



MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ «ABBÈS LAGHROUR» DE KHENCHELA  
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE TECHNOLOGIE



Département de Génie Mécanique

N° de série :.....

## Mémoire de fin d'études

*Pour l'obtention du diplôme de Master (L.M.D)*

**Spécialité : Génie Mécanique**

**Option : Génie Mécanique**

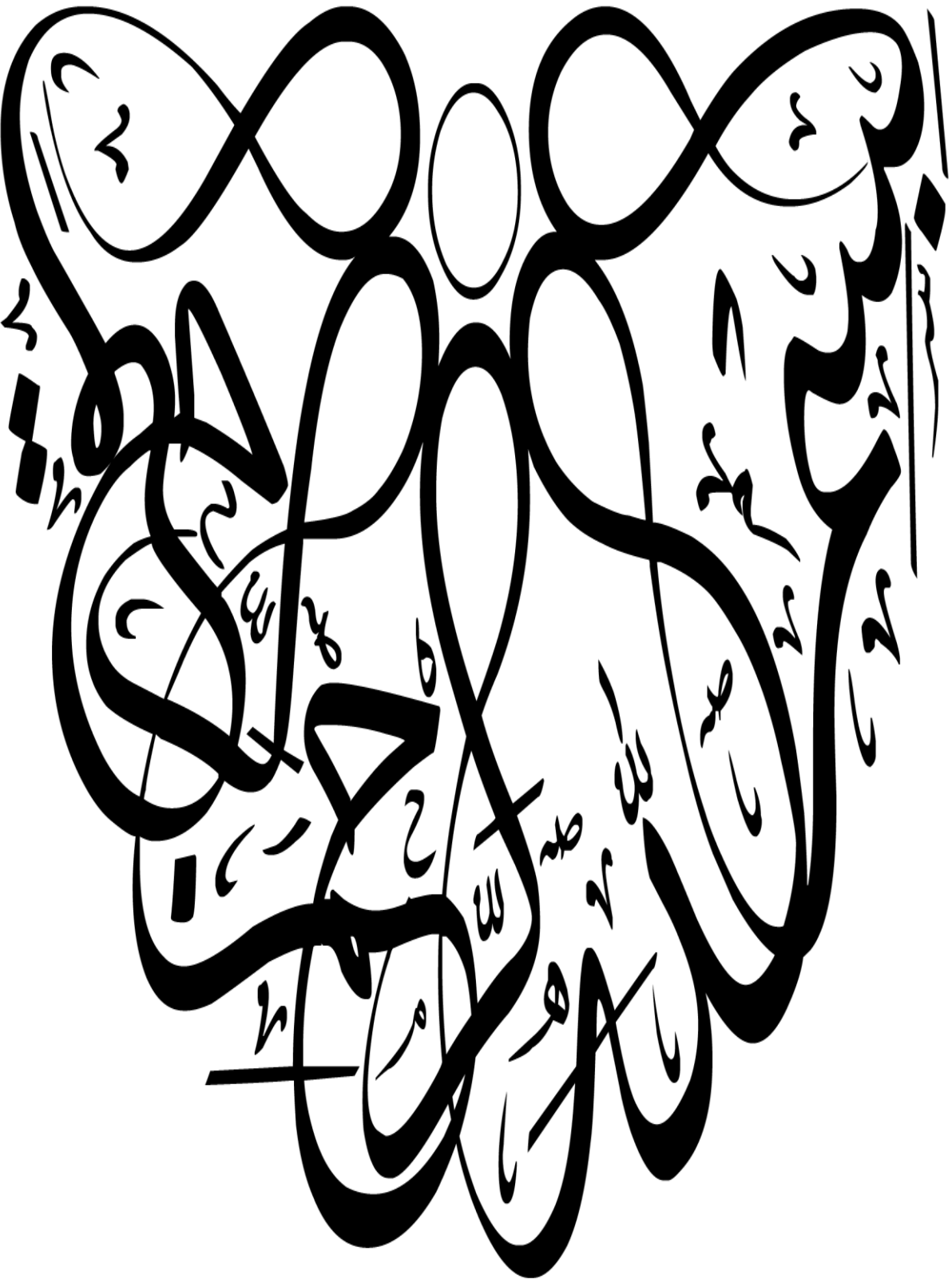
*Approche analytique et modélisation numérique du  
comportement des matériaux composites verre/époxy  
à renfort tissu 2D sollicités en traction et en  
cisaillement.*

*Réalisé par : -Hakkar Asma  
-Bennadji Ibtissem*

**Membres de jury :**

Mr. Kessam A.	M.A.A	Université de khenchela	Président
Mr. Khadraoui F.	M.A.A	Université de khenchela	Examineur
Dr. Brek S.	M.C.B	Université de khenchela	Rapporteur

*Présenté le 27/06/2017*



# Remerciements

*Au terme de ce travail, nous tenons à exprimer notre gratitude et notre remerciements pour le bon dieu, le tout puissant, de nos avoir donné autant de courage, pour atteindre ce but .et toutes les personnes qui ont contribué a sa réalisation.*

*Nous tenons tout d abord à remercier **Dr. Brek samir** enseignant à l'université de khenchela, encadreur de ce mémoire pour ses conseils, son encouragement, sa patience, son aide précieuse. Et nous lui exprime ici notre attachement et notre profonde reconnaissance de nos avoir proposé un sujet de recherche très riche.*

*Notre remerciements s'adressent ensuite aux membres du jury. Nous remercions vivement*

***Mr. Kessam A.** pour l'honneur qu'il nos ferait en acceptant la présidence de ce jury.*

*Nous exprimons nos remerciements au*

***Mr. Khadraoui F.** qui a bien voulu accepter d'être un examinateur de ce travail.*

*Nous adressons nos sincères remerciements à tous les enseignants, intervenants et toutes les personnes à l'université de khenchela.*

**Hakkar Asma  
Bennadji Ibtissem**

**Après toutes ces années de travail du sérieux et de concentration je dédie ce travail :**

**A mes très chères parents pour toute l'aide qu'ils m'ont procuré, pour leur amour, leur patience et leur soutien durant toutes mes années d'études car sans eux je ne serais pas le personne que je suis aujourd'hui.**

**A mon frère Jmed, ma sœur dallel et ses enfants mahdi et rayan, merci, et pardon pour les sacrifices imposes.**

**A Mansouri.A**

**Et a toute la famille**

**Merci beaucoup a mon encadreur « Brek Samir »**

**aus mes enseignants de Département de mécanique**

**A tout qui ambitionne à une touche modifiante**

**ibtissem**

# *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail avec grand amour, sincérité et fierté à*

*Mes cher parents, source de tendresse et de noblesse et*

*d'affection :*

*Ma mère : sakina triki*

*Mon père : ferhat*

*Surtout Pour tous les sacrifices et leur soutien morale et matériel dont ils ont fait preuve*

*pour que je réussisse je le dédie également à :*

*Ma sœur zerfa nour*

*Mon frère ali*

*Et mes petites cher sœurs yasmine et ibtissem*

*Et a mon fiancé amine .*

*Et celui qui à fait tout son possible pour me voir réussir dans*

*ma vie .*

*Asma.*

# *Les symboles et notations*

*UD* : Unidirectionnel.

*HP*: Haute performance.

*TP* : Thermoplastique.

*TD* : Thermodurcissable.

*D.M.T* : Département de mécanique et technologie.

*C.E.A* : Commissariat à l'énergie atomique.

*M<sub>f</sub>* : La teneur en masse de renfort.

*M<sub>m</sub>* : La teneur en masse de matrice.

*V<sub>f</sub>* : La teneur en volume de renfort.

*V<sub>m</sub>* : La teneur en volume de matrice.

*ρ<sub>f</sub>* : La masse volumique de fibre (renforts).

*ρ<sub>m</sub>* : La masse volumique de matrice.

[C] : La matrice de rigidité.

[s] : La matrice de souplesse.

*σ<sub>ij</sub>* : Les composantes du tenseur de contrainte.

*ε<sub>ij</sub>* : Les composantes du tenseur de déformation.

*C<sub>ij</sub>* : Les coefficients de la matrice de rigidité.

*s<sub>ij</sub>* : Les coefficients de la matrice de souplesse.

*E<sub>1</sub>* : Module d'Young (module d'élasticité) suivant l'axe 1.

*E<sub>2</sub>* : Module d'Young (module d'élasticité) suivant l'axe 2.

*E<sub>3</sub>* : Module d'Young (module d'élasticité) suivant l'axe 3.

*ν<sub>12</sub>* : Coefficient de Poisson dans le plan (1,2).

*ν<sub>13</sub>* : Coefficient de Poisson dans le plan (1,3).

*ν<sub>23</sub>* : Coefficient de Poisson dans le plan (2,3).

$G_{13}$  : Module de cisaillement dans le plan (1 ,3).

$G_{12}$  : Module de cisaillement dans le plan (1 ,2).

$G_{23}$  : Module de cisaillement dans le plan (2,3).

$\lambda$  : Coefficient 1 de lamé.

$\mu$  : Coefficient 2 de lamé.

$[T]$  : La matrice de changement de base.

$\varphi_{ij}$  : Matrice de changement de base du stratifié.

$\varphi_{ij}^{90}$  : Matrice de changement de base du stratifié du pli à  $90^\circ$ .

$\varphi_{ij}^0$  : Matrice de changement de base du stratifié du pli à  $0^\circ$ .

$h^0$  : Epaisseur du pli à  $0^\circ$ .

$h^{90}$  : Epaisseur du pli à  $90^\circ$ .

$K$  : Rapport des déformations (coefficient du tissu).

$\gamma$  : L'angle de cisaillement.

$\sigma_{xx}$  : Contrainte normale suivant la direction  $x$ .

$\tau_{yz}$  : Contrainte tangentielle dans le plan  $yz$  de la structure.

$\tau_{xz}$  : Contrainte tangentielle dans le plan  $xz$  de la structure.

$\tau_{xy}$  : Contrainte tangentielle dans le plan  $xy$  de la structure.

$U_{xx}$  : Déplacement suivant la direction  $x$ .

$U_{yy}$  : Déplacement suivant la direction  $y$ .

$U_{zz}$  : Déplacement suivant la direction  $z$ .

# Liste Des Figures

Figure (1.1) Matériaux composites.....	4
Figure (1.2) Classification des matériaux composites.....	6
Figure (1.3) Composite stratifié.....	8
Figure (1.4)Présentation de matériaux composites sandwichs.....	9
Figure (1.5) Classification des matrices.....	10
Figure (1.6) Microsphères de verre observées par microscopie optique.....	15
Figure (1.7) Les renforts.....	17
Figure (1.8)Les différents types de renfort.....	17
Figure (1.9)Fibre de verre.....	17
Figure (1.10)Fibre de carbone.....	18
Figure (1.11)Fibre d'aramide.....	18
Figure (1.12)Exemple de la représentation graphique de $V_f=f(M_f)$ .....	21
Figure (1.13)Une nappe unidirectionnelle.....	22
Figure (1.14)Classification des principales structures textiles 2D.....	22
Figure (1.15)Tissu forme toile.....	23
Figure (1.16)Tissu forme sergé.....	23
Figure (1.17)Tissu forme satin.....	24
Figure (1.18)Classification des différentes structures textiles 3D.....	25
Figure (1.19)Les tissus 3D.....	25
Figure (1.20) Les tissus 3D hybride.....	25
Figure (1.21)Schéma illustrant le principe de fonctionnement d'un métier à tisser.....	28
Figure (1.22)Etapes de la formation d'un tissu ; (a) ouverture de la foule ; (b) insertion du fil de trame ; (d) tassage du fil de trame.....	28
Figure (1.23)Une feuille de pré-imprégné verre/époxy et son film de protection (image Airtech).....	30

<i>Figure (2.1) Plan de symétrie</i> .....	33
<i>Figure (2.2) Matériau orthotrope</i> .....	34
<i>Figure (2.3) Plan d'isotropie</i> .....	37
<i>Figure (2.4) composite unidirectionnel</i> .....	40
<i>Figure (2.5) Axes principaux (1 , 2 , 3) d'une couche de stratifié et axes de référence (1',2',3) = (x,y,z) du stratifié</i> .....	42
<i>Figure (2.6) Concept de matériau homogène équivalent</i> .....	44
<i>Figure (2.7) approximation du renfort tissé par un stratifié équivalent</i> .....	47
<i>Figure (2.8) Modélisation EF d'une cellule élémentaire de composite tissé</i> .....	47
<i>Figure (2.9) Modélisation EF d'une cellule élémentaire de CMC</i> .....	48
<i>Figure (2.10) Modélisation d'un tissu taffetas par un modèle à plis UD croisés équivalent</i> .....	49
<i>Figure (2.11) Observation au microscope optique de la tranche d'un stratifié composite à Plis</i> .....	50
<i>Figure (2.12) Représentation du VER pour des tissés : a) taffetas, b) sergé, satin</i> .....	51
<i>Figure (2.13) ver d un pli taffetas</i> .....	52
<i>Figure (2.14) Dispositif de traction biaxiale</i> .....	53
<i>Figure (2.15) Résultats des essais de tension biaxiale pour différents taux de variation <math>k =</math> déformation dans le sens chaîne/la déformation dans le sens trame</i> .....	53
<i>Figure (2.16) Variations d'ondulation des fils expliquant la non-linéarité des courbes de Traction biaxiale</i> .....	54
<i>Figure (2.17) Cisaillement d'un renfort tissé dans son plan ; (b) Courbe de cisaillement et phénomènes mésoscopiques ayant lieu lors du cisaillement d'une toile en verre</i> .....	55

<i>Figure (2.18)Essais type "picture frame"</i> .....	56
<i>Figure (2.19) Essais de type "Bias test"</i> .....	58
<i>Figure (2.20) Isotropie transverse du multifilament d'un renfort tissé</i> .....	
<i>Image obtenue par tomographie X</i> .....	59
<i>Figure(2.21)Vue en coupe (par tomographie X) du plan transverse du fil ; (a) tissu au repos ; (b) Tissu sous tension biaxiale</i> .....	59
<i>Figure (3.1)Les modèles des matériaux composites verre /époxy avec tissu taffetas et tissu sergé</i> .....	60
<i>Figure (3.2) Les dimensions du modèle 1</i> .....	70
<i>Figure (3.3) Les dimensions du modèle 2</i> .....	72
<i>Figure (3.4) Maillage (chaîne et trame)</i> .....	75
<i>figure (3.5) maillage (matrice)</i> .....	75
<i>Figure (3.6) maillage(chaîne)</i> .....	76
<i>figure(3.7)maillage(trame)</i> .....	76
<i>Figure (3.8) Maillage du modèle1</i> .....	76
<i>Figure (3.9) maillage (chaîne et trame)</i> .....	77
<i>Figure (3.10) maillage de(trame)</i> .....	77
<i>figure (3.11) maillage de (chaîne)</i> .....	77
<i>Figure (3.12) maillage de (matrice)</i> .....	77
<i>Figure (3.13) Maillage du modèle2</i> .....	78
<i>Figure (3.14) Chargements mécaniques (traction), modèle1</i> .....	78
<i>Figure (3.15)Chargements mécaniques (cisaillement), modèle1</i> .....	79
<i>Figure (3.16) Chargements mécaniques (traction), modèle2</i> .....	79
<i>Figure (3.17) Chargements mécaniques (cisaillement), modèle2</i> .....	80
<i>Figure (3.18) Les conditions au limite(encastrement modèle 1 et modèle 2)</i> .....	80
<i>Figure (3.19)Les points capteurs (Pk1, Pk2, Pk3, Pk4, PK5, pk6, pk7, pk8) modèle 1</i> .....	82
<i>Figure (3.20) Les points capteurs (Pk1, Pk2, Pk3, Pk4, Pk5, pk6, pk7 et pk8) modèle 2</i> ....	82

Figure (3. 21) Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ )dans les renforts ( modèle 1, traction). .....	83
Figure (3. 22) Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) dans les renforts et les positions des points critiques (modèle1,traction.).....	84
Figure (3. 23)Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) dans la matrice (modèle 1, traction).....	84
Figure (3. 24)Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ )dans la matrices et les positions des points critiques... (modèle 1,traction.).....	85
Figure (3. 25)Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ )dans les renforts(modèle 2,traction).....	85
Figure(3. 26)Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ )dans les renforts et les positions des points critiques (modèle 2,traction.).....	86
Figure (3. 27)Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) dans la matrice (modèle 2,traction).....	86
Figure (3. 28)Les contraintes ( $\tau_{yz}$ ) dans la matrice (modèle 1, cisaillement).....	87
Figure (3. 29) Les contraintes ( $\tau_{yz}$ ) dans la matrice (modèle 1, cisaillement).....	87
Figure (3. 30)Les contraintes ( $\tau_{yz}$ ) dans la matrice (modèle 2, cisaillement).....	88
Figure (3. 31)Les contraintes ( $\tau_{yz}$ ) dans les renforts (modèle 2, cisaillement.).....	88
Figure (3.32) Contrainte sigma-xy en fonction de h .....	96
figure (3.33) constraints sigma – yz en fonction de h .....	96
Figure (3.34) constraints sigma –xz en fonction de h.....	96
figure (3.35) déplacement Uxxen fonction de h .....	96
Figure (3.37) déplacement Uzz fonction de h.....	97
Figure (3.38) contraintes sigma-yz en fonction de A1 .....	97
Figure (3.39) déplacement Uzz en fonction de h.....	97
Figure (3.40) Contrainte normale sigma –xx en fonction de h .....	98
figure (3.41) déplacement Uxx en fonction de A1.....	98
Figure (3.42) déplacement Uxx en fonction de h.....	98
Figure (3.43) déplacement Uyy en fonction de A1.....	98
Figure(3.44) déplacements Uzz en fonction de A1.....	99
Figure (3.45) déplacements Uyy en fonction de h.....	99

Figure (3.46) déplacement $U_{zz}$ en fonction de $h$ .....	99
Figure (3.47) contraintes sigma- $yz$ en fonction de $Al$ .....	99
Figure ( 3.48 ) Contrainte sigma- $xy$ en fonction de $h$ .....	100
Figure (3.49 ) Contrainte sigma- $yz$ en fonction de $h$ .....	100
(3. 50) déplacements $U_{zz}$ en fonction de $Al$ .....	101
Figure (3.51) déplacements $U_{yy}$ en fonction de $h$ .....	101
Figure (3.52) déplacement $U_{yy}$ en fonction de $h$ .....	101
Figure (3.53) déplacement $U_{zz}$ en fonction de $Al$ .....	102
Figure (3.54) déplacement $U_{zz}$ en fonction de $h$ .....	102
Figure (3.55) déplacement $U_{xx}$ en fonction de $Al$ .....	102
Figure (3.56) déplacement $U_{xx}$ en fonction de $h$ .....	102
Figure (3.57 ) Contrainte sigma- $xx$ en fonction de $Al$ .....	102
Figure (3.58 ) constraints sigma - $xx$ en fonction $eh$ .....	103
Figure (3.59) déplacement $U_{xx}$ en fonction de $Al$ .....	103
Figure (3.60) déplacement $U_{zz}$ en fonction de $h$ .....	103
Figure (3.61) déplacement $U_{zz}$ en fonction de $Al$ .....	103
Figure (3.62) $V_f$ en fonction de $Al$ .....	104
Figure (3.63) $V_f$ en fonction de $h$ .....	105
Figure ( 3. 64 ) comparaison entre les deux modèles ( $\sigma_{xx}$ , traction).....	106
Figure ( 3.65 ) comparaison entre les deux modèles ( $U_{xx}$ , traction).....	107
Figure ( 3.66 ) comparaison entre les deux modèles ( $\sigma_{yz}$ , cisaillement)	
.....	108

<i>Figure (3.67 ) comparaison entre les deux modèles ((<math>\sigma_{xz}</math>, cisaillement)</i>	109
<i>Figure ( 3.68 ) comparaison entre les deux cas pour le modèle 1 ((<math>\sigma_{xx}</math>, traction)</i>	110
<i>Figure ( 3.69) comparaison entre les deux cas pour le modèle 2 ((<math>\sigma_{xx}</math>, traction)</i>	111
<i>Figure (3.70 ) comparaison entre les deux cas pour le modèle 1((<math>U_{xx}</math>, traction)</i>	112
<i>Figure ( 3.71) comparaison entre les deux cas pour le modèle 2 ((<math>U_{xx}</math>, traction)</i>	113
<i>Figure (3.72) Figure(3.73) l'influence des poches de résine sur les valeurs des contraintes</i>	114





# Liste des tableaux

Tableau (1.1) Avantages et inconvénients de la résine Polyesters insaturés.....	11
Tableau (1.2) Avantages et inconvénients de la résine époxyde.....	12
Tableau (1.3) Avantages et inconvénients des résines Polyuréthannes et polyurées.....	12
Tableau (1.4) Caractéristiques mécaniques des résines therm durcissables.....	13
Tableau (1.5) Caractéristiques mécaniques des résines thermoplastiques.....	14
Tableau (1.6) Principales différences entre les Matrices TP et TD.....	14
Tableau (1.7) Caractéristiques moyennes des renforts.....	19
Tableau (3.1) Systèmes d'unités dans CASTEM.....	65
Tableau (3.2) Propriétés mécaniques de la matrice.....	65
Tableau (3.3) Propriétés mécaniques de fibres de verre.....	66
Tableau (3.4) Propriétés mécaniques du toron de verre ( $V_{ft}=0.7$ ).....	66
Tableau (3.5) Les dimensions dans la section du modèle1.....	68
Tableau (3.6) Le nombre d'éléments et de nœuds pour les deux modèles.....	72
Tableau (3.7) Les positions des points capteurs, modèle 1.....	78
Tableau (3.8) Les positions des points capteurs, modèle 2.....	78
Tableau (3.9) Déplacement max (modèle 1- traction).....	86
Tableau (3.10) Déplacement et contraintes dans les point capteurs (modèle 1-traction).....	86
Tableau (3.11) Déplacement max (modèle 1- cisaillement).....	86
Tableau (3.12) Déplacement et contraintes dans les point capteurs (modèle2-cisaillement).....	87
Tableau (3.13) Déplacement (modèle 1- traction).....	87
Tableau (3.14) Déplacement et contraintes dans les point capteurs (modèle 1-traction).....	87
Tableau (3.15) Déplacement et contraintes dans les point capteurs (modèle 1-cisaillement).....	88
Tableau (3.16) Déplacement et contraintes dans les point capteurs (modèle1-cisaillement).....	88
Tableau (3.17) Déplacement max (modèle 1- traction).....	88
Tableau (3.18) Déplacement et contraintes dans les point capteurs (modèle 1-traction).....	89
Tableau (3.19) Déplacement max (modèle 2- traction).....	89
Tableau (3.20) Déplacement et contraintes dans les point capteurs (modèle2cisaillement).....	89
Tableau (3.21) Déplacement max (modèle 1traction).....	90
Tableau (3.22) Déplacement et contraintes dans les point capteurs (modèle 1-traction).....	90
Tableau (3.23) Déplacement max (modèle 2-traction).....	91
Tableau (3.24) Comparaison entre les deux modèles ( $(\sigma_{xx}, traction)$ ).....	91
Tableau (3.25) Comparaison entre les deux modèles ( $(U_{xx}, traction)$ ).....	92
Tableau (3.26) Comparaison entre les deux modèles ( $(\sigma_{yz} cisaillement)$ ).....	103
Tableau (3.27) Comparaison entre les deux modèles ( $(\sigma_{xz} cisaillement)$ ).....	104
Tableau (3.28) Comparaison entre les deux cas pour le modèle 1 ( $(\sigma_{xx}traction)$ ).....	105
Tableau (3.29) Comparaison entre les deux cas pour le modèle 2 ( $(\sigma_{xx}traction)$ ).....	106

# SOMMAIRE

Liste de notations

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale ..... 1

## Partie : étude bibliographique

### Chapitre I : Généralités sur les matériaux composites à renfort tissé 2D et 3D

I.1 Définition d'un matériau composite.....	4
I.2 Avantages et inconvénients des matériaux composites.....	5
I.2.1 Avantages.....	5
I.2.2 Inconvénients.....	5
I.3 Classification des matériaux composites.....	5
I.3.1 Classification suivant la forme des constituants .....	6
1-Composites à fibres .....	6
2-Composites à particules .....	6
I.3.2 Classification suivant la nature des constituants.....	7
1-Composites à matrice organique.....	7
2-Composites à matrice métallique .....	7
I.4 Architecture des matériaux composites.....	7
I.4.1 Les stratifiées .....	8
I.4.2 Sandwichs.....	8
• Avantages.....	9
• Inconvénients.....	9

<i>I.5 La microstructure des composites (renforts et matrice)</i> .....	10
<i>I.5.1 Les matrice</i> .....	10
<i>I.5.1.1 Résines thermodurcissables</i> .....	11
- <i>Polyesters insaturés</i> .....	11
- <i>Vinylesters</i> .....	11
- <i>Phénoliques</i> .....	11
- <i>Epoxydes</i> .....	11
- <i>Polyuréthanes et polyurées</i> .....	12
- <i>Polyimides</i> .....	12
<i>I.5.1.2 Résines thermoplastiques</i> .....	13
<i>I.5.2 Additif</i> .....	14
<i>I.5.3 Les renforts</i> .....	15
<i>I.5.3.1 Les différents types de fibres</i> .....	16
- <i>Les différents types de fibres</i> .....	17
- <i>Fibre de verre</i> .....	17
- <i>Fibre de carbone</i> .....	17
- <i>Fibre d'aramide</i> .....	18
- <i>Fibre de bore</i> .....	18
- <i>Fibre de silice (ou de quartz)</i> .....	18
- <i>Fibres de polyéthylène de haut module</i> .....	18
<i>I.5.4 Relation entre le pourcentage massique (<math>M_f</math>) et volumique (<math>V_f</math>) de fibre</i> .....	19
- <i>La teneur en masse de renfort</i> .....	19
- <i>La teneur en volume de renfort</i> .....	20
<i>I.5.5 Architecture des renforts</i> .....	21
<i>I.5.5.1 Les unidirectionnels (UD)</i> .....	21
<i>I.5.5.2 Les renforts tissés (tissus 2D)</i> .....	21

Toile ou taffe .....	22
• Sergé $m \times n$ .....	22
• Satin .....	23
I.5.5.3 Les renforts tissés : Tissus 3D .....	23
I.5.6 Avantages et inconvénients des composites textiles .....	25
I.5.7 Étapes du tissage des renforts de composites .....	27
I.6 Ensimage .....	28
I.7 Les pré-imprégné .....	29

## **CHAPITRE II : Homogénéisation et approche analytique du comportement des matériaux composites à renfort tissé 2D**

II.1 Généralité sur le comportement élastique du matériaux .....	30
II.1.1 Elasticité linéaire .....	30
• Matériau anisotrope .....	31
• Matériau orthotrope .....	32
• Matériau orthotrope à isotrope transverse .....	35
• Matériau isotrope .....	36
II.1.2 Comportement élastique des matériaux composites unidirectionnel .....	37
• Comportement élastique d'un matériau composite unidirectionnel dans les direction ...	37
• Comportement élastique d'une couche hors axes d'orthotropie .....	39
II.1.3. Approches du comportement des matériaux composites à renfort tissé .....	41
1-Approches macroscopiques basées sur la mécanique des milieux continus .....	41
2-Approches avec prise en compte de l'aspect tissé .....	44
3-Approches analytiques .....	44
4-Approches numériques .....	45
II.2 Calcul des propriétés élastiques effectives par homogénéisation des matériaux composites tissée .....	47
II.2.1 Approche élémentaire: « plis UD croisés équivalent » .....	47
II.3 Traction biaxiale d'un tissu taffetas de verre .....	50

II .4 Cisaillement plan d un tissu taffetas de verre.....	51
• Essais type "Picture frame".....	53
• Essais type "Bias test".....	54
II .5 Hypothèse d'isotropie transverse pour le comportement d'un fil .....	55

## **Partie : simulation**

### **Chapitre 03 : Modélisations numériques**

III.1 Objectifs des modélisations.....	57
III.2 La méthode des éléments finis.....	57
III.2.1 Généralités.....	57
III.2.2 Démarche éléments finis.....	58
III.2.3 Utilisation d'un logiciel éléments finis.....	58
III.3 Présentation du logiciel utilisé dans les modélisation.....	61
III.3.1 Castem.....	61
III.3.2 Structure de Castem.....	62
III.3.3 Langage de Castem.....	63
III.3.4 Système d'unités .....	64
III.4 Matériaux et caractérisations .....	65
III.4.1 La matrice.....	65
III.4.2 Les Torons (chaîne et trame).....	65
III.5 Géométrie des modèles.....	67
III.5.1 modèle 1 .....	67
III.5.2 modèle 2.....	68
III.6 Organigramme du programme(exemple modèle1).....	70

<i>III.7 Maillages</i> .....	72
<i>III.8 Chargements mécaniques</i> .....	75
<i>III.9 Les conditions aux limites</i> .....	77
<i>III.10 Les pointes capteurs</i> .....	78
<i>III.11 Résultats</i> .....	
.....	80
-Les contraintes .....	80
-l'évolution des contraintes et des déplacements en fonction de $h$ et $AI$ .....	91
<i>III .12 Discussion des résultats obtenus</i> .....	101
<b>Conclusion</b> .....	110

# INTRODUCTION GENERALE

De nos jours, les industriels sont de plus en plus intéressés pour intégrer des pièces composites à leurs réalisations, il s'agit notamment des industries du transport, les accessoires de sports et plus particulièrement de l'aéronautique. En effet, ces matériaux présentent de nombreux avantages, notamment celui de permettre une diminution de la masse des pièces lorsqu'ils sont correctement exploités. Cela est dû au fait que ces matériaux sont trois à quatre fois plus légers que les alliages d'aluminium, à résistance équivalente. Actuellement, la tendance dans les matériaux composites à haute performance est de produire des pièces de structure de dimensions croissantes avec des formes de plus en plus complexes. Les renforts fibreux sont l'un des constituants essentiels d'un matériau composite. Ces renforts contribuent directement aux propriétés physiques et mécaniques du matériau composite et peuvent être utilisés sous différentes formes. Les renforts fibreux sont des matériaux multi-échelle puisqu'ils sont composés de mèches, elles-mêmes composées de milliers de fibres. Trois échelles sont définies : l'échelle macroscopique est celle du renfort, l'échelle microscopique étant celle des fibres, l'intermédiaire, l'échelle mésoscopique, correspondant aux mèches de fibres. Bien sûr, les simulations à chacune de ces échelles présentent des avantages et des inconvénients. Les renforts à l'échelle macroscopique n'incluent pas explicitement l'entrelacement des mèches. S'ils sont efficaces et les seuls à fournir des résultats de simulation de mise en forme à l'échelle industrielle aujourd'hui, ils ne peuvent pas être utilisés pour déterminer précisément le comportement mécanique du renfort où l'entrelacement joue un rôle crucial. A l'opposé, les modèles à l'échelle microscopique ont pour objectif de prendre en compte le contact et la distribution des milliers de fibres au sein de la mèche mais les modèles existants aujourd'hui sont encore restreints à quelques dizaines de fibres et sont encore aujourd'hui prohibitifs en temps de calcul pour l'objectif visé. L'échelle mésoscopique est donc le meilleur compromis entre réalité et complexité, par la modélisation d'un entrelacement de mèches supposées homogènes. Ces modèles permettent à la fois d'obtenir des résultats globaux, tels que le renfort à l'état déformé, les courbes de comportement, et locaux, tels que la variation de forme de sections des mèches ou leur déformation.

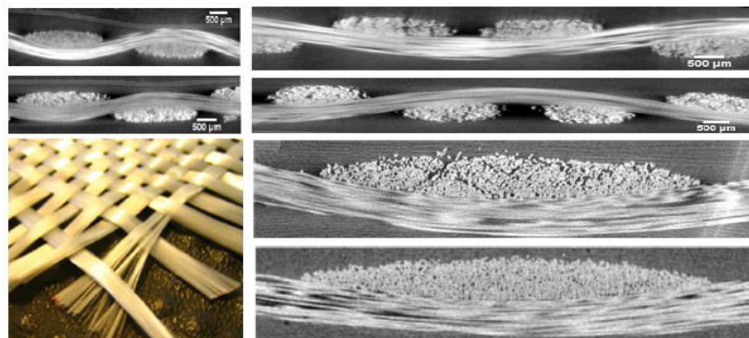
De nombreux paramètres influent sur le comportement des matériaux composites à renforts fibreux:

- la nature des matériaux constitutifs et les caractéristiques mécaniques de la matrice et du tissu
- géométrie de la cellule élémentaire du tissu
- chargement et conditions de liaison
- modèle utilisé pour l'homogénéisation du pli tissu

Deux types de méthodes peuvent être envisagés pour définir le comportement mécanique des matériaux composites à renforts fibreux, les méthodes expérimentales et les méthodes numériques. Si les premières présentent l'avantage d'être directes et efficaces, elles comportent plusieurs inconvénients : elles sont souvent longues et difficiles à mettre en œuvre notamment dans le cas des renforts fibreux, et se limitent aux renforts existants. C'est pourquoi il est judicieux de les compléter par les secondes.

Les modélisations des matériaux composites aux différentes échelles sont complexes et variés et nécessitent des savoir-faire spécifiques à chaque étape pour la réalisation du maillage de la structure (matrice et renfort). Concernant les modélisations associés au renfort fibreux, tous les modèles numériques partent de représentations idéalisées de ces préformes, au sens de leurs géométries, de leurs entrelacements (orientation des fils) mais également et surtout de leurs états mécaniques considérés comme parfaits. Or de nombreuses études ont montré que les préformes issues du procédé de tissage avaient des spécificités propres que ce soient en termes de géométries des mèches (sections transverses, orientations, etc.) ou de leurs caractéristiques mécaniques.

Dans le cadre de ce travail le maillage des préformes étudiées sont élaborées par tissage, et les propriétés visées sont essentiellement mécaniques, ces renforts devant être utilisés dans le cadre de pièces structurales.



Dans cette étude, nous nous sommes fixés l'objectif de modéliser le comportement à la traction et au cisaillement de deux modèles de plis tissus verre/époxyde (tissu taffetas simplifié et modifié et tissu sergés simplifié et modifié) pour étudier et éclairer les points suivants :

- l'effet de la géométrie du tissu sur les valeurs des contraintes normales, tangentielles et sur les valeurs des déplacements.
- l'effet des dimensions de la cellule élémentaire sur le comportement mécanique des plis tissus.
- l'effet du teneur en volume de fibres sur les valeurs des contraintes dans les plis tissus.
- localiser les points critiques
- comparaison entre les deux modèles (tissu taffetas simplifié et modifié et tissu sergés simplifié et modifié)

Les travaux développés dans le cadre de ce mémoire de master sont décrits dans ce manuscrit qui se décomposera en deux parties principales :

✓ **Partie I (Etude bibliographique):**

L'étude bibliographique est divisée en deux chapitres, le premier chapitre est consacré à la présentation des matériaux composites. Dans la première partie de ce chapitre, les matrices qui peuvent être rencontrées dans l'élaboration d'un matériau composite à renfort fibreux sont présentées. Ensuite, les différents types de fibres existants sont détaillés. Enfin, une présentation des différents procédés de base du tissage (2D et 3D) sont présentés. Dans le second chapitre, l'étude bibliographique du comportement mécanique des matériaux composites fibreux à différentes échelles est effectuée dans ce chapitre. Les différents mécanismes de déformation intervenant à ces trois échelles (macroscopique, mésoscopique, et microscopique) sont présentés, ainsi des exemples des essais expérimentaux permettant de caractériser des différents modèles ou outils numériques existants, utilisés pour représenter des renforts fibreux, notamment tissés, est présenté. Enfin les modèles géométriques de représentation des plis tissus sont abordés.

✓ **Partie II (Modélisations numériques) :**

Dans le chapitre 3 est présenté tout d'abord la méthode des éléments finis, exemple de quelques logiciels d'éléments finis, présentation du logiciel Castem utilisé dans les modélisations. Ensuite nous proposerons des modélisations numériques par éléments finis du comportement en traction et en cisaillement de deux modèles (pli renforcé par tissu taffetas simplifié et modifié et pli renforcé par tissu sergé simplifié et modifié).

Enfin une conclusion générale et perspective.

## I.1 Définition d'un matériau composite

Un matériau composite peut être défini comme l'association d'une ou de plusieurs phases discontinues réparties dans une même phase continue. L'assemblage final donne un nouveau matériau dont on attend des propriétés supérieures à celles qu'auraient les constituants élémentaires pris séparément. Les constituants de la phase discontinue sont appelés de manière générique : « renforts ». Le rôle essentiel des renforts est d'assurer la tenue mécanique du composite. La phase continue est appelée « matrice ». En premier lieu, la matrice garantit la cohésion de la structure et la transmission des efforts mécaniques aux renforts. Elle fournit également une protection à ces derniers contre diverses agressions chimiques qui pourraient provenir de l'environnement extérieur ,figure (1.1) [1].

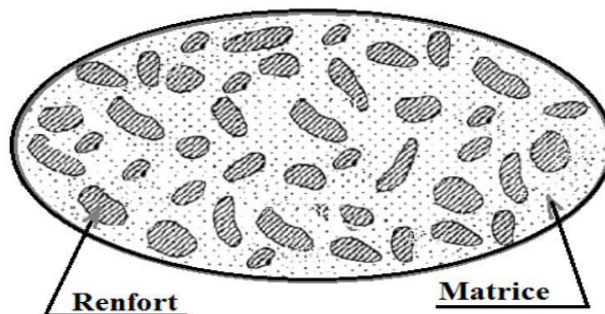


Figure (1.1) Matériau composite

Les propriétés des matériaux composites résultent [2,3] :

- des propriétés des matériaux constituants.
- de leur distribution géométrique.
- de leurs interactions, etc.

Ainsi, pour accéder à la description d'un matériau composite, il sera nécessaire de spécifier [2,3]:

- la nature des constituants et leurs propriétés.
- la géométrie du renfort, sa distribution.
- la nature de l'interface matrice-renfort.

