Examen Final : Antennes et lignes de transmission
Durée : 1h30

***Remarque*:**
-Documents et téléphones interdits.
-Les réponses aux questions de cours doivent être portées directement sur le premier feuillet, qui est à rendre avec votre copie.
-Les exercices peuvent être traités dans l'ordre qui vous conviendra, mais ne dispersez pas les réponses d'un même exercice dans la copie.

Nom :

Prénom :

Rappel formulaire :
Conversion des coordonnées cartésiennes vers sphériques :

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\phi & \cos\theta\cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\theta\sin\phi & \cos\theta\sin\phi & \cos\phi \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix}$$

Questions de cours (4 points)

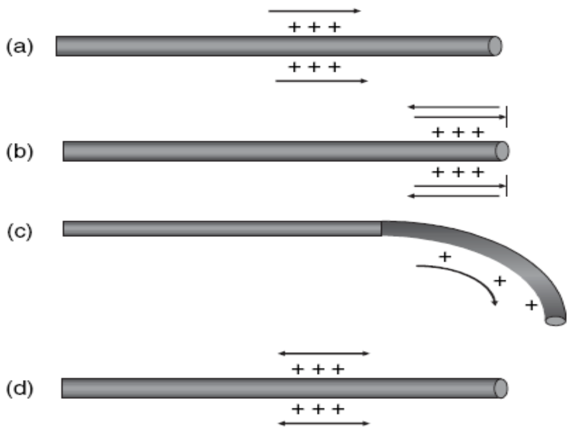
1) Citer quatre types des lignes de transmission………………………………………………………
……
……
……
……
……

2) Expliquer la modélisation des lignes de transmissions à l'aide d'un circuit électrique ………………
……
……
……
……
……

3) Citer les différentes zones de rayonnement dans l'espace entourant une antenne………………………
……
……
……
……
……

4) Indiquer, dans chaque cas, si l'antenne produit un rayonnement ou non : (a).…………………..…………, (b),…………………………….., (c)……………………….., (d)………………………..

(a) Mouvement uniforme des charges.
(b) Les charges atteignent l'extrémité du fil et inversent la direction.
(c) La vitesse des charges reste constante, mais leur direction change.
(d) Les charges oscillent avec un mouvement périodique.



Exercice 1 (6 points)

I) Une ligne de transmission sans pertes est caractérisée par : une impédance caractéristique $Z_0 = 50\Omega$, une constante de phase $\beta = 1(rad/m)$, et une pulsation $\omega = 2\times10^8\,(rad/s)$.

I.1) Déterminer l'inductance L et la capacité C par unité de longueur de la ligne de transmission.

I.2) Calculer la vitesse de propagation v sur la ligne.

II) La même ligne de transmission, de longueur $l = 2m$, est fermée par une impédance de charge $Z_L = (50 + j50)\,\Omega$. Déterminer par un calcul direct:

II.1) Le coefficient de réflexion Γ_L à l'extrémité de la ligne.

II.2) Le taux d'onde stationnaire TOS sur la ligne.

II.3) L'impédance d'entrée Z_{in} de la ligne.

II.4) Vérifier les résultats des questions précédentes à l'aide de l'abaque de Smith.

Exercice 2 (4 points)

On considère une source isotrope placée en orbite géostationnaire, à une altitude de 36000Km au-dessus de la surface de la Terre, et alimentée par une puissance P_a=100W.

1) Calculer la densité de puissance $P_{isotrope}$ qu'elle rayonnerait au niveau de la Terre, en supposant un rayonnement isotrope en espace libre.

On suppose maintenant qu'un satellite géostationnaire, alimenté avec la même puissance P_a, rayonne au niveau de la Terre une densité de puissance de $P = 1.5\times10^{-12}\,W/m^2$.

