

---

**Université ABBES LAGHROUR Khenchela**



جامعة عباس لغرور خنشلة  
Faculté de Sciences et Technologie  
كلية العلوم والتكنولوجيا  
Département de Génie Mécanique  
قسم الهندسة الميكانيكية



# Mémoire

de fin d'études Pour l'obtention du diplôme  
**MASTER (LMD)**

**Spécialité : Mécanique**

**Option : Génie des Matériaux**

## Thème

---

**Simulation numérique de l'effet  
d'orientation des fibres des matériaux  
composites stratifiés sur la rigidité des  
structures**

---

**Réalisé par :**

DROUAI DERRADJI  
ARCHOUCHE ABDELLAH

**Dirigé par : Mr. HIMEUR Nabil**

**Membres de jury :**

Président Mr. GROUNE Brahim  
Examineur Mr. MANSSOURI Khelifa

---

**Année universitaire : 2017-2018**

---

## **Remerciement**

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce Modeste travail.

En second lieu, nous tenons à remercier notre encadreur Mr : Himeur Nabil, son précieux conseil et son aide durant toute la période du travail.

Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail Et de l'enrichir par leurs propositions.

Enfin, nous tenons également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

## Dédicace

A la mémoire de mon père.

Ma mère, Mes frères, Ma femme, Mes enfants, tout ma familles.

Mes amis : Amrani . aissa , Z.azize , A. abdallah , B.abdou , L.mehsen , B.abderahim ,

R.khireddine , B.younesse , M.mokka , G.zohir , S. rebiai , T.sefiene , B.soufi ,Toute la Classe

Master2 GM 2018.

A Mes collègues.

Drouai-D

## **Dédicace**

A la mémoire de mon père.

Ma mère, mes frères, tout ma familles.

Mes amis :

Drouai- d, B.abdou, L.mouhsen , R.khireddine , B.younesse , M.meka .

Mes collègues Master2 GM

Archouche-A

# Sommaire

Remerciement et dédicace

Sommaire

Introduction Générale

## **Chapitre I : Les matériaux composites**

|                                                             |    |
|-------------------------------------------------------------|----|
| Introduction.....                                           | 03 |
| I.1 Présentation générale sur les matériaux composites..... | 03 |
| I.2. Éléments composants .....                              | 04 |
| I.2.1 La matrice.....                                       | 05 |
| I.2.1.1 Les thermoplastiques .....                          | 05 |
| I.2.1.2 Les thermodurcissable.....                          | 06 |
| I.2.1.3 Les Additifs.....                                   | 06 |
| I.2.2 Les renforts.....                                     | 07 |
| I.2.2.1 Fibre de verre.....                                 | 07 |
| I.2.2.2 Fibre de carbone.....                               | 08 |
| I.2.2.3 Fibre aramides.....                                 | 08 |
| I.2.2.4 Fibre céramique.....                                | 09 |
| I.2.2.5 Autres types de fibres.....                         | 10 |
| I.3 Les matériaux composites structuraux.....               | 11 |
| I.3.1 Monocouche ou pli .....                               | 11 |
| I.3.2 Sandwichs .....                                       | 11 |
| I.3.3 Stratifié .....                                       | 11 |
| I.4 Mise en œuvre.....                                      | 12 |
| I.4.1 Moulage au contact.....                               | 12 |
| I.4.2 Moulage par projection simultanée.....                | 13 |
| I.4.3 Injection thermodurcissable.....                      | 13 |
| I.4.4 Compression thermodurcissable.....                    | 14 |
| I.4.5 Enroulement filamentaire ou bobinage.....             | 14 |
| I.5 Avantages des matériaux composites.....                 | 15 |
| I.6 Domaines d'utilisation des matériaux composites.....    | 15 |
| I.7 Paramètres influençant l'orientation de fibres.....     | 16 |
| <b>Chapitre II : Théorie classique des stratifiés</b>       |    |
| II.1 Théorie simplifiée des stratifiés.....                 | 18 |

|                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----|
| II.2 Données de départ.....                                                           | 18 |
| II.2.1 Matériaux composant le stratifié.....                                          | 18 |
| II.2.2 Actions mécaniques.....                                                        | 18 |
| II.2.3 Actions thermiques.....                                                        | 19 |
| II.2.4 Action hygroscopiques.....                                                     | 19 |
| II.3 Calcul des tenseurs du stratifié.....                                            | 19 |
| II.3.1 Calcul des tenseurs du stratifié (comportement en membrane et en flexion)..... | 20 |
| II.3.2 Calcul des contraintes dans les couches.....                                   | 24 |
| II.3.3 Calcul des contraintes dans le repère du stratifié.....                        | 24 |
| II.3.4 Calcul des contraintes dans le repère matériel de la couche.....               | 24 |
| II.3.5 Calcul des caractéristiques équivalentes du stratifié.....                     | 25 |
| II.4 Les règles de conception des stratifiés.....                                     | 26 |
| <b>Chapitre. III Application et simulation numérique</b>                              |    |
| Introduction.....                                                                     | 29 |
| III.1 Méthode de Calcul..                                                             | 29 |
| III.2 Le calcul des constantes d'élasticité.....                                      | 29 |
| III.2.1 Calcul du stratifié comportement en traction..                                | 30 |
| III.2.2 le calcul pour le premier pli .....                                           | 30 |
| III.2.3 Le calcul pour le deuxième pli.....                                           | 30 |
| III.2.4 La matrice B.....                                                             | 31 |
| III.2.5 La matrice D .....                                                            | 32 |
| III.2.6 La matrice de rigidité de stratifié q.....                                    | 32 |
| III.3 l'orientation des fibres.....                                                   | 33 |
| III.3.1 Le calcul des constantes d'élasticité.....                                    | 33 |
| III.3.2 Calcul du stratifié comportement en traction .....                            | 33 |
| III.3.3 le calcul pour le premier pli .....                                           | 33 |
| III.3.4 le calcul pour le deuxième pli .....                                          | 34 |
| III.3.5 La matrice B.....                                                             | 34 |
| III.3.6 La matrice D.....                                                             | 35 |
| III.3.7 La matrice de rigidité de stratifié q.....                                    | 36 |
| III.4 Le calcul des constantes d'élasticité....                                       | 36 |
| III.4.1 Calcul du stratifié comportement en traction... ..                            | 36 |
| III.4.2 le calcul pour le premier pli....                                             | 37 |
| III.4.3 le calcul pour le deuxième pli.....                                           | 37 |

|                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------|----|
| III.4.4 La matrice B.....                                    | 38 |
| III.4.5 La matrice D.....                                    | 38 |
| III.4.6 La matrice de rigidité de stratifie q.....           | 39 |
| III.5 Le calcul des constantes d'élasticité.....             | 40 |
| III.5.1 Calcule du stratifie comportement en traction.....   | 40 |
| III.5.2 Calcule pour le premier pli.....                     | 40 |
| III.5.3 Calcule pour le deuxième pli.....                    | 40 |
| III.5.4 La matrice B.....                                    | 41 |
| III.5.5 La matrice D.....                                    | 42 |
| III.5.6 La matrice de rigidité de stratifie q.....           | 42 |
| III.6 Présentation du Logiciel.....                          | 43 |
| III.7 Système d'unité.....                                   | 44 |
| III.8 Les Module.....                                        | 45 |
| III.8.1 Le module « PART ».....                              | 45 |
| III.8.2 Le module « PROPERTY ».....                          | 46 |
| III.8.3 Le module « ASSEMBLY ».....                          | 46 |
| III.8.4 Le module « STEP ».....                              | 46 |
| III.8.5 Le module « INTERACTION ».....                       | 47 |
| III.8.6 Le module « LOAD ».....                              | 47 |
| III.8.7 Le module « MESH ».....                              | 47 |
| III.8.8 Le module « JOB ».....                               | 47 |
| III.8.9 Le module « VISUALIZATION ».....                     | 47 |
| III.9 Présentation de la pièce.....                          | 47 |
| III.9.1 Le matériau a étudié et dimension de la plaque.....  | 47 |
| III.9.2 les cas à modélise pour la simulation numérique..... | 48 |
| III.10 Les étapes de simulation.....                         | 48 |
| 1-Le module « PART ».....                                    | 48 |
| 2-Le module « PROPERTY ».....                                | 48 |
| 3-Le module « ASSEMBLY ».....                                | 49 |
| 4-Le module « STEP ».....                                    | 49 |
| 5-Le module « LOAD ».....                                    | 49 |
| 6-Le module « MESH ».....                                    | 50 |
| 7-Le module « JOB ».....                                     | 51 |
| 8-Le module « VISUALIZATION » des contraintes.....           | 51 |

|                                                      |    |
|------------------------------------------------------|----|
| III.11 2eme cas : Mc stratifier [0/60/-60/0].....    | 54 |
| III.12 3eme cas : Mc stratifier [0/45/-45/0].....    | 55 |
| III.13 4eme cas Mc stratifier [0/30/-30/0].....      | 57 |
| III.14 Le déplacement U1, U2, U3, pour le 1 cas..... | 59 |
| III.14 Le déplacement U1, U2, U3, pour le 2 cas..... | 60 |
| III.14 Le déplacement U1, U2, U3, pour le 3 cas..... | 62 |
| III.14 Le déplacement U1, U2, U3, pour le 4 cas..... | 63 |
| Conclusion général.....                              | 65 |

# Liste des figures

## Chapitre I

|                                                           |    |
|-----------------------------------------------------------|----|
| Figure I.1 : Les composantes d'un matériau composite..... | 03 |
| Figure I.2 : Constitution d'un matériau composite.....    | 06 |
| Figure I.3 : Echantillons d'un Fibre de carbone .....     | 08 |
| Figure I.4 : Echantillons d'un Fibre aramide .....        | 09 |
| Figure I.5 : Fibre céramique.....                         | 10 |
| Figure I.6 : Schéma d'un stratifié.....                   | 12 |
| Figure I.7 : Moulage au contact.....                      | 12 |
| Figure I.8 : Moulage par projection simultanée.....       | 13 |
| Figure I.9 : Injection thermodurcissable.....             | 13 |
| Figure I.10 : Compression thermodurcissable.....          | 14 |
| Figure I.11 Enroulement filamentaire ou bobinage.....     | 14 |

## Chapitre II

|                                                                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure II.1 : Schéma d'un élément stratifié.....                                                                | 20 |
| Figure II.2 Schéma de moment de flexion et de torsion .....                                                     | 21 |
| Figure II.3 Schéma d'orientation des fibres.....                                                                | 24 |
| Figure II.4 Représentation idéalisée d'une zone de transition d'épaisseur entre un panneau épais à 16 plis..... | 33 |

## Chapitre III

|                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure III.1 : Interface de code calcul abaqus.....                             | 44 |
| Figure III.2 Le module « PART » pour dessine toutes les pièces du problème..... | 45 |
| Figure III.3 Le module « PART ».....                                            | 48 |
| Figure III.4 Le module « PROPERTY ».....                                        | 49 |
| Figure III.5 Le module « LOAD.....                                              | 50 |
| Figure III.6 Le module « MESH ».....                                            | 50 |
| Figure III.7 Les contraintes $\sigma_{zz}$ dans la plaque.....                  | 51 |
| Figure III.8 Concentration des contraintes $\sigma_{zz}$ .....                  | 51 |
| Figure III.9 Les contraintes $\sigma_{yy}$ dans la plaque.....                  | 52 |
| Figure III.10 Concentration des contraintes $\sigma_{yy}$ .....                 | 52 |
| Figure III.11 Les contraintes $\sigma_{zy}$ dans la plaque.....                 | 53 |
| Figure III.12 Concentration des contraintes $\sigma_{zy}$ .....                 | 53 |

|                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------|----|
| Figure III.13 Les contraintes $\sigma_{zz}$ dans la plaque..... | 54 |
| Figure III.14 Les contraintes $\sigma_{yy}$ dans la plaque..... | 54 |
| Figure III.15 Les contraintes $\sigma_{zy}$ dans la plaque..... | 55 |
| Figure III.16 Les contraintes $\sigma_{zz}$ dans la plaque..... | 55 |
| Figure III.17 Les contraintes $\sigma_{yy}$ dans la plaque..... | 56 |
| Figure III.18 Les contraintes $\sigma_{zy}$ dans la plaque..... | 56 |
| Figure III.19 Les contraintes $\sigma_{zz}$ dans la plaque..... | 57 |
| Figure III.20 Les contraintes $\sigma_{yy}$ dans la plaque..... | 57 |
| Figure III.21 Les contraintes $\sigma_{zy}$ dans la plaque..... | 58 |
| FigureIII.22 les Déplacements $U_1$ .....                       | 59 |
| FigureIII.23 les Déplacements $U_2$ .....                       | 59 |
| FigureIII.24 les Déplacements $U_3$ .....                       | 60 |
| FigureIII.25 les Déplacements $U_1$ .....                       | 60 |
| FigureIII.26 les Déplacements $U_2$ .....                       | 61 |
| FigureIII.27 les Déplacements $U_3$ .....                       | 61 |
| FigureIII.28 les Déplacements $U_1$ .....                       | 62 |
| FigureIII.29 les Déplacements $U_2$ .....                       | 62 |
| FigureIII.30 les Déplacements $U_3$ .....                       | 63 |
| FigureIII.31 les Déplacements $U_1$ .....                       | 63 |
| FigureIII.32 les Déplacements $U_2$ .....                       | 64 |
| FigureIII.33 les Déplacements $U_3$ .....                       | 64 |

## **Liste Des Tableaux**

|                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tableau I.1 : Propriétés mécaniques et caractéristiques élastiques des résines..... | 08 |
| Tableau III.1 : Des unités de logiciel abaqus.....                                  | 45 |
| Tableau III.2 : caractéristiques (verre / époxy) .....                              | 49 |



# **Introduction générale**

Les pièces et structures mécaniques, que nous utilisons et manipulons quotidiennement, sont toutes constituées d'une matière donnée, choisie pour sa bonne adaptation à la fonction de l'objet en question et au procédé utilisé pour lui conférer la forme souhaitée. La notion de matériau est donc rigoureusement indissociable de l'intérêt que peut présenter la substance en question pour la réalisation d'une pièce finie. Le matériau est alors un élément de base constituant la structure qui doit résister aux différentes sollicitations.

Les matériaux composites, au sens le plus courant du terme, sont un ensemble de matériaux de synthèse conçus et mis en œuvre essentiellement pour des applications structurales, de façon à ce que la fonction mécanique est dominante. Ces matériaux trouvent de plus en plus d'application pour la réalisation des pièces structurales de dimensions diverses, dans de nombreux secteurs industriels tels que l'aéronautique, biomédical...etc.

Un matériau composite résulte de l'association de deux matériaux différents aussi bien par leur forme que par leurs propriétés mécaniques ou chimiques pour tenter d'accroître leurs performances. Les deux constituants du composite sont la matrice et le renfort, qui en se combinant donnent un matériau hétérogène souvent anisotrope, c'est-à-dire dont les propriétés diffèrent suivant les directions. Les matériaux constituant le composite sont généralement choisis en fonction de l'application que l'on souhaite en faire par la suite.

Le travail de thèse présente les résultats obtenus lors de l'étude « La simulation numérique de l'effet d'orientation des fibres des matériaux composites stratifiés » au cours d'un essai de traction.

L'objectif est de répondre à la question « Est-ce que l'orientation des fibres a un effet sur la concentration des contraintes dans le matériau composite stratifié (a étudié) ? »

La thèse est composée de 03 chapitres :

Le premier chapitre (I) présente une synthèse bibliographique sur l'histoire des matériaux composites stratifiés.

Le deuxième chapitre (II) présente l'étude (des calculs) de l'effet d'orientation des fibres, à chaque fois dans le changement de l'angle des fibres, on présente une méthode comment calculer la matrice de rigidité.

Enfin, troisième chapitre (III) résume les résultats de la simulation numérique réalisée sur les différents cas de l'orientation des fibres, où la simulation est conduite en utilisant le logiciel de calcul abaqus. À la fin, cette thèse se termine par une conclusion générale (interprétation des

résultats) permettant de synthétiser les principaux résultats obtenus et d'envisager quelques perspectives.

# **Chapitre. I**

## **Les matériaux composites**

## Introduction

Depuis ces dernières années L'utilisation des matériaux composites c'est imposée dans différents secteurs industriels. Leurs principales applications se trouvent dans le transport aérien, maritime et ferroviaire, les bâtiments, l'aérospatial. Les raisons d'un tel succès sont attribuées à leurs qualités de réduction des coûts. D'exploitation, telles que leur bonne résistance à la fatigue à la corrosion et à la température, leur souplesse de forme et surtout leur faible masse qui permet un allègement conséquent des structures et leurs caractéristiques mécaniques spécifiques élevées.

### I.1 Généralité sur les matériaux composites :

Un matériau composite est constitué de différentes phases nommées renforts et matrice. Lorsque le matériau composite est non endommagé, les renforts et la matrice sont parfaitement liés et il ne peut pas y avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases. Les renforts se présentent sous forme de fibres continues ou discontinues. Le rôle du renfort est d'assurer la fonction de résistance mécanique aux efforts. La matrice assure quant à elle la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques. L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de renforcer les propriétés mécaniques de la structure. Nous étudions plus particulièrement les matériaux composites à renfort fibre longue continue utilisés dans l'industrie nautique, automobile, aéronautique et spatiale. Les pièces structurelles sont réalisées par empilement de nappes en optimisant les directions des renforts en fonction des charges qu'elles doivent subir. La nature de la résine ou du renfort est choisie en fonction de l'application finale visée.

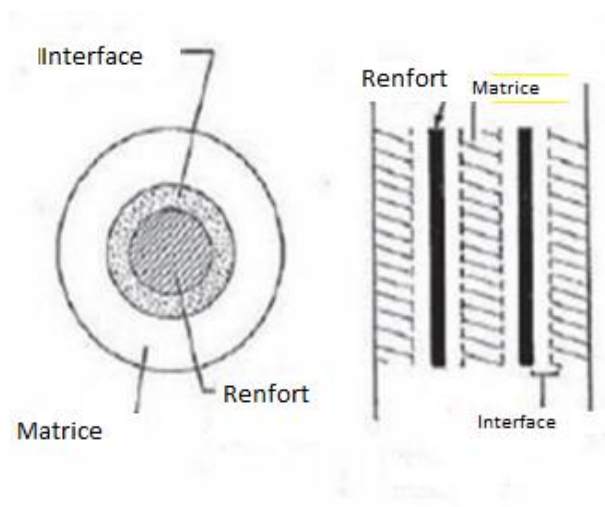
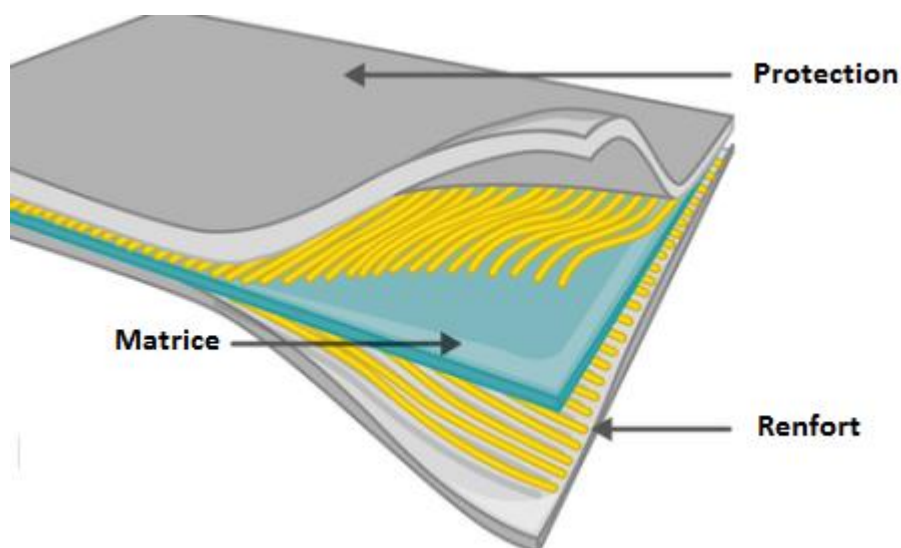


Figure 1.1 : Les composantes d'un matériau composite

Nous présentons les différents types de matrices et renforts classiquement employés dans l'industrie. Les propriétés mécaniques de l'interface entre fibres et matrice sont très importantes dans la réalisation d'une structure composite. En effet, il ne doit y avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases de la structure pour obtenir de bonnes caractéristiques mécaniques élastiques.

### I.2 Éléments composants :

Un matériau composite, comme il est représenté dans la Figure 1.2 est constitué essentiellement d'un matériau fibreux, jouant le rôle de renfort (armature, squelette), et il assure la tenue mécanique (résistance à la traction et rigidité), souvent de nature filamentaire (fibres organiques ou inorganiques) et, un matériau résineux, appelé matrice, qui lie les fibres renforts, répartit les efforts (résistance à la compression ou à la flexion) et assure une bonne protection chimique du matériau .



**Figure I.2 : Constitution d'un matériau composite**

Il existe aujourd'hui un grand nombre de matériaux composites que l'on classe généralement en trois familles en fonction de la nature de la matrice [1]

- CMO : Les composites à matrices organiques qui constituent, de loin, les volumes les plus importants aujourd'hui à l'échelle industrielle.

- CMC : Les composites à matrices céramiques réservés aux applications de très haute technicité et travaillant à haute température comme dans les domaines spatial, nucléaire et militaire, ainsi que le freinage.
- CMM : Les composites à matrices métalliques.

Les composites trouvent leurs principales applications dans le transport aérien, maritime, ferroviaire, le bâtiment, l'aérospatial ainsi que les sports et loisirs, notamment grâce à leur bonne tenue mécanique comparable aux matériaux homogènes, plus résistants que l'acier et plus légers que l'aluminium.

Généralement, la mise en œuvre d'un matériau composite se fait selon un rapport renfort matrice de 3/7 [2].

En plus, les deux entités doivent être compatibles, sinon des modifications sont apportées sur le renfort pour le rendre compatible

### **I.2.1 La matrice :**

Les matrices ont essentiellement pour rôle de transférer les contraintes apportées sur le matériau aux fibres, de les protéger contre les agressions extérieures et donnent la forme du matériau. Elles doivent être en outre assez déformable et présenter une certaine compatibilité avec le renfort. Ainsi, pour pouvoir apporter aux matériaux composites des propriétés mécaniques élevées, les résines doivent posséder des masses volumiques faibles.

Il existe plusieurs types de résines classées en deux grandes familles : les thermoplastiques et les thermodurcissables. Une nouvelle classe de résines, ayant les propriétés des deux précédentes familles, a vu le jour, il s'agit des thermostables.

#### **I.2.1.1 Les thermoplastiques :**

Les thermoplastiques sont des chaînes polymères reliées entre elles par de faibles liaisons. Ils sont recyclables et possèdent au moins un solvant. Les thermoplastiques représentent le plus grand tonnage en termes de production à cause de leur facilité de mise en œuvre et des faibles coûts. Ce sont principalement les plastiques traditionnels (le polychlorure de vinyle PVC, le polyéthylène PVC, le polyéthylène PE, le polypropylène PP, le polyamide PA, les polycarbonates PC, etc.).

Leur recyclable et leur thermo réversibilité constituent des avantages très importants. Il existe aussi des thermoplastiques à usage spécifique qui peuvent résister à des températures de l'ordre de 200°C et même plus.

### I.2.1.2 Les thermodurcissables :

Les thermodurcissables sont des polymères qui ne peuvent être mis en forme qu'une seule fois mais possèdent des propriétés mécaniques et thermomécaniques élevées par rapport aux thermoplastiques. On retrouve dans cette famille les polyesters insaturés (vinylester, les dérivés allyliques, les polyesters condensés, etc.), les résines époxydes, les résines de condensation (les phénoliques, les aminoplastes, les furaniques,... etc.).

### I.2.1.3 Les Additifs :

Des produits peuvent être incorporés à la résine pour renforcer les propriétés mécaniques (charges renforçantes, ex : charges sphériques creuses 5 à 150 µm). Des charges non renforçantes peuvent être également utilisées pour diminuer le coût des matrices en résine. Des additifs, de type colorant ou agent de démoulage sont largement utilisés lors de la conception des structures constituées de matériaux composites.

| Résines   | nom              | $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) | E (MPa) | $\nu$ | R (MPa) | $\alpha$ µm/m°C |
|-----------|------------------|-----------------------------|---------|-------|---------|-----------------|
|           | Polyester        | 1300                        | 3800    | 0.37  | 88      | 100             |
|           | Vinylester       | 1200                        | 3500    | 0.35  | 81      | 65              |
| <b>TD</b> | Epoxyde          | 1220                        | 5200    | 0.38  | 121     | 40              |
|           | Silicone         | 1550                        | 1000    | 0.45  | 3       | 30              |
|           | Polyimide        | 1217                        | 3450    | 0.35  | 80      | 36              |
|           | Phénoliqu        | 1350                        | 3000    | 0.36  | 70      | 80              |
|           | Polyamide        | 1130                        | 1900    | 0.33  | 70      | 85              |
| <b>TP</b> | Polycarbonate    | 1100                        | 2300    | 0.33  | 60      | 70              |
|           | Polyester saturé | 1310                        | 2800    | 0.33  | 55      | 90              |

**Tableau I.1 : Propriétés mécaniques et caractéristiques élastiques des résines**

Le Tableau I.1 résume les caractéristiques élastiques et propriétés mécaniques des résines thermoplastiques TP et thermodurcissables TD.

Il est à noter que dans les résines, des charges et des additifs y sont fréquemment incorporés. Leur rôle est d'améliorer les caractéristiques mécaniques et physiques, de diminuer les coûts et de faciliter leur mise en œuvre ou en forme. Les taux de charges rencontrés dans les résines sont de quelques dizaines de % et les additifs de quelques pourcent.