La géométrie du renfort sera caractérisée par : sa forme, sa taille, la concentration du renfort, sa disposition (son orientation), etc. si l'ensemble de ses paramètres concourt à déterminer les propriétés du composites, les modélisations descriptives ne tiendront compte que de certains

paramètres, du fait de la complexité des phénomènes mis en jeu .Par exemple, la forme du renfort sera schématiquement approchée soit par des sphères, soit par des cylindres.

## **I.2 Avantages et inconvénients des matériaux composites**

### **I.2.1 Avantages**

1. Gain de masse.
2. Mise en forme de pièces complexes (principe du moulage) et réduction du nombre d'interfaces (boulonnage, rivetage et soudure sur structures métalliques).
3. Grande résistance à la fatigue.
4. Faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion (sauf en cas de contact entre de l'aluminium et des fibres de carbone).
5. Insensibles aux produits chimiques "mécaniques " comme les graisses, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole [2,3].

### **I.2.2 Inconvénients**

1. Vieillissement sous l'action de l'eau et de la température.
2. Tenue à l'impact moyenne par rapport aux métaux.
3. Meilleure tenue au feu (classement M) que les alliages légers mais émission de fumées (classement F) parfois toxiques pour certaines matrices.
4. Coût parfois prohibitifs (temps et coût études et mise en œuvre), le gain en coût est surtout valable pour des grandes séries.
5. Pas de recyclabilité satisfaisante [2,3].

## **I.3 Classification des matériaux composites**

Les composites peuvent être classés suivant la forme des composants et suivant la nature des composants

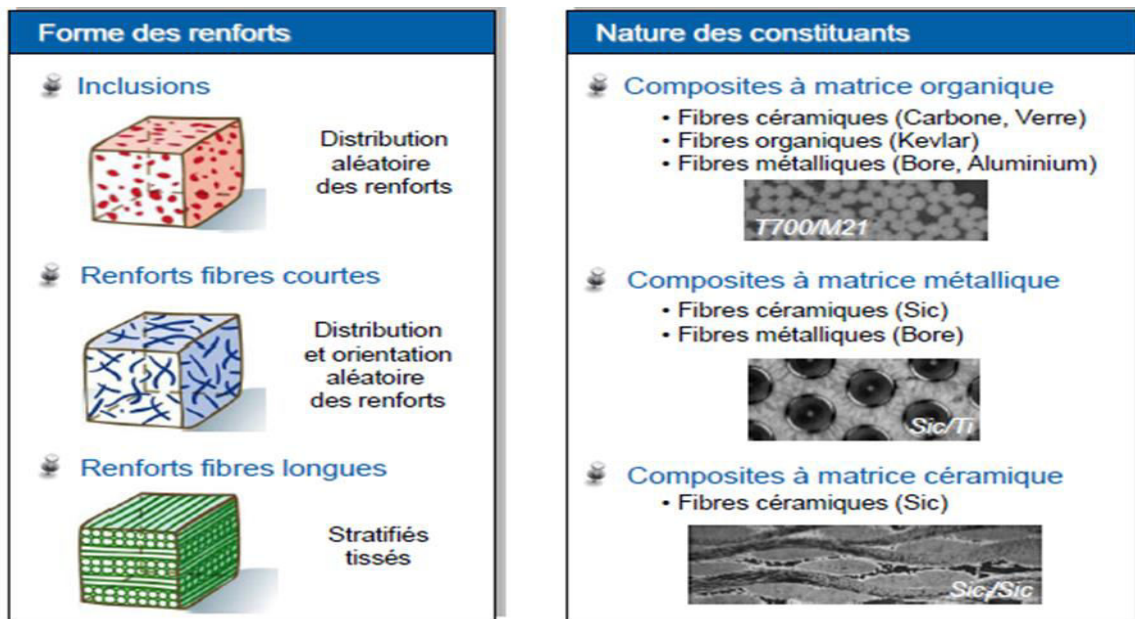


Figure (1.2) Classification des matériaux composites

### I.3.1 Classification suivant la forme des constituants

En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux grandes classes : les matériaux composites à particules et les matériaux composites à fibres [4].

#### 1-Composites à fibres :

Un matériau composite est un composite à fibre si le renfort se trouve sous forme de fibres. Les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibre continues, soit sous forme de fibres discontinues : fibre coupées, fibre courtes, etc., leur orientation permet de moduler les propriétés mécaniques des matériaux composites, pour obtenir des matériaux allant de matériau fortement anisotrope à des matériaux isotropes.

#### 2-Composites à particules :

Un matériau composite est un composite à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule, par opposition aux fibres, ne possède pas de dimension privilégiée. Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'abrasion, la diminution du retrait, etc. Dans de nombreux cas, les particules sont simplement utilisées

comme charges pour réduire le coût du matériau, sans en diminuer les caractéristiques. Le choix de l'association matrice-particules dépend des propriétés souhaitées. Par exemple, des inclusions de plomb dans des alliages de cuivre augmenteront leur facilité d'usinage. Des particules de métaux fragiles tels le tungstène, le chrome et le molybdène, qui sont incorporées dans des métaux ductiles, augmenteront leurs propriétés à températures élevées, tout en conservant le caractère ductile à température ambiante.

### **I.3.2 Classification suivant la nature des constituants**

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des composites à matrice organique, à matrice métallique ou à matrice minérale. Divers renforts sont associés à ces matrices. Seuls certains couples d'associations ont actuellement un usage industriel, d'autres faisant l'objet d'un développement dans les laboratoires de recherche. Parmi ces composites, nous pouvons citer [4] :

#### **1-Composites à matrice organique**

Résine et charges avec :

- des fibres minérales : verre, carbone, etc.
- des fibres organiques : Kevlar, polyamides, etc.
- des fibres métalliques : bore, aluminium, etc.

#### **2-Composites à matrice métallique**

Alliages légers et ultralégers d'aluminium, de magnésium, de titane avec:

- des fibres minérales : carbone, carbure de silicium (SiC).
- des fibres métalliques : bore.
- des fibres métallo-minérales : fibres de bore revêtues de carbure de silicium (Bor SiC).

### **I.4 Architecture des matériaux composites**

Les structures des matériaux composites peuvent être de forme [3] :

- les plis unidirectionnels (UD)
- les stratifiés
- les sandwichs
- les composites volumiques (composite 3D)

### I.4.1 Les stratifiées

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacun une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié. Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques.

Le composite stratifié ou multicouches est un ensemble de couches empilées et orientées suivant un ordre de drapage défini et rendues solidaires par l'opération de polymérisation figure (1.3). Le drapage c'est l'orientation des plis par rapport à un référentiel donné. Il définit les propriétés mécaniques, électromagnétiques et thermiques globales du matériau composite.

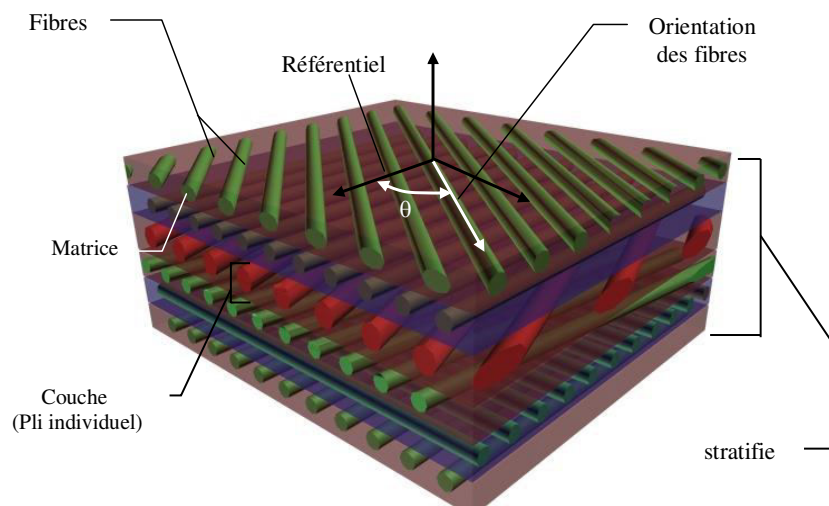


Figure (1.3) Composite stratifié.

### I.4.2 Sandwichs

Matériaux composés de deux semelles (ou peaux), de grande rigidité et de faible épaisseur, enveloppant une âme (ou cœur) de forte épaisseur et de faible résistance. L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande résistance en flexion et c'est un excellent isolant thermique.

Les âmes les plus utilisées sont de type nid d'abeilles, âme ondulée ou mousse. Les peaux sont généralement constituées de structures stratifiées. Une âme nid d'abeilles (Nida) est présentée sur la figure (1.4) [5].

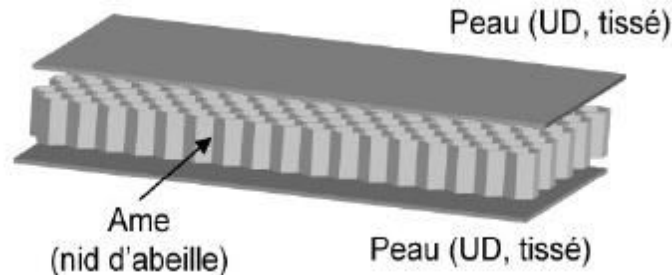


Figure (1.4) Présentation de matériaux composites sandwichs (âme nida)

#### ❖ **Avantage**

- une grande légèreté
- une grande rigidité de flexion due à l'écartement des semelles (augmentation du moment quadratique de flexion)
- économie d'énergie grâce au coefficient d'isolation élevé
- durée de vie importante et économique
- disponibles dans un large éventail de couleurs, de profilés et de structures
- les panneaux sandwichs sont fabriqués dans le respect de l'environnement et sont 100% recyclables
- les éléments de finition tels que les lanternaux, les profilés de finition, les manchons pour sorties de toitures et les passages de toiture assurent une finition nette
- Un placement rapide avec le moins de nuisance possible pour votre environnement de travail.

#### ❖ **Inconvénients**

- mauvaise isolation acoustique.
- la tenue au feu n'est pas bonne pour certaines catégories d'âmes.
- les risques de flambement sont plus élevés que pour les structures classiques.

## I.5L a microstructure des composites (renforts et matrice)

Pratiquement tous les composites sont constitués d'éléments discontinus appelés renforts, noyés dans une phase continue appelée matrice. Schématiquement, les renforts assurent une part importante de la tenue mécanique (rigidité et résistance) du composite, tandis que la matrice maintient les renforts en position, transfère les efforts entre eux, et assure toutes les autres fonctions techniques. Il peut par exemple s'agir d'une protection contre diverses agressions (thermiques, chimiques, chocs...), de fonctions esthétiques (couleur, aspect...), de donner sa forme extérieure au produit fini. Les renforts peuvent avoir plusieurs géométries, et les deux constituants peuvent être réalisés dans de nombreux matériaux [6,7].

### I.5.1 Les matrice

Les matrices ont pour principal but d'assurer la cohésion des renforts au sein de la structure et de faciliter la transmission des efforts mécaniques aux renforts. Elles permettent de protéger le renfort vis-à-vis des conditions environnementales et de donner la forme souhaitée au produit réalisé. Parmi les matrices actuellement utilisées, les matrices organiques sont les plus répandues à l'échelle industrielle. Les autres matrices, telles que les matrices céramiques et les matrices métalliques, sont utilisées pour des applications spécifiques quand les contraintes de température ou d'hygrométrie sont sévères. Les matrices CMO peuvent être divisées en deux catégories différentes : les polymères thermodurcissables et les polymères thermoplastiques. Les polymères thermodurcissables sont composés de chaînes réticulées ou tridimensionnelles. Ils sont infusibles, insolubles et leurs transformations sont irréversibles et les polymères thermoplastiques sont composés de chaînes linéaires, monodimensionnelles, ramifiées ou bidimensionnelles. Ils sont fusibles et solubles. Ces résines nécessitent un chauffage pour atteindre un état suffisamment pâteux et les rendre aptes à la mise en œuvre [6,7].

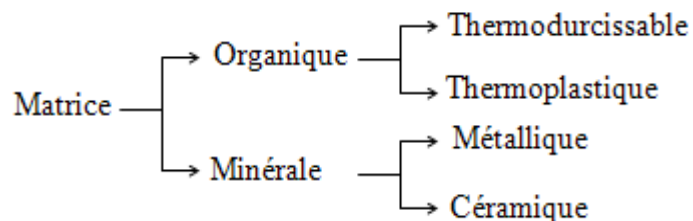


Figure (1.5) Classification des matrices.

### I.5.1.1 Résines thermodurcissables (TD)

Les résines thermodurcissables ont des propriétés mécaniques élevées. Ces résines ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. Elles sont en solution sous forme de polymère non réticulé en suspension dans des solvants. Les résines polyesters insaturées, les résines de condensation (phénoliques, aminoplastes, furaniques) et les résines époxy sont des résines thermodurcissables.

- **Polyesters insaturés** : c'est la résine la plus utilisée dans l'application composite de grande distribution. Une résine de polyester insaturé contenant un monomère insaturé (généralement le styrène) est réticulée à température ambiante par addition d'un catalyseur de type peroxyde organique et d'un accélérateur. Elle passe successivement de l'état liquide visqueux initial à l'état de gel, puis à l'état de solide infusible.

Les avantages et les inconvénients de la résine polyesters insaturés sont représentés sur le tableau (1.1) [6,7] :

Avantages	Inconvénients
- Bonne accroche sur fibres de verre	- Inflammabilité (sauf résines chlorées)
- Bonne résistance chimique	- Tenue vapeur et eau bouillante
- Mise en œuvre facile	- Retrait important (6 à 15 %)
- Tenue en température (> 150 °c)	- Durée de conservation en pot limitée
- Prix réduit	

Tableau (1.1) Avantages et inconvénients de la résine polyesters insaturés.

- **Vinylesters** : on peut la considérer comme une variante des polyesters produite à partir d'acides acryliques. Elles possèdent une bonne résistance à la fatigue et un excellent comportement à la corrosion.

- **Phénoliques** : elles sont issues de la polycondensation du phénol et du formol se caractérise par une bonne tenue au feu, sans fumée. Elles restent fragiles, sensibles à l'humidité, difficiles à colorer et à mettre en œuvre.

- **Epoxydes** : elles résultent de la polyaddition de l'épichlorhydrine sur un polyalcool et constitue la résine type des composites hautes performances (HP). On distingue deux classes de résines en fonction :

- du durcissement à chaud ou à froid.

- de la tenue en température (120-130 °c, ou 180-200 °c).

Les avantages et les inconvénients de la résine époxyde sont représentés sur le tableau (1.2) :

Avantages	Inconvénients
- Tenue mécanique	- Prix élevé
- Tenue thermique	- Sensibilité à l'humidité
- Tenue chimique	- Vieillessement sous température
- Tenue Fatigue	- Sensibilité aux chocs
- Faible retrait (1 à 2%)	
- Excellente adhérence sur fibres	
- Mise en œuvre facile	

Tableau (1.2) Avantages et inconvénients de la résine époxyde.

- **Polyuréthanes et polyurées** : dans l'application composite, on utilise surtout des formules élastomériques dont la faible viscosité permet un bon remplissage du moule. Les constituants sont livrés à l'état de pré polymères liquides.

Les avantages et les inconvénients des résines polyuréthanes et polyurées sont représentés sur le tableau (1.3) [6,7]:

Avantages	Inconvénients
- Facilité de moulage	- Résistance mécanique réduite
- tenue chimique	- Coloration en masse difficile
- Vieillessement	- Combustibilité

Tableau (1.3) Avantages et inconvénients des résines polyuréthanes et polyurées

-**Polyimides** : ces résines sont surtout utilisées dans les composites (HP), lorsque l'on cherche une bonne stabilité sous hautes températures (> 250 °C). Elles restent toutefois très difficiles à mettre en œuvre.

Les caractéristiques des matrices thermodurcissables sont représentées dans le tableau (1.4) :

<i>Matrices TD</i> →								
<i>Caractéristiques</i> ↓	<b>Epoxyde</b>	<b>Phénolique</b>	<b>Polyester</b>	<b>Polycarbonate</b>	<b>Vinylester</b>	<b>Silicone</b>	<b>Uréthanne</b>	<b>Polyimide</b>
<b>Masse volumique (Kg/m<sup>3</sup>)</b>	1200	1300	1200	1200	1150	1100	1100	1400
<b>Module d'élasticité longitudinal (MPa)</b>	4500	3000	4000	2400	3300	2200	700à7000	4000 à 19000
<b>Module de cisaillement (MPa)</b>	1600	1100	1400	/	/	/	/	1100
<b>Coefficient de poisson</b>	0.4	0.4	0.4	0.35		0.5	/	0.35
<b>Coefficient de dilatation thermique (°C<sup>-1</sup>)*10<sup>5</sup></b>	11	1	8	6	5	/	/	8
<b>Contraintes de rupture Traction (MPa)</b>	130	70	80	60	75	35	30	70
<b>Allongement à rupture(%)</b>	2	2.5	2.5	/	4	/	100	1

Tableau (1.4) Caractéristiques mécaniques des résines thermodurcissables.

### I.5.1.2 Résines thermoplastiques (TP)

Les résines thermoplastiques ont des propriétés mécaniques faibles. Ces résines sont solide set nécessitent une transformation à très haute température. Les polychlorures de vinyle(PVC), les polyéthylènes, polypropylène, polystyrène, polycarbonate polyamide sont Quelques exemples de ces résines thermoplastiques [6,7].

<i>Matrices TP</i> →						
<i>Caractéristiques</i> ↓	<b>PP</b>	<b>PPS</b>	<b>PA</b>	<b>PES</b>	<b>PEI</b>	<b>PEEK</b>
<b>Masse volumique (Kg/m<sup>3</sup>)</b>	900	1300	1100	1350	1150	1300
<b>Module d'élasticité longitudinal (MPa)</b>	1200	4000	2000	3000	3300	4000
<b>Coefficient de poisson</b>	0.4		0.35	/	/	/
<b>Coefficient de dilatation thermique (°C<sup>-1</sup>)*10<sup>5</sup></b>	9	5	8	6	6	5
<b>Contraintes de rupture</b>						
<b>Traction (MPa)</b>	30	65	70	85	105	90
<b>Allongement à rupture(%)</b>	20à400	100	200	60	60	50

Tableau (1.5) Caractéristiques mécaniques des résines thermoplastiques

Les principales différences entre les matrices (TP) et (TD) sont représentées dans le tableau (1.6)

<i>Matrices</i>	<i>Thermoplastiques (TP)</i>	<i>Thermodurcissables (TD)</i>
<b>Etat de base</b>	Solide prêt à l'emploi	Liquide visqueux à polymériser
<b>Stockage</b>	Illimité	Réduit
<b>Moulage</b>	Chauffage+ refroidissement	Chauffage continu
<b>Cycle</b>	Court	Long
<b>Tenue thermique</b>	Réduite	Bonne
<b>Tenue au choc</b>	Assez bonne	Limitée
<b>Chutes et déchets</b>	Recyclables	Perdus ou recyclés en charge
<b>Mouillabilité renforts</b>	Difficile	Aisée

Tableau (1.6) Principales différences entre les matrices TP et TD.

## I.5.2 Additifs

Des produits peuvent être incorporés à la résine pour renforcer les propriétés mécaniques (charges renforçant, par exemple les charges sphériques creuses 5 à 150  $\mu\text{m}$ , figure (1.6)). Des charges non renforçant peuvent être également utilisées pour diminuer le coût des matrices en résine.



Figure (1.6) Microsphères de verre observées par microscopie optique.

Des additifs, de type colorant ou agent de démoulage sont largement utilisés lors de la conception des structures constituées de matériaux composites [7,1].

### I.5.3 Les renforts

D'un point de vue géométrique, on peut distinguer trois grands types de renforts :

- les fibres longues (c'est-à-dire de longueur comparable aux dimensions de la pièce, figure (1.7.a).
- les fibres courtes (c'est-à-dire de longueur faible devant les dimensions de la pièce, figure. 1.7.b).
- les particules, ou charges renforçant figure (1.7.c).

Tous ces renforts sont inclus au sein d'une matrice qui répartit les efforts entre eux et les protège des agressions extérieures, comme indiqué ci-dessus. En outre, lorsque les renforts sont des fibres, celles-ci peuvent être soit orientées dans une direction précise, soit disposées "en vrac", aléatoirement [8].

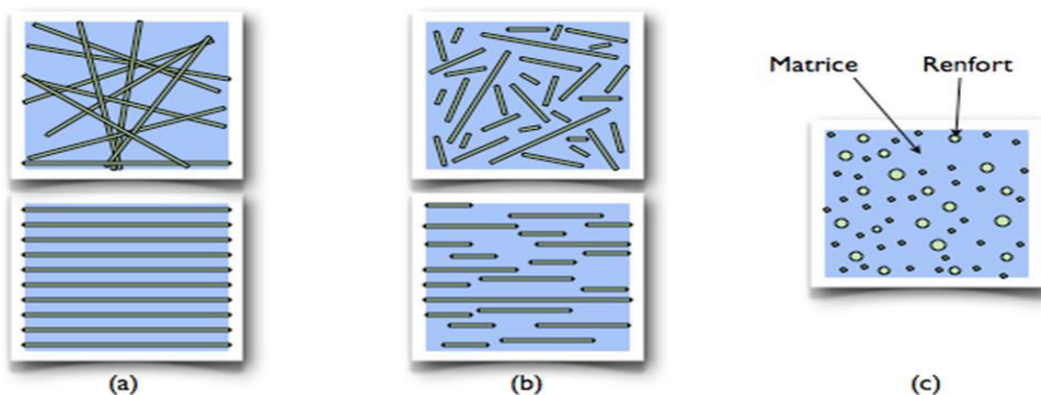


Figure (1.7) La forme des renforts

Les renforts sont généralement conçus de sorte à avoir des propriétés mécaniques (notamment la résistance et la rigidité) optimales. Ceci passe naturellement par le choix d'un matériau adéquat, mais pas seulement : dans le cas des composites modernes, le caractère particulaire ou filamentaire des renforts fait qu'il est généralement possible de les fabriquer avec très peu de défauts, alors qu'une pièce massive du même matériau en contiendrait beaucoup plus, ce qui nuirait à sa résistance mécanique (c'est pourquoi le verre, peu résistant sous forme massive, peut être employé comme renfort lorsqu'il est sous forme de fibres). Sauf cas particuliers, les renforts sont donc beaucoup plus rigides et plus résistants que la matrice (souvent d'un facteur 10, voire 100 ou plus). Par conséquent, les propriétés mécaniques du composite dépendent fortement de la forme et de l'orientation des renforts.

- Les composites à fibres longues présentent un meilleur comportement mécanique que les composites à fibres courtes ou à particules, du moins dans les directions renforcées par les fibres ;
- Les composites à fibres parallèles présentent un comportement mécanique anisotrope, tandis que les composites à fibres orientées aléatoirement ou à particules présentent un comportement à peu près isotrope [8].

### I.5.3.1 Les différents types de fibres

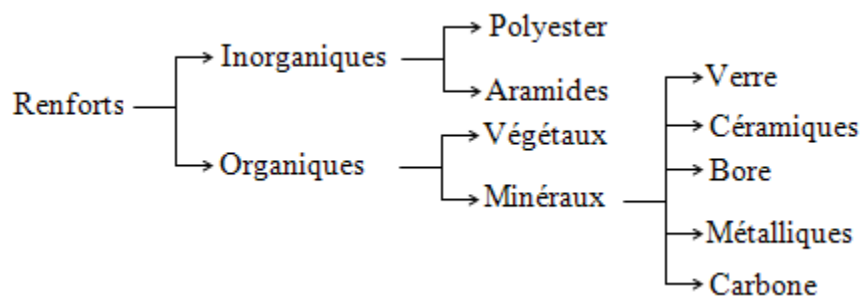


Figure (1.8) les différents types de renfort

## 1-Fibre de verre

Elles constituent le renfort essentiel des composites de grande diffusion. Elle est obtenue à partir de sable (silice) et d'additifs (alumine, carbonate de chaux, magnésie, oxyde de bore). On distingue trois types de fibres [6] :

- verre E : pour les composites de grande diffusion et les applications courantes ;
- verre R : pour les composites hautes performances ;
- verre D : pour la fabrication de circuits imprimés (propriétés diélectriques).



Figure (1.9) Fibre de verre

## 2-Fibre de carbone

C'est la fibre la plus utilisées dans les applications hautes performances. Elle est obtenue par carbonisation de la fibre de PAN (Polyacrylonitrile). Selon la température de combustion, on distingue deux types de fibres [6].

- fibres haute résistance (HR) : pour une combustion de 1000 à 1500 °C.
- fibres haut module (HM) : pour une température de combustion de 1800 à 2000 °C.



Figure (1.10) Fibre de carbone

### 3-Fibre d'aramide

Souvent appelée KEVLAR®, la fibre d'aramide est issue de la chimie des polyamides aromatiques. Il est possible de trouver deux types de fibres d'aramide de rigidités différentes :

- les fibres bas module : utilisées pour les câbles et les gilets pare-balles ;
- les fibres haute module : employées dans le renforcement pour les composites hautes performances [6].



Figure (1.11) Fibre d'aramide

### 4- Fibre de bore

Fibres de haut module et insensibles à l'oxydation à hautes températures, elles sont obtenues par dépôt en phase gazeuse sur un substrat en tungstène [6].

### 5- Fibre de silice (ou de quartz)

Elles sont produites comme le verre, par fusion, et sont essentiellement utilisées pour leur haute tenue chimique et thermique dans les tuyères pour moteur de fusée [6].

### 6- Fibres de polyéthylène de haut module

Elles présentent une très bonne résistance à la traction mais une mauvaise mouillabilité. Pour des structures peu sollicités, on peut encore utiliser des fibres synthétiques courantes de polyamide ou polyester [6].

<b>Renforts</b> → <b>Caractéristiques</b> ↓	<b>Verre E</b>	<b>Verre R</b>	<b>Carbone HM</b>	<b>Carbone HR</b>	<b>Kevlar</b>	<b>Bore</b>	<b>Silicate d'alumine</b>	<b>Polyéthylène</b>
<b>Diamètre du filament (µm)</b>	16	10	6.5	7	12	100	10	/
<b>Masse volumique (Kg/m<sup>3</sup>)</b>	2600	2500	1800	1750	1450	2600	2600	960
<b>Module d'élasticité longitudinal (MPa)</b>	74000	86000	390000	230000	130000	400000	200000	100000
<b>Module de cisaillement (MPa)</b>	30000	/	20000	50000	12000	/	/	/
<b>Coefficient de poisson</b>	0.25	0.2	0.35	0.3	0.4	/	/	/
<b>Coefficient de dilatation thermique (C<sup>-1</sup>)*10<sup>5</sup></b>	0.5	0.3	0.08	0.02	-0.2	0.4	/	/
<b>Contraintes de rupture – Traction (MPa)</b>	2500	3200	2500	3200	2900	3400	3000	3000
<b>Allongement à rupture(%)</b>	3.5	4	0.6	1.3	2.3	0.8	1.5	/

Tableau (1.7) Caractéristiques moyennes des renforts.

### I.5.4 Relation entre le pourcentage massique et volumique de fibre

Afin d'effectuer des calculs géométriques (épaisseur, volume, etc.) par exemple, nous avons besoin de savoir la relation qui existe entre le pourcentage massique et volumique de fibre. Si nous savons le pourcentage volumique de fibre, nous pourrions déterminer le volume d'une pièce à partir de cette proportion pour ensuite évaluer l'épaisseur [9].

#### -La teneur en masse de renfort

On appelle ainsi le rapport :

$$M_f = \frac{\text{masse de renfort}}{\text{masse totale}} \quad (1.1)$$

En conséquence, la teneur en masse de matrice est telle que :

$$M_m = \frac{\text{masse de matrice}}{\text{masse totale}} \quad (1.2)$$

Ou encore :

$$M_m = 1 - M_f \quad (1.3)$$

**-La teneur en volume de renfort**

On appelle ainsi le rapport [9]:

$$V_f = \frac{\text{volume de renfort}}{\text{volume totale}} \quad (1.4)$$

En conséquence, la teneur en volume de matrice est telle que :

$$V_m = \frac{\text{volume de matrice}}{\text{volume total}} \quad (1.5)$$

Ou encore :

$$V_m = 1 - V_f \quad (1.6)$$

On peut passer du taux en masse au taux en volume, et réciproquement [3]:

$\rho_f$ : la masse volumique de fibre .

$\rho_m$ : la masse volumique de matrice.

$$M_f = \frac{\rho_f V_f}{\rho_f V_f + \rho_m V_m} \quad (1.7)$$

$$M_f = \frac{V_f}{V_f + \left(\frac{\rho_m}{\rho_f}\right) \cdot (1 - V_f)} \quad (1.8)$$

$$V_f = \frac{M_f}{M_f + \left(\frac{\rho_f}{\rho_m}\right) \cdot (1 - M_f)} \quad (1.9)$$

$$V_f = \frac{\frac{M_f}{\rho_f}}{\frac{M_f}{\rho_f} + \frac{M_m}{\rho_m}} \quad (1.10)$$

La figure (1.12) suivante donne une représentation graphique (exemple) de ces expressions :

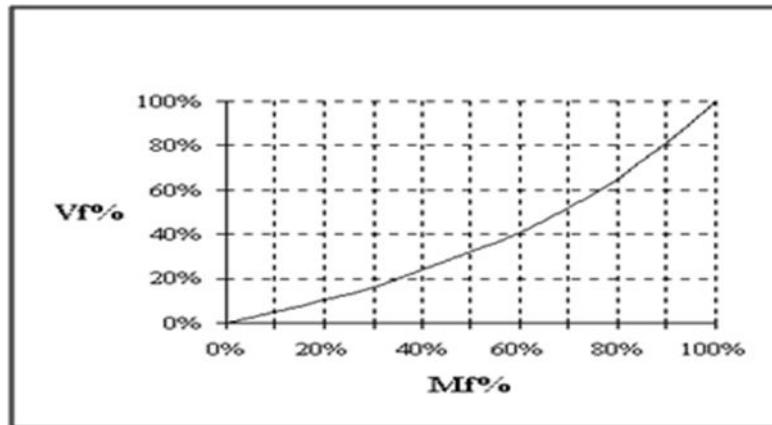


Figure (1.12) Exemple de la représentation graphique de  $V_f=f(M_f)$ .

### I.5.3.3 Architecture des renforts

Les structures composites sont anisotropes. La plupart des renforts travaillent bien en traction, mais offrent de moins bonnes performances en compression et cisaillement. Il est donc impératif de jouer sur la texture et la géométrie des renforts pour créer une architecture adaptée.

Il existe différentes géométries et textures de renforts :

#### 1- Les unidirectionnels (UD)

Dans une nappe unidirectionnelle, les fibres sont assemblées parallèlement les unes par rapport aux autres à l'aide d'une trame très légère.

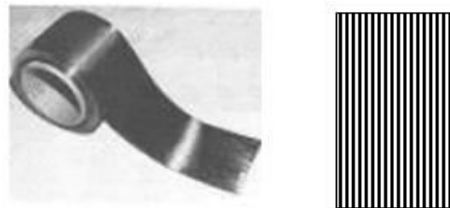


Figure (1.13) Une nappe unidirectionnelle

#### 2- Les renforts tissés (tissus 2D)

Les tissus bidimensionnels sont réalisés avec des métiers à tisser par l'entrelacement de fils de chaîne et de fils de trame. En fonction du mode d'entrelacement, on obtiendra ce qu'on appelle communément une armure, qui peut se classer généralement en trois catégories[10]

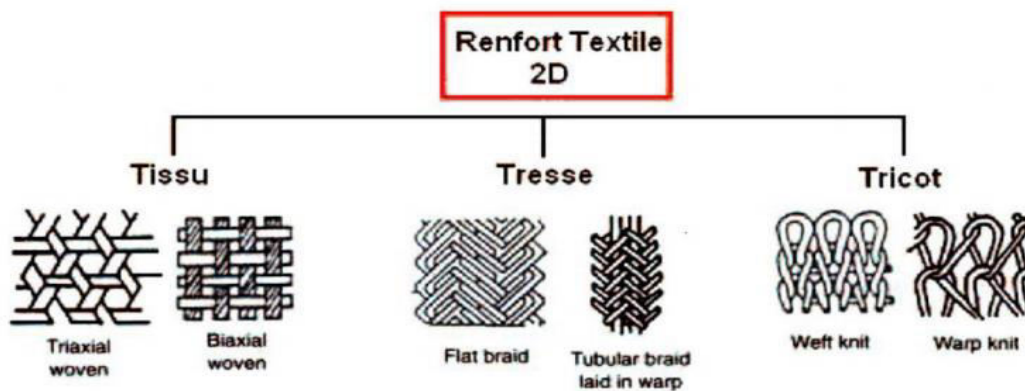


Figure (1.14) Classification des principales structures textiles 2D.

- **Toile ou taffetas** : chaque fil de trame passe successivement au-dessus puis en dessous d'un fil de chaîne. Le fort entrelacement des fils donne à la toile une importante rigidité et une faible déformabilité.

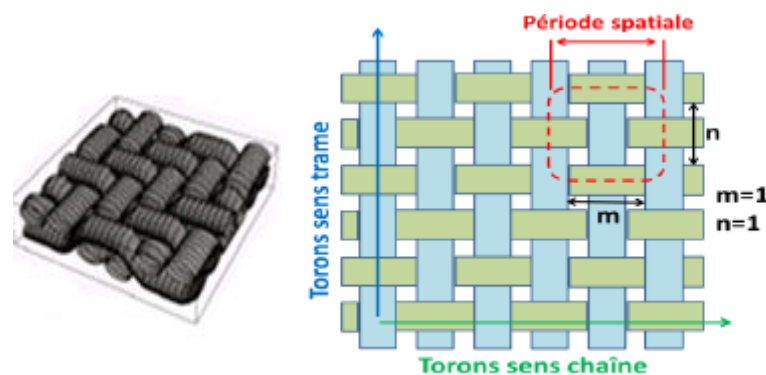


Figure (1.15) Tissu forme toile

- **Sergé (m x n)** : chaque fil de trame passe successivement au-dessus de m puis en dessous de n fils de chaîne. Les points de liage (c'est-à-dire les croisements où les fils de trame passent en dessous d'un fil de chaîne) successifs forment une diagonale. La variation des paramètres (m) et (n) permet d'obtenir des tissus avec des rigidités en cisaillement variable [10].

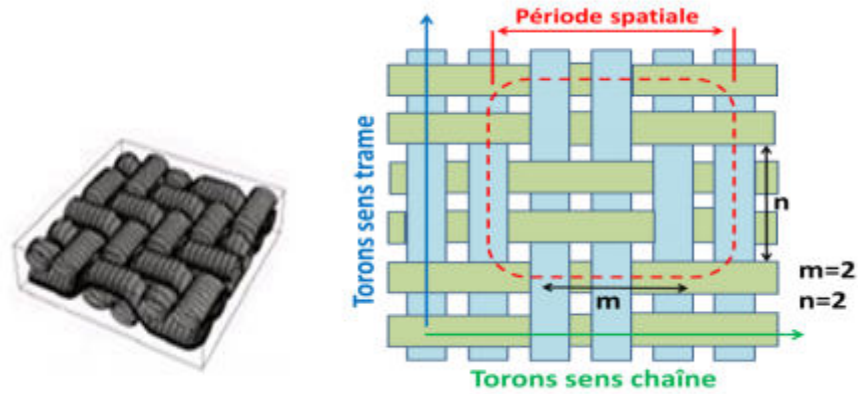


Figure (1.16) Tissu forme sergé

- **Satin** de  $n$  de décochement  $m$  : chaque fil de trame passe au-dessus de  $(n - 1)$  puis sous un fil de chaîne. Les points de liage consécutifs ne forment pas de diagonale et leur position est définie par le décochement  $m$ . Cette armure est très souple et facilement déformable en cisaillement.

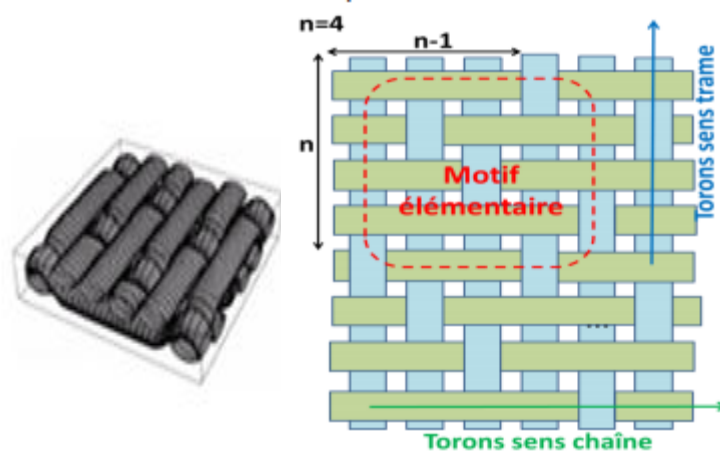


Figure (1.17) Tissu forme satin

### 3- Les renforts tissés (tissus 3D)

Afin de supporter des efforts plus importants, il est généralement nécessaire d'utiliser plusieurs plis de renforts de façon à consolider la structure fibreuse. Ces différents plis peuvent être assemblés entre eux afin de renforcer leur cohésion par divers moyens mécaniques tels que le piquage ou la couture. Cependant, outre les gains en flexibilité que peuvent présenter certains renforts une fois cousus, ces techniques d'assemblage présentent l'inconvénient de dégrader les propriétés mécaniques de la structure en endommageant une partie des fibres [10].

Afin d'éviter ces problèmes dus à l'assemblage, il semble intéressant de produire un renfort fibreux présentant directement l'épaisseur et l'orientation des fils souhaitées. Les renforts 3D apparaissent alors comme une solution innovante à fort potentiel.

