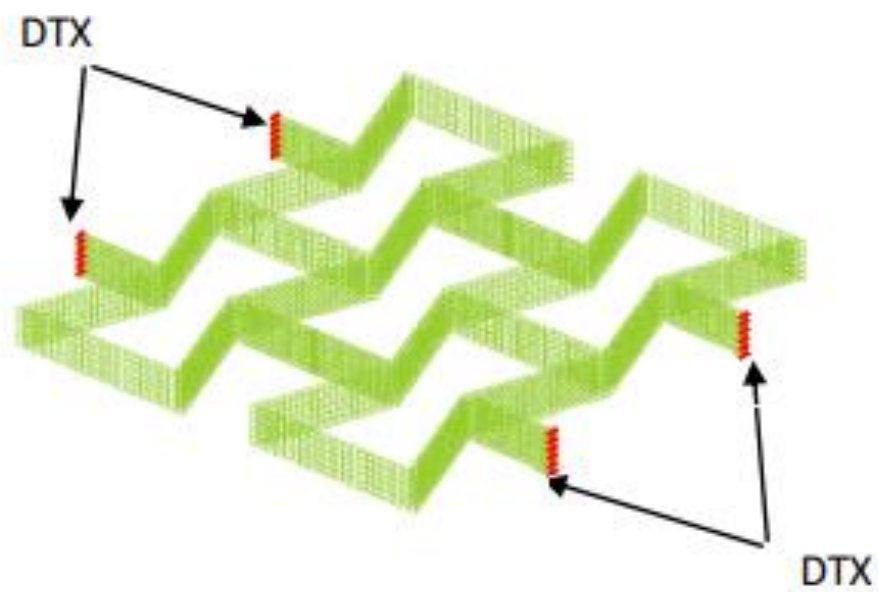
*Figure .329* Les contraintes  $\sigma_{xx}$  dans le modèle 6.



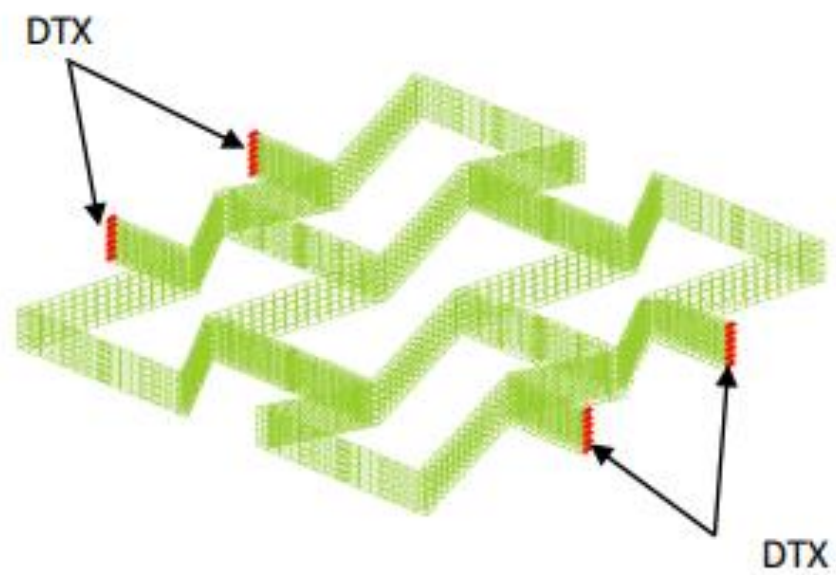
*Figure .330 Les contraintes  $\sigma_{yy}$  dans le modèle 6.*

### III.9 Chargement

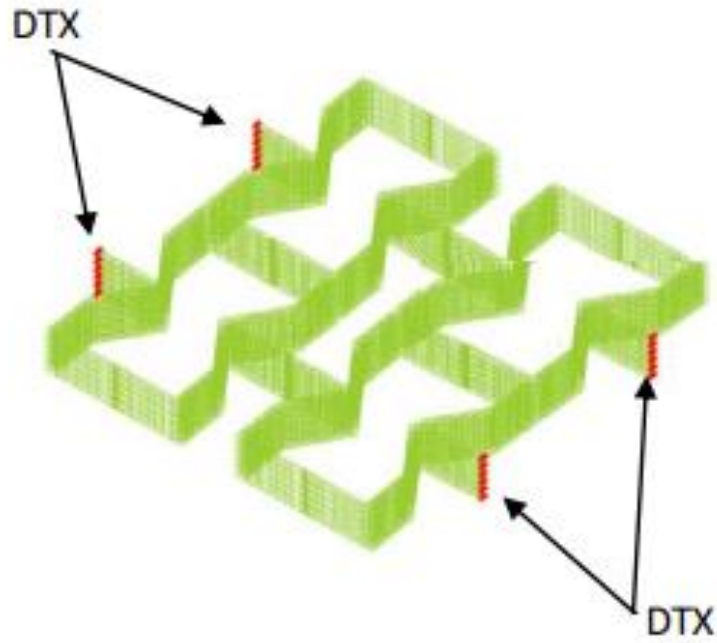
#### III.9.1 déplacement imposé



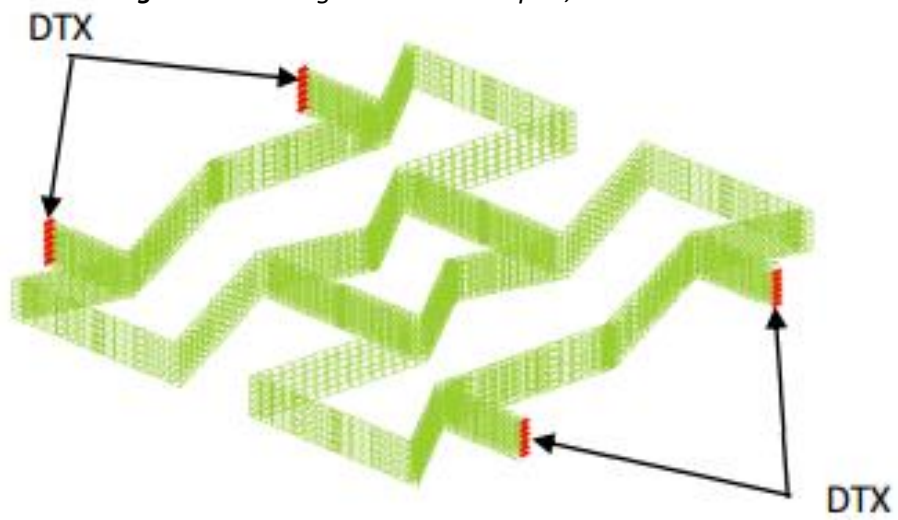
*Figure 3.31* Chargements mécaniques, modèle 1



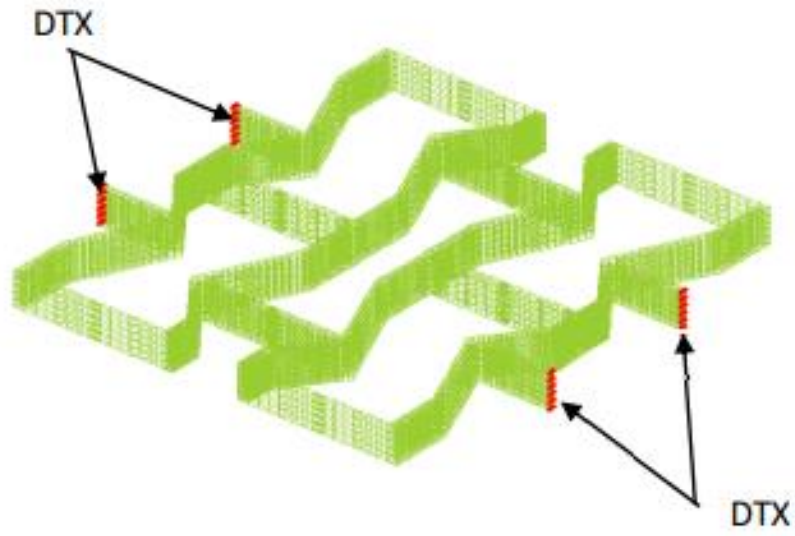
*Figure 3.32.* Chargements mécaniques, modèle 2



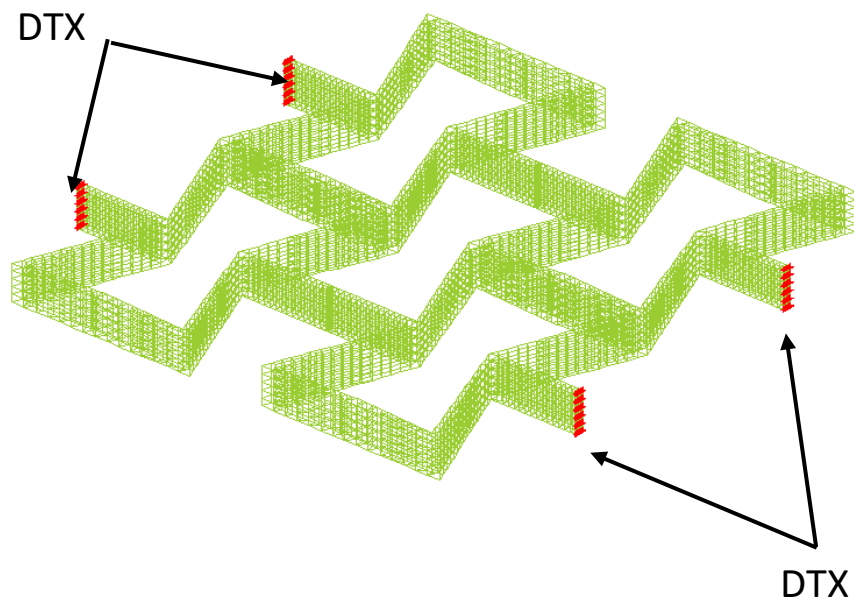
*Figure 3.33* Chargements mécaniques, modèle 3



*Figure 3.34* Chargements mécaniques, modèle 4

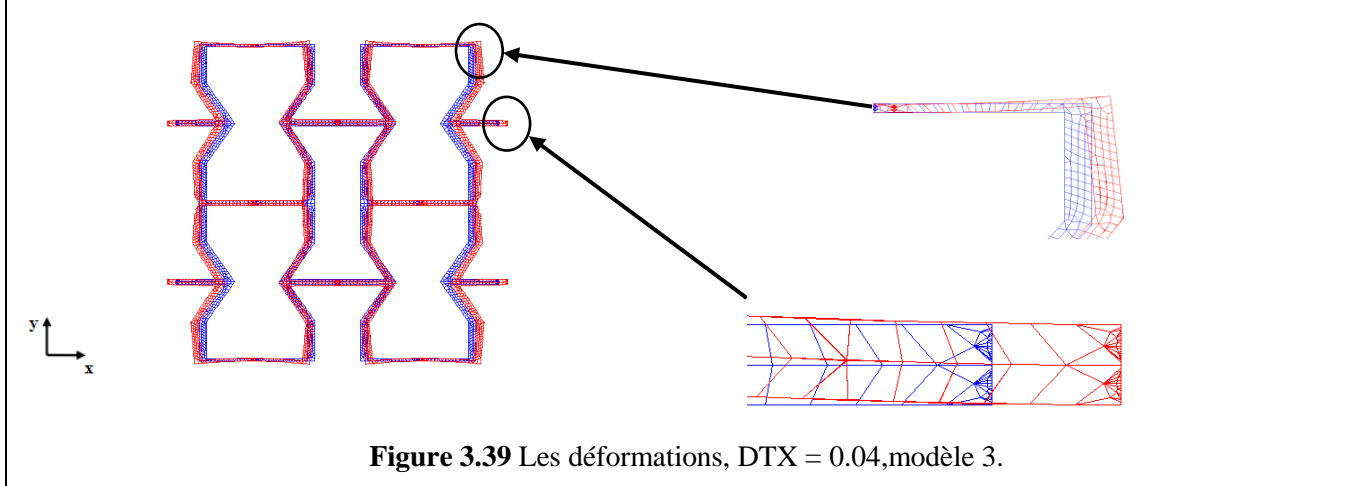
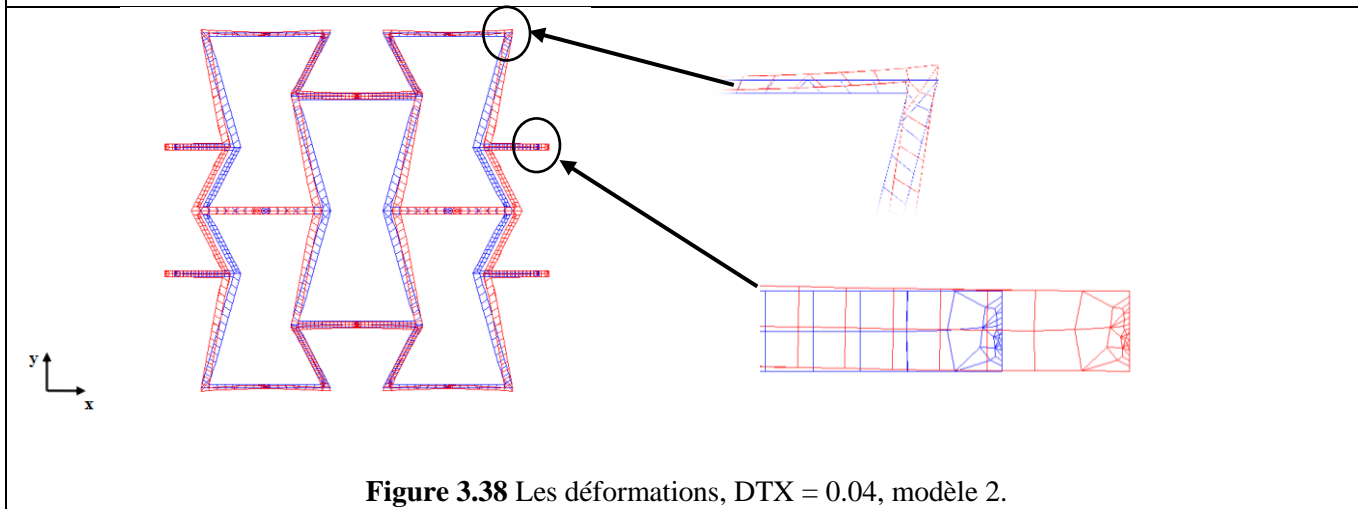
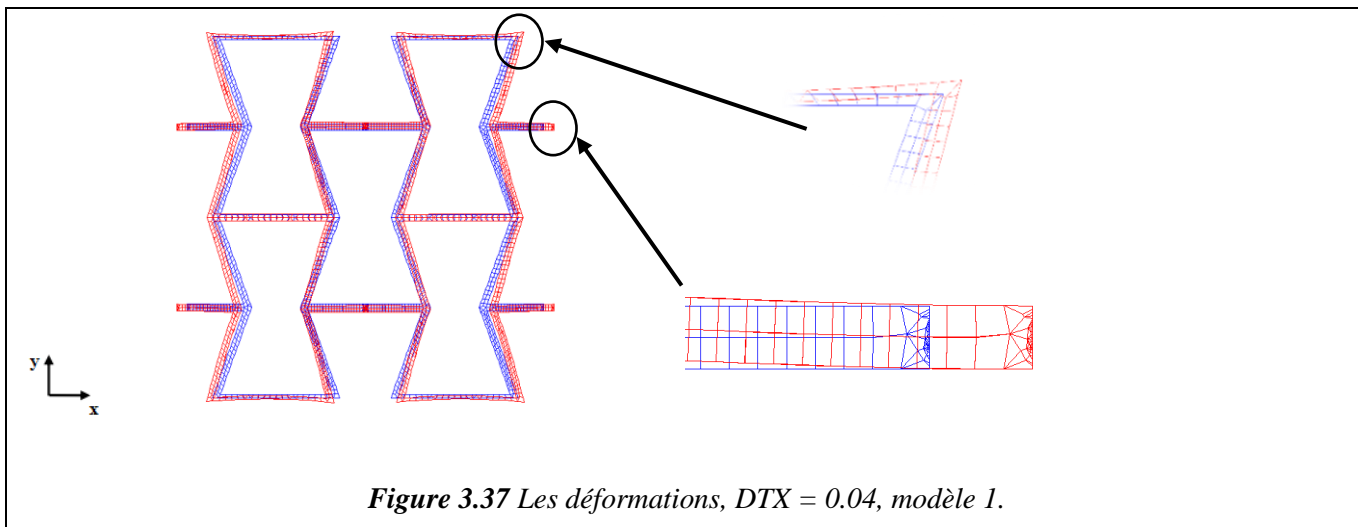


