Ministère de l'enseignement et de la recherche scientifique

Université Abbes LAGHROUR Khenchela

Faculté des sciences et technologie

Niveau : …………1 Master CM	***Département génie mécanique***
Module : **RDM Avancée**	***1re Semestre 2025/2026***

Exercice 01 (05 points)**:**

Une poutre encastrée en A et appuyée en B est soumise à une charge uniformément répartie q.

1. Déterminer le degré d'hyperstaticité.
2. Écrire les équations de compatibilité.
3. Calculer les réactions aux appuis.

Exercice 02 (05 points)**:**

Un point H d'un composant mécanique en **aluminium moulé** est soumis à un **état de contrainte plane**. Les contraintes mesurées au point H dans le repère (x, y) sont :

$$\sigma_x = 10\ MPa\ ,\sigma_y = -100\ MPa\ ,\tau_{xy} = 60\ MPa\ ,$$

Les résistances limites du matériau (aluminium moulé) sont :

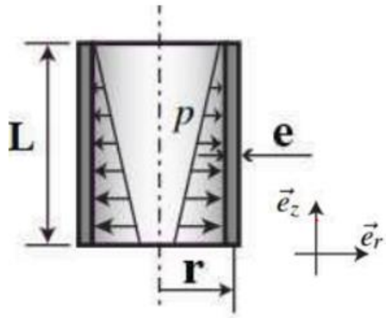
$\sigma_{rt} = 80\ MPa$ (Résistance à la rupture en traction),

$\sigma_{rc} = 220\ MPa$ (Résistance à la rupture en compression)

1. Calculer la contrainte moyenne σ_m et le rayon de Mohr R.
2. Déterminer les contraintes principales σ_1 et σ_2.
3. Vérifier, s'il y a **risque de rupture** au point H, en utilisant le **critère de Mohr** pour ce matériau (en traction et en compression).

Exercice 03 (05 points)

On considère un **cylindre mince vertical** de rayon moyen r, d'épaisseur constante e et de longueur L.
Le cylindre est soumis à une **pression interne variable linéairement** suivant l'axe vertical z.



Établir l'expression :

1. De la loi de variation de la pression P(z) dans le cylindre
2. De la contrainte σ_z suivant l'axe z du cylindre.
3. De la contrainte σ_θ perpendiculaire à l'axe du cylindre.
4. Du **déplacement radial** δ(z) du cylindre

Nom : ....

Prénom : ....

Question à choix multiple (5 points) : Choisissez la bonne réponse (une seule réponse est correcte)

N°	Question	A	B	C	D	Réponse correcte
1	En flexion déviée, l'axe neutre est défini comme le lieu des points où :	σ est maximale	ε est constante	σ = 0	τ = 0	
2	La flexion est dite *déviée* lorsque :	La section n'est pas symétrique	La charge est inclinée	M agit sur deux axes principaux	La poutre est hyperstatique	
3	Dans la méthode de Castigliano, la flèche est obtenue par :	$\partial P/\partial U$	$\partial U/\partial x$	$\partial U/\partial P$	$\partial M/\partial x$	
4	L'énergie de déformation en flexion dépend principalement de :	G et S	E et I	E et S	G et J	
5	Une structure est hyperstatique lorsque :	$\Sigma F \neq 0$	$\Sigma M \neq 0$	les équations statiques sont insuffisantes	la poutre est encastrée	
6	Le degré d'hyperstaticité correspond :	au nombre d'appuis	au nombre d'inconnues	à l'excès d'inconnues statiques	au nombre de charges	
7	Une poutre encastrée est plus rigide qu'une poutre appuyée car :	E est plus grand	I est plus grand	Les rotations sont bloquées	Les charges sont moindres	
8	La limite élastique d'un matériau représente :	La rupture	La contrainte admissible	Le début de la plasticité	La contrainte ultime	

Bonne Chance

Exercices 02

1) Contrainte moyenne et rayon de Mohr

La contrainte moyenne (centre du cercle de Mohr) vaut :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

En remplaçant :

$$\sigma_m = \frac{10 + (-100)}{2} = \frac{-90}{2} = -45 \text{ MPa}$$

Le rayon du cercle de Mohr est :