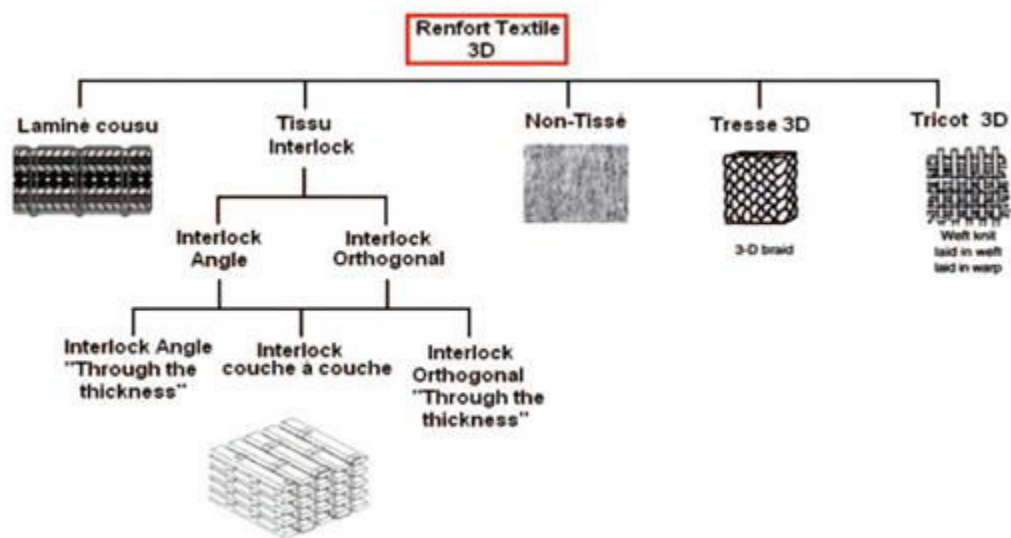


Figure (1.18) Classification des différentes structures textiles 3D

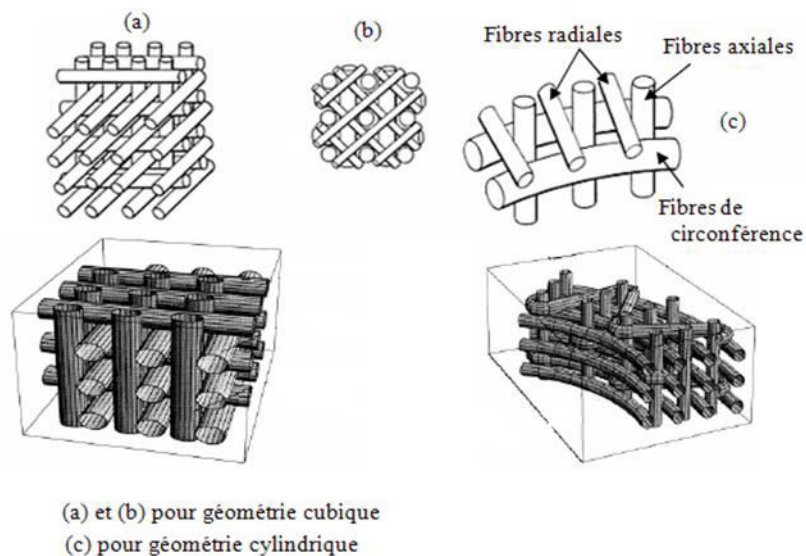


Figure (1.19) Les tissus 3D.

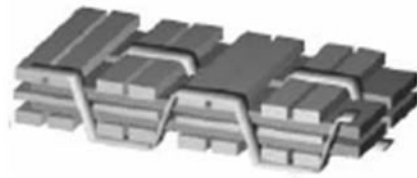


Figure (1.20) Les tissus 3D hybride.

La technique des tissus 3D composites est l'une des plus développée pour la fabrication de pièces structurales car les technologies sont un héritage direct de l'industrie du textile. La disposition des fibres des tissus 3D composites est assimilable à une structure 2D à base des fibres à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  avec la présence de fibres transversales. Les technologies existantes permettent de fabriquer des pièces complexes avec des fibres sèches. Cependant, des pièces structurales aéronautiques sont aussi fabriquées avec des fibres pré-imprégnée, ce qui diminue la complexité des pièces réalisables du fait de la difficulté de manipulation des fibres imprégnées de résine. Cette technique présente aussi l'avantage de pouvoir utiliser une grande variété de fibres : carbone, verre, Kevlar et fibres céramiques.

Au niveau des propriétés mécaniques, les composites en tissu 3D présentent une excellente tenue à l'impact et une très bonne tolérance au dommage, des propriétés très intéressantes pour l'application sur des structures d'avion militaire par exemple. Cependant, les propriétés dans le plan sont moins intéressantes que les composites 2D et donc le gain sur des structures de type panneau est moindre, voire nul.

#### **I.5.3.4 Avantages et inconvénients des composites textiles**

Il existe une très grande variété de composites textiles, chacun étant le résultat d'une multitude de choix tant dans la nature de ses constituants (fibre et résine) que dans le type de renfort (tissé, tricoté, tressé, qui peuvent être 2D ou 3D), ou encore dans l'arrangement des torons au sein du composite (densité du renfort, taille des torons, etc.). Le potentiel d'adaptation de ce type de matériau à un besoin spécifique est séduisant, d'autant plus qu'il présente des caractéristiques attractives, leur donnant certains avantages par rapport aux composites stratifiés unidirectionnels. Nous retiendrons principalement :

- la possibilité de concevoir des préformes directement à la forme de l'objet final, grâce au savoir-faire de l'industrie textile. Ainsi, des pièces peuvent être conçues en un bloc, afin d'éviter en grande partie les jonctions (boulonnées ou collées) qui affaiblissent la tenue de la structure et augmentent les coûts de fabrication.
- une très grande richesse d'optimisation, offerte par un nombre de configurations quasi-illimité au niveau de la conception du renfort, permettant théoriquement de concevoir un matériau « sur mesure », parfaitement adapté localement aux sollicitations structurales.
- une meilleure tolérance aux défauts. L'architecture textile et les mécanismes de redistribution des efforts autour d'un site de rupture expliquent en partie la bonne tenue de ce type de matériaux en présence de singularités.
- la possibilité d'insérer des torons dans la troisième direction offre aux textiles 3D une meilleure tenue aux sollicitations hors-plan, et aux impacts en particulier (chute d'outils, ingestion d'oiseaux, grêle, etc.). Ces impacts induisent des délaminages, dont l'étendue et la propagation sont beaucoup plus limités dans le cas des composites textiles 3D. Par exemple, ont montré que l'énergie d'impact nécessaire pour amorcer un défaut dans un composite tissé 3D est supérieure de 60% à celle d'un stratifié unidirectionnel (UD).

Néanmoins, malgré les caractéristiques intéressantes des composites textiles soulignées précédemment, les applications sont encore limitées. En effet, certains points jouent en leur défaveur :

- la très grande richesse d'optimisation offerte par ces matériaux est à mettre en parallèle avec le manque d'outils et de données pour les dimensionner. De plus, la forte anisotropie de ces matériaux, liée à l'orientation des torons, se confronte à l'utilisation quasi systématique de composite quasi-isotrope dans les structures aéronautiques, comme des empilements de stratifiés d'UD [0/90/±45]. Inévitablement, les composites textiles souffrent ainsi de la comparaison avec les composites stratifiés UD.
- leur conception reste difficile, nécessitant des métiers à tisser, à tresser ou à tricoter contrôlés par ordinateur, réglés sur les détails architecturaux internes du textile. Ces machines de pointe sont peu répandues et limitées dans la complexité et l'épaisseur du renfort, malgré la très forte croissance de la demande industrielle. Cependant, le progrès dans les techniques de tissage

avance à grand pas avec, par exemple, des machines comme le tisseur Jacquard qui sont désormais capables de tisser des interlocks complexes jusqu'à 100mm d'épaisseur totale.

- il est aussi important de noter qu'un composite textile avec la même fraction volumique de fibres dans le plan a des propriétés élastiques planes, module d'Young et de cisaillement, légèrement inférieures que celle d'un composite stratifié UD, du fait de l'ondulation des torons .

Les composites textiles sont potentiellement très intéressants, mais leur diversité tant dans leur conception que dans leur propriétés nécessitent de mener, dans un premier temps, des études spécifiques aux tissés, aux tricotés, aux tressés ou aux cousus [6].

### I.5.3.5 Étapes du tissage des renforts de composites

La majorité des différents types de tissu sont formés dans une zone située entre un ensemble de fils de chaîne (sens machine) disposés parallèlement entre eux sur une ensouple avec une tension constante et un rouleau d'appel entraînant le tissu. Deux opérations principales sont réalisées dans cette zone : une opération de sélection des fils de chaîne et une opération d'insertion de la trame. La façon dont le motif d'entrecroisement des fils se répète dans la structure définit « l'armure ». Les propriétés mécaniques du tissu dépendent en grande partie de cette armure [9].

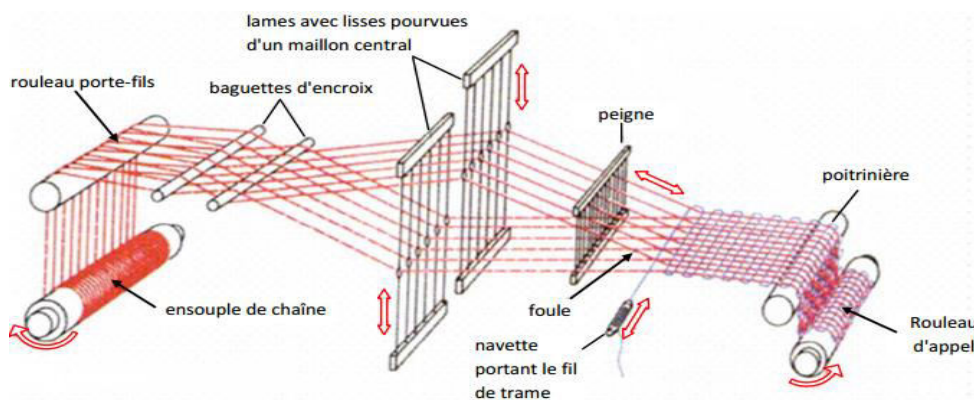


Figure (1.21) Schéma illustrant le principe de fonctionnement d'un métier à tisser

Les différentes étapes de la formation du tissu se succèdent dans l'ordre d'apparition des figures suivantes et généralement en un tour d'arbre moteur [9].

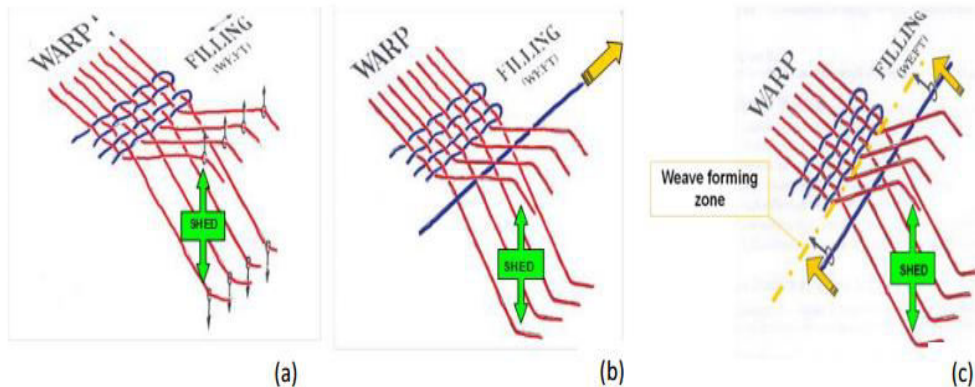


Figure (1.22) Etapes de la formation d'un tissu ; (a) ouverture de la foule ; (b) insertion du fil de trame ; (d) tassage du fil de trame.

Le tissage de deux fils orthogonaux, respectivement la chaîne et la trame, se réalise dans une zone précise du métier où la foule va s'ouvrir. Le fil de trame va être inséré puis le peigne va se rabattre sur la ligne de formation du tissu. La cinématique de la zone de formation du tissu figure (1.22) peut être décrite par ces trois grandes étapes :

**Étape 1** : Sélection de chaque lisse impliquant un mouvement des fils de chaîne dans deux positions (haut et bas) figure (1.22 .b). L'angle obtenu entre ces deux nappes de fils de chaîne (supérieures et inférieures) donne la valeur de la foule.

**Étape 2** : Insertion du fil de trame à l'intérieur de la foule par l'intermédiaire d'un vecteur propre au métier figure 1.22 .c).

**Étape 3** : Tassage du fil de trame contre le tissu déjà formé (point de façade), grâce à l'action du peigne. Le point de façade représente l'intersection des nappes de fils de chaîne au niveau de la formation du tissu [5].

### I.5.3.6 Ensimage

Les renforts destinés à la fabrication des composites reçoivent un ensimage. L'ensimage est une dispersion aqueuse spécifique comportant un agent collant, un agent pontant et des antistatiques permettant d'assurer différents rôles [6,7] :

- Compatibilité de la liaison fibre – matrice.
- Cohésion inter filamentaire (raideur du fil) pour qu'il soit manipulable.
- Protection contre l'abrasion générée par la mise en œuvre (frottement contre pièces métalliques).

- Elimination des charges électrostatiques dues aux frottements.
- Augmentation du mouillage de la fibre au cours de l'imprégnation.

Dans le cas des fibres de verre, l'ensimage est composé d'un mélange de plusieurs constituants dont chacun est destiné à faciliter une des différentes étapes de mise en œuvre du composite. Parmi ces éléments, le plus influent est l'agent de couplage qui ne représente qu'une faible fraction de la composition du mélange. Dans la littérature, très peu d'informations sont disponibles concernant la formulation exacte des traitements de surface. Les ingrédients nécessaires à l'élaboration de l'ensimage relèvent d'un savoir-faire propre à chaque fabricant de fibres. Toutefois, pour les fibres de verre, il est commun de trouver des systèmes à base de silanes sensés réagir efficacement avec le silicium du renfort. Concernant les fibres de carbone, le traitement de surface se fait en deux étapes. La première consiste à développer divers traitements oxydants (chimique, thermique, électrolytique) afin de créer à la surface des fibres des groupements réactifs qui sont supposés réagir avec la matrice polymère. La seconde étape consiste à faire un dépôt d'ensimage équivalent à celui correspondant aux fibres de verre.

#### **I.5.4 Les pré-imprégnés**

Certains procédés de mise en forme ne font pas appel à des fibres et de la matrice séparés, mais à des semi-produits nommés pré-imprégnés (ou pré-imprégnés, couramment abrégés en prepregs), c'est-à-dire des plis ou des tissus déjà enduits de matrice semi-solide, fournis sous forme de feuilles (figure 1.23) ou de rouleaux. Les pré-imprégnés sont essentiellement utilisés pour les composites à matrices organiques thermodurcissables [6,7].



Figure (1.23) Une feuille de pré-imprégné verre/époxy et son film de protection (image Airtech)

## II.1.1 Généralité sur le comportement élastique des matériaux

Les champs des déformations et des contraintes dans un milieu sont liés par des lois appelées lois de comportement, caractérisant le comportement mécanique du milieu. Ces lois sont décrites par des axiomes qui permettent de rendre compte au mieux des phénomènes observés. L'expérience montre que de nombreux milieux solides déformables ont, pour une température donnée et dans un intervalle donné de déformation, un comportement élastique linéaire.

Dans le domaine de linéarité et en admettant que la température est uniforme dans tout le volume considéré, les matériaux composites se déforment comme les autres matériaux traditionnels [3, 8,11].

### II.1.1 Elasticité linéaire

La relation d'élasticité linéaire peut s'écrire sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\sigma_{ii} = \sigma_\alpha \quad \varepsilon_{ii} = \varepsilon_\alpha \quad \alpha = 1$$

Avec:

$$\sigma_{ij} = \sigma_\beta \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_\beta \quad \beta = 9 - i - j$$

Ou sous forme condensée:

$$\sigma = C \cdot \varepsilon \quad (2,2)$$

Cette loi, généralement appelée loi de Hooke généralisée, introduit la matrice de Rigidité  $C$ , symétrique.

Le comportement linéaire d'un matériau est donc décrit dans le cas général par 21 coefficients indépendants.

La relation d'élasticité peut s'écrire sous la forme inverse, suivant:

$$\varepsilon = S \cdot \sigma$$

Avec  $s = C^{-1}$  (2.3)

$S$  : matrice de flexibilité ou de souplesse (symétrique) [22].

• **Matériau anisotrope**

Dans le cas le plus général, la matrice de rigidité e.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

sym

• **Matériau monoclinique**

Un matériau monoclinique est un matériau qui possède un plan de symétrie.

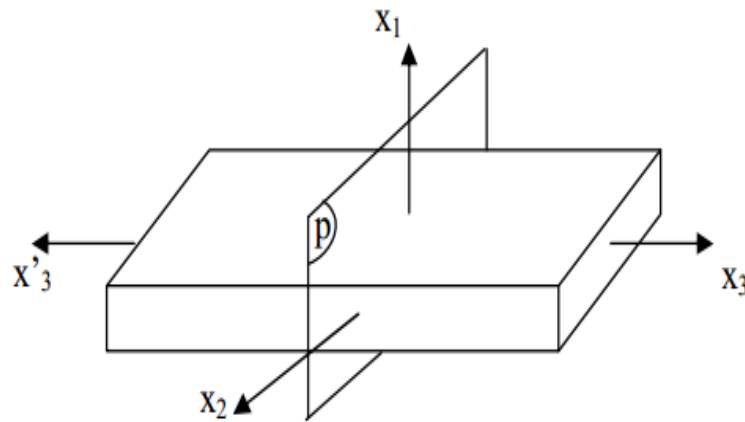


Figure (2.1) Plan de symétrie

La forme de la matrice de rigidité (ou souplesse) doit être telle qu'un changement de base effectué par symétrie par rapport à ce plan ne modifie pas la matrice. Dans le cas où le plan de symétrie est le plan (1, 2), l'exploitation des changements de base conduit à matrice de rigidité de la forme :

$$[c] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

La matrice de souplesse a la même forme. Le nombre de constantes d'élasticité indépendantes est réduit à 13.

- **Matériau orthotrope**

Un matériau orthotrope possède trois plans de symétrie, perpendiculaires deux à deux. Il est à noter que l'existence de deux plans de symétrie perpendiculaires implique l'existence du troisième.

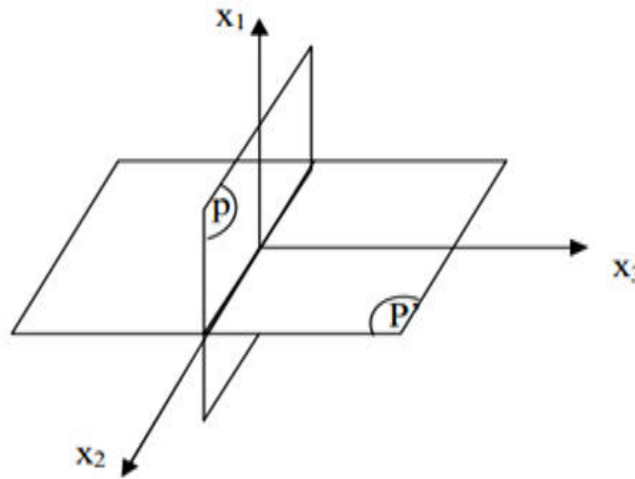


Figure (2.2) Matériau orthotrope

La forme de la matrice de rigidité est donc obtenue en ajoutant au matériau monoclinique un plan de symétrie perpendiculaire au précédent. L'invariance de la matrice dans un changement de base effectué par symétrie par rapport à ce deuxième plan conduit à une matrice de rigidité de la forme .

$$[c] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

La matrice de souplesse a la même forme. Le nombre de constantes d'élasticité indépendantes est ramené à 9.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Le comportement élastique d'un matériau orthotrope est donc caractérisé par 9 coefficient indépendant:

$$C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{22}, C_{23}, C_{33}, C_{44}, C_{55}, C_{66}.$$

$$S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{22}, S_{23}, S_{33}, S_{44}, S_{55}, S_{66}.$$

Les matrices de rigidité et de souplesse étant inverse l'une de l'autre, nous avons:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{s_{22}s_{33} - s_{23}^2}{\Delta s} & C_{12} &= \frac{s_{13}s_{23} - s_{12}s_{33}}{\Delta s} \\ C_{22} &= \frac{s_{33}s_{11} - s_{13}^2}{\Delta s} & C_{13} &= \frac{s_{12}s_{23} - s_{13}s_{22}}{\Delta s} \\ C_{33} &= \frac{s_{11}s_{22} - s_{12}^2}{\Delta s} & C_{23} &= \frac{s_{12}s_{13} - s_{23}s_{11}}{\Delta s} \\ C_{44} &= \frac{1}{s_{44}}, & C_{55} &= \frac{1}{s_{55}}, & C_{66} &= \frac{1}{s_{66}}, \end{aligned}$$

Avec:

$$\Delta s = s_{11}s_{22}s_{33} - s_{11}s_{23}^2 - s_{22}s_{13}^2 - s_{33}s_{12}^2 + 2s_{12}s_{23}s_{13}.$$

Constant de souplesse :

Les expressions des constantes de souplesse s obtiennent sans difficulté:

$$\begin{aligned} s_{11} &= \frac{1}{E_1}, & s_{12} &= \frac{\nu_{12}}{E_1}, & s_{13} &= \frac{\nu_{13}}{E_1}, \\ s_{22} &= \frac{1}{E_2}, & s_{23} &= \frac{\nu_{12}}{E_2}, & s_{33} &= \frac{\nu_{13}}{E_3}, \\ s_{44} &= \frac{1}{G_{23}}, & s_{55} &= \frac{\nu_{12}}{G_{13}}, & s_{66} &= \frac{\nu_{13}}{G_{12}}, \end{aligned}$$

Constant de rigidité:

Les expressions des constant de souplesse s obtient sans difficulté:

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} & C_{13} &= \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_3 \Delta} \\
 C_{13} &= \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Delta} & C_{11} &= \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} \\
 C_{13} &= \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{E_1 E_2 \Delta} & C_{11} &= \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta} \\
 C_{44} &= G_{23}, & C_{55} &= G_{13}, & C_{66} &= G_{12},
 \end{aligned}$$

Avec:

$$\Delta = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Avec:

$$\frac{E_i}{\nu_{ij}} = \frac{E_j}{\nu_{ji}}, i, j = 1, 2, 3$$

- **Matériau orthotrope à isotrope transverse**

Le matériau se comporte donc comme un matériau orthotrope possédant de plus un axe de révolution. Le matériau est alors appelé matériau orthotrope de révolution ou isotrope transverse. IL en résulte qu'un changement de base effectué par rotation quelconque autour de cet axe doit laisser inchangée la matrice de rigidité (ou souplesse) [8].

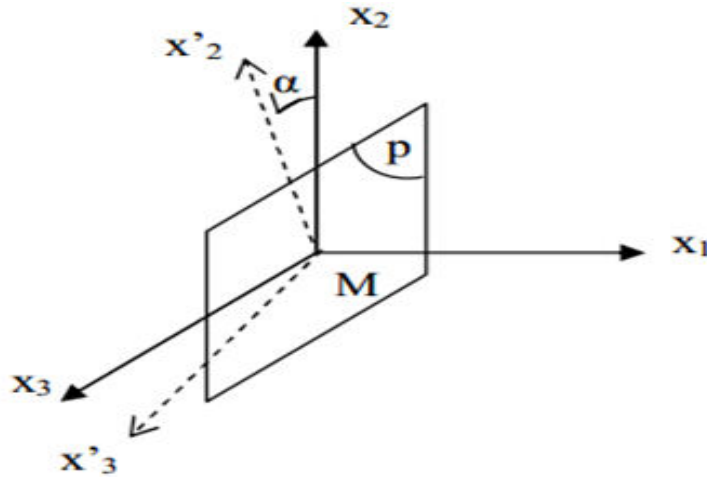


Figure (2.3) Plan d'isotropie

La matrice de rigidité s'écrit donc de la forme :

$$[c] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & \frac{C_{22} - C_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

La matrice de souplesse a la même forme. Les propriétés du matériau orthotrope à isotrope transverse sont déterminées par 5 constantes d'élasticité indépendantes.

Dans le comportement du matériau orthotrope:

$$\begin{aligned}
 E_2 &= E_3 & \vartheta_{12} &= \vartheta_{13} \\
 G_{12} &= G_{13} \quad \text{et} & \vartheta_{21} &= \vartheta_{31} \\
 G_{23} &= \frac{E_2}{2(1+\vartheta_{23})} & \vartheta_{23} &= \vartheta_{32}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

- **Matériau isotrope**

Un matériau est isotrope si ses propriétés sont indépendantes du choix des axes de référence. Il n'existe alors pas de direction privilégiée, et la matrice de rigidité (ou souplesse) doit être invariante dans tout changement de bases orthonormées.

Le nombre de constantes d'élasticité indépendantes est donc réduit à 2, et conduit à la matrice de rigidité [3,8]:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

La matrice de souplesse a la même forme.

$$[c] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{11} - s_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{11} - s_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{11} - s_{12} \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

Généralement, les constantes de rigidité sont exprimées en introduisant les coefficients de lamé  $\lambda$  et  $\mu$ :

$$\begin{cases} C_{11} = \lambda + 2\mu \\ C_{12} = \lambda \end{cases} \tag{2.14}$$

$$2\mu = \frac{E}{1 + \vartheta}; \quad \lambda = \frac{\vartheta E}{(1 + \vartheta)(1 - 2\vartheta)}$$

$$\lambda = \frac{\vartheta E}{(1+\vartheta)(1-2\vartheta)} = C_{12} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\vartheta)} = C_{44} = G$$

$$E = \mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

$$S = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$C = E \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{1}{1+\nu} & \frac{1}{1+\nu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1+\nu} & \frac{1}{1+\nu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1+\nu} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$c = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

## II .1.2 Comportement élastique des matériaux composites unidirectionnel

- **Comportement élastique d'un matériau composite unidirectionnel dans les direction principales**

La cellule élémentaire d'un composite unidirectionnel peut être considérée comme constitué d'une fibre entourée d'un cylindre de matrice figure (2.4). Le matériau se comporte donc comme un matériau orthotrope possédant de plus un axe de révolution ou isotrope transverse.

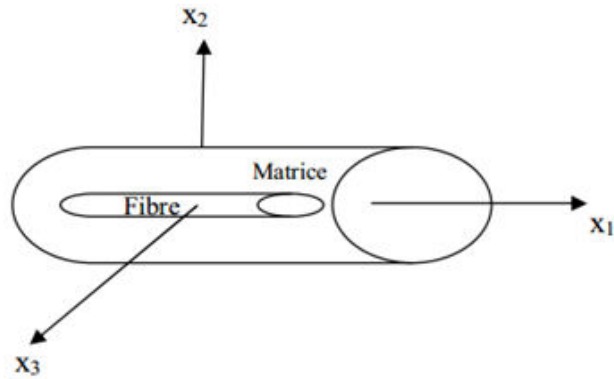


Figure (2.4) composite unidirectionnel

$$[S]= \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{23})}{E_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Les matériaux composites stratifiés sont constitués de plusieurs couches de matériaux composites unidirectionnels ou de composites à base de tissu. Ces couches possèdent trois plans de symétrie orthogonaux deux à deux, et se comportent d'un point de vue élastique comme un matériau orthotrope.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\vartheta_{21}}{E_2} & \frac{-\vartheta_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\vartheta_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\vartheta_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\vartheta_{13}}{E_1} & \frac{-\vartheta_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\vartheta_{12}}{E_1} & \frac{-\vartheta_{31}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\vartheta_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\vartheta_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\vartheta_{13}}{E_1} & \frac{-\vartheta_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

### • Comportement élastique d'une couche hors axes d'orthotropie

Le comportement élastique d'un matériau composite unidirectionnel ou tissu, exprimé dans les directions principales étant exposé précédemment: un axe suivant la direction des fibres ou de la chaîne, les deux autres axes étant orthogonaux. Or, nous avons vu que les stratifiés étaient élaborés par couches successives, dont la direction des fibres ou de la chaîne est décalée d'une couche à l'autre. Pour faire l'étude du comportement élastique de tels stratifiés, il est alors nécessaire de prendre un système d'axes de référence pour l'ensemble du stratifié, et de rapporter le comportement élastique de chaque couche à ce système de référence.

Dans ce qui suit nous considérons donc la figure (2.5) une couche de matériau composite unidirectionnel ou tissu de directions principales (1,2,3), le plan (1,2) étant confondu avec le plan de la couche, et la direction 1 confondue avec la direction des fibres

ou de la chaîne. L'objectif est de caractériser les propriétés élastiques de la couche, en les exprimant dans le système d'axes de référence (1',2',3) du stratifié, la direction des fibres ou de la chaîne faisant un angle  $\theta$  avec la direction 1'. Ce système d'axes est usuellement référencé comme système (x, y, z) [3,8].

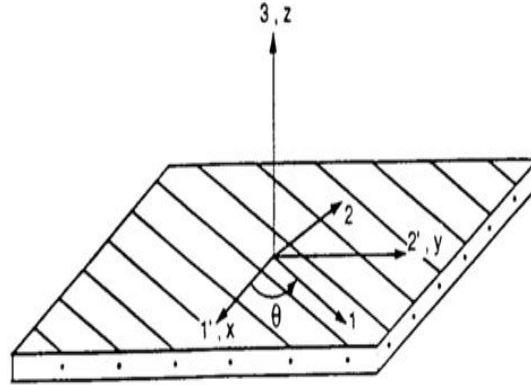


Figure (2.5) Axes principaux (1 , 2 , 3) d'une couche de stratifié et axes de référence (1',2',3) = (x,y,z) du stratifié.

Soit:

$$\text{Dans le système } (1, 2, 3) : \quad \sigma = C \varepsilon \quad (2.21)$$

$$\text{Dans le système } (\acute{1}, \acute{2}, \acute{3}) : \quad \sigma = \acute{C} \acute{\varepsilon} \quad (2.22)$$

Les relations de changement de base, relatives aux contraintes et déformations, peuvent être écrites d'une manière générale sous les formes:

$$\begin{cases} \sigma = T \acute{\sigma} \\ \acute{\varepsilon} = T \varepsilon \end{cases} \quad (2.23)$$

Et en combinant les relations

$$\acute{\sigma} = T C T^{-1} \acute{\varepsilon} \quad (2.24)$$

Où  $T$  est la matrice de changement de base (6x6).

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & 0 & 0 & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & 0 & 0 & -2 \sin \theta \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 0 & 0 & 0 & 2sc \\ s^2 & c^2 & 0 & 0 & 0 & -2sc \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & c & 0 \\ -2sc & 2sc & 0 & 0 & 0 & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Le comportement élastique d'une couche, rapporté à ses axes principaux, est donné par la relation (2.16, 2.15). Les matrices de rigidité  $C'$  et de souplesse  $S'$ , exprimées dans la base  $(1', 2', 3)$ , sont obtenues en appliquant aux matrices de rigidité et de souplesse, rapportées à la base  $(1, 2, 3)$ , les relations de changement de base. Ces relations permettent de déterminer la matrice de rigidité  $C'$  et la matrice de souplesse  $s'$  exprimées dans la base  $(1', 2', 3)$ .

La relation de changement de base des matrices de rigidité [7.14] :

$$C' = T C T^{-1} \quad (2.27)$$

## II.1.3 Approches du comportement des matériaux composites à renfort tissé

### 1-Approches macroscopiques basées sur la mécanique des milieux continus

Les approches développées dans le cadre de la mécanique des milieux continus considèrent le matériau étudié comme un matériau homogène équivalent figure (2.6) et font abstraction, du moins dans leur formulation, des hétérogénéités de la microstructure. Ainsi, bien que le matériau réel fasse apparaître des discontinuités physiques aux différentes échelles de sa microstructure, celles-ci ne sont pas traduites explicitement, mais décrites seulement de façon globale, au niveau homogénéisé d'un élément de volume du matériau. Ces approches se définissent par une modélisation continue des mécanismes de dégradation en vue du calcul de structure par éléments finis. Elles fournissent des outils de simulation du comportement de structures sous chargement complexe.

Ces modèles, qui s'inscrivent le plus généralement dans un cadre thermodynamique, introduisent une ou plusieurs variables internes phénoménologiques définissant un potentiel thermodynamique et fournissant les lois d'état (dont la loi de comportement) et un potentiel de dissipation, fournissant les lois complémentaires (les lois d'évolutions des variables internes).

Dans le cas d'un comportement endommageable, les variables internes phénoménologiques sont désignées sous le vocable de variables d'endommagement. Ces variables d'endommagement sont définies de diverses façons selon les auteurs: soit à partir des variations relatives des modules élastiques.

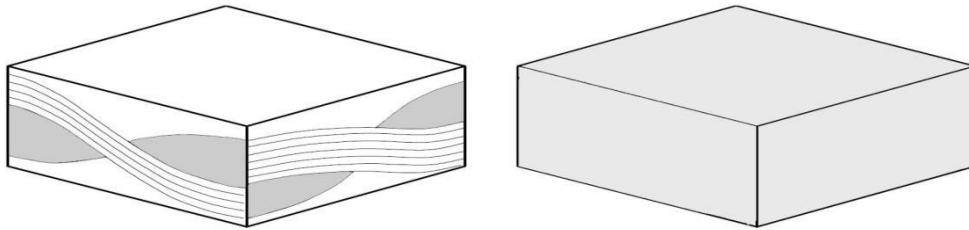


Figure (2.6) Concept de matériau homogène équivalent

Soit à partir des variations relatives du tenseur des souplesses, soit enfin en proposant une formulation mixte rigidité/ souplesse.

Les variables d'endommagement ne traduisent donc pas directement l'état physique de l'endommagement du matériau réel, mais reflètent seulement son effet sur les composantes des tenseurs des rigidités ou des souplesses du matériau équivalent. Ce type de description de l'endommagement englobe les multiples effets des mécanismes sans permettre une description de l'état de dégradation à l'échelle microscopique et donc une compréhension physique satisfaisante.

Les évolutions des variables d'endommagement sont identifiées à l'échelle macroscopique à partir des courbes de comportement. On parle alors d'approches inductive. Un changement de matériau, ou une légère modification dans sa composition ou dans son mode d'élaboration, impose de nouveaux essais et une nouvelle identification du modèle. De plus, de part leur caractère phénoménologique, ces modèles ne permettent pas d'établir de liens entre les dégradations des propriétés mécaniques et les phénomènes à la source de ces modifications.

Cependant, bien que ce type d'approche fasse l'hypothèse d'un matériau homogène équivalent, la connaissance préalable des modes d'endommagement permet de guider le choix des variables d'endommagement. Par exemple, une représentation scalaire de

l'endommagement est suffisante lorsque le réseau de fissure est orienté par le renfort.

Des couplages avec des modèles micromécaniques simples peuvent être également utilisés pour préciser les liens entre les mécanismes d'endommagement et leurs effets. On peut, par exemple, citer les travaux qui utilisent un modèle phénoménologique dont les lois d'évolution sont fournies par l'analyse micromécanique d'une cellule comprenant une fissure matricielle et une zone de décohésion interfaciale.

D'autres auteurs ont incorporé certains paramètres microstructuraux dans leurs modèles d'endommagement. Même si ces modèles se veulent plus « déductifs », ils ne sont pas encore à proprement parler multiéchelles et restent cantonnés dans la catégorie des modèles inductifs. Ils utilisent certes des variables internes, non plus phénoménologiques, mais microstructurales. IL subsiste cependant des paramètres phénoménologiques faisant le lien entre les deux échelles (micromacro).

IL s'agit en fait de modèles macro d'inspiration micro, comparable en cela aux approches macroscopiques les plus récente le caractère multiéchelle est plus affirmé pour les travaux qui utilisent des techniques d'homogénéisation pour obtenir les coefficients du tenseur d'élasticité à partir de la géométrie des réseaux de fissures matricielles. Par exemple, utilise la méthode des modules effectifs pour évaluer la matrice d'élasticité d'un composite 2D-SiC/SiC, en prenant éventuellement en compte la présence d'un endommagement.

D'autres auteurs utilisent également des méthodes d'homogénéisation analytiques pour obtenir les propriétés du milieu homogène endommagé. Dans ces modèles, les fissures, orientés dans (n) directions de l'espace, sont supposées de forme ellipsoïdale et sont traitées comme des inclusions équivalents. Même si les modèles décrits ici ont été identifiés pour des composites à renfort tissé, leur nature macroscopique ne leur permet pas de prendre complètement en compte les particularités de ces matériaux. Par exemple, la géométrie du renfort tissé n'est pas explicitement modélisée.

Et il apparaît évident qu'une modélisation plus fine des couplages entre microstructure, endommagement et comportement requiert une meilleure description de la microstructure du matériau, en particulier au niveau de la géométrie et de l'aspect tissé du renfort .

## 2- Approches avec prise en compte de l'aspect tissé

De nombreuses recherches ont également été menées sur la modélisation des composite à renfort textiles. Cependant, ces travaux se sont le plus souvent focalisés sur l'estimation des propriétés élastiques initiales ou à rupture (voir par exemple, les références dans, et non sur une modélisation complète du comportement de ces matériaux.

## 3- Approches analytiques

Le principe des approches analytiques consiste à substituer au composite tissé un stratifié équivalent figure (2.7). Les deux directions du renfort sont remplacées par des couches unidirectionnelles équivalentes. La matrice est représentée quant à elle par les deux couches supérieure et inférieure. Ces modèles reposent sur la décomposition du matériau en sous éléments composés de couches équivalentes et fils et/ou de matrice figure (2.7). Les états de contraintes et de déformations sont alors calculés dans chaque sous cellules en faisant des hypothèses d'isocontrainte ou d'isodéformation aux contours. Les propriétés du composite sont ensuite obtenues en assemblant en série ou en parallèle les sous elements.

Bien que ces méthodes permettent d'obtenir des prévisions pour les propriétés horsplan, elles reposent, comme pour les approches « stratifié », sur une description géométrique relativement simple et incomplète du renfort tissé. De plus, des hypothèses fortes sont faites sur la forme des champs de contrainte et de déformation au sein du matériau.

