
Université ABBES LAGHROUR Khenchela



جامعة عباس لغرور خنشلة
Faculté de Sciences et Technologie
كلية العلوم و التكنولوجيا
Département de Génie Mécanique
قسم الهندسة الميكانيكية



Mémoire

de fin d'études Pour l'obtention du diplôme
MASTER (LMD)

Spécialité : Génie Mécanique
Option : Génie des Matériaux

Thème

**Optimisation en poids de structures
composites stratifiées sollicitées en
membrane et en flexion**

Réalisé par :

– BETTAYEB Mohamed

Membres de jury :

Dr. Chahaoui O.	M.C.A	Université de khenchela	Président
Mr. Groun B.	M.A.A	Université de khenchela	Examineur
Dr. Brek S.	M.C.B	Université de khenchela	Rapporteur

Année universitaire : 2018-2019

Remerciements

Tout d'abord, je remercie le Bon Dieu le Tout Puissant de m'avoir donné la volonté et le courage pour accomplir ce travail de recherche.

Qu'il me soit permis ici de dire ma gratitude à ceux qui m'ont donné beaucoup de soin à l'élaboration de ce modeste travail et m'ont guidé sur le bon chemin, en espérant que ce mémoire soit le reflet de la bonne formation que j'ai reçue.

Je remercie particulièrement *Dr. Brek Samir* enseignant à l'université de *khenchela*, qui, en tant qu'encadreur, s'est toujours montré à l'écoute et très disponible tout au long de la réalisation de ce mémoire, ainsi pour le soutien, l'aide, et le temps qu'il a bien voulu me consacrer et sans qui ce mémoire n'aurait jamais vu le jour.

Mes remerciements vont aussi aux membres du jury qui ont été disposés à consacrer du temps à la lecture et à la critique de ce travail à savoir :

Dr. Chahaoui Oualid pour avoir bien voulu accepter de présider le jury de ce mémoire

Mr. Groun Brahim pour avoir bien voulu accepter d'être un examinateur de ce mémoire.

J'exprime ma profonde gratitude et remerciements à tous les enseignants de département de Génie mécanique de l'Université de *khenchela* qui ont été pour beaucoup dans mon cursus.

Je n'oublie pas mes parents pour leur contribution, leur soutien, leurs encouragements et leur patience toute au long de mon parcours scolaire et universitaire sans eux je ne serais pas là aujourd'hui.

Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à tous mes proches et amis, qui m'ont toujours soutenus et encouragés au cours de la réalisation de ce mémoire.

Mohamed

Dédicace

A tous ceux qui ont de loin ou de près contribués à ce travail

A tous ceux qui m'ont encouragé soutenus et aidés

A mes parents

A mes frères et sœurs

A mes proches

A mes amis

A mes professeurs

A mes collègues

A ceux qui malgré la distance ont toujours été le présent par leur apport moral

Merci à tous et à toutes

Table des matières

Liste des symboles et notations

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale1

Partie I : Etude bibliographique

Chapitre I : Généralités sur les matériaux composites

1.1 Définition du matériau composite4

1.2 Classification des matériaux composite.....4

1.3 Avantages et les inconvénients des matériaux composites5

 1.3.1 Les avantages5

 1.3.2 Les inconvénients6

1.4 Les renforts.....6

 1.4.1 Classification des renforts.....6

1.5 Les matrices.....8

 1.5.1. Les Matrices organiques.....9

 1.5.2 Les matrices métalliques.....11

 1.5.3 Matrices Céramiques.....11

1.6 Les charges11

1.7 Structure des matériaux composites11

 1.7.1 Les monocouches12

 1.7.2 Sandwichs12

 1.7.3 Stratifiés.....13

 Désignation des structures stratifiées.....14

 Stratifiés symétriques14

 Pourquoi la symétrie miroir15

 Stratifiés séquences.....15

 Stratifiés hybrides.....15

 Les règles de conception des stratifiés.....16

Chapitre II : Théorie classique des stratifiés

2.1 Nomenclature d'une structure stratifiée.....18

2.2 La Théorie Classique des Stratifiés.....19

2.2.1 Données de départ.....	20
2.2.2 Calcul des tenseurs du stratifié	21
2.2.3 Mise en équation d'un laminé	23
2.2.4 Calcul des contraintes dans les couches.....	25
2.2.5 Calcul des caractéristiques équivalentes du stratifié.....	26
2.2.6 Cas spéciaux de stratifiés	26

Chapitre III : Les méthodes d'optimisation pour la conception des structures composites stratifiées.