### **I.2.2 Les renfort :**

Le renfort est le squelette supportant les efforts mécaniques. Le but des renforts dans les matériaux composites est essentiellement d'accroître leurs propriétés mécaniques (rigidité, résistance à la rupture, dureté, etc.) et d'améliorer des propriétés physiques, tels que les comportements au feu, la tenue en température (conservation des caractéristiques mécaniques à haute température) ou les propriétés électriques. Outre les propriétés mécaniques élevées qu'ils procurent, les caractéristiques recherchées dans les renforts sont une masse volumique faible, une compatibilité avec les matrices et une facilité de mise en œuvre. Les renforts peuvent provenir d'origines diverses (animale, végétale, synthétique, etc.).

Il peut se présenter sous de nombreuses formes : fibres courtes ou particules (mat) ou fibres continues (unidirectionnel, tissus ou textures multidirectionnelles). Chacune d'entre elles s'impose dans une application particulière en raison de ses propriétés spécifiques et de son prix. Il existe plusieurs types de renforts fibreux.

#### **I.2.2.1 Fibre de verre :**

Actuellement, la fibre de verre est le renfort le plus utilisé dans les matériaux composites en raison du rapport performance mécanique/prix.

- Haute teneur en alcali
- Bonne résistance chimique
- Hautes propriétés diélectriques
- A usage général ; bonne propriétés électriques
- Haute résistance mécanique

Suivant leur composition, on distingue généralement différents types de verre, notamment le verre E qui rassemble presque l'ensemble de la production 98%, le reste étant réparti entre les verres A, C, D, R et S qui sont utilisés pour des applications spécifiques [3].

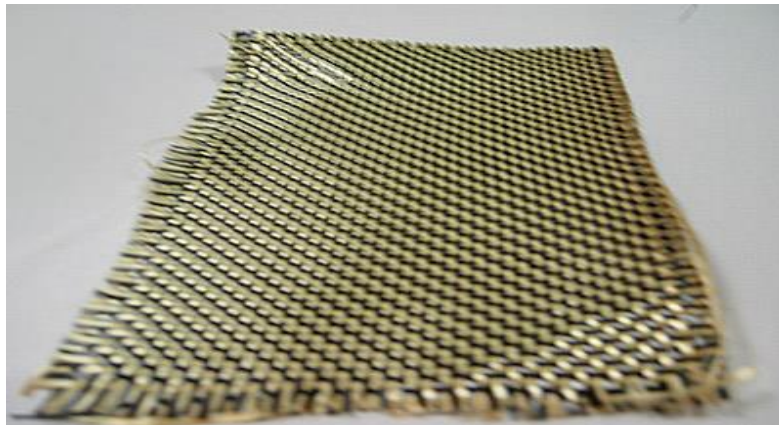
Ces fibres sont composées principalement d'oxydes, généralement de silice  $\text{Si-O}_2$ , d'alumine  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , de magnésie  $\text{Mg-O}$ , de chaux  $\text{Ca-O}$  et d'oxyde de bore  $\text{B}_2\text{-O}_3$ . On y retrouve

aussi d'autres oxydes  $Fe_2O_3$ ,  $K_2O$ ,  $TiO_2$ , et du fluor en très faibles proportions Les propriétés mécaniques des fibres de verres sont assez intéressantes.

### **I.2.2.2 Fibre de carbone :**

Les fibres de carbone ont la structure du graphite. Elles proviennent de fibre acrylique et du brai. Actuellement, il existe deux procédés de préparation de la fibre de carbone : l'une des voies permet d'obtenir les fibres de types Haut Module et Très Haut Module, l'autre donne les fibres HR (Haute résistance) et HT (Haute Ténacité). Une étape de graphitisation, réalisée après les étapes d'oxydation et de carbonisation, dans le procédé de préparation des fibres Haut Module et Très Haut Module différencie les deux voies.

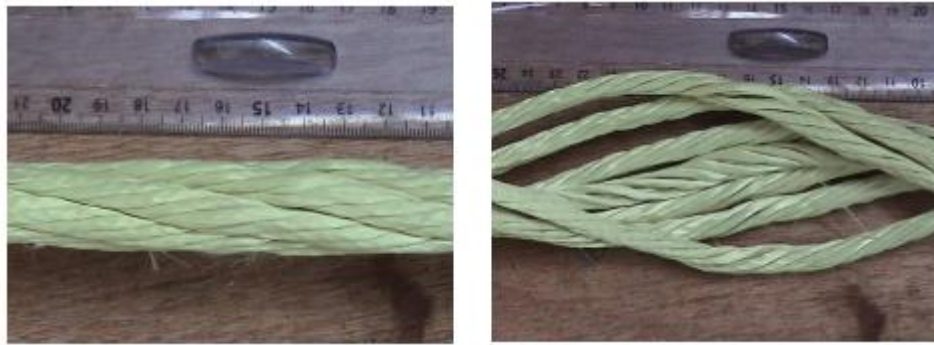
La graphitisation permet d'obtenir les fibres Haut Module et Très Haut Module. Le prix de ces fibres reste relativement élevé mais il n'a cessé de diminuer avec l'augmentation des volumes de production. Les modules d'élasticité de ces fibres sont de quelques centaines de GPa.



**Figure I.3 : Echantillons d'un Fibre de carbone**

### **I.2.2.3 Fibre aramides :**

Les plus connues sont les fibres de polyamides aromatiques, connues sous la marque commerciale de "Kevlar". Le comportement des fibres aramides est semblables à celui des métaux car sous faible charge elles sont élastiques et deviennent plastiques quand elles sont soumises à de fortes contraintes.



**Figure I.4 : Echantillons d'un Fibre aramide [4]**

Elles constituent un bon compromis entre les fibres de carbone et celles à base de verre. Les fibres aramides ont une bonne tenue au feu. Par contre, lors de leur renforcement des composites, on observe une faible résistance à la compression et à la flexion, du fait d'une mauvaise adhérence avec les résines. C'est pourquoi de nouvelles fibres hybrides, en l'occurrence des fibres verre-kevlar et carbone-kevlar, sont élaborées pour améliorer leur adhérence.

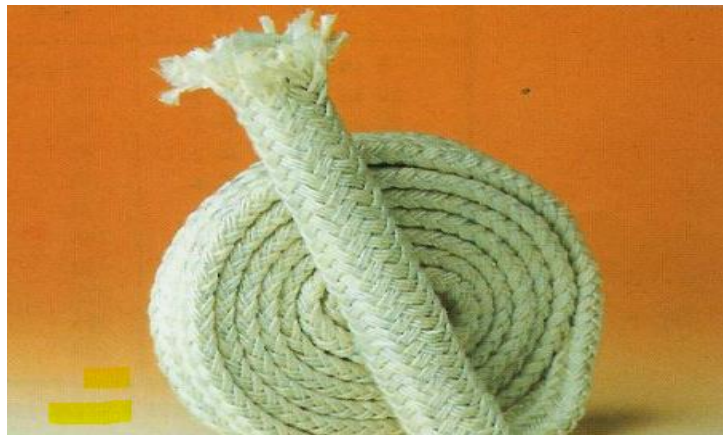
Les fibres aramides sont exploitées industriellement en vertu de leur résistance au choc et de leur légèreté. Elles entrent dans la composition des produits de protection (blindages, gilets pare-balle, casques, gants, etc.) mais aussi des articles de sport (raquettes de tennis, les pièces de skis), et dans nombreux autres produits de l'industrie aéronautique.

#### **I.2.2.4 Fibre céramique :**

Les renforts céramiques sont des fibres de type carbure, borure et nitrure. Elles sont les plus chères de toutes, en raison de leur difficulté de fabrication. Elles sont utilisées dans des applications très spécifiques travaillant à haute température et sous atmosphère oxydante (spatial et nucléaire). Les plus couramment produites sont : les fibres de bore, les fibres carbure de silicium, les fibres de bore-carbure de bore  $B_4-C$  et les fibres de bore-carbure de silicium Bor-Si-C.

Ces fibres possèdent des caractéristiques mécaniques assez bonnes et se conservent à des températures pouvant aller de  $500^{\circ}C$  à  $1000^{\circ}C$ . Les fibres céramiques sont souvent associées à des résines thermodurcissables de type époxyde à cause de leur bonne adhérence avec ces dernières. Elles peuvent également être mélangées avec des thermoplastiques.

Dans cette catégorie de renfort une nouvelle génération de fibres est développée par un procédé similaire à celui des fibres de carbone. Ces nouvelles fibres possèdent, en plus des caractéristiques des fibres usuelles de la famille, une tenue en température plus élevée 1200°C à 1600°C. C'est le cas des fibres en carbotitanate de silicium Si-C-Ti appelées tyranno.



**Figure I.5 : Fibre céramique**

### **I.2.1.5 Autres types de fibres :**

Cette partie rassemble toutes les fibres qui ne se retrouvent pas dans les autres groupes. Généralement ces fibres sont utilisées pour des applications spécifiques (papiers spéciaux, pour une bonne conductivité électrique). Ces fibres possèdent des modules d'élasticité très faibles comparés aux autres fibres.

- les fibres d'origine végétale (cellulose, lin, chanvre)
- les fibres d'origine minérale (amiante, silice)
- les fibres synthétiques (tergal, dacron) issus des polyesters.
- les fibres métalliques (acier, cuivre, aluminium) utilisées avec les matrices métalliques.

Ces fibres sont appréciées pour diverses raisons par exemple :

- leur prix de revient assez bas.
- leur haute capacité d'isolation thermique.
- leur bonne conductivité thermique et électrique.
- leur propriété d'isolation acoustique.

### I.3 Les matériaux composites structuraux :

La rigidité d'un composite est conditionnée par le nombre et l'empilement des couches, leur nature et leur séquence d'empilement. Ils sont généralement sous forme de :

**I.3.1 Monocouche ou pli** : il représente l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues, à fibres tissées ou à fibres courtes.

**I.3.2 Sandwichs** : Matériaux composés de deux semelles ou peaux, de grande rigidité et de faible épaisseur, enveloppant une âme ou cœur de forte épaisseur et de faible résistance. L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande résistance en flexion et c'est un excellent isolant thermique.

**I.3.3 Stratifié** : un stratifié est constitué de l'empilement de deux ou plusieurs couches (appelées également plis) entreposées successivement, et se comportant comme une seule entité structurale. Chaque couche est formée de fibres de faible section imprégnées de résine, et est désignée par son orientation, qui est l'angle que fait la direction des fibres avec la direction de référence.

La séquence d'empilement du stratifié, désigne le nombre et l'orientation des couches successives en parcourant le stratifié d'une face à l'autre. Ainsi, un stratifié est dit unidirectionnel si, l'angle entre deux couches consécutives est nul, c'est-à-dire toutes les fibres sont alignées selon une seule direction. Par contre, un stratifié est multidirectionnel si les couches successives, sont orientées les unes par rapport aux autres à des angles autres que  $0^\circ$  tel, les multidirectionnels  $[0/ +45/ -45/ 90/ 90/ +45/ -45/ 0]$ . Le choix de l'empilement, et plus particulièrement des orientations, permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques. On pourra avoir des stratifiés de type :

- Équilibré : stratifié comportant autant de couches orientées suivant la direction  $+\theta$  que de couches orientées suivant la direction  $-\theta$ .
- Symétrique : stratifié comportant des couches disposées symétriquement par rapport à un plan moyen, ayant la même orientation des fibres.
- Antisymétrique : stratifié comportant des couches ayant des orientations de fibres opposées.
- Orthogonal : stratifié comportant autant de couches à  $0^\circ$  que de couches à  $90^\circ$ .

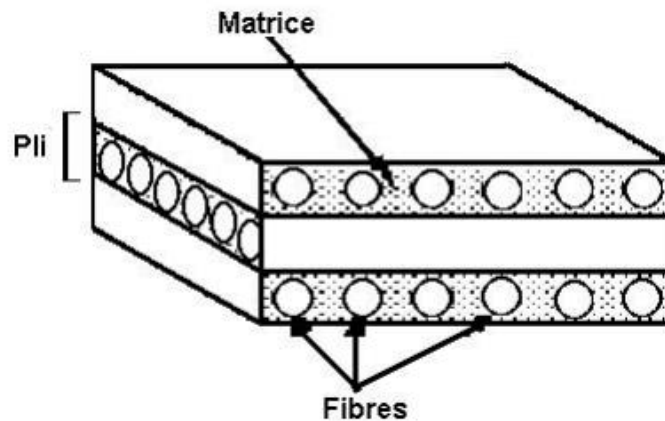


Figure I.6 : Schéma d'un stratifié [5]

#### I.4 Mise en œuvre de matériau composite :

La mise en œuvre de matériau composite à matrice thermoplastique, chargée de fibres, passe par deux étapes principales : l'extrusion qui permet le mélange des deux composantes à l'état fondu, découpé sous forme de granules et suivi de l'injection sous forme d'échantillon pour différents tests. Les conditions de mise en œuvre sont choisies de façon à homogénéiser la dispersion et la répartition des fibres dans la matrice Polymère sans dégrader ni la matrice ni les fibres, les procédés les plus importants sont :

##### I.4.1 Moulage au contact :

Le principe consiste à disposer dans un moule les renforts (sous forme de mat ou de tissu) imprégnés manuellement d'une matrice thermodurcissable. Les pièces de formes quelconques peuvent être réalisées avec une cadence très faible.

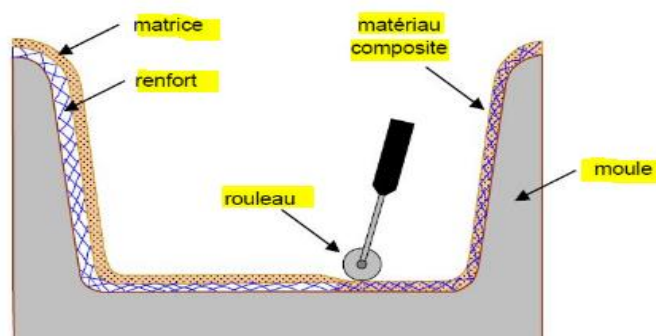


Figure I.7 : Moulage au contact [6]

### I.4.2 Moulage par projection simultanée :

Le moulage est effectué par projection simultanée de fibres coupées et résine catalysée sur un moule. L'équipement à projeter est constitué d'une machine à couper le stratifié et d'un pistolet projetant la résine et les fibres coupées, l'ensemble fonctionnant par air comprimé.

La couche de fibres imprégnées de résine est ensuite compactée et bullée au rouleau cannelé. Le moulage par projection permet d'obtenir de grandes séries de pièces, avec un bas prix de revient.

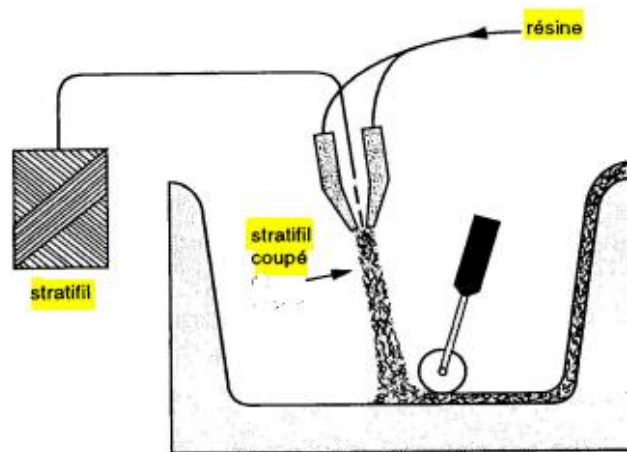


Figure I.8 : Moulage par projection simultanée [6]

### I.4.3 Injection thermodurcissable :

Le moulage du compound est réalisé entre moule et contre moule chauffé à température entre 140 à 170°C sous une pression de 50 à 100 bars. Les avantages : réalisation de grandes séries, peu de finition. Le compound : c'est de la résine, de la fibre coupée et de la charge.

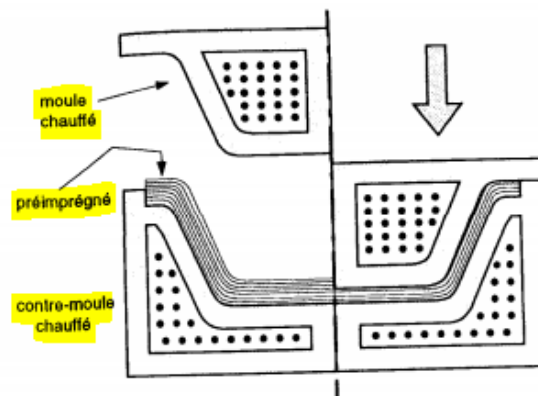


Figure I.9 : Injection thermodurcissable [6]

#### I.4.4 Compression thermodurcissable :

Le principe consiste à déposer des feuilles de pré-imprégnés dans un contre moule chauffé, de comprimer le matériau avec un moule chauffé, polymérisation puis éjection de la pièce. Les avantages : coût matière, propriétés mécaniques et thermiques. Les limites sont l'aspect, le dimensionnement des presses et la finition.

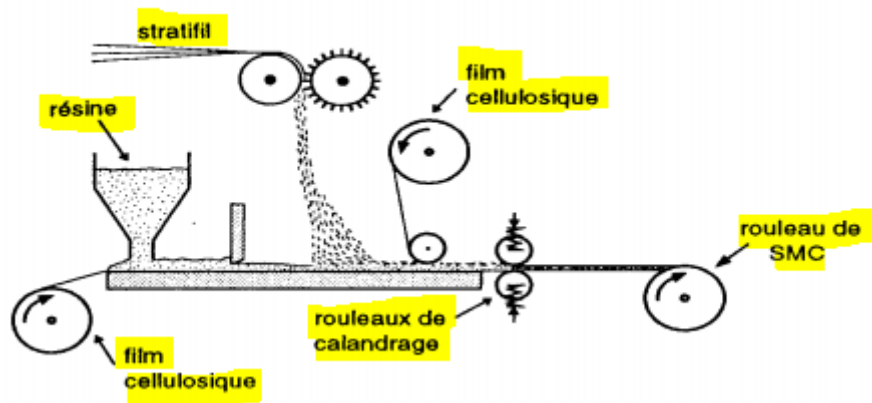


Figure I.10 : Compression thermodurcissable [6]

#### I.4.5 Enroulement filamentaire ou bobinage :

Technologie pour les HP. Le principe consiste en un enroulement sous tension sur un mandrin tournant autour de son axe de fibres continues préalablement imprégnées d'un liant. Les avantages sont la disposition optimale des renforts, les très bonnes propriétés mécaniques, possibilité de réaliser des pièces de grandes dimensions avec des surfaces internes lisses.

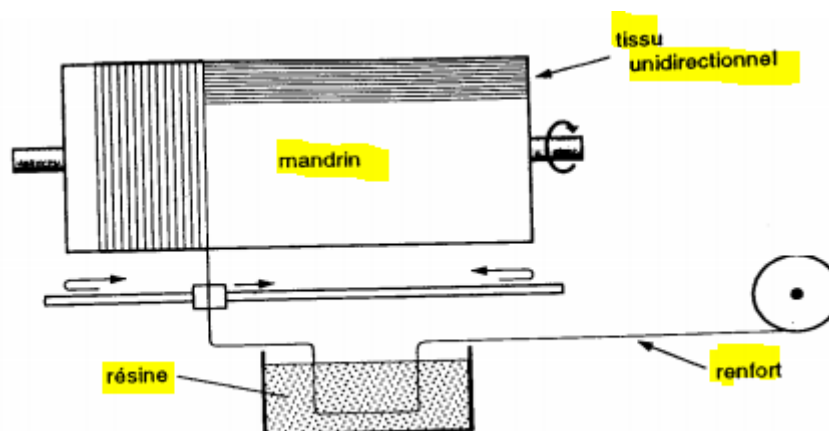


Figure I.11 Enroulement filamentaire ou bobinage [6]

### **I.5 Avantages des matériaux composites :**

Les matériaux composites ont deux avantages majeurs, parmi beaucoup d'autres une meilleure résistance et rigidité, surtout en comparaison avec d'autres matériaux sur une unité de poids. Ces rapports résistance sur densité et rigidité sur densité sont dits respectivement résistance spécifique et rigidité spécifique. On peut fabriquer par exemple un matériau composite qui peut avoir la même résistance et rigidité que celle de l'acier, mais il sera 70% plus léger. Il existe d'autres matériaux composites avancés qui sont plus fort trois fois que l'aluminium, tel que le matériau des structures d'aéronef ne pesant que 60% de ce dernier.

En outre, les matériaux composites peuvent être adaptés pour répondre efficacement aux exigences de conception de résistance, de rigidité, et d'autres paramètres, tous dans des directions différentes. Ces avantages ont permis à de nouveaux modèles d'aéronefs et d'engins spatiaux de naître, qui ont été dans le passé irréalisable par des matériaux conventionnels. Toutefois, l'industrie aérospatiale a été attirée par le titane dans les années 1950 pour des raisons similaires, mais a constaté de graves inconvénients après l'investissement de plusieurs millions de dollars dans la recherche, le développement, et l'outillage. Cette expérience malheureuse avec le titane a provoqué une approche plus prudente, encore plus délibérément complète et bien équilibrée pour le développement des matériaux composite [7].

Le remplacement des matériaux classiques par des matériaux composites est motivé par un autre facteur qui est le gain de poids, ce gain de poids dans les structures aérospatiales est traduit par un gain dans le carburant. Récemment, l'effet de l'aérodynamique et du poids, réduit par les matériaux composites sur le gain du combustible est évalué. Il s'est avéré que les deux facteurs sont de la même importance.

### **I.6 Domaines d'utilisation des matériaux composites :**

Les matériaux composites de nos jours prennent une place prépondérante dans différents domaines de par leur simplicité d'élaboration, leur légèreté ainsi que leurs caractéristiques mécaniques. Contrairement aux matériaux classiques qui présentent des caractéristiques mécaniques intrinsèques, les matériaux composites peuvent répondre aux exigences des différents types de contraintes à partir d'une élaboration et d'un choix judicieux de matrice et renfort, et ceci, dans différents domaines.

Les matériaux composites ont été introduits progressivement dans les automobiles, à la suite des matériaux polymères dont certains sont utilisés comme matrices.

En fait, le marché des matériaux composites est caractérisé par le pouvoir d'innovation. Par exemple, il n'y a pas d'Airbus A380 sans composites. On peut aussi citer les progrès obtenus sur les skis, les raquettes de tennis, les coques des bateaux, les pneumatiques de l'isolation ou les emballages. L'innovation tient aux performances mais plus encore à l'adaptabilité quasi parfaite du composite à la fonction requise. C'est un matériau conçu à la carte et en même temps que la structure fabriquée

De nos jours, les matériaux composites ont pris une place importante dans divers domaines : aéronautique, transport, bâtiment, loisirs etc. Du point de vue écologique, les fibres utilisées comme renforts dans les composites prennent une place croissante et sont de nouveau d'actualité.

### **I.7 Paramètres influençant l'orientation de fibres :**

Nombreux facteurs peuvent affecter la structure anisotrope (structure cœur-peau) induite par l'écoulement. Parmi ces facteurs, on peut trouver les paramètres d'injection (vitesse d'injection, température du moule, température d'injection, ..).

Par ailleurs, les propriétés des renforts (longueur, concentration, ..) ont été analysées et ont montré qu'elles peuvent modifier les épaisseurs des couches de la structure cœur-peau et même la faire disparaître pour des concentrations volumiques faibles, comme cela a été montré par Friedrich et al [8].

Dans le cas du polypropylène renforcé à 10% de fibres de verre. L'épaisseur de la pièce joue aussi un rôle important dans la formation de la structure cœur-peau. En effet, pour une vitesse d'injection donnée, les taux de cisaillement sont plus importants dans les parties fines de la pièce. La couche de cœur est ainsi limitée et une grande proportion de fibres est orientée dans la direction principale [9].

#### **1. Orientation des fibres :**

L'orientation des fibres dans un composite joue un rôle important dans les propriétés mécaniques. En effet, une orientation privilégiée a tendance à fragiliser le composite dans le sens transverse de cette orientation. Les composites à fibres discontinues sont peu orientés. Cependant, lors de la mise en œuvre des composites par injection et extrusion, des directions d'écoulement de matières privilégiées peuvent apparaître menant à un alignement des fibres. Les propriétés mécaniques sont bien évidemment très supérieures dans le sens du renfort, comme dans le cas des matériaux fortement orientés tels que les composites unidirectionnels.

Ce caractère anisotrope est pris en compte dans l'utilisation de certaines pièces. Plusieurs paramètres peuvent influencer l'orientation des fibres lors de la mise en œuvre des composites [10] :

- Les dimensions des fibres.
- Les propriétés viscoélastiques de la matrice polymère à l'état fondu.
- La forme de l'empreinte du moule.
- Les traitements des fibres.

### **2. Interface fibre/matrice :**

La liaison entre fibre et matrice dépend généralement de l'arrangement atomique et moléculaire ainsi que des compositions chimiques de la fibre et de la matrice. Cependant, les propriétés morphologiques et la capacité de diffusion de chaque matériau sont aussi à prendre en compte dans la compréhension des phénomènes interfaciaux. Plusieurs facteurs peuvent donc influencer l'interface et le transfert de charge entre fibre et matrice. Généralement, il s'agit de la contribution de plusieurs facteurs. Afin d'améliorer l'adhésion fibre/matrice, la fibre est traitée chimiquement ou physiquement. Dans le cas des fibres de verre ou de carbone, la fibre est revêtue d'une substance chimique dite ensimage qui dépend du type de la fibre et de la matrice. Cependant, ces ensimages sont optimisés pour les thermodurcissables et peu pour les thermoplastiques.

### **3. Modification de la fibre et de la matrice :**

En raison de la faible compatibilité entre les fibres lignocellulosiques et les matrices thermoplastiques, il est essentiel de traiter la fibre et/ou la matrice. Les différents traitements pouvant être appliqués sont généralement classés en deux catégories : physiques et chimiques.