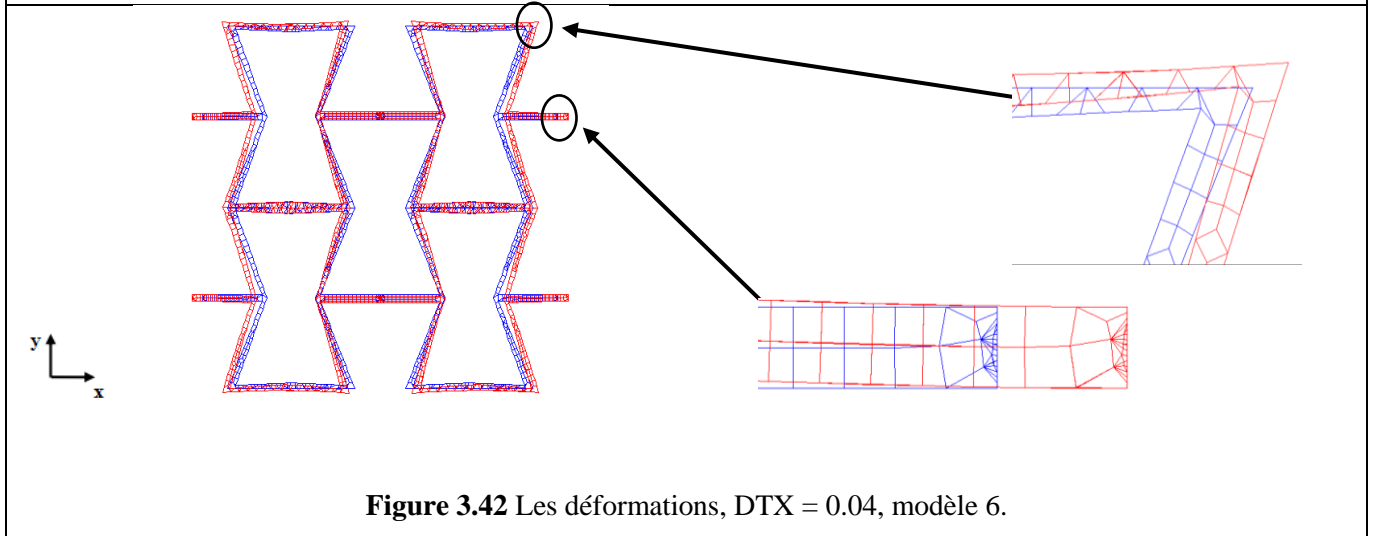
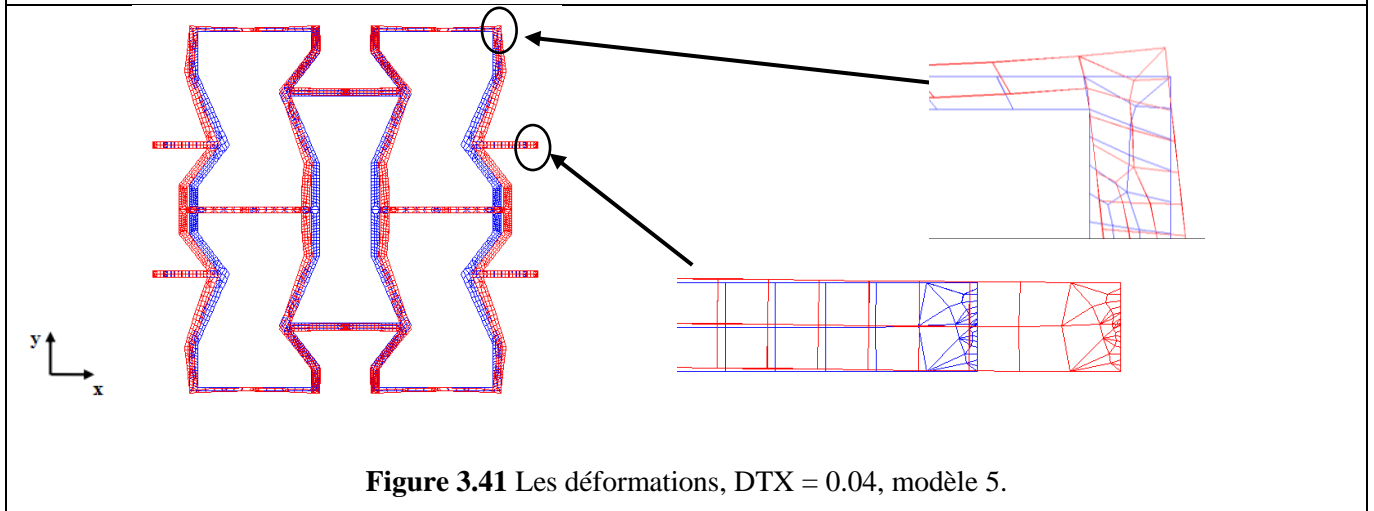
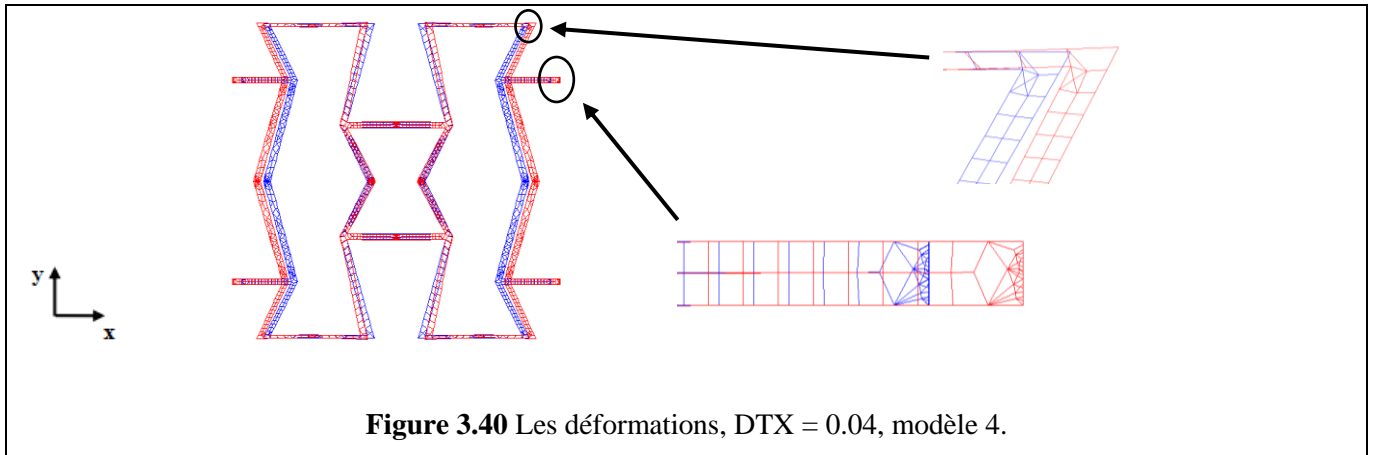
**Figure 3.35** Chargements mécaniques, modèle 5



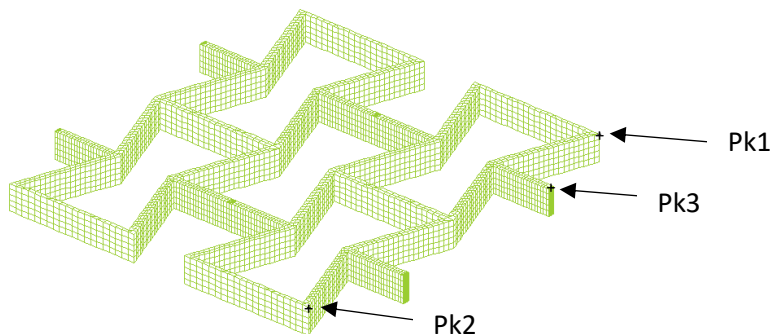
**Figure 3.36** Chargements mécaniques, modèle 6

III.9.2 les déformation





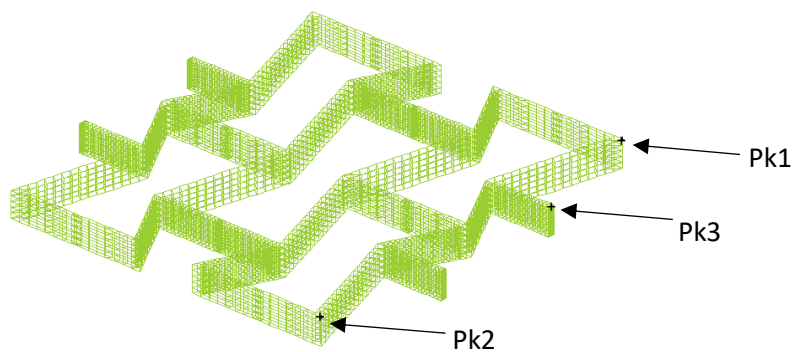
**III.10 Les points capteurs**



**Figure 3.43** Les points capteurs (Pk1, Pk2, Pk3), modèle 1.

**Tableau 3.9.** Les coordonnées des points capteurs, modèle 1.

Les points capteurs	Les coordonnées		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
Pk1	26.00	56.00	2.00
Pk2	23.00	28.00	2.00
Pk3	28.00	49.025	2.00

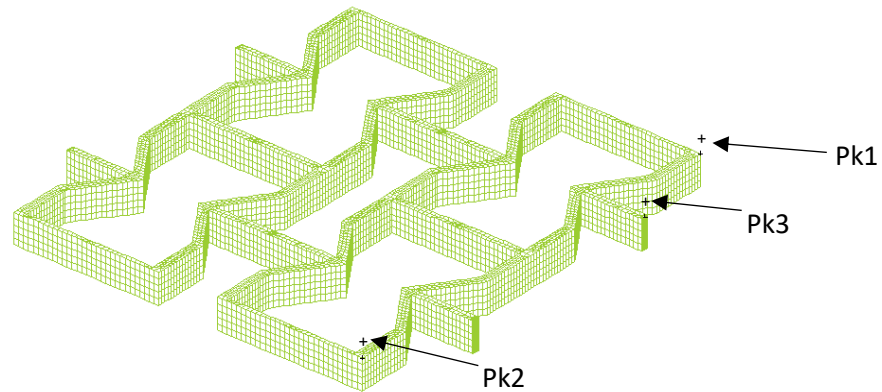


**Figure 3.44** Les points capteurs (Pk1, Pk2, Pk3), modèle 2.

**Tableau 3.10.** Les coordonnées des points capteurs, modèle 2.

Les points capteurs	Les coordonnées		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
Pk1	26.00	56.00	2.00
Pk2	26.00	28.00	2.00

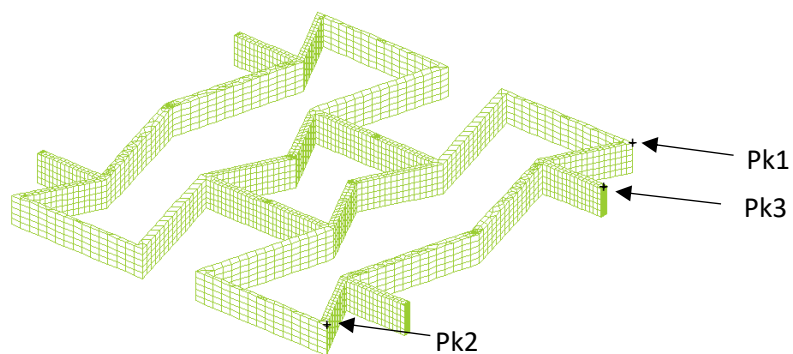
<i>Pk3</i>	28.50	47.00	2.00
------------	-------	-------	------



**Figure 3.45** Les points capteurs (Pk1, Pk2, Pk3), modèle 3.

**Tableau 3.11.** Les coordonnées des points capteurs, modèle 3.

<i>Les points capteurs</i>	<i>Les coordonnées</i>		
	<i>X (mm)</i>	<i>Y (mm)</i>	<i>Z (mm)</i>
<i>Pk1</i>	26.00	56.00	2.00
<i>Pk2</i>	26.00	28.00	2.00
<i>Pk3</i>	28.00	49.025	2.00

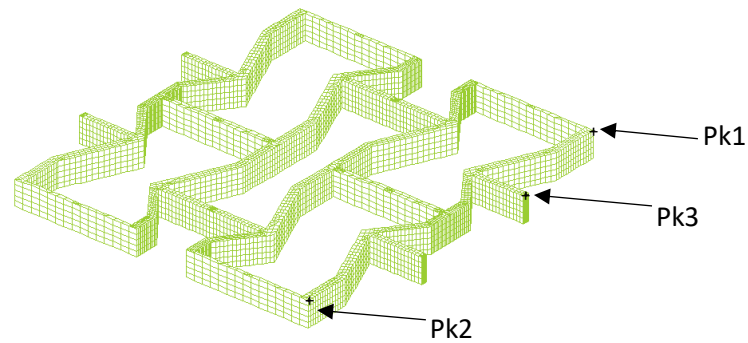


**Figure 3.46** Les points capteurs (Pk1, Pk2, Pk3), modèle 4.

**Tableau 3.12.** Les coordonnées des points capteurs, modèle 4.

<i>Les points capteurs</i>	<i>Les coordonnées</i>		
	<i>X (mm)</i>	<i>Y (mm)</i>	<i>Z (mm)</i>
<i>Pk1</i>	19.00	7.00	2.00

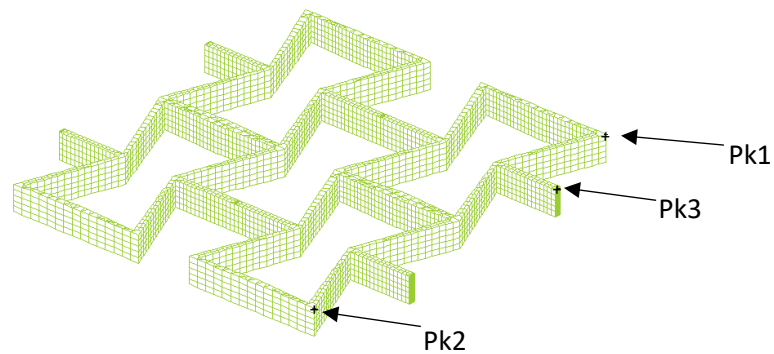
<i>Pk2</i>	19.00	-21.00	2.00
<i>Pk3</i>	21.00	2.00	2.00



**Figure 3.47** Les points capteurs (Pk1, Pk2, Pk3), modèle 5.

**Tableau 3.13.** Les coordonnées des points capteurs, modèle 5.

<i>Les points capteurs</i>	<i>Les coordonnées</i>		
	<i>X (mm)</i>	<i>Y (mm)</i>	<i>Z (mm)</i>
<i>Pk1</i>	26.00	56.00	2.00
<i>Pk2</i>	26.00	28.00	2.00
<i>Pk3</i>	28.00	47.025	2.00



**Figure 3.48** Les points capteurs (Pk1, Pk2, Pk3), modèle 6.

**Tableau 3.14.** Les coordonnées des points capteurs, modèle 6.

<i>Les points capteurs</i>	<i>Les coordonnées</i>		
	<i>X (mm)</i>	<i>Y (mm)</i>	<i>Z (mm)</i>
<i>Pk1</i>	26.00	56.00	2.00
<i>Pk2</i>	26.00	28.00	2.00

<i>Pk3</i>	28.00	49.025	2.00
------------	-------	--------	------

### III.11 Les résultat

**Tableau 3.15** Résultats des déplacements et contraintes pour le modèle 01.

Les points capteurs	$U_X(mm)$	$U_Y(mm)$	$\sigma_{xx}(MPa)$	$\sigma_{yy}(MPa)$
Pk1	$2.22735 \cdot 10^{-2}$	$1.45029 \cdot 10^{-2}$	-4.11233	-4.12059
Pk2	$2.30287 \cdot 10^{-2}$	$-1.39934 \cdot 10^{-2}$	-4.08476	-4.09273
Pk3	$4.00000 \cdot 10^{-2}$	0.00000	2.22397	1.11661
Coefficient de poisson	$-3.62571 \cdot 10^{-1}$			

**Tableau 3.16** Résultats des déplacements et contraintes pour le modèle 02.

Les points capteurs	$U_X(mm)$	$U_Y(mm)$	$\sigma_{xx}(MPa)$	$\sigma_{yy}(MPa)$
Pk1	$6.10722 \cdot 10^{-4}$	$1.40906 \cdot 10^{-2}$	-6.30336	-7.44089
Pk2	$6.10722 \cdot 10^{-4}$	$1.40906 \cdot 10^{-2}$	-6.30336	-7.44089
Pk3	$4.00000 \cdot 10^{-2}$	0.00000	3.36955	1.77739
Coefficient de poisson	$-3.52266 \cdot 10^{-1}$			

**Tableau 3.17** Résultats des déplacements et contraintes pour le modèle 03.

Les points capteurs	$U_X(mm)$	$U_Y(mm)$	$\sigma_{xx}(MPa)$	$\sigma_{yy}(MPa)$
Pk1	$2.15836 \cdot 10^{-2}$	$1.09986 \cdot 10^{-2}$	$-6.39537 \cdot 10^{-1}$	$-7.73249 \cdot 10^{-1}$
Pk2	$2.15836 \cdot 10^{-2}$	$-1.09986 \cdot 10^{-2}$	$-6.39537 \cdot 10^{-1}$	$-7.72349 \cdot 10^{-1}$
Pk3	$4.00000 \cdot 10^{-2}$	0.00000	-7.73741	$-3.86140 \cdot 10^{-1}$
Coefficient de poisson	$-2.74965 \cdot 10^{-1}$			