3.1 Optimisation des structures composites	30
3.2 Trois démarches pour l'optimisation des empilements.....	30
3.2.1 La démarche industrielle.....	30
3.2.2 La démarche directe.....	31
3.2.3 La démarche à deux niveaux.....	32
3.3 Méthodes classiques de conception des stratifiés	34
3.3.1 Les paramètres de stratification.....	35
3.4 La méthode de Miki	38

Partie II : Programmation et modélisation numérique

Chapitre IV : Programmation et modélisation numérique de l'optimisation en poids d'une structure composite stratifiée sollicitée en membrane et en flexion

4.1 Objectifs des programmes et les modélisations numériques.....	40
4.2 La méthode des éléments finis.....	40
4.2.1 Généralités.....	40
4.2.2 Organisation du processus de calcul par la méthode des éléments finis	41
4.2.3 Utilisation d'un logiciel éléments finis.....	41
4.3 Présentation des logiciels utilisés dans les optimisations et les modélisations	42
4.3.1 Scilab.....	42
4.3.2 Présentation du logiciel Castem utilisé dans les modélisations.....	45
4.4 Matériaux et caractérisations	47
4.5 Méthodes d'optimisations proposées dans ce travail.....	48
4.5.1 <u>Méthode 01</u> : Optimisation des stratifiés par changement d'orientations des fibres.....	48
1-Principe et étapes de la première méthode	48
2-Organigramme du programme de Scilab (pour méthode 01).....	49
3-Exemple d'application de la méthode 01	50

4-résultats pour la première méthode.....	51
5-Classement des plaques en prent en considération la contrainte max	60
4.5.2 <u>Méthode 02</u> : Optimisation des stratifiés par changement d'épaisseur d'un pli.....	61
1-Principe et étapes de la deuxième méthode.....	61
2-Organigramme du programme de Scilab (pour méthode 02).....	62
3-Exemple d'application de la méthode 02.....	63
4-résultats de la deuxième méthode.....	63
4.6 Modélisation numérique par Castem.....	66
1-Objectifs des modélisations.....	66
2- Géométrie du modèle.....	66
3- Organigramme du programme de Castem.....	67
4- Maillages et chargements	67
5- Résultats des modélisations.....	68
- Les déformations	68
- Les iso-valeurs des contraintes σ_{xx}	69
4.7 Discussion des résultats obtenus.....	69
Conclusion générale et perspectives.....	72
Annexe.....	74
Liste des références bibliographiques.....	82

Les symboles et notations

CMP : Composite à matrice polymère

CMM : Composite à matrice métallique

CMC : Composites à matrice céramique

GD : Grande diffusion

UD : Unidirectionnel.

HP: Haute performance.

TP : Thermoplastique.

TD : Thermodurcissable.

CLT : Théorie classique des stratifiés.

M_f : La teneur en masse de renfort.

M_m : La teneur en masse de matrice.

V_f : La teneur en volume de renfort.

V_m : La teneur en volume de matrice.

ρ_f : La masse volumique de fibre (renforts).

ρ_m : La masse volumique de matrice.

Q_k : Tenseur de rigidité réduite dans les Axes d'orthotropie de la couche

[*C*]: La matrice de rigidité.

[*S*] : La matrice de souplesse.

[*A*]: La matrice de rigidité de membrane.

[*B*]: La matrice de rigidité de flexion.

[*D*]: La matrice de rigidité de couplage membrane/flexion.

N: Les composantes du tenseur de contrainte de flexion.

M: Les composantes du tenseur de contrainte de membrane.

ϵ_{ij} : Les composantes du tenseur de déformation.

C_{ij} : Les coefficients de la matrice de rigidité.

s_{ij} : Les coefficients de la matrice de souplesse.

E_1 : Module d Young (module d'élasticité) suivant l'axe 1.