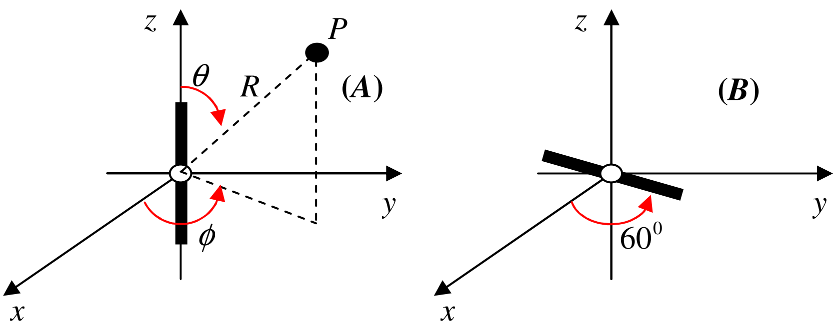
2) Calculer le gain de son antenne en dB.
3) Calculer la puissance d'alimentation d'une *source isotrope* nécessaire pour produire la même densité de puissance (PIRE).
4) Calculer la surface équivalente S d'une antenne de réception (de gain $G_r = 30dB$) pour que la puissance fournie à l'antenne réceptrice soit de $P_r = 5\times10^{-13}W$ (pas de pertes).
5) Calculer la longueur d'onde λ et la fréquence f de l'onde électromagnétique.

Exercice 3 (6 points)

La figure suivante représente deux doublets de Hertz, notés **A** et **B**, placés dans un repère cartésien.

Le doublet **A**, de longueur infinitésimale dl, est parcouru par un courant $I(t) = I_0 e^{j\omega t}$.

1) Donner l'expression du champ électrique **E** et du champ magnétique **H** rayonnés par le doublet **A** au point **P**, situé à grande distance (zone de rayonnement lointain).
2) En déduire la fonction caractéristique du doublet **A**, puis tracer son diagramme de rayonnement.
3) Déterminer l'expression de la puissance rayonnée par le doublet **A** dans une direction donnée **R**.
4) Déterminer l'expression de la puissance totale rayonnée par le doublet **A** dans tout l'espace.
5) Déduire les champs électromagnétiques (**E**, **H**) rayonnés par le doublet **B**.



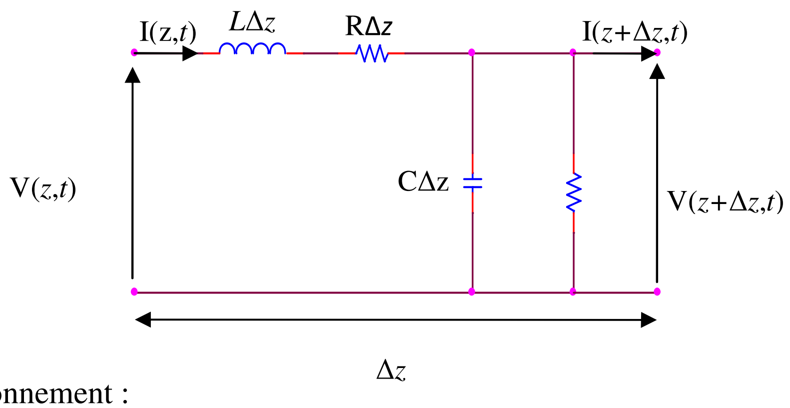
Bon courage

Université Abbes Laghrour Khenchela
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département GE

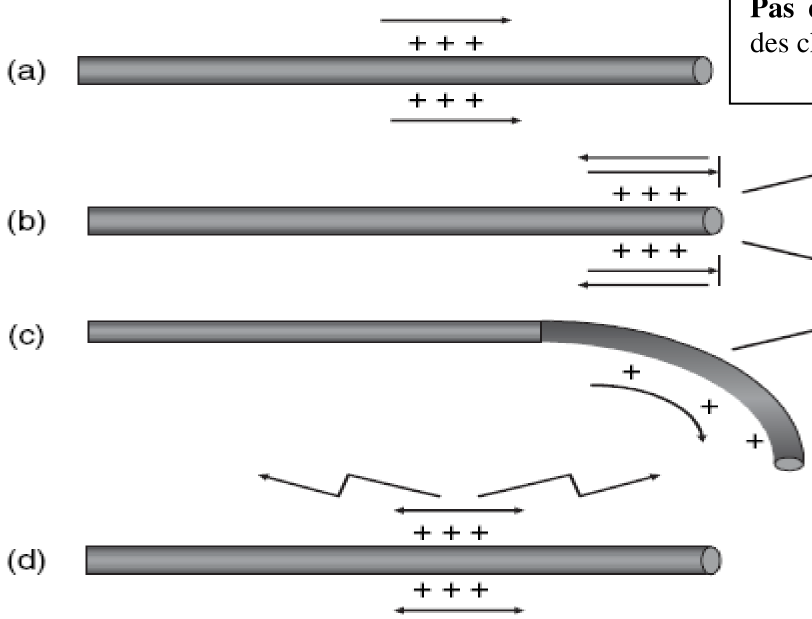
Corrigé type d'Examen Final : Antennes et lignes de transmission