## **Chapitre. II**

# **Théorie classique des stratifiés**

### II.1 Théorie simplifiée des stratifiés :

Dans cette partie on détaille les étapes nécessaires à mener à bien le calcul d'un stratifié, une fois sa composition connue (matériaux des plis et séquence d'empilement) et lorsque le même stratifié est soumis à un état de sollicitation mécanique et thermique connu.

### II.2 Données de départ :

**II.2.1 Matériaux composant le stratifié :** ils sont orthotropes et d'habitude connus grâce aux constantes de l'ingénieur dans les directions d'orthotrope de la couche,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$  et  $G_{12}$ , aux caractéristiques de résistance de chaque pli  $X_c$ ,  $X_t$ ,  $Y_c$ ,  $Y_t$ ,  $S$ , aux coefficients de dilatation thermique et d'absorption d'eau dans les deux directions d'orthotrope,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  et  $\beta_2$ , et à leur épaisseur  $h_c$ . Une alternative est celle de donner directement les composantes tensorielles du tenseur de la rigidité  $Q$ ,  $Q_{11}$ ,  $Q_{12}$ ,  $Q_{22}$  et  $Q_{66}$ ; dans ce cas, l'étape de calcul du tenseur  $Q$  à partir des constantes de l'ingénieur n'est évidemment pas nécessaire.

**II.2.2 Actions mécaniques :** elles sont données en spécifiant, dans les axes du stratifié, le tenseurs  $N$  et  $M$  des actions de membrane et de flexion :  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$ ,  $M_x$ ,  $M_y$  et  $M_{xy}$ .

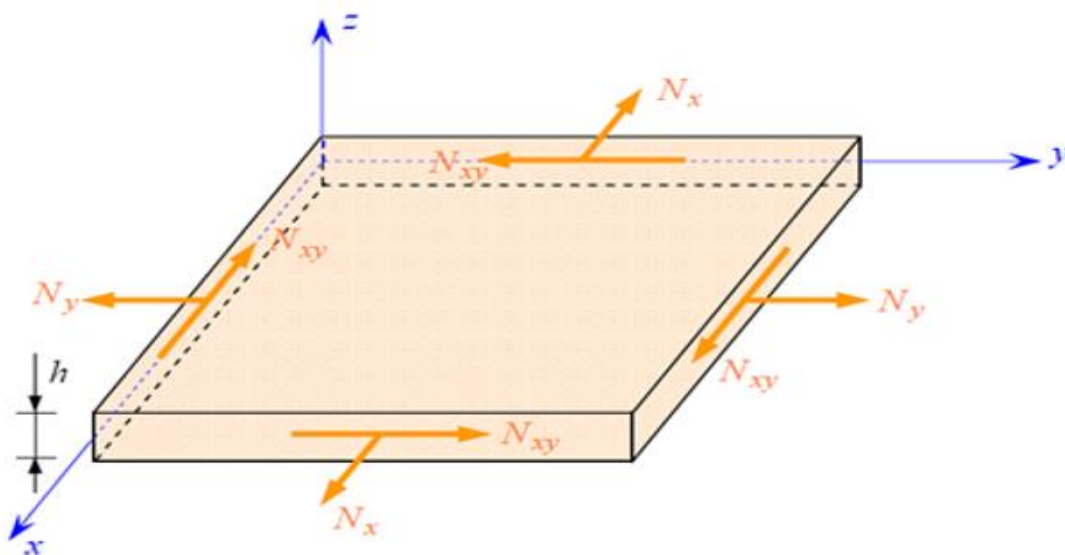
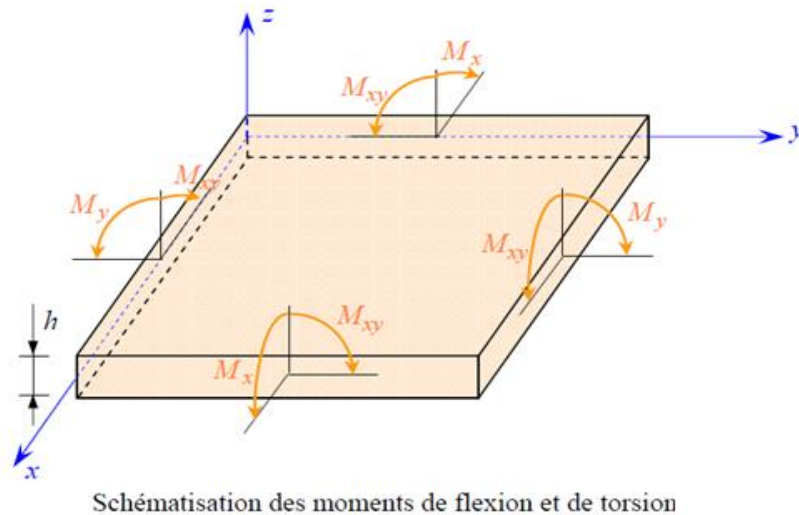


Figure II.1 : Schéma d'un élément stratifié

Les composantes  $M_x$  et  $M_y$  sont les moments de flexion suivant les directions  $x$  et  $y$ , respectivement, et la composante  $M_{xy}$  est le moment de torsion. Ces composantes sont schématisées sur la figure



**Figure II.2 Schéma de moment de flexion et de torsion**

**II.2.3 Actions thermiques** : elles sont données en spécifiant la variation de température par rapport à un état sans contraintes (normalement celui de fabrication du stratifié) et la variation de température  $\Delta t$  entre la surface supérieure et l'inférieure du stratifié.

**II.2.4 Actions hygroscopiques** : elles sont données en spécifiant le pourcentage d'eau  $m^\circ$  absorbée par rapport à l'état de fabrication du stratifié et la variation  $\Delta m$  de pourcentage d'eau entre la surface supérieure et inférieure du stratifié.

### II.3 Calcul des tenseurs du stratifié :

On détaille dans ce paragraphe la façon dont on calcule les tenseurs caractéristiques de chaque couche, qui serviront ensuite au calcul des tenseurs caractéristiques du stratifié. Bien évidemment, dans le cas, très fréquent, d'un stratifié composé de plis identiques, ce calcul ne se fait qu'une seule fois, pour le pli de base.

**Tenseurs  $Q_k$**  : pour chaque couche  $k$ , il faut calculer le tenseur de rigidité réduite dans les axes d'orthotrope de la couche :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},$$

$$Q_{66} = G_{12}, \quad \text{avec} \quad \nu_{21} = \nu_{12} \frac{E_2}{E_1}. \quad (\text{II.1})$$

### II.3.1 Calcul des tenseurs du stratifié (comportement en membrane et en flexion) :

On détaille dans ce paragraphe la façon dont on calcule les tenseurs qui décrivent le comportement du stratifié en membrane et en flexion, *négligeant* les actions thermiques et hygroscopiques :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \\ \boldsymbol{\delta} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

#### -Mise en équation d'un laminé :

Pour des raisons de simplification, il est commode de remplacer la matrice des rigidités par une matrice équivalente mettant en relation les contraintes et moments résultants (N, M) avec les déformations du plan moyen  $\boldsymbol{\varepsilon}$  et les courbures de flexion  $\boldsymbol{\delta}$  (Guitard, 1987 ; Ashbee, 1993). Les équations constitutives pour une plaque ou laminé deviennent :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & | & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & | & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & | & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ \hline B_{11} & B_{12} & B_{16} & | & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & | & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & | & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

Les coefficients  $A_{ij}$  sont liés à la traction ou à la compression dans le plan, les coefficients  $B_{ij}$  sont liés aux couplages et les coefficients  $D_{ij}$  sont liés à la flexion [11].

- Contribution des différents paramètres :
- Étirement ou compression du plan moyen ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ ) Cisaillement du plan moyen ( $\gamma_{xy}$ )  
flexion du laminé ( $\delta_x, \delta_y$ ) torsion du laminé ( $\delta_{xy}$ )

Cette expression matricielle va nous permettre d'exprimer plus simplement les relations entre les contraintes et les déformations dans le cas le cas de l'hypothèse des contraintes planes (modélisation de contraintes de traction dans le plan du panneau composite) ou alors dans le cas de déformations de flexion (Halpin, 1992).

**-Source de simplification :**

Les coefficients  $B_{ij}$  sont nuls dès lors que le laminé est constitué de plis qui sont symétriquement identiques par rapport au plan moyen (spécificité et positionnement).

Les coefficients  $D_{16}$  et  $D_{26}$  s'annulent si le laminé est entièrement composé de pli à 0 ou 90°.

De même, ces deux coefficients peuvent s'annuler (la somme des termes s'annulent) si pour chaque pli  $\theta$  le laminé possède un équivalent (par rapport au plan moyen) par le biais d'un pli  $-\theta$ . Ceci implique, dans ce cas de figure, que le laminé n'est plus symétrique et par conséquent  $B_{ij} \neq 0$ .

**Tenseurs A, B et D :** ces tenseurs sont donnés par

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}_k(\theta_K)(z_k - z_{k-1}) \\ \mathbf{B} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}_k(\theta_K)(z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ \mathbf{D} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}_k(\theta_K)(z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{aligned} \tag{II.4}$$

Ici,  $\theta_k$  est l'angle dont l'axe  $x_1$  du pli n°  $k$  est tourné par rapport à l'axe  $x$  du stratifié, comme en figure. Il est impératif d'exprimer les différents tenseurs  $\mathbf{Q}_k$  dans le même repère, celui de la plaque,  $\{x, y, z\}$ .

Pour ce faire, on utilise les formules de changement de repère : si  $c = \cos(\theta_K)$  et  $s = \sin(\theta_K)$ , alors [12] :

$$\mathbf{Q}'_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \tag{II.5}$$

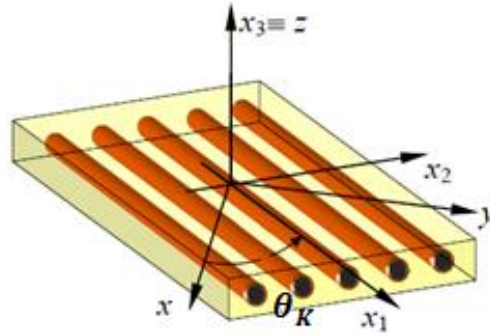


Figure II.3 Schéma d'orientation des fibres [12]

$$\begin{aligned}
 Q'_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\
 Q'_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\
 Q'_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\
 Q'_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta \\
 Q'_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta \\
 Q'_{66} &= [Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta).
 \end{aligned} \tag{II.6}$$

$$\begin{Bmatrix} Q'_{11} \\ Q'_{16} \\ Q'_{12} \\ Q'_{66} \\ Q'_{26} \\ Q'_{22} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^4 & 2s^2c^2 & 4s^2c^2 & s^4 \\ sc^3 & s^3c - sc^3 & 2(s^3c - sc^3) & -s^3c \\ s^2c^2 & c^4 + s^4 & -4s^2c^2 & s^2c^2 \\ s^2c^2 & -2s^2c^2 & c^4 + s^4 - 2s^2c^2 & s^2c^2 \\ s^3c & sc^3 - s^3c & 2(sc^3 - s^3c) & -sc^3 \\ s^4 & 2s^2c^2 & 4s^2c^2 & c^4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_{11} \\ Q_{12} \\ Q_{66} \\ Q_{22} \end{Bmatrix} \tag{II.7}$$

$$\mathbf{Q}'_k = \mathbf{Q}_k(\theta_K) \tag{II.8}$$

Si les plis sont identiques, les formules sont plus simples ; en numérotant les couches selon le schéma de figure, on obtient

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \frac{h}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}(\theta_k), & \mathbf{B} &= \frac{1}{2} \frac{h^2}{n^2} \sum_{k=1}^n b_k \mathbf{Q}(\theta_k), \\ \mathbf{D} &= \frac{1}{3} \frac{h^3}{n^3} \sum_{k=1}^n d_k \mathbf{Q}(\theta_k), \\ \text{avec } b_k &= 2k - n - 1, & d_k &= \frac{1}{4} [12k(k - n - 1) + 4 + 3n(n + 2)]. \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

A remarquer que les coefficients  $\mathbf{b}_k$  sont antisymétriques par rapport au plan moyen et les  $\mathbf{d}_k$  Symétriques .

**-Inversion de la loi de comportement :**

Le calcul des contraintes dans chaque couche nécessite du calcul des déformations et pour cela il est indispensable d'inverser la loi de comportement. Faisons cela par étapes.

**Cas d'un chargement mécanique :** dans ce cas-là se réduit à

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \\ \boldsymbol{\delta} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

En général, l'inversion donne

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \\ \boldsymbol{\delta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

Et donc il faut inverser la matrice complète ; cela est faisable et on peut écrire la formule d'inversion d'une matrice 6×6 une fois pour toute. Le problème est que cette formule est très longue et compliquée. Une autre façon d'aborder ce même problème est d'inverser un à un les trois tenseurs  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{D}$ , on peut donc réécrire la loi de comportement sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \\ \boldsymbol{\delta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{b}^T & \mathbf{d} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \mathbf{a} &= (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{B})^{-1}, \\ \mathbf{d} &= (\mathbf{D} - \mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^{-1}, \\ \mathbf{b} &= -\mathbf{a}\mathbf{B}\mathbf{D}^{-1} = -(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}\mathbf{D}^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

Le problème se simplifie considérablement au cas où le stratifié est découplé ; dans ce cas

$\mathbf{B}=\mathbf{b}=\mathbf{0}$  et

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \mathbf{a}\mathbf{N}$$

$$\boldsymbol{\delta} = \mathbf{d}\mathbf{M}$$

$$\text{avec } \mathbf{a} = \mathbf{A}^{-1} \quad , \quad \mathbf{d} = \mathbf{D}^{-1}$$

(II.13)

### II.3.2 Calcul des contraintes dans les couches :

Les contraintes dans les couches on les calcule grâce à la loi de comportement; elles sont fonction de la couche et de la position du point de calcul à l'intérieur de la couche même, la contrainte et la déformation étant fonction de la position verticale  $z$  par rapport au plan moyen.

### II.3.3 Calcul des contraintes dans le repère du stratifié :

Pour calculer les contraintes dans le repère du stratifié il suffit d'appliquer, pour une couche  $k$ , la loi contrainte déformation pour une position  $z$  qui appartient à la couche ; normalement, le calcul est fait en correspondance du plan moyen de la couche, étant donné que pour des couches minces la contrainte ne varie pas beaucoup dans l'épaisseur de la couche même. Donc on aura, pour la couche  $k$ ,

$$\boldsymbol{\sigma}'_k(z) = [\mathbf{Q}_k(\theta_K)]\boldsymbol{\varepsilon}'(z) = [\mathbf{Q}_k(\theta_K)](\boldsymbol{\varepsilon}_o + z \boldsymbol{\delta}) \quad (\text{II.14})$$

Où  $\mathbf{Q}_k(\theta_K)$  est le tenseur de rigidité de la couche  $k$  calculé dans le repère du stratifié. La coordonné  $z$  appartient à l'intervalle  $[z_{k-1}, z_k]$ .

### II.3.4 Calcul des contraintes dans le repère matériel de la couche :

Dans ce cas il faut d'abord tourner le tenseur de la déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}$  pour le ramener au repère de la couche :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(z) = [\mathbf{T}^{-T}(\theta_K)]\boldsymbol{\varepsilon}'(z) = [\mathbf{T}^{-T}(\theta_K)](\boldsymbol{\varepsilon}_o + z \boldsymbol{\delta}) \quad (\text{II.15})$$

Avec :

$$\mathbf{T}^{-T}(\delta_k) = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

Ensuite, on aura tout simplement

$$\boldsymbol{\sigma}_k(z) = \mathbf{Q}_k \boldsymbol{\varepsilon}(z) \quad (\text{II.17})$$

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = [\mathbf{T}_\sigma(\boldsymbol{\theta})]^{-1} \cdot \{\boldsymbol{\sigma}'\} = [\mathbf{T}_\sigma(-\boldsymbol{\theta})] \cdot \{\boldsymbol{\sigma}'\} \quad (\text{II.17})$$

Une autre façon de faire, est celle de calculer d'abord le tenseur de la contrainte  $\sigma'(z)$  de la couche  $k$  à la côte  $z$  dans le repère du stratifié, selon la (31) ; ensuite, on ramène la contrainte au repère matériel de la couche grâce à la relation

$$\boldsymbol{\sigma}(z) = [\mathbf{T}(\theta_k)] \boldsymbol{\sigma}'(z)$$

avec

$$\mathbf{T}(\theta_k) = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.18})$$

### II.3.5 Calcul des caractéristiques équivalentes du stratifié :

**-Constantes de l'ingénieur :** les constantes de l'ingénieur en membrane et en flexion se calculent facilement à partir des tenseurs de souplesse normalisée :

$$\mathbf{a}^* = h \mathbf{a}$$

$$\mathbf{d}^* = \frac{h^3}{12} \mathbf{d} \quad (\text{II.19})$$

Donc, une fois calculés  $\mathbf{a}^*$  et  $\mathbf{d}^*$ , on a (indice  $m$  pour les caractéristiques de membrane,  $f$  pour celles de flexion) :

$$\begin{aligned} E_x^m &= \frac{1}{a_{xx}^*}, & E_y^m &= \frac{1}{a_{yy}^*}, & G_{xy}^m &= \frac{1}{a_{ss}^*}, & \nu_{xy}^m &= -\frac{a_{xy}^*}{a_{xx}^*}, & \eta_{xy,x}^m &= \frac{a_{xs}^*}{a_{xx}^*}, & \eta_{xy,y}^m &= \frac{a_{ys}^*}{a_{yy}^*}, \\ E_x^f &= \frac{1}{d_{xx}^*}, & E_y^f &= \frac{1}{d_{yy}^*}, & G_{xy}^f &= \frac{1}{d_{ss}^*}, & \nu_{xy}^f &= -\frac{d_{xy}^*}{d_{xx}^*}, & \eta_{xy,x}^f &= \frac{d_{xs}^*}{d_{xx}^*}, & \eta_{xy,y}^f &= \frac{d_{ys}^*}{d_{yy}^*}. \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

L'approche par la théorie des stratifiés est traitée dans plusieurs travaux sous des angles différents. *Fukunaga (1990)* propose un travail sur la configuration de plis orthotrope de type  $[(+\theta/-\theta)_i]$  dans le but d'obtenir un laminé isotrope. Un total de 40 plis, selon une séquence précise, est apparu nécessaire à la réalisation d'un composite isotrope qui a été testé expérimentalement. Un minimum de 36 plis a cependant été suffisant à *Wu et Avery (1992)* lors

de la création de stratifiés complètement isotropes. Leur étude a permis de déterminer le nombre de séquences conduisant à un stratifié isotrope parmi un très grand nombre de possibilités.

*Giurgiutiu et Reifsnider (1994)* ont appliqué la théorie des stratifiés isotrope en considérant une infinité de plis dans le but de déterminer les résistances d'un composite à fibres aléatoires. La même orientation a été choisie par *Wang (1999)* afin de mesurer les effets de la méthode de consolidation des composites non-tissés. *Yeh et Yeh (2000)* ont réalisé une étude statistique qui aboutit à la conclusion que statistiquement un stratifié de 40 plis ou plus, peut être raisonnablement envisagé comme macroscopiquement isotrope. Enfin, *Melo et Radford (2002)* ont effectué une étude originale basée sur les coefficients d'expansion thermique des laminés, dans le but d'obtenir les constantes élastiques d'un stratifié isotrope transverse. Il apparaît, au travers ces applications de la théorie des stratifiés, qu'il existe différentes façons de contourner les problèmes d'isotropie par le biais d'un séquençage de plis unidirectionnels identiques mais orientés différemment.

### **II.4 Les règles de conception des stratifiés :**

Les règles de conception spécifiques aux stratifiés sont formulées à l'échelle mésoscopique. Ces règles proviennent de l'expérience industrielle en matière de conception et de fabrication composite. Elles visent pour la plupart à éviter les empilements susceptibles d'exacerber des comportements indésirables ou des modes critiques d'endommagement échappant aux capacités de prévision des modèles de pré-dimensionnement.

De façon générale, le dimensionnement d'un stratifié débute par le choix d'un ensemble pertinent d'orientations de pli admissibles pour l'application considérée. En raison de contraintes de fabrication et en particulier des tolérances de positionnement angulaire des plis, cet ensemble est le plus souvent restreint aux quatre orientations  $0^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$  et  $90^\circ$ .

Néanmoins, le développement des procédés de drapage automatisés tend à généraliser l'usage d'orientations supplémentaires telles que les orientations  $\pm 15^\circ$ ,  $\pm 30^\circ$ ,  $\pm 60^\circ$  et  $\pm 75^\circ$  offrant ainsi davantage de liberté pour la conception des empilements, en particulier pour les structures les plus minces.

Les six règles suivantes sont appliquées pour la conception de chaque empilement.

**01. La règle de symétrie miroir :** consiste à définir des empilements symétriques par rapport au plan moyen du stratifié. Cette règle permet d'éviter les couplages entre le comportement de membrane et le comportement de flexion du stratifié.

**02. La règle d'équilibrage :** consiste à imposer un même nombre de plis orientés à  $+\theta^\circ$  qu'à  $-\theta^\circ$ , avec  $\theta$  différent de  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . L'équilibrage permet d'annuler les couplages plans cisaillement/traction.

**03. La règle de groupage :** consiste à limiter le nombre de plis contigus de même orientation. Cette règle vise à réduire les phénomènes d'endommagement sensibles à l'épaisseur des couches, comme les effets de bords libres ou la microfissuration matricielle.

**04. La règle de désorientation :** impose une différence maximale de  $45^\circ$ , en valeur absolue, entre les orientations de deux plis adjacents. Cette règle de conception vise à minimiser les effets des cisaillements inter laminaires afin de limiter les problèmes de délaminage en bords libres et au niveau des perforations et des assemblages.

**05. La règle des 10% :** impose un minimum de 10% plis dans chacune des directions  $0^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$  et  $90^\circ$  (parfois 8 % selon la référence consultée). Cette règle de conception vise à éviter d'obtenir un stratifié dont le comportement est régi par celui de la matrice dans certaines directions.

**06. tolérance aux dommages :** recommande de protéger les plis les plus chargés en les protégeant des surfaces exposées du stratifié par des plis désorientés de  $\pm 45^\circ$  par rapport à la direction de la sollicitation principale, ceci afin de minimiser les conséquences d'impacts ou de rayures éventuels.

Six règles s'appliquent localement pour la définition des arrêts et reprises de plis. Une zone de transition d'épaisseur portant sur une variation de quatre plis est présentée en Figure 1.

**07.** Les plis de surface doivent rester ininterrompus afin d'éviter tout risque de pelage. Les plis de surface doivent protéger les plis les plus chargés sur toute la surface de la structure.

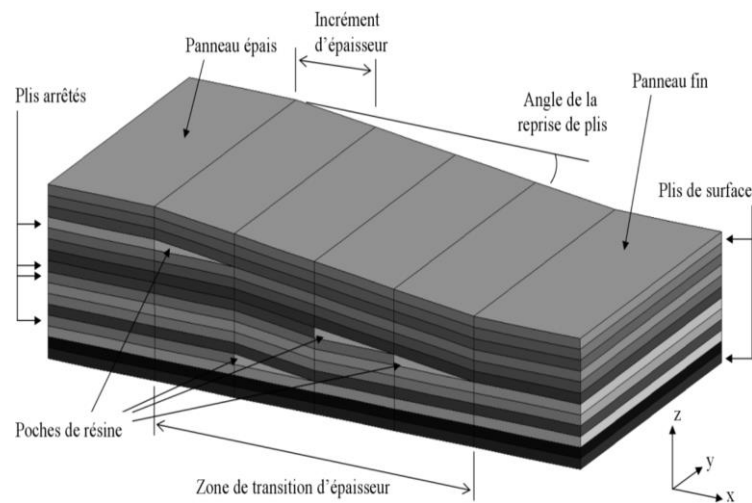
**08.** L'angle de la zone de reprise ne doit pas excéder  $7^\circ$  (dans certaines références, cette valeur est réduite à  $3^\circ$  dans la direction de l'effort principal), dans le but d'éviter de trop fortes sur contraintes au niveau de la singularité géométrique et de privilégier des surfaces lissées.

**09.** Ne pas arrêter plus de deux plis au même incrément d'épaisseur.

**10.** Par rapport au stratifié le plus épais dans la structure, il convient de conserver au moins un pli continu tous les trois plis arrêtés afin d'assurer une bonne intégrité de la structure.

**11.** Les reprises de plis doivent être distribuées alternativement proches et éloignées du feuillet moyen du stratifié.

**12.** Les stratifiés de la zone de transition d'épaisseur doivent respecter, autant que possible, les règles d'empilement 1 à 6 énumérées précédemment. En particulier, la symétrie et l'équilibre doivent être préservés.



**Figure II.4 Représentation idéalisée d'une zone de transition d'épaisseur entre un panneau épais à 16 plis**

Enfin, deux règles globales s'appliquent au dimensionnement de la structure dans son ensemble.

**13.** Afin d'assurer l'intégrité de la structure, tous les plis du panneau le plus fin doivent s'étendre sur l'ensemble de la structure. Couper un pli entre deux panneaux pour changer son orientation n'est pas admissible.

**14.** Dans le but de lisser la distribution des efforts dans la structure, il est recommandé de limiter les variations d'épaisseur entre panneaux adjacents.

## **Chapitre. III**

### **Application et simulation numérique**

### **Introduction :**

L'avenir est à l'outil numérique et à la réalité virtuelle ; la simulation et l'analyse numérique se sont développées ces dernières années dans la recherche industrielle privée ou publique (constructeurs automobile, aéronautique, spatial...) améliorant ainsi la productivité des industriels et la vie de tous les consommateurs.

La solution d'analyse par éléments finis optimise le prototypage virtuel et la simulation numérique pour l'entreprise en utilisant les hypothèses de la mécanique de la rupture en élasticité et de la dynamique. Ainsi elle simule et améliore les performances des composants, des matériaux et des produits sujets à de fortes exigences opérationnelles (sécurité, endommagement...).