**Tableau 3.18** Résultats des déplacements et contraintes pour le modèle 04.

Les points capteurs	$U_X(mm)$	$U_Y(mm)$	$\sigma_{xx}(MPa)$	$\sigma_{yy}(MPa)$
Pk1	$3.08595 \cdot 10^{-2}$	$3.56433 \cdot 10^{-3}$	-2.26799	-1.51272
Pk2	$3.08595 \cdot 10^{-2}$	$-3.56433 \cdot 10^{-3}$	-2.26799	-1.51272
Pk3	$4.00000 \cdot 10^{-2}$	0.00000	$2.98749 \cdot 10^{-1}$	$1.47819 \cdot 10^{-1}$
Coefficient de poisson	$-8.91083 \cdot 10^{-2}$			

**Tableau 3.19** Résultats des déplacements et contraintes pour le modèle 05.

Les points capteurs	$U_X(mm)$	$U_Y(mm)$	$\sigma_{xx}(MPa)$	$\sigma_{yy}(MPa)$
Pk1	$-1.98937*10^{-3}$	$1.11334*10^{-2}$	-4.87478	-2.22643
Pk2	$-1.98937*10^{-3}$	$-1.11334*10^{-2}$	-4.87478	-2.22643
Pk3	$4.00000*10^{-2}$	0.00000	2.38986	1.16695
Coefficient de poisson	$-2.78336*10^{-1}$			

**Tableau 3.20** Résultats des déplacements et contraintes pour le modèle 06.

Les points capteurs	$U_X(mm)$	$U_Y(mm)$	$\sigma_{xx}(MPa)$	$\sigma_{yy}(MPa)$
Pk1	$2.18167*10^{-2}$	$1.52742*10^{-2}$	-2.64713	-2.27281
Pk2	$2.44424*10^{-2}$	$-1.39072*10^{-2}$	-2.78186	-2.61929
Pk3	$4.00000*10^{-2}$	0.00000	-3.04389	-1.52979
Coefficient de poisson	$-6.47605*10^{-1}$			

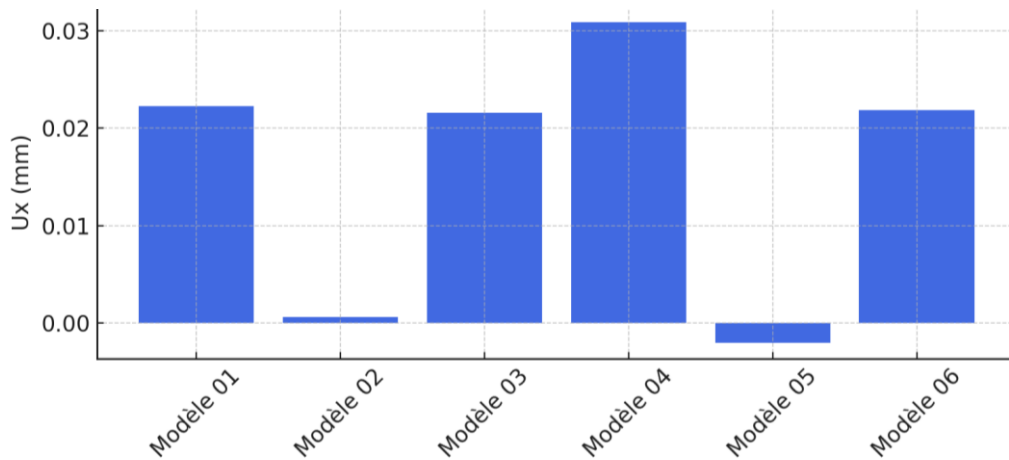


Figure 3.49 : Déplacement Ux au point Pk1

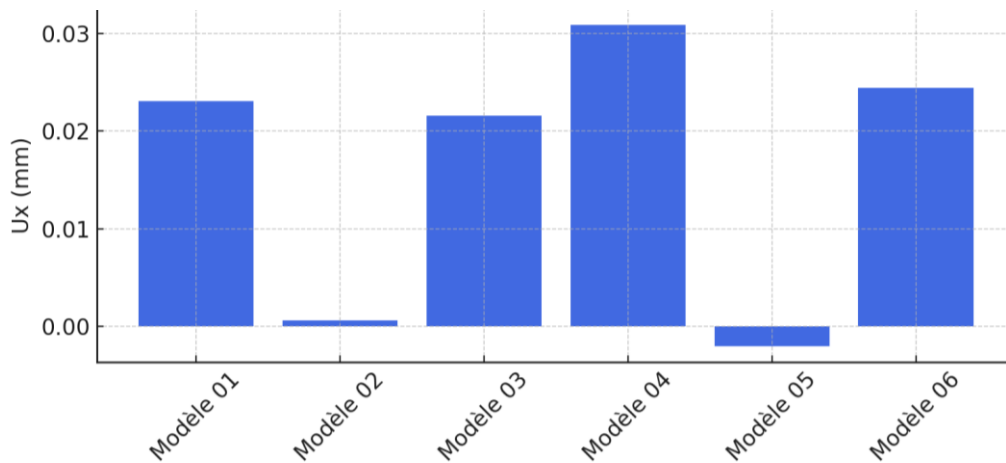
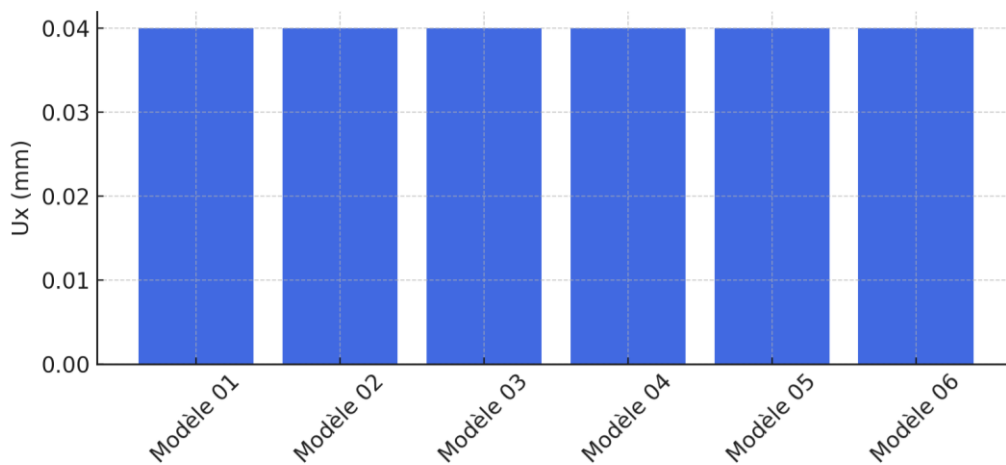
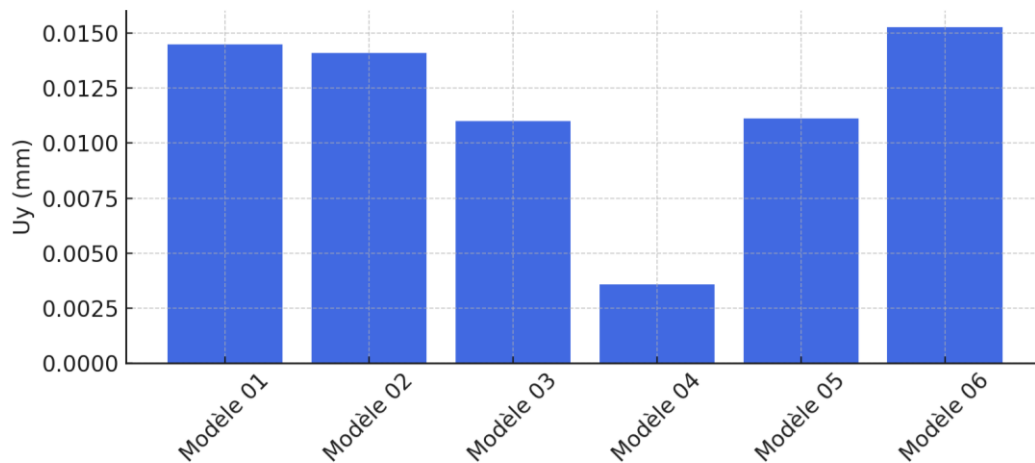


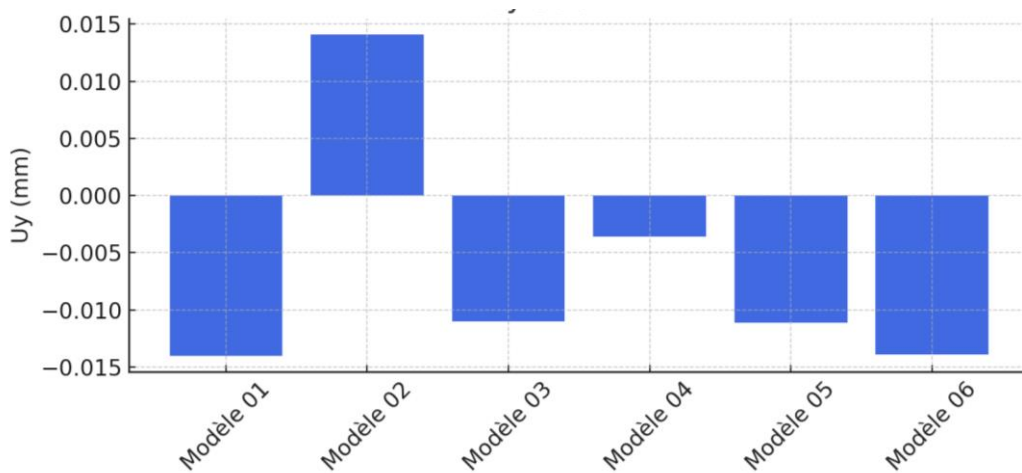
Figure 3.50 : Déplacement Ux au point Pk2



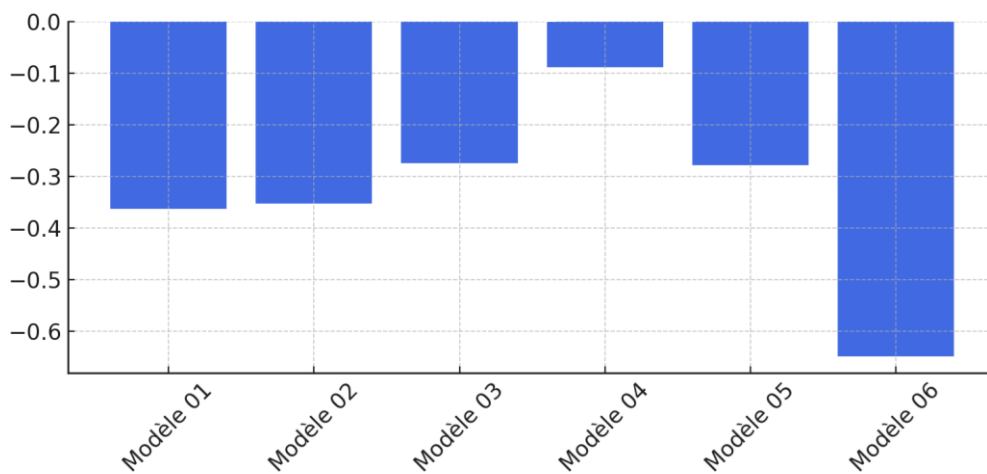
**Figure 3.51** : Déplacement  $U_x$  au point Pk3



**Figure 3.52** : Déplacement  $U_y$  au point Pk1



**Figure 3.53** : Déplacement  $U_y$  au point Pk2



**Figure 3.54** : Comparaison du coefficient de Poisson dans tous les modèles

### III.11 Discussion des résultats

Dans cette étude, nous avons analysé le comportement mécanique de six modèles de structures auxétiques en déterminant leurs coefficients de Poisson, ainsi que les champs de déplacement, de déformation et de contrainte sous sollicitation mécanique (déplacement imposé). Les structures étudiées présentent des géométries différentes permettant de comparer l'effet de la configuration architecturale sur les propriétés mécaniques auxétiques.

#### ❖ Coefficient de Poisson

Les résultats obtenus montrent que l'ensemble des structures étudiées possède un coefficient de Poisson négatif, confirmant leur caractère auxétique. Toutefois, on note une variation significative de ce coefficient d'une géométrie à une autre.

-La structure **Modèle 6** présente le coefficient de Poisson le plus négatif, indiquant une forte tendance à s'élargir latéralement sous traction.

-À l'inverse, la structure **Modèle 4** affiche le coefficient de Poisson le moins négatif, ce qui reste auxétique mais de manière plus modérée.

Ces différences s'expliquent par la géométrie des cellules unitaires et la capacité des parties ou les parois à pivoter ou se déformer sous chargement.

#### ❖ Déplacements et Déformations

L'analyse des déplacements montre également des différences notables entre les modèles. Les structures avec un fort caractère auxétique présentent des déplacements latéraux marqués, traduisant leur capacité à s'élargir sous traction. Cette aptitude à la déformation transversale est particulièrement prononcée dans les zones de jonction et aux articulations des cellules unitaires.

Les modèles aux géométries plus rigides limitent quant à eux ces déplacements, ce qui peut être un avantage pour certaines applications où la stabilité dimensionnelle est recherchée. L'analyse des champs de déplacement révèle des déplacements latéraux plus importants pour les modèles 1,2 et 6 sous une même sollicitation axiale provoqués par les déplacements imposés.

-Les structures aux configurations réentrantes et articulées offrent des déplacements latéraux accentués, favorisant l'expansion transversale.

-Les modèles à géométrie compacte ou avec des angles moins ouverts montrent des déplacements latéraux moindres, limitant l'effet auxétique.

-Les modèles à géométrie avec cellule non symétrie montrent des rotations dans les déformations suivant l'axe Z

Concernant les déformations, on observe un comportement similaire. Les zones de concentration des déformations se situent principalement au niveau des articulations ou des angles vifs des cellules et ou extrémités de la structure finale (dans l'assemblage des cellules auxétiques), ce qui pourrait constituer des zones critiques en cas de sollicitation cyclique ou à long terme.

#### ❖ **Contraintes**

L'étude des contraintes permet de mieux appréhender les performances mécaniques et la résistance potentielle des structures auxétiques.

-On a dans quelques modèles, grandes amplitudes de déplacement présentent généralement des pics de contrainte plus élevés localement, notamment au niveau des points de connexion des éléments. Cette concentration des contraintes pourrait, à terme, limiter la durée de vie de ces structures sous chargement répétitif ou dynamique. Les modèles aux configurations plus homogènes parviennent en revanche à mieux répartir les contraintes, réduisant ainsi les risques de défaillance localisée réduisant ainsi le risque de rupture prématurée.

La structure **Modèle 6** combine un bon compromis entre effet auxétique (coefficient de Poisson négatif satisfaisant) et limitation des contraintes maximales, ce qui en ferait un candidat prometteur pour des applications nécessitant à la fois flexibilité ,déplacement et résistance.

#### ❖ **Comparaison et choix optimal**

De manière générale, il apparaît qu'un compromis doit être trouvé entre l'amplitude de l'effet auxétique et la résistance mécanique des structures. Les modèles offrant un bon équilibre entre un coefficient de Poisson négatif significatif et une répartition homogène des contraintes semblent les plus prometteurs pour des applications pratiques. Parmi les structures étudiées, certaines ont montré des performances intéressantes en combinant ces deux aspects. Ces résultats ouvrent également la voie à des perspectives de recherche orientées vers la modification des paramètres géométriques (angles, longueurs, épaisseurs).

Le choix du modèle optimal dépendra donc de l'application visée :

- -forte déformation latérale recherchée
- meilleure résistance à la rupture
- -déformation sans rotation globale pour les cas de traction compression

Au terme de cette étude comparative :

- **Modèles 1, 2 et 6** offrent un bon équilibre entre le comportement auxétique et la résistance mécanique.

Ces résultats confirment que la géométrie des structures auxétiques joue un rôle déterminant dans leurs propriétés mécaniques. Des optimisations du choix de la forme des cellules et les modélisations numériques pourraient améliorer simultanément le comportement global et la résistance mécanique des structures auxétique 3D.

# **Conclusion générale et perspectives**

# Conclusion générale et perspectives

L'étude menée dans le cadre de ce travail a eu comme principal objectif d'établir quelques explications sur l'effet de la géométrie de la cellule auxétique sur le comportement mécanique des matériaux auxétiques via une double approche théorique et numérique.

Dans un premier temps, une étude bibliographique a été menée sur les types des matériaux auxétiques, les caractéristiques, le comportement mécanique ainsi que les calculs initiaux des caractéristiques mécaniques.

Cette étude nous a donné un aperçu sur les connaissances théoriques en rapport avec notre sujet et nous a guidés principalement sur les choix des formes de cellules.

Dans un premier temps, une étude bibliographique a été menée pour établir une étude initiale, incluant les principes fondamentaux de l'élasticité, les typologies structurales (réentrantes, chirales) et leurs applications transdisciplinaires (aérospatial, biomédical, génie civil). L'efficacité des modèles d'homogénéisation pour prédire les propriétés mécaniques en s'appuyant sur les travaux fondateurs de Gibson et Ashby.

Dans un deuxième temps, des modélisations numériques ont été réalisées sur l'influence de la forme de la cellule auxétique sur le comportement mécanique des structures auxétiques.