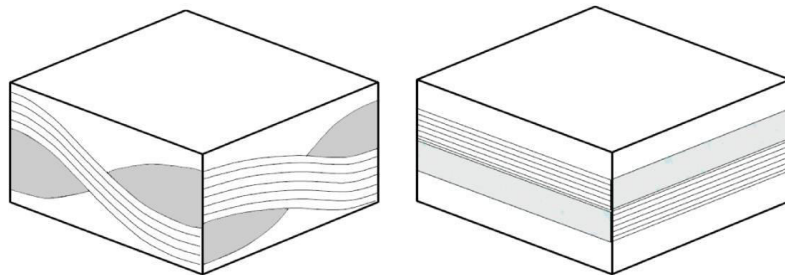


Figure (2.7) approximation du renfort tissé par un stratifié équivalent

#### 4- Approches numériques

Les méthodes numériques reposent sur l'analyse par éléments finis d'une cellule élémentaire du composite tissé figure (2.8) . Il est ainsi possible d'utiliser une représentation de la microstructure aussi complète que possible. En général, ces méthodes nécessitent le développement d'un modèle EF détaillé de l'architecture du renfort .

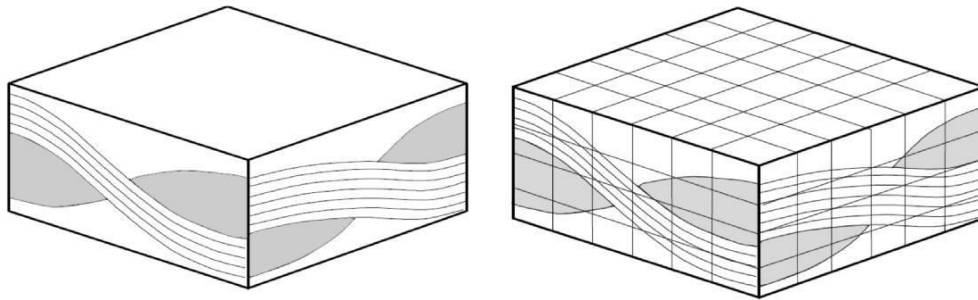


Figure ( 2 .8 ) Modélisation EF d'une cellule élémentaire de composite tissé

Les premières tentatives de modélisation par éléments finis d'un composite tissé ont été menées par. L'objectif de ces études étaient de calculer les propriétés élastiques du composite et d'étudier les champs de contraintes dans les différents constituants du matériau à l'échelle mésoscopique.

La prise en compte d'un endommagement a initialement été introduit par les calculs étaient menés sur une cellule élémentaire tridimensionnelle de géométrie simple au sein de laquelle la fissuration était simulée par une diminution de la rigidité des éléments du maillage. Suivant le même type d'approche, on peut aussi citer les travaux qui sont l'un des rares à s'être également intéressé aux CMC Figure (2.9) .

Ces modèles ont ensuite été perfectionnés par d'autres auteurs. Les auteurs effectuent des calculs sur une cellule élémentaire dont les fils peuvent s'endommager de manière anisotrope suivant trois modes, et la matrice de manière isotrope. Un critère en contrainte est utilisé pour déterminer la rupture des éléments. Leur rigidité est ensuite réduite dans la direction normale à la rupture.

D'autres auteurs ont poussé encore un peu plus loin la description de la microstructure en proposant une stratégie d'homogénéisation à plusieurs échelles. Un premier calcul est réalisé à l'échelle de fibres pour déterminer les propriétés homogénéisées des fils. Un second calcul réalisé à l'échelle des fils sert à déterminer les propriétés du composite. L'endommagement est pris en compte à l'échelle mésoscopique en réduisant la rigidité des éléments rompus.

Une approche différente est proposée. Ces auteurs simulent le comportement d'une cellule bidimensionnelle en traction ou en flexion. La fissuration de la matrice interfil ainsi que les décohésions interfaciales sont introduites dans le maillage en dédoublement des nœuds. Leur apparition est pilotée par une loi statistique multiaxiale de type valeurs extrêmes. L'effet de la fissuration intrafil est décrit par une diminution des propriétés locales autour de la fissure [1].

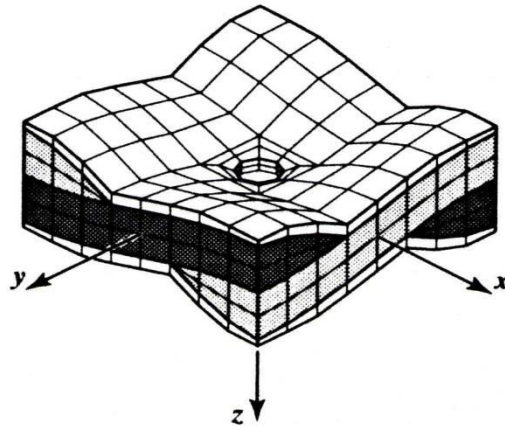


Figure (2.9) Modélisation EF d'une cellule élémentaire de CMC .

Compte tenu de la difficulté à générer un modèle EF d'un renfort complexe, les différents modèles numériques évoqués n'ont été utilisés que pour des renforts simples, de type taffetas et satin, soumis à des chargements de traction monotone dans les axes du renfort. Les maillages générés restant relativement grossiers, l'introduction de l'endommagement sous forme de réduction de la rigidité des éléments du maillage peut également se révéler problématique.

La localisation de l'endommagement est alors fortement dépendante du maillage utilisé. Certes, les modes d'endommagement obtenus semblent qualitativement en accord avec les observations expérimentales, mais aucune confrontation avec une courbe de comportement n'est présentée. Enfin, mis à part dans aucune approche ne prend explicitement en compte les décohésions interfaciales qui jouent pourtant un rôle prépondérant dans le processus d'endommagement .

## II.2 Calcul des propriétés élastiques effectives par homogénéisation des matériaux composites tissée

### II .2.1 Approche élémentaire: « plis UD croisés équivalent »

La façon la plus simple de modéliser le comportement mécanique d'une couche « tissu » est de considérer cette couche comme constituée de deux couches unidirectionnelles respectivement orientées selon la chaîne et la trame figure (2.10). La hauteur relative de ces deux couches correspond à la proportion de fibre dans chacune des deux directions. La fraction volumique de fibre est considérée comme uniforme. Les constantes élastiques des couches UD peuvent être calculées à partir des modèles micromécaniques. Une matrice rigidité (où  $i, j=1, 2, 6$ ) équivalent aux deux couches est alors obtenue dans le cadre de la théorie des stratifié :

$$\varphi_{ij} = (h^0 \varphi_{ij}^0 + h_{ij}^{90}) \frac{1}{h^0 + h^{90}}$$

Avec :

$\varphi_{ij}$  : Matrice de rigidité réduite du stratifié.

$\varphi_{ij}^0$  : Matrice de rigidité réduite du pli à  $0^\circ$ .

$\varphi_{ij}^{90}$  : Matrice de rigidité du pli à  $90^\circ$ .

$h^0$  : Épaisseur du pli à  $0^\circ$ .

$h^{90}$  : Épaisseur du pli à  $90^\circ$ .

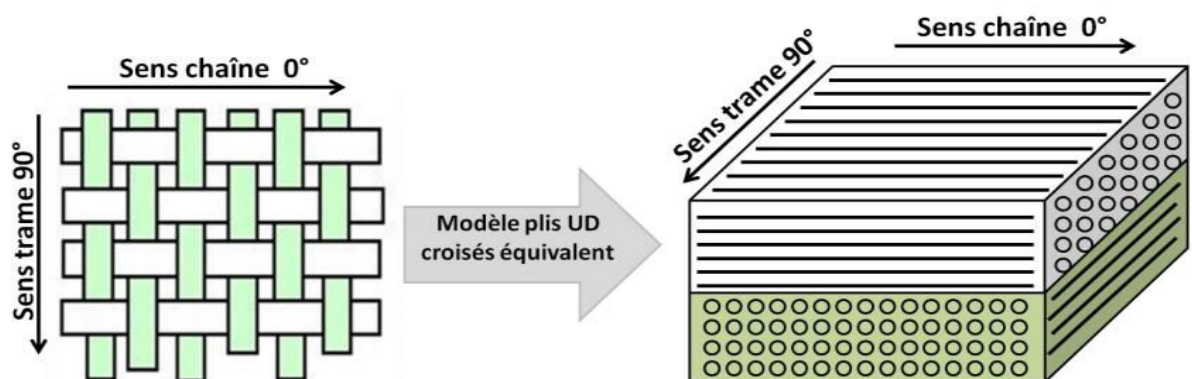


Figure (2.10) Modélisation d'un tissu taffetas par un modèle à plis UD croisés équivalent [1].

Sur la figure (2.11), on a représenté une photographie correspondant à une couche réelle de tissé. On peut voir que la représentation simplifiée de la figure (2.10) ne permet pas de prendre en compte certaines caractéristiques de la mésostructure, en particulier :

- La géométrie des torons: les fibres présentent une certaine « ondulation » et ne sont pas exactement dirigées selon la chaîne ou la trame.
- La densité de fibres est non uniforme à l'échelle de la mésostructure : on observe la présence de torons riches en fibre et des poches de résine pure.

Pour prendre en compte ces spécificités qui sont induites par la géométrie du renfort, il est nécessaire de travailler avec une représentation plus réaliste de la mésostructure.

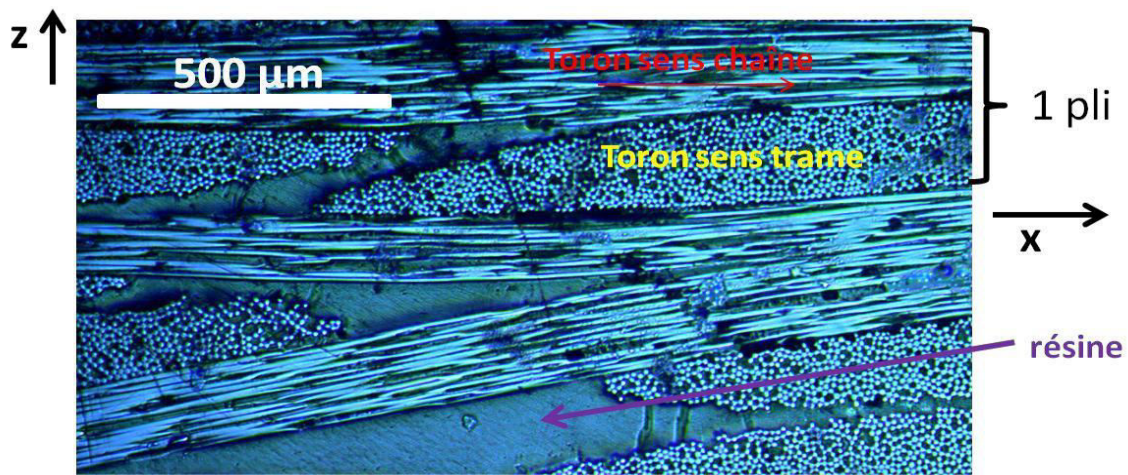


Figure (2.11) Observation au microscope optique de la tranche d'un stratifié composite à plis taffetas suivant l'épaisseur [1].

**Chou et Ishikawa** ont développé les premières approches analytiques qui prennent en compte le détail de la mésostructure des tissés dans le calcul des constantes élastiques du composite. Ces auteurs ont développé trois modèles distincts: le modèle mosaïque, le modèle « fiber undulation » et le « bridging model ». Dans le modèle mosaïque, le tissé est assimilé à un assemblage d'unités élémentaires. Chaque unité élémentaire comporte deux plis orientés respectivement à  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . Le modèle ne respecte pas la continuité des fibres et néglige l'ondulation. Cependant, par rapport au modèle « plis croisés UD équivalent » décrit précédemment, le modèle mosaïque permettra par exemple de prendre en compte qu'un sergé ou un satin n'est pas équilibré en moyenne figure 2.12). En faisant l'hypothèse d'un état de déformation uniforme dans le plan moyen du composite, on obtient une borne haute pour la rigidité du matériau . La borne basse est calculée en faisant l'hypothèse d'un état de contrainte

uniforme. Pour un taffetas, la borne haute correspond exactement au modèle «plis UD croisés équivalent».

Le modèle « fiber undulation » s'applique essentiellement aux taffetas. Il s'agit une description « 1D » puisque seule l'ondulation des fibres le long de la chaîne (direction du chargement) est prise en compte. Ce modèle permet d'obtenir les constants  $E_x$  et  $G_{xy}$  l'ondulation des torons est décrite à l'aide d'une fonction de forme sinusoïdale. La matrice rigidité locale à l'intérieur des torons de chaîne est calculée sur le système d'axes (1, 2, 3) (figure 2.11) en utilisant le modèle CCA. En faisant le changement de repère (1, 2, 3)  $\rightarrow(x,y,z)$ , puis en calculant une moyenne sur le VER mésoscopique,. Le troisième modèle développé par **Chou** et **Ishikawa**, le« bridging model », s'applique principalement aux satins.

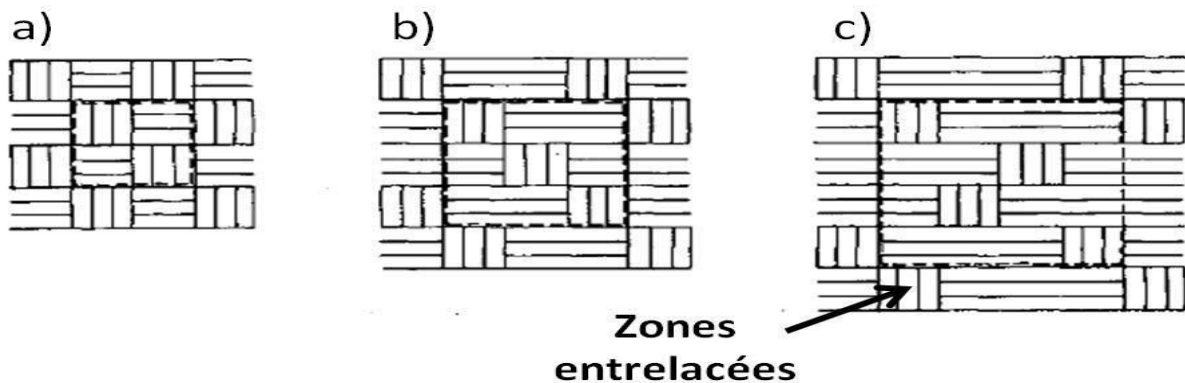


Figure (2.12) Représentation du VER pour des tissés: (a) taffetas, b) sergé, satin [1].

**Naik** et **Shembekar** ont généralisé les approches 1D développées par **Chou** et **Ishikawa** pour obtenir un modèle 2D permettant de calculer toutes les constantes élastiques d'un taffetas. L'approche développée par **Naik** et **Shembekar** a été complétée par **Naik** et **Ganesh** qui ont travaillé à partir de la cellule élémentaire très complète représentée sur la figure (2.12). L'analyse permet alors de prendre en compte une description réaliste de l'ondulation et de la section des torons ainsi que de la présence d'un décalage éventuel entre deux torons adjacents (paramètres et sur la figure (2.12)). Les constantes élastiques dans les torons sont également calculées à partir du modèle CCA [1].

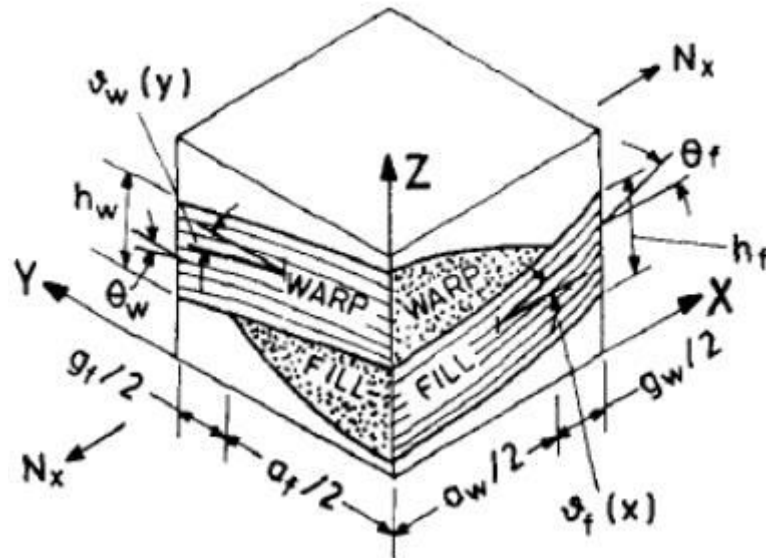


Figure (2.13) ver d un pli taffetas [1]

### II .3 Traction biaxiale d'un tissu taffetas de verre

Les essais de tension biaxiale sont nécessaires pour mettre en évidence l'interaction entre les réseaux de fil dans un renfort fibreux. Des bancs d'essais spécifiques sont utilisés pour effectuer ces essais. Il consiste à tendre un tissu en croix suivant les directions des fils figure (3-2). On mesure les efforts et la déformation des mèches. Dans le cas général, les deux réseaux sont tendus et l'on définit le coefficient  $k$  comme le rapport des déformations du tissu dans les directions chaîne et trame de l'échantillon testé. Le coefficient  $k$  peut alors être défini par la relation suivante (ou son inverse):

$$k = \frac{\varepsilon_{chaîne}}{\varepsilon_{trame}}$$

Les résultats des essais montrent la présence d'une rigidification progressive suivie d'une linéarité du comportement. La non-linéarité de début de chargement s'explique par des phénomènes ayant lieu à des échelles inférieures, comme les variations d'ondulation de fil. En effet, les fils présents dans un tissu possèdent une ondulation naturelle, de part le tissage qui engendre un entrecroisement des fils dans deux directions perpendiculaires.

Les résultats obtenus permettent aussi de constater que la variation du rapport de déformation dans l'une ou l'autre des directions affecte de manière significative le comportement du tissu. Cela est dû au fait que les fils sont écrasés au niveau des intersections entre les chaînes et les trames, lorsque soit les trames ou les chaînes sont tendues. Chaque direction a une influence sur l'autre direction [10].



Figure (2.14) Dispositif de traction biaxial [10].

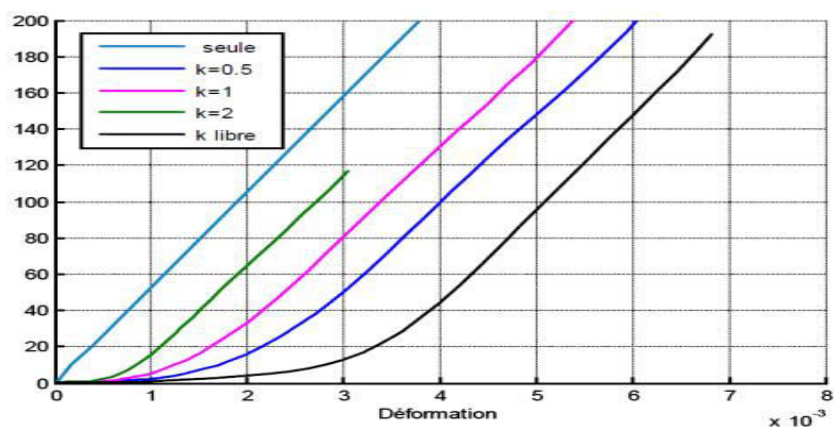


Figure (2.15) Résultats des essais de tension biaxiale pour différents taux de variation  $k =$  déformation dans le sens chaîne/la déformation dans le sens trame [10].

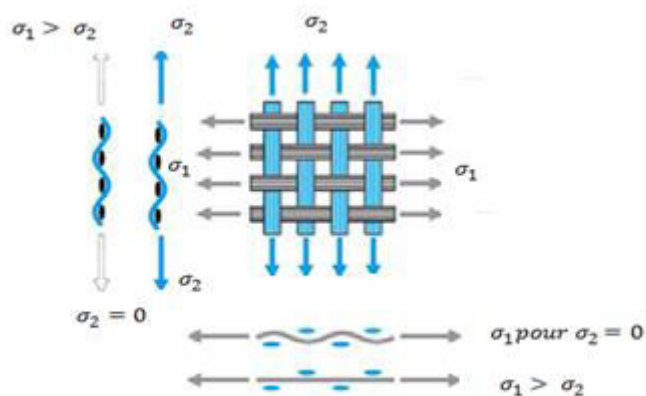


Figure (2.16) Variations d'ondulation des fils expliquant la non-linéarité des courbes de traction biaxiale

## II .4 Cisaillement plan d'un tissu taffetas de verre

La technique du tissage offre la possibilité aux fils de tourner les uns par rapport aux autres dans le plan du renfort (tissu). Avec cet essai on cherche à caractériser le module de cisaillement dans le plan du tissu. Les fils sont rigides et donc très peu déformables dans la direction des filaments. En considérant l'hypothèse de non glissement entre les réseaux de fils chaîne et trame, il est possible de considérer dans un premier temps le renfort comme un treillis de barres articulées à leurs extrémités figure ( 2.17(a)).

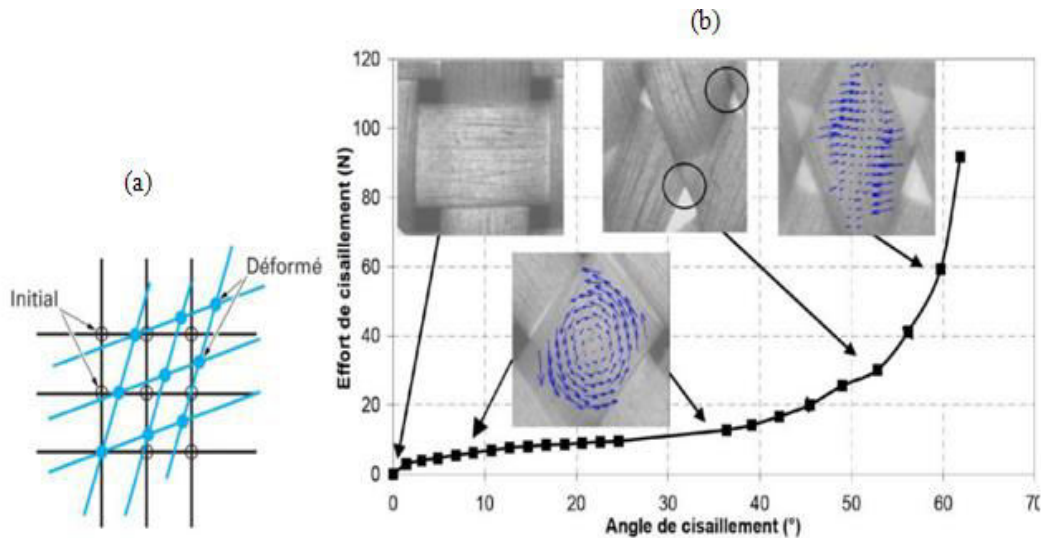


Figure (2.17 (a)) Cisaillement d'un renfort tissé dans son plan; (b) Courbe de cisaillement et Phénomènes mésoscopiques ayant lieu lors du cisaillement d'une toile en verre [12].

Si l'on s'intéresse à la courbe d'effort de cisaillement en fonction de l'angle de cisaillement (rotations relatives entre les deux réseaux de fils), on peut distinguer trois zones. Pour des angles de cisaillement faibles, on peut voir que les fils tournent les uns par rapport aux autres. L'effort à fournir est alors très faible puisqu'il s'agit seulement de s'opposer aux frottements entre fils, l'effort normal étant faible, et au changement d'ondulation par flexion des fils. Les filaments ont également la possibilité de glisser les uns sur les autres dans la direction transverse afin de se conformer à la cinématique imposée. A partir d'un angle généralement compris entre 40° et 50°, les fils vont progressivement entrer en contact latéralement. Ils vont alors commencer à se compacter transversalement, entraînant une forte croissance de l'effort de cisaillement, jusqu'à atteindre un angle de blocage.

L'énergie nécessaire pour continuer à compacter les mèches transversalement étant alors supérieure à l'énergie nécessaire à la flexion du renfort, des plissements vont apparaître. Dans

la littérature, ce comportement en cisaillement plan est largement étudié car prédominant pour caractériser la déformabilité des renforts, lors des essais de mise en forme. Le critère limite de formabilité, relativement à ce comportement, est associé à l'angle de blocage, au de là duquel des plis et défauts peuvent survenir. Certains auteurs utilisent cette notion pour désigner l'angle pour lequel les mèches entrent en contact latéral, c'est-à-dire au début de la transition entre la première et la seconde pente de la courbe présentée figure (2.18 (b)), tandis que d'autres situent cet angle à la fin de la transition. En utilisant cette dernière définition, l'angle de blocage correspond à peu de chose près à l'angle d'apparition des plissements, puisque la forte augmentation de la rigidité en cisaillement conduit le renfort à flamber. On voit donc que la notion d'angle de blocage, plutôt que désignant une valeur précise, désigne une plage d'angles de transition entre deux rigidités (et donc deux comportements) d'un renfort en cisaillement.

Du fait de la grande rigidité des mèches dans leur direction longitudinale ne permettant pas de grandes déformations, le cisaillement plan est avec la flexion un mécanisme de déformation privilégié des renforts tissés. Ils permettent en effet aux tissus de prendre des formes variées et complexes. Afin de maîtriser au mieux leurs mises en œuvre, il est nécessaire de caractériser le plus précisément possible le comportement en cisaillement des renforts. Deux essais sont principalement effectués pour caractériser les tissus techniques: le test de cadre ("picture frame test") et le test de traction de biais ("bias extension test") [13,14].

- **Essais type "Picture frame"**

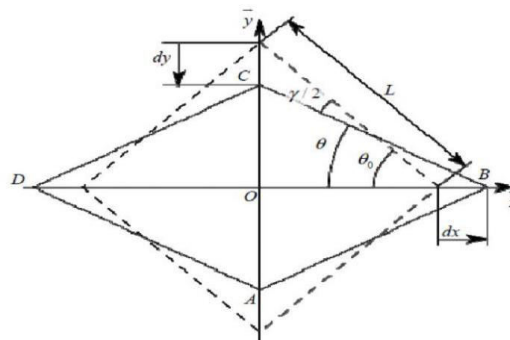
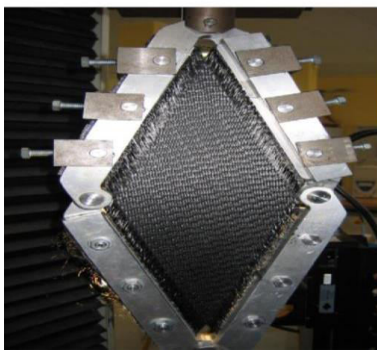


Figure (2.18) Essais type "picture frame".

Le « Picture frame » est un test permettant d'imposer une cinématique de cisaillement pur à un tissu. L'éprouvette est placée dans un cadre qui est articulé à ses quatre coins, dont deux coins opposés sont placés dans la machine de traction. L'éprouvette se présente sous la

forme d'une croix qui est de la même dimension que le cadre et qui est maintenue par l'intermédiaire de talons obtenus par collage de plaques d'aluminium. L'angle de cisaillement est lié au **déplacement imposé** au cadre par une simple relation géométrique. La cinématique du cisaillement est schématisée sur la (Figure 2.18 (b)). L'angle de cisaillement est défini par la relation suivante:

$$\gamma = \theta_0 - 2\theta = \frac{\pi}{2} - 2\theta \quad (2.27)$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{2}l+d}{2*l} \quad (2.28)$$

L'angle de cisaillement  $\gamma$  est pris à zéro à l'état initial lorsque les fils de chaîne et trame sont perpendiculaires. À partir du déplacement relatif des mors de la machine de traction, on peut piloter la déformation en cisaillement du renfort. La force nécessaire pour déformer l'installation doit être mesurée précisément; pour pouvoir déterminer ensuite la force de cisaillement  $F_c$ .

$$F_c = \frac{F}{2 \cos \theta} = \frac{\hat{F} - \hat{f}}{2 \cos \theta} \quad (2.29)$$

Avec  $F$  qui est la charge nette. Pour éliminer les erreurs liées au poids et à l'inertie de l'installation, la charge nette  $F$  est obtenue par la différence entre la charge à vide de

L'appareillage  $\hat{F}$  et la valeur  $\hat{f}$  mesurée quand le tissu est en train d'être déformé dans le cadre.

- **Essais type "Bias test"**

Les « bias tests » sont une alternative permettant de caractériser le comportement en cisaillement d'un échantillon de tissu de forme rectangulaire . Ils consistent à imposer une elongation à une éprouvette dans la direction de biais (direction qui fait un angle de 45° avec la direction initiale des fils. Tous les fils ont au moins une extrémité de libre . La cinématique induite permet de créer un cisaillement dans la partie centrale de l'éprouvette. La déformation est mesurée par des moyens optiques. L'essai de traction de biais est plus simple à mettre en œuvre que le précédent.

En considérant l'hypothèse de non-glissement des mèches, on peut déduire la relation suivante entre l'angle de cisaillement dans la zone centrale et le déplacement  $d$  des mors de la machine de traction. [10].

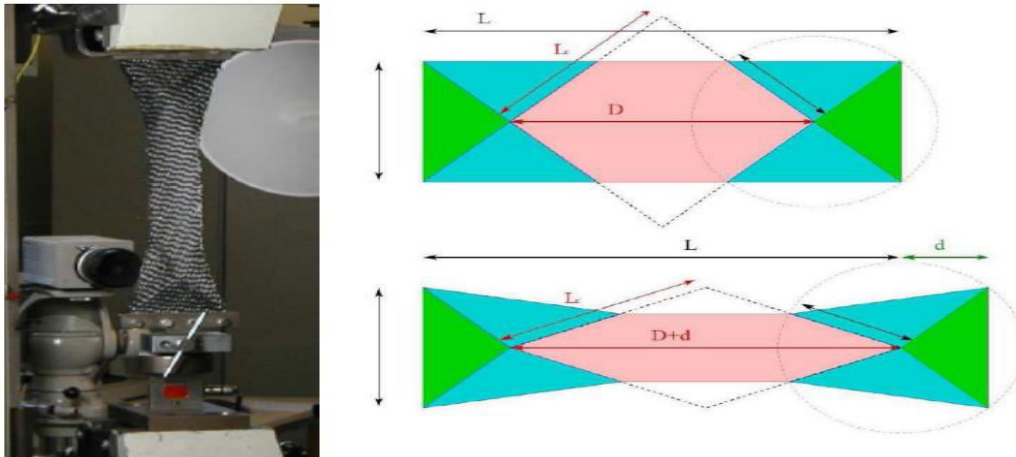


Figure (2.19) Essais de type "Bias test

## II .5 Hypothèse d'isotropie transverse pour le comportement d'un fil

Un fil à base de multi-filament est un assemblage où les filaments sont orientés approximativement dans la même direction figure (2.20). On considère que cet assemblage est suffisamment compact pour que les filaments ne puissent pas se déplacer de manière indépendante. L'hypothèse susdite permet d'envisager le matériau "fil à base de multifilament" comme un matériau continu. Dans les travaux de Latil *et al* des observations précises de la déformation microscopique ainsi que des mouvements des fibres au sein d'un fil ont pu être effectuées lors d'essais mécaniques réalisés à l'intérieur d'un microtomographe à rayons X ; ces observations ont confirmé la validité d'une approche continue. Le matériau homogénéisé correspondant présente alors une direction privilégiée, Celle du fil . La distribution des fibres dans une section du fil déformé a aussi été analysée par microtomographie à rayons X; ce qui a permis de conclure que cette distribution est isotrope pour les fils étudiés dans ce manuscrit. Notons que certains matériaux dont la structure est plus complexe ne satisfont pas toujours cette hypothèse.



Figure (2.20) Isotropie transverse du multifilament d'un renfort tissé  
Image obtenue par tomographie X [15].

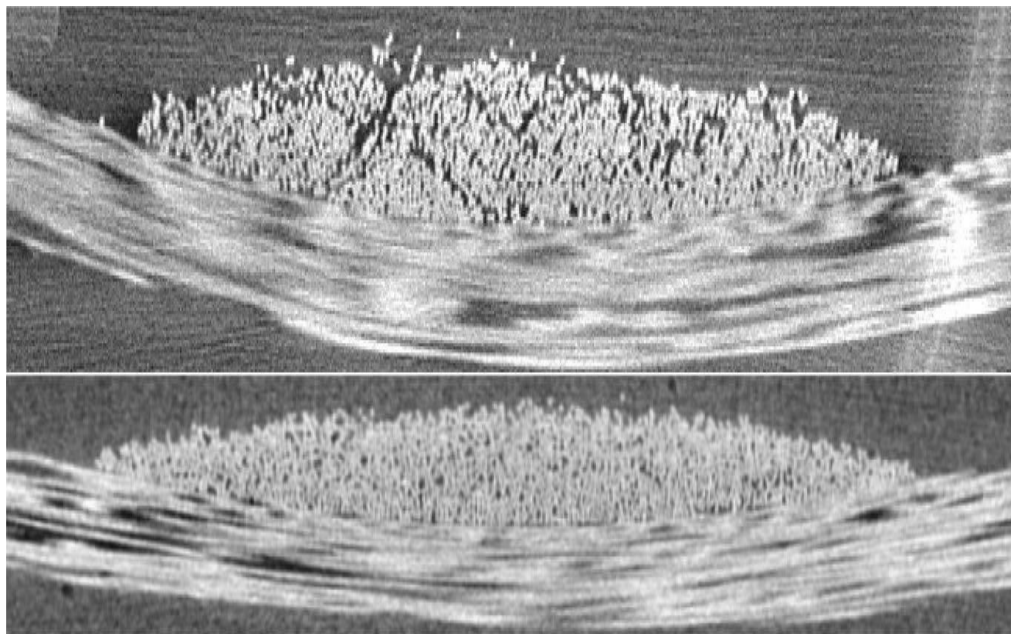


Figure (2.21) Vue en coupe (par tomographie X) du plan transverse du fil (a) tissu au repos (b) Tissu sous tension biaxiale [10].

### III.1 Objectifs des modélisations

Cette partie consiste à étudier par modélisation numérique le comportement mécanique de deux modèles de composite verre /époxy, les renforts à tissu taffetas simplifié et modifié et tissu sergé simplifié et modifié sollicités en traction uniaxial et en cisaillement dans le plan yz, et proposer des recommandations pour le choix et la conception des plis tissus.

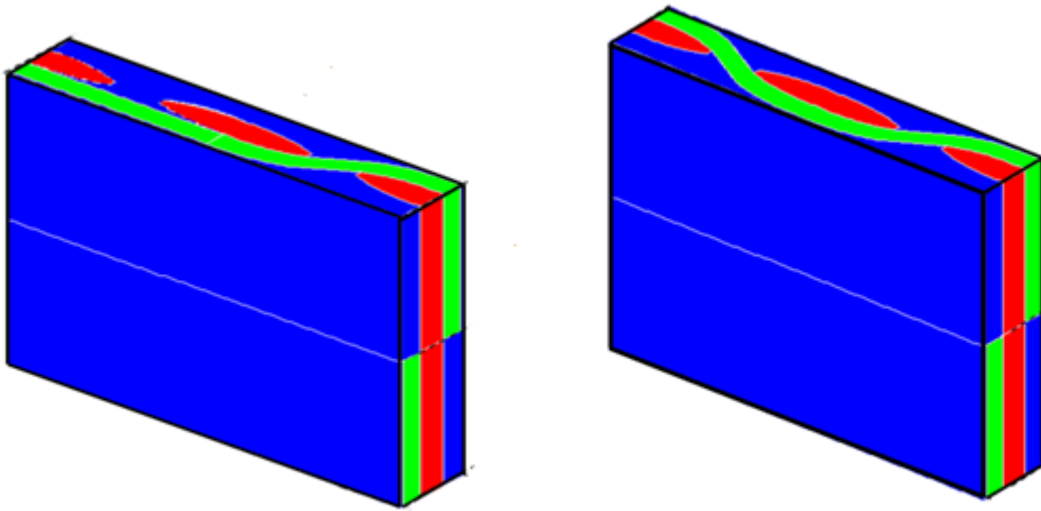


Figure (3.1) Les modèles des matériaux composites Verre /époxy (modèle 1 et modèle 2).

### III.2 La méthode des éléments finis

#### III.2.1 Généralités

Les codes éléments finis font maintenant partie des outils couramment utilisés pour la conception et l'analyse des produits industriels. Les outils d'aide à la modélisation devenant de plus en plus perfectionnés, l'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée et peut sembler de moins en moins une affaire de spécialistes. Si l'utilisation de la méthode se démocratise de par la simplicité croissante de mise en œuvre, la fiabilité des algorithmes et la robustesse de la méthode, il reste néanmoins des questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par éléments finis dans de bonnes conditions :

- formaliser les non-dits et les réflexions qui justifient les choix explicites ou implicites de son analyse du problème.
- évaluer la confiance qu'il accorde aux résultats.
- analyser les conséquences de ces résultats par rapport aux objectifs visés.

L'objectif de cette partie est de présenter les principes de base de cette méthode en insistant sur l'enchaînement des tâches (démarche et hypothèses associées) qui assurent la cohérence du processus de calcul. Ces connaissances sont utiles à la maîtrise des deux principales difficultés de mise au point d'un modèle numérique :

- problèmes préliminaires à la phase de calcul ;
- problèmes liés à l'exploitation des résultats et le retour à la conception.

Il ne faut pas perdre de vue que l'analyse des résultats nécessite une bonne compréhension des différentes étapes mathématiques utilisées lors de l'approximation pour pouvoir estimer l'erreur du modèle numérique par rapport à la solution exacte du problème mathématique. Il ne faut pas non plus oublier que le modèle numérique ne fournit que des résultats relatifs aux informations contenues dans le modèle mathématique qui découle des hypothèses de modélisation.

### **III.2.2 Démarche éléments finis**

Voici les principales étapes de la construction d'un modèle éléments finis :

- discrétisation du milieu continu en sous domaines.
- construction de l'approximation nodale par sous domaine.
- calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème.
- assemblage des matrices élémentaires.
- prise en compte des conditions aux limites.
- résolution du système d'équations.

### **III.2.3 Utilisation d'un logiciel éléments finis**

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes

complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels :

**ABAQUS** : logiciel développé par la société Simulia (Dassault Systèmes)

**ANSYS** : logiciel développé par ANSYS

**CASTEM** : logiciel français développé par le CEA (gratuit pour l'enseignement et la recherche)

**ASTER** : logiciel libre français développé par EDF

**COMSOL Multiphysics** : logiciel élément finis alliant genericité (mécaniques des fluides, électromagnétisme, mécaniques des structures, thermique) et puissance de calcul, permettant notamment d'étudier un nombre illimité d'interactions entre différentes physiques (fluide caloporteur par exemple).