La simulation et l'analyse numérique ont un impact direct sur la qualité et le temps de mise sur le marché des produits ; de plus, elles accroissent les performances des solutions de gestion du cycle de vie du produit.

Elles sont apparues, dans le désir de minimiser le coût d'une étude avec un nombre d'essais optimisés. La difficulté est de créer un modèle C.A.O. se rapprochant au maximum de la réalité (matériaux, conditions aux limites...). L'étude ne sera validée qu'à partir d'essais physiques entraînant des mesures pour la comparaison entre la réalité et la simulation (crash test...).

D'un point de vue technique, les résultats obtenus grâce à ABAQUS sont le bilan des énergies, des forces nodales, des déformations, des déplacements, des contraintes, des vitesses, des accélérations et de toutes les grandeurs physiques nécessaires à la conception d'un modèle.

Les logiciels de calcul de structures comme NASTRAN, RADIOSS, ANSYS sont utilisés pour la modélisation de l'endommagement d'une structure métallique. Nous utiliserons le logiciel ABAQUS (analyse dynamique linéaire et non linéaire).

### **III.1 Méthode de Calcul :**

#### **III.2 Le calcul des constantes d'élasticité :** pour un matériau composite stratifié

Pour chaque couche il faut calculer le tenseur de rigidité :

$$[Q]_0 = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.1})$$

La pièce est fixée donc :  $Q_{16} = 0$  ;  $Q_{26} = 0$

### III.2.1 Calcul du stratifié comportement en traction :

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

$$A_{ij} = \frac{e.n}{n} (Q_{ij}^0 + Q_{ij}^{90} + Q_{ij}^{90} + Q_{ij}^0) \quad (\text{III.3})$$

Où : e : épaisseur

n : nombre du pli (04)

$Q_{11}$  : tenseur de rigidité

On calcule les :  $Q_{11}^0$ ;  $Q_{11}^{90}$ ;  $Q_{11}^{90}$ ;  $Q_{11}^0$  -Notre cas un M.C. stratifié de 4 pli [0/90/90/0]

### III.2.2 Le calcul pour le premier pli :

Pour  $\theta = 0^\circ$

$$Q_{11}^0 = \frac{E_1}{1-\mu_{12}\mu_{21}} ; \quad Q_{12}^0 = \frac{\mu_{21}E_1}{1-\mu_{12}\mu_{21}}$$

$$Q_{22}^0 = \frac{E_2}{1-\mu_{12}\mu_{21}} ; \quad Q_{66}^0 = G_{12}$$

### III.2.3 Le calcul pour le deuxième pli :

Pour  $\theta = 90^\circ$

$$Q_{11}^{90} = Q_{11} \cdot \cos^4\theta + Q_{22} \cdot \sin^4\theta + (Q_{12} + 2Q_{66})\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta \quad (\text{III.4})$$

$$Q_{12}^{90} = (Q_{11} + Q_{12} - 4Q_{66})\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta + Q_{12}(\cos^4\theta + \sin^4\theta) \quad (\text{III.5})$$

$$Q_{22}^{90} = (Q_{11}\sin^4\theta + Q_{22}\cos^4\theta + 2(Q_{22} + 2Q_{66})\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta) \quad (\text{III.6})$$

$$Q_{16}^{90} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos^3\theta \cdot \sin\theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos\theta \cdot \sin^3\theta \quad (\text{III.7})$$

$$Q_{26}^{90} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos\theta \cdot \sin^3\theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos^3\theta \cdot \sin\theta \quad (\text{III.8})$$

$$Q_{66}^{90} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta + Q_{66}(\cos^4\theta + \sin^4\theta) \quad (\text{III.9})$$

-Les mêmes équations pour le pli n=3 si  $\theta = 90^\circ$  en remplace la valeur de  $\theta$ . (III.10)

-La même chose pour le pli n=4 si :  $\theta = 0^\circ$  pour le quatrième pli.

Puis on remplace les valeurs dans :  $A_{11}$

$$A_{11} = \frac{e.n}{n} (Q_{11}^0 + Q_{11}^{90} + Q_{11}^{90} + Q_{11}^0) \quad (\text{III.11})$$

$$A_{12} = \frac{e.n}{n} (Q_{12}^0 + Q_{12}^{90} + Q_{12}^{90} + Q_{12}^0) \quad (\text{III.12})$$

$$A_{16} = \frac{e.n}{n} (Q_{16}^0 + Q_{16}^{90} + Q_{16}^{90} + Q_{16}^0) \quad (\text{III.13})$$

$$A_{22} = \frac{e.n}{n} (Q_{22}^0 + Q_{22}^{90} + Q_{22}^{90} + Q_{22}^0) \quad (\text{III.14})$$

$$A_{26} = \frac{e.n}{n} (Q_{26}^0 + Q_{26}^{90} + Q_{26}^{90} + Q_{26}^0) \quad (\text{III.15})$$

$$A_{66} = \frac{e.n}{n} (Q_{66}^0 + Q_{66}^{90} + Q_{66}^{90} + Q_{66}^0) \quad (\text{III.16})$$

### III.2.4 La matrice B :

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_k Q_{ij}^0 + b_k Q_{ij}^{90} + b_k Q_{ij}^{90} + b_k Q_{ij}^0) \quad (\text{III.18})$$

Où le coefficient :  $b_k = 2(K) - n - 1$

$K = 1 \dots n$

Pli

$$b_1 = 2(1) - 4 - 1 = -3$$

$$b_2 = 2(2) - 4 - 1 = -1$$

$$b_3 = 2(3) - 4 - 1 = 1$$

$$b_4 = 2(4) - 4 - 1 = 3$$

Donc on va calculer les valeurs suivantes :

$$B_{11}; B_{16}; B_{12}; B_{26}; B_{22}; B_{66}$$

$$B_{12} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_1 Q_{11}^0 + b_2 Q_{11}^{90} + b_3 Q_{11}^{90} + b_4 Q_{11}^0) \quad (\text{III.19})$$

$$B_{16} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_1 Q_{16}^0 + b_2 Q_{16}^{90} + b_3 Q_{16}^{90} + b_4 Q_{16}^0) \quad (\text{III.20})$$

$$B_{22} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_1 Q_{22}^0 + b_2 Q_{22}^{90} + b_3 Q_{22}^{90} + b_4 Q_{22}^0) \quad (\text{III.21})$$

$$B_{26} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_1 Q_{26}^0 + b_2 Q_{26}^{90} + b_3 Q_{26}^{90} + b_4 Q_{26}^0) \quad (\text{III.22})$$

$$B_{66} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_1 Q_{66}^0 + b_2 Q_{66}^{90} + b_3 Q_{66}^{90} + b_4 Q_{66}^0) \quad (\text{III.23})$$

**III.2.5 La matrice D :**

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \quad \text{(III.24)}$$

On doit calculer les valeurs suivantes :

$$D_{11}; D_{16}; D_{12}; D_{26}; D_{22}; D_{66}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \frac{e^3 \cdot n^3}{n^3} (d_k Q_{ij}^0 + d_k Q_{ij}^{90} + d_k Q_{ij}^{90} + d_k Q_{ij}^0) \quad \text{(III.25)}$$

Le coefficient :  $d_k$ .

$$d_k = \frac{1}{4} [12k(k - n - 1) + 4 + 3n(n + 2)] \quad \text{(III.26)}$$

$$d_1 = \frac{1}{4} [12(1)(1 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad \text{(III.27)}$$

$$d_2 = \frac{1}{4} [12(2)(2 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad \text{(III.28)}$$

$$d_3 = \frac{1}{4} [12(3)(3 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad \text{(III.29)}$$

$$d_4 = \frac{1}{4} [12(4)(4 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad \text{(III.30)}$$

Après on va calculer les :  $D_{11}; D_{16}; D_{12}; D_{26}; D_{22}; D_{66}$

**III.2.6 La matrice de rigidité de stratifié q :**

$$q = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \quad \text{(III.31)}$$

Après on va calculer les caractéristiques équivalentes du stratifié.

$$E_1^m = \frac{1}{a_{11}^*} \quad ; E_2^m = \frac{1}{a_{22}^*}$$

$$G_{12}^m = \frac{1}{a_{66}^*} \quad ; \nu_{12}^m = \frac{a_{12}^*}{a_{11}^*}$$

Calcul des constantes de l'ingénieur :  $a^*$  ;  $d^*$

$$\text{Ou : } a^* = h \cdot a \quad \text{ou} \quad h = (e \cdot n)$$

$$a_{11}^* = (e \cdot n) \cdot a_{11}$$

$$a = ([A] - [B] \cdot [D]^{-1} \times [B])^{-1} \quad \text{(III.32)}$$

$$a_{22}^* = e \cdot n \cdot a_{22}$$

$$a_{66}^* = e \cdot n \cdot a_{66}$$

$$a_{12}^* = e \cdot n \cdot a_{12}$$

Donc : on détermine les valeurs de

$$E_1; E_2; G_{12}; \nu_{12}$$

### III.3 l'orientation des fibres :

#### III.3.1 Le calcul des constantes d'élasticité :

Pour un matériau composite stratifié (verre /époxy) sous forme d'une plaque.

- Notre 2ème cas une MC stratifiée de 4 plis [0/60/-60/0]

Pour chaque couche il faut calculer le tenseur de rigidité :

$$[Q]_0 = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.33})$$

#### III.3.2 Calcul du stratifié comportement en traction :

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.34})$$

$$A_{ij} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{ij}^0 + Q_{ij}^{90} + Q_{ij}^{90} + Q_{ij}^0) \quad (\text{III.35})$$

Où : e : épaisseur

n : nombre du pli (04)

$Q_{11}$  : tenseur de rigidité

On détermine les :  $Q_{11}^0$ ;  $Q_{11}^{60}$ ;  $Q_{11}^{-60}$ ;  $Q_{11}^0$

#### III.3.3 le calcul pour le premier pli :

Pour  $\theta = 0^\circ$

$$Q_{11}^0 = \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}; \quad Q_{12}^0 = \frac{\mu_{21}E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}$$

$$Q_{22}^0 = \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}; \quad Q_{66}^0 = G_{12}$$

### III.3.4 le calcul pour le deuxième pli :

Pour  $\theta = 60^\circ$

$$Q_{11}^{60} = Q_{11} \cdot \cos^4 \theta + Q_{22} \cdot \sin^4 \theta + (Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta \quad (\text{III.36})$$

$$Q_{12}^{60} = (Q_{11} + Q_{12} - 4Q_{66}) \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \quad (\text{III.37})$$

$$Q_{22}^{60} = (Q_{11} \sin^4 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta + 2(Q_{22} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta) \quad (\text{III.38})$$

$$Q_{16}^{60} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \cdot \sin \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \cdot \sin^3 \theta \quad (\text{III.39})$$

$$Q_{26}^{60} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \cdot \sin^3 \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \cdot \sin \theta \quad (\text{III.40})$$

$$Q_{66}^{60} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta + Q_{66} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \quad (\text{III.41})$$

- Les mêmes équations pour le pli n=3 si  $\theta = -60^\circ$  remplace la valeur de  $\theta$ .
- La même chose pour le pli n=4 si  $\theta = 0^\circ$  pour le quatrième pli.

Puis on remplace les valeurs dans :  $A_{11}$

$$A_{11} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{11}^0 + Q_{11}^{60} + Q_{11}^{-60} + Q_{11}^0) \quad (\text{III.42})$$

$$A_{12} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{12}^0 + Q_{12}^{60} + Q_{12}^{-60} + Q_{12}^0) \quad (\text{III.43})$$

$$A_{16} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{16}^0 + Q_{16}^{60} + Q_{16}^{-60} + Q_{16}^0) \quad (\text{III.44})$$

$$A_{22} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{22}^0 + Q_{22}^{60} + Q_{22}^{-60} + Q_{22}^0) \quad (\text{III.45})$$

$$A_{26} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{26}^0 + Q_{26}^{60} + Q_{26}^{-60} + Q_{26}^0) \quad (\text{III.46})$$

$$A_{66} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{66}^0 + Q_{66}^{60} + Q_{66}^{-60} + Q_{66}^0) \quad (\text{III.47})$$

### III.3.5 La matrice B :

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.48})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot n^2}{n^2} (b_k Q_{ij}^0 + b_k Q_{ij}^{60} + b_k Q_{ij}^{-60} + b_k Q_{ij}^0) \quad (\text{III.49})$$

Où le coefficient :  $b_k = 2(K) - n - 1$

$K = 1 \dots n$

Pli

$$b_1 = 2(1) - 4 - 1 = -3$$

$$b_2 = 2(2) - 4 - 1 = -1$$

$$b_3 = 2(3) - 4 - 1 = 1$$

$$b_4 = 2(4) - 4 - 1 = 3$$

Donc on va calculer les valeurs suivantes :

$$B_{11}; B_{16}; B_{12}; B_{26}; B_{22}; B_{66}$$

$$B_{12} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot n^2}{n^2} (b_1 Q_{11}^0 + b_2 Q_{11}^{60} + b_3 Q_{11}^{-60} + b_4 Q_{11}^0) \quad (\text{III.50})$$

$$B_{16} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot n^2}{n^2} (b_1 Q_{16}^0 + b_2 Q_{16}^{60} + b_3 Q_{16}^{-60} + b_4 Q_{16}^0) \quad (\text{III.51})$$

$$B_{22} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot n^2}{n^2} (b_1 Q_{22}^0 + b_2 Q_{22}^{60} + b_3 Q_{22}^{-60} + b_4 Q_{22}^0) \quad (\text{III.52})$$

$$B_{26} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot n^2}{n^2} (b_1 Q_{26}^0 + b_2 Q_{26}^{60} + b_3 Q_{26}^{-60} + b_4 Q_{26}^0) \quad (\text{III.53})$$

$$B_{66} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot n^2}{n^2} (b_1 Q_{66}^0 + b_2 Q_{66}^{60} + b_3 Q_{66}^{-60} + b_4 Q_{66}^0) \quad (\text{III.54})$$

### III.3.6 La matrice D :

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.55})$$

On doit calculer les valeurs suivantes :

$$D_{11}; D_{16}; D_{12}; D_{26}; D_{22}; D_{66}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \frac{e^3 \cdot n^3}{n^3} (d_k Q_{ij}^0 + d_k Q_{ij}^{60} + d_k Q_{ij}^{-60} + d_k Q_{ij}^0) \quad (\text{III.56})$$

Le coefficient  $d_k$ .

$$d_k = \frac{1}{4} [12k(k - n - 1) + 4 + 3n(n + 2)] \quad (\text{III.57})$$

$$d_1 = \frac{1}{4} [12(1)(1 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad (\text{III.58})$$

$$d_2 = \frac{1}{4} [12(2)(2 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad (\text{III.59})$$

$$d_3 = \frac{1}{4} [12(3)(3 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad (\text{III.60})$$

$$d_4 = \frac{1}{4} [12(4)(4 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad (\text{III.61})$$

A prés on va calculer les :  $D_{11}; D_{16}; D_{12}; D_{26}; D_{22}; D_{66}$

### III.3.7 La matrice de rigidité au stratifié q :

$$q = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \quad (\text{III.62})$$

Après en va calculer les caractéristiques équivalentes du stratifié.

$$E_1^m = \frac{1}{a_{11}^*} \quad ; E_2^m = \frac{1}{a_{22}^*}$$

$$G_{12}^m = \frac{1}{a_{66}^*} \quad ; \vartheta_{12}^m = \frac{a_{12}^*}{a_{11}^*}$$

Calcule du constantes de l'ingénieur :  $a^*$  ;  $d^*$ ,

$$\text{Ou : } a^* = h \cdot a \quad \text{ou} \quad h = (e \cdot n)$$

$$a_{11}^* = (e \cdot n) \cdot a_{11}$$

$$a = ([A] - [B] \cdot [D]^{-1} \times [B])^{-1}$$

$$a_{22}^* = e \cdot n \cdot a_{22}$$

$$a_{66}^* = e \cdot n \cdot a_{66}$$

$$a_{12}^* = e \cdot n \cdot a_{12}$$

Donc : à la fin on calcule les valeurs suivantes

$$E_1; E_2; G_{12}; \vartheta_{12}$$

### III.4 Le calcul des constantes d'élasticité :

Pour un matériau composite stratifié (verre/ époxy) sous forme d'une plaque.

- Notre 3ème cas une MC stratifiée de 4 plis [0/45/-45/0]

Pour chaque couche il faut calculer le tenseur de rigidité :

$$[Q]_0 = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.63})$$

La pièce est fixée donc :  $Q_{16} = 0$  ;  $Q_{26} = 0$

#### III.4.1 Calcul du stratifié comportement en traction :

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.64})$$

$$A_{ij} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{ij}^0 + Q_{ij}^{45} + Q_{ij}^{-45} + Q_{ij}^0) \quad (\text{III.65})$$

Où :  $e$  : épaisseur

$n$  : nombre du pli (04)

$Q_{11}$  : tenseur de rigidité

On calcule les :  $Q_{11}^0$ ;  $Q_{11}^{45}$ ;  $Q_{11}^{-45}$ ;  $Q_{11}^0$

### III.4.2 le premier pli :

Pour :  $\theta = 0^\circ$

$$Q_{11}^0 = \frac{E_1}{1-\mu_{12}\mu_{21}} ; \quad Q_{12}^0 = \frac{\mu_{21}E_1}{1-\mu_{12}\mu_{21}}$$

$$Q_{22}^0 = \frac{E_2}{1-\mu_{12}\mu_{21}} ; \quad Q_{66}^0 = G_{12}$$

### III.4.3 le deuxième pli :

Pour :  $\theta = 45^\circ$

$$Q_{11}^{45} = Q_{11} \cdot \cos^4\theta + Q_{22} \cdot \sin^4\theta + (Q_{12} + 2Q_{66})\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta \text{ (III.66)}$$

$$Q_{12}^{45} = (Q_{11} + Q_{12} - 4Q_{66})\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta + Q_{12}(\cos^4\theta + \sin^4\theta) \quad \text{(III.67)}$$

$$Q_{22}^{45} = (Q_{11}\sin^4\theta + Q_{22}\cos^4\theta + 2(Q_{22} + 2Q_{66})\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta) \quad \text{(III.68)}$$

$$Q_{16}^{45} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos^3\theta \cdot \sin\theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos\theta \cdot \sin^3\theta \text{ (III.69)}$$

$$Q_{26}^{45} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos\theta \cdot \sin^3\theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos^3\theta \cdot \sin\theta \text{ (III.70)}$$

$$Q_{66}^{45} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta + Q_{66}(\cos^4\theta + \sin^4\theta) \text{ (III.71)}$$

-Les mêmes équations pour le pli  $n=3$  si :  $\theta = -45^\circ$  ou en remplace la valeur de  $\theta$ .

-La même chose pour le pli  $n=4$  si :  $\theta = 0^\circ$  pour le quatrième pli.

Puis on remplace les valeurs dans :  $A_{11}$

$$A_{11} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{11}^0 + Q_{11}^{45} + Q_{11}^{-45} + Q_{11}^0) \quad \text{(III.72)}$$

$$A_{12} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{12}^0 + Q_{12}^{45} + Q_{12}^{-45} + Q_{12}^0) \quad \text{(III.73)}$$

$$A_{16} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{16}^0 + Q_{16}^{45} + Q_{16}^{-45} + Q_{16}^0) \quad \text{(III.74)}$$

$$A_{22} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{22}^0 + Q_{22}^{45} + Q_{22}^{-45} + Q_{22}^0) \quad \text{(III.75)}$$

$$A_{26} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{26}^0 + Q_{26}^{45} + Q_{26}^{-45} + Q_{26}^0) \quad \text{(III.76)}$$

$$A_{66} = \frac{e.n}{n} (Q_{66}^0 + Q_{66}^{45} + Q_{66}^{-45} + Q_{66}^0) \quad (\text{III.77})$$

#### III.4.4 La matrice B :

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.78})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_k Q_{ij}^0 + b_k Q_{ij}^{45} + b_k Q_{ij}^{-45} + b_k Q_{ij}^0) \quad (\text{III.79})$$

Où le coefficient :  $b_k = 2(K) - n - 1$

$K = 1 \dots n$

Pli

$$b_1 = 2(1) - 4 - 1 = -3$$

$$b_2 = 2(2) - 4 - 1 = -1$$

$$b_3 = 2(3) - 4 - 1 = 1$$

$$b_4 = 2(4) - 4 - 1 = 3$$

Donc on va calculer les valeurs suivantes :

$$B_{11}; B_{16}; B_{12}; B_{26}; B_{22}; B_{66}$$

$$B_{11} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_1 Q_{11}^0 + b_2 Q_{11}^{45} + b_3 Q_{11}^{-45} + b_4 Q_{11}^0) \quad (\text{III.80})$$

$$B_{16} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_1 Q_{16}^0 + b_2 Q_{16}^{45} + b_3 Q_{16}^{-45} + b_4 Q_{16}^0) \quad (\text{III.81})$$

$$B_{22} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_1 Q_{22}^0 + b_2 Q_{22}^{45} + b_3 Q_{22}^{-45} + b_4 Q_{22}^0) \quad (\text{III.82})$$

$$B_{26} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_1 Q_{26}^0 + b_2 Q_{26}^{45} + b_3 Q_{26}^{-45} + b_4 Q_{26}^0) \quad (\text{III.83})$$

$$B_{66} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_1 Q_{66}^0 + b_2 Q_{66}^{45} + b_3 Q_{66}^{-45} + b_4 Q_{66}^0) \quad (\text{III.84})$$

#### III.4.5 La matrice D :

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.85})$$

On doit calculer les valeurs suivantes :

$$D_{11}; D_{16}; D_{12}; D_{26}; D_{22}; D_{66}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \frac{e^3 \cdot n^3}{n^3} (d_k Q_{ij}^0 + d_k Q_{ij}^{45} + d_k Q_{ij}^{-45} + d_k Q_{ij}^0) \quad (\text{III.86})$$

Le coefficient  $d_k$ .

$$d_k = \frac{1}{4} [12k(k - n - 1) + 4 + 3n(n + 2)] \quad (\text{III.87})$$

$$d_1 = \frac{1}{4} [12(1)(1 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad (\text{III.88})$$

$$d_2 = \frac{1}{4} [12(2)(2 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad (\text{III.89})$$

$$d_3 = \frac{1}{4} [12(3)(3 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad (\text{III.90})$$

$$d_4 = \frac{1}{4} [12(4)(4 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad (\text{III.91})$$

Après on va calculer les :  $D_{11}; D_{16}; D_{12}; D_{26}; D_{22}; D_{66}$

#### III.4.6 La matrice de rigidité au stratifié $q$ :

$$q = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \quad (\text{III.92})$$

Après on va calculer les caractéristiques équivalentes du stratifié.

$$E_1^m = \frac{1}{a_{11}^*} \quad ; E_2^m = \frac{1}{a_{22}^*}$$

$$G_{12}^m = \frac{1}{a_{66}^*} \quad ; \vartheta_{12}^m = \frac{a_{12}^*}{a_{11}^*}$$

Calcul des constantes de l'ingénieur :  $a^*$  ;  $d^*$

$$\text{Ou : } a^* = h \cdot a \quad \text{ou} \quad h = (e \cdot n)$$

$$a_{11}^* = (e \cdot n) \cdot a_{11}$$

$$a = ([A] - [B] \cdot [D]^{-1} \times [B])^{-1} \quad (\text{III.93})$$

$$a_{22}^* = e \cdot n \cdot a_{22}$$

$$a_{66}^* = e \cdot n \cdot a_{66}$$

$$a_{12}^* = e \cdot n \cdot a_{12}$$

Donc : on calcule les valeurs de

$$E_1; E_2; G_{12}; \vartheta_{12};$$

### III.5 Le calcul des constantes d'élasticité :

Pour un matériau composite stratifié (verre /époxy) sous forme d'une plaque.

- Notre 4ème cas une MC stratifiée de 4 plis [0/30/-30/0]

Pour chaque couche il faut calculer le tenseur de rigidité :

$$[Q]_0 = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.94})$$

La pièce est fixée donc :  $Q_{16} = 0$  ;  $Q_{26} = 0$

#### III.5.1 Calcul du stratifié comportement en traction :

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.95})$$

$$A_{ij} = \frac{e \cdot n}{n} (Q_{ij}^0 + Q_{ij}^{30} + Q_{ij}^{-30} + Q_{ij}^0) \quad (\text{III.96})$$

Où : e : épaisseur

n : nombre du pli (04)

$Q_{ij}$  : tenseur de rigidité

On calcule les :  $Q_{11}^0$ ;  $Q_{11}^{30}$ ;  $Q_{11}^{-30}$ ;  $Q_{11}^0$

#### III.5.2 le premier pli :

Pour :  $\theta = 0^\circ$

$$Q_{11}^0 = \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} ; \quad Q_{12}^0 = \frac{\mu_{21}E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}$$

$$Q_{22}^0 = \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} ; \quad Q_{12}^0 = G_{12}$$

#### III.5.3 le deuxième pli :

Pour :  $\theta = 30^\circ$

$$Q_{11}^{30} = Q_{11} \cdot \cos^4\theta + Q_{22} \cdot \sin^4\theta + (Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2\theta \cdot \sin^2\theta \quad (\text{III.97})$$

$$Q_{12}^{30} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \cos^2\theta \cdot \sin^2\theta + Q_{12} (\cos^4\theta + \sin^4\theta) \quad (\text{III.98})$$

$$Q_{22}^{30} = (Q_{11} \sin^4\theta + Q_{22} \cos^4\theta + 2(Q_{22} + 2Q_{66}) \cos^2\theta \cdot \sin^2\theta) \quad (\text{III.99})$$

$$Q_{16}^{30} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos^3\theta.\sin\theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos\theta.\sin^3\theta \quad (\text{III.101})$$

$$Q_{26}^{30} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos\theta.\sin^3\theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos^3\theta.\sin\theta \quad (\text{III.102})$$

$$Q_{66}^{30} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\cos^2\theta.\sin^2\theta + Q_{66}(\cos^4\theta + \sin^4\theta) \quad (\text{III.103})$$

-Les mêmes équations pour le pli n=3 si :  $\theta = -30^\circ$  ou en remplace la valeur de  $\theta$ . (III.104)

-La même chose pour le pli n=4 si :  $\theta = 0^\circ$  pour le quatrième pli.