Questions de cours (4 points)

1) Types de lignes de transmission : Câble coaxial, Ligne bifilaire, Guide d'ondes, Fibre optique. **1pt**
2) Modélisation électrique : **1pt**



3) Zones de rayonnement : **1pt**
   a. Zone de Rayleigh ($R<<\lambda$).
   b. Zone de Fresnel ($R\approx\lambda$).
   c. Zone de Fraunhofer ($R>>\lambda$).
4) Les conditions nécessaires pour le rayonnement :



0.25pt **Pas de rayonnement** (pas de mouvement des charge ou avec une vitesse uniforme)

Rayonnement **0.25pt**

0.25pt **Rayonnement** (les charges rencontrent une discontinuité : rupture, courbure, leur vitesse change)

Rayonnement (dans une structure, en résonance : les charges oscillent) **0.25pt**

Exercice 1 : Ligne de Transmission (6 points)

I.1) L'inductance L et la capacité C par unité de mètre :

Pour une ligne sans pertes (R=G=0):

$$\begin{cases} Z_0 = \sqrt{\dfrac{L}{C}} & (1) \\ \beta = \omega\sqrt{LC} & (2) \end{cases}$$

D'après l'équation (1):

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow L = Z_0^2 C$$

En remplaçant L dans la deuxième équation, on obtient :

$$\beta = \omega\sqrt{Z_0^2 C^2} = \omega Z_0 C \Rightarrow C = \frac{\beta}{\omega Z_0}$$

On en déduit : $L = Z_0^2 \dfrac{\beta}{\omega Z_0} = \dfrac{Z_0 \beta}{\omega}$

Application numérique:

$$L = \frac{Z_0\beta}{\omega} = \frac{50\times1}{2\times10^8} = 250 nH/m$$ 0.5pt

$$C = \frac{\beta}{\omega Z_0} = \frac{1}{2\times10^8\times50} = 100\, pF/m$$ 0.5pt

I.2) Vitesse de propagation v :

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\times10^8}{2.5} = 2\times10^8 m/s$$ 0.5pt

II.1) Coefficient de réflexion Γ_L

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{50 + j50 - 50}{50 + j50 + 50} = \frac{j50}{100 + j50} = 0.2 + j0.4$$ 0.5pt

Module : $|\Gamma_L| = \sqrt{0.2^2 + 0.4^2} \approx 0.447$ 0.25pt

Argument : $\Phi_{\Gamma_L} = a\tan\left(\dfrac{\mathrm{Im}}{\mathrm{Re}}\right) = a\tan\left(\dfrac{0.4}{0.2}\right) \approx 63.4^0$ 0.25pt

Donc $\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{j\Phi_{\Gamma_L}} \approx 0.447 e^{j63.4^0}$

II.2) Taux d'onde stationnaire (TOS) :

$$TOS = \frac{1+|\Gamma_L|}{1-|\Gamma_L|} = \frac{1+0.447}{1-0.447} \approx 2.62$$ 0.5pt

II.3) Impédance d'entrée (Z_{in}) :

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0\tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_L\tan(\beta l)} \approx 19.35 - j5.33\Omega \approx 20.1 e^{-j15.38^0}\Omega$$ 1pt