E_2 : Module d Young (module d'élasticité) suivant l'axe 2.

E_x^m : Module d Young (module d'élasticité) suivant l'axe (x) en membrane.

E_y^m : Module d Young (module d'élasticité) suivant l'axe (y) en membrane.

ν_{12} : Coefficient de poisson dans le plan (1,2).

G_{12} : Module de cisaillement dans le plan (1,2).

$[T]$: La matrice de changement de base.

h : Epaisseur du pli.

θ : L'angle de pli.

σ_{xx} : Contrainte normale suivant la direction x.

σ_{yy} : Contrainte normale suivant la direction y.

Liste des Figures

Chapitre I : Généralités sur les matériaux composites

Figure (1.1) : Matériau composite.....	4
Figure (1.2) : Classification des renforts.....	6
Figure (1.3) : différent type de fibre de verre.....	7
Figure (1.4) : Fibre de carbone constituée de plusieurs centaines de filaments.....	7
Figure (1.5) : Classification des matrices.....	8
Figure (1.6) : Exemples de charges : (a) micro-billes de verre, (b) noir de carbone, (c) silice.....	11
Figure (1.7) : Monocouche.....	12
Figure (1.8) : Composite sandwich.....	12
Figure (1.9) : Les constituants d'un composite stratifié.....	13
Figure (1.10) : Exemple de la désignation d'un stratifié.....	14
Figure (1.11) : Exemple d'un Stratifié symétrique.....	15
Figure (1.12) : Exemple d'un Stratifié séquence.....	15
Figure (1.13) : Exemple d'un Stratifié hybrides.....	15

Chapitre II : Théorie classique des stratifiés

Figure(2.1) : Vues d'ensemble (a)et éclatée (b) d'un stratifié composite et de l'index des plis (k) et de l'angle des plis (θ_k).....	18
Figure (2.2) : Définition des coordonnées du pli (z).....	18
Figure (2.3) : Exemple d'un pli k du stratifié orienté par un angle θ_k	19
Figure (2.4) : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés.....	20
Figure (2.5) : Schématisation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément de stratifié.....	21
Figure (2.6) : Schématisation des moments de flexion et de torsion.....	21
Figure (2.7) : pli UD.....	23
Figure (2.8) : Numération des couches (plis).....	24
Figure(2.9) : stratifié symétrique $[0 / 30 / \overline{60}]_s$	27
Figure (2.10) : stratifié croisés $[0/90_2/0/90]$	27
Figure (2.11) : stratifié à pli angulaire est $[-40 / 40 / -40 / 40]$	28
Figure (2.12) : stratifié antisymétrique $[45/60/-60/-45]$	28
Figure (2.13) : stratifié équilibré $[30/40 / -30 / 30 / -30 / -40]$	29

Chapitre III : Les méthodes d'optimisation pour la conception des structures composites stratifiées.

Figure (3.1) : Schéma de principe de la démarche à deux niveaux.....	31
Figure (3.2) : Evolutions comparées, depuis 1994, du nombre de publications consacrées aux matériaux composites et à leur optimisation.....	33
Figure (3.3) : les stratifiés angle-pli représentés dans le plan ξ_1 - ξ_2	39

Chapitre IV : Programmation et modélisation numérique de l’optimisation en poids d’une structure composite stratifiée sollicitée en membrane et en flexion