Puis on remplace les valeurs dans :  $A_{11}$

$$A_{11} = \frac{e.n}{n} (Q_{11}^0 + Q_{11}^{30} + Q_{11}^{-30} + Q_{11}^0) \quad (\text{III.105})$$

$$A_{12} = \frac{e.n}{n} (Q_{12}^0 + Q_{12}^{30} + Q_{12}^{-30} + Q_{12}^0) \quad (\text{III.106})$$

$$A_{16} = \frac{e.n}{n} (Q_{16}^0 + Q_{16}^{30} + Q_{16}^{-30} + Q_{16}^0) \quad (\text{III.107})$$

$$A_{22} = \frac{e.n}{n} (Q_{22}^0 + Q_{22}^{30} + Q_{22}^{-30} + Q_{22}^0) \quad (\text{III.108})$$

$$A_{26} = \frac{e.n}{n} (Q_{26}^0 + Q_{26}^{30} + Q_{26}^{-30} + Q_{26}^0) \quad (\text{III.109})$$

$$A_{66} = \frac{e.n}{n} (Q_{66}^0 + Q_{66}^{30} + Q_{66}^{-30} + Q_{66}^0) \quad (\text{III.110})$$

#### III.5.4 La matrice B :

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.111})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \frac{e^2.n^2}{n^2} (b_k Q_{ij}^0 + b_k Q_{ij}^{30} + b_k Q_{ij}^{-30} + b_k Q_{ij}^0) \quad (\text{III.112})$$

Où le coefficient :  $b_k = 2(K) - n - 1$

$K = 1 \dots n$

Pli

$$b_1 = 2(1) - 4 - 1 = -3$$

$$b_2 = 2(2) - 4 - 1 = -1$$

$$b_3 = 2(3) - 4 - 1 = 1$$

$$b_4 = 2(4) - 4 - 1 = 3$$

Donc on va calculer les valeurs suivantes :

$$B_{11}; B_{16}; B_{12}; B_{26}; B_{22}; B_{66}$$

$$B_{11} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot n^2}{n^2} (b_1 Q_{11}^0 + b_2 Q_{11}^{30} + b_3 Q_{11}^{-30} + b_4 Q_{11}^0) \quad (\text{III.113})$$

$$B_{16} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot n^2}{n^2} (b_1 Q_{16}^0 + b_2 Q_{16}^{30} + b_3 Q_{16}^{-30} + b_4 Q_{16}^0) \quad (\text{III.114})$$

$$B_{22} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot n^2}{n^2} (b_1 Q_{22}^0 + b_2 Q_{22}^{30} + b_3 Q_{22}^{-30} + b_4 Q_{22}^0) \quad (\text{III.115})$$

$$B_{26} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot n^2}{n^2} \left( b_1 Q_{26}^0 + b_2 Q_{26}^{30} + b_3 Q_{26}^{-30} + b_4 Q_{26}^0 \right) \quad (\text{III.116})$$

$$B_{66} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot n^2}{n^2} (b_1 Q_{66}^0 + b_2 Q_{66}^{30} + b_3 Q_{66}^{-30} + b_4 Q_{66}^0) \quad (\text{III.117})$$

### III.5.5 La matrice D :

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.118})$$

On doit calculer les valeurs suivantes :

$$D_{11}; D_{16}; D_{12}; D_{26}; D_{22}; D_{66}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \frac{e^3 \cdot n^3}{n^3} (d_k Q_{ij}^0 + d_k Q_{ij}^{30} + d_k Q_{ij}^{-30} + d_k Q_{ij}^0) \quad (\text{III.119})$$

Le coefficient  $d_k$ .

$$d_k = \frac{1}{4} [12k(k - n - 1) + 4 + 3n(n + 2)] \quad (\text{III.120})$$

$$d_1 = \frac{1}{4} [12(1)(1 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad (\text{III.121})$$

$$d_2 = \frac{1}{4} [12(2)(2 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad (\text{III.122})$$

$$d_3 = \frac{1}{4} [12(3)(3 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad (\text{III.123})$$

$$d_4 = \frac{1}{4} [12(4)(4 - 4 - 1) + 4 + 3(4)(4 + 2)] \quad (\text{III.124})$$

A prés on va calculer les :  $D_{11}; D_{16}; D_{12}; D_{26}; D_{22}; D_{66}$

### III.5.6 La matrice de rigidité au stratifié q :

$$q = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \quad (\text{III.125})$$

Après en va calculer les caractéristiques équivalentes du stratifié.

$$E_1^m = \frac{1}{a_{11}^*} \quad ; E_2^m = \frac{1}{a_{22}^*}$$

$$G_{12}^m = \frac{1}{a_{66}^*} \quad ; \vartheta_{12}^m = \frac{a_{12}^*}{a_{11}^*}$$

Calcul des constantes de l'ingénieur :  $a^*$  ;  $d^*$

$$\text{Ou : } a^* = h \cdot a \quad \text{ou} \quad h = (e \cdot n)$$

$$a_{11}^* = (e \cdot n) \cdot a_{11}$$

$$a = ([A] - [B] \cdot [D]^{-1} \times [B])^{-1} \quad \text{(III.126)}$$

$$a_{22}^* = e \cdot n \cdot a_{22}$$

$$a_{66}^* = e \cdot n \cdot a_{66}$$

$$a_{12}^* = e \cdot n \cdot a_{12}$$

Donc : on calcule les valeurs de

$$E_1; E_2; G_{12}; \vartheta_{12};$$

### III.6 Présentation du logiciel ABAQUS :

Il faut savoir que les logiciels de conception et de calculs assistés par ordinateur sont très nombreux sur le marché. Les plus utilisés sont Nastran, Catia, ABAQUS et SolidWorks. Tous ces logiciels effectuent les mêmes tâches, c'est à dire qu'ils génèrent des structures, ses caractéristiques et celles du problème étudié, ensuite ils calculent le devenir de cette structure (Déformations, ruptures, plastification...) et enfin ils permettent de traiter ces résultats afin d'en sortir des données utilisables et exploitables.

ABAQUS est avant tout un logiciel de simulation par éléments finis de problèmes très variés en mécanique. Il est connu et répandu, en particulier pour ses traitements performants de problèmes non-linéaires.

Le cœur du logiciel ABAQUS est donc ce qu'on pourrait appeler son "moteur de calcul". À partir d'un fichier de données, qui décrit l'ensemble

du problème mécanique, le logiciel analyse les données, effectue les simulations demandées et fournit les résultats dans un fichier .odb. Deux tâches restent à accomplir : générer le fichier de données (cela s'appelle aussi effectuer le prétraitement), et exploiter les résultats contenus dans le fichier .odb (ou post traitement). La structure du fichier de données peut se révéler rapidement

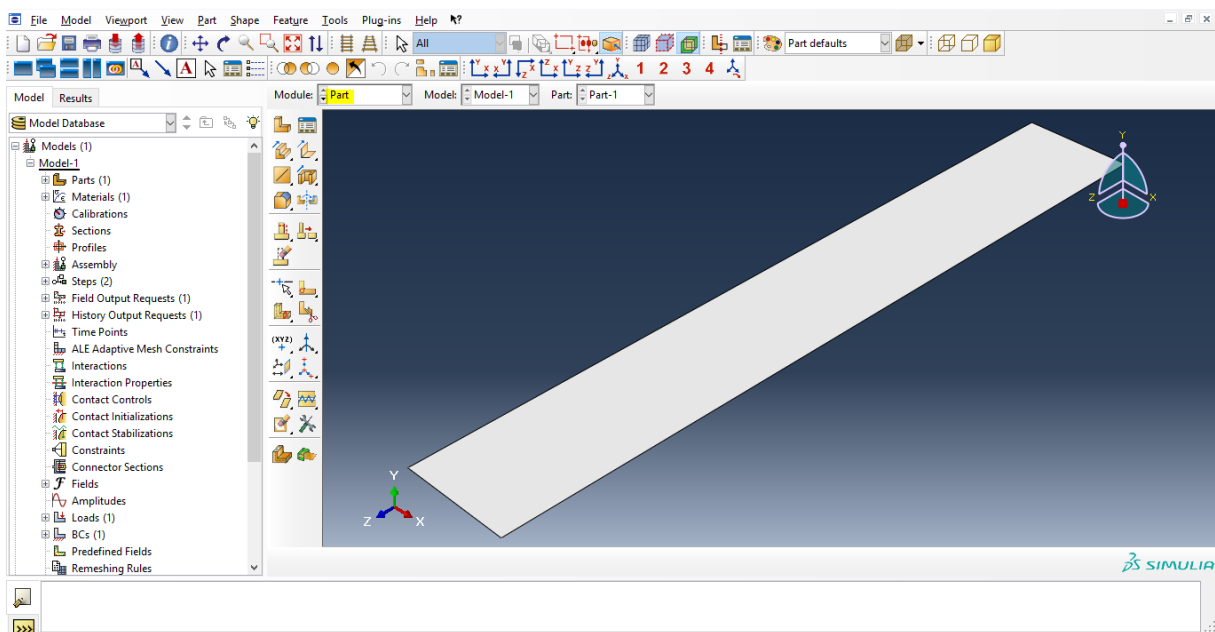
complexe : elle doit contenir toutes les définitions géométriques, les descriptions des maillages, des matériaux, des chargements, etc..., suivant une syntaxe précise. Il faut savoir que le pré traitement et le post traitement peuvent être effectués par d'autres logiciels.

ABAQUS propose le module ABAQUS CAE, interface graphique qui permet de gérer l'ensemble des opérations liées à la modélisation, La génération du fichier de données :

- Le lancement du calcul proprement dit
- L'exploitation des résultats.

Deux grands codes :

- ABAQUS/Standard : résolution par un algorithme statique implicite.
- ABAQUS/Explicit : résolution par un algorithme dynamique explicite.



**Figure III.1 : Interface de code calcul abaqus.**

### III.7 Système d'unité :

ABAQUS ne gère pas les unités : c'est à l'utilisateur d'utiliser un système d'unités cohérent. Une fois que les unités de mesure utilisées dans les données sont définies, tous les résultats seront exprimés dans ces mêmes unités, le tableau (IV.1) regroupe quelques exemples de système d'unité de mesure cohérents.

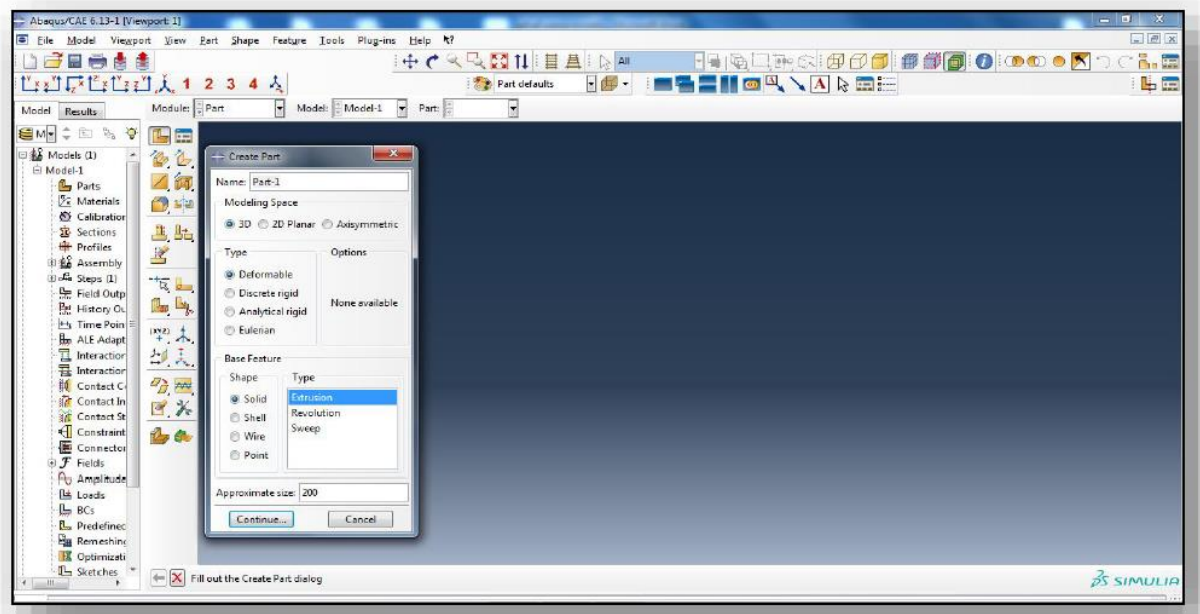
**Tableau III.1 : Les unités de logiciel abaqus**

| Quantité        | SI                       | SI (mm)                    | US Unit (ft)           | US Unit (inch)                       |
|-----------------|--------------------------|----------------------------|------------------------|--------------------------------------|
| Longueur        | m                        | mm                         | ft                     | in                                   |
| Force           | N                        | N                          | lbf                    | lbf                                  |
| Masse           | kg                       | tonne (10 <sup>3</sup> kg) | slug                   | lbf s <sup>2</sup> / in              |
| Temps           | S                        | S                          | S                      | S                                    |
| Contrainte      | Pa (N / m <sup>2</sup> ) | MPa (N / mm <sup>2</sup> ) | lbf / ft <sup>2</sup>  | Psi (lbf / in <sup>2</sup> )         |
| Energie         | J                        | mJ (10 <sup>-3</sup> J)    | ft lbf                 | in lbf                               |
| Masse volumique | kg/m <sup>3</sup>        | tonne / mm <sup>3</sup>    | slug / ft <sup>3</sup> | lbf s <sup>2</sup> / in <sup>4</sup> |

### III.8 Les Modules :

ABAQUS CAE est divisé en unités fonctionnelles appelées modules. Chaque module contient les outils qui sont propres à une partie de la tâche de modélisation.

#### III.8.1 Le module « PART » :



**Figure III.2 Le module « PART » pour dessine toutes les pièces du problème.**

Dans cette première étape, l'utilisateur dessine toutes les pièces du problème. Chaque pièce est créée grâce à l'outil 'Create Part'. Elles sont définies en fonction de leur nom (par défaut, le logiciel utilise le mot Part suivi d'un numéro, correspondant au nombre de pièces). Il faut ensuite entrer d'autres caractéristiques importantes.

Par exemple, il est nécessaire d'indiquer notre zone de travail : '3D', '2D planar', si le problème se simplifie suffisamment, pour être traité comme plan ; 'Axisymétrique', utile dans le cas de la représentation simplifiée du modèle. Ces deux derniers points sont utilisés dans une perspective de simplification du problème, et, par conséquent de diminution du temps de calcul. Il faut aussi déterminer son 'Type' : 'Déformable', 'Discrète Rigide' ou 'Analyticalrigide', la pièce est définie soit comme déformable ou indéformable ; et ses caractéristiques mécaniques qui sont au nombre de quatre : 'Solid', 'Shell', en français « coque » utilise de préférence en '2D planar', 'Wire' et 'Point'. Tous les dessins élaborés sont bidimensionnelles, pour se rapporter dans l'espace de travail, en '3D', il suffit de stipuler que sa construction se fait soit par 'Revolution', soit par 'Extrusion', ou 'Sweep', ces outils sont là pour créer une épaisseur.

D'autres outils permettent d'améliorer le dessin en rajoutant des détails de plus en plus minutieux, comme les outils d'affinage des arêtes par implantation de congés, etc. Des modèles extérieurs peuvent être importés. Les pièces peuvent être, à tout moment, modifiées grâce à l'outil 'Feature Manager', en rajoutant, par exemple, ses dimensions afin de les modifier ensuite, nous pouvons créer autant de modèles pour obtenir différents résultats numériques.

### **III.8.2 Le module « PROPERTY » :**

Ce module est important dans la modélisation numérique du phénomène physique. Il faut créer le matériau, c'est-à-dire, élaborer toutes ses propriétés mécaniques, thermiques ou acoustiques. Dans la partie 'Material Manager', nous avons la possibilité de rentrer différentes valeurs numériques ou lois physiques. Le logiciel Abaqus travaille sans unités, il est donc préférable de les définir avant et de s'en tenir tout au long du calcul. Tableau de correspondance des unités : Nous nous sommes restreints simplement aux problèmes mécaniques, dits de contact « instantané », plus précisément, le processus physique étudié est adiabatique ( $\Delta Q=0$ ). Les propriétés thermiques ou acoustiques n'ont pas été définies. Nous n'avons pas utilisé les deux dernières sections, connues sous le nom de 'Thermal' et 'Other'.

### **III.8.3 Le module « ASSEMBLY » :**

Ce module permet d'assembler les différents objets géométriques créés dans un même repère de coordonnées global. Un modèle ABAQUS contient un seul assemblage.

### **III.8.4 Le module « STEP » :**

L'utilisateur définit tous les critères de calcul utilisés par Abaqus dans le module Job. En particulier il détermine l'incrément, valeur du pas de temps, et la valeur du temps final,

qui est un temps « virtuel », temps sans unité. Le temps réel ou physique est défini en fonction des unités (cf. Tableau dans 'Matériel Manager'). Il faut définir les variables de sortie utiles dans le module de 'Visualisation'.

### III.8.5 Le module « INTERACTION » :

Il définit les interactions entre chaque pièce et introduit les premières hypothèses portant sur les contacts, les contraintes et les connections éventuelles.

### III.8.6 Le module « LOAD » :

L'utilisateur définit le système à partir de 'Create Boundary Condition' et de 'Create Load' : La partie 'Load' regroupe l'ensemble des forces auxquelles le système est soumis

-Création du mouvement et définition des encastrements.

- Création des forces.

### III.8.7 Le module « MESH » :

Voici les pièces telles qu'elles se présentent dans le menu maillage.

### III.8.8 Le module « JOB » :

Le module 'Job' reprend les caractéristiques de calcul dans le module 'Step'. Nous pouvons lancer plusieurs calculs différents.

### III.8.9 Le module « VISUALIZATION » :

L'utilisateur voit le résultat du calcul numérique dans 'Résulta' : soit par la visualisation des déformations dans 'Field Output' : Par Exemple, les déformations, les contraintes, les vitesses ou les forces nodales ; soit par les courbes dans '**History Output**' : Par exemple, l'énergie cinétique ou l'énergie totale de l'ensemble du modèle, l'énergie de dissipation ou des déformations.

## III.9 Présentation de la pièce

### III.9.1 Le matériau a étudié et dimension de la plaque :

Un matériau composite stratifié (verre/époxy) avec 04 plis orientée avec une fraction volumique  $V_f$  de 60% de fibre de verre et une fraction volumique  $V_m$  de 40% de matrice de l'époxy .l'épaisseur  $e$  : 0.5 mm pour chaque pli.

La plaque est sollicitée à la traction par des charges longitudinale  $\overline{\|F\|} = 25000N$

La plaque est encastéré d'un côté et libre sur l'autre côté.

**Dimension** de plaque Longueur : 100 mm ; Largeur : 30mm ; Nombre de pli : 04 ; Epaisseur de pli : 0.5 mm ; Epaisseur de la plaque :  $4 \times 0.5 = 2$  mm

### III.9.2 les cas à modélise pour la simulation numérique :

**1 er cas** : Matériaux composites stratifier [0/90/90/0] ;

**2eme cas** : Matériaux composites [0/60/-60/0]

**3eme cas** : Matériaux composites stratifier [0/45/-45/0] ;

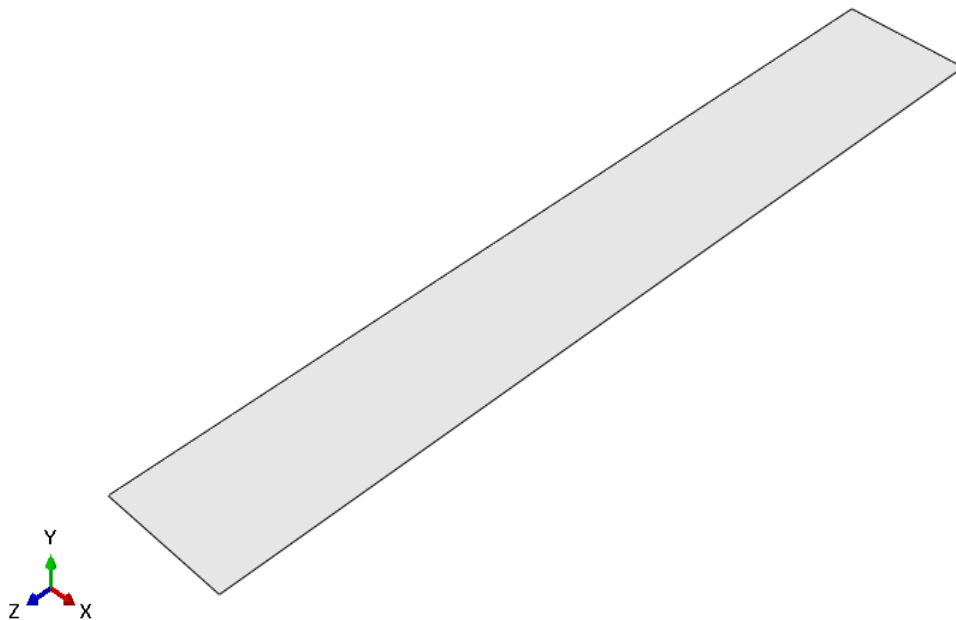
**4eme cas** : Matériaux composites stratifié [0/30/-30/0]

### III.10 Les étapes de simulation :

**1-Le module « PART » :**

**Part :**

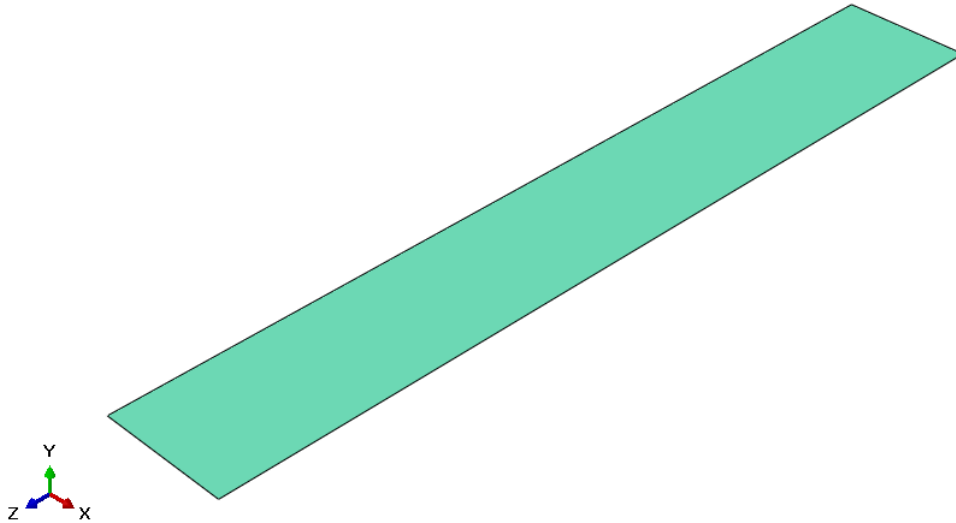
Dans ce module, il s'agit de définir la géométrie de la plaque.



**Figure III.3 Le module « PART »**

**2-Le module « PROPERTY » :**

**Property** : Dans ce module, il s'agit de définir les propriétés du matériau



**Figure III.4 Le module « PROPERTY »**

D'après [P.Rozgcki, Jc.Devillers, D.delsart], [13,14, 15] Nous avons choisi la caractérisation de notre travail. Le tableau représente la matrice de rigidité.

**III-2 Tableau les paramètres d'après P.Rozgcki, Jc.Devillers, D.delsart**

| $E_1$ | $E_2$ | $E_3$ | $\nu_{12}$ | $\nu_{13}$ | $\nu_{23}$ | $G_{12}$ | $G_{13}$ | $G_{23}$ |
|-------|-------|-------|------------|------------|------------|----------|----------|----------|
| 46GPa | 10GPa | 10GPa | 0.297      | 0.297      | 0.3        | 4.7GPa   | 4.4GPa   | 4.4GPa   |

**3-Le module « ASSEMBLY » :**

**Assembly :**

Dans ce module, il s'agit de créer une pièce fini

**4-Le module « STEP » :**

**Step :**

Dans ce module, il s'agit de créer une mode de Contacte et nature de résultat.

**5-Le module « LOAD » :** Dans ce module, il s'agit de définie Charges mécanique appliqués à la surface et les conditions aux limites.

**Notre cas (Les conditions aux limites) :**

La plaque est encasté d'un côté et libre sur l'autre côté (selon l'axe z'z').

La plaque est sollicitée à la traction par des charges longitudinale  $\|\vec{F}\| = 25000 \text{ N}$ , (selon l'axe z'z').