**CosmosWorks** : Logiciel Franco-Américain appartenant à SolidWorks qui lui-même appartient à Dassault.

**Dytran**: logiciel américain développé par MSC.Software.

**EuroPlexus** : logiciel français.

**Flux2D/3D** : logiciel 2D&3D éléments finis français (développé en collaboration avec le GE2Lab) permettant le calcul des états magnétiques, électriques ou thermiques en régimes permanents, harmoniques et transitoires, avec des fonctionnalités d'analyse multi-paramétrique étendue, les couplages circuit et cinématique.

**FreeFem++**: logiciel libre.

**Getfem++** : logiciel libre (avec dominante mécanique des structures).

**ICAB** : logiciel de calcul pour poutres et coques avec vérifications réglementaires selon Document technique unifié DTU France (NV65, CM66, AL76, CB71...), Eurocodes, AISC américain

**IMPETUS AfeaSolver** : logiciel de calcul de grandes déformations utilisant des éléments finis isogéométriques d'ordre 3.

**JMAG** : logiciel Japonais (distribué en Europe par Powersys) permet un couplage entre les analyses électromagnétiques et structurelles.

**LS-DYNA** : logiciel de dynamique rapide américain.

**Marc** : logiciel de grandes déformations américain développé par MSC Software.

**MSC.Nastran** : logiciel Pluridisciplinaire américain développé par MSC Software.

**NX.Nastran** : logiciel développé par Siemens

**PAM-CRASH** : logiciel de dynamique rapide (crash) développé par la société française ESI

**PAM-STAMP** : logiciel de simulation d'emboutissage et de mise en forme de tôle, développé par la société française ESI

**PERMAS** : logiciel développé par la société allemande INTES GmbH, basée à Stuttgart.

**Radioss** : logiciel développé par la société américaine Altair

**ROBOT MILLENIUM** : logiciel français développé par ROBOBAT pour le calcul de structures de type génie civil et bâtiment.

**SAMCEF** : logiciel belge

**Structurix** : Programme gratuit de calcul de résistance des matériaux. Il permet de résoudre des problèmes 2D et 3D avec des éléments : barres et poutres. Des problèmes 2D avec des éléments triangulaires. Des problèmes de flexion des plaques à l'aide d'éléments rectangulaires.

**ZeBuLoN** : logiciel développé par MINES ParisTech, l'ONERA et NorthWestNumerics, spécialisé dans les comportements non linéaires des matériaux

**YSWELD** : logiciel de Thermo-mécano-métallurgie français basé sur SYSTUS développé par la société ESI.

### III.3 Présentation du logiciel utilisé dans les modélisations

#### III.3.1 Castem

Le développement des codes de calcul a évolué de pair avec le matériel informatique. Au départ, les programmes de calcul étaient écrits pour résoudre des problèmes donnés et fonctionnaient généralement en boîte noire [16,17].

Trois programmes constituant le noyau du système Castem ont été développés au CEA/DMT : il s'agissait d'un programme de maillage, d'un programme de calcul et d'un programme de visualisation des résultats.

La multiplicité des problèmes a ensuite conduit à développer des programmes de calcul distincts capables de communiquer entre eux le cas échéant.

Les progrès du matériel informatique a alors permis de développer de nombreuses fonctions qui réduisaient les temps de préparation des jeux de données. Ainsi, il fallait remettre à niveau tous les codes en répercutant dans chacun les améliorations et corrections effectuées dans l'un d'entre eux. De plus, les jeux de données devenaient de plus en plus compliqués et le post-traitement devait être capable de relire des fichiers différents selon les codes de calcul utilisés. À ces problèmes se sont ajoutés de nouveaux besoins tels que des structures plus complexes mettant en jeu des phénomènes variés et couplés (couplage mécanique-thermique) ou bien intégration des fonctions de maillage dans le processus de calcul (optimisation de forme).

Toutes ces considérations ont conduit à repenser à la base le problème du calcul numérique de manière à développer un code de calcul de nouvelle génération : Castem.

Contrairement aux anciens codes de calcul, écrits pour résoudre des problèmes donnés et auxquels l'utilisateur doit se plier, Castem peut s'adapter aux besoins de l'utilisateur pour résoudre ses problèmes. De plus, Castem donne à l'utilisateur la connaissance du problème effectivement posé et des méthodes employées.

Castem est un logiciel de calcul par la méthode des éléments finis pour la mécanique des structures et des fluides. Castem est développé au Département de Modélisation des Systèmes et Structures (DM2S) de la Direction de l'énergie Nucléaire du Commissariat à l'Énergie Atomique et aux énergies alternatives (CEA).

Le développement de Castem entre dans le cadre d'une activité de recherche dans le domaine de la mécanique dont le but est de définir un instrument de haut niveau, pouvant servir de support pour la conception, le dimensionnement et l'analyse de structures et de composants.

Dans cette optique, Castem intègre non seulement les processus de résolution (solveur) mais également les fonctions de construction du modèle (pré- processeur) et d'exploitation des résultats (post-traitement). Castem est un logiciel « boîte à outils » qui permet à l'utilisateur de développer des fonctions répondant à ses propres besoins.

Castem est notamment utilisé dans le secteur de l'énergie nucléaire, comme outil de simulation ou comme plateforme de développement d'applications spécialisées. En particulier, Castem est utilisé par l'Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN) dans le cadre des analyses de sûreté des installations nucléaires françaises.

Castem est un logiciel de calcul de structures par la méthode des éléments finis et plus généralement de résolution d'équations aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis. Il a été développé au Département de Mécanique et Technologie (DMT) du Commissariat à l'Energie Atomique (CEA). La principale particularité de Castem, est d'être extrêmement adaptable aux multiples applications propres à chaque utilisateur.

### **III.3.2 Structure de Castem**

Quand on démarre un micro-ordinateur, celui-ci lance son programme d'exploitation (par exemple UNIX) et se met en attente des commandes utilisateurs. Le programme d'exploitation à une structure de « Data Flow Control » c'est à dire que ce sont les données utilisateur qui orientent le déroulement des actions, celles-ci n'ayant a priori aucun ordre pré- établi.

Cette structure a été choisie pour Castem et cela nécessite un superviseur de commandes qui soit capable de [17,18] :

- lire une commande utilisateur
- reconnaître l'action à faire
- donner la main à l'opérateur et instaurer un dialogue avec lui pour lui fournir les arguments qu'il réclame et récupérer les résultats qu'il fournit
- attendre une nouvelle commande

La syntaxe générale d'UNIX est :

OPERATEUR OPERANDE1 OPERANDE2 ...

Celle de Castem est :

RESULTAT = OPERATEUR OPERANDES ;

Par exemple pour copier un fichier sur un autre il faut sous UNIX écrire :

CP FICH1 FICH2

Alors que dans la syntaxe de Castem nous devons écrire :

FICH2 = COPIER FICH1

L'action complète dans Castem est décomposée en trois parties :

- Lecture de la commande par le superviseur qui donne le contrôle à l'opérateur COPIER.
- COPIER demande au superviseur les opérandes (ici FICH1) puis il exécute le travail et rend au superviseur son résultat.
- Le superviseur traite la commande « FICH2= résultat ». Il affecte le nom FICH2 à ce résultat et le place dans la base des objets déjà créés et nommés.[20.21]

### III.3.3 Langage de Castem

Gibiane est le langage qui permet de communiquer avec le programme. La syntaxe est basée sur l'utilisation de directives, d'opérateurs et de procédures qui s'appliquent à des opérandes [17,20].

Dans le premier cas la syntaxe est : DIRECTIVE OPERANDES. Par exemple dans TRACE MAILLAGE ; TRACE est la directive de traçage et MAILLAGE est l'opérande que l'on veut visualiser.

Dans le second cas, la syntaxe est : RESULTATS = OPERATEUR OPERANDES. Par exemple dans LIGNE = DROITE P1 P2 ; LIGNE sera l'objet construit en reliant P1 à P2 par une droite. DROITE est l'opérateur qui s'applique sur les opérandes P1 et P2 et le résultat s'appelle LIGNE.

La procédure peut utiliser, suivant sa définition, l'une ou l'autre des syntaxes.

Il convient de compléter ce paragraphe en précisant quelques règles syntaxiques de GIBIANE :

- Le point - virgule termine une instruction.
- Une instruction doit être écrite sur moins de 9 lignes.
- Une ligne peut contenir plusieurs instructions
- Les lignes de commentaire sont précisées par un astérisque dans la première colonne.
- les opérateurs et les directives sont définis par leurs 4 premiers caractères mais on peut en donner plus s'il n'y a pas de confusions possibles (ex : TRAC, TRACE,

TRACER).

- Une procédure se distingue au niveau utilisateur par la nécessité de l'orthographier correctement avec toutes ses lettres (<8).
- L'instruction est interprétée de gauche à droite, et les opérateurs sont exécutés dès qu'ils sont lus. Ainsi  $1+2*3=9$ . Pour retrouver l'ordre de priorité mathématique il convient d'ajouter des parenthèses :  $1+(2*3)=7$
- Seuls les 72 premiers caractères d'une ligne sont pris en compte.
- La longueur du nom attribué à un objet ne doit pas dépasser 8 caractères. Il est conseillé d'éviter d'attribuer à un objet le nom d'un opérateur existant, car ce dernier serait alors écrasé. Pour cela on peut conseiller de ne pas donner des noms de 4 caractères et de mettre un nombre en fin de nom (il n'y a qu'un opérateur ayant un nombre en fin de nom c'est CER3) ou de protéger les opérateurs et directives en utilisant les côtes (ex : 'DROI').

### III.3.4 Système d'unités

CASTEM ne dispose d'aucun système particulier d'unités de mesure. C'est à l'utilisateur de fournir les données dans un système cohérent vérifiant la loi fondamentale de la dynamique une fois que les unités de mesure utilisées dans les données sont définies, tous les résultats seront exprimés dans ces mêmes unités. Il existe une exception à cette règle concernant la mesure des angles qui doivent toujours être exprimés en degrés. En revanche, les températures et le coefficient de dilatation thermique doivent être exprimés dans des unités cohérentes. Le tableau suivant regroupe quelques exemples de systèmes d'unités de mesure cohérents [20].

<i>Longueur</i>	<i>Masse</i>	<i>Force</i>	<i>Temps</i>	<i>Masse volumique</i>	<i>Pression</i>
<i>M</i>	<i>kg</i>	<i>N</i>	<i>sec</i>	<i>kg/m<sup>3</sup></i>	<i>Pa(= N/m<sup>2</sup>)</i>
<i>Mm</i>	<i>10<sup>3</sup> kg</i>	<i>N</i>	<i>sec</i>	<i>10<sup>-12</sup>kg/m<sup>3</sup></i>	<i>MPa(= N/mm<sup>2</sup>)</i>
<i>In</i>	<i>lb.sec<sup>2</sup>/in</i>	<i>lb</i>	<i>sec</i>	<i>lb.sec<sup>2</sup>/in<sup>4</sup></i>	<i>Psi=(lb/in<sup>2</sup>)</i>

Tableau (3.1) systèmes d'unités dans CASTEM.

### III.4 Matériaux et caractérisations

#### III.4.1 La matrice

La matrice thermodurcissable utilisée dans cette étude est l'époxyde couramment utilisé dans l'industrie des matériaux composites, les caractéristiques mécaniques sont représentées dans le tableau (3.2) [6]

<i>Propriétés</i>	
<i>Masse volumique (Kg/m<sup>3</sup>)</i>	<i>1200</i>
<i>Module d'élasticité (MPa)</i>	<i>4500</i>
<i>Module de cisaillement (MPa)</i>	<i>1600</i>
<i>Coefficient de poisson</i>	<i>0.4</i>
<i>Coefficient de dilatation thermique (°C<sup>-1</sup>)*10<sup>5</sup></i>	<i>11</i>
<i>Contraintes de rupture Traction (MPa)</i>	<i>130</i>
<i>Allongement à rupture(%)</i>	<i>2</i>

Tableau (3.2) Propriétés mécaniques de la matrice.

#### III.4.2 Les Torons (chaîne et trame)

Les fils de verre utilisés sont des multi-filaments de verre E. Les filaments de verre E (54% de silice et 14% d'alumine, en masse), sont les plus communs car ils sont les moins coûteux, tout en gardant d'assez bonnes propriétés mécaniques (cf. Chapitre 1). Le diamètre des filaments est généralement compris entre 10 et 20 µm. Le taux volumique en renfort est de 50 %. Les caractéristiques mécaniques sont regroupées dans le tableau (3.3) et (3.4).

<b>Propriétés (fibres de verre)</b>	
Diamètre du filament ( $\mu\text{m}$ )	16
Masse volumique ( $\text{Kg/m}^3$ )	2600
Module d'élasticité longitudinal (MPa)	74000
Module d'élasticité dans le sens transverse (MPa)	74000
Module de cisaillement (MPa)	30000
Coefficient de poisson	0.25
Coefficient de dilatation thermique ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )* $10^5$	0.5
Contraintes de rupture Traction (MPa)	2500
Allongement à rupture (%)	3.5

Tableau (3.3) Propriétés mécaniques de fibres de verre.

<b>Propriétés (toron de verre <math>V_{ft} = 0.7</math>)</b>	<b>Hokins et Chamis</b>	<b>Chamis</b>
Module d'élasticité $E_{11}$ (MPa)	52200	52200
Module d'élasticité $E_{22}$ (MPa)	15300	17590
Module d'élasticité $E_{33}$ (MPa)	15300	17590
Module de cisaillement $G_{12}$ (MPa)	5710	6500
Module de cisaillement $G_{13}$ (MPa)	5710	6500
Module de cisaillement $G_{23}$ (MPa)	5710	6500
<b>Coefficient de poisson <math>\nu_{12}</math></b>	0.27	0.27
<b>Coefficient de poisson <math>\nu_{13}</math></b>	0.27	0.27
<b>Coefficient de poisson <math>\nu_{23}</math></b>	0.34	0.34

Tableau (3.4) Propriétés mécaniques du toron de verre ( $V_{ft}=0.7$ ).

### III.5 Géométrie des modèles

#### III.5.1 Modèle 1

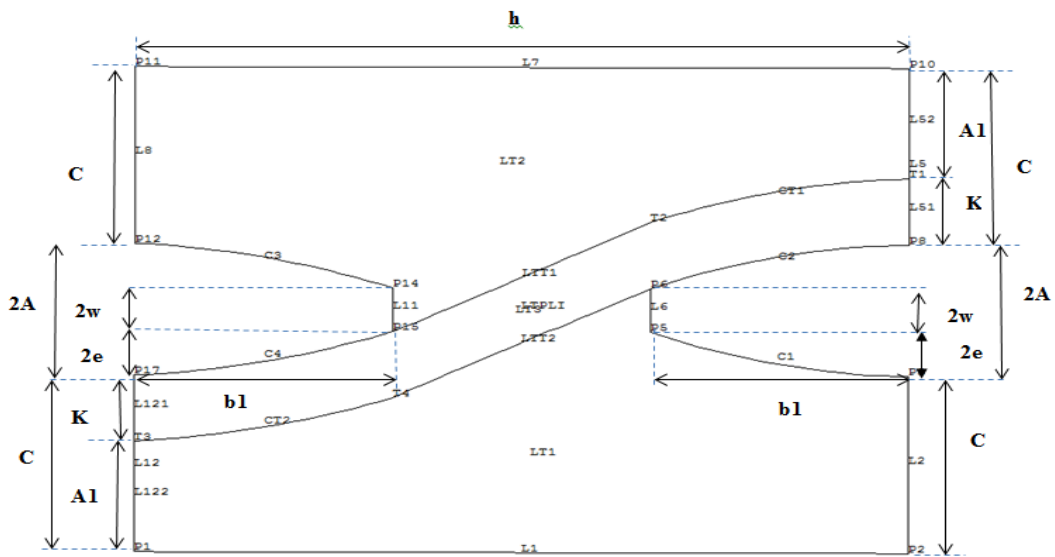
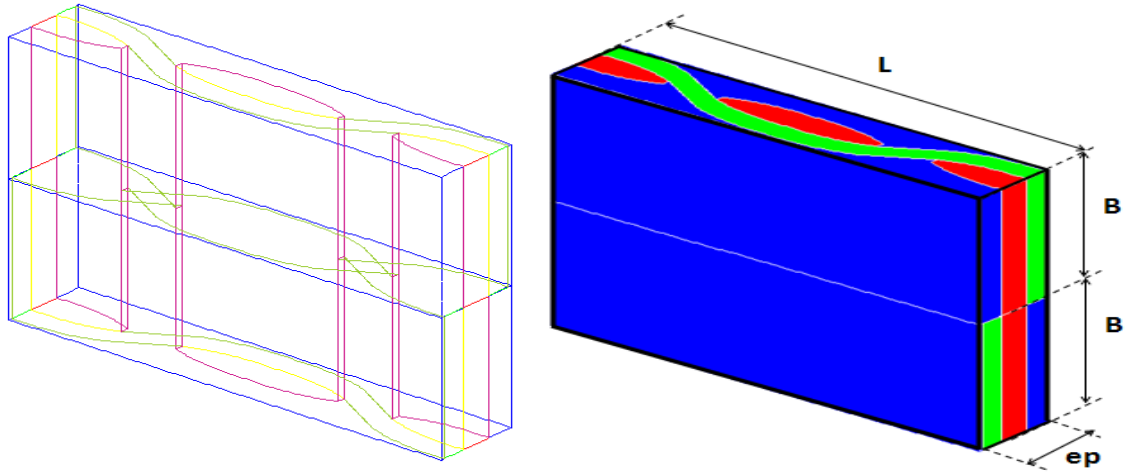
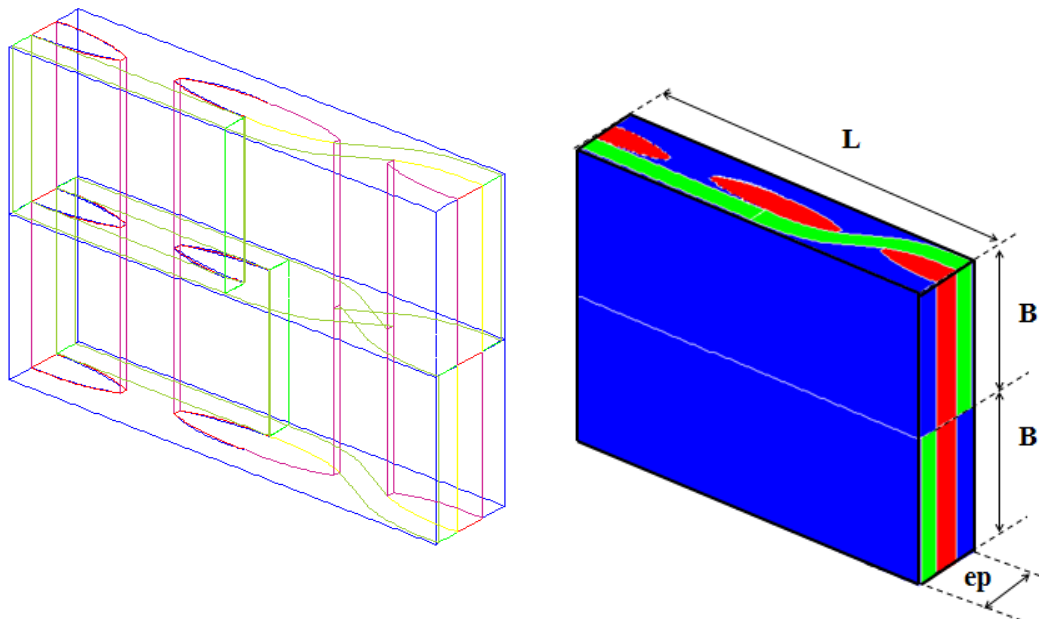


Figure (3.2) Les dimensions du modèle 1

<i>Les dimensions</i>	<i>Les valeurs (mm)</i>
L	2.94
B	1.1
ep	0.57
H	1.47
C	0.185
A	0.1
B1	0.55
e	0.0375
W	0.025
K	0.16
A1	0.025

Tableau (3.5) Les dimensions dans la section du modèle1.

### III.5.1 Modèle 2



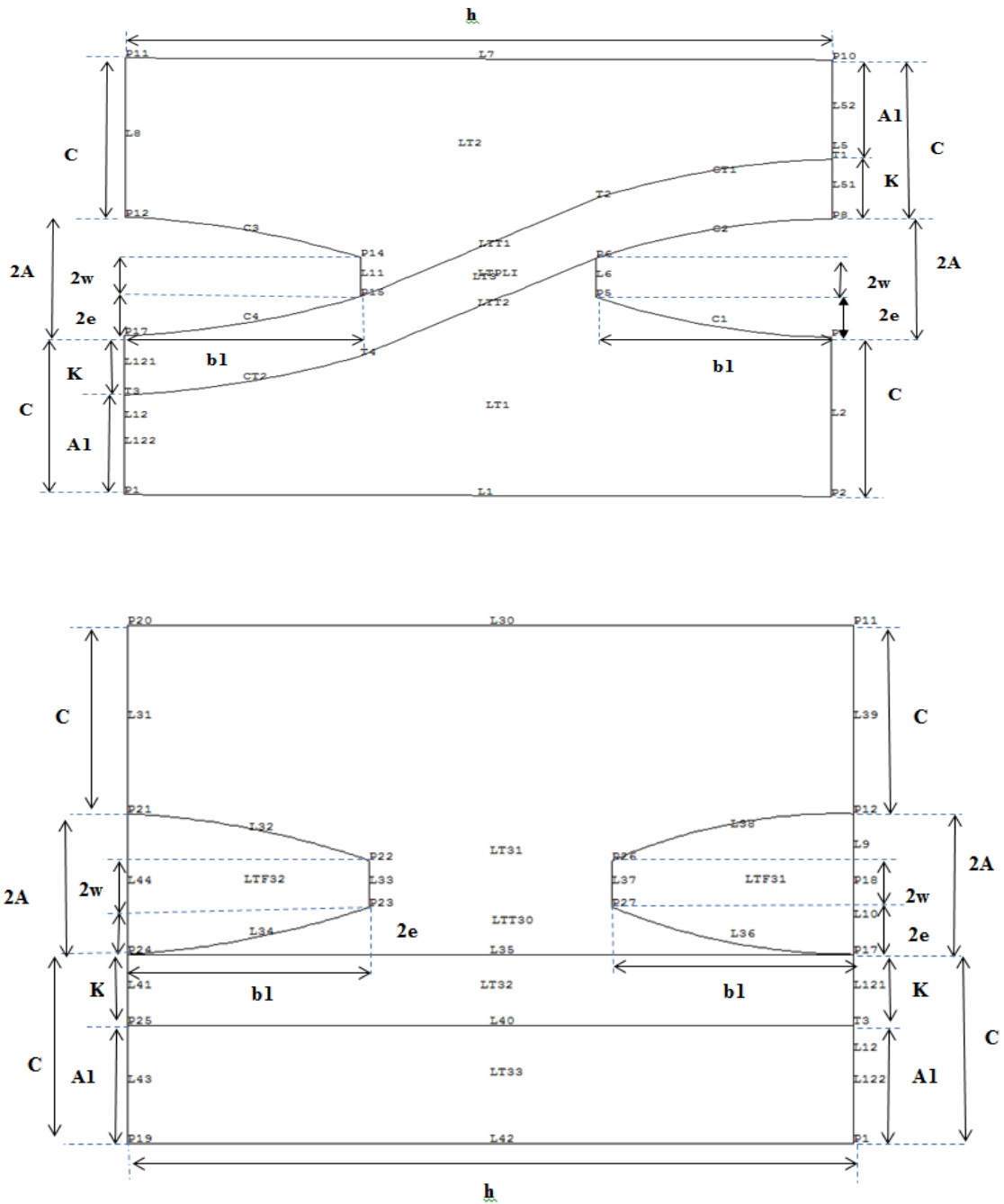
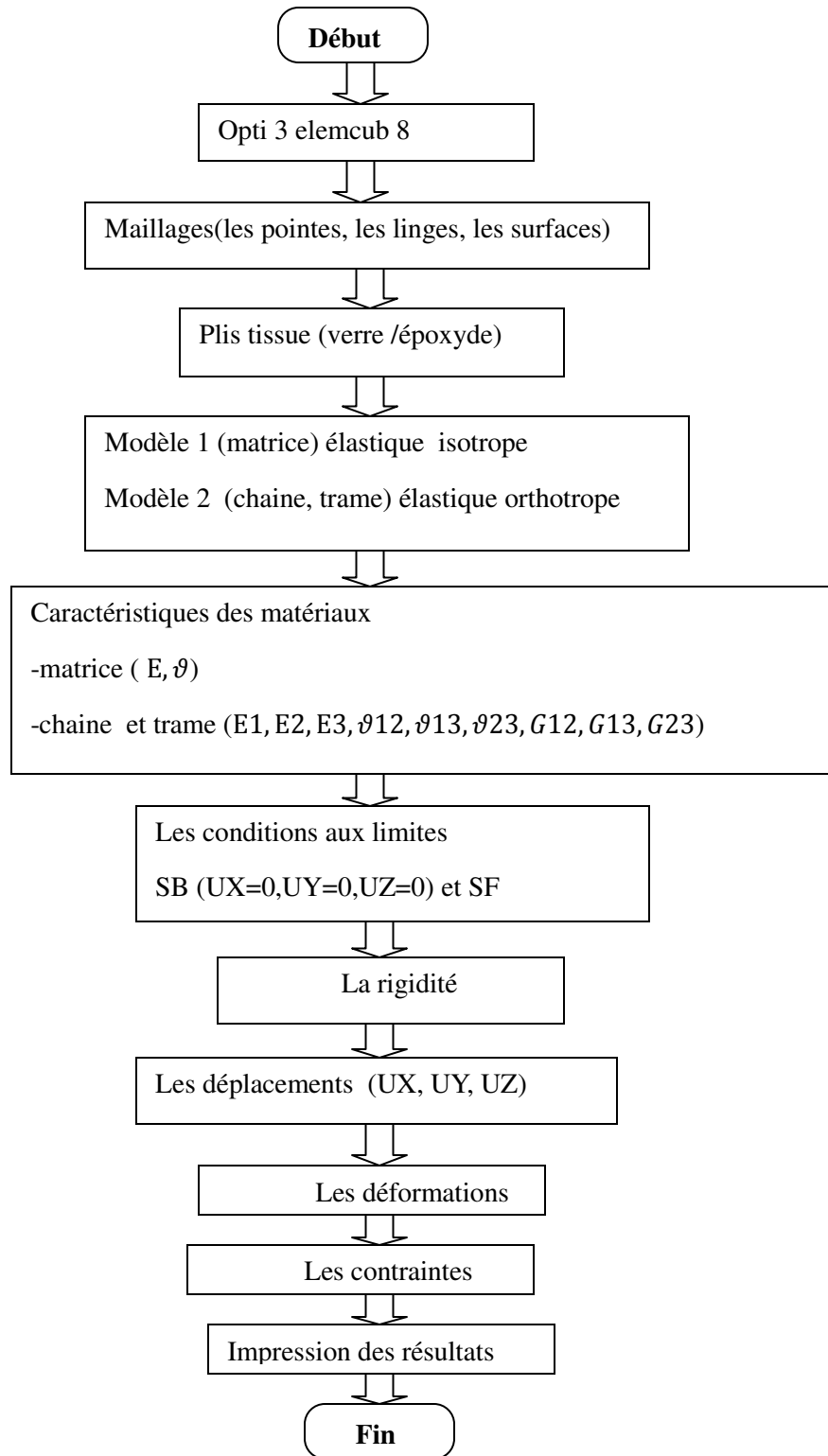
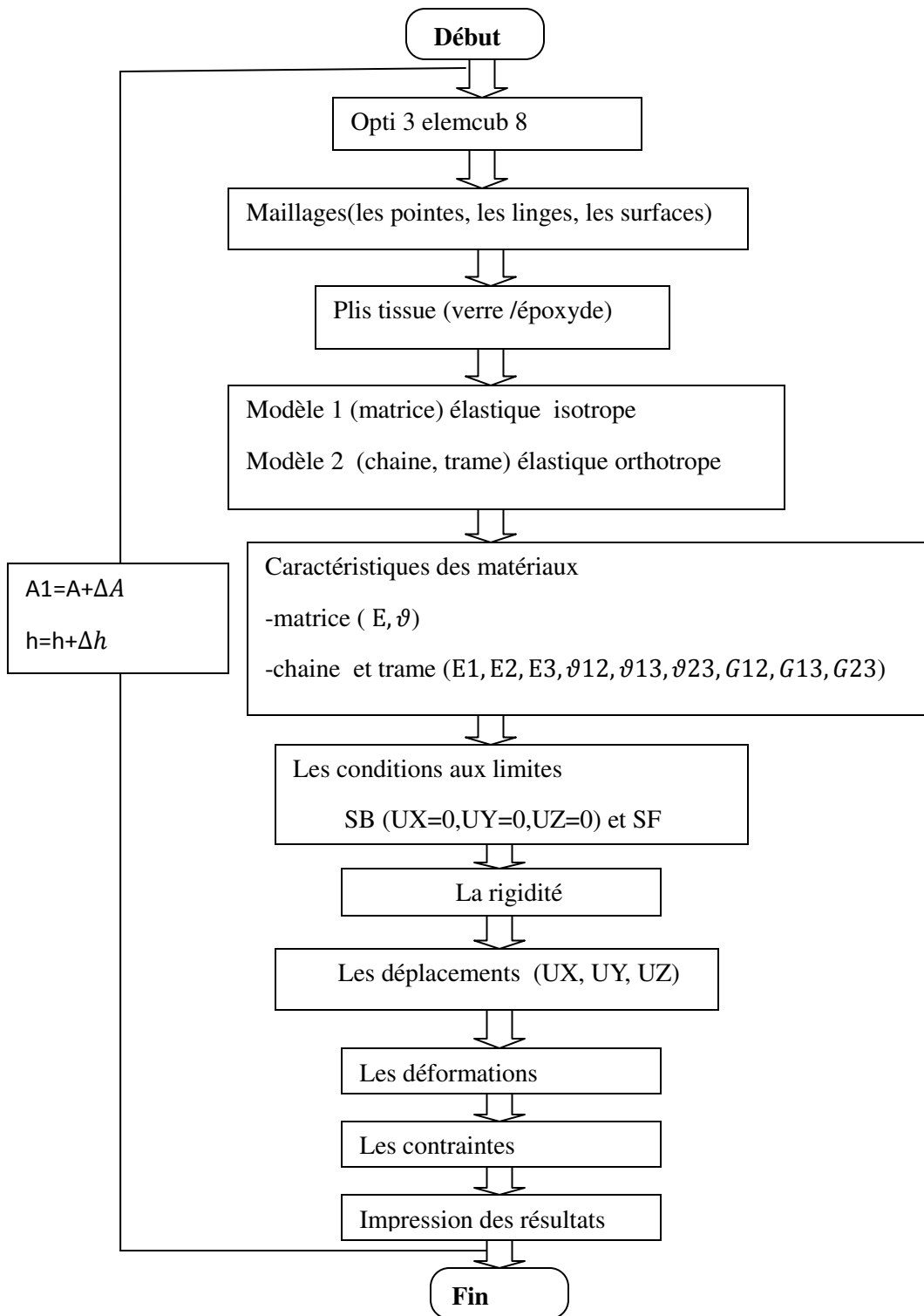


Figure (3.3) Les dimensions du modèle 2

### III.6 Organigramme du programme(exemple modèle1)





### III.7 Maillages

L'objet du maillage est de discrétiser géométriquement le domaine d'analyse de manière à pouvoir ultérieurement associer une formulation éléments finis au support géométrique. Concrètement cette discrétisation s'effectue par la création d'objets de type maillage (points, lignes, surfaces, volumes) à l'aide des opérateurs géométriques. Dans cette étude on a utilisé l'élément finis cub8 pour construire les maillages, tableau (3.6), figures (3.4 à 3.13).

<i>Les modèles</i>	<i>Nombre d'éléments</i>	<i>Nombre de nœuds</i>
<i>Composite Verre /époxy (tissu taffetas )</i>	28816	42701
<i>Composite Verre /époxy (tissu sergé)</i>	33732	42268

Tableau (3.6) le nombre d'éléments et de nœuds pour les deux modèles.

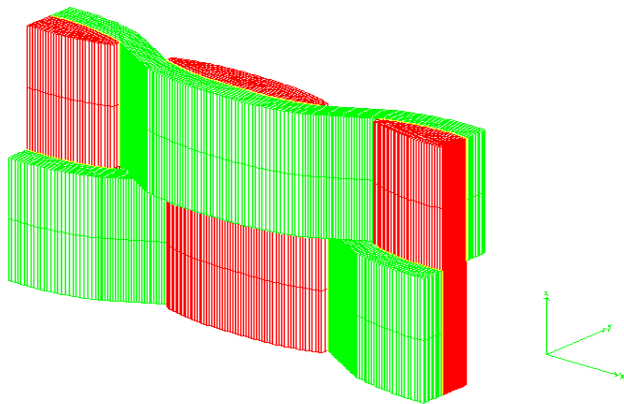


Figure (3.4) maillage (chaine et trame)

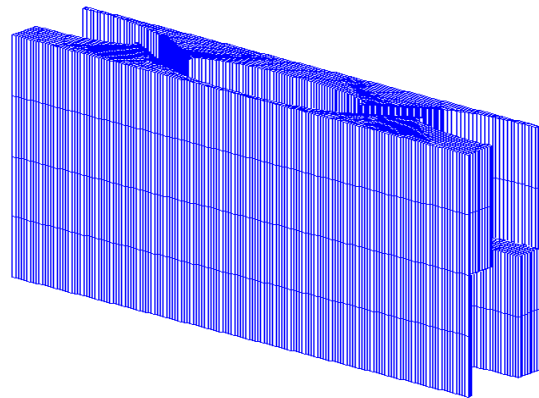


Figure (3.5) maillage (matrice)

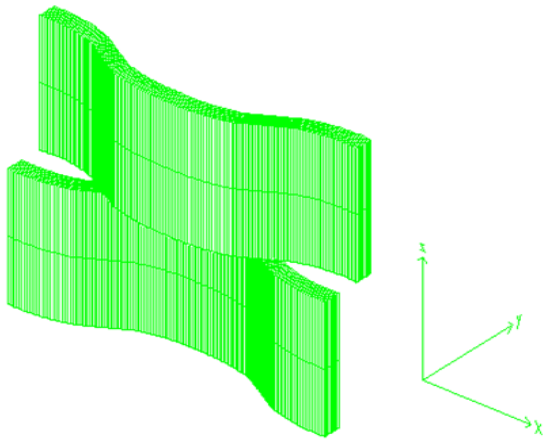


Figure (3.6) maillage (chaîne)

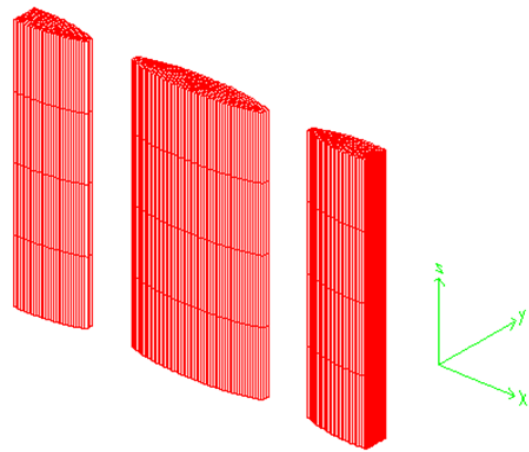


Figure (3.7) maillage (trame)

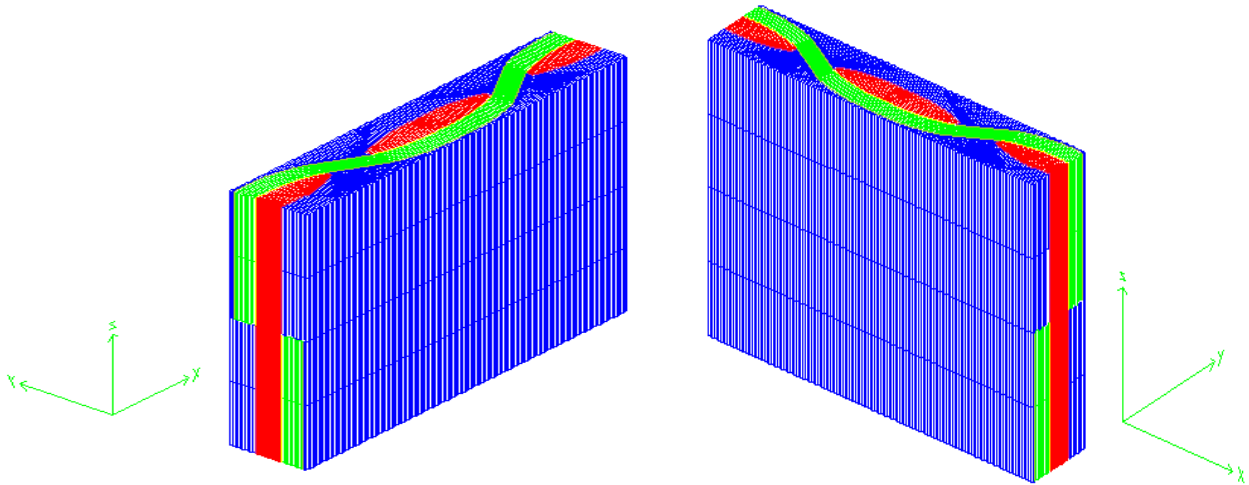


Figure (3.8) Maillage du modele1.