Figure (4.1) : les contraintes σ_{xx} dans la plaque $[(0_2/90)_s]_s$	50
Figure (4.2) : les contraintes σ_{yy} dans la plaque $[(0_2/90)_s]_s$	51
Figure (4.3) : les contraintes σ_{xx} dans la plaque $[(0/45/90)_s]_s$	51
Figure (4.4) : les contraintes σ_{yy} dans la plaque $[(0/45/90)_s]_s$	52
Figure (4.5) : les contraintes σ_{xx} dans la plaque $[0_3/30_2]_s$	52
Figure (4.6) : les contraintes σ_{yy} dans la plaque $[0_3/30_2]_s$	53
Figure (4.7) : les contraintes σ_{xx} dans la plaque $[0_3/45_2]_s$	53
Figure (4.8) : les contraintes σ_{yy} dans la plaque $[0_3/45_2]_s$	54
Figure (4.9) : les contraintes σ_{xx} dans la plaque $[0_3/45/90]_s$	54
Figure (4.10) : les contraintes σ_{yy} dans la plaque $[0_3/45/90]_s$	55
Figure (4.11) : les contraintes σ_{xx} dans la plaque $[0_2/-45/+45/60]_s$	55
Figure (4.12) : les contraintes σ_{yy} dans la plaque $[0_2/-45/+45/60]_s$	56
Figure (4.13) : les contraintes σ_{xx} dans la plaque $[0_2/30_2]_s$	56
Figure (4.14) : les contraintes σ_{yy} dans la plaque $[0_2/30_2]_s$	57
Figure (4.15) : les contraintes σ_{xx} dans la plaque $[0_3/60]_s$	57
Figure (4.16) : les contraintes σ_{yy} dans la plaque $[0_3/60]_s$	58
Figure (4.17) : les contraintes σ_{xx} dans la plaque $[0/45_2/90]_s$	58
Figure (4.18) : les contraintes σ_{yy} dans la plaque $[0/45_2/90]_s$	59
Figure (4.19) : les contraintes σ_{xx} dans la plaque $[0/-45/+45/90]_s$	59
Figure (4.20) : les contraintes σ_{yy} dans la plaque $[0/-45/+45/90]_s$	60
Figure (4.21) : les contraintes σ_{xx} dans la plaque $[90/45/0_2/-45/90]_s$	63
Figure (4.22) : la variation des contraintes σ_{xx} selon l’épaisseur dans la plaque	64
Figure (4.23) : la variation du module d’Young (E_{xm}) selon l’épaisseur dans la plaque.....	64
Figure (4.24) : la variation du module d’Young (E_{ym}) selon l’épaisseur dans la plaque.....	65
Figure (4.25) : la variation du module d’Young (E_{xf}) selon l’épaisseur dans la plaque.....	65
Figure (4.26) : la variation du module d’Young (E_{yf}) selon l’épaisseur dans la plaque.....	66
Figure (4.27) : Géométrie de la plaque.....	66
Figure (4.28) : Exemple du maillage.....	68
Figure (4.29) : Exemple des déformations dans la plaque.....	68
Figure (4.30) : Contrainte suivant l'axe de traction (σ_{xx}) dans la plaque.....	69
Figure (4.31) : comparaison entre les plaques selon la contrainte σ_{xx}	70

Figure (4.32) : comparaison entre les deux plaques selon la contrainte σ_{xx} (optimisée et non optimisée).....70

Liste des Tableaux

Chapitre I : Généralités sur les matériaux composites

Tableau (1.1) : Caractéristiques moyennes des renforts.....	8
Tableau (1.2) : Avantages et inconvénients de la résine époxyde.....	9
Tableau (1.3) : Caractéristiques mécaniques des résines thermodurcissables.....	10
Tableau (1.4) : Caractéristiques mécaniques des résines thermoplastiques.....	10

Chapitre IV : Programmation et modélisation numérique de l'optimisation en poids d'une structure composite stratifiée sollicitée en membrane et en flexion

Tableau (4.1) : Opérations mathématiques.....	45
Tableau (4.2) : systèmes d'unités dans CASTEM.....	47
Tableau (4.3) : Propriétés mécaniques de la matrice.....	47
Tableau (4.4) Propriétés mécaniques de la fibre verre E.....	47
Tableau (4.5) : Propriétés mécaniques du pli UD	47
Tableau (4.6) : les plaques utilisées dans la première méthode.....	50
Tableau (4.7) : classement les plaques suivant la contrainte max	60
Tableau (4.8) : la plaque non optimisée et les plaques optimisées.....	63
Tableau (4.9) : les dimensions de la plaque étudié	67

Introduction générale

INTRODUCTION GENERALE

Le besoin industriel à pousser les ingénieurs et les chercheurs dans le monde entier à remplacer les matériaux classiques par des matériaux nouveaux capables de résister à des conditions extrêmes.