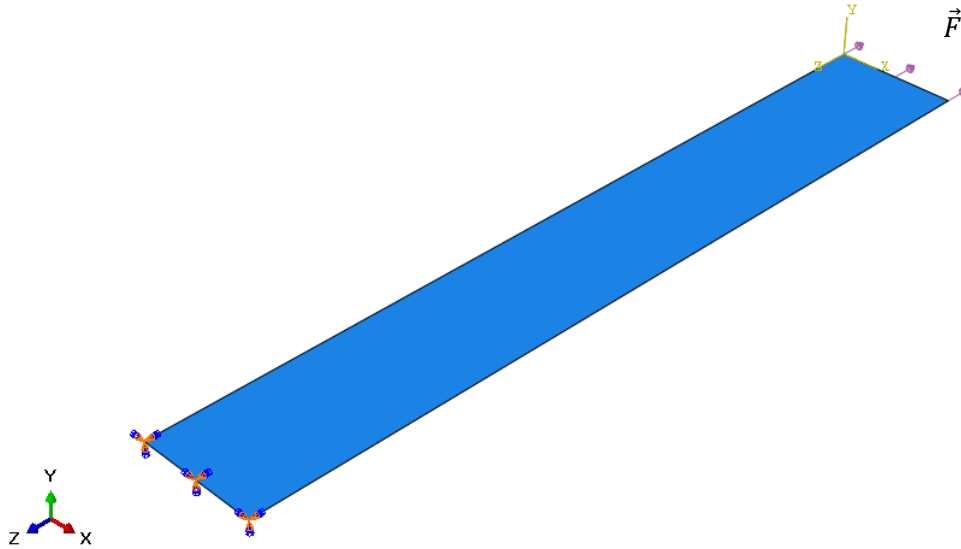


Figure III.5 Le module « LOAD »

**6-Le module « MESH » :**

**Mesh :** Dans ce module, il s'agit de définir le maillage

Le modèle : maillage quadratique avec le nombre d'élément = 100.

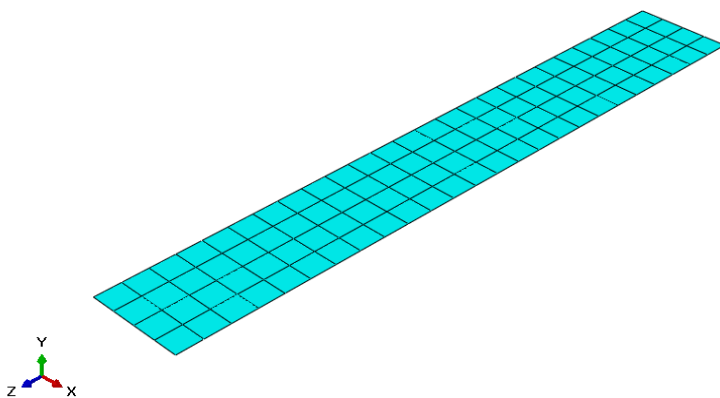


Figure III.6 Le module « MESH »

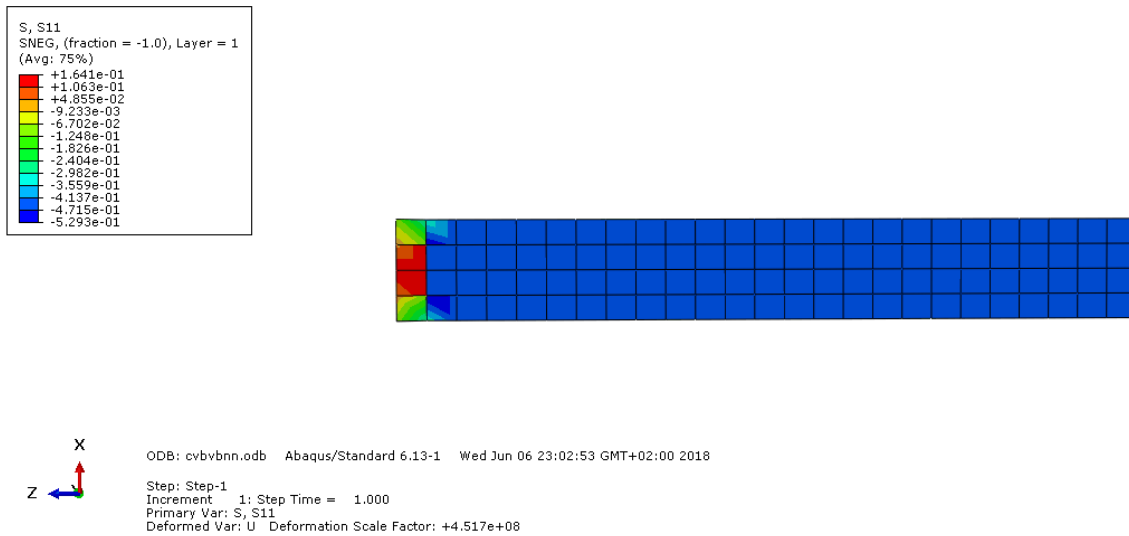
**7-Le module « JOB » :**

**Job :** Dans ce module, il s'agit de lancer le calcul

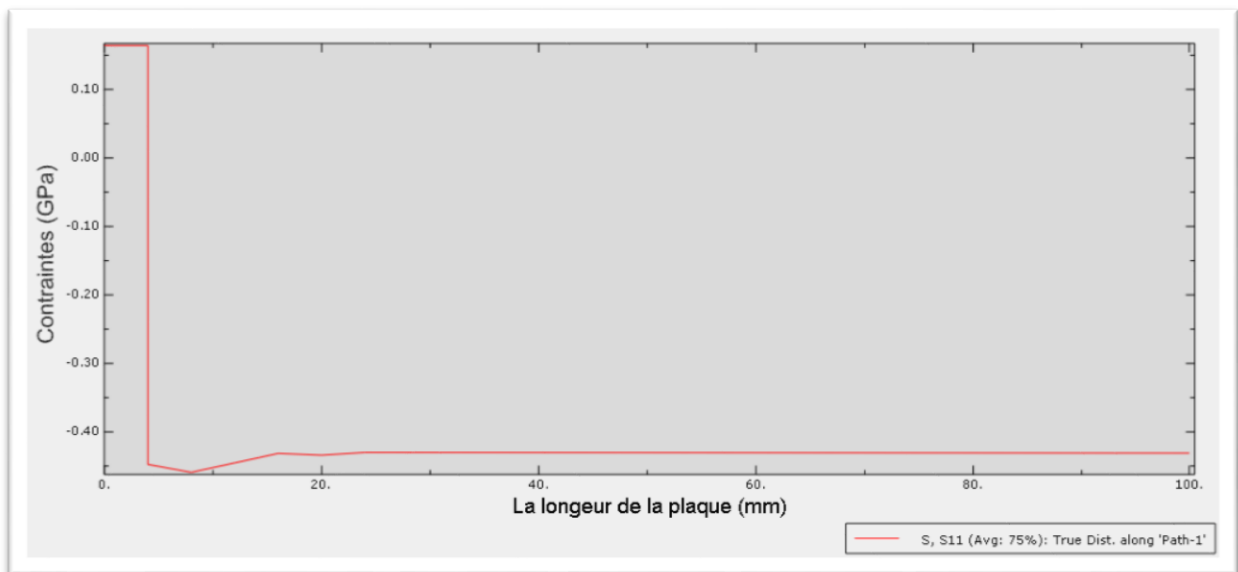
**Résultat :** Les Contraintes  $\sigma_{XX}$ ,  $\sigma_{ZZ}$ ,  $\sigma_{XZ}$ .

**8-Le module « VISUALIZATION » des contraintes :**

**Pour le 1ere cas : Matériau composite stratifié [0/90/90/0]**



**Figure III.7 Les contraintes  $\sigma_{zz}$  dans la plaque**



**Figure III.8 Concentration des contraintes  $\sigma_{zz}$**

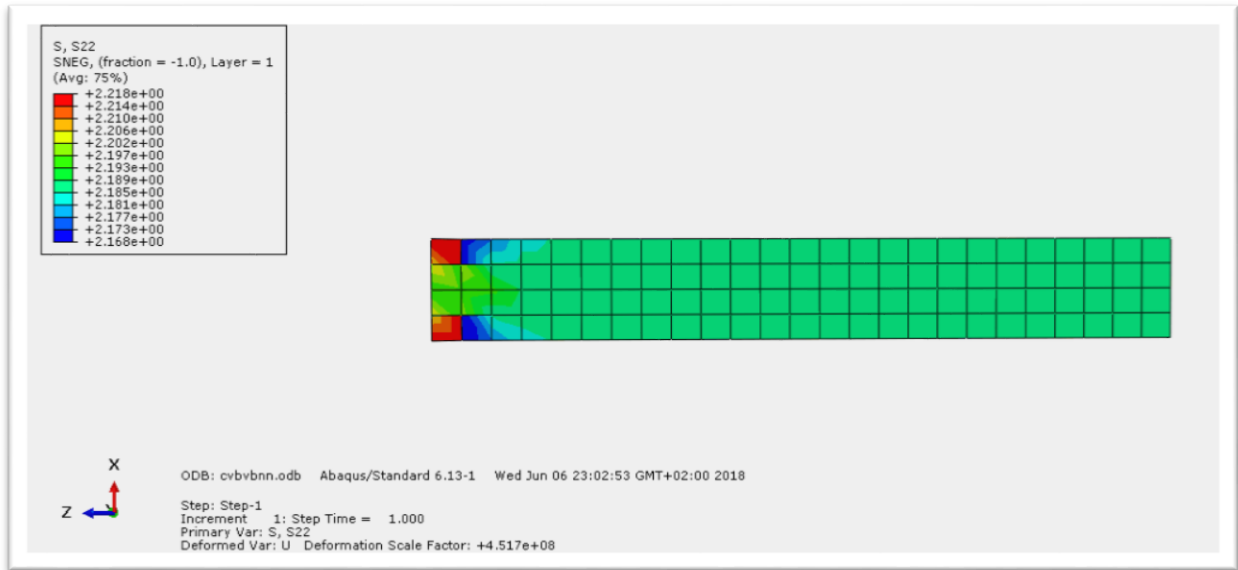


Figure III.9 Les contraintes  $\sigma_{yy}$  dans la plaque

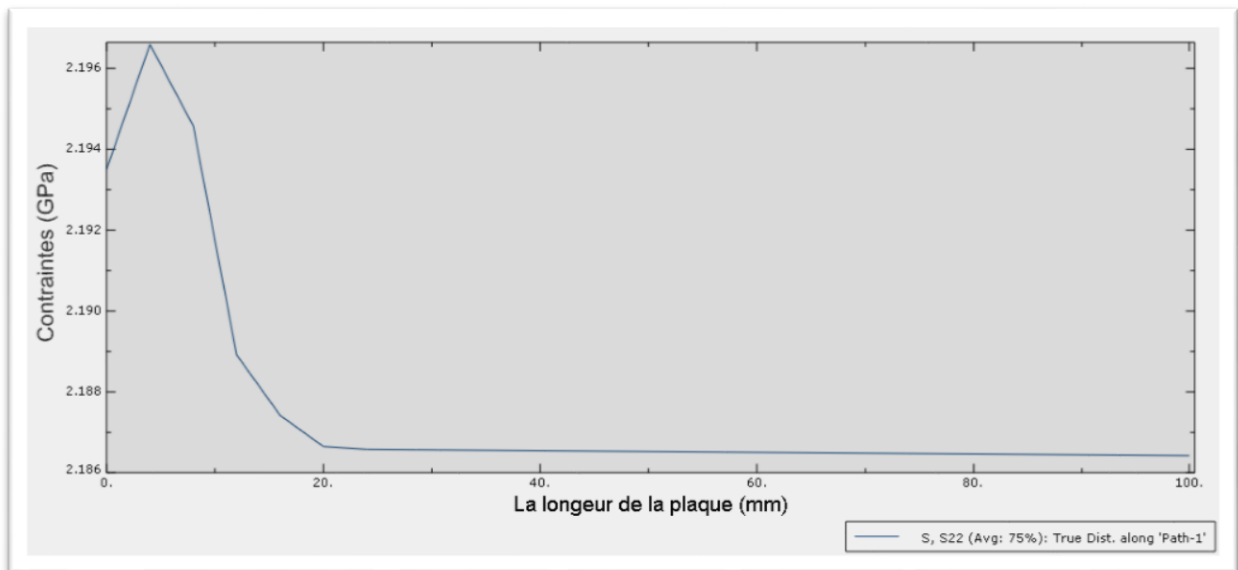
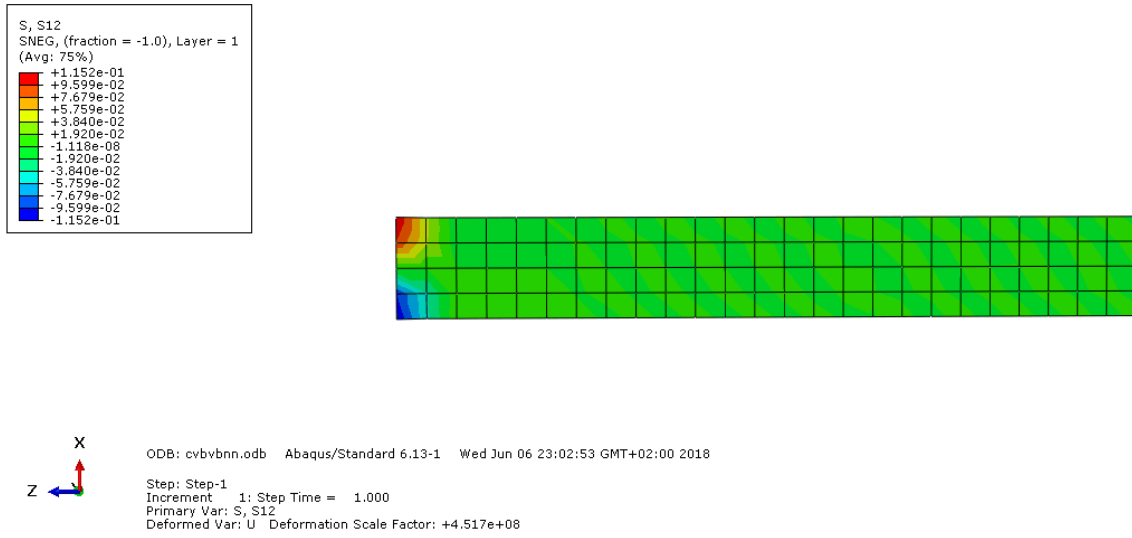
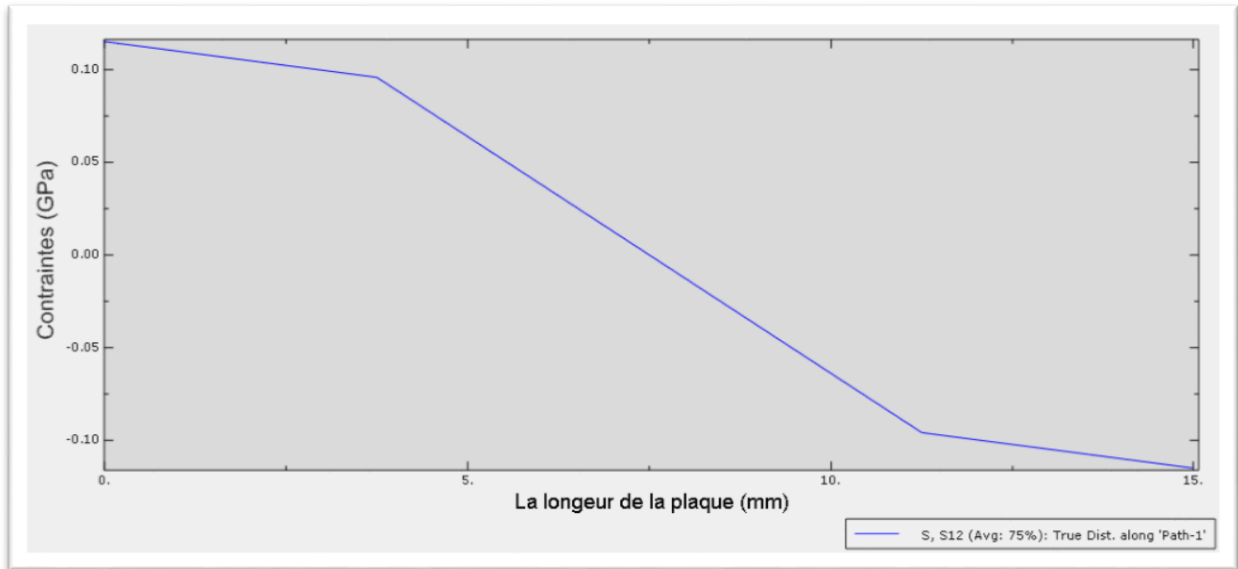