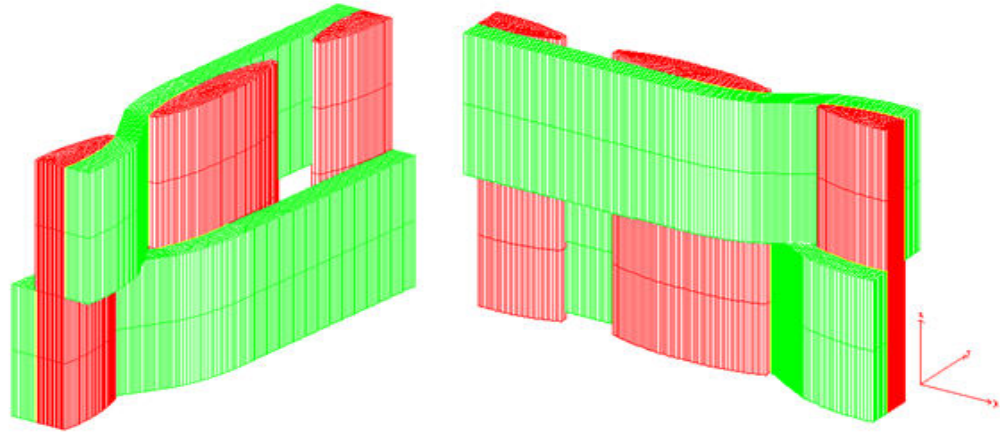


Figure (3.9) maillage (chaîne et trame)

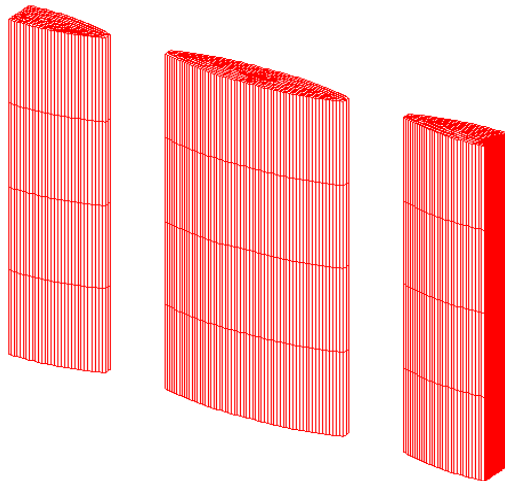


Figure (3.10) maillage de(trame)

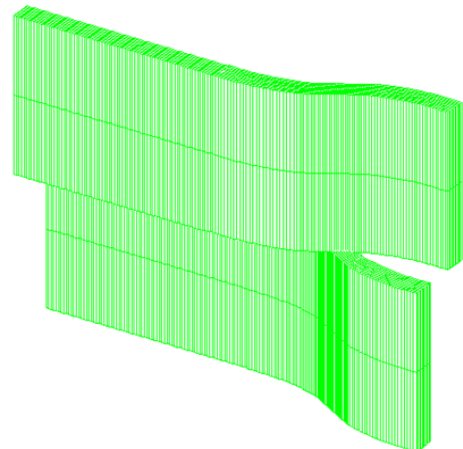


Figure (3.11) maillage de (chaîne)

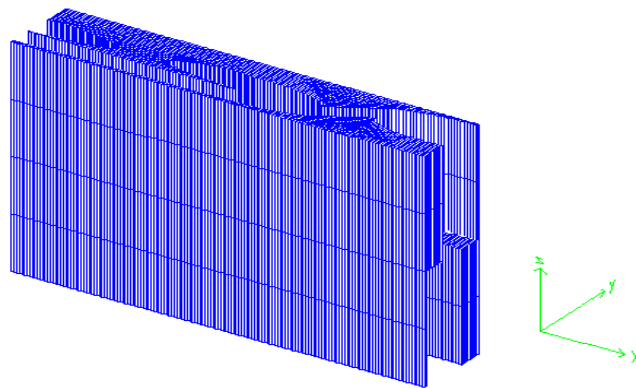


Figure (3.12) maillage de (matrice)

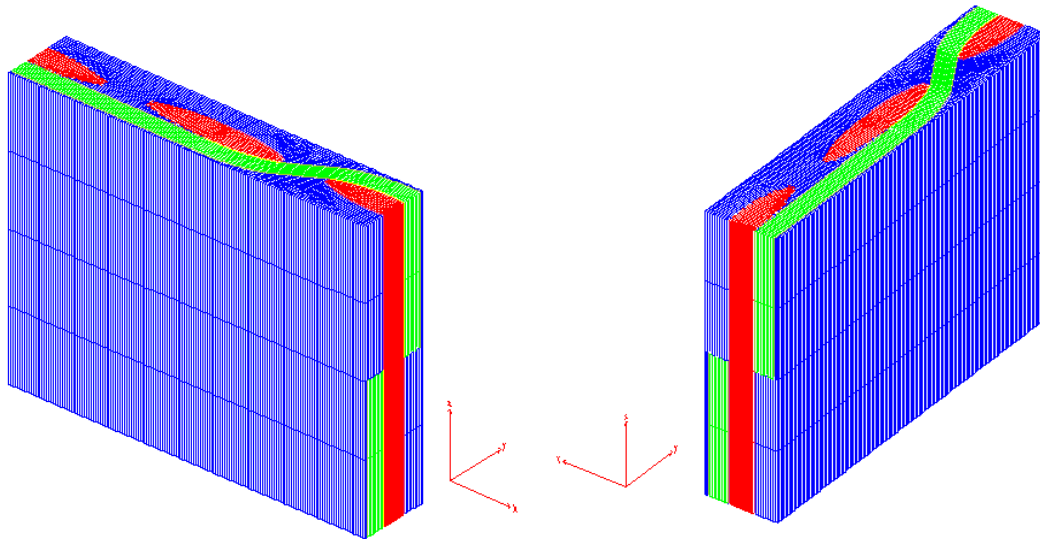


Figure (3.13) Maillage du modele2.

### III.8 Chargements mécaniques

Les structures composites sont sollicitées en traction et en cisaillement par des déplacements imposés ( $DIP = 0.01\text{mm}$ ) figures (3.14 à 3.17).

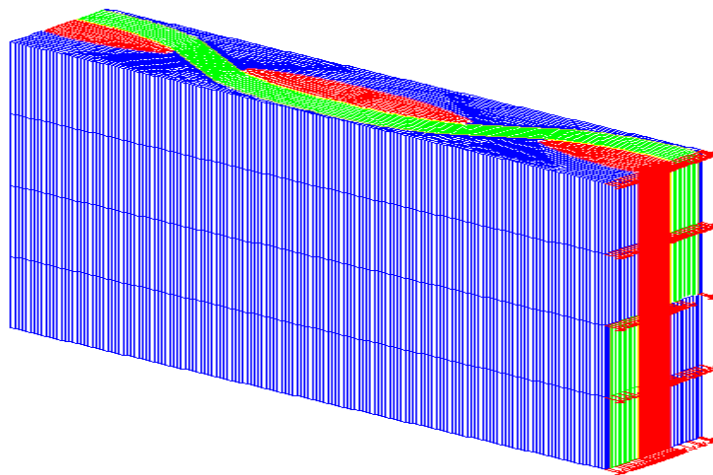


Figure (3.14) Chargements mécaniques (traction), modele1.

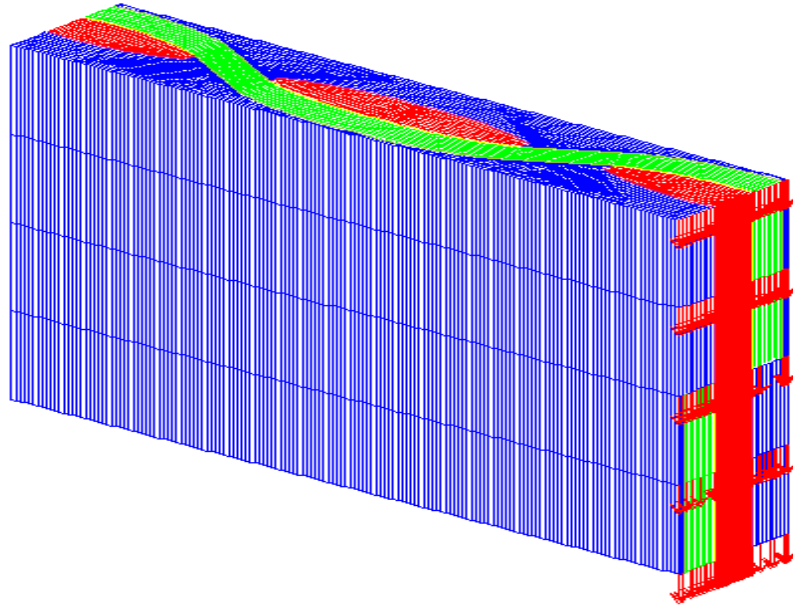


Figure (3.15) Chargements mécaniques (cisaillement), modele1.

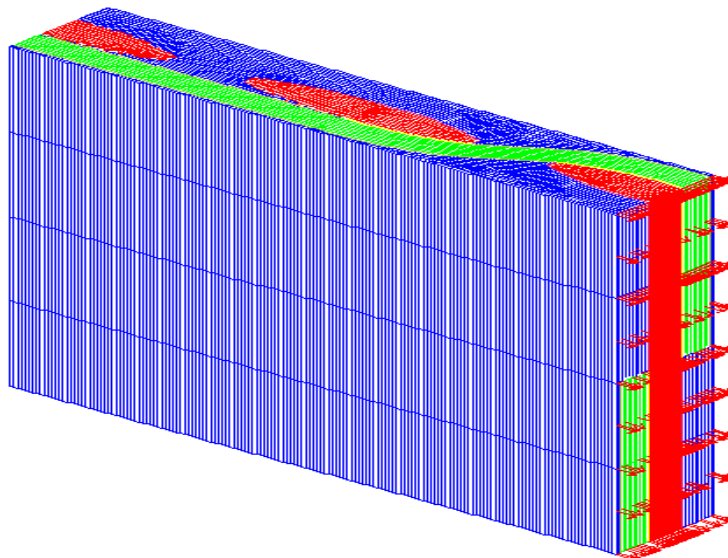


Figure (3.16) Chargements mécaniques (traction), modele2.

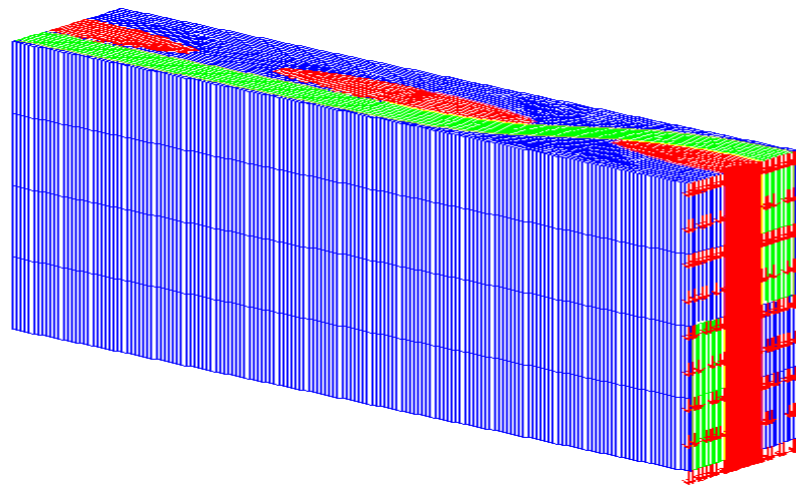


Figure (3.17) Chargements mécaniques (cisaillement), modele2.

### III.9 Les conditions aux limites

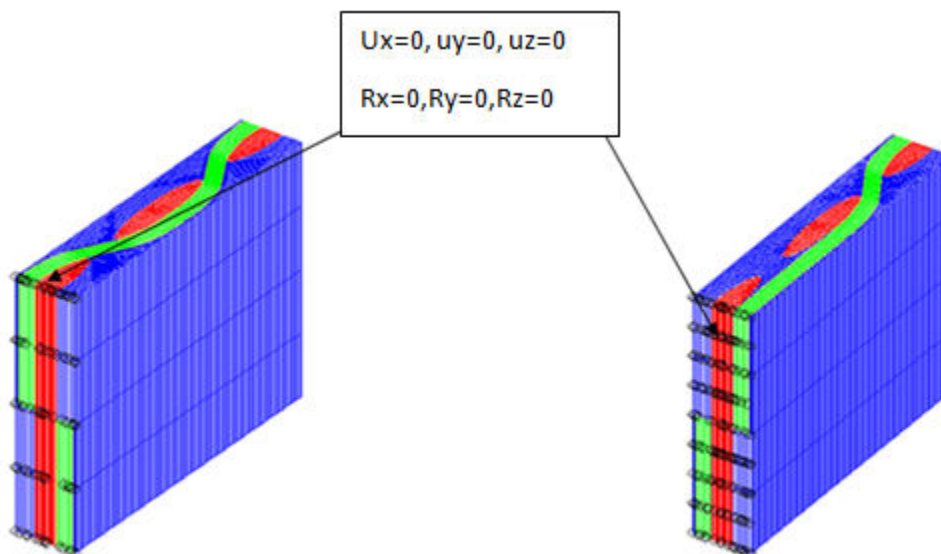


Figure (3.18) Les conditions au limite(encastrement modèle 1 et modèle 2).

### III.10 Les pointes capteurs

Pour étudier l'effet de la géométrie (modèle1 et modèle2) sur l'évolution des contraintes  $\sigma_{xx}$  et  $\tau_{xy}$  dans la matrice, trame, chaîne et dans le contact (matrice/tram, matrice/chaîne et chaîne/trame), on a placé dans le maillage des points « capteurs », figures (3.19 et 3.20).

Les points captures	Les coordonnées			N° nœud
	X	Y	Z	
<b>Pk1</b>	0.0000	0.0000	1.1000	10760
<b>Pk2</b>	0.0000	2.500E-02	1.1000	332
<b>Pk3</b>	0.0000	0.18500	1.1000	28874
<b>Pk4</b>	0.0000	0.29500	1.1000	28842
<b>Pk5</b>	0.0000	0.38500	1.1000	28832
<b>Pk6</b>	0.0000	0.57000	1.1000	28348
<b>Pk7</b>	0.55000	0.26000	1.1000	41766
<b>Pk8</b>	0.55000	0.31000	1.1000	31111

Tableau (3.7) positions des points capteurs, modèle 1.

Les points captures	Les coordonnées			N° nœud
	X	Y	Z	
<b>Pk1</b>	0.0000	0.0000	1.1000	26607
<b>Pk2</b>	0.0000	2.500E-02	1.1000	2437
<b>Pk3</b>	0.0000	0.18500	1.1000	38562
<b>Pk4</b>	0.0000	0.28500	1.1000	37202
<b>Pk5</b>	0.0000	0.38500	1.1000	37165
<b>Pk6</b>	0.0000	0.57000	1.1000	36973
<b>Pk7</b>	0.55000	0.26000	1.1000	37010
<b>Pk8</b>	0.55000	0.31000	1.1000	2626

Tableau (3.8) positions des points capteurs, modèle 2.

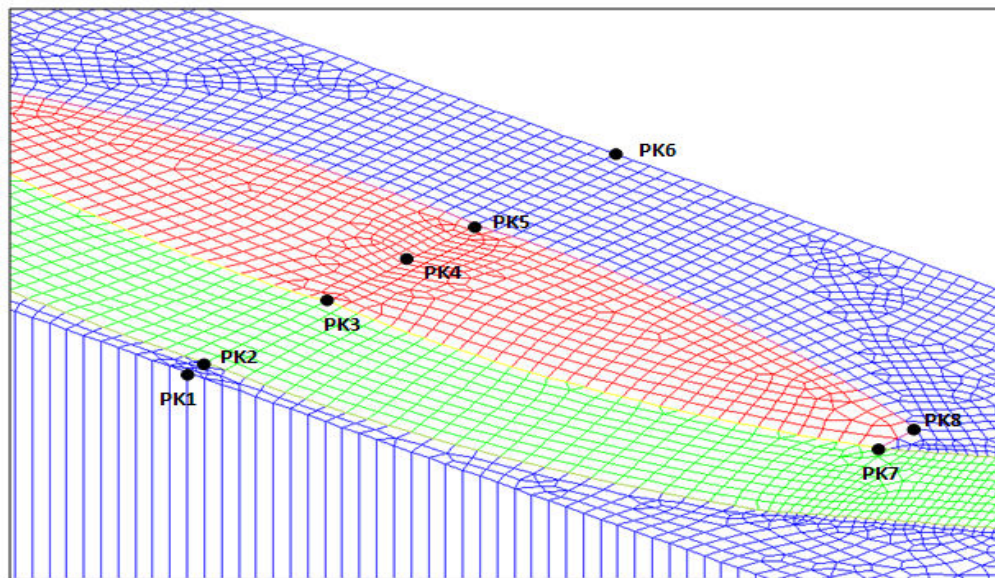


Figure (3.19) Les points capteurs (Pk1, Pk2, Pk3, Pk4, PK5, pk6, pk7, pk8) modèle 1.

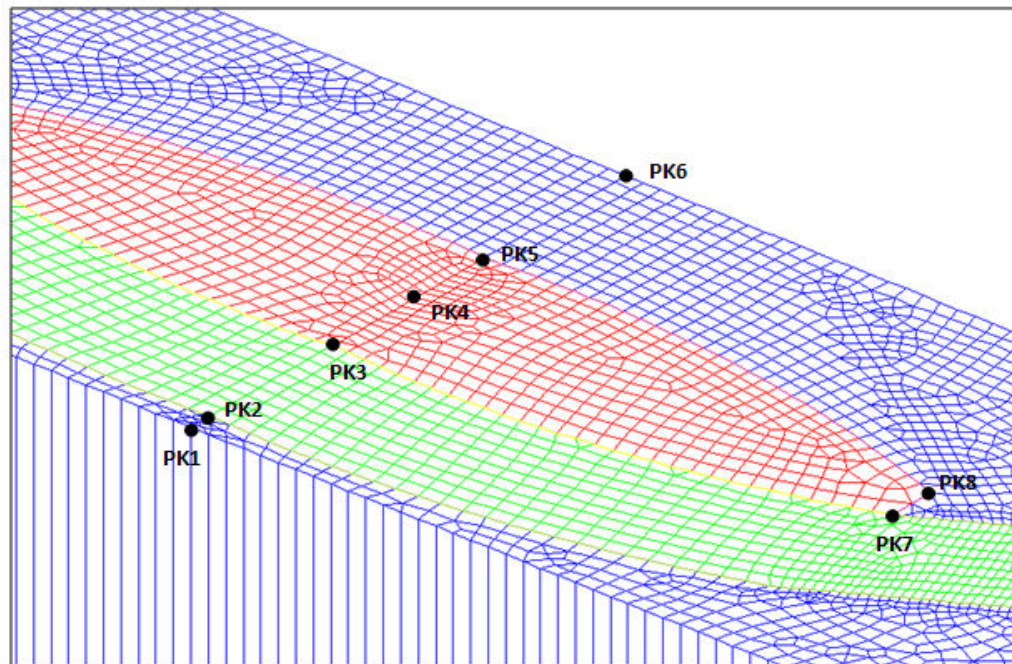


Figure (3.20) Les points capteurs (Pk1, Pk2, Pk3, Pk4, Pk5, pk6, pk7 et pk8) modèle 2.

### III.11 Résultats des modélisations

#### - Les contraintes

Les figures (3.21 à 3.31) présentent les iso-valeurs des contraintes ( $\sigma_{xx}, \tau_{yz}$ ) dans les renforts et la matrice pour les deux modèles sollicités en traction et en cisaillement.

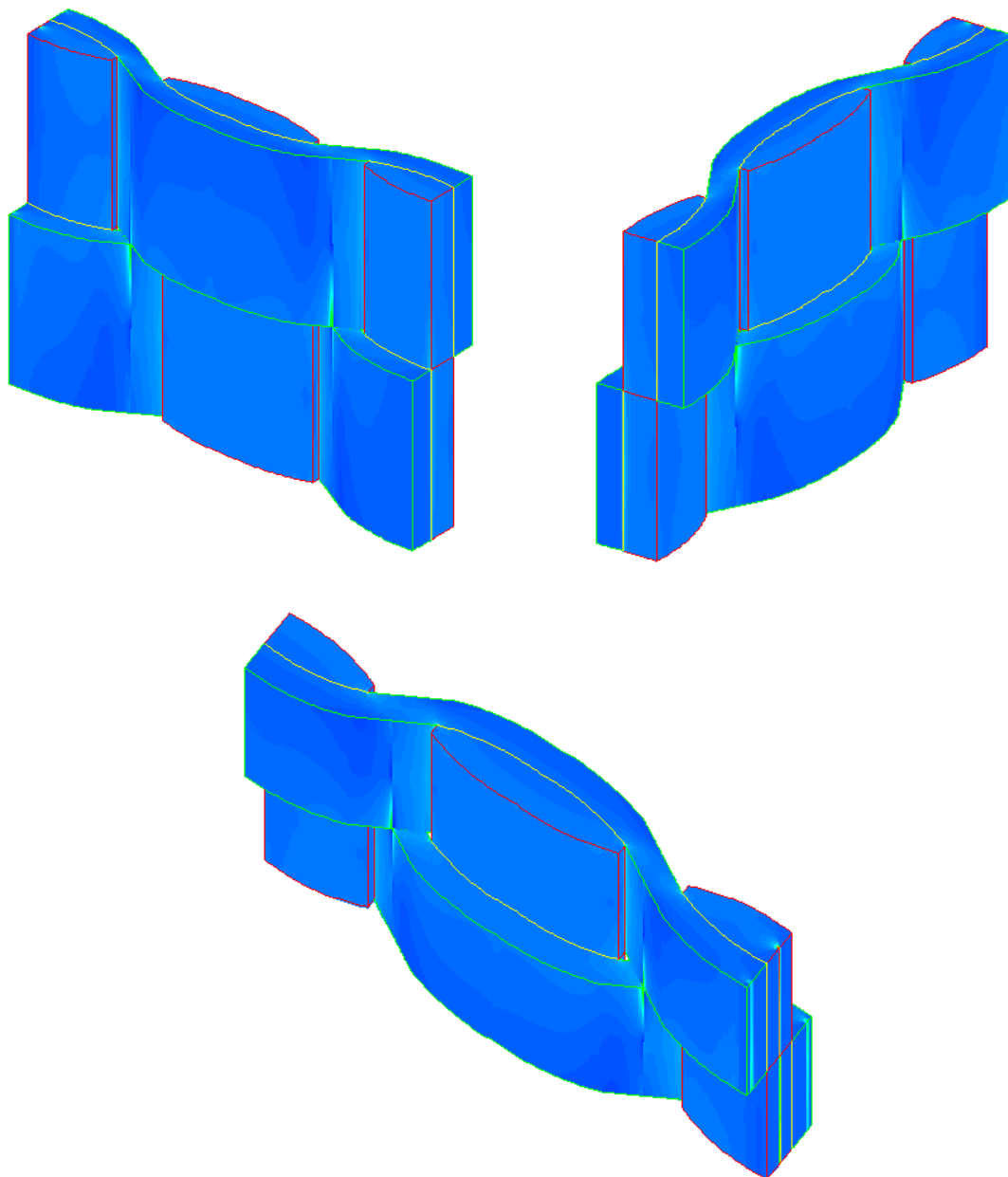


Figure (3. 21) Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) dans les renforts ( modèle 1, traction).

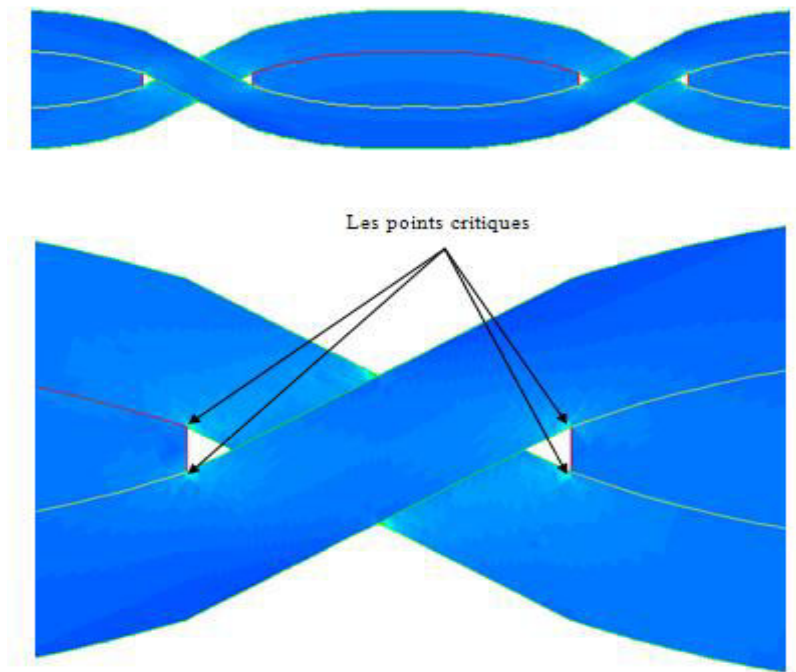


Figure (3. 22) Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) dans les renforts et les positions des points critiques (modèle 1, traction.)

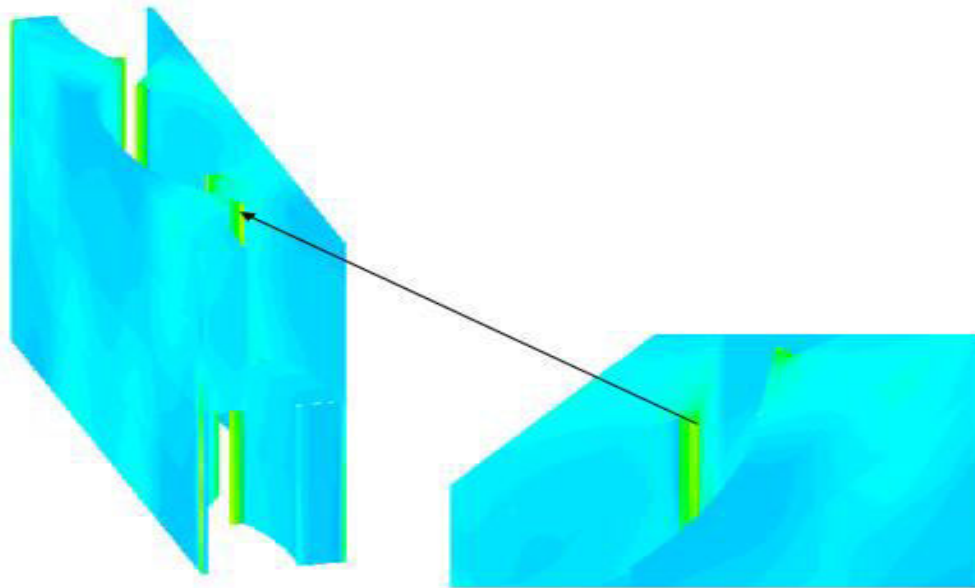


Figure (3. 23) Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) dans la matrice (modèle 1, traction).



Figure (3. 24) Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) dans la matrices et les positions des points critiques (modèle 1, traction.)

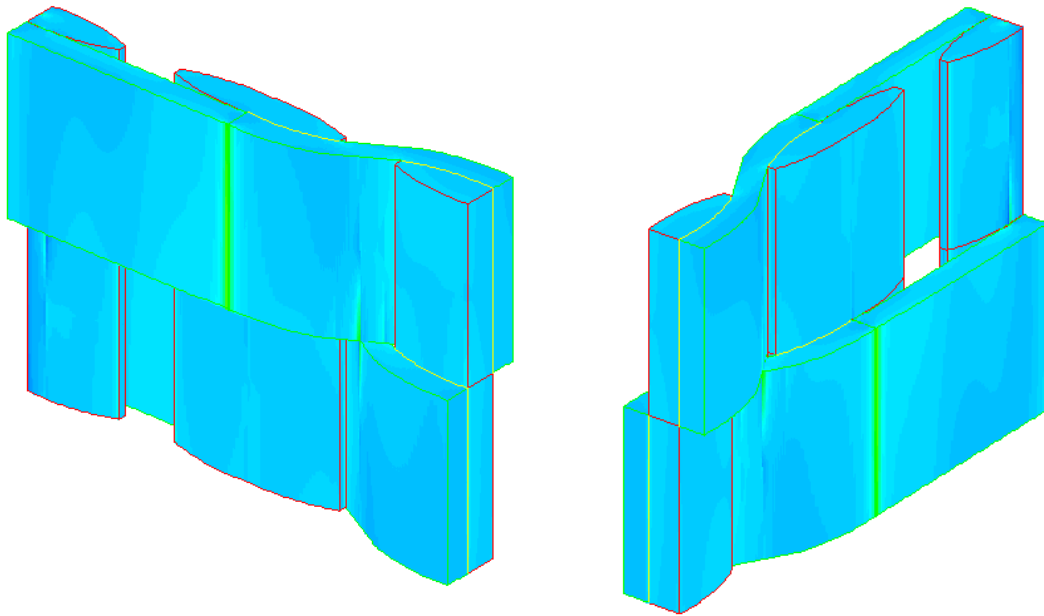
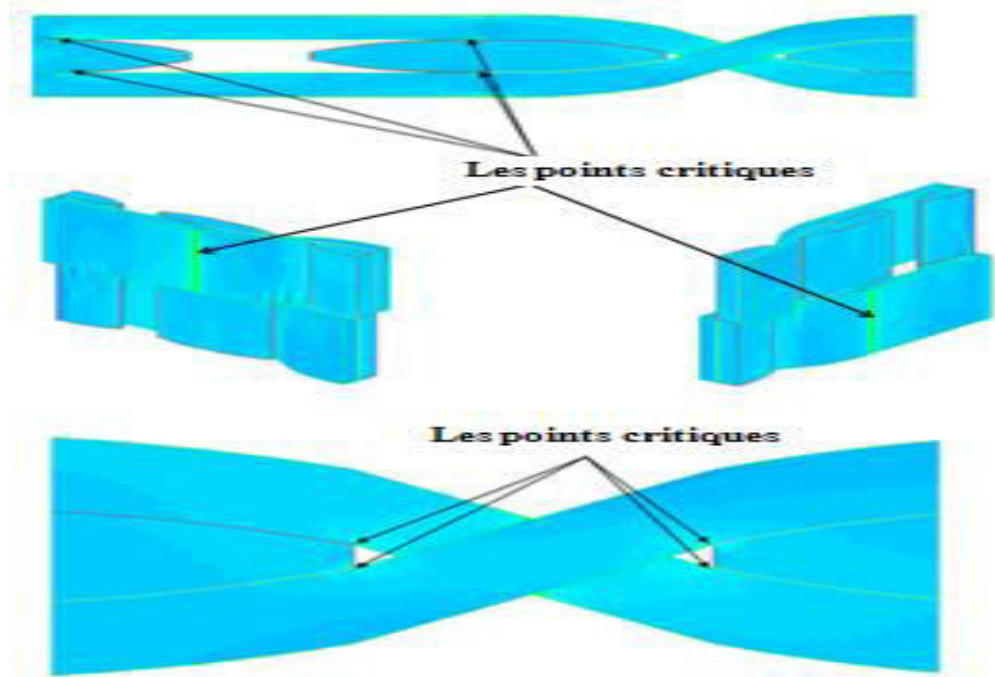


Figure (3. 25) Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) dans les renforts(modèle 2, traction).



Figure(3. 26)Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) dans les renforts et les positions des points critiques (modèle 2,traction.)

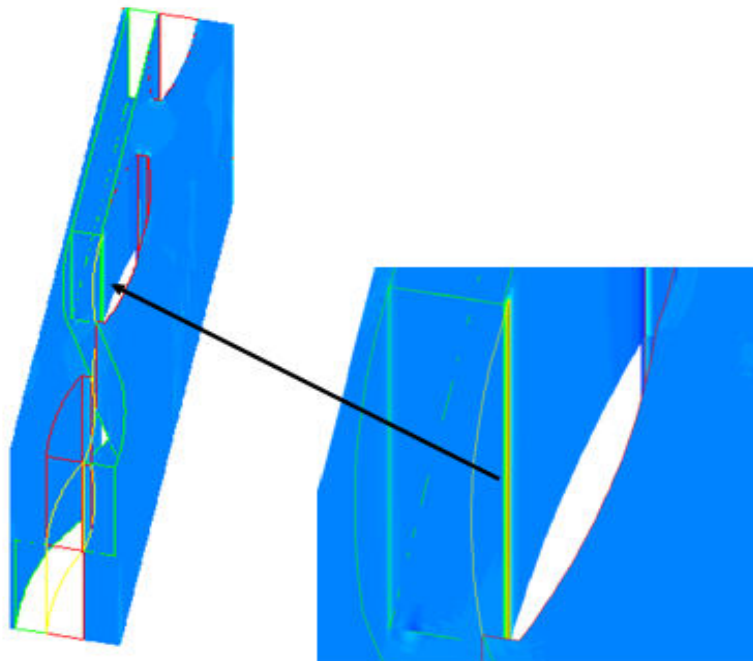


Figure (3. 27) Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) dans la matrice (modèle 2,traction).

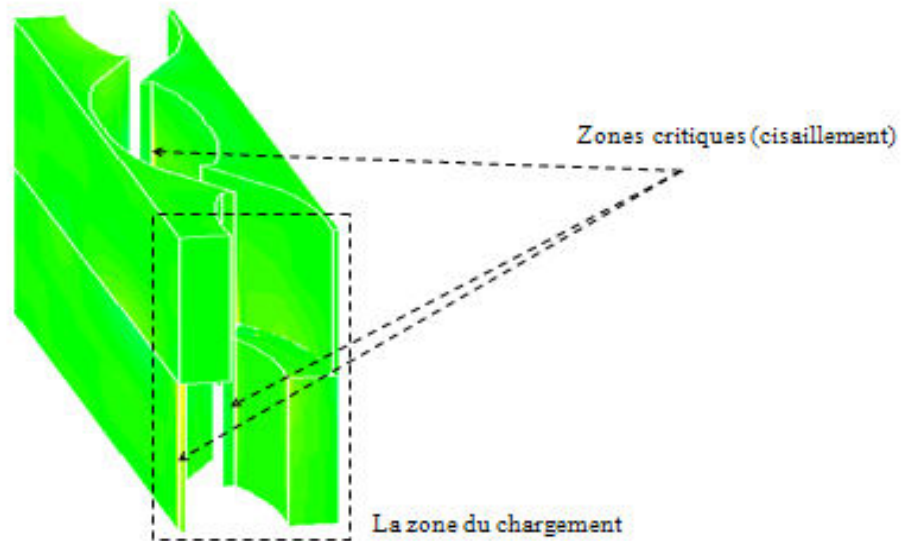


Figure (3. 28) Les contraintes (  $\tau_{yz}$  ) dans la matrice (modèle 1, cisaillement).



Figure (3. 29) Les contraintes (  $\tau_{yz}$  ) dans la matrice (modèle 1, cisaillement).

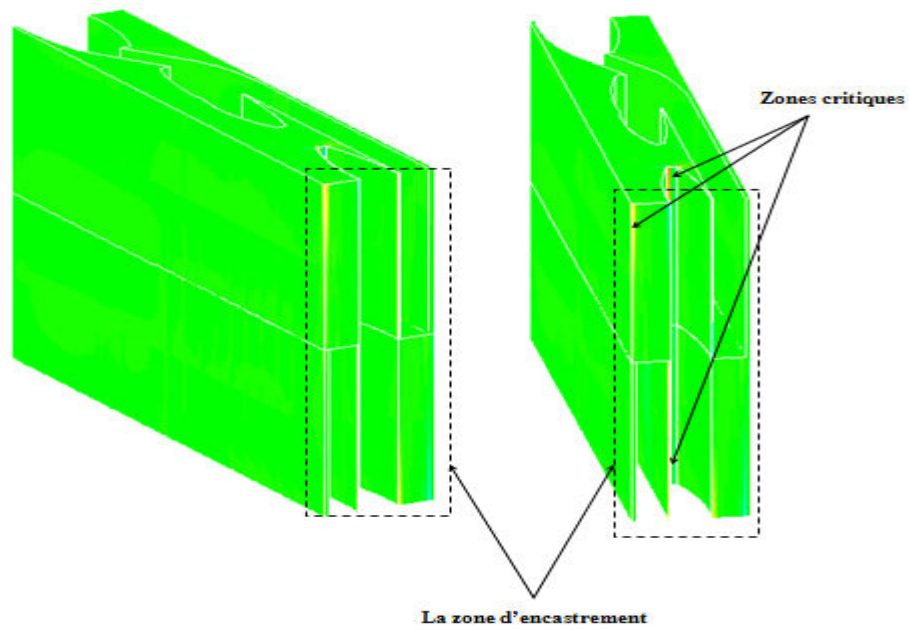


Figure (3. 30) Les contraintes ( $\tau_{yz}$ ) dans la matrice (modèle 2, cisaillement).

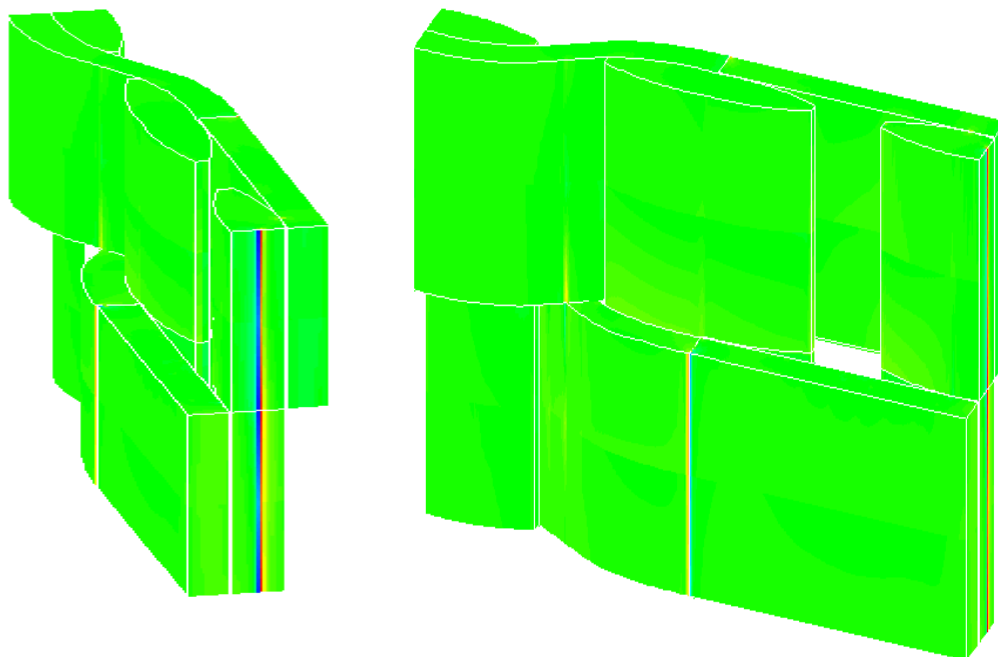


Figure (3. 31) Les contraintes ( $\tau_{yz}$ ) dans les renforts (modèle 2, cisaillement).