Les matériaux traditionnels tels que le verre, le carbone, le bore..., répondant à ces conditions par une manière très fragiles, un petit défaut suffit pour amorcer la rupture totale de la structure. Pour pouvoir réaliser des structures suffisamment tolérantes aux dommages, les chercheurs ont mis énormément d'efforts pour concevoir des matériaux de construction présentent une bonne rigidité, une haute résistance mécanique, une ténacité élevée, bon comportement à la fatigue, une grande légèreté, et la possibilité de concevoir le matériau selon la nécessité.

Aucun matériau classique ne permet de combiner ces caractéristiques, Et pour atteindre ces objectifs, il est nécessaire d'utiliser des matériaux renforcés par des fibres qui sont liées entre elles par une résine.

De nos jours, les industriels sont de plus en plus intéressés pour intégrer des pièces composites à leurs réalisations, il s'agit notamment des constructions aérospatiales, navales, ferroviaires ou de matériels sportifs. En effet, ces matériaux présentent de nombreux avantages, notamment celui de permettre une diminution de la masse des pièces lorsqu'ils sont correctement exploités. Les composites stratifiés offrent la plus grande flexibilité, car ils autorisent une variation de l'épaisseur des empilements sur l'ensemble de la structure et des propriétés mécaniques 'sur mesure' en adaptant la disposition des fibres dans le matériau aux chemins d'efforts attendus cela permet d'envisager l'utilisation d'une quantité minimale de matériau, tout en garantissant un résultat satisfaisant à l'ensemble des exigences de conception.

L'optimisation de structures composites est un domaine vaste tant pour la multitude des applications visées que pour le nombre de problèmes d'optimisation qui peuvent être envisagés. D'un autre côté, la multitude des spécificités de tels matériaux autorise l'utilisation d'un grand nombre de paramètres d'optimisation avec lesquels le concepteur peut jouer pour satisfaire à des cahiers des charges de plus en plus complexes, les objectifs en terme de

performances mécaniques devenant de plus en plus difficiles à remplir dans les domaines de pointe. De nombreuses problématiques peuvent être envisagées, le poids, la résistance mécanique et la rigidité globale de la structure. La détermination d'une séquence d'empilement correct pour un composant en matériau composite stratifié est souvent très difficile. Dans la littérature, de nombreuses études traitent l'optimisation des plaques composites stratifiés à fibres longues [1,2,3,4,5,6]

Dans cette étude, nous nous sommes fixés l'objectif de présenter une contribution pour développer une méthode d'optimisation numérique performante qui permette de résoudre une partie du problème de conception optimale d'une structure en matériau composite stratifiée (avec des plis UD verre/époxy) sollicitée en membrane, flexion ou couplage membrane-flexion en utilisant les formules de la théorie classique des stratifiés et la programmation numérique avec le logiciel Scilab. Ensuite une partie des résultats obtenus (les modules d'Young, coefficients de Poisson d'homogénéisation) dans les deux cas membrane et flexion sont utilisées dans des modélisations numériques avec le logiciel *Castem* pour réaliser une comparaison entre les valeurs des contraintes obtenues par les deux méthodes (programme par Scilab et programme par *Castem*).

Les travaux développés dans le cadre de ce mémoire de master sont décrits dans ce manuscrit qui se décomposera en deux parties principales :

Partie I : Etude bibliographique

L'étude bibliographique est divisée en deux chapitres, le premier chapitre est consacré à la présentation des matériaux composites. Dans la première partie de ce chapitre définition, classification des matériaux composites, avantages et les inconvénients des matériaux composites. Ensuite les renforts, les matrices (organiques, métalliques, céramiques), les charges, structure des matériaux composites (Les monocouches, Les sandwiches). Enfin définition de stratifié, désignation des structures stratifiées, les types des stratifiés (stratifiés symétriques, stratifiés séquences, stratifiés hybrides), les règles de conception des stratifiés, Dans le second chapitre, nomenclature d'une structure stratifiée, la théorie classique des stratifiés, données de départ (matériaux composant le stratifié, actions mécaniques), calcul des tenseurs du stratifié (tenseurs (Q_k), comportement en membrane et en flexion). Ensuite calcul la matrice de rigidité, mise en équation d'un stratifiés, tenseurs (A, B et D), la matrice de souplesse, Enfin calcul des contraintes dans le repère du stratifié, calcul des contraintes dans

le repère matériel de la couche, calcul des caractéristiques équivalentes du stratifié (constantes de l'ingénieur), cas spéciaux de stratifiés (stratifiés symétriques, stratifiés croisés, stratifiés à angle, stratifiés antisymétriques, stratifié équilibré).