Figure III.10 La concentration des contraintes  $\sigma_{yy}$



**Figure III.11** Les contraintes  $\sigma_{zy}$  dans la plaque



**Figure III.12** Concentration des contraintes  $\sigma_{zy}$

### III.11 2eme cas : Matériau composite stratifié [0/60/-60/0]

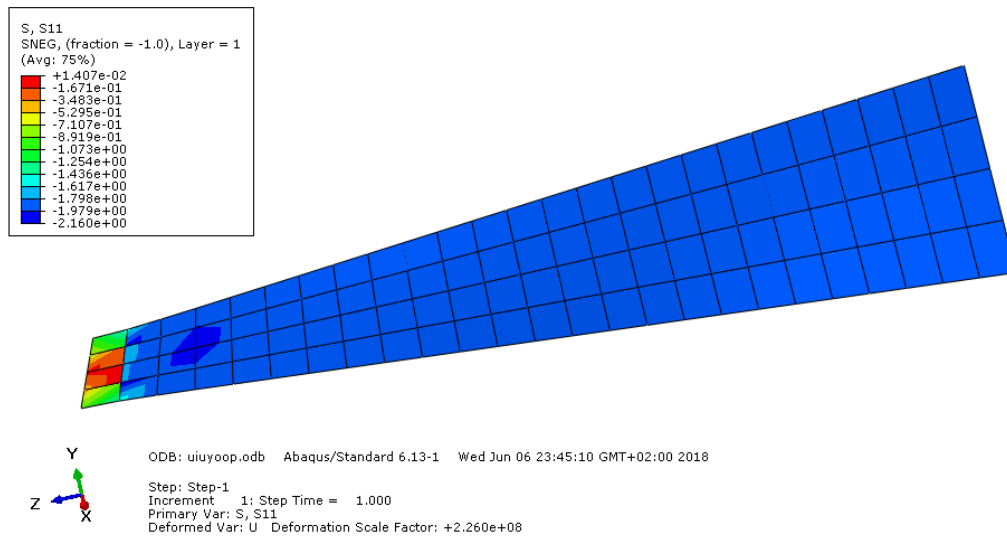


Figure III.13 Les contraintes  $\sigma_{zz}$  dans la plaque

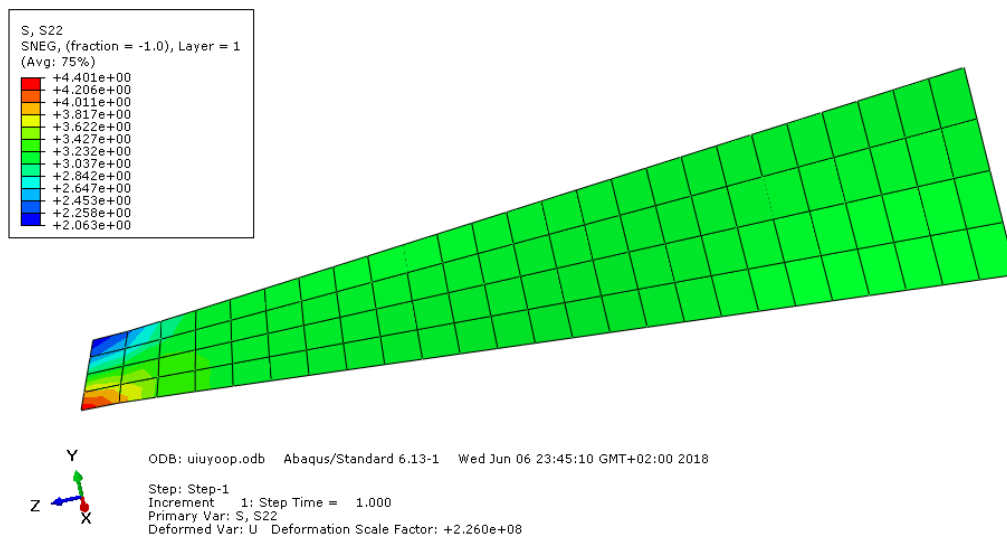


Figure III.14 Les contraintes  $\sigma_{yy}$  dans la plaque

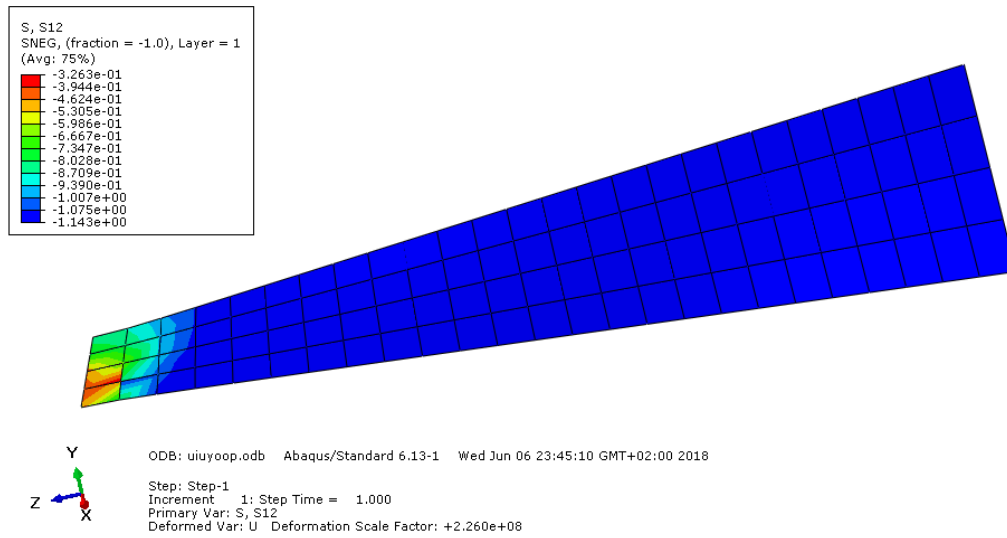


Figure III.15 Les contraintes  $\sigma_{zy}$  dans la plaque

### III.12 3eme cas : Matériau composite stratifié [0/45/-45/0]

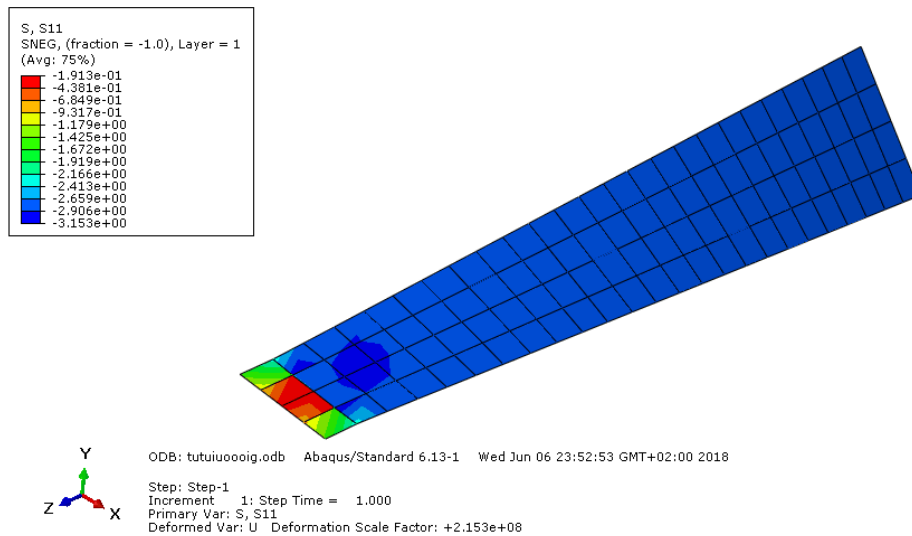


Figure III.16 Les contraintes  $\sigma_{zz}$  dans la plaque

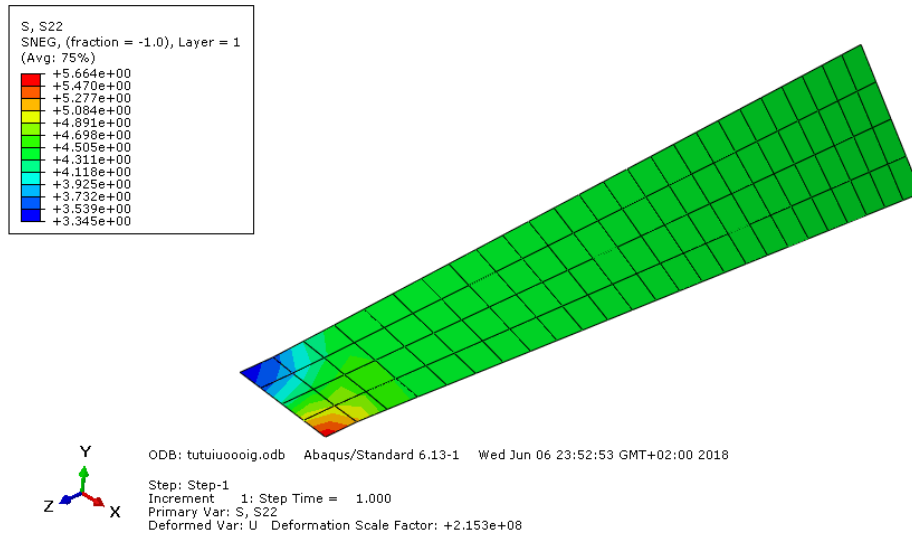


Figure III.17 Les contraintes  $\sigma_{yy}$  dans la plaque

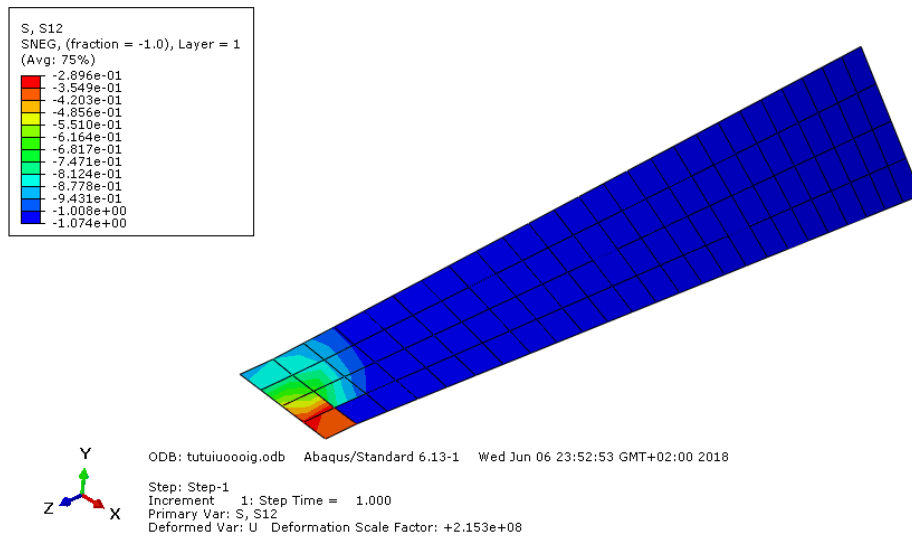


Figure III.18 Les contraintes  $\sigma_{zy}$  dans la plaque

### III.13 4eme cas : Matériau composite stratifié [0/30/-30/0]

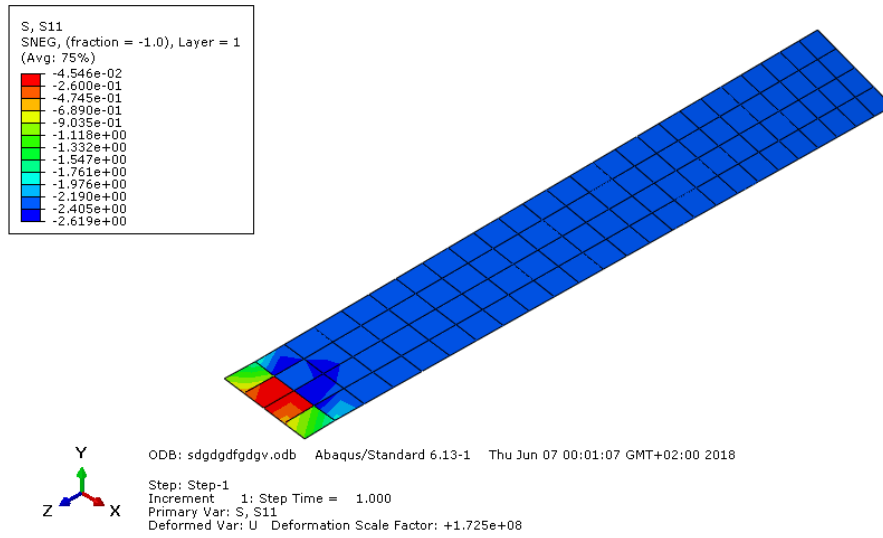


Figure III.19 Les contraintes  $\sigma_{zz}$  dans la plaque

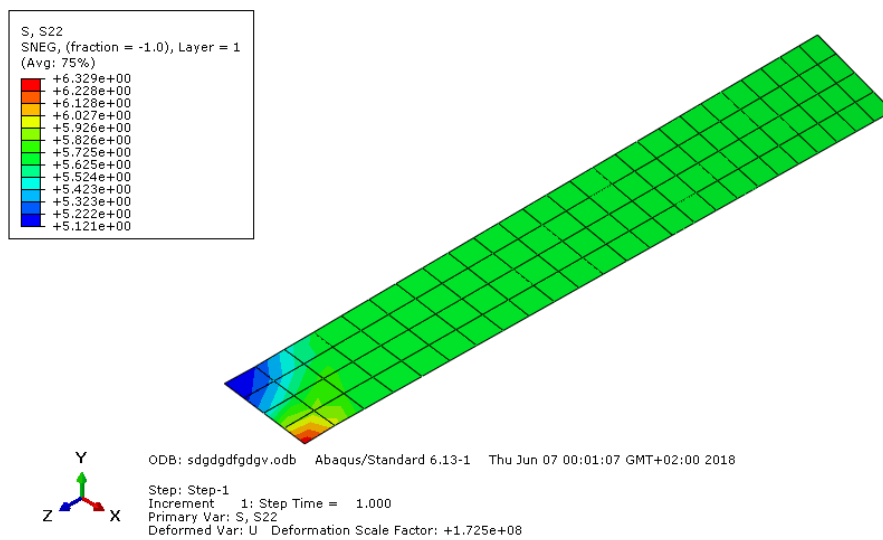
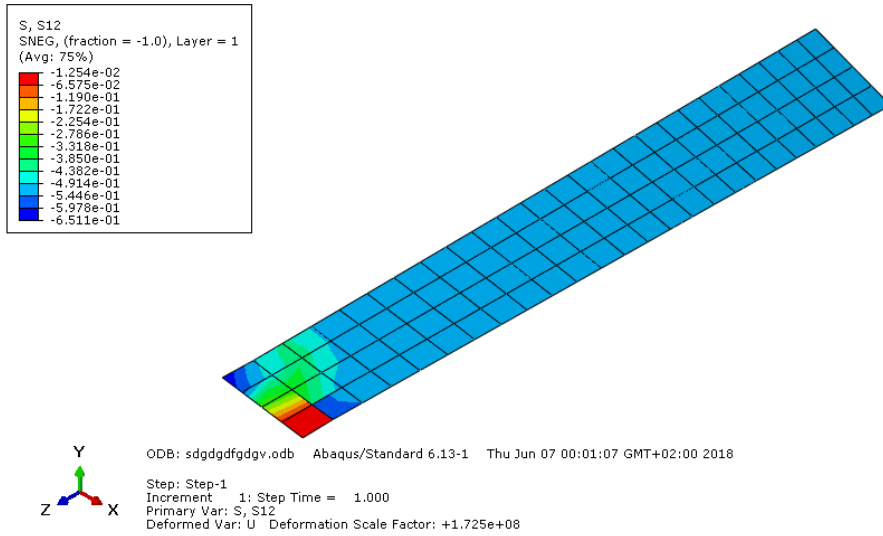
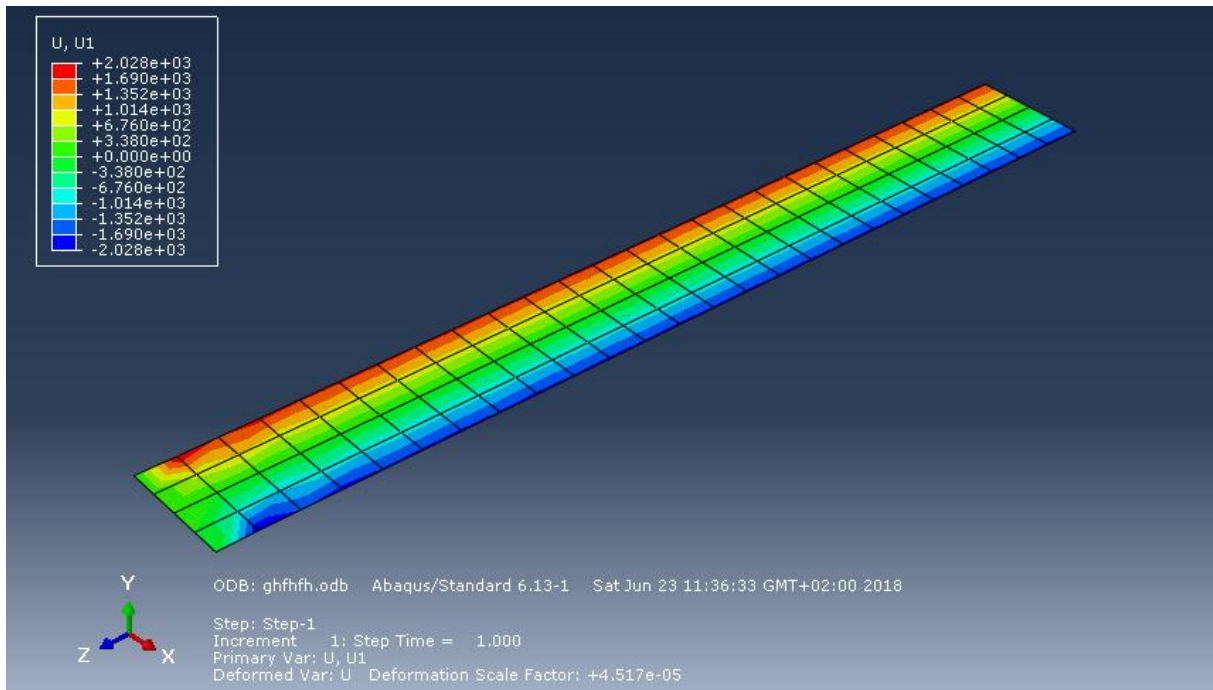


Figure III.20 Les contraintes  $\sigma_{yy}$  dans la plaque

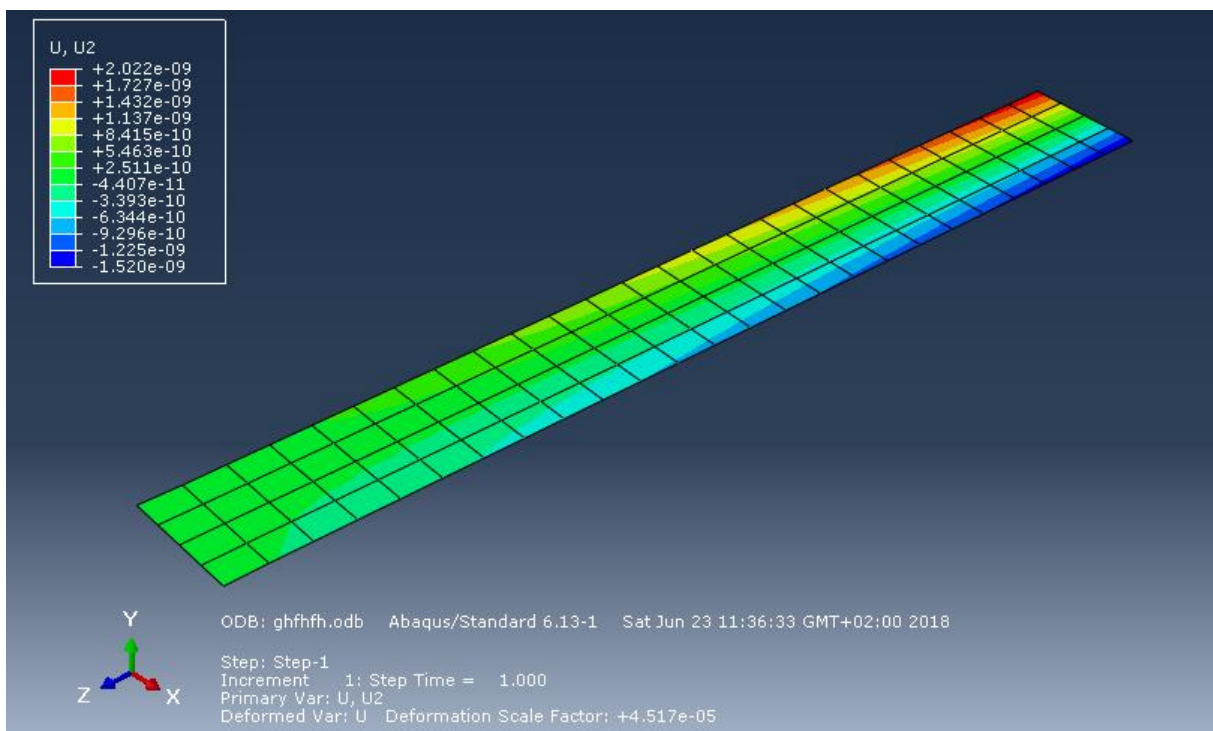


**Figure III.21** Les contraintes  $\sigma_{zy}$  dans la plaque

**DEPLACEMENT POUR LE 1 EME CAS (0/90/90/0)**



**Figure III.22 les Déplacements  $U_1$**



**Figure III.23 les Déplacements  $U_2$**

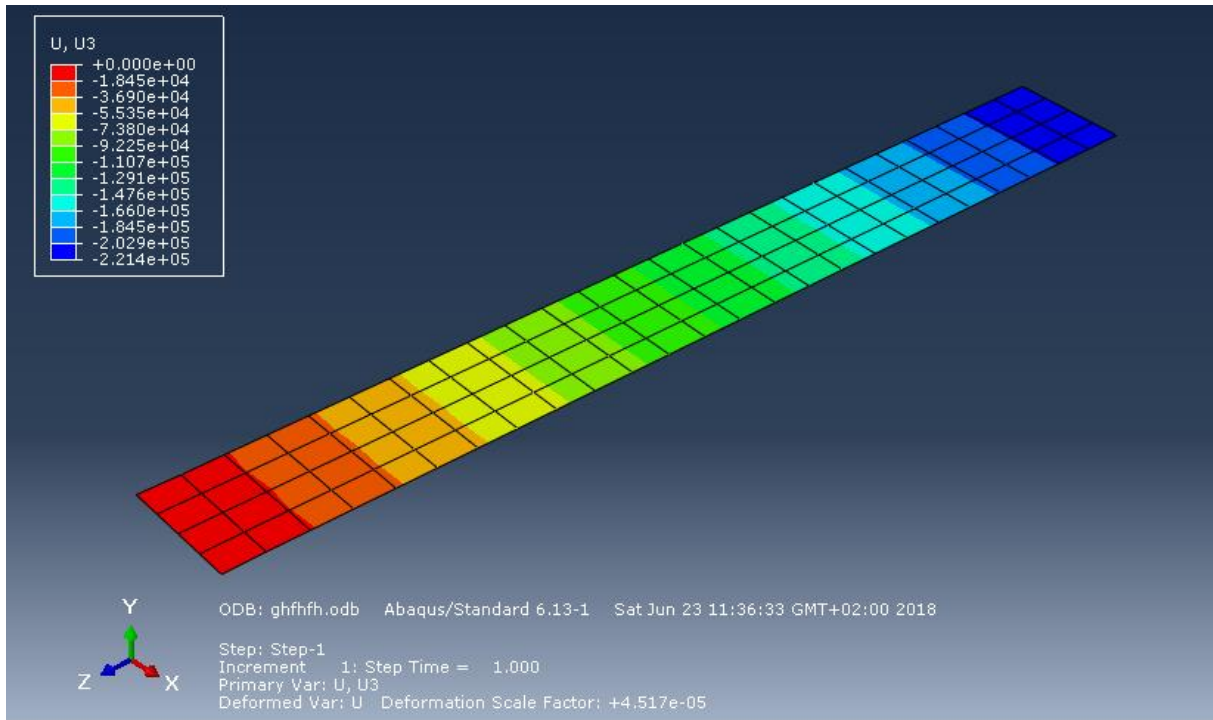


Figure III.24 les Déplacements  $U_3$

DEPLACEMENT POUR LE 2 EME CAS (0/60/-60/0)

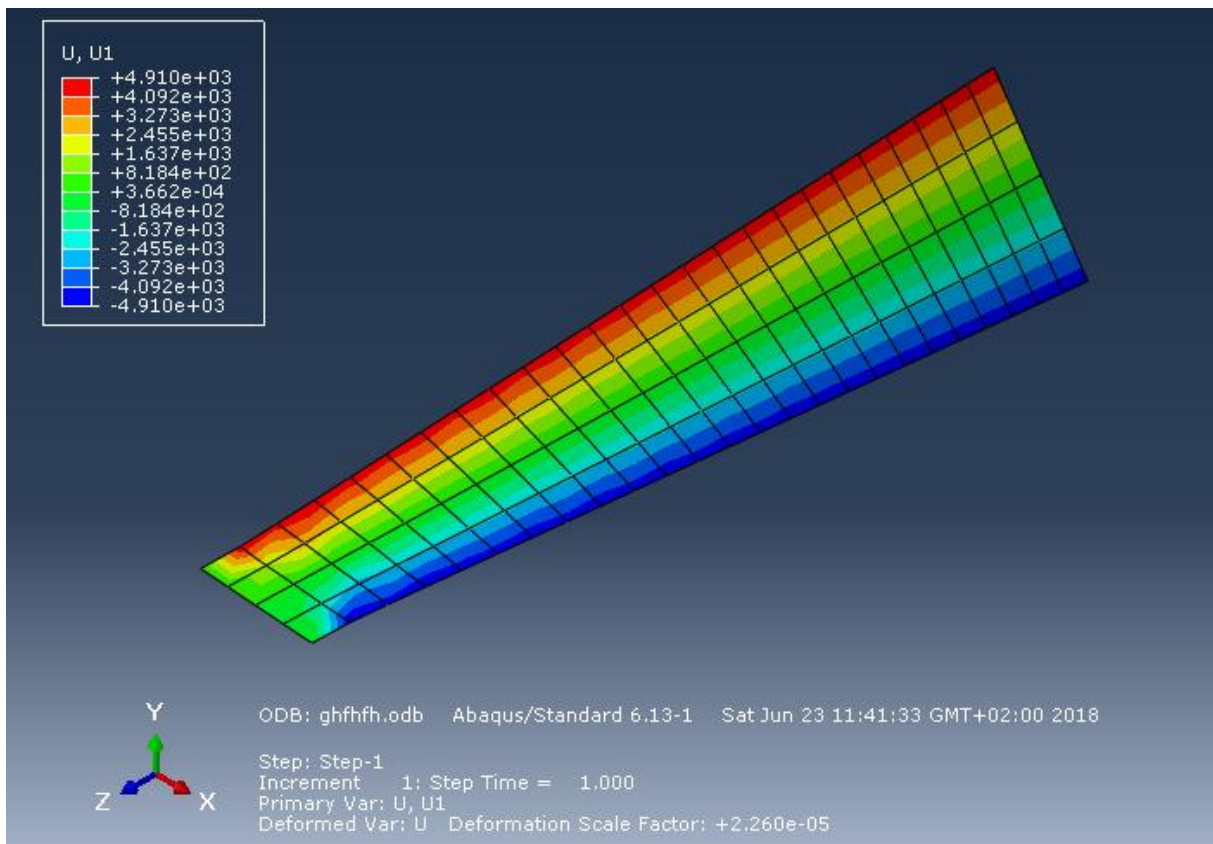


Figure III.25 les Déplacements  $U_1$

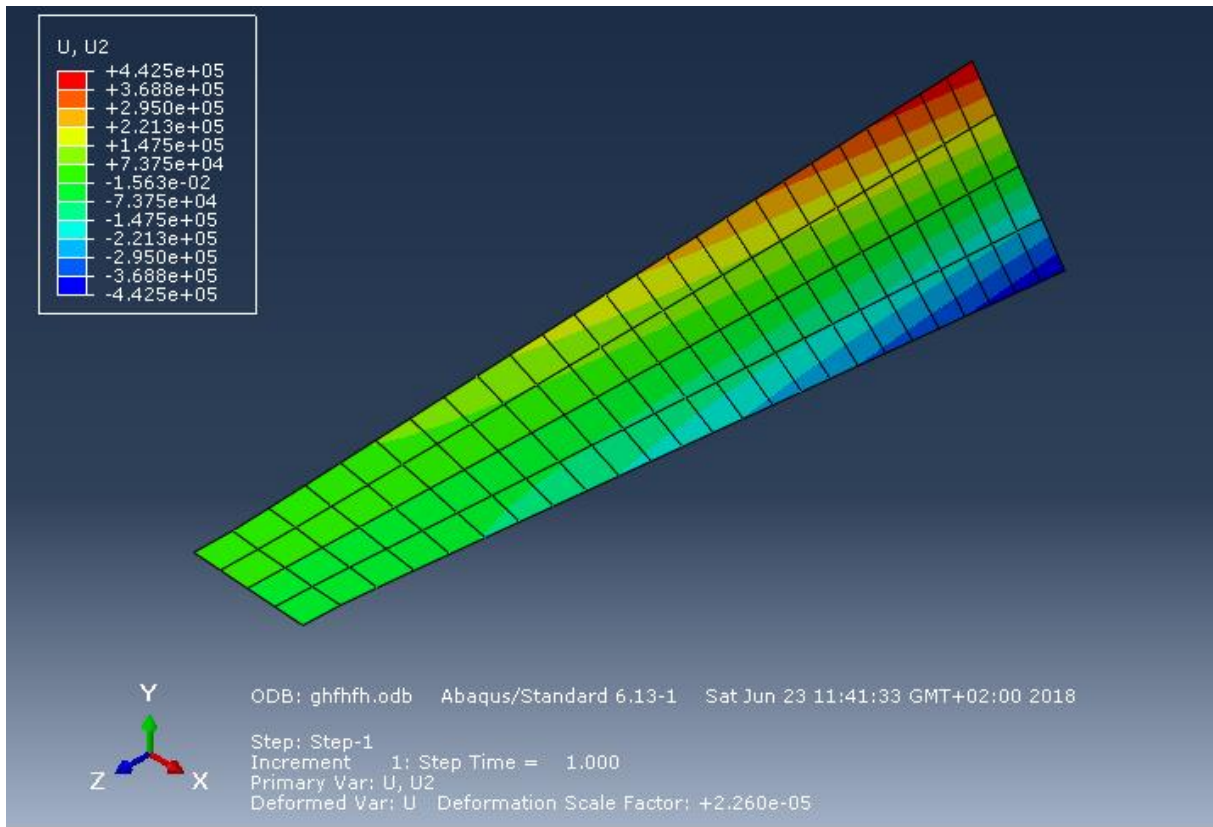


Figure III.26 les Déplacements  $U_2$

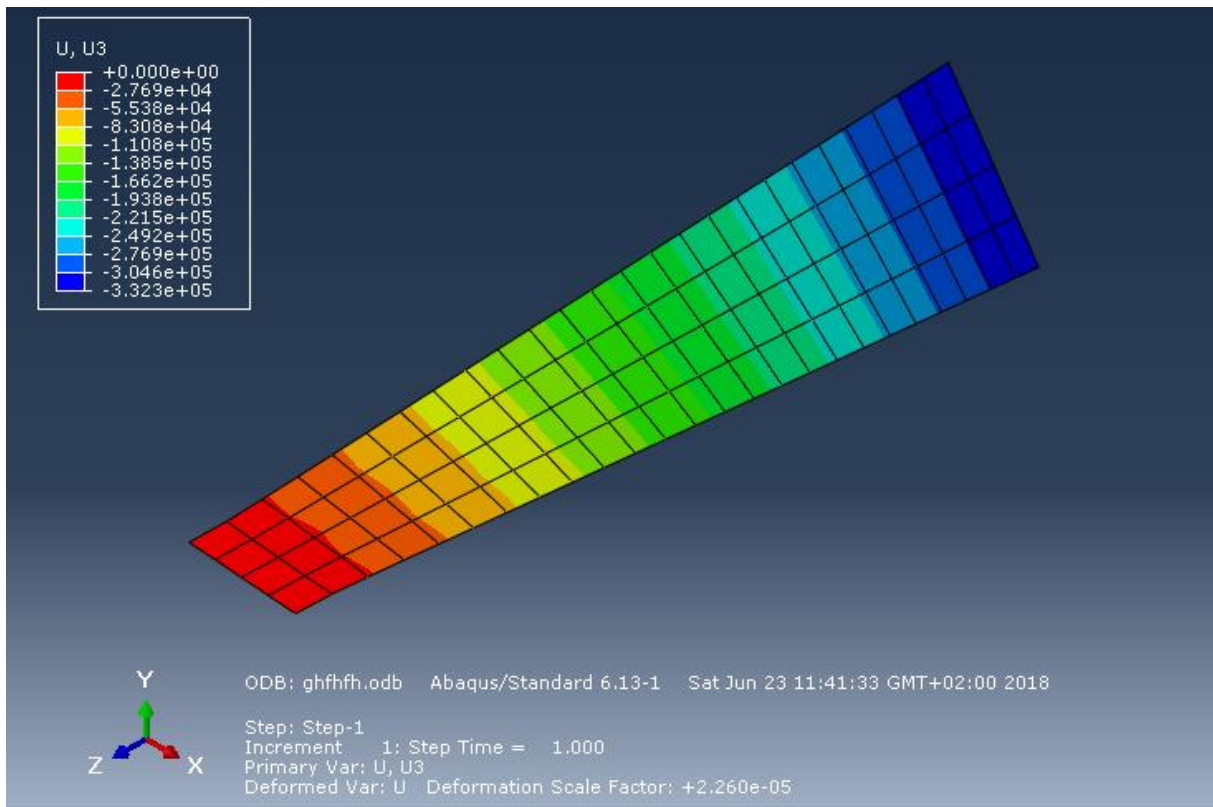
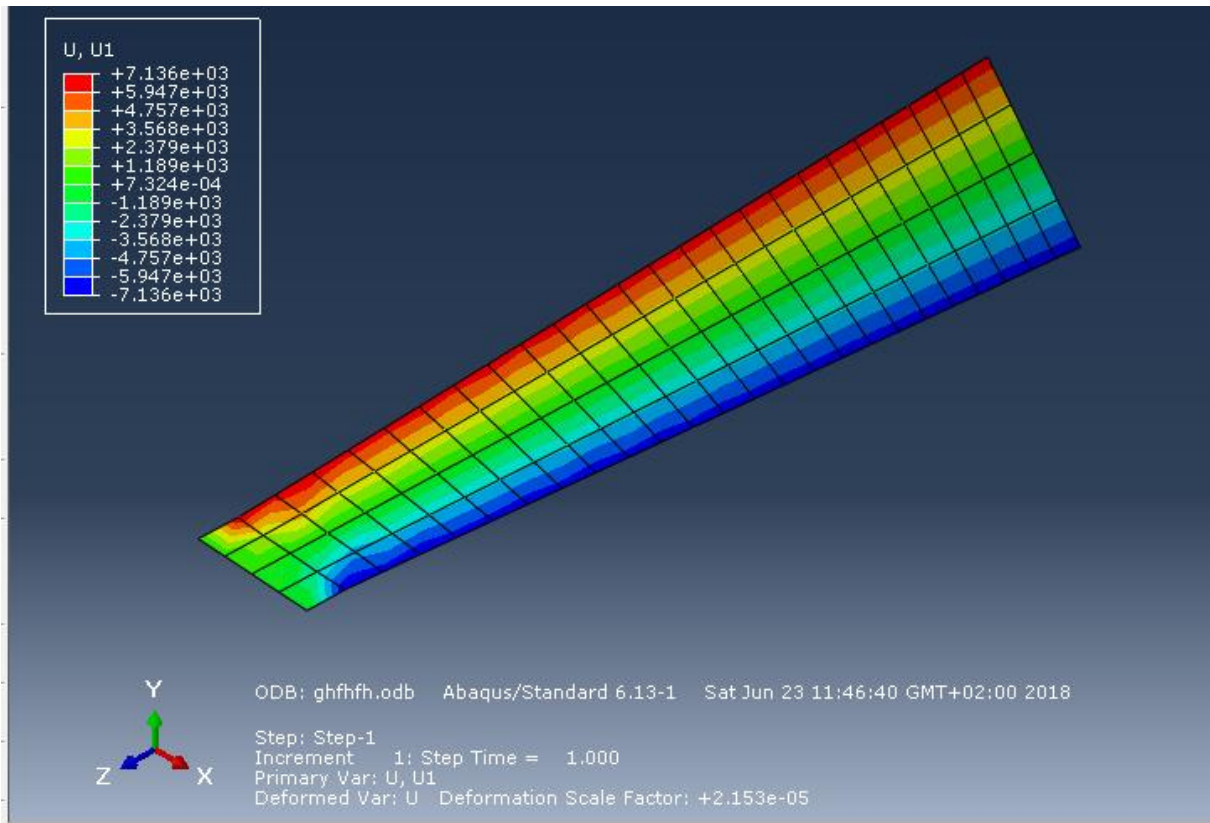
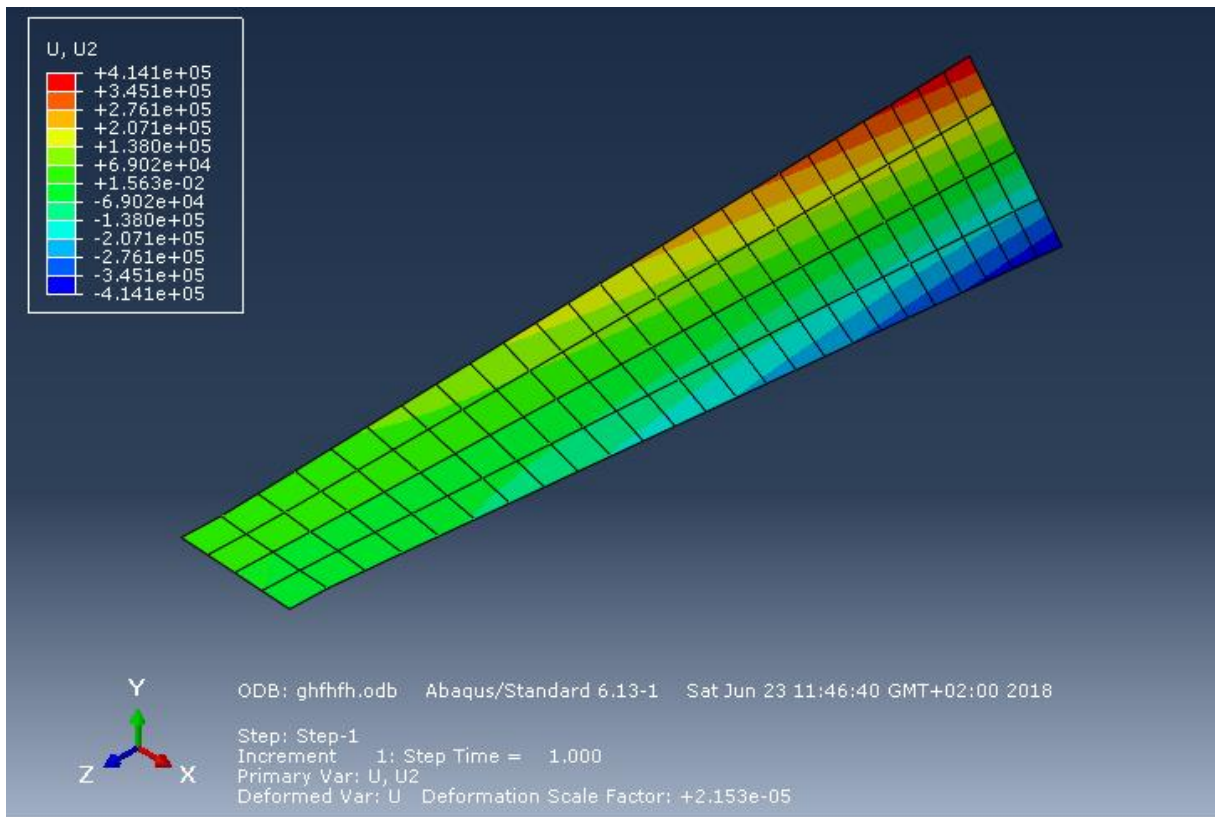