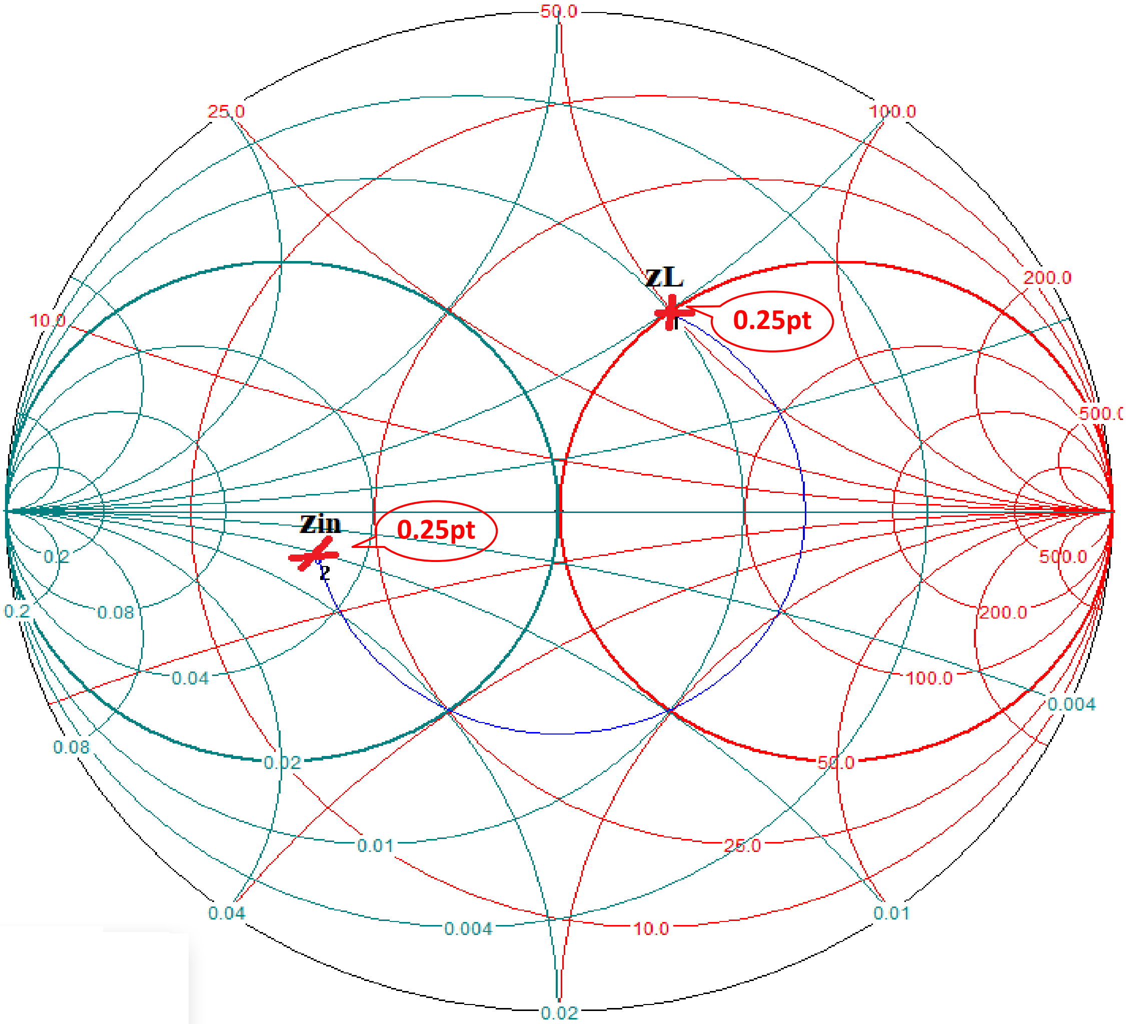
II.4) Vérification par l'abaque de Smith

- Normalisation : $z_L = \dfrac{Z_L}{Z_0} = 1 + j$
- Tracé du cercle de ROS passant par $z_L = 1 + j$. 0.25pt
- Rotation (R):

La longueur l'onde $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{2\pi \times v}{\omega} = \dfrac{4\pi \times 10^8}{2 \times 10^8} = 2\pi[m]$ 0.25pt