Partie II : Programmation et modélisation numérique

Dans le chapitre 4 est présenté tout d'abord la méthode des éléments finis, exemple de quelques logiciels d'éléments finis, présentation du logiciel Scilab utilisé pour le programme principal, présentation du logiciel Castem utilisé pour les modélisations numériques. Ensuite nous proposerons un calcul numérique des contraintes, déformations, modules d'élasticité, et coefficients de Poisson pour dix plaques stratifiées verre/époxyde à 60% de fibres en volume dans les deux repères (naturel du pli et global du stratifié), les plaques sont sollicitées en membrane, flexion ou couplage membrane-flexion. Pour le choix d'empilement on a utilisé les plis UD $0^\circ, 45^\circ, -45^\circ, 90^\circ$.

Ensuite nous proposerons des modélisations numériques par éléments finis du comportement en traction et en flexion de quatre plaques stratifiées (comme exemple) en utilisant comme caractéristiques mécaniques nécessaires pour le modèle les caractéristiques d'homogénéisation obtenues par le programme en *Scilab* (modules d'Young, coefficients de Poisson).

Enfin une conclusion générale et perspective.

Partie I : Etude bibliographique

Chapitre I : Généralités sur les matériaux composites

1.1 Définition du matériau composite

Un matériau composite peut être défini d'une manière générale comme l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux, l'assemblage final ayant des propriétés supérieures aux propriétés de chacun des matériaux constitutifs, figure (1.1). On appelle maintenant de façon courante "matériaux composites" des arrangements des renforts qui sont noyés dans une matrice dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible, entre le renfort et la matrice, existe une zone de liaison appelée interface. Ces matériaux composites sont la plupart du temps hétérogènes et anisotropes [8].

La matrice assure la cohésion et l'orientation des fibres, elle permet également de transmettre les sollicitations auxquelles sont soumises les pièces. Les composites trouvent leurs principales applications dans le transport aérien (civil et militaire), maritime et ferroviaire, le bâtiment, l'aérospatial ainsi que les sports et loisirs.

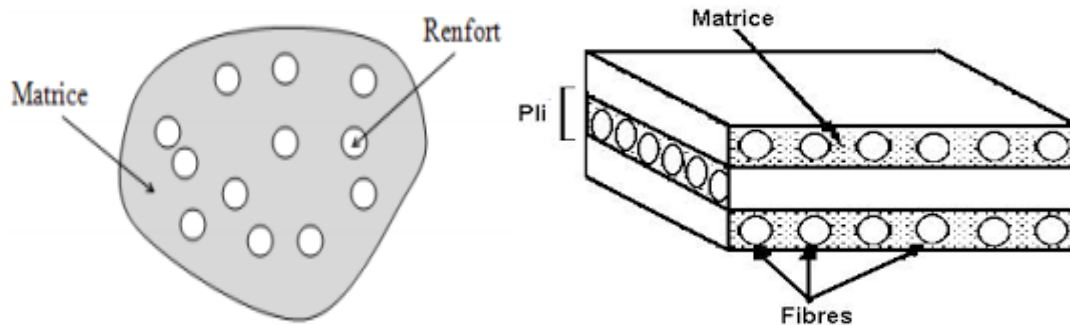


Figure (1.1) : Matériau composite

1.2 Classification des matériaux composites

La nature du matériau constituant la matrice permet de répertorier trois grandes classes de composites, considérées ici par ordre croissant de tenue en température : les composites à matrice polymère (CMP), les composites à matrice métallique (CMM) et les composites à matrice céramique (CMC). Il est alors possible d'associer à ces trois types de matrice soit des renforts discontinus, dont toutes les dimensions sont très inférieures aux dimensions de la pièce, soit des renforts continus, dont au moins une dimension est du même ordre de grandeur qu'une dimension de la pièce.