Figure III.27 les Déplacements  $U_3$

**DEPLACEMENT POUR LE 3 EME CAS (0/45/-45/0)**



**Figure III.28 les Déplacements U<sub>1</sub>**



**Figure III.29 les Déplacements U<sub>2</sub>**

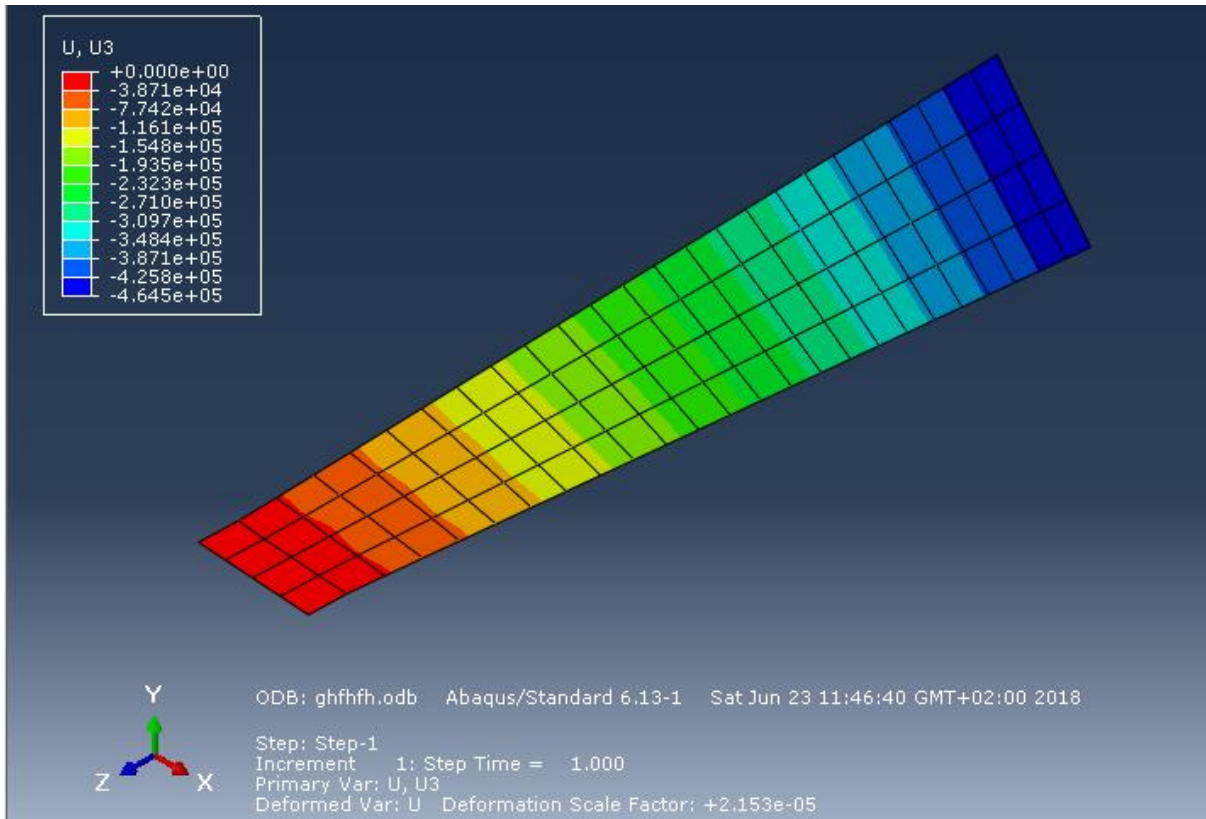


Figure III.30 les Déplacements  $U_3$

DEPLACEMENT POUR LE 4 EME CAS (0/30/-30/0)

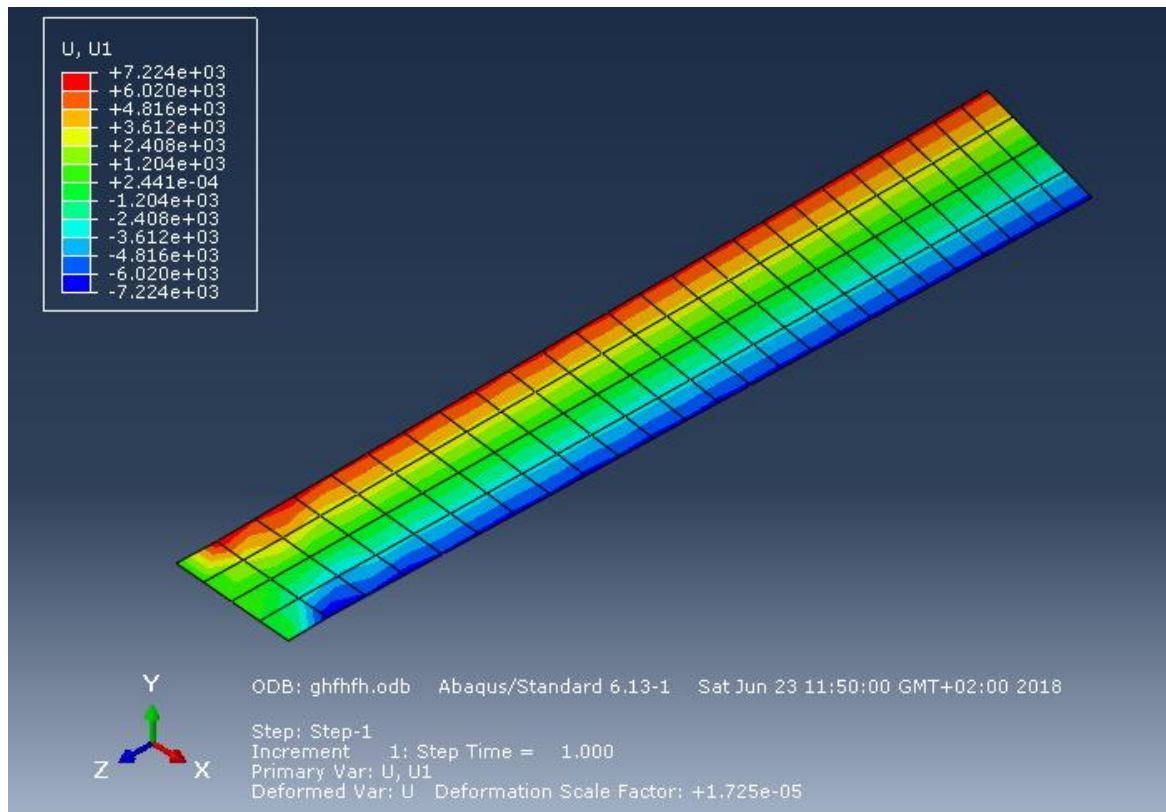


Figure III.31 les Déplacements  $U_1$

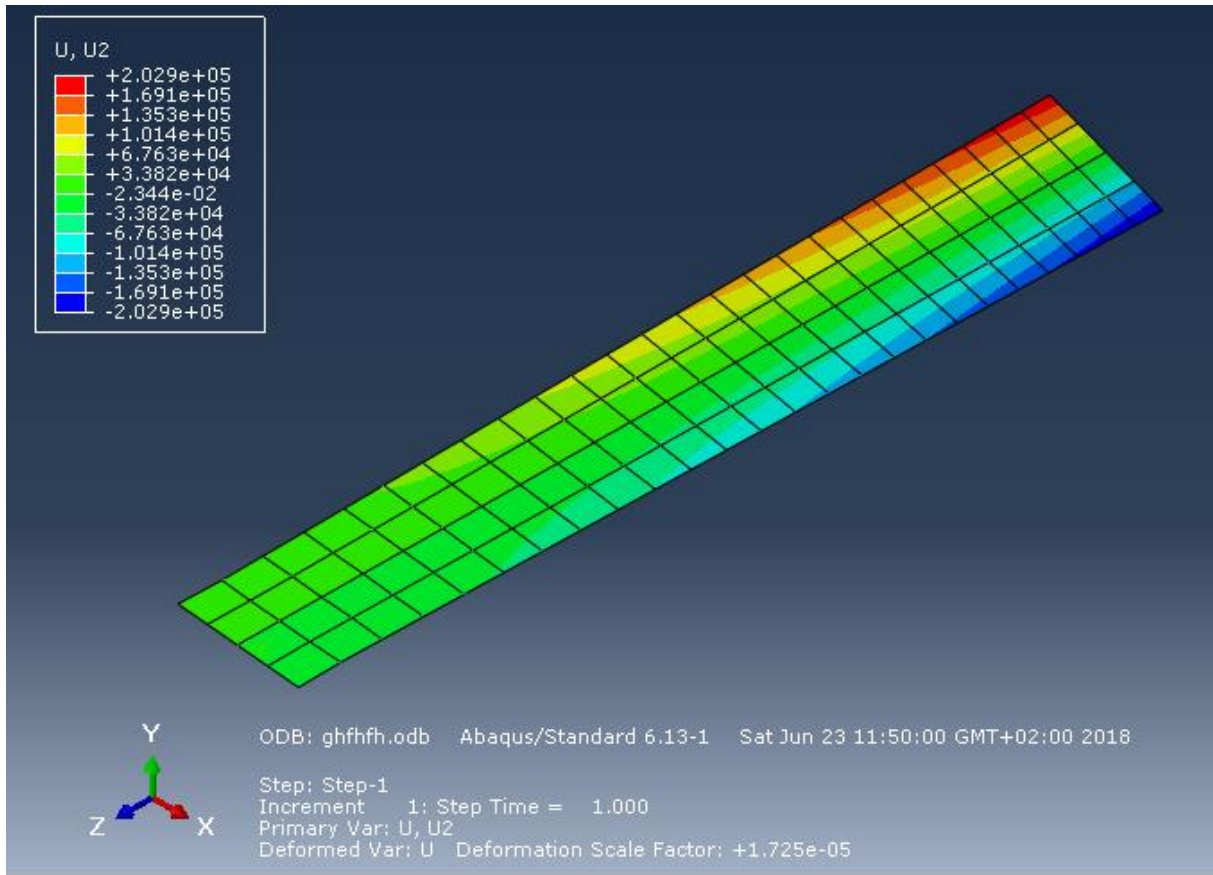


Figure III.32 les Déplacements  $U_2$

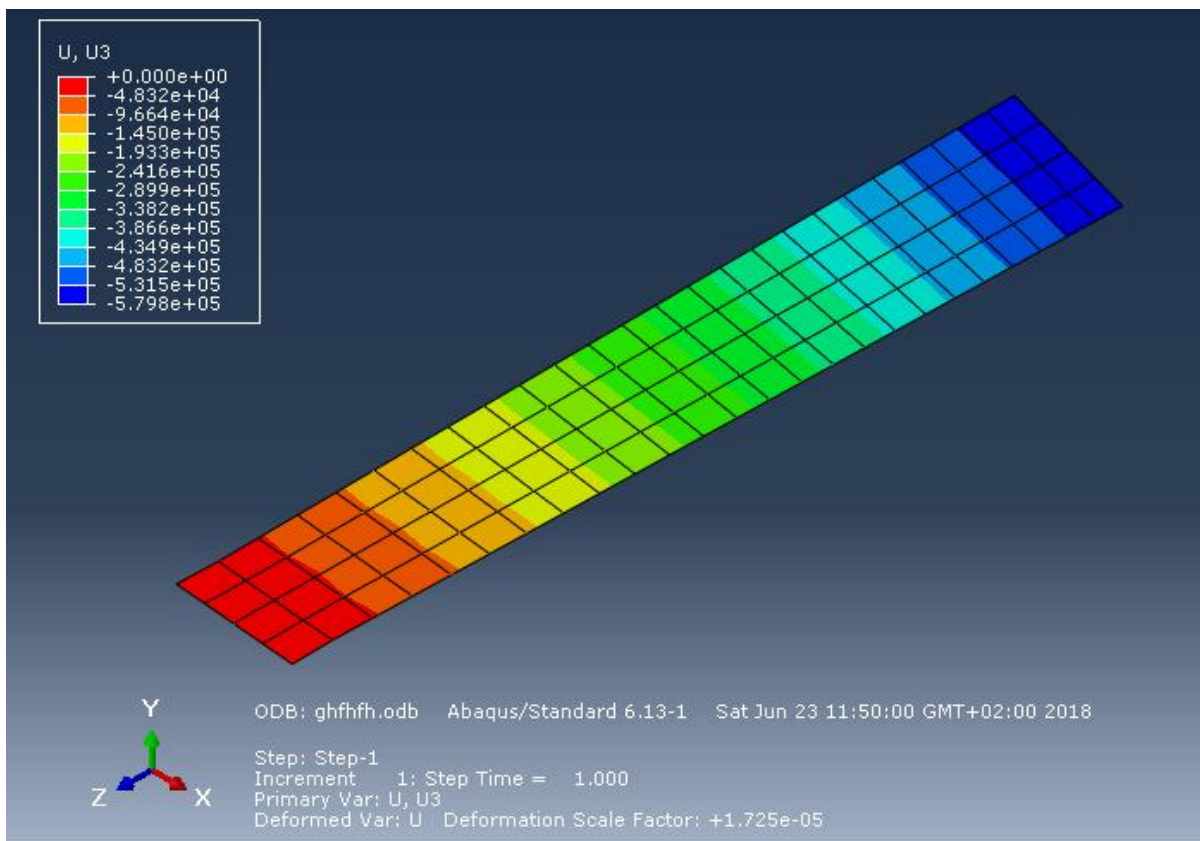


Figure III.33 les Déplacements  $U_3$

# **Conclusion générale**

## Conclusion générale

D'après notre travail qui consiste à étudier le comportement de la rigidité des structures en matériau composites stratifiés dans le but de dévoiler l'influence de l'orientation des fibres de matériaux composites stratifiés sur la rigidité des structures,

Pour ce but, nous avons pris des modèles formés de renforts élaborés à partir des nappes UD maintenues entre elles, la structure est sollicitée à un essai simple au l'UD est soumis à un chargement de tension dans une direction formant un angle Pour  $\theta$  avec la direction des fibres.

Ce chargement est dit chargement hors- axes, il est couramment utilisé a fin de caractériser le comportement en cisaillement notamment.

Sous cette sollicitation la contrainte dans la direction du chargement  $\sigma_{zz}$  s'exprime en fonction des contraintes dans les directions principales du pli comme nous l'avons vu précédemment équation  $\{\sigma\} = [T_{\sigma}(\theta)]^{-1} \cdot \{\sigma'\} = [T_{\sigma}(-\theta)] \cdot \{\sigma'\}$ .

La contrainte a rupture peut donc être estimée en fonction des limites de rupture des plis connues, en tension et au de même en compression on a :  $\sigma_L = \sigma_{zz} \cos^2 \theta$  et ;

Et :  $X_c < \tau_L < X_t$ .

Dans le cas où seule la limite en tension est considérée, on a trois relations et la rupture sera atteinte quand la plus faible des limites sera atteinte

$$\sigma_{zu} = \frac{\sigma_{Lu}}{\cos^2 \theta} = \frac{X_t}{\cos^2 \theta}$$

$$\sigma_{zu} = \frac{\sigma_{Tu}}{\sin^2 \theta} = \frac{Y_t}{\sin^2 \theta}$$

$$\sigma_{zu} = \frac{\tau_u}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{S}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{2S}{\sin 2\theta}$$

$$\sigma_{zsec} = \min\left(\frac{\sigma_{zu}}{\cos^2 \theta}; \frac{\sigma_{TU}}{\sin^2 \theta}; \frac{2\tau_u}{\sin^2 \theta}\right)$$

Avec :  $X_t=1400$  MPa ,  $Y_t=35$  MPa et  $S =70$  MPa

Tableau ci-dessus :

| Fibre/matrice     |                     | $X_t$<br>(MPa) | $X_c$<br>(MPa) | $Y_t$<br>(MPa) | $Y_c$<br>(MPa) | $S$<br>(MPa) |
|-------------------|---------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------|
| $V_f \approx 0.5$ | Verre/polyester     | 650-750        | 600-900        | 20-25          | 90-120         | 45-60        |
|                   | Carbone HR/époxy    | 850-1100       | 700-900        | 35-40          | 130-190        | 60-75        |
|                   | Kevlar/époxy        | 1100-1250      | 240-290        | 20-30          | 110-140        | 40-60        |
| $V_f \approx 0.6$ | Verre E/époxy       | 1400           | 910            | 35             | 110            | 70           |
|                   | Carbone HR/époxy    | 1380           | 1430           | 40             | 245            | 70           |
|                   | Kevlar/époxy        | 1400           | 280            | 15             | 50             | 35           |
|                   | Tissu carbone/époxy | 500            | 350            | 460            | 350            | 50           |

Tableau III.3 Résistance à rupture mesurée sur des

$UD_s, V_f \approx 50\%$  d'après D. hull (1981) et  $V_f \approx 60\%$  d'après Berthelot (2005).

- Pour : 0/30/-30/0.

$$\sigma_{zu} = \frac{4.1400}{3} = 1866,66 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zu} = \frac{\sigma_{Tu}}{\sin^2\theta} = \frac{Y_t}{\sin^2\theta} = \frac{4.35}{1} = 140 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zu} = \frac{2\tau_u}{\sin^2\theta} = \frac{2.2.70}{\sqrt{3}} = 161,84 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{z/sec} = 140 \text{ MPa}$$

- Pour : 0/45/-45/0

$$\sigma_{zu} = \frac{4.1400}{2} = 2800 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zu} = \frac{4.35}{2} = 70 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zu} = 2.70 = 140 \text{ MPa}$$

## Conclusion générale

$$\sigma_{z/sec} = 70 \text{ MPa}$$

- Pour : 0/60/-60/0

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zu} &= \frac{4.1400}{1} = 5600 \text{ MPa} \\ \sigma_{zu} &= \frac{4.35}{3} = 46.66 \text{ MPa} \\ \sigma_{zu} &= \frac{4.70}{\sqrt{3}} = 161,84 \text{ MPa} \end{aligned} \right\} \rightarrow \tau_{z/sec} = 46,66 \text{ MPa}$$

Alors d'après les résultats ci-dessus on conclut que pour les plis croisés, on remarque que celui qui correspond à 0/30/-30/0 est le meilleur pli qui assure une grande résistance à la rupture et pour conséquent les plis de faible orientation par rapport à la direction principale, direction du chargement.

- [1] D.Gay, « Matériaux composites », Edition Hermès, Paris, 1989
- [2] L Berreur, B de Maillard, S Nösperger, « L'industrie française des matériaux composites » ; Rév. 2 du 13 mai 2002
- [3] Centre d'animation régional en matériaux avancés C.A.R.M.A. : « Glossaire des matériaux composites » actualisation octobre 2006
- [4] Yang H.H. Kevlar Aramid Fiber. Ed. John Wiley & Sons. 1993.
- [5] N.BAHOULI, Comportement mécanique en température du pli élémentaire d'un composite stratifié Carbonne/époxy thèse de doctorat université de strass bourg janvier 1994
- [6] J.LEMAITRE, J, CHABOCHE, Mécanique des matériaux solides, BORDS, paris, 1985
- [7] DU PONT DE NEMOURS INTERNATIONAL S A, « The success story of advanced composite in commuter aircraft », Technical report, printed in Switzerland, July 1989.
- [8] M.W Darlington and A.C Smith. Some features of the injection moulding of short fibre reinforced thermoplastics in centresprue-gated cavities. *Polymer Composite*, 8(1):16, 1987.
- [9] Fu S. Y., Lauke B., (1996), Effects of fibre length and fibre orientation distributions on the tensile strength of short-fibre-reinforced polymers, *Composites Science and Technology*, Vol. 56, Issue 10, pp. 1179-1190.
- [10] Khedidja HACINI « Etude de comportement mécanique en flexion 3 points d'un Matériau Composite par les éléments fini » thèse. Magister : UNIVERSITE BADJI MOKHTAR – ANNABA année 2012.
- [11] Avila A. F., *composite structures*, 81: 323-330, 2007.
- [12] Yoshi A., *Advanced Composite Materials*, 2(4) : 289-305, 1992.
- [13] P. Rozycki, « Contribution au développement de lois de comportement pour matériaux composites soumis à l'impact ». *Ph.D. thesis*, University of Valenciennes, 2000.
- [14] JC. Devillers, D. Coutellier, D. Delsart , « Determination of the interface characteristics of a glass-epoxy composite by means of the Arcan test procedure ». *Proceedings International Crashworthiness and design Symposium*, pp. 1177-1185, December 2003.
- [15] D. Delsart, JM. Mortier, M. Dagois, « Experimental characterization and modelling of the inter-ply interface properties of fibre reinforced composite materials ». *Proceedings International Conference on Impact loading of Lightweight Structures*, pp. 205-218, May 2005.

# Résumé

Le travail proposé s'intéresse à la Simulation numérique de l'effet d'orientation des fibres des matériaux composites stratifiés (verre - époxy) avec 04 plis ; sollicités en traction. Le travail consiste à Présenter un aperçu sur les connaissances générale sur les matériaux composites et les matériaux composite stratifiés ; puis étudie le comportement mécanique d'un matériau composite stratifiée avec l'effet d'orientation des fibres sur les propriétés mécaniques et ces structures ; on applique plusieurs cas d'étude concerne l'orientation des fibres pour établir une comparaison entre les contraintes et les déformations.