$l = \dfrac{2}{2\pi}\lambda = \dfrac{\lambda}{\pi}[m]$, et $R = \dfrac{l \times 720^0}{\lambda} \approx 229.2^0$ 0.25pt

- Lecture de $z_{in} \approx 0.38 - j0.097 \Rightarrow Z_{in} = z_{in} \times Z_0 \approx 19.31 - j4.87[\Omega]$ 0.25pt



TOS	Coefficient de réflexion		
2.6 : 1	0.45 / 63.43°	ZL	(50.000 + j50.000)Ohm
0.25pt	0.25pt	Zin	(19.311 - j4.875)Ohm

Exercice 2 : Satellite Géostationnaire (4 points)

1) Densité de puissance isotrope $P_{isotrope}$:

Pour une source isotrope située à une distance R, la densité de puissance est donnée par:

$$P_{isotrope} = \frac{P_a}{4\pi R^2} = \frac{100}{4\pi\left(3.6\times10^7\right)^2} \approx 6.13\times10^{-15} W/m^2$$ 0.5pt

2) Gain de l'antenne du satellite G :

$$G = \frac{P}{P_{isotrope}} = \frac{1.5\times10^{-12}}{6.13\times10^{-15}} \approx 244.3$$ 0.5pt

Conversion en dB :

$$G_{db} = 10\log_{10}(G) = 10\log_{10}(244.3) \approx 23.89 dB$$ 0.5pt

3) Puissance isotrope rayonnée équivalente (PIRE) :

PIRE=P_a×G=100×244.3=24 430 W=24.4kW. 0.5pt

4) Surface équivalente S de l'antenne de réception :

$$S = \frac{P_r}{P_a} = \frac{5\times10^{-13}}{1.5\times10^{-12}} \approx 0.333 m^2$$ 0.5pt

5) Longueur d'onde λ et fréquence f:

$$G_r(db) = 10\log_{10}(G_r) \Rightarrow G_r = 10^{\frac{G_r(db)}{10}} = 10^3 = 1000$$ 0.5pt

À partir de la surface équivalente :

$$S = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r \Rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{4\pi S}{G_r}} = \sqrt{\frac{4\pi\times0.333}{1000}} \approx 0.064 m = 6.4 cm$$ 0.5pt

Fréquence correspondante :

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^8}{0.064} \approx 4.69 GHz$$ 0.5pt

Exercice 3 : Doublet de Hertz (6 points)

1) Champs rayonnés par un dipôle élémentaire *dl,* alimenté par un courant $I = I_0 e^{j\omega t}$, en champ lointain :

Champ magnétique **E**:

$$\vec{E} = \begin{cases} E_r = 0 \\ E_\theta = jZ_0 \dfrac{I_0 dl}{2\lambda R}\sin(\theta)e^{-j\beta R} = jZ_0 \dfrac{I_0 \beta dl}{4\pi R}\sin(\theta)e^{-j\beta R} \\ E_\phi = 0 \end{cases}$$

0.5pt

Champ magnétique **H**:

$$\vec{H} = \begin{cases} H_r = 0 \\ H_\theta = 0 \\ H_\phi = \dfrac{E_\theta}{Z_0} = j\dfrac{I_0 dl}{2\lambda R}\sin(\theta)e^{-j\beta R} = j\dfrac{I_0 \beta dl}{4\pi R}\sin(\theta)e^{-j\beta R} \end{cases}$$