Les matériaux utilisés comme renforts présentent de bonnes propriétés mécaniques intrinsèques (carbone, alumine, silice, bore, kevlar, Acier, nitrure et carbure de silicium...). Parmi les renforts discontinus, on trouve des fibres courtes monocristallines d'une longueur comprise entre 20 et 100 micromètres et des particules (billes, plaquettes, éclats...) caractérisées par une taille qui peut varier du micromètre à quelques centaines de micromètres. Les renforts continus ou fibres longues ont quant à eux un diamètre qui varie selon leur nature entre quelques micromètres à plus d'une centaine de micromètres [9].

Selon l'application envisagée, l'assemblage de ces fibres longues peut être unidimensionnel (plis unidirectionnels). Bidimensionnel (plis tissés, mats à fibres coupées de quelques centimètres ou à fibres continues) ou tridimensionnel (tissus multidimensionnels). La fabrication des composites (CMP) emploie deux types de matrices : les résines thermodurcissables qui représentent 75% des (CMP) actuels (époxyde, polyester, vinylester. Polyuréthane...), et les résines thermoplastiques (polypropylène, polyamide...) qui sont moins utilisées.

Les matrices polymères renforcées par des fibres de verre, employées notamment dans les produits de grande diffusion (GD), sont d'une grande importance industrielle. Les fibres de carbone et de kevlar sont utilisées dans une moindre mesure pour des applications hautes performances dans l'aéronautique et l'aérospatiale. D'autres types de renforts sont employés tels que des billes (verre, élastomère ...) et des charges (fibres broyées, écailles, poudres...). L'utilisation des (CMP) reste limitée au domaine de températures inférieures à 200°C.

Pour des applications plus haute température, on fait appel aux composite (CMM) jusqu'à 600°C. Les métaux ou alliages métallique utilisés dans la fabrication des (CMM) sont généralement choisis en fonction de leurs propriétés spécifiques dans l'état non renforcé. Ainsi, l'aluminium le titane et le magnésium sont les métaux les plus couramment utilisés.

Les (CMM) présentent de bonnes caractéristiques mécaniques spécifiques, une bonne résistance en température et aux chocs thermiques ainsi qu'une bonne résistance à l'usure et à l'abrasion. Toutes ces aptitudes sont mises à profit dans la fabrication de pièces de structure (carters, inserts...) et d'organes fonctionnels (bielles, soupapes...) travaillant à haute température.

Enfin, lorsque les températures d'utilisation sont supérieures à 1000°C, on a recours aux composites à matrice céramique. Dans ce type de comporte, le renfort est généralement constitué de fibres longues en carbone, en silice ou en carbure de silicium assemblées par tissage multidimensionnel. Ce renfort poreux est infiltré par la matrice (carbone, silice, carbure de silicium) qui se trouve soit en phase liquide soit en phase gazeuse. La dernière étape d'élaboration consiste à densifier le composite par frittage sous haute pression à haute température. Ces matériaux sont développés essentiellement dans le domaine aérospatial en tant que structure thermique (disques de frein, tuyères, volets, tuiles ablatives...) en raison de leur haute résistance thermomécanique spécifique [9].

1.3 Avantages et les inconvénients des matériaux composites

1.3.1 Les avantages

1. Gain de masse.
2. Mise en forme de pièces complexes (principe du moulage) et réduction du nombre d'interfaces (boulonnage, rivetage et soudure sur structures métalliques).

3. Grande résistance à la fatigue.
4. Faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion (sauf en cas de contact entre de l'aluminium et des fibres de carbone).
5. Insensibles aux produits chimiques comme les graisses, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole [10].

1.3.2 Les inconvénients

1. Tenue à l'impact moyenne par rapport aux métaux.
2. Meilleure tenue au feu (classement M) que les alliages légers mais émission de fumées (classement F) parfois toxiques pour certaines matrices.
3. Coût parfois prohibitifs (temps et coût études et mise en œuvre), le gain en coût est surtout valable pour des grandes séries.
4. Pas de recyclabilité satisfaisante [10].