Les tableaux (3. à 3.) présentent les valeurs des contraintes ( $\sigma_{xx}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ) et les déplacements ( $U_{xx}$ ,  $U_{yy}$  et  $U_{zz}$ ) dans les points capteurs

### **Modèle 01- traction**

déplacement max x (mm)	1.01277E -02
déplacement max y (mm)	8.27843E -03
déplacement max z (mm)	2.93677E -03
déplacement min y (mm)	0.0000
déplacement min z (mm)	-8.90404E-03
déplacement min z (mm)	-2.99033 E-03

Tableau (3.9) déplacement max (modèle 1- traction)

Points capteurs	Cont $\sigma_{xx}$ MPa	DepUxx mm	DepUyy Mm	DepUzz Mm
PK1	-0.732	5.215E-03	8.265E-03	1.608E-03
PK2	1.091	5.224E-03	8.268E-03	1.420E-03
PK3	85.749	5.280E-03	8.251E-03	1.941E-04
PK4	141.49	5.318E-03	8.217E-03	-6.553E-04
PK5	113.61	5.350E-03	8.176E-03	-1.351E-03
PK6	25.379	5.407E-03	7.835E-03	-2.983E-03
PK7	605.80	6.510E-03	6.859 E-03	-4.136 E-04
PK8	104.26	6.571 E-03	6.775 E-03	-7.592 E-04

Tableau (3.10) déplacement et contraintes dans les point capteurs (modèle 1-traction)

### **Modèle 01- cisaillement**

déplacement max x (mm)	4.38259E -03
déplacement max y (mm)	5.11746E -03
déplacement max z (mm)	0.0000
déplacement min x (mm)	-4.34739 E-03
déplacement min y (mm)	-1.49183 E-04
déplacement min z(mm)	-1.00000 E-02

Tableau (3.11) déplacement max (modèle 1- cisaillement)

Points capteurs	Cont $\sigma_{yz}$ MPa	Cont $\sigma_{xz}$ MPa	Cont $\sigma_{xy}$ MPa	DepUzz mm	DepUyy mm	DepUxx mm
<b>PK1</b>	-4.639E-2	-2.256 E-2	-9.529 E-2	-3.614 E-3	4.204 E-3	-3.895 E-3
<b>PK2</b>	-0.670	-0.438	-0.153	3.846 E-3	4.199 E-3	-3.633 E-3
<b>PK3</b>	-2.431	-5.400	1.273	3.550 E-3	4.183 E-3	-3.761 E-3
<b>PK4</b>	-2.361	-8.207	0.802	3.346 E-3	4.167 E-3	-3.846 E-3
<b>PK5</b>	-1.543	-5.553	0.144	-3.915	4.153 E-3	3.177 E-3
<b>PK6</b>	-0.140	-0.685	-1.394 E-2	-4.096 E-3	4.041 E-3	2.800 E-3
<b>PK7</b>	9.078	-22.252	-10.339	-5.878 E-3	5.064E-3	3.804 E-3
<b>PK8</b>	-0.989	-5.476	-4.055	-5.917 E-3	5.043 E-3	3.690 E-3

Tableau (3.12) déplacement et contraintes dans les points capteurs (modèle1-cisaillement)

**Modèle 1 – traction –caractéristique toron –DIP 0.01**

déplacement max x (mm)	1.01296E -02
déplacement max y (mm)	9.06307E -03
déplacement max z (mm)	2.96965 E-03
déplacement minx(mm)	0.0000
déplacement min y (mm)	-9.86396 E-03
déplacement min z (mm)	3.17819 E-03

Tableau (3.13) déplacement (modèle 1- traction )

Points capteurs	Cont $\sigma_{xx}$ MPa	DepUxx mm	DepUyy mm	DepUzz mm
<b>PK1</b>	-2.435	5.453E-3	9.050 E-3	1.799E-3
<b>PK2</b>	-3.266	5.459 E-3	9.059E-3	1.593 E-3
<b>PK3</b>	58.656	5.495 E-3	9.018 E-3	3.025E-4
<b>PK4</b>	52.606	5.518 E-3	8.936 E-3	-5.951 E-4
<b>PK5</b>	48.352	5.539E-3	8.841E-3	-1.369E-3
<b>PK6</b>	30.801	5.576E-3	8.372E-3	-3.162E-3
<b>PK7</b>	134.88	7.108E-3	7.060 E-3	-5.507 E-4
<b>PK8</b>	43.803	7.307E-3	6.951E-3	-9.135E-4

Tableau (3.14) déplacement et contraintes dans les points capteurs (modèle 1-traction)

**Modèle 01- cisaillement –caractéristique toron-DIP 0.01**

déplacement max x (mm)	3.93699E -2
déplacement max y (mm)	5.00195E -3
déplacement max z (mm)	0.0000
déplacement min x (mm)	-3.89289 E-3
déplacement min y (mm)	-2.00342 E-4
déplacement min z (mm)	-1.00000 E-2

Tableau (3.15) déplacement et contraintes dans les points capteurs (modèle 1-cisaillement)

Points capteurs	Cont $\sigma_{yz}$ (MPa)	Cont $\sigma_{xz}$ (MPa)	Cont $\sigma_{xy}$ (MPa)	DepUzz (mm)	DepUyy (mm)	DepUxx (m)
PK1	-5.934E-02	-0.466 E-2	-0.110 E-2	-3.908 E-3	3.916E-3	3.517 E-3
PK2	-0.101	-1.012	-0.267	-3.925E-3	3.913E-3	3.470E-3
PK3	0.425	-2.433	0.621	-4.030 E-3	3.891 E-3	3.187E-3
PK4	-0.193	-2.727	0.26612	-4.096 E-3	3.862 E-3	2.995E-3
PK5	-1.066	-1.8051	-6.958 E-3	-4.160	3.834 E-3	2.833E-3
PK6	-0.138	-0.788	2.263 E-2	-4.323 E-3	3.710 E-3	2.484 E-3
PK7	1.155	-5.365	2.816	-6.108 E-3	4.595E-3	3.472 E-3
PK8	-0.966	-2.775	-0.728	-6.140 E-3	4.572 E-3	3.413 E-3

Tableau (3.16) déplacement et contraintes dans les point capteurs (modèle 1-cisaillement)

**Modèle02- traction**

déplacement max x (mm)	1.02702E-02
déplacement max y (mm)	4.83783E-03
déplacement max z (mm)	2.25248E-03
déplacement mini x (mm)	-2.15332E-04
déplacement mini y (mm)	-5.52921E-03
déplacement mini z (mm)	-2.31227E-03

Tableau (3.17) déplacement max (modèle 2- traction )

Points capteurs	Cont $\sigma_{xx}$ MPa	DepUxx Mm	DepUyy Mm	DepUzz mm
PK1	11.078	0.0051	0.0045	4.44 E-4
PK2	670.6	0.00519	0.00448	3.743E-4
PK3	436.91	0.00663	0.00392	-8.045E-5
PK4	71.025	0.00704	0.00389	-4.627E-4
PK5	69.992	0.00729	0.00386	-8.033-4
PK6	20.918	0.00719	0.00332	-0.00184
PK7	369.32	0.00763	0.00139	-3.231 E-4
PK8	64.46	0.00779	0.00135	-4.422E-4

Tableau (3.18) déplacement et contraintes dans les points capteurs (modèle 2-traction)

**Modèle02- cisaillement**

déplacement max x (mm)	5.75322E-03
déplacement max y (mm)	9.86351E-04
déplacement max z (mm)	1.13127E-05
déplacement mini x (mm)	-5.75103E-03
déplacement mini y (mm)	-1.03708E-02
déplacement mini z (mm)	-1.00000E-02

Tableau (3.19) déplacement max (modèle 2- traction)

Points capteurs	Cont $\sigma_z$ MPa	Cont $\sigma_{xz}$ MPa	Cont $\sigma_{xy}$ MPa	DepUzz Mm	DepUyy Mm	DepUxx mm
PK1	-0.770	-3.828	0.199	1.000 E-2	-1.027 E-2	2.901 E-3
PK2	-4.137	-3.221	1.450	-4.179E-3	-2.934 E-3	1.394 E-3
PK3	0.104	0.722	1.027	-5.130 E-4	5.617 E-4	-1.279 E-3
PK4	-1.937	0.59	1.487	-3.427 E-3	1.625 E-3	3.528 E-3
PK5	-2.287	-2.732	0.311	-4.080 E-3	-2.336 E-3	3.932 E-3
PK6	-2.157	-12.049	-7.839	-1.510 E-4	5.400 E-5	4.902 E-4
PK7	-0.956	-9.385	-49.169	-1.480 E-4	6.832 E-5	5.529 E-4
PK8	-13.224	-12.592	2.060	-5.654 E-3	-5.110 E-3	-4.095 E-5

Tableau (3.20) déplacement et contraintes dans les point capteurs (modèle2-cisaillement)

**Modèle02- traction Caractéristique du toron**

déplacement max x (mm)	1.01638 E-02
déplacement max y (mm)	2.96028E-03
déplacement max z (mm)	1.60249E-03
déplacement mini x (mm)	0.0000
déplacement mini y (mm)	-5.07989E-03
déplacement mini z (mm)	-1.84225E-03

Tableau (3.21) déplacement max (modèle 2- traction )

Points capteurs	Cont $\sigma_{xx}$ MPa	DepUxx mm	DepUyy Mm	DepUzz mm
<b>PK1</b>	47.249	1.00000E-2	-3.57616E-3	-1.10467 E-4
<b>PK2</b>	41.704	6.58002E-3	8.06667E-4	-1.87832E-4
<b>PK3</b>	13.078	2.24810E-3	-1.31573E-3	7.47621E-4
<b>PK4</b>	27.470	6.39381E-3	2.49803E-3	-3.37987E-4
<b>PK5</b>	35.292	6.86279E-3	2.12814E-3	-6.19497E-4
<b>PK6</b>	97.903	1.27450E-3	2.06413E-4	-1.85236E-4
<b>PK7</b>	82.504	1.45686E-3	2.5968E-4	-1.73456E-4
<b>PK8</b>	39.826	7.46050E-3	-1.08979E-3	-1.99508E-4

Tableau (3.22) déplacement et contraintes dans les points capteurs (modèle 2-traction)

**Modèle02- cisaillement**

**Caractéristiques du toron**

déplacement max x (mm)	4.82587E-03
déplacement max y (mm)	7.58638E-04
déplacement max z (mm)	0.0000
déplacement mini x (mm)	-4.79851E-03
déplacement mini y (mm)	-6.77963E-03
déplacement mini z (mm)	-1.00000E-02

Tableau (3.23) déplacement max (modèle 2- traction)

Points capteurs	Cont $\sigma_{yz}$ MPa	Cont $\sigma_{xz}$ MPa	Cont $\sigma_{xy}$ MPa	DepUzz mm	DepUyy mm	DepUxx mm
<b>PK1</b>	-0.144	-2.500	9.641 E-02	1.000E-2	-6.689E-3	2.368E-3
<b>PK2</b>	6.25 E-2	-2.962	0.526	-4.363E-3	-1.873E-3	1.313 E-3
<b>PK3</b>	0.181	-1.231	9.514 E-2	-5.698E-4	5.891E-4	-1.433 E-3
<b>PK4</b>	-0.228	-0.549	0.226	-3.628E-3	-1.041 E-3	3.148 E-3
<b>PK5</b>	-0.475	-1.364	-9.116 E-2	-4.234E-3	-1.479 E-3	3.452 E-3
<b>PK6</b>	-0.122	-3.983	-4.511	-2.556E-4	-7.239 E-5	8.297 E-4
<b>PK7</b>	0.163	-3.500	-20.698	-2.570E-4	-3.842E-5	8.922E-4
<b>PK8</b>	-1.757	-4.635	0.44787	-5.797E-3	-3.273E-3	-1.082E-5

Tableau (3.24) déplacement et contraintes dans les point capteurs (modèle 2-cisaillement)

- **L'évolution des contraintes et des déplacements en fonction de h et A<sub>1</sub>**

Les figure (3.32) à (3.64) présentent la variation des valeurs des contraintes  $\sigma_{xx}$ ,  $\tau_{yz}$  et les déplacements Uxx, Uyy et Uzz dans les points capteurs en fonction de h et A<sub>1</sub>.

• **Modèle1 cisaillement**

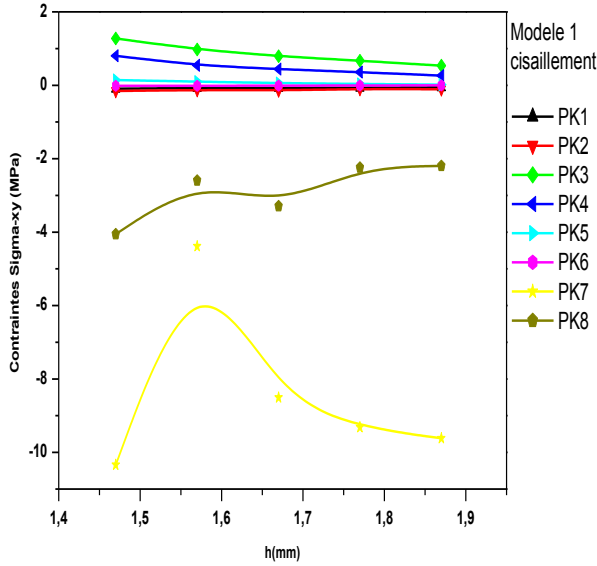


Figure (3.32) Contrainte sigmaxy en fonction de h

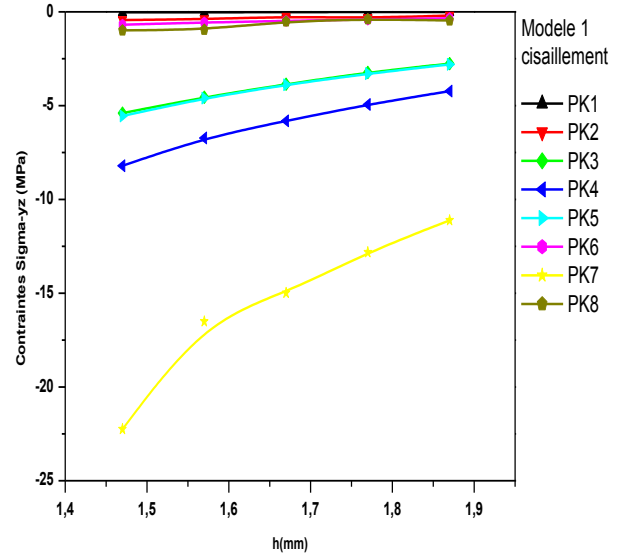


figure (3.33) contraintes sigmayz en fonction de h

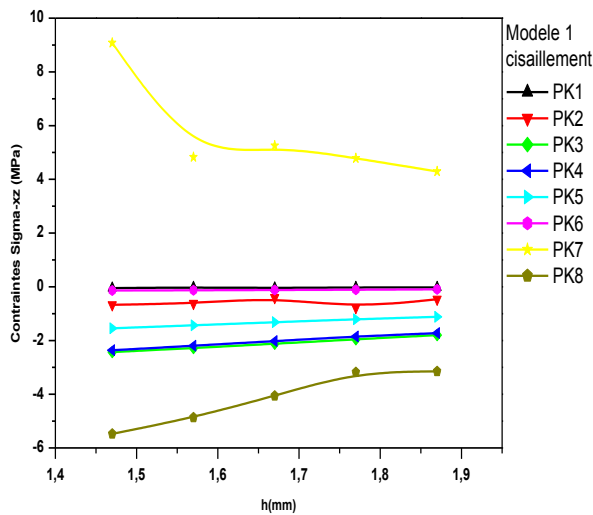


Figure (3.34) contraintes sigmaxz en fonction de h

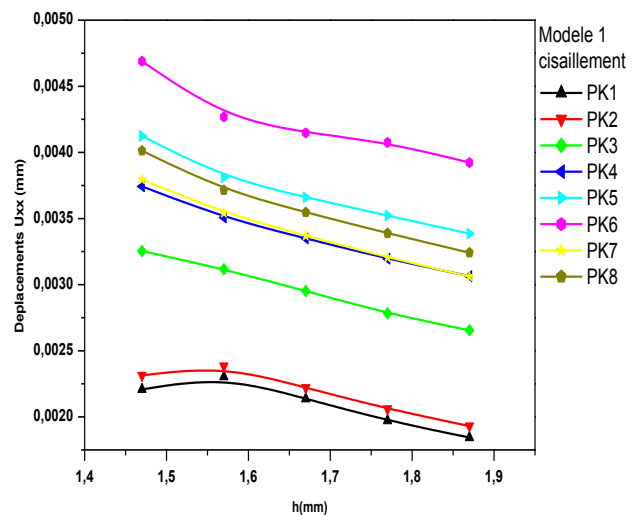


Figure (3.35) déplacement Uxx en fonction de h

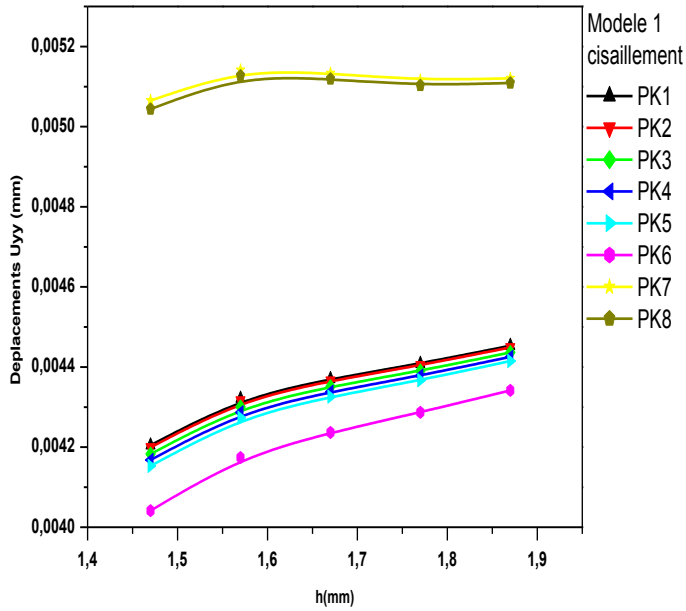


Figure (3.36) déplacements  $U_{yy}$  en fonction de  $h$

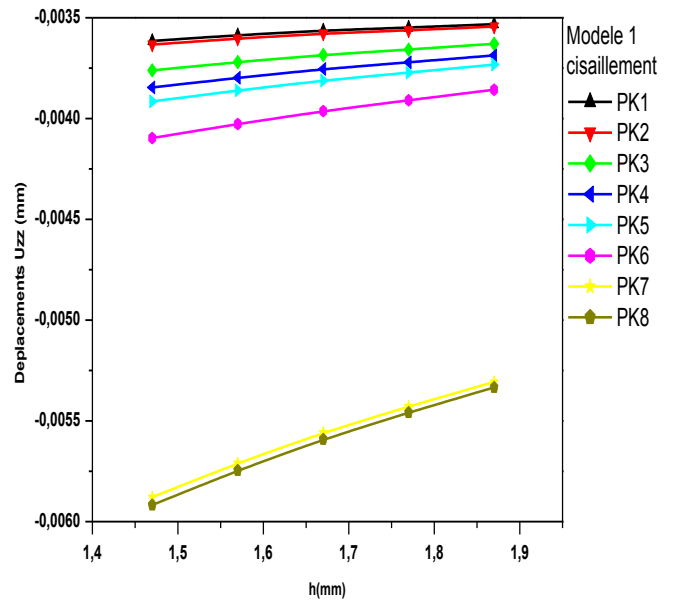


Figure (3.37) déplacement  $U_{zz}$  en fonction de  $h$

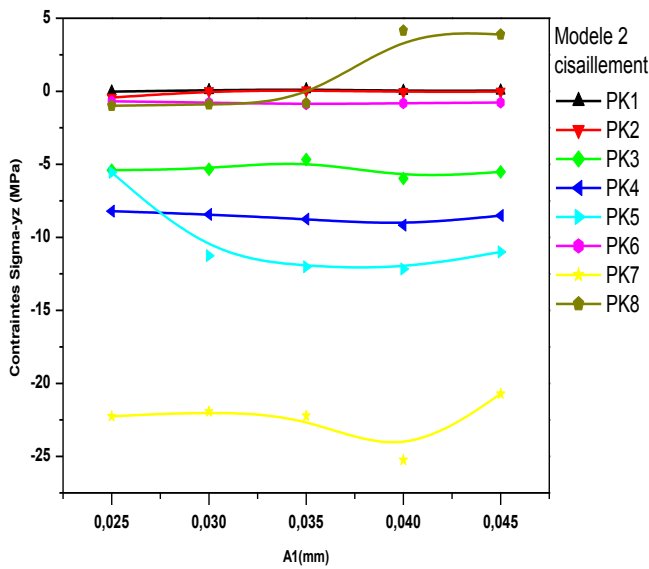


Figure (3.38) contraintes  $\sigma_{yz}$  en fonction de  $A_1$

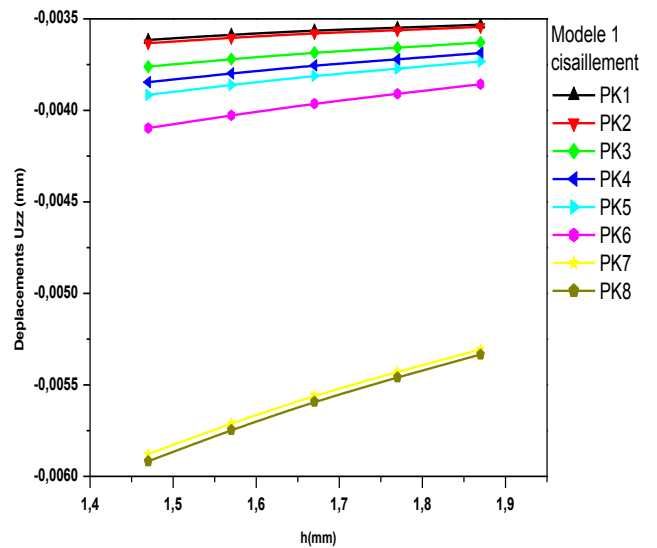


Figure (3.39) déplacement  $U_{zz}$  en fonction de  $h$

• Modèle 1traction

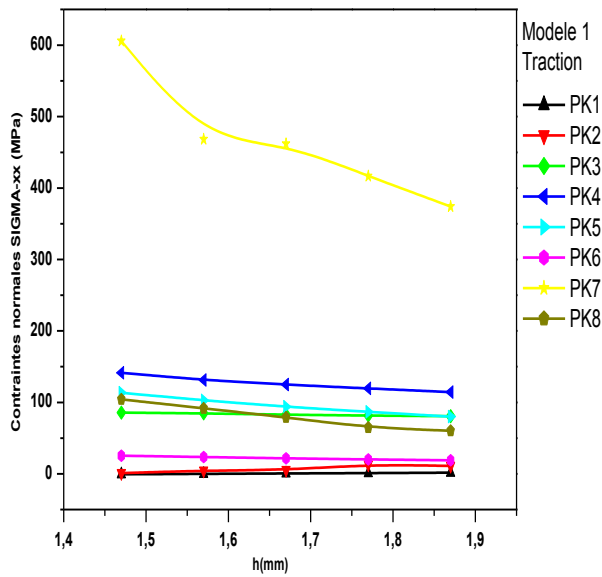


Figure (3.40) Contrainte normale sigmaxx en fonction de h

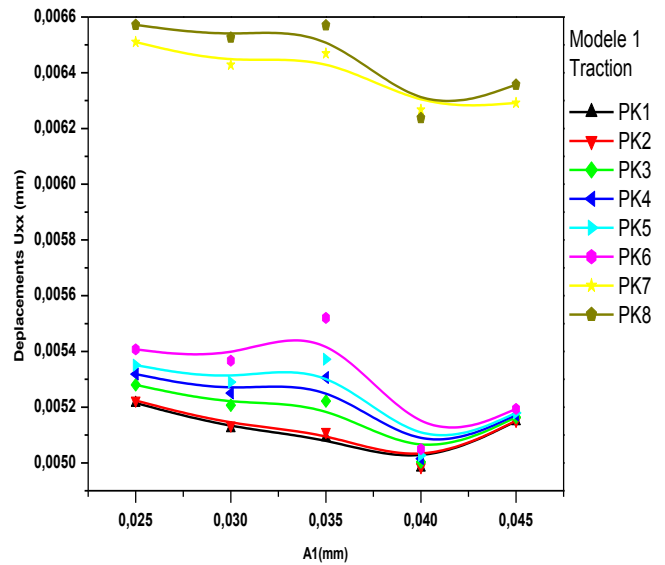


Figure (3.41) déplacement Uxx en fonction de A1

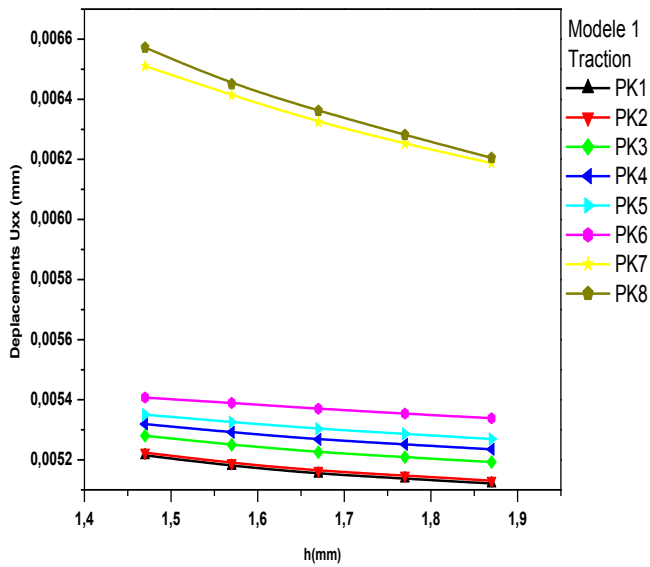


Figure (3.42) déplacement Uxx en fonction de h

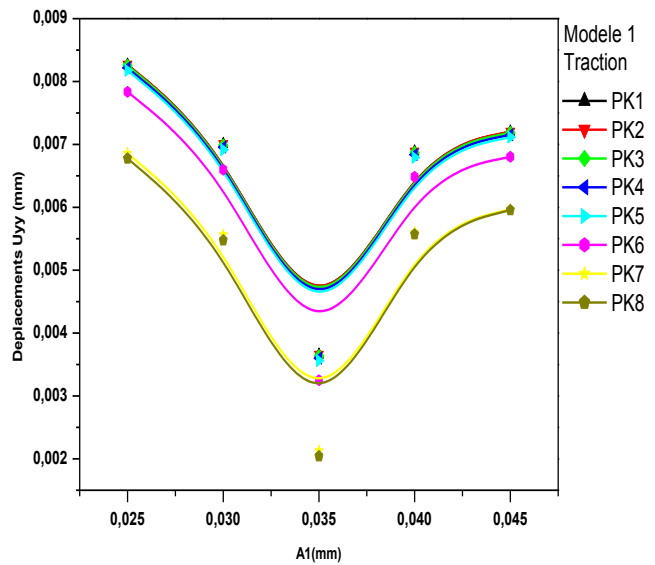
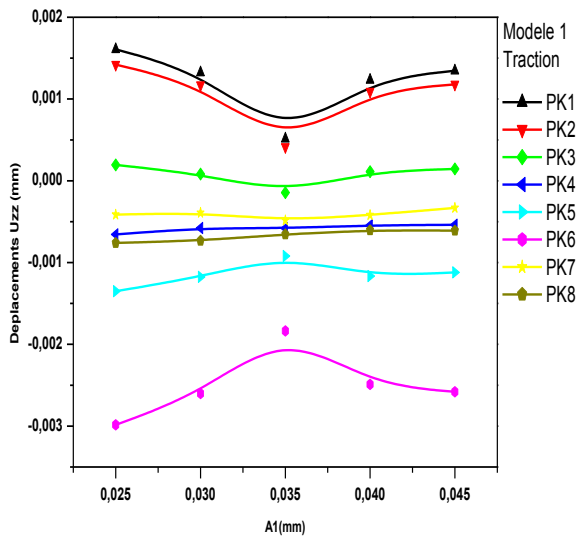