Ces modélisations ont été réalisées grâce à un logiciel des éléments finis *Castem version 2024* pour étudier et éclairer les points suivants :

- L'influence de la géométrie des cellules auxétiques sur les valeurs des contraintes et les déformations locales et globales
- L'influence de la géométrie des cellules auxétiques sur les valeurs du coefficient de Poisson
- Le comportement d'une structure auxétique sollicitée par des déplacements imposés.
- L'influence du choix et la position des points capteurs sur la localisation et l'estimation des caractéristiques (PK1 , PK2 et PK3)

Grâce à la modélisation numérique avec le logiciel *CASTEM*, six géométries cellulaires 3D ont été simulées sous déplacements imposés, révélant des corrélations directes entre l'architecture cellulaire et les réponses mécaniques locales (contraintes, déformations, déplacements).

Les objectifs principaux ont été atteints :

- ✓ **Validation des outils numériques** (éléments finis) : confirmation de leur adéquation pour simuler ou modéliser des structures auxétiques complexes.
- ✓ **Analyse paramétrique** : quantification de l'impact de la géométrie cellulaire sur le coefficient de Poisson effectif, selon les modèles.
- ✓ **Corrélation théorie-expérience** : les résultats corroborent les prédictions théoriques, notamment la relation densité relative/rigidité et l'optimisation de l'absorption d'énergie.

Malheureusement à cause du manque de moyens de calcul assez puissants, nous n'avons pas pu aborder tous les sujets que nous avons initialement fixés dans nos objectifs, en particulier des modèles auxétiques 3D de formes plus complexes.

### **Perspectives de recherche**

Pour dépasser ces contraintes, trois axes prioritaires se dégagent :

- **Exploration d'architectures multi-échelles (métamatériaux)** : combinant polymères, composite et métaux, avec une validation expérimentale via l'impression 3D.
- **Analyse des comportements dynamiques** : quantification des réponses aux chocs, à la fatigue cyclique et aux couplages thermomécaniques en environnements extrêmes.
- **Optimisation topologique** : développement d'algorithmes d'intelligence artificielle pour concevoir des cellules unitaires sur mesure, maximisant le coefficient de Poisson négatif tout en réduisant les contraintes locales.

*Annexe*

**Modèle 01**

TITR 'Auxétique';  
OPTI DIME 3 ELEM CUB8;

M = 10;  
L = 14;  
H = 14;  
T = 0.5;  
A = 70;  
ep=2.0;

N= 15 ;  
N2=5;

LX=28;  
LY=28;

\*AFFICHAGE\*\*\*\*\*

X1=M\*(0.5);  
MESS'X1='X1;  
Y1 = (-1) \* H\*(0.5);  
MESS'Y1='Y1;  
X2 = M\*(0.5) - ((0.5)\*(H-T) / (TAN (A)));  
MESS'X2='X2;  
Y2 = (-1) \* T\*(0.5);  
MESS'Y2='Y2;  
X3 = L\*(0.5);  
MESS'X3='X3;  
Y3 = (-1) \* T\*(0.5);  
MESS'Y3='Y3;  
X4 = (M\*(0.5)) - (T\*(0.5\*(2/(SIN (A)))) + (0.5 \*  
(1/(TAN (A)))));  
MESS'X4='X4;  
Y4 = (0.5) \* (T-H);  
MESS'Y4='Y4;  
X5 = X4 - (0.5\*(H-T) / (TAN (A)));  
MESS'X5='X5;  
Y5 = 0 ;  
MESS'Y5='Y5;  
DEBPROC S1 X0 Y0 Z0 ;  
P0 = X0. Y0. Z0. ;  
P1 = (X0+X1). (Y0+Y1). (Z0+0). ;  
P2 = (X0+X2). (Y0+Y2). (Z0+0). ;  
P3 = (X0+X3). (Y0+Y3). (Z0+0). ;  
P4 = (X0+X4). (Y0+Y4). (Z0+0). ;  
P5 = (X0+X5). (Y0+Y5). (Z0+0). ;  
P6 = (X0+X1). (Y0+((-1)\*Y1)). (Z0+0). ;  
P7 = (X0+X2). (Y0+((-1)\*Y2)). (Z0+0). ;  
P8 = (X0+X3). (Y0+((-1)\*Y3)). (Z0+0). ;  
P9 = (X0+X4). (Y0+((-1)\*Y4)). (Z0+0). ;  
P10 = (X0+((-1)\*X1)). (Y0+Y1). (Z0+0). ;  
P11 = (X0+((-1)\*X2)). (Y0+Y2). (Z0+0). ;  
P12 = (X0+((-1)\*X3)). (Y0+Y3). (Z0+0). ;

P13 = (X0+((-1)\*X3)). (Y0+((-1)\*Y3)). (Z0+0). ;  
P14 = (X0+((-1)\*X2)). (Y0+((-1)\*Y2)). (Z0+0). ;  
P15 = (X0+((-1)\*X1)). (Y0+((-1)\*Y1)). (Z0+0). ;  
P16 = (X0+((-1)\*X4)). (Y0+((-1)\*Y4)). (Z0+0). ;  
P17 = (X0+((-1)\*X5)). (Y0+Y5). (Z0+0). ;  
P18 = (X0+((-1)\*X4)). (Y0+Y4). (Z0+0). ;

\*\*\*LIGNES

L1= DROI P1 P10 N;  
L2= DROI P10 P11 N;  
L3= DROI P11 P12 N;  
L4= DROI P12 P13 N;  
L5= DROI P13 P14 N;  
L6= DROI P14 P15 N;  
L7= DROI P15 P6 N;  
L8= DROI P6 P7 N;  
L9= DROI P7 P8 N;  
L10= DROI P8 P3 N;  
L11= DROI P3 P2 N;  
L12= DROI P2 P1 N;  
L13= DROI P18 P4 N;  
L14= DROI P4 P5 N;  
L15= DROI P5 P9 N;  
L16= DROI P9 P16 N;  
L17= DROI P16 P17 N;  
L18= DROI P17 P18 N;  
LT=L1 ET L2 ET L3 ET L4 ET L5 ET L6 ET L7 ET L8  
ET L9 ET L10 ET L11 ET L12 ET L13 ET  
L14 ET L15 ET L16 ET L17 ET L18 ;  
TRAC Lt ;  
TRAC QUALI LT ;  
S1= SURF PLAN Lt COUL VERT ;  
TRAC S1 ;  
TRAC QUALI S1 ;  
FINPROC S1 ;  
K9 = S1 ((1\*(L/2.0)) ((5\*(H/2.0))) 0 ;  
K13 = S1 ((1\*(L/2.0)) ((7\*(H/2.0))) 0 ;  
K10 = S1 ((3\*(L/2.0)) ((5\*(H/2.0))) 0 ;  
K14 = S1 ((3\*(L/2.0)) ((7\*(H/2.0))) 0 ;  
STOT = K9 ET K13 ET K10 ET K14 ;  
ELIM STOT 0.0001 ;  
TRAC STOT ;  
VALS = MESURE STOT ;  
MESS'VALS='VALS ;  
V1=STOT VOLU N2 TRAN (0. 0. ep) COUL OLIVE ;  
TRAC CACH V1 ;

PSS= noeud 4241;  
List PSS;

TRAC CACH (V1 et PSS);

VAL1 = NBEL STOT ;  
VAL2 = NBNO STOT ;  
MESSAGE ' LE NOMBRE D ELEMENTS EST ' VAL1 ;  
MESSAGE ' LE NOMBRE DE NOEUDS EST ' VAL2 ;

MO1 = MODE V1 MECANIQUE ELASTIQUE  
ISOTROPE ;

MA1 = MATE MO1 YOUN 69000 NU 0.33 ;

PT = (V1 COOR 1) POINT MAXI ;  
PT1 = (V1 COOR 1) POINT MINI ;  
TRAC ((PT COUL ROUG) ET V1) ;

TRAC ((PT1 COUL ROUG) ET V1) ;

\*\*\*\*valeurs des déplacements imposées\*\*\*\*

DTX1=0.04 ;  
DTX2= -1\*DTX1 ;

\*\*\*\*\*

CL1= bloq UX PT;  
CL2= bloq UX PT1;

F1 = DEPI CL1 DTX1 ;  
F2 = DEPI CL2 DTX2 ;

CL3=BLOQ UY UZ PT ;  
CL4=BLOQ UY UZ PT1 ;  
CLT=CL1 ET CL2 ET CL3 ET CL4;

\*\*\*Les coordonnées des points capteurs\*\*\*\*

pK1= 26. 56. 2. ;  
pK2= 26. 28. 2. ;  
PK3= 28.0 49.025 2. ;

trac cach (V1 et pk1 et pk2 et pk3);

CONF (V1 POIN PROC PK1)PK1;  
CONF (V1 POIN PROC PK2)PK2;  
CONF (V1 POIN PROC PK3)PK3;

trac V1;

trac cach (V1 ET pK1);  
trac cach (V1 ET pK2);  
trac cach (V1 ;T pK3);

\*\*\*\*\*

\*RESOLUTION DU SYSTEME LINEAIRE

RIG1=RIGI MO1 MA1 ;  
RIG1=RIG1 ET CLT;  
DEP = RESO RIG1 (F1 et F2);  
TRAC DEP V1 ;

DEF1=DEFO V1 DEP 0 BLEU;  
DEF2=DEFO V1 DEP 20 ROUGE;  
TRACE (DEF1 ET DEF2);

TRAC DEF1 ;

\* EXTRACTION DES COMPOSANTES DU  
DEPLACEMENT

DEPX=EXCO UX DEP;  
DEPY=EXCO UY DEP;  
DEPZ=EXCO UZ DEP;

DEPXMAY=MAXI DEP;  
DEPYMAX=MAXI DEP;  
DEPZMAX=MAXI DEP;

DEPXMAY=MINI DEP;  
DEPYMIN=MINI DEP;  
DEPZMIN=MINI DEP;

MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN X = ' DEPXMAY;  
MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN Y = ' DEPYMAX;  
MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN Z = ' DEPZMAX;  
MESS 'DEPLACEMENT MINI EN X = ' DEPXMAY;  
MESS 'DEPLACEMENT MINI EN Y = ' DEPYMIN;  
MESS 'DEPLACEMENT MINI EN Z = ' DEPZMIN;

\*\*\*\*\*Les Contraintes\*\*\*\*\*

SIGTOT=SIGM MO1 MA1 DEP ;  
\* \*\*\*CHAMPS DE CONTRAINTES  
CONYY=EXCO 'SMYY' SIGTOT;  
TRAC MO1 CONYY ;  
CONXX=EXCO 'SMXX' SIGTOT;  
TRAC MO1 CONXX ;

\*\*\*\*\*

CHAM1 = CHAN NOEUD MO1 SIGTOT;  
CHPO1 = CHAN CHPO MO1 CHAM1;

\*\*\*\*\*Les contraintes\*\*\*\*\*

CONXX1= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK1;

CONYY1= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK1;

```

CONTXX2= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK2;
CONTYY2= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK2;
CONTXX3= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK3;
CONTYY3= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK3;

*****Les déplacements*****

depXPK1= EXTRA DEP UX PK1;
depyPK1= EXTRA DEP UY PK1;
depXPK2= EXTRA DEP UX PK2;
depyPK2= EXTRA DEP UY PK2;
depXPK3= EXTRA DEP UX PK3;
depyPK3= EXTRA DEP UY PK3;

*****Les deformations *****
EPS1 = EPSI MO1 DEP ;

CHAM11 = CHAN NOEUD MO1 EPS1;
CHPO1 = CHAN CHPO MO1 CHAM11;

defXXPK1= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK1;
defyyPK1= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK1;

defXXPK2= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK2;
defyyPK2= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK2;

defXXPK3= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK3;
defyyPK3= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK3;

*****Coefficient de Poisson****

CC1=(depyPK1/(LY/2.));
CC2=(DTX1/(LX/2.));

Valnu=-1*(CC1/CC2);

*****Impression des résultats*****

chp4 = 'CHAINE' 'M01';
chp5 = 'CHAINE' 'D:\R2025\ fichier-resultats-
'chp4'.txt';
OPTI 'IMPR' chp5;

OPTI ECHO 0 ;

mess'*****Resultats pour modele 01*****';

mess'*****les contraintes*****';
mess 'valeur de la contxx(PK1)='CONTXX1'MPa';
mess 'valeur de la contYY(PK1)='CONTYY1'MPa';
mess 'valeur de la contXX(PK2)='CONTXX2'MPa';
mess 'valeur de la contYY(PK2)='CONTYY2'MPa';
mess 'valeur de la contXX(PK3)='CONTXX3'MPa';
mess 'valeur de la contYY(PK3)='CONTYY3'MPa';

mess'*****les déplacements*****';

mess 'valeur du déplacement-
xx(PK1)='depXPK1'mm';
mess 'valeur du déplacement-
yy(PK1)='depyPK1'mm';
mess 'valeur du déplacement-
xx(PK2)='depXPK2'mm';
mess 'valeur du déplacement-
yy(PK2)='depyPK2'mm';
mess 'valeur du déplacement-
xx(PK3)='depXPK3'mm';
mess 'valeur du déplacement-
yy(PK3)='depyPK3'mm';

mess'*****les déformations*****';

mess 'valeur de la def-XX(PK1)='defXXPK1;
mess 'valeur de la def-yy(PK1)='defyyPK1;
mess 'valeur de la def-XX(PK2)='defXXPK2;
mess 'valeur de la def-yy(PK2)='defyyPK2;
mess 'valeur de la def-XX(PK3)='defXXPK3;
mess 'valeur de la def-yy(PK3)='defyyPK3;

mess'*****le coefficient de Poisson*****';
mess 'valeur du coef(nu)='Valnu;

*****

FIN;

```

## Modèle 02

TITR 'Auxétique';  
OPTI DIME 3 ELEM CUB8;

M = 10;  
L = 14;  
H = 14;  
T = 0.5;  
A = 70;  
ep=2.0;  
N= 15;  
N2=5;

LX=28;  
LY=28;

\*AFFICHAGE\*\*\*\*\*

X1=M\*(0.5);  
MESS'X1='X1;  
Y1 = (-1) \* H\*(0.5);  
MESS'Y1='Y1;  
X2 = M\*(0.5) - ((0.5)\*(H-T) / (TAN (A)));  
MESS'X2='X2;  
Y2 = (-1) \* T\*(0.5) + (-2);  
MESS'Y2='Y2;  
X3 = L\*(0.5);  
MESS'X3='X3;  
Y3 = (-1) \* T\*(0.5) + (-2);  
MESS'Y3='Y3;  
X4 = (M\*(0.5)) - (T\*(0.5\*(2/(SIN (A)))) + (0.5 \*  
(1/(TAN (A)))));  
MESS'X4='X4;  
Y4 = (0.5) \* (T-H);  
MESS'Y4='Y4;  
X5 = X4 - (0.5\*(H-T) / (TAN (A)));  
MESS'X5='X5;  
Y5 = -2 ;  
MESS'Y5='Y5;  
X6=M\*(0.5);  
MESS'X6='X6;  
Y6 = (-1) \* H\*(0.5);  
MESS'Y6='Y6;  
X7 = M\*(0.5) - ((0.5)\*(H-T) / (TAN (A)));  
MESS'X7='X7;  
Y7 = (-1) \* T\*(0.5) + 2;  
MESS'Y7='Y7;  
X8 = L\*(0.5);  
MESS'X8='X8;  
Y8 = (-1) \* T\*(0.5) + 2;  
MESS'Y8='Y8;  
X9 = (M\*(0.5)) - (T\*(0.5\*(2/(SIN (A)))) + (0.5 \*  
(1/(TAN (A)))));  
MESS'X9='X9;

Y9 = (0.5) \* (T-H);  
MESS'Y9='Y9;  
X10 = X4 - (0.5\*(H-T) / (TAN (A)));  
MESS'X10='X10;  
Y10 = 2 ;  
MESS'Y10='Y10;  
DEBPROC S1 X0 Y0 Z0 ;  
P0 = X0. Y0. Z0. ;  
P1 = (X0+X1). (Y0+Y1). (Z0+0). ;  
P2 = (X0+X2). (Y0+Y2). (Z0+0). ;  
P3 = (X0+X3). (Y0+Y3). (Z0+0). ;  
P4 = (X0+X4). (Y0+Y4). (Z0+0). ;  
P5 = (X0+X5). (Y0+Y5). (Z0+0). ;  
P6 = (X0+X1). (Y0+((-1)\*Y1)). (Z0+0). ;  
P7 = (X0+X2). (Y0+((1)\*Y2 + (0.5))). (Z0+0). ;  
P8 = (X0+X3). (Y0+((1)\*Y3 + (0.5))). (Z0+0). ;  
P9 = (X0+X4). (Y0+((-1)\*Y4)). (Z0+0). ;  
P10 = (X0+((-1)\*X1)). (Y0+Y1). (Z0+0). ;  
P11 = (X0+((-1)\*X7)). (Y0+Y7). (Z0+0). ;  
P12 = (X0+((-1)\*X8)). (Y0+Y8). (Z0+0). ;  
P13 = (X0+((-1)\*X8)). (Y0+((1)\*Y8 + (0.5))).  
(Z0+0). ;  
P14 = (X0+((-1)\*X7)). (Y0+((1)\*Y7 + (0.5))).  
(Z0+0). ;  
P15 = (X0+((-1)\*X1)). (Y0+((-1)\*Y1)). (Z0+0). ;  
P16 = (X0+((-1)\*X4)). (Y0+((-1)\*Y4)). (Z0+0). ;  
P17 = (X0+((-1)\*X10)). (Y0+Y10). (Z0+0). ;  
P18 = (X0+((-1)\*X4)). (Y0+Y4). (Z0+0). ;  
\*\*\*LIGNES  
L1= DROI P1 P10 N;  
L2= DROI P10 P11 N;  
L3= DROI P11 P12 N;  
L4= DROI P12 P13 N;  
L5= DROI P13 P14 N;  
L6= DROI P14 P15 N;  
L7= DROI P15 P6 N;  
L8= DROI P6 P7 N;  
L9= DROI P7 P8 N;  
L10= DROI P8 P3 N;  
L11= DROI P3 P2 N;  
L12= DROI P2 P1 N;  
L13= DROI P18 P4 N;  
L14= DROI P4 P5 N;  
L15= DROI P5 P9 N;  
L16= DROI P9 P16 N;  
L17= DROI P16 P17 N;  
L18= DROI P17 P18 N;  
LT=L1 ET L2 ET L3 ET L4 ET L5 ET L6 ET L7 ET L8  
ET L9 ET L10 ET L11 ET L12 ET L13 ET L14 ET L15  
ET L16 ET L17 ET L18 ;  
SM=SURF PLAN LT COUL ROUG;  
  