0.5pt

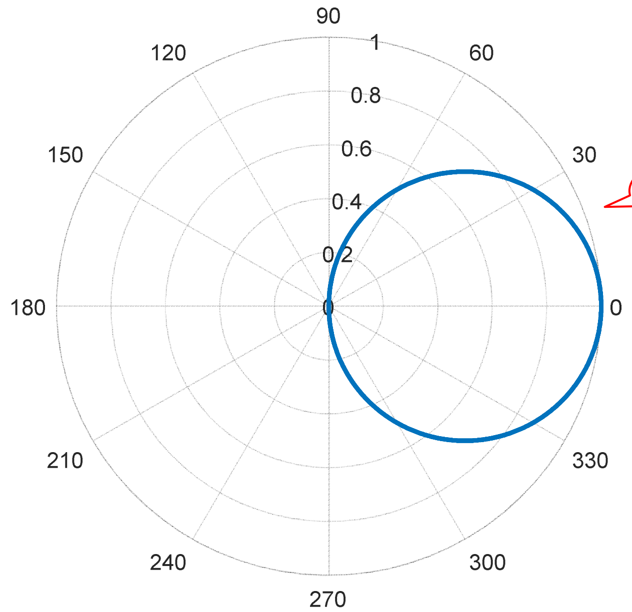
où $\beta = 2\pi/\lambda$ est le nombre d'onde, λ est la longueur d'onde, R est la distance entre le doublet et le point **P**, et Z_0 impédance du vide.

2) Fonction caractéristique (champ lointain):

Dans la zone lointaine ($R >> \lambda$), la fonction caractéristique est : $F(\theta) = \dfrac{|E_\theta|}{|E_\theta|_{\max}} = \sin(\theta)$ 0.5pt

Le diagramme de rayonnement :

Diagramme de rayonnement (f(π/2-θ))



0.5pt

3) Puissance rayonnée dans une direction R :

La densité de puissance rayonnée est donnée par le vecteur de Poynting :

$$\vec{\wp}_m = \frac{1}{2}\Re e\{\vec{E}\wedge\vec{H}^*\} = \frac{|E_\theta|^2}{2Z_0}\vec{a}_r = \left(Z_0\frac{I_0 dl}{2\lambda R}\sin(\theta)\right)^2\frac{1}{2Z_0}\vec{a}_r = \left(\frac{I_0 dl}{\lambda R}\sin(\theta)\right)^2\frac{Z_0}{8}\vec{a}_r$$ 1pt

4) Puissance totale rayonnée dans tout l'espace :

La puissance totale est obtenue en intégrant $\vec{\wp}_m$ sur une sphère de rayon R: 1pt

$$P_r = \iint_S \vec{\wp}_m \overrightarrow{dS} = \iint_S \left(\frac{I_0 dl}{\lambda R}\sin(\theta)\right)^2\frac{Z_0}{8}R^2\sin(\theta)d\theta d\phi = \left(\frac{I_0 dl}{\lambda}\right)^2\frac{Z_0}{8}\int_{\theta=0}^{\pi}\sin(\theta)^3 d\theta\int_{\phi=0}^{2\pi}d\phi = \left(\frac{I_0 dl}{\lambda}\right)^2\frac{Z_0\pi}{3}$$

5) Champs rayonnés par le doublet **B**:

Doublet *B*: Les champs sont analogues à ceux du doublet A, mais avec θ remplacé par l'angle entre le doublet et *R*.

$$\cos(\psi) = \vec{a}_\psi.\vec{a}_r$$

$$= \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\vec{a}_x + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\vec{a}_y\right).\vec{a}_r = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin(\theta)\cos(\phi) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos(\theta)\cos(\phi) = \cos\phi\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \sin(\psi) = \sqrt{1-\cos\phi^2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)^2}$$ 1pt

Champ électrique E:

$$\vec{E} = \begin{cases} E_r = 0 \\ E_\theta = jZ_0\frac{I_0 dl}{2\lambda R}\sqrt{1-\cos\phi^2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)^2}e^{-j\beta R} = jZ_0\frac{I_0\beta dl}{4\pi R}\sqrt{1-\cos\phi^2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)^2}e^{-j\beta R} \\ E_\phi = 0 \end{cases}$$ 0.5pt

Champ magnétique H:

$$\vec{H} = \begin{cases} H_r = 0 \\ H_\theta = 0 \\ H_\phi = \frac{E_\theta}{Z_0} = j\frac{I_0 dl}{2\lambda R}\sqrt{1-\cos\phi^2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)^2}e^{-j\beta R} = j\frac{I_0\beta dl}{4\pi R}\sqrt{1-\cos\phi^2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)^2}e^{-j\beta R} \end{cases}$$ 0.5pt

---

Le chargé de cours : Fouzi DOUAK