Figure (3.43) déplacement Uyy en fonction de A1



Figure(3.44) déplacements Uzz en fonction de A1

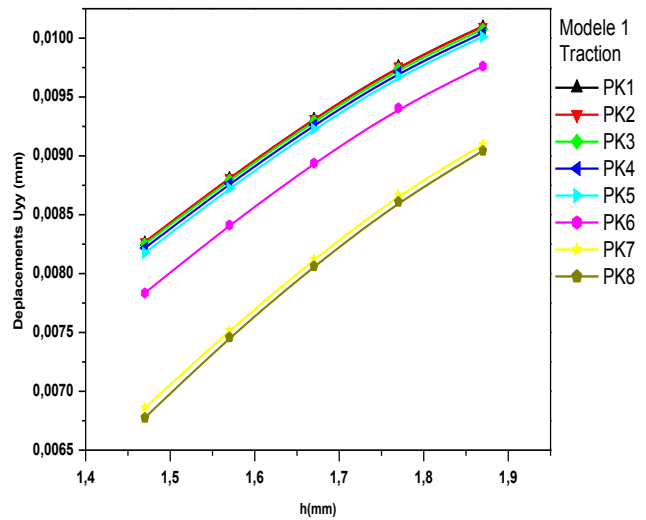


Figure (3.45) déplacements Uyy en fonction de h

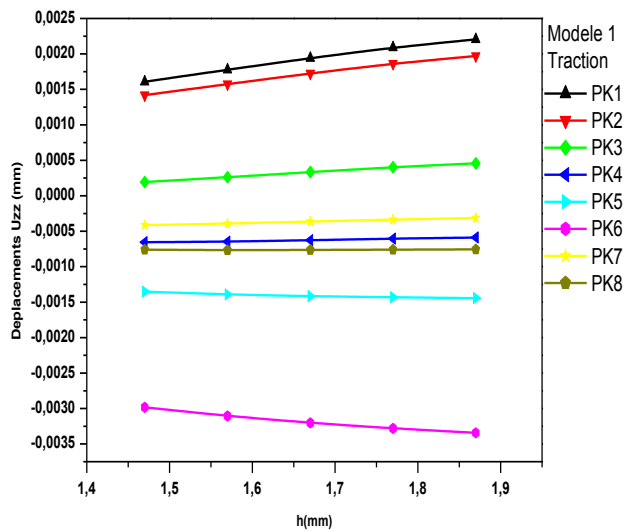


Figure (3.46) déplacement Uzz En fonction de h

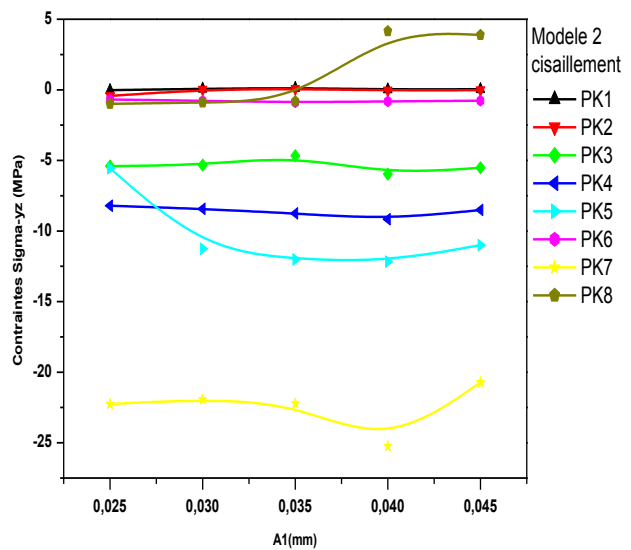


figure (3.47) contraintes sigmayz en fonction de A1

• **Modèle2 cisaillement**

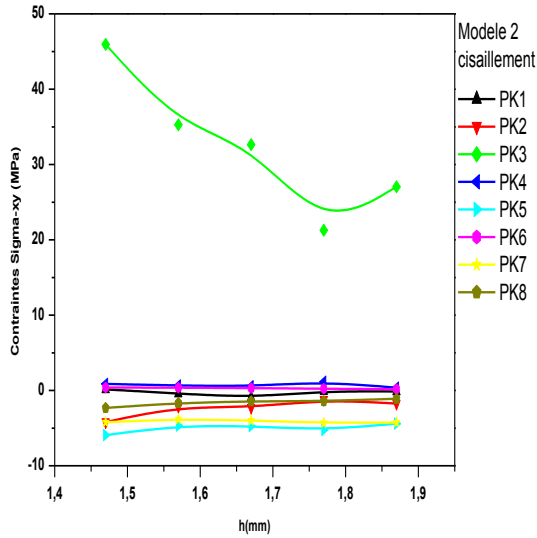


Figure ( 3.48 )Contrainte sigma<sub>xy</sub>  
en fonction de h

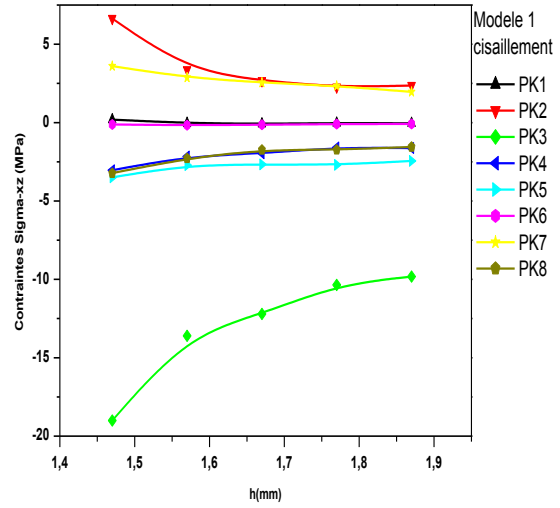


Figure (3.49 )Contrainte sigma<sub>xz</sub>  
en fonction de h

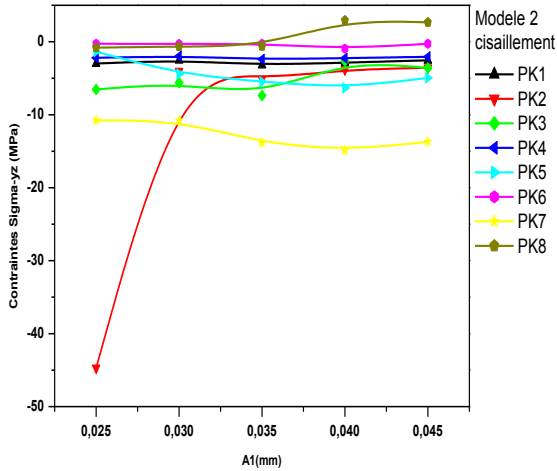


Figure (3.50)Contrainte sigma<sub>yz</sub>  
en fonction de A1

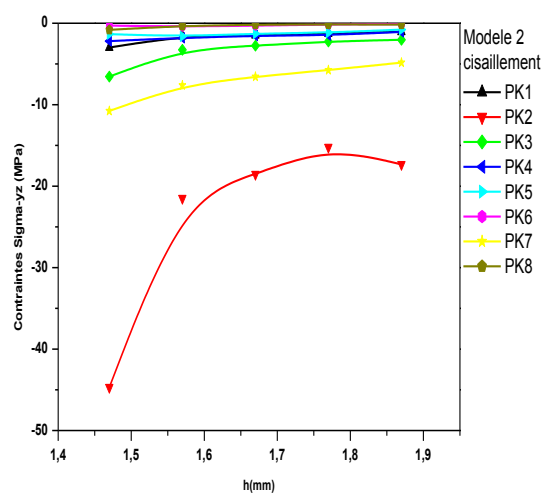


Figure (3.51)Contrainte sigma<sub>yz</sub>  
en fonction de h

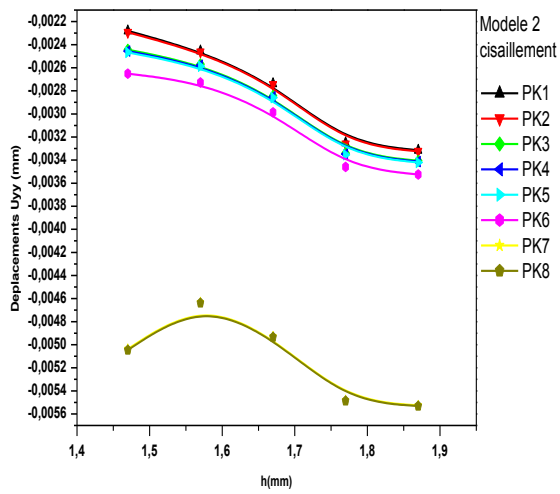


Figure (3.52) déplacement  $U_{yy}$   
en fonction de  $h$

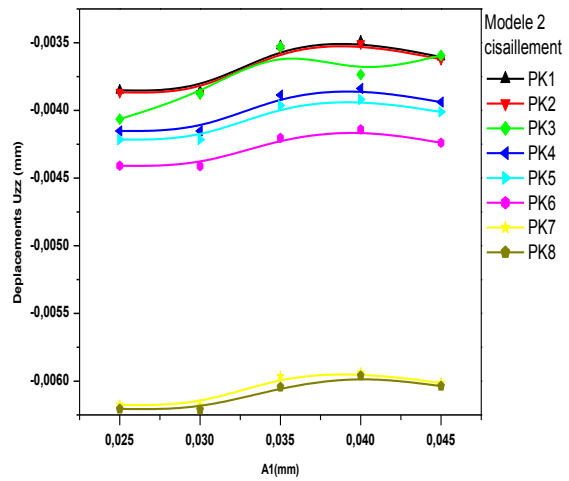


Figure (3.53) déplacement  $U_{zz}$   
en fonction de  $A_1$

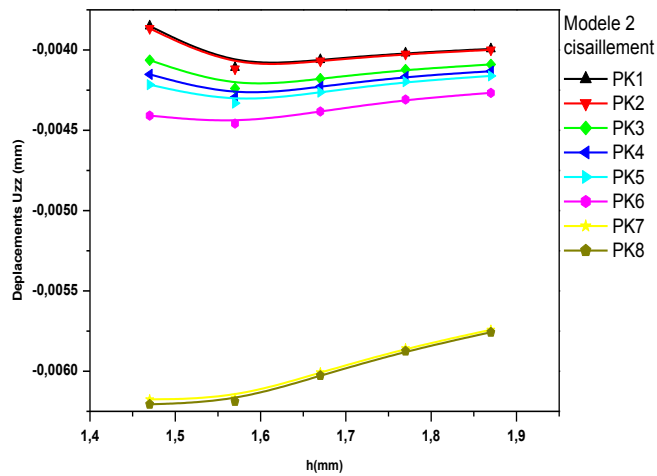


Figure (3.54) déplacement  $U_{zz}$   
en fonction de  $h$

• modèle2 traction

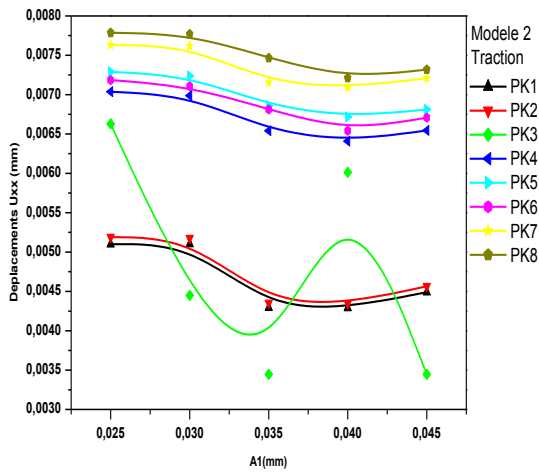


Figure (3.55) déplacement Uxx en fonction de A1

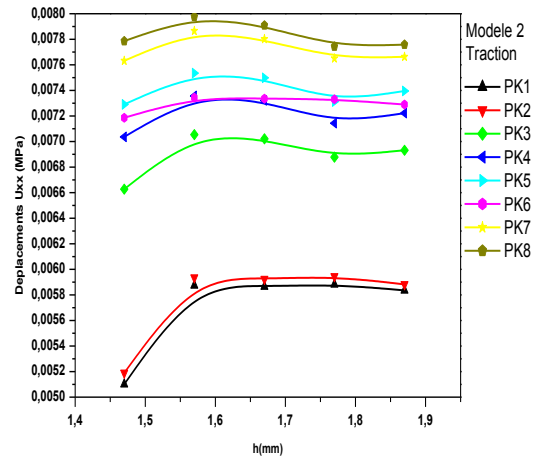


Figure (3.56) déplacement Uxx en fonction de h

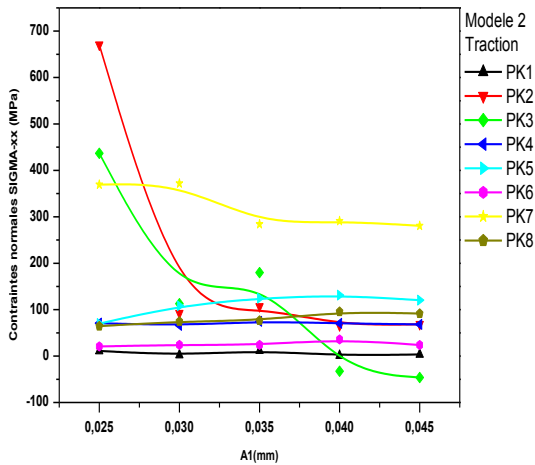


Figure (3.57) Contrainte sigmaxx En fonction de A1

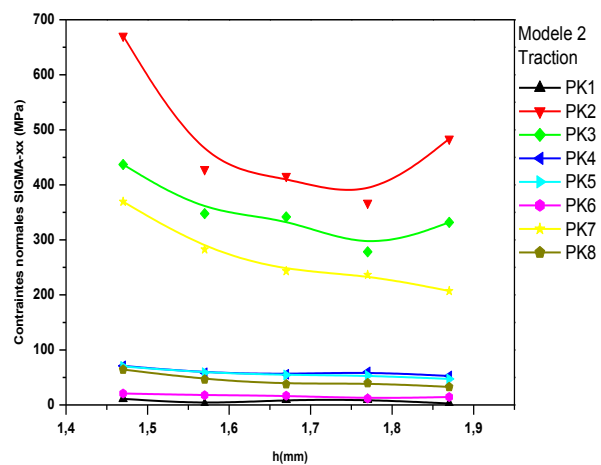


Figure (3.58) contraintes sigmaxx en fonction de h

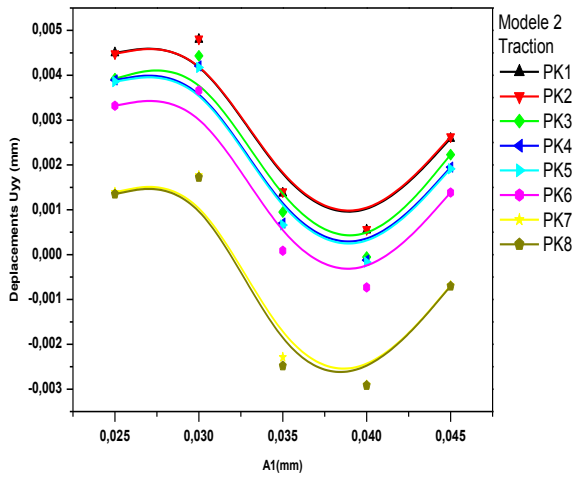


Figure (3.59) déplacement  $U_{xx}$  en fonction de  $A1$

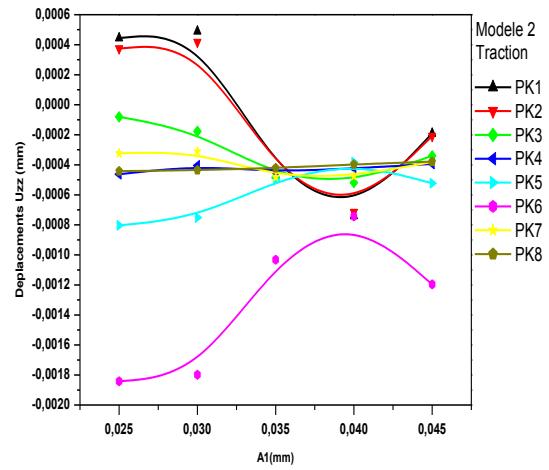


Figure (3.60) déplacement  $U_{zz}$  en fonction de  $h$

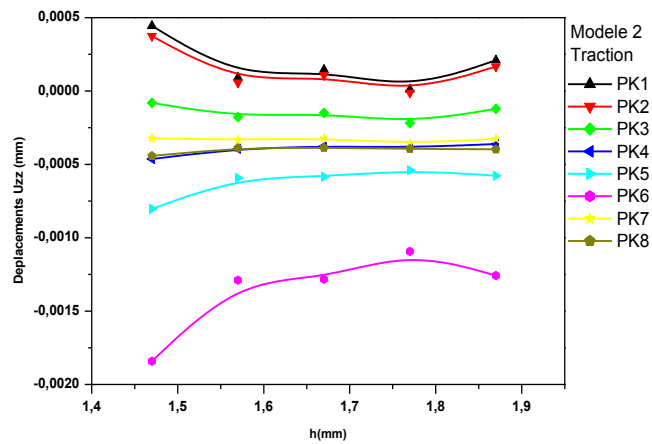


Figure (3.61) déplacement  $U_{zz}$  en fonction de  $A1$

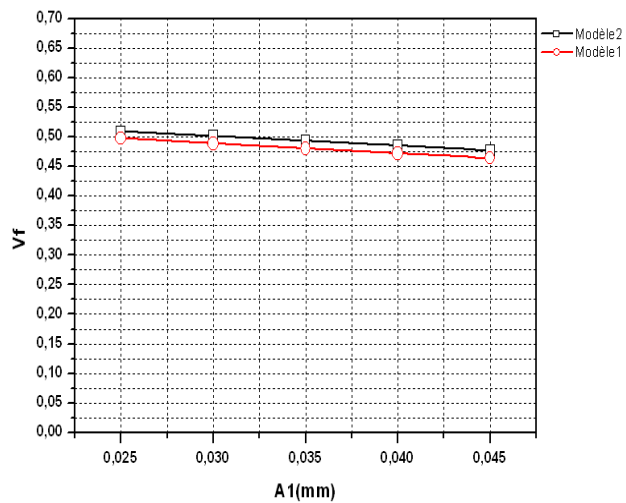


Figure (3.62)  $V_f$  en fonction de  $A1$

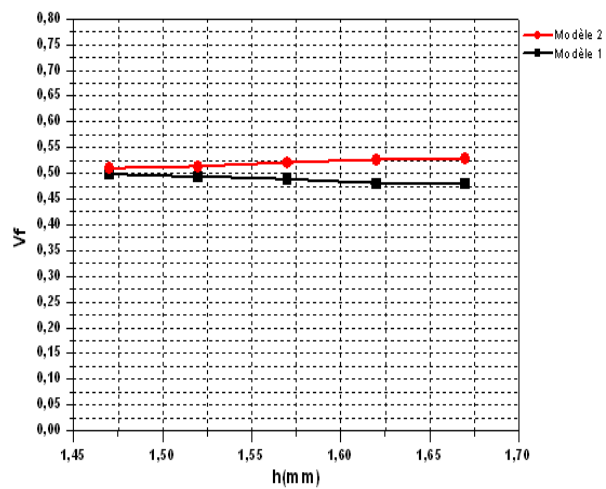


Figure (3.63)  $V_f$  en fonction de  $h$

### III.12 Discussion des résultats obtenus

1-En utilisant les courbes obtenues d'évolution des contraintes on peut localiser les points critiques (valeurs maximales des contraintes) pour les deux modèles.

**Modèle 01 (traction) : PK7 et PK8** (figures 3.40 et 3.41)

**Modèle 01 (cisaillement) : PK7 et PK4** (figures 3.32 et 3.33)

**Modèle 02 (traction) : PK2 , PK3 et PK7** (figure 3.57)

**Modèle 02 (cisaillement) : PK2 et PK7** (figure 3.50)

2- Les résultats des modélisations mettent en évidence l'influence de la géométrie des renforts sur le comportement mécanique global des matériaux composites textiles. En comparant les deux modèles des plis tissus, on peut conclure que le modèle 1 résiste mieux à la traction et au cisaillement que le modèle 2 dans la zone des pointes capteurs à cause des poches de résines.

#### a- Traction

Les points capteurs	$(\sigma_{xx})_1$ (MPa) Modèle 1	$(\sigma_{xx})_2$ (MPa) Modèle 2
PK1	-0.732	11.078
PK2	1.091	670.6
PK3	85.749	436.91
PK4	141.49	71.025
PK5	113.61	69.992
PK6	25.379	20.918
PK7	605.80	369.32
PK8	104.26	64.46

Tableau ( 3.25) comparaison entre les deux modèles ( $(\sigma_{xx}$ , traction)

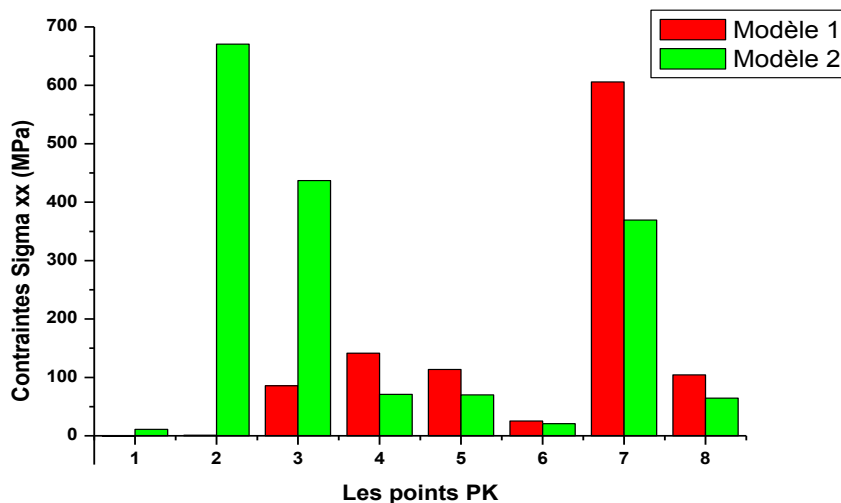


Figure (3.64) comparaison entre les deux modèles ( $(\sigma_{xx}$ , traction)

Les points capteurs	$(U_{xx})_1$ (MPa)	$(U_{xx})_2$ (MPa)
	Modèle 1	Modèle 2
PK1	5.215E-03	0.0051
PK2	5.224E-03	0.00519
PK3	5.280E-03	0.00663
PK4	5.318E-03	0.00704
PK5	5.350E-03	0.00729
PK6	5.407E-03	0.00719
PK7	6.510E-03	0.00763
PK8	6.571E-03	0.00779

Tableau (3.26) comparaison entre les deux modèles ( $(U_{xx}, \text{traction})$ )

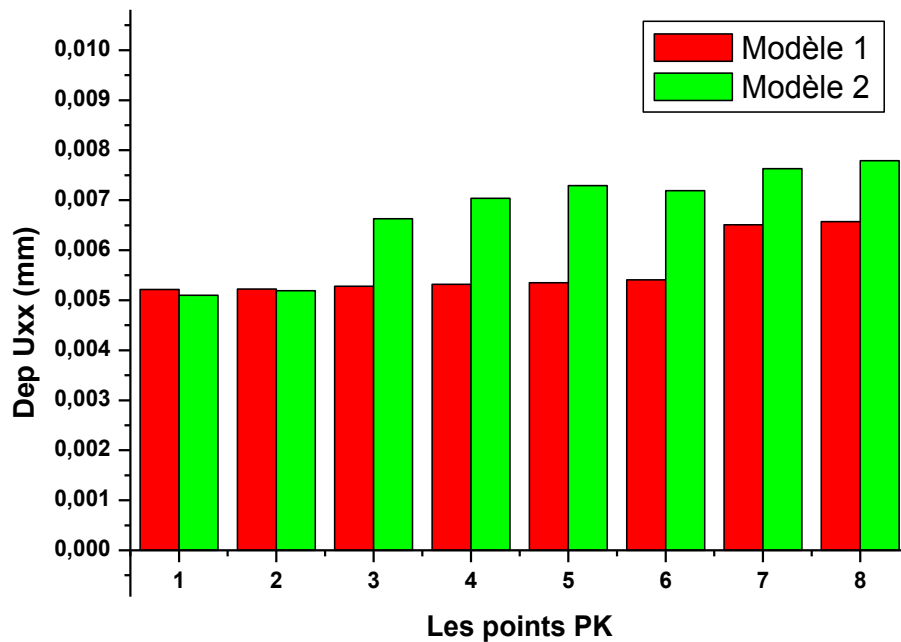


Figure (3.65) comparaison entre les deux modèles ( $(U_{xx}, \text{traction})$ )

**b- Cisaillement**

Les points capteurs	$(\sigma_{yz})_1$ (MPa)	$(\sigma_{yz})_2$ (MPa)
	Modèle 1	Modèle 2
<b>PK1</b>	-0.046	-0.770
<b>PK2</b>	-0.670	-4.137
<b>PK3</b>	-2.431	0.104
<b>PK4</b>	-2.361	-1.937
<b>PK5</b>	-1.543	-2.287
<b>PK6</b>	-0.140	-2.157
<b>PK7</b>	9.078	-0.956
<b>PK8</b>	-0.989	-13.224

Tableau ( 3.27 ) comparaison entre les deux modèles ( $(\sigma_{yz}, \text{cisaillement})$ )

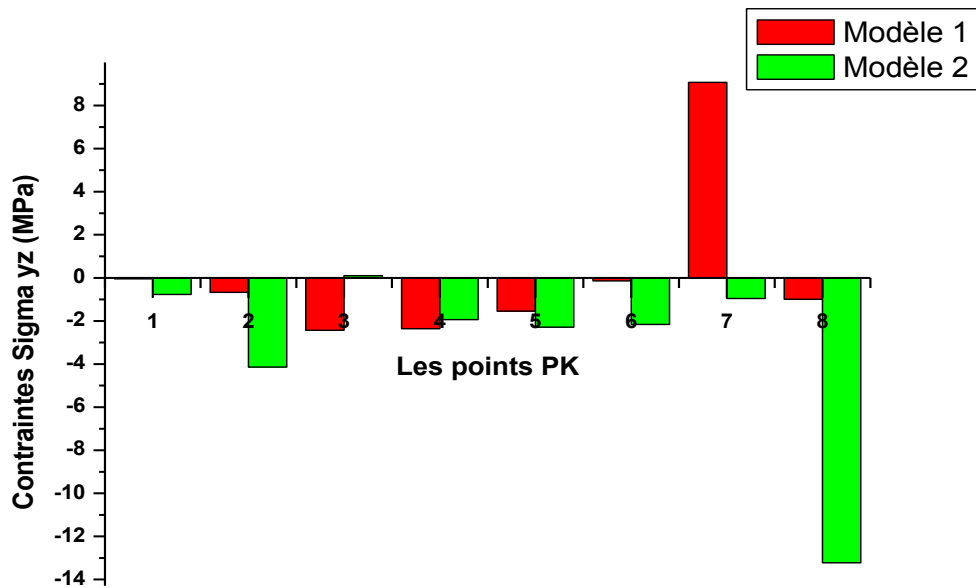


Figure ( 3.66 ) comparaison entre les deux modèles ( $(\sigma_{yz}, \text{cisaillement})$ )

Les points capteurs	$(\sigma_{xz})_1$ (MPa) Modèle 1	$(\sigma_{xz})_2$ (MPa) Modèle 2
PK1	-0.022	-3.828
PK2	-0.438	-3.221
PK3	-5.400	0.722
PK4	-8.207	0.592
PK5	-5.553	-2.732
PK6	-0.685	-12.049
PK7	-22.252	-9.385
PK8	-5.476	-12.592

Tableau (3.28) comparaison entre les deux modèles ( $(\sigma_{xz}$ , cisaillement)

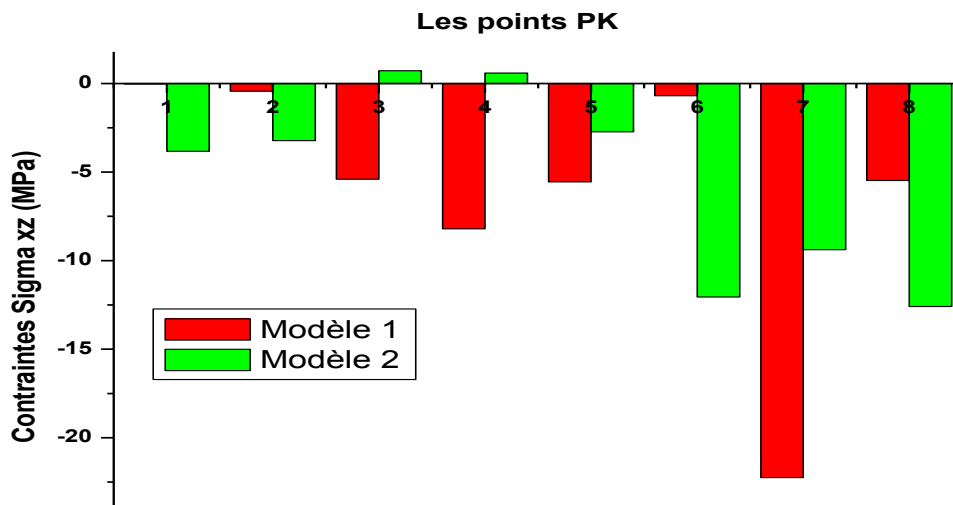


Figure (3.67) comparaison entre les deux modèles ( $(\sigma_{xz}$ , cisaillement)

3- Les résultats des modélisations montrent clairement l'influence des caractéristiques mécanique du toron sur le comportement mécanique global des matériaux composites textiles. En comparant les résultats des modélisations (en négligeant l'effet de la forme du toron et en prenant en considération le comportement isotrope transverse du toron).

Les points capteurs	$(\sigma_{xx})_1$ (MPa) Modèle 1	$(\sigma_{xx})_2$ (MPa) Modèle 1 (toron à Vft=0.7)
PK1	-0.732	-2.435
PK2	1.091	-3.266
PK3	85.749	58.656
PK4	141.490	52.606
PK5	113.610	48.352
PK6	25.379	30.801
PK7	605.800	134.88
PK8	104.260	43.803

Tableau (3.29) comparaison entre les deux cas pour le modèle 1 ( $(\sigma_{xx}$ , traction)

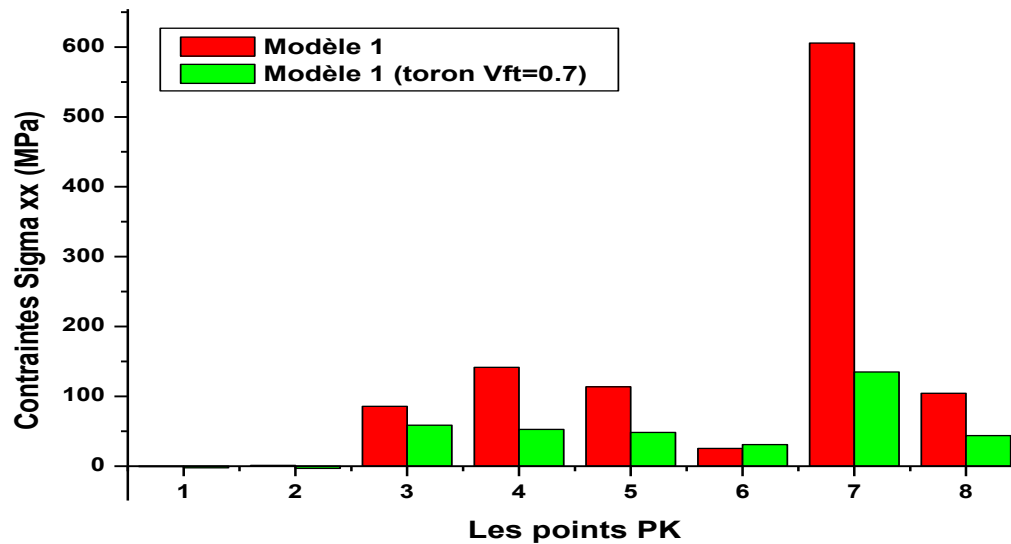


Figure (3.68) comparaison entre les deux cas pour le modèle 1 ( $(\sigma_{xx}$ , traction)

Les points capteurs	$(\sigma_{xx})_1$ (MPa) Modèle 2	$(\sigma_{xx})_2$ (MPa) Modèle 2 (toron à Vft=0.7)
PK1	57.923	47.249
PK2	65.610	41.704
PK3	26.721	13.078
PK4	47.490	27.470
PK5	90.302	35.292
PK6	205.76	97.903
PK7	164.85	82.504
PK8	118.62	39.826

Tableau ( 3.30 ) comparaison entre les deux cas pour le modèle 2 ( $\sigma_{xx}$ , traction)

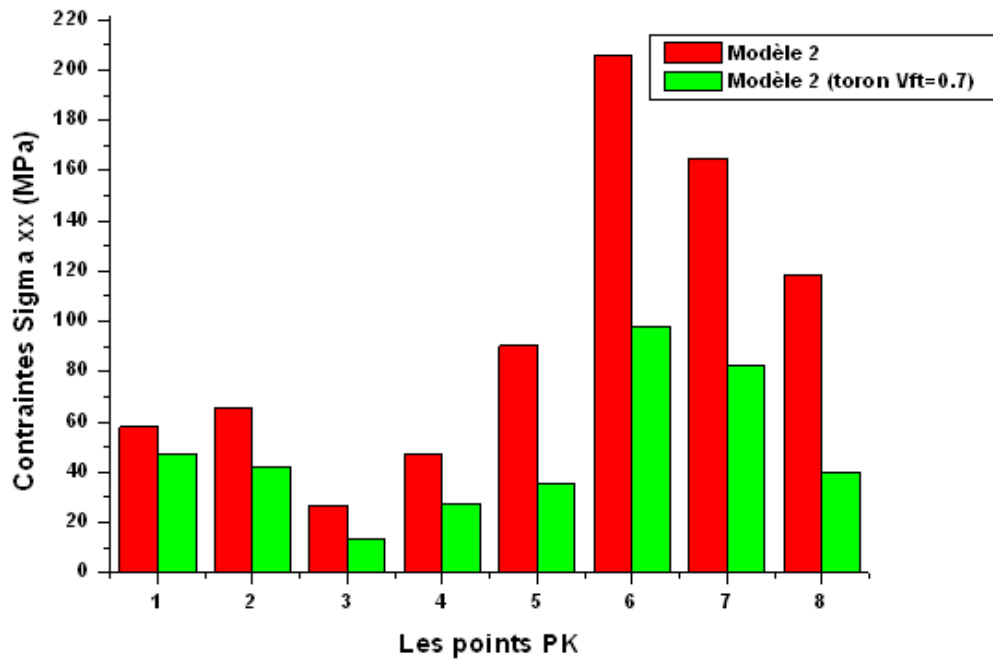


Figure (3.69) comparaison entre les deux cas pour le modèle 2 ( $\sigma_{xx}$ , traction)

Les points capteurs	$(U_{xx})_1$ (MPa) Modèle 1	$(U_{xx})_2$ (MPa) Modèle 1 (toron à Vft=0.7)
PK1	5.215E-03	5.45318 E-03
PK2	5.224E-03	5.45972 E-03
PK3	5.280E-03	5.49523 E-03
PK4	5.318E-03	5.51871 E-03
PK5	5.350E-03	5.53944E-03
PK6	5.407E-03	5.57668E-03
PK7	6.510E-03	7.10896E-03
PK8	6.571E-03	7.30743 E-03

Tableaux (3.31) Comparaison entre les deux cas pour le modèle 2 ( $\sigma_{xx}$ , traction)

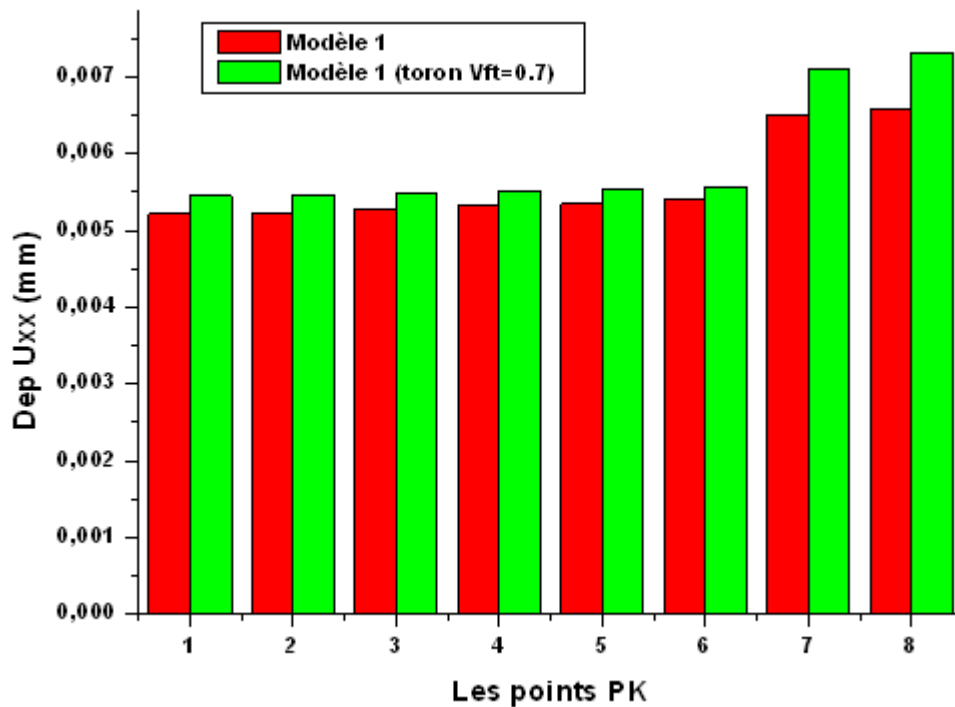


Figure (3.70) Comparaison entre les deux cas pour le modèle 1( $U_{xx}$ , traction)

Les points capteurs	$(U_{xx})_1$ (MPa) Modèle 2	$(U_{xx})_2$ (MPa) Modèle 2 (toron à Vft=0.7)
PK1	1.000 E-02	1.000 E-02
PK2	6.810 E-03	6.580E-03
PK3	1.957E-03	2.248E-03
PK4	6.794 E-03	6.393E-03
PK5	7.137 E-03	6.862E-03
PK6	-1.185E-04	1.274E-03
PK7	8.515E -04	1.456E-03
PK8	7.413E-03	7.460E-03

Tableau ( 3.32 ) Comparaison entre les deux cas pour le modèle 2 ( $(U_{xx}, traction)$ )

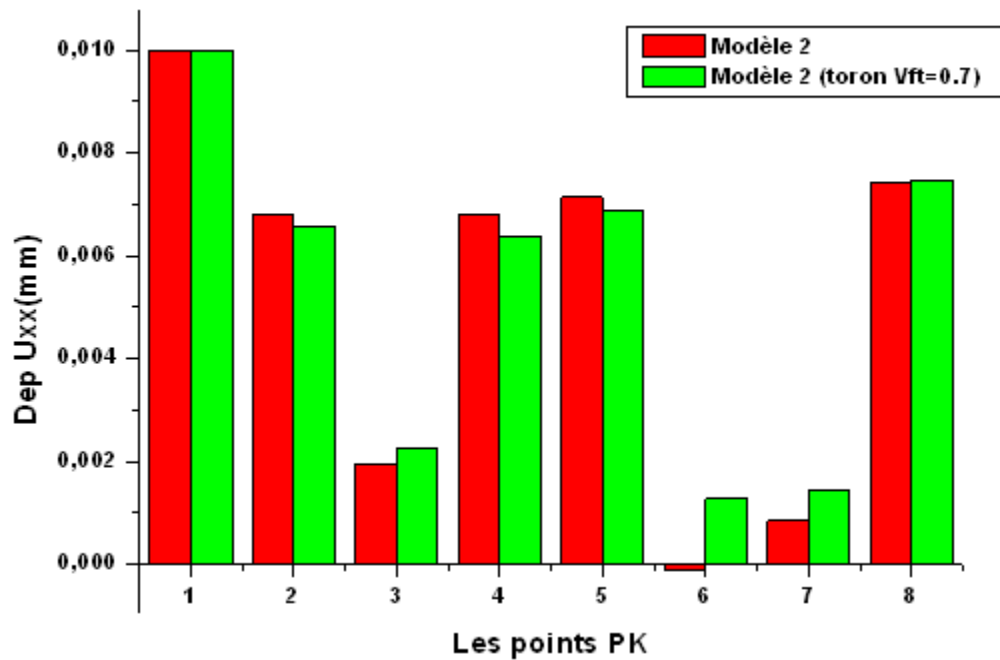


Figure (3.71) Comparaison entre les deux cas pour le modèle 2 ( $(U_{xx}, traction)$ )

4- Les résultats des modélisations pour le deuxième modèle en traction montrent l'influence d'injection de la matrice entre la chaîne et la trame (poche de résine) sur le comportement mécanique et les valeurs des contraintes dans la chaîne.

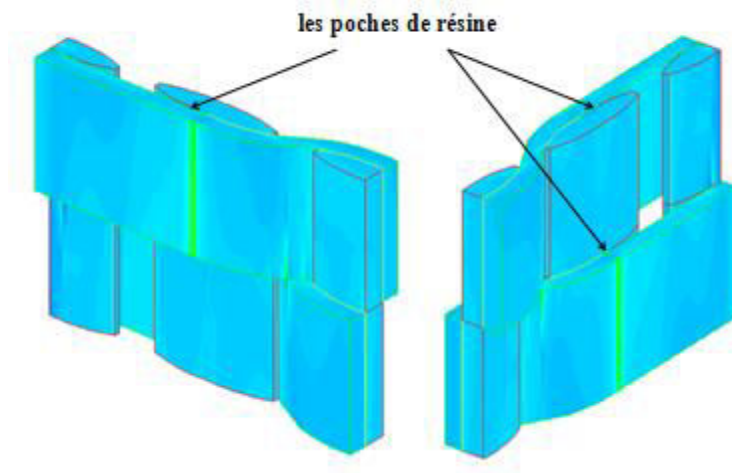


Figure (3.72) l'influence des poches de résine sur les valeurs des contraintes

# CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Nous avons présenté dans cette étude des modélisations numériques par la méthode des éléments finis pour essayer d'établir quelques explications sur l'effet de la géométrie du renfort sur le comportement mécanique des composites à renfort textile sollicité à la traction et au cisaillement. Au terme de ce travail, nous souhaitons rappeler, brièvement, les conclusions auxquelles nous avons abouti, et mentionner un certain nombre de questions ouvertes et de pistes de réflexion.

La question qui s'est trouvée à l'origine de ce travail est ce que, si possible, de réaliser un maillage d'un pli tissu en utilisant Castem, face à un certain nombre de difficultés ?

En ce qui concerne la première question, on a réalisé des maillages des plis tissus simplifiés (Toile ou taffetas et serge).

Dans un premier temps, une étude bibliographique a été menée sur les matériaux composites, les propriétés des matériaux composites, domaines d'application, les éléments constituant des matériaux composites, comportement et homogénéisation des structures composites à renfort tissu. Cette étude nous a donné un aperçu sur les matériaux composites et les renforts textiles.

Dans le troisième chapitre des modélisations numériques ont été réalisées pour déterminer le comportement de deux modèles simplifiés sollicités en traction et en cisaillement. Ces modélisations ont été réalisées grâce à un logiciel des éléments finis Castem.

Malgré les difficultés que pose l'analyse des structures composites textiles et la difficulté du mélange (matrice, chaîne, trame) et l'obtention des résultats, on arrive à étudier les structures, déterminer les contraintes maximales et minimales, les déplacements en utilisant d'une part les lois de comportement d'un matériau isotrope et d'autre part les lois de comportement d'un matériau orthotrope et orthotrope transverse.

Pour l'ensemble des résultats obtenus lors des différentes modélisations pour les deux modèles nous pouvons dire que nous sommes arrivés à 60 % des objectifs que nous avons initialement fixés. A cause du manque de moyens de calcul assez puissants et des logiciels spécialisés dans les structures textiles, nous n'avons pas pu aborder tous les sujets que nous avons initialement fixés dans nos objectifs, en particulier les essais mécaniques de traction et de cisaillement pour comparer les résultats des modélisations avec des résultats expérimentaux (valeurs exactes) et l'influence des caractéristiques géométriques du toron sur les constantes élastiques (modules élastiques, les coefficients de Poisson et les modules de cisaillement).

Les principales perspectives de recherche qui apparaissent à l'issue de ce travail :

- En prenant en considération dans les modélisations numériques le tissage de la trame suivant l'axe z.
  - La prise en compte de la compression de la trame et la chaîne pendant la procédure du tissage.
  - Il serait également intéressant d'étudier le comportement des plis sous chargement bidimensionnel dans les plans xy et xz
  - En prenant en considération les tissus : formes satin, les préformes 3D et les tissus 3D hybrides
-

## Liste des références bibliographiques

- [1] Zakariya BOUFAIDA ,Analyse des propriétés mécaniques de composites taffetas verre/matrice acrylique en relation avec les propriétés d'adhésion des fibres sur la matrice, institut national polytechnique de lorraine, thèse 2015.
- [2] Daniel Gay, « *Matériaux composite* », Hermes, 4ème édition, 1997.
- [3] Jean Marie Berthelot, « *matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures* », 4ème édition, TEC &DOC, 2005.
- [4] Lionel Gendre, les grandes familles de matériaux composites, université Paris-SACLAY 2011.
- [5] Jamel eddine Arbaoui, étude comparative et caractérisations mécaniques des structures sandwichs multicouches-thèse-Metz-2009
- [6] «*Glossaire des matériaux composites*» - carma –Actualisation octobre 2006.
- [7] Louis Berreur, Bertrand de maillard, L'industrie française des matériaux composites NODAL consultants-DIGITIP/SIM-2002
- [8] Lionel Gendre, matériaux composites et structures composites - université paris-SACLAY CACHAN-2011.
- [9] Anh Dung Ngo-matériaux composites –cours SYS857-A2013
- [10] modélisation numérique du procédé de tissage des renforts fibreux par matériaux Composites –Jérôme Vilfayeau-INSA-LYON-Français 2014.
- [11] Laurent Gornet,Généralité sur les matériaux composites-ECN-Centrale Nantes-2008
- [12] Dumont F., Contribution à l'expérimentation et à la modélisation du comportement mécanique de renforts de composites tissés, Université Paris VI, 2003
- [13] S. V. Lomov, P. Boisse, E. Deluycker, F. Morestin, K. Vanclooster, D. Vandepitte, I. Verpoest, and A. Willems, "Full-field strain measurements in textile deformability studies," *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 39, no. 8, pp.1232–1244, Aug. 2008.
- [14] J. Cao, R. Akkerman, P. Boisse, J. Chen, H. Cheng, E. Degraaf, J. Gorczyca, P. Harrison, G. Hivet, and J. Launay, "Characterization of mechanical behavior of woven fabrics: Experimental methods and benchmark results," *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 39, no. 6, pp. 1037–1053, Jun. 2008.

[15] A. Charmetant, E. Vidal-Sallé, and P. Boisse, “Hyperelastic modelling for mesoscopic analyses of composite reinforcements,” *Compos. Sci. Technol.*, vol. 71, no. 14, pp. 1623–1631, Sep. 2011.

[16] E. Le Fichoux «*présentation et utilisation de cast3m*», CEA, 2011

[17] T. Charras, «*utiliser castem - Gibiane*», CEA, 2011.

[18] classification thématique des objets, opérateurs et procédures de cast3m, CEA, 2011.

[19] «*Modélisation et simulation numérique Prise en Main de Cast3M*», Université de Caen, 2010-2011.

[20] F. DI PAOLA «*utiliser cast3m- maillage* », CEA, 2011.