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Calcul intermédiaire :

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{10 - (-100)}{2} = \frac{110}{2} = 55 \text{ MPa}$$

Donc :

$$R = \sqrt{55^2 + 60^2} = \sqrt{3025 + 3600} = \sqrt{6625} = 81{,}39 \text{ MPa}$$

2) Contraintes principales

Les contraintes principales en contrainte plane sont :

$$\sigma_1 = \sigma_m + R, \qquad \sigma_2 = \sigma_m - R$$

Ainsi :

$$\sigma_1 = -45 + 81{,}39 = 36{,}39 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = -45 - 81{,}39 = -126{,}39 \text{ MPa}$$

3.1. Vérification traction

$$\sigma_1 = 36{,}39 \text{ MPa} \leq \sigma_{rt} = 80 \text{ MPa}$$ **Pas de risque**

3.2. Vérification compression

$$|\sigma_2| = 126{,}39 \text{ MPa} \leq \sigma_{rc} = 220 \text{ MPa}$$ **pas de risque**

$\sigma_1 > 0$ et $\sigma_2 < 0$).

Avec le **critère de Mohr**, cette situation est plus critique qu'une comparaison séparée, car la rupture fragile dépend de la combinaison (σ_1, σ_2) et pas uniquement des dépassements individuels. **il y a risque**

Exercice 03 :

(1) $p(z) = P_0 \frac{z}{L}$ **(03)** $\sigma_\theta = \frac{P_0 r z}{eL}$

(2) $\sigma_z = 0$ **(04)** $\delta = \frac{P_0 r^2 z}{EeL}$

Exercice 01

(01) Degré d'hyperstaticité : $h = 4 - 3 = 1$

(02) Écriture standard (méthode des forces) $\Delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0$

3) Calcul de $X_1 = R_{By}$ par les intégrales d'énergie

On utilise :

$$\Delta_{10} = \int_0^L \frac{M_0(x)\,M_1(x)}{EI}\,dx \qquad \text{et} \qquad \delta_{11} = \int_0^L \frac{M_1^2(x)}{EI}\,dx$$

$$M_0(x) = -\frac{qx^2}{2} \qquad\qquad M_1(x) = x$$

$$\Delta_{10} = \int_0^L \frac{\left(-\frac{qx^2}{2}\right)(x)}{EI}\,dx = -\frac{q}{2EI}\int_0^L x^3\,dx = -\frac{q}{2EI}\left(\frac{L^4}{4}\right)$$

$$\delta_{11} = \int_0^L \frac{x^2}{EI}\,dx = \frac{1}{EI}\left(\frac{L^3}{3}\right)$$

$$\Delta_{10} + \delta_{11}X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{-\frac{qL^4}{8EI}}{\frac{L^3}{3EI}} = \frac{3qL}{8}$$

QCM :

N°	Question	A	B	C	D	Réponse correcte
1	En flexion déviée, l'axe neutre est défini comme le lieu des points où :	σ est maximale	ε est constante	σ = 0	τ = 0	**c**
2	La flexion est dite *déviée* lorsque :	La section n'est pas symétrique	La charge est inclinée	M agit sur deux axes principaux	La poutre est hyperstatique	**c**
3	Dans la méthode de Castigliano, la flèche est obtenue par :	∂P/∂U	∂U/∂x	∂U/∂P	∂M/∂x	**c**
4	L'énergie de déformation en flexion dépend principalement de :	G et S	E et I	E et S	G et J	**b**
5	Une structure est hyperstatique lorsque :	ΣF ≠ 0	ΣM ≠ 0	les équations statiques sont insuffisantes	la poutre est encastrée	**c**
6	Le degré d'hyperstaticité correspond :	au nombre d'appuis	au nombre d'inconnues	à l'excès d'inconnues statiques	au nombre de charges	**c**
7	Une poutre encastrée est plus rigide qu'une poutre appuyée car :	E est plus grand	I est plus grand	Les rotations sont bloquées	Les charges sont moindres	**c**
8	La limite élastique d'un matériau représente :	La rupture	La contrainte admissible	Le début de la plasticité	La contrainte ultime	**c**