S0= SURF PLAN LT ;  
Trac quali S0;  
S2= S0 SYME 'DROI' P6 P15 coul ROUG ;  
Trac quali S2;

S3= S0 Et S2 ;  
S4= S3 SYME 'DROI' P8 P3 coul VERT ;

S1 = s3 et s4 ;  
trac s1 ;  
trac quali s1 ;

FINPROC S1 ;

K9 = S1 ((1\*(L/2.0))) ((5\*(H/2.0))) 0 ;

STOT = K9 ;  
ELIM STOT 0.0001 ;  
TRAC STOT ;  
VALS = MESURE STOT ;  
MESS'VALS='VALS ;  
V1=STOT VOLU N2 TRAN (0. 0. ep) COUL OLIVE ;  
TRAC CACH V1 ;  
VAL1 = NBEL STOT ;  
VAL2 = NBNO STOT ;  
MESSAGE ' LE NOMBRE D ELEMENTS EST ' VAL1 ;  
MESSAGE ' LE NOMBRE DE NOEUDS EST ' VAL2 ;  
MO1 = MODE V1 MECANIQUE ELASTIQUE  
ISOTROPE ;  
MA1 = MATE MO1 YOUN 69000 NU 0.33 ;  
TRAC MA1 MO1 ;  
PT = (V1 COOR 1) POINT MAXI ;  
PT1 = (V1 COOR 1) POINT MINI ;  
TRAC ((PT COUL ROUG) ET V1 ) ;

TRAC ((PT1 COUL ROUG) ET V1 ) ;

\*\*\*\*valeurs des déplacements imposées\*\*\*\*

DTX1=0.04 ;  
DTX2= -1\*DTX1 ;  
\*\*\*\*\*

CL1= bloq UX PT ;  
CL2= bloq UX PT1 ;

F1 = DEPI CL1 DTX1 ;  
F2 = DEPI CL2 DTX2 ;

CL3=BLOQ UY UZ PT ;  
CL4=BLOQ UY UZ PT1 ;  
CLT=CL1 ET CL2 ET CL3 ET CL4 ;

\*\*\*Les coordonnées des points capteurs\*\*\*\*

\*trac cach V1 ;  
\*PSS= Noeud 2117 ;  
\*list PSS ;  
\*trac cach (V1 et PSS) ;

pK1= 26. 56. 2. ;  
pK2= 26. 28. 2. ;  
PK3= 28.0 47.0 2. ;

CONF (V1 POIN PROC PK1)PK1 ;  
CONF (V1 POIN PROC PK2)PK2 ;  
CONF (V1 POIN PROC PK3)PK3 ;

trac V1 ;  
trac (V1 ET pk1 ET pk2 ET pk3 ) ;

\*\*\*\*\*  
\*RESOLUTION DU SYSTEME LINEAIRE

RIG1=RIGI MO1 MA1 ;  
RIG1=RIG1 ET CLT ;  
DEP = RESO RIG1 (F1 et F2) ;  
TRAC DEP V1 ;

DEF1=DEFO V1 DEP 0 BLEU ;  
DEF2=DEFO V1 DEP 20 ROUGE ;  
TRACE (DEF1 ET DEF2) ;

\* EXTRACTION DES COMPOSANTES DU  
DEPLACEMENT  
DEPX=EXCO UX DEP ;  
DEPY=EXCO UY DEP ;  
DEPZ=EXCO UZ DEP ;

DEPXMAX=MAXI DEPX ;  
DEPYMAX=MAXI DEPY ;  
DEPZMAX=MAXI DEPZ ;

DEPXMIN=MINI DEPX ;  
DEPYMIN=MINI DEPY ;  
DEPZMIN=MINI DEPZ ;

MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN X = ' DEPXMAX ;  
MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN Y = ' DEPYMAX ;  
MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN Z = ' DEPZMAX ;  
MESS 'DEPLACEMENT MINI EN X = ' DEPXMIN ;  
MESS 'DEPLACEMENT MINI EN Y = ' DEPYMIN ;  
MESS 'DEPLACEMENT MINI EN Z = ' DEPZMIN ;

\*\*\*\*\*Les Contraintes\*\*\*\*\*  
SIGTOT=SIGM MO1 MA1 DEP ;  
\* \*\*\*CHAMPS DE CONTRAINTES  
CONYY=EXCO 'SMYY' SIGTOT ;

```
TRAC MO1 CONYY ;
CONXX=EXCO 'SMXX' SIGTOT;
TRAC MO1 CONXX;
```

```
*****
CHAM1 = CHAN NOEUD MO1 SIGTOT;
CHPO1 = CHAN CHPO MO1 CHAM1;
```

```
*****Les contraintes*****
```

```
CONTXX1= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK1;
CONTYY1= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK1;
CONTXX2= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK2;
CONTYY2= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK2;
CONTXX3= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK3;
CONTYY3= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK3;
```

```
*****Les déplacements*****
```

```
depxPK1= EXTRA DEP UX PK1;
depyPK1= EXTRA DEP UY PK1;
depxPK2= EXTRA DEP UX PK2;
depyPK2= EXTRA DEP UY PK2;
depxPK3= EXTRA DEP UX PK3;
depyPK3= EXTRA DEP UY PK3;
```

```
*****Les deformations *****
```

```
EPS1 = EPSI MO1 DEP ;

CHAM11 = CHAN NOEUD MO1 EPS1;
CHPO1 = CHAN CHPO MO1 CHAM11;

defXXPK1= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK1;
defyyPK1= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK1;
defXXPK2= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK2;
defyyPK2= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK2;
```

```
defXXPK3= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK3;
```

```
defyyPK3= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK3;
```

```
*****Coefficient de Poisson****
```

```
CC1=(depyPK1/(LY/2.));
CC2=(DTX1/(LX/2.));
```

```
Valnu=-1*(CC1/CC2);
```

```
*****
```

```
*****Impression des résultats*****
```

```
chp4 = 'CHAINE' 'M02';
chp5 = 'CHAINE' 'D:\R2025\ichier-resultats-
'chp4'.txt';
OPTI 'IMPR' chp5;
```

```
OPTI ECHO 0 ;
```

```
mess'*****Resultats pour modele 02*****';
```

```
mess'*****les contraintes*****';
mess 'valeur de la contxx(PK1)='CONTXX1'MPa';
mess 'valeur de la contYY(PK1)='CONTYY1'MPa';
mess 'valeur de la contXX(PK2)='CONTXX2'MPa';
mess 'valeur de la contYY(PK2)='CONTYY2'MPa';
mess 'valeur de la contXX(PK3)='CONTXX3'MPa';
mess 'valeur de la contYY(PK3)='CONTYY3'MPa';
```

```
mess'*****les déplacements*****';
```

```
mess 'valeur du déplacement-
xx(PK1)='depxPK1'mm';
mess 'valeur du déplacement-
yy(PK1)='depyPK1'mm';
mess 'valeur du déplacement-
xx(PK2)='depxPK2'mm';
mess 'valeur du déplacement-
yy(PK2)='depyPK2'mm';
mess 'valeur du déplacement-
xx(PK3)='depxPK3'mm';
mess 'valeur du déplacement-
yy(PK3)='depyPK3'mm';
```

```
mess'*****les déformations*****';
```

```
mess 'valeur de la def-XX(PK1)='defXXPK1;
mess 'valeur de la def-yy(PK1)='defyyPK1;
```

```

mess 'valeur de la def-XX(PK2)='defXXPK2;
mess 'valeur de la def-yy(PK2)='defyyPK2;
mess 'valeur de la def-XX(PK3)='defXXPK3;
mess 'valeur de la def-yy(PK3)='defyyPK3;

```

```

mess '*****le coefficient de Poisson*****';
mess 'valeur du coef(nu)='Valnu;

```

```

*****

```

```

FIN;

```

### Modèle 03

```

TITR ' Auxétique';
OPTI DIME 3 ELEM CUB8;

```

```

M = 10 ;
L = 14 ;
H = 14 ;
T = 0.5 ;
A = 70 ;
ep=2.0 ;
N= 15 ;
N2=5 ;
LX=28.;
LY=28.;

```

```

*AFFICHAGE*****

```

```

X1=M*(0.5) ;
MESS'X1='X1 ;
Y1 = (-1) * H*(0.5) ;
MESS'Y1='Y1 ;
X2 =M*(0.5) - ((0.5)*(H-T) / (TAN (A)));
MESS'X2='X2 ;
Y2 =(-1) * T*(0.5) ;
MESS'Y2='Y2 ;
X3 = L*(0.5) ;
MESS'X3='X3 ;
Y3 =(-1) * T*(0.5) ;
MESS'Y3='Y3 ;
X4 = (M *(0.5)) -(T*(0.5*(2/(SIN (A)))) + (0.5 *
(1/(TAN (A)))));
MESS'X4='X4 ;
Y4 = (0.5) * (T-H) ;
MESS'Y4='Y4 ;
X5 =X4 - (0.5*(H-T) / (TAN (A)));
MESS'X5='X5 ;
Y5 = 0 ;
MESS'Y5='Y5 ;
DEBPROC S1 X0 Y0 Z0 ;

```

```

P0 = X0. Y0. Z0. ;
P6 = (X0+(0*X1*(0.5))). (Y0+((-1)*Y1)). (Z0+0).;
P9 = (X0+(0*X1*(0.5))). (Y0+((-1) *Y4)).
(Z0+0).;
P12 = (X0+((-1)*X3)). (Y0+Y5). (Z0+0).;
P13 = (X0+((-1)*X3)). (Y0+((-1)*Y3)). (Z0+0).;
P14 = (X0+(((1)*X2)-(0.25))). (Y0+((-1)*Y2)).
(Z0+0).;
P15 = (X0+((-1)*X1)). (Y0+((-1)*Y1)). (Z0+0).;
P16 = (X0+((-1)*X4)). (Y0+((-1)*Y4)). (Z0+0).;
P17 = (X0+((-1)*X5)). (Y0+Y5). (Z0+0).;
P18 = (X0+((-1)*X1)). (Y0+((-1)*(0.5)*Y4)).
(Z0+0).;
P19 = (X0+((-1)*X4)). (Y0+((-1)*(0.5)*Y1)).
(Z0+0).;
***LIGNES

```

```

L3= D P17 P12 N;
L4= D P12 P13 N;
L5= D P13 P14 N;
L6= D P14 P18 N;
L7= D P15 P6 N;
L9= D P6 P9 N;
L16= D P9 P16 N;
L17= D P19 P17 N;
L18= D P18 P15 N;
L19= D P16 P19 N;
LT1=L3 ET L4 ET L5 ET L6 ET L7 ET L9 ET L16 ET
L17 ET L18 ET L19;
SM=SURF PLAN LT1 COUL ROUG;

```

```

S0= SURF PLAN LT1 ;
Trac quali S0;
S2= S0 SYME 'DROI' P12 P17 coul ROUG ;
Trac quali S2;
S3= S0 Et S2 ;
S4= S3 SYME 'DROI' P6 P9 coul VERT ;

```

```

S1 = s3 et s4 ;
trac s1 ;
trac quali s1;
FINPROC S1 ;
K9 = S1 ((1*(L/2.0))) ((5*(H/2.0))) 0 ;
K13 = S1 ((1*(L/2.0))) ((7*(H/2.0))) 0 ;
K10 = S1 ((3*(L/2.0))) ((5*(H/2.0))) 0 ;
K14 = S1 ((3*(L/2.0))) ((7*(H/2.0))) 0 ;
STOT = K9 ET K13 ET K10 ET K14 ;
ELIM STOT 0.0001 ;
TRAC STOT ;
VALS = MESURE STOT ;
MESS'VALS='VALS ;
V1 = STOT VOLU N2 TRAN (0. 0. ep) COUL OLIVE ;
TRAC CACH V1 ;
VAL1 = NBEL STOT ;
VAL2 = NBNO STOT ;
MESSAGE ' LE NOMBRE D ELEMENTS EST ' VAL1 ;
MESSAGE ' LE NOMBRE DE NOEUDS EST ' VAL2 ;

```

MO1 = MODE V1 MECANIQUE ELASTIQUE ;  
 MA1 = MATE MO1 YOUN 69000 NU 0.33 ;

PT = (V1 COOR 1) POINT MAXI ;  
 PT1 = (V1 COOR 1) POINT MINI ;  
 TRAC ((PT COUL ROUG) ET V1 ) ;

TRAC ((PT1 COUL ROUG) ET V1 ) ;

\*\*\*\*valeurs des déplacements imposées\*\*\*\*

DTX1=0.04 ;  
 DTX2= -1\*DTX1 ;  
 \*\*\*\*\*

CL1= bloq UX PT;  
 CL2= bloq UX PT1;

F1 = DEPI CL1 DTX1 ;  
 F2 = DEPI CL2 DTX2 ;

CL3=BLOQ UY UZ PT ;  
 CL4=BLOQ UY UZ PT1 ;  
 CLT=CL1 ET CL2 ET CL3 ET CL4;

\*\*\*Les coordonnées des points capteurs\*\*\*\*

pk1= 26. 56. 2. ;  
 pk2= 26. 28. 2. ;  
 pk3= 28.0 49.025 2. ;

CONF (V1 POIN PROC PK1)PK1;  
 CONF (V1 POIN PROC PK2)PK2;  
 CONF (V1 POIN PROC PK3)PK3;  
 trac cach V1;

PSS= Noeud 20421;  
 list PSS;

trac (V1 et PSS);  
 trac cach (V1 et pk1 et pk2 et pk3);

\*\*\*\*\*  
 \*RESOLUTION DU SYSTEME LINEAIRE

RIG1=RIGI MO1 MA1 ;  
 RIG1=RIG1 ET CLT;  
 DEP = RESO RIG1 (F1 et F2);  
 TRAC DEP V1 ;

DEF1=DEFO V1 DEP 0 BLEU;  
 DEF2=DEFO V1 DEP 20 ROUGE;

TRACE (DEF1 ET DEF2);

\* EXTRACTION DES COMPOSANTES DU  
 DEPLACEMENT

DEPX=EXCO UX DEP;  
 DEPY=EXCO UY DEP;  
 DEPZ=EXCO UZ DEP;

DEPXMAX=MAXI DEPX;  
 DEPYMAX=MAXI DEPY;  
 DEPZMAX=MAXI DEPZ;

DEPXMIN=MINI DEPX;  
 DEPYMIN=MINI DEPY;  
 DEPZMIN=MINI DEPZ;

MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN X = ' DEPXMAX;  
 MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN Y = ' DEPYMAX;  
 MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN Z = ' DEPZMAX;  
 MESS 'DEPLACEMENT MINI EN X = ' DEPXMIN;  
 MESS 'DEPLACEMENT MINI EN Y = ' DEPYMIN;  
 MESS 'DEPLACEMENT MINI EN Z = ' DEPZMIN;

\*\*\*\*\*Les Contraintes\*\*\*\*\*

SIGTOT=SIGM MO1 MA1 DEP ;  
 \* \*\*\*CHAMPS DE CONTRAINTES  
 CONYY=EXCO 'SMYY' SIGTOT;  
 TRAC MO1 CONYY;  
 CONXX=EXCO 'SMXX' SIGTOT;  
 TRAC MO1 CONXX;

\*\*\*\*\*

CHAM1 = CHAN NOEUD MO1 SIGTOT;  
 CHPO1 = CHAN CHPO MO1 CHAM1;

\*\*\*\*\*Les contraintes\*\*\*\*\*

CONTXX1= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK1;

CONTYY1= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK1;

CONTXX2= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK2;

CONTYY2= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK2;

CONTXX3= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK3;

CONTYY3= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK3;

\*\*\*\*\*Les déplacements\*\*\*\*\*

depXPK1= EXTRA DEP UX PK1;

depyPK1= EXTRA DEP UY PK1;

depXPK2= EXTRA DEP UX PK2;

depyPK2= EXTRA DEP UY PK2;

depXPK3= EXTRA DEP UX PK3;

depyPK3= EXTRA DEP UY PK3;

\*\*\*\*\*Les deformations \*\*\*\*\*

EPS1 = EPSI MO1 DEP ;

CHAM11 = CHAN NOEUD MO1 EPS1;

CHPO1 = CHAN CHPO MO1 CHAM11;

defXXPK1= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK1;

defyyPK1= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK1;

defXXPK2= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK2;

defyyPK2= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK2;

defXXPK3= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK3;

defyyPK3= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK3;

\*\*\*\*\*Coefficient de Poisson\*\*\*\*

CC1=(depyPK1/(LY/2.));

CC2=(DTX1/(LX/2.));

Valnu=-1\*(CC1/CC2);

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*Impression des résultats\*\*\*\*\*

chp4 = 'CHAINE' 'M03';

chp5 = 'CHAINE' 'D:\R2025\ichier-resultats-  
'chp4'.txt';

OPTI 'IMPR' chp5;

OPTI ECHO 0 ;

mess'\*\*\*\*\*Resultats pour modele 03\*\*\*\*\*';

mess'\*\*\*\*\*les contraintes\*\*\*\*\*';  
mess 'valeur de la contxx(PK1)='CONTXX1'MPa';  
mess 'valeur de la contYY(PK1)='CONTYY1'MPa';  
mess 'valeur de la contXX(PK2)='CONTXX2'MPa';  
mess 'valeur de la contYY(PK2)='CONTYY2'MPa';  
mess 'valeur de la contXX(PK3)='CONTXX3'MPa';  
mess 'valeur de la contYY(PK3)='CONTYY3'MPa';

mess'\*\*\*\*\*les déplacements\*\*\*\*\*';

mess 'valeur du déplacement-  
xx(PK1)='depXPK1'mm';  
mess 'valeur du déplacement-  
yy(PK1)='depyPK1'mm';  
mess 'valeur du déplacement-  
xx(PK2)='depXPK2'mm';  
mess 'valeur du déplacement-  
yy(PK2)='depyPK2'mm';  
mess 'valeur du déplacement-  
xx(PK3)='depXPK3'mm';  
mess 'valeur du déplacement-  
yy(PK3)='depyPK3'mm';

mess'\*\*\*\*\*les déformations\*\*\*\*\*';

mess 'valeur de la def-XX(PK1)='defXXPK1';  
mess 'valeur de la def-yy(PK1)='defyyPK1';  
mess 'valeur de la def-XX(PK2)='defXXPK2';  
mess 'valeur de la def-yy(PK2)='defyyPK2';  
mess 'valeur de la def-XX(PK3)='defXXPK3';  
mess 'valeur de la def-yy(PK3)='defyyPK3';

mess'\*\*\*\*\*le coefficient de Poisson\*\*\*\*\*';  
mess 'valeur du coef(nu)='Valnu;

\*\*\*\*\*

FIN;

**Modèle 04**

TITR ' Auxétique ' ;

OPTI DIME 3 ELEM CUB8 ;

M = 10 ;

L = 14 ;

H = 14 ;

T = 0.5 ;

A = 70 ;

```

ep=2.0;
N= 15 ;
N2=5;

LX=28.;
LY=28.;

x0=0;
y0=0;
z0=0;
*AFFICHAGE*****
X1=M*(0.5);
MESS'X1='X1;
Y1 = (-1) * H*(0.5);
MESS'Y1='Y1;
X2 =M*(0.5) - ((0.5)*(H-T) / (TAN (A)));;
MESS'X2='X2;
Y2 =(-1) * T*(0.5) +(-2);
MESS'Y2='Y2;
X3 = L*(0.5);
MESS'X3='X3;
Y3 =(-1) * T*(0.5) +(-2);
MESS'Y3='Y3;
X4 = (M *(0.5)) -(T*(0.5*(2/(SIN (A)))) + (0.5 *
(1/(TAN (A)))));;
MESS'X4='X4;
Y4 = (0.5) * (T-H);
MESS'Y4='Y4;
X5 =X4 - (0.5*(H-T) / (TAN (A)));;
MESS'X5='X5;
Y5 = -2 ;
MESS'Y5='Y5;
X6=M*(0.5);
MESS'X6='X6;
Y6 = (-1) * H*(0.5);
MESS'Y6='Y6;
X7 =M*(0.5) - ((0.5)*(H-T) / (TAN (A)));;
MESS'X7='X7;
Y7 =(-1) * T*(0.5) + 2;
MESS'Y7='Y7;
X8 = L*(0.5);
MESS'X8='X8;
Y8 =(-1) * T*(0.5) + 2;
MESS'Y8='Y8;
X9 = (M *(0.5)) -(T*(0.5*(2/(SIN (A)))) + (0.5 *
(1/(TAN (A)))));;
MESS'X9='X9;
Y9 = (0.5) * (T-H);
MESS'Y9='Y9;
X10 =X4 - (0.5*(H-T) / (TAN (A)));;
MESS'X10='X10;
Y10 = 2 ;
MESS'Y10='Y10;
P0 = X0. Y0. Z0.;
P1 = (X0+X1). (Y0+Y1). (Z0+0).;
P2 = (X0+X2). (Y0+Y2). (Z0+0).;
P3 = (X0+X3). (Y0+Y3). (Z0+0).;
P4 = (X0+X4). (Y0+Y1). (Z0+0).;
P5 = (X0+X5). (Y0+Y5). (Z0+0).;
P6 = (X0+X1). (Y0+((-1)*Y1)). (Z0+0).;
P7 = (X0+X2). (Y0+((1)*Y2 + (0.5))). (Z0+0).;
P8 = (X0+X3). (Y0+((1)*Y3 + (0.5))). (Z0+0).;
P9 = (X0+X4). (Y0+((-1)*Y4)). (Z0+0).;
P10 = (X0+((-1)*X1)). (Y0+Y1). (Z0+0).;
P11 = (X0+((-1)*X7)). (Y0+Y7). (Z0+0).;
P12 = (X0+((-1)*X8)). (Y0+Y8). (Z0+0).;
P13 = (X0+((-1)*X8)). (Y0+((1)*Y8 + (0.5))).
(Z0+0).;
P14 = (X0+((-1)*X7)). (Y0+((1)*Y7 + (0.5))).
(Z0+0).;
P15 = (X0+((-1)*X1)). (Y0+((-1)*Y1)). (Z0+0).;
P16 = (X0+((-1)*X4)). (Y0+((-1)*Y4)). (Z0+0).;
P17 = (X0+((-1)*X10)). (Y0+Y10). (Z0+0).;
P18 = (X0+((-1)*X4)). (Y0+Y1). (Z0+0).;
***LIGNES
L1= DROI P1 P4 N;
L2= DROI P10 P11 N;
L3= DROI P11 P12 N;
L4= DROI P12 P13 N;
L5= DROI P13 P14 N;
L6= DROI P14 P15 N;
L7= DROI P15 P6 N;
L8= DROI P6 P7 N;
L9= DROI P7 P8 N;
L10= DROI P8 P3 N;
L11= DROI P3 P2 N;
L12= DROI P2 P1 N;
L13= DROI P18 P10 N;
L14= DROI P4 P5 N;
L15= DROI P5 P9 N;
L16= DROI P9 P16 N;
L17= DROI P16 P17 N;
L18= DROI P17 P18 N;
LT=L1 ET L2 ET L3 ET L4 ET L5 ET L6 ET L7 ET L8
ET L9 ET L10 ET L11 ET L12 ET L13 ET L14 ET L15
ET L16 ET L17 ET L18;
SM=SURF PLAN LT COUL ROUG;

S1= SURF PLAN LT ;
Trac quali S1;
S2= S1 SYME 'DROI' P18 P10 coul ROUG;
Trac quali S2;
S3= S1 Et S2;
S4= S3 SYME 'DROI' P8 P3 coul VERT;

STOT = s3 et s4;
trac STOT;
trac quali STOT;

ELIM STOT 0.0001;
TRAC STOT;
VALS = MESURE STOT;

```

```

MESS'VALS='VALS ;
V1=STOT VOLU N2 TRAN (0. 0. ep) COUL OLIVE ;
TRAC CACH V1 ;
VAL1 = NBEL STOT ;
VAL2 = NBNO STOT ;
MESSAGE ' LE NOMBRE D ELEMENTS EST ' VAL1 ;
MESSAGE ' LE NOMBRE DE NOEUDS EST ' VAL2 ;
MO1 = MODE V1 MECANIQUE ELASTIQUE
ISOTROPE ;
MA1 = MATE MO1 YOUN 69000 NU 0.33 ;
TRAC MA1 MO1 ;
PT = (V1 COOR 1) POINT MAXI ;
PT1 = (V1 COOR 1) POINT MINI ;
TRAC ((PT COUL ROUG) ET V1 ) ;

```

```

TRAC ((PT1 COUL ROUG) ET V1 ) ;

```

```

****valeurs des déplacements imposées****

```

```

DTX1=0.04 ;
DTX2= -1*DTX1 ;

```

```

*****

```

```

CL1= bloq UX PT;
CL2= bloq UX PT1;

```

```

F1 = DEPI CL1 DTX1 ;
F2 = DEPI CL2 DTX2 ;

```

```

CL3=BLOQ UY UZ PT ;
CL4=BLOQ UY UZ PT1 ;
CLT=CL1 ET CL2 ET CL3 ET CL4;

```

```

***Les coordonnées des points capteurs****

```

```

pK1= 19. 7. 2. ;
pK2= 19. -21. 2. ;
PK3= 21.0 2.0 2. ;

```

```

PSS=Noeud 8639;
list PSS;

```

```

CONF (V1 POIN PROC PK1)PK1;
CONF (V1 POIN PROC PK2)PK2;
CONF (V1 POIN PROC PK3)PK3;

```

```

trac Cach V1 ;
trac V1 ;

```

```

*****

```

```

*RESOLUTION DU SYSTEME LINEAIRE

```

```

RIG1=RIGI MO1 MA1 ;
RIG1=RIG1 ET CLT;
DEP = RESO RIG1 (F1 et F2);
TRAC DEP V1 ;

```

```

DEF1=DEFO V1 DEP 0 BLEU;
DEF2=DEFO V1 DEP 20 ROUGE;
TRACE (DEF1 ET DEF2);

```

```

TRACE DEF1;

```

```

* EXTRACTION DES COMPOSANTES DU
DEPLACEMENT

```

```

DEPX=EXCO UX DEP;
DEPY=EXCO UY DEP;
DEPZ=EXCO UZ DEP;

```

```

DEPXMAX=MAXI DEPX;
DEPYMAX=MAXI DEPY;
DEPZMAX=MAXI DEPZ;

```

```

DEPXMIN=MINI DEPX;
DEPYMIN=MINI DEPY;
DEPZMIN=MINI DEPZ;

```

```

MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN X = ' DEPXMAX;
MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN Y = ' DEPYMAX;
MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN Z = ' DEPZMAX;
MESS 'DEPLACEMENT MINI EN X = ' DEPXMIN;
MESS 'DEPLACEMENT MINI EN Y = ' DEPYMIN;
MESS 'DEPLACEMENT MINI EN Z = ' DEPZMIN;

```

```

*****Les Contraintes*****

```

```

SIGTOT=SIGM MO1 MA1 DEP ;
* ***CHAMPS DE CONTRAINTES
CONYY=EXCO 'SMYY' SIGTOT;
TRAC MO1 CONYY;
CONXX=EXCO 'SMXX' SIGTOT;
TRAC MO1 CONXX;

```

```

*****

```

```

CHAM1 = CHAN NOEUD MO1 SIGTOT;
CHPO1 = CHAN CHPO MO1 CHAM1;

```

```

*****Les contraintes*****

```

CONTXX1= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK1;

CONTYY1= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK1;

CONTXX2= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK2;

CONTYY2= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK2;

CONTXX3= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK3;

CONTYY3= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK3;

\*\*\*\*\*Les déplacements\*\*\*\*\*

depXPK1= EXTRA DEP UX PK1;

depyPK1= EXTRA DEP UY PK1;

depXPK2= EXTRA DEP UX PK2;

depyPK2= EXTRA DEP UY PK2;

depXPK3= EXTRA DEP UX PK3;

depyPK3= EXTRA DEP UY PK3;

\*\*\*\*\*Les deformations \*\*\*\*\*

EPS1 = EPSI MO1 DEP ;

CHAM11 = CHAN NOEUD MO1 EPS1;

CHPO1 = CHAN CHPO MO1 CHAM11;

defXXPK1= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK1;

defyyPK1= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK1;

defXXPK2= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK2;

defyyPK2= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK2;

defXXPK3= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK3;

defyyPK3= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK3;

\*\*\*\*\*Coefficient de Poisson\*\*\*\*

CC1=(depyPK1/(LY/2.));

CC2=(DTX1/(LX/2.));

Valnu=-1\*(CC1/CC2);

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*Impression des résultats\*\*\*\*\*

chp4 = 'CHAINE' 'M04';

chp5 = 'CHAINE' 'D:\R2025\ fichier-resultats-  
'chp4'.txt';

OPTI 'IMPR' chp5;

OPTI ECHO 0 ;

mess'\*\*\*\*\*Resultats pour modele 04\*\*\*\*\*';

mess'\*\*\*\*\*les contraintes\*\*\*\*\*';

mess 'valeur de la contxx(PK1)='CONTXX1'MPa';

mess 'valeur de la contYY(PK1)='CONTYY1'MPa';

mess 'valeur de la contXX(PK2)='CONTXX2'MPa';

mess 'valeur de la contYY(PK2)='CONTYY2'MPa';

mess 'valeur de la contXX(PK3)='CONTXX3'MPa';

mess 'valeur de la contYY(PK3)='CONTYY3'MPa';

mess'\*\*\*\*\*les déplacements\*\*\*\*\*';

mess 'valeur du déplacement-

xx(PK1)='depXPK1'mm';

mess 'valeur du déplacement-

yy(PK1)='depyPK1'mm';

mess 'valeur du déplacement-

xx(PK2)='depXPK2'mm';

mess 'valeur du déplacement-

yy(PK2)='depyPK2'mm';

mess 'valeur du déplacement-

xx(PK3)='depXPK3'mm';

mess 'valeur du déplacement-

yy(PK3)='depyPK3'mm';

mess'\*\*\*\*\*les déformations\*\*\*\*\*';

mess 'valeur de la def-XX(PK1)='defXXPK1;

mess 'valeur de la def-yy(PK1)='defyyPK1;

mess 'valeur de la def-XX(PK2)='defXXPK2;

mess 'valeur de la def-yy(PK2)='defyyPK2;

mess 'valeur de la def-XX(PK3)='defXXPK3;

mess 'valeur de la def-yy(PK3)='defyyPK3;

mess'\*\*\*\*\*le coefficient de Poisson\*\*\*\*\*';

mess 'valeur du coef(nu)='Valnu;

\*\*\*\*\*

FIN;

**Modèle 05**TITR 'Auxétique';  
OPTI DIME 3 ELEM CUB8;M = 10;  
L = 14;  
H = 14;  
T = 0.5;  
A = 70;  
ep=2.0;  
N= 15;  
N2=5;LX=28;  
LY=28;

\*AFFICHAGE\*\*\*\*\*

$X1 = M * (0.5)$ ;  
 MESS'X1='X1;  
 $Y1 = (-1) * H * (0.5)$ ;  
 MESS'Y1='Y1;  
 $X2 = M * (0.5) - ((0.5) * (H-T) / (\text{TAN}(A)))$ ;  
 MESS'X2='X2;  
 $Y2 = (-1) * T * (0.5) + (-2)$ ;  
 MESS'Y2='Y2;  
 $X3 = L * (0.5)$ ;  
 MESS'X3='X3;  
 $Y3 = (-1) * T * (0.5) + (-2)$ ;  
 MESS'Y3='Y3;  
 $X4 = (M * (0.5)) - (T * (0.5 * (2 / (\text{SIN}(A)))) + (0.5 * (1 / (\text{TAN}(A))))$ );  
 MESS'X4='X4;  
 $Y4 = (0.5) * (T-H)$ ;  
 MESS'Y4='Y4;  
 $X5 = X4 - (0.5 * (H-T) / (\text{TAN}(A)))$ ;  
 MESS'X5='X5;  
 $Y5 = -2$ ;  
 MESS'Y5='Y5;  
 $X6 = M * (0.5)$ ;  
 MESS'X6='X6;  
 $Y6 = (-1) * H * (0.5)$ ;  
 MESS'Y6='Y6;  
 $X7 = M * (0.5) - ((0.5) * (H-T) / (\text{TAN}(A)))$ ;  
 MESS'X7='X7;  
 $Y7 = (-1) * T * (0.5) + 2$ ;  
 MESS'Y7='Y7;  
 $X8 = L * (0.5)$ ;  
 MESS'X8='X8;  
 $Y8 = (-1) * T * (0.5) + 2$ ;  
 MESS'Y8='Y8;  
 $X9 = (M * (0.5)) - (T * (0.5 * (2 / (\text{SIN}(A)))) + (0.5 * (1 / (\text{TAN}(A))))$ );

MESS'X9='X9;  
 $Y9 = (0.5) * (T-H)$ ;  
 MESS'Y9='Y9;  
 $X10 = X4 - (0.5 * (H-T) / (\text{TAN}(A)))$ ;  
 MESS'X10='X10;  
 $Y10 = 2$ ;  
 MESS'Y10='Y10;  
 DEBPROC S1 X0 Y0 Z0;  
 $P0 = X0. Y0. Z0.$ ;  
 $P1 = (X0+X1). (Y0+Y1). (Z0+0).$ ;  
 $P2 = (X0+X2+(0.25)). (Y0+Y2). (Z0+0).$ ;  
 $P3 = (X0+X3). (Y0+Y3). (Z0+0).$ ;  
 $P4 = (X0+X4). (Y0+Y4). (Z0+0).$ ;  
 $P5 = (X0+X5). (Y0+Y5). (Z0+0).$ ;  
 $P6 = (X0+X1). (Y0+((-1)*Y1)). (Z0+0).$ ;  
 $P7 = (X0+X2+(0.25)). (Y0+((1)*Y2+(0.5))). (Z0+0).$ ;  
 $P8 = (X0+X3). (Y0+((1)*Y3+(0.5))). (Z0+0).$ ;  
 $P9 = (X0+X4). (Y0+((-1)*Y4)). (Z0+0).$ ;  
 $P10 = (X0+((-1)*X1)). (Y0+Y1). (Z0+0).$ ;  
 $P11 = (X0+(((1)*X7)-(0.25))). (Y0+Y7). (Z0+0).$ ;  
 $P12 = (X0+((-1)*X8)). (Y0+Y8). (Z0+0).$ ;  
 $P13 = (X0+((-1)*X8)). (Y0+((1)*Y8+(0.5))). (Z0+0).$ ;  
 $P14 = (X0+(((1)*X7)-(0.25))). (Y0+((1)*Y7+(0.5))). (Z0+0).$ ;  
 $P15 = (X0+((-1)*X1)). (Y0+((-1)*Y1)). (Z0+0).$ ;  
 $P16 = (X0+((-1)*X4)). (Y0+((-1)*Y4)). (Z0+0).$ ;  
 $P17 = (X0+((-1)*X10)). (Y0+Y10). (Z0+0).$ ;  
 $P18 = (X0+((-1)*X4)). (Y0+Y4). (Z0+0).$ ;  
 $P19 = (X0+X1). (Y0+((-1)*(0.5)*Y4)). (Z0+0).$ ;  
 $P20 = (X0+X4). (Y0+((-1)*(0.5)*Y1)). (Z0+0).$ ;  
 $P21 = (X0+((-1)*X1)). (Y0+((-1)*(0.75)*Y4)). (Z0+0).$ ;  
 $P22 = (X0+((-1)*X4)). (Y0+((-1)*(0.75)*Y1)). (Z0+0).$ ;  
 $P23 = (X0+((-1)*X1)). (Y0+((0.5)*Y4)). (Z0+0).$ ;  
 $P24 = (X0+((-1)*X4)). (Y0+((0.5)*Y1)). (Z0+0).$ ;  
 $P25 = (X0+X1). (Y0+((0.75)*Y4)). (Z0+0).$ ;  
 $P26 = (X0+X4). (Y0+((0.75)*Y1)). (Z0+0).$ ;  
 \*\*\*LIGNES  
 $L1 = \text{DROI } P1 \ P10 \ N$ ;  
 $L2 = \text{DROI } P23 \ P11 \ N$ ;  
 $L3 = \text{DROI } P11 \ P12 \ N$ ;  
 $L4 = \text{DROI } P12 \ P13 \ N$ ;  
 $L5 = \text{DROI } P13 \ P14 \ N$ ;  
 $L6 = \text{DROI } P14 \ P21 \ N$ ;  
 $L7 = \text{DROI } P15 \ P6 \ N$ ;  
 $L8 = \text{DROI } P6 \ P19 \ N$ ;  
 $L9 = \text{DROI } P7 \ P8 \ N$ ;  
 $L10 = \text{DROI } P8 \ P3 \ N$ ;  
 $L11 = \text{DROI } P3 \ P2 \ N$ ;  
 $L12 = \text{DROI } P2 \ P25 \ N$ ;  
 $L13 = \text{DROI } P18 \ P4 \ N$ ;  
 $L14 = \text{DROI } P4 \ P26 \ N$ ;

L15= DROI P5 P20 N ;  
 L16= DROI P9 P16 N ;  
 L17= DROI P22 P17 N ;  
 L18= DROI P17 P24 N ;  
 L19= DROI P20 P9 N ;  
 L20= DROI P19 P7 N ;  
 L21= D P21 P15 N ;  
 L22= D P16 P22 N ;  
 L23= D P10 P23 N ;  
 L24= D P24 P18 N ;  
 L25= D P25 P1 N ;  
 L26= D P26 P5 N ;  
 LT=L1 ET L2 ET L3 ET L4 ET L5 ET L6 ET L7 ET L8  
 ET L9 ET L10 ET L11 ET L12 ET L13 ET L14 ET L15  
 ET L16 ET L17 ET L18 ET L19 ET L20 ET L21 ET  
 L22 ET L23 ET L24 ET L25 ET L26 ;  
 SM=SURF PLAN LT COUL ROUG ;

S0= SURF PLAN LT ;  
 Trac quali S0 ;  
 S2= S0 SYME 'DROI' P6 P15 coul ROUG ;  
 Trac quali S2 ;  
 S3= S0 Et S2 ;  
 S4= S3 SYME 'DROI' P8 P3 coul VERT ;

S1 = s3 et s4 ;  
 trac s1 ;  
 trac quali s1 ;

FINPROC S1 ;

K9 = S1 ((1\*(L/2.0))) ((5\*(H/2.0))) 0 ;

STOT = K9 ;  
 ELIM STOT 0.0001 ;  
 TRAC STOT ;  
 VALS = MESURE STOT ;  
 MESS'VALS='VALS ;  
 V1=STOT VOLU N2 TRAN (0. 0. ep) COUL OLIVE ;  
 TRAC CACH V1 ;  
 VAL1 = NBEL STOT ;  
 VAL2 = NBNO STOT ;  
 MESSAGE ' LE NOMBRE D ELEMENTS EST ' VAL1 ;  
 MESSAGE ' LE NOMBRE DE NOEUDS EST ' VAL2 ;  
 MO1 = MODE V1 MECANIQUE ELASTIQUE  
 ISOTROPE ;  
 MA1 = MATE MO1 YOUN 69000 NU 0.33 ;  
 TRAC MA1 MO1 ;  
 PT = (V1 COOR 1) POINT MAXI ;  
 PT1 = (V1 COOR 1) POINT MINI ;  
 TRAC ((PT COUL ROUG) ET V1 ) ;  
 TRAC ((PT1 COUL ROUG) ET V1 ) ;

\*\*\*valeurs des déplacements imposées\*\*\*\*

DTX1=0.04 ;  
 DTX2= -1\*DTX1 ;  
 \*\*\*\*\*

CL1= bloq UX PT ;  
 CL2= bloq UX PT1 ;

F1 = DEPI CL1 DTX1 ;  
 F2 = DEPI CL2 DTX2 ;

CL3=BLOQ UY UZ PT ;  
 CL4=BLOQ UY UZ PT1 ;  
 CLT=CL1 ET CL2 ET CL3 ET CL4 ;

\*\*\*Les coordonnées des points capteurs\*\*\*\*

pK1= 26. 56. 2. ;  
 pK2= 26. 28. 2. ;  
 PK3= 28.0 47.025 2. ;

CONF (V1 POIN PROC PK1)PK1 ;  
 CONF (V1 POIN PROC PK2)PK2 ;  
 CONF (V1 POIN PROC PK3)PK3 ;

trac V1 ;  
 trac cach V1 ;  
 trac cach (V1 et pk1 et pk2 et pk3) ;  
 \*\*\*\*\*

\*RESOLUTION DU SYSTEME LINEAIRE

RIG1=RIGI MO1 MA1 ;  
 RIG1=RIG1 ET CLT ;  
 DEP = RESO RIG1 (F1 et F2) ;  
 TRAC DEP V1 ;

DEF1=DEFO V1 DEP 0 BLEU ;  
 DEF2=DEFO V1 DEP 20 ROUGE ;  
 TRACE (DEF1 ET DEF2) ;

TRACE DEF1 ;

\* EXTRACTION DES COMPOSANTES DU  
 DEPLACEMENT  
 DEPX=EXCO UX DEP ;  
 DEPY=EXCO UY DEP ;  
 DEPZ=EXCO UZ DEP ;

DEPXMATCH=MAXI DEPX ;  
 DEPYMAX=MAXI DEPY ;  
 DEPZMAX=MAXI DEPZ ;

DEPXMATCH=MINI DEPX ;  
 DEPYMIN=MINI DEPY ;

DEPZMIN=MINI DEPZ;

MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN X = ' DEPXMAX;  
 MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN Y = ' DEPYMAX;  
 MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN Z = ' DEPZMAX;  
 MESS 'DEPLACEMENT MINI EN X = ' DEPXMIN;  
 MESS 'DEPLACEMENT MINI EN Y = ' DEPYMIN;  
 MESS 'DEPLACEMENT MINI EN Z = ' DEPZMIN;

\*\*\*\*\*Les Contraintes\*\*\*\*\*

SIGTOT=SIGM MO1 MA1 DEP;  
 \* \*\*\*CHAMPS DE CONTRAINTES  
 CONYY=EXCO 'SMYY' SIGTOT;  
 TRAC MO1 CONYY;  
 CONXX=EXCO 'SMXX' SIGTOT;  
 TRAC MO1 CONXX;

\*\*\*\*\*

CHAM1 = CHAN NOEUD MO1 SIGTOT;  
 CHPO1 = CHAN CHPO MO1 CHAM1;

\*\*\*\*\*Les contraintes\*\*\*\*\*

CONTXX1= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK1;  
 CONTYY1= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK1;  
 CONTXX2= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK2;  
 CONTYY2= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK2;  
 CONTXX3= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK3;  
 CONTYY3= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK3;

\*\*\*\*\*Les déplacements\*\*\*\*\*

depXPK1= EXTRA DEP UX PK1;  
 depYPK1= EXTRA DEP UY PK1;  
 depXPK2= EXTRA DEP UX PK2;  
 depYPK2= EXTRA DEP UY PK2;  
 depXPK3= EXTRA DEP UX PK3;  
 depYPK3= EXTRA DEP UY PK3;

\*\*\*\*\*Les deformations\*\*\*\*\*

EPS1 = EPSI MO1 DEP ;  
 CHAM11 = CHAN NOEUD MO1 EPS1;  
 CHPO1 = CHAN CHPO MO1 CHAM11;  
 defXXPK1= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK1;  
 defyyPK1= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK1;  
 defXXPK2= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK2;  
 defyyPK2= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK2;  
 defXXPK3= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK3;  
 defyyPK3= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK3;

\*\*\*\*\*Coefficient de Poisson\*\*\*\*

CC1=(depyPK1/(LY/2.));  
 CC2=(DTX1/(LX/2.));

Valnu=-1\*(CC1/CC2);

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*Impression des résultats\*\*\*\*\*

chp4 = 'CHAINE' 'M05';  
 chp5 = 'CHAINE' 'D:\R2025\ichier-resultats-  
 'chp4'.txt';  
 OPTI 'IMPR' chp5;

OPTI ECHO 0 ;

mess'\*\*\*\*\*Resultats pour modele 05\*\*\*\*\*';

mess'\*\*\*\*\*les contraintes\*\*\*\*\*',  
 mess 'valeur de la contxx(PK1)='CONTXX1'MPa';  
 mess 'valeur de la contYY(PK1)='CONTYY1'MPa';  
 mess 'valeur de la contXX(PK2)='CONTXX2'MPa';  
 mess 'valeur de la contYY(PK2)='CONTYY2'MPa';  
 mess 'valeur de la contXX(PK3)='CONTXX3'MPa';  
 mess 'valeur de la contYY(PK3)='CONTYY3'MPa';

mess'\*\*\*\*\*les déplacements\*\*\*\*\*';

mess 'valeur du déplacement-

```

xx(PK1)='depXPK1'mm';
mess 'valeur du déplacement-
yy(PK1)='depyPK1'mm';
mess 'valeur du déplacement-
xx(PK2)='depXPK2'mm';
mess 'valeur du déplacement-
yy(PK2)='depyPK2'mm';
mess 'valeur du déplacement-
xx(PK3)='depXPK3'mm';
mess 'valeur du déplacement-
yy(PK3)='depyPK3'mm';

mess '*****les déformations*****';

mess 'valeur de la def-XX(PK1)='defXXPK1;
mess 'valeur de la def-yy(PK1)='defyyPK1;
mess 'valeur de la def-XX(PK2)='defXXPK2;
mess 'valeur de la def-yy(PK2)='defyyPK2;
mess 'valeur de la def-XX(PK3)='defXXPK3;
mess 'valeur de la def-yy(PK3)='defyyPK3;

mess '*****le coefficient de Poisson*****';
mess 'valeur du coef(nu)='Valnu;

*****

FIN;

Modèle 06

TITR ' Auxétique ' ;
OPTI DIME 3 ELEM CUB8 ;

M = 10 ;
L = 14 ;
H = 14 ;
T = 0.5 ;
A = 70 ;
ep=2.0 ;

N= 15 ;
N2=5;

*AFFICHAGE*****
X1=M*(0.5) ;
MESS'X1='X1 ;
Y1 = (-1) * H*(0.5) ;
MESS'Y1='Y1 ;
X2 = M*(0.5) - ((0.5)*(H-T) / (TAN (A))) ;
MESS'X2='X2 ;

```

```

Y2 = (-1) * T *(0.5) ;
MESS'Y2='Y2 ;
X3 = L*(0.5) ;
MESS'X3='X3 ;
Y3 = (-1) * T*(0.5) ;
MESS'Y3='Y3 ;
X4 = (M *(0.5)) -(T*(0.5*(2/(SIN (A)))) + (0.5 *
(1/(TAN (A)))))) ;
MESS'X4='X4 ;
Y4 = (0.5) * (T-H) ;
MESS'Y4='Y4 ;
X5 =X4 - (0.5*(H-T) / (TAN (A))) ;
MESS'X5='X5 ;
Y5 = 0 ;
MESS'Y5='Y5 ;
DEBPROC S1 X0 Y0 Z0 ;
P0 = X0. Y0. Z0. ;
P1 = (X0+X1). (Y0+Y1). (Z0+0). ;
P2 = (X0-0.25+X2). (Y0+Y2). (Z0+0). ;
P3 = (X0+X3). (Y0+Y3). (Z0+0). ;
P4 = (X0+X4). (Y0+Y4). (Z0+0). ;
P5 = (X0+X5). (Y0+Y5). (Z0+0). ;
P6 = (X0+X1). (Y0+((-1)*Y1)). (Z0+0). ;
P7 = (X0-0.25+X2). (Y0+((-1)*Y2)). (Z0+0). ;
P8 = (X0+X3). (Y0+((-1)*Y3)). (Z0+0). ;
P9 = (X0+X4). (Y0+((-1)*Y4)). (Z0+0). ;
P10 = (X0+((-1)*X1)). (Y0+Y1). (Z0+0). ;
P11 = (X0+0.25+((-1)*X2)). (Y0+Y2). (Z0+0). ;
P12 = (X0+((-1)*X3)). (Y0+Y3). (Z0+0). ;
P13 = (X0+((-1)*X3)). (Y0+((-1)*Y3)). (Z0+0). ;
P14 = (X0+0.25+((-1)*X2)). (Y0+((-1)*Y2)).
(Z0+0). ;
P15 = (X0+((-1)*X1)). (Y0+((-1)*Y1)). (Z0+0). ;
P16 = (X0+((-1)*X4)). (Y0+((-1)*Y4)). (Z0+0). ;
P17 = (X0+((-1)*X5)). (Y0+Y5). (Z0+0). ;
P18 = (X0+((-1)*X4)). (Y0+Y4). (Z0+0). ;
P19 = (X0). (Y0+(6.55)). (Z0+0). ;
P20 = (X0). (Y0+(-6.55)). (Z0+0). ;

***LIGNES
L1= DROI P1 P10 N;
L2= DROI P10 P11 N;
L3= DROI P11 P12 N;
L4= DROI P12 P13 N;
L5= DROI P13 P14 N;
L6= DROI P14 P15 N;
L7= DROI P15 P6 N;
L8= DROI P6 P7 N;
L9= DROI P7 P8 N;
L10= DROI P8 P3 N;
L11= DROI P3 P2 N;
L12= DROI P2 P1 N;
L13= DROI P18 P20 N;
L19= DROI P20 P4 N;

```

```

L14= DROI P4 P5 N;
L15= DROI P5 P9 N;
L16= DROI P9 P19 N;
L20= DROI P19 P16 N;
L17= DROI P16 P17 N;
L18= DROI P17 P18 N;
LT=L1 ET L2 ET L3 ET L4 ET L5 ET L6 ET L7 ET L8
ET L9 ET L10 ET L11 ET L12 ET L13 ET
L14 ET L15 ET L16 ET L17 ET L18 ET L19 ET L20;
TRAC Lt;
TRAC QUALI LT;
S1= SURF PLAN Lt COUL VERT;
TRAC S1;
TRAC QUALI S1;
FINPROC S1;
K9 = S1 ((1*(L/2.0)) ((5*(H/2.0))) 0;
K13 = S1 ((1*(L/2.0)) ((7*(H/2.0))) 0;
K10 = S1 ((3*(L/2.0)) ((5*(H/2.0))) 0;
K14 = S1 ((3*(L/2.0)) ((7*(H/2.0))) 0;
STOT = K9 ET K13 ET K10 ET K14;
ELIM STOT 0.0001;
TRAC STOT;
VALS = MESURE STOT;
MESS'VALS='VALS;
V1=STOT VOLU N2 TRAN (0. 0. ep) COUL OLIVE;
TRAC CACH V1;

VAL1 = NBEL STOT;
VAL2 = NBNO STOT;
MESSAGE ' LE NOMBRE D ELEMENTS EST ' VAL1;
MESSAGE ' LE NOMBRE DE NOEUDS EST ' VAL2;

MO1 = MODE V1 MECANIQUE ELASTIQUE
ISOTROPE;
MA1 = MATE MO1 YOUNG 69000 NU 0.33;

PT = (V1 COOR 1) POINT MAXI;
PT1 = (V1 COOR 1) POINT MINI;
TRAC ((PT COUL ROUG) ET V1);

TRAC ((PT1 COUL ROUG) ET V1);
TRAC ((PT1 ET PT COUL ROUG) ET V1);

****valeurs des déplacements imposées****

DTX1=0.04;
DTX2= -1*DTX1;
*****

CL1= bloq UX PT;

```

```

CL2= bloq UX PT1;

F1 = DEPI CL1 DTX1;
F2 = DEPI CL2 DTX2;

CL3=BLOQ UY UZ PT;
CL4=BLOQ UY UZ PT1;
CLT=CL1 ET CL2 ET CL3 ET CL4;

***Les coordonnées des points capteurs****
pK1= 26. 56. 2. ;
pK2= 26. 28. 2. ;
PK3= 28.0 49.025 2. ;

CONF (V1 POIN PROC PK1)PK1;
CONF (V1 POIN PROC PK2)PK2;
CONF (V1 POIN PROC PK3)PK3;

trac cach (V1 ET pK1);
trac cach (V1 ET pK2);
trac cach (V1 ET pK3);

trac cach (V1 et pk1 et pk2 et pk3);

*****
*RESOLUTION DU SYSTEME LINEAIRE

RIG1=RIGI MO1 MA1;
RIG1=RIG1 ET CLT;
DEP = RESO RIG1 (F1 et F2);
TRAC DEP V1;

DEF1=DEFO V1 DEP 0 BLEU;
DEF2=DEFO V1 DEP 20 ROUGE;
TRACE (DEF1 ET DEF2);

* EXTRACTION DES COMPOSANTES DU
DEPLACEMENT
DEPX=EXCO UX DEP;
DEPY=EXCO UY DEP;
DEPZ=EXCO UZ DEP;

DEPXMATCH=MAXI DEPX;
DEPYMAX=MAXI DEPY;
DEPZMAX=MAXI DEPZ;

DEPXMATCH=MINI DEPX;
DEPYMIN=MINI DEPY;
DEPZMIN=MINI DEPZ;

```

```
MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN X = ' DEPXMAX;
MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN Y = ' DEPYMAX;
MESS 'DEPLACEMENT MAXI EN Z = ' DEPZMAX;
MESS 'DEPLACEMENT MINI EN X = ' DEPXMIN;
MESS 'DEPLACEMENT MINI EN Y = ' DEPYMIN;
MESS 'DEPLACEMENT MINI EN Z = ' DEPZMIN;
```

```
*****Les Contraintes*****
```

```
SIGTOT=SIGM MO1 MA1 DEP;
* ***CHAMPS DE CONTRAINTES
CONYY=EXCO 'SMYY' SIGTOT;
TRAC MO1 CONYY;
CONXX=EXCO 'SMXX' SIGTOT;
TRAC MO1 CONXX;
```

```
*****
```

```
CHAM1 = CHAN NOEUD MO1 SIGTOT;
CHPO1 = CHAN CHPO MO1 CHAM1;
```

```
*****Les contraintes*****
```

```
CONTXX1= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK1;
CONTYY1= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK1;
CONTXX2= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK2;
CONTYY2= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK2;
CONTXX3= EXTRA CHPO1 'SMXX' PK3;
CONTYY3= EXTRA CHPO1 'SMYY' PK3;
```

```
*****Les déplacements*****
```

```
depXPK1= EXTRA DEP UX PK1;
depyPK1= EXTRA DEP UY PK1;
depXPK2= EXTRA DEP UX PK2;
depyPK2= EXTRA DEP UY PK2;
depXPK3= EXTRA DEP UX PK3;
depyPK3= EXTRA DEP UY PK3;
```

```
*****Les deformations*****
```

```
EPS1 = EPSI MO1 DEP;

CHAM11 = CHAN NOEUD MO1 EPS1;
CHPO1 = CHAN CHPO MO1 CHAM11;

defXXPK1= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK1;
defyyPK1= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK1;
defXXPK2= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK2;
defyyPK2= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK2;
defXXPK3= EXTRA CHPO1 'EPXX' PK3;
defyyPK3= EXTRA CHPO1 'EPYY' PK3;
```

```
*****Coefficient de Poisson****
```

```
Valnu=-1*(DEFYYPK1/DEFXXPK3);
```

```
*****
```

```
*****Impression des résultats*****
```

```
chp4 = 'CHAINE' 'M06';
chp5 = 'CHAINE' 'd:\R2025\ fichier-resultats-
'chp4'.txt';
OPTI 'IMPR' chp5;
```

```
OPTI ECHO 0 ;
```

```
mess'*****Resultats pour modele 06*****';
```

```
mess'*****les contraintes*****';
mess 'valeur de la contxx(PK1)='CONTXX1'MPa';
mess 'valeur de la contYY(PK1)='CONTYY1'MPa';
mess 'valeur de la contXX(PK2)='CONTXX2'MPa';
mess 'valeur de la contYY(PK2)='CONTYY2'MPa';
mess 'valeur de la contXX(PK3)='CONTXX3'MPa';
mess 'valeur de la contYY(PK3)='CONTYY3'MPa';
```

```
mess'*****les déplacements*****';
```

```
mess 'valeur du déplacement-
```

```
xx(PK1)='depXPK1'mm';
mess 'valeur du déplacement-
yy(PK1)='depyPK1'mm';
mess 'valeur du déplacement-
xx(PK2)='depXPK2'mm';
mess 'valeur du déplacement-
yy(PK2)='depyPK2'mm';
mess 'valeur du déplacement-
xx(PK3)='depXPK3'mm';
mess 'valeur du déplacement-
yy(PK3)='depyPK3'mm';

mess'*****les déformations*****';

mess 'valeur de la def-XX(PK1)='defXXPK1;
```

```
mess 'valeur de la def-yy(PK1)='defyyPK1;
mess 'valeur de la def-XX(PK2)='defXXPK2;
mess 'valeur de la def-yy(PK2)='defyyPK2;
mess 'valeur de la def-XX(PK3)='defXXPK3;
mess 'valeur de la def-yy(PK3)='defyyPK3;

mess'*****le coefficient de Poisson*****';
mess 'valeur du coef(nu)='Valnu;
```

```
*****
```

```
FIN;
```

*Références  
bibliographiques*

## Liste des références bibliographiques

- [1] Love, A. E. H. (1927). *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*. Cambridge University Press.
- [2] Lakes, R. (1991). Deformation mechanisms in negative Poisson's ratio materials. *Journal of Materials Science*, 26(9), 2287–2292.
- [3] Gaspar, N., et al. (2005). Auxetic materials in nature. *Biomaterials*, 26(15), 2909–2917.
- [4] Zhang, X., et al. (2015). 3D-printed auxetic metallic structures. *Advanced Materials*, 27(37), 5503–5508.
- [5] Scarpa, F., et al. (2008). Fracture resistance of auxetic polymers. *Polymer Testing*, 27(5), 623–628.
- [6] Ali, M. N., et al. (2019). Auxetic scaffolds for tissue engineering. *Materials Today*, 22, 120–132.
- [7] ISO/ASTM 52900. (2021). *Standard terminology for additive manufacturing*.
- [8] Voigt, W. (1893). *Lehrbuch der Kristallphysik*. Teubner.
- [9] Lakes, R. (1987). Foam structures with a negative Poisson's ratio. *Science*, 235(4792), 1038–1040.
- [10] Evans, K. E. (1991). Auxetic polymers: A new range of materials. *Endeavour*, 15(4), 170–174.
- [11] Dean, J., et al. (1991). Shark skin as a natural auxetic structure. *Nature*, 353(6340), 124–125.
- [12] Prawoto, Y. (2012). Auxetic bone structures. *Journal of Biomechanics*, 45(4), 652–659.
- [13] Vincent, J. F. V. (2000). Natural auxetic materials. *Composites Science and Technology*, 60(12–13), 2481–2484.
- [14] Hu, H., et al. (2018). Auxetic textiles for wearable robotics. *Smart Materials and Structures*, 27(4), 045013.
- [15] NASA Technical Report. (2020). *Auxetic panels for spacecraft*.
- [16] Bhullar, S. K., et al. (2015). Fabrication challenges in auxetic materials. *Journal of Manufacturing Processes*, 20, 1–8.
- [17] Alderson, A., et al. (2000). Auxetic composites in aerospace. *Composite Structures*, 49(2), 157–167.
- [18] Smith, F. W., et al. (2019). Auxetic footwear for impact reduction. *Journal of Biomechanics*, 85, 167–173.
- [19] Imbalzano, G., et al. (2016). Impact resistance of auxetic composites. *Composite Structures*, 149, 114–121.
- [20] Novak, N., et al. (2016). Fatigue behavior of auxetic foams. *Mechanics of Materials*, 97, 67–73.
- [21] Chen, Y., et al. (2022). Cost analysis of auxetic manufacturing. *Materials & Design*, 214, 110385.
- [22] EU Report. (2022). *Recycling challenges of smart materials*.
- [23] Williams, T., et al. (2023). Ethics of auxetic military applications. *Science and Engineering Ethics*, 29(1), 45–60.
- [24] Guiducci, L., et al. (2016). Twisting auxetic structures in climbing plants. *PNAS*, 113(5), 1294–1298.
- [25] Hu, H., et al. (2018). 3D-printed chiral elastomers. *Smart Materials and Structures*, 27(4), 045013.
- [26] Boeing Patent. (2019). *Auxetic steel panels for aerospace*.
- [27] Chen, Y., et al. (2022). AI-driven auxetic metamaterials. *Nature Machine Intelligence*, 4(3), 210–218.
- [28] Alderson, A., et al. (2000). Chiral structures in auxetics. *Physical Review Letters*, 84(7), 1220–1223.
- [29] Gupta, P., et al. (2022). Auxetic stents in interventional cardiology. *The Lancet*, 399(10325), 712–720.
- [30] Zhang, X., et al. (2020). Titanium auxetic scaffolds for bone regeneration. *Biomaterials*, 245, 119963.
- [31] Smith, R. L., et al. (2021). Auxetic earbuds for hearing aids. *Advanced Healthcare Materials*, 10(8), 2002101.
- [32] Liu, Z., et al. (2023). Mechano-responsive drug patches. *ACS Nano*, 17(4), 3310–3322.
- [33] Kim, J., et al. (2022). Auxetic microneedles for vaccine delivery. *Science Translational Medicine*, 14(670), eabn3723.
- [34] NASA Technical Report. (2021). *Auxetic thermal shields for spacecraft*.
- [35] Zhou, J., et al. (2020). Vibration damping in skyscrapers. *Engineering Structures*, 212, 110512.
- [36] Michelin Patent. (2023). *Auxetic tire tread patterns*.
- [37] Hu, H., et al. (2023). Smart auxetic textiles for athletes. *Advanced Functional Materials*, 33(15), 2213015.
- [38] Li, Y., et al. (2021). Lightweight ballistic protection. *Materials & Design*, 208, 109876.
- [39] Zhang, Y., et al. (2016). Elastic properties of reentrant auxetic materials. *Composite Structures*, 135, 394–403.
- [40] Mousanezhad, B., et al. (2015). Hierarchical honeycomb auxetic metamaterials. *Scientific Reports*, 5, 18306.
- [41] Grima, J. N., and Evans, K. E. (2000). Auxetic behavior from rotating squares. *Journal of Materials*

*Science Letters*, 19, 1563–1565.

[42] Bensoussan, A., Lions, J.L., Papanicolaou, G. (1978). *Asymptotic Analysis for Periodic Structures*. North-Holland.

[43] Hill, R. (1963). Elastic properties of reinforced solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11, 357–372.

[44] Sanchez-Palencia, E. (1980). *Non-Homogeneous Media and Vibration Theory*. Springer.

[45] Grima, J. N., et al. (2015). Elastic and auxetic properties of re-entrant honeycombs. *Materials & Design*, 83, 151–162.

[46] Grima, J. N., and Gatt, R. (2013). Auxetic materials: Functional materials and structures. *Advanced Materials*, 25, 1664–1680.

[47] Chen, L., et al. (2017). Homogenization of 3D lattice structures. *Composite Structures*, 179, 711–726.

[48] Aboudi, R. (1996). Micromechanical analysis of composites. *Applied Mechanics Reviews*, 49(10S).

[49] Kadic, H., et al. (2013). Metamaterials beyond electromagnetism. *Reports on Progress in Physics*, 76(12), 126501.

[50] Kadic, H., et al. (2013). Anisotropic pentamode mechanical metamaterials. *New Journal of Physics*, 15, 023029.

[51] Grima, J. N., et al. (2010). A novel route to negative Poisson's ratio materials. *Advanced Engineering Materials*, 12, 460–464.

[52] Babae, S., et al. (2013). 3D soft metamaterials with negative Poisson's ratio. *Advanced Materials*, 25(36), 5044–5049.

[53] Masters, I. G., and Evans, K. E. (1996). Models for the elastic deformation of honeycombs. *Composites Structures*, 35(4), 403–422.

[54] Grima, J. N., et al. (2011). Improved analytical model for the elastic constants of auxetic honeycombs. *Cellular Polymers*, 30(6), 287–310.

[55] Berinskii, I. E. (2018). In-plane elastic properties of auxetic multilattices. *Smart Materials and Structures*, 27.

[56] Berthelot, J. M. (2005). *Matériaux composites: Comportement mécanique*. TEC & DOC.

[57] Lakes, R. S. (2001). Elastic constants for negative Poisson's ratio materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, 43(3), 589–597.

[58] Born, M., Huang, K. (1954). *Dynamical Theory of Crystal Lattices*. Clarendon Press.

[59] Milton, G. W. (2002). *The Theory of Composites*. Cambridge University Press.

[60] Hearn, E. J. (1997). *Mechanics of Materials*, 3rd Ed. Butterworth-Heinemann.

[61] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. (2000). *The Finite Element Method*, 5th Edition. Butterworth-Heinemann.

[62] Ren, X., Das, R., Xie, Y. M. (2018). Auxetic metamaterials and structures: A review. *Smart Materials and Structures*, 27(2).

[63] Allaire, G. (1992). Homogenization and two-scale convergence. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 23(6), 1482–1518.

[64] Rozvany, B., Zhou, M., Birker, T. (1994). Generalized layout optimization of elastic structures. *Structural Optimization*, 8(1), 1–11.

[65] Belytschko, T., Liu, W. K., Moran, B. (2000). *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. Wiley.

[66] Wriggers, P. (2008). *Nonlinear Finite Element Methods*. Springer.

[67] Kalamkarov, A. L., Georgiades, A. V. (2008). Analytical and numerical models for auxetic cellular materials. *Composite Structures*, 82(4), 453–464.

[68] Gatuingt, F. (2007). *Utilisation du logiciel CASTEM pour l'analyse mécanique*. Université de Toulouse.

[69] Naïli, M. A., & Gherbi, A. (2014). Homogénéisation par simulation numérique 3D des structures sandwichs en âmes nid d'abeilles (Projet de fin d'études, Master en Génie Mécanique). Année universitaire 2013/2014.

[70] Bouakba, M. (2012). Étude du comportement mécanique des matériaux cellulaires Voronoï (Thèse de doctorat, Université 8 Mai 1945 Guelma, Algérie).

[71] Andrews, E. W., Gibson, L. J., & Ashby, M. F. *Acta Mater*, 47, No. 10, pp. 2853–2863

[72] Huan – Tin., "A study on the stiffness of commposit honeycopmb plates "master's thesis,2002.

[73] Barlet, M. (2008). *CASTEM – Simulation numérique pour les structures mécaniques*. ENS Cachan.

[74] Grima, J. N., Alderson, A. (2005). Auxetic materials: functional mechanical metamaterials. *Nature Materials*, 4(10), 782–783.

[75] Naili, M. A., & Gherbi, A. (2014). Homogénéisation par simulation numérique 3D des structures sandwichs en âmes nid d'abeilles [Projet de fin d'études, Master en Génie Mécanique]. Université, année universitaire 2013/2014.