1.4 Les renforts

Les renforts assurent les propriétés mécaniques du matériau composite et un grand nombre de fibres sont disponibles sur le marché en fonction des coûts de revient recherchés pour la structure réalisée. Les renforts constitués de fibres se présentent sous les formes suivantes : Linéique (fils, mèches), tissus surfaciques (tissus, mats), multidirectionnelle (tresse, tissus complexes, tissage tri directionnel ou plus) [11].

1.4.1 Classification des renforts

La classification des types de renforts couramment rencontrés est indiquée sur la figure (1.2) :

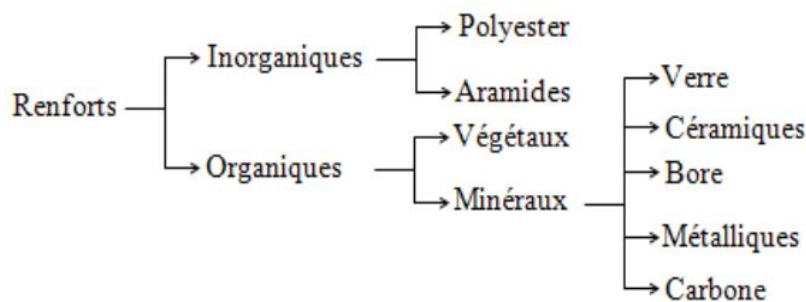


Figure (1.2) : Classification des renforts.

1-Fibre de verre : elles constituent le renfort essentiel des composites (GD). Elle est obtenue à partir de silice (SiO_2) et d'additifs (alumine, carbonate de chaux, magnésie, oxyde de bore). On distingue trois types de fibres de verre [11] :

Verre E : pour les composites de grande diffusion et les applications courantes.

Verre R : pour les composites hautes performances.

Verre D : pour la fabrication de circuits imprimés (propriétés diélectriques).



Figure (1.3) : différent type de fibre de verre

2-Fibre de carbone : c'est la fibre la plus utilisée dans les applications hautes performances. Elle est obtenue par carbonisation de la fibre de PAN (Polyacrylonitrile), figure (1.4). Selon la température de combustion, on distingue deux types de fibres de carbone [8] :

- Fibres haute résistance (HR) : pour une combustion de 1000 à 1500 °C.
- Fibres haut module (HM) : pour une température de combustion de 1800 à 2000 °C.

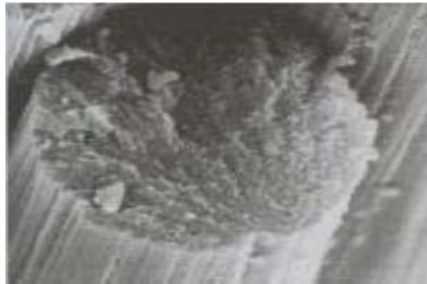


Figure (1.4) : Fibre de carbone constituée de plusieurs centaines de filaments [12].

3-Fibre d'aramide : souvent appelée KEVLAR, la fibre d'aramide est issue de la chimie des polyamides aromatiques à liaisons amides dont les propriétés sont différentes des polyamides aliphatiques.

Il est possible de trouver deux types de fibres d'aramide de rigidités différentes [13] :

- Les fibres bas module (70 GPa) : utilisées pour les câbles et les gilets pare-balles.
- Les fibres haut module (130 GPa) : utilisées pour les composites HP.

4-Fibres céramiques

Les matériaux composites de type céramiques sont souvent constitués de renforts et de matrice en céramique. Les fibres sont élaborées par dépôt chimique en phase vapeur sur un fil support. Ces fibres sont rencontrées dans des applications où la température est très élevée entre 500°C et 2 000°C. Ces matériaux sont utilisés notamment dans les parties chaudes des moteurs d'avions. Quelques exemples de fibres céramiques :

5-Fibre à base de bore : fibres de haut module et insensibles à l'oxydation à hautes températures, elles sont obtenues par dépôt en phase gazeuse sur un substrat en tungstène [8].

6-Fibre à base de silice ou de quartz : elles sont produites comme le verre, par fusion, et sont essentiellement utilisées pour leur haute tenue chimique et thermique dans les tuyères pour moteur de fusée [8].

7-Fibres de polyéthylène de haut module : elles présentent une très bonne résistance à la traction mais une mauvaise mouillabilité. Pour des structures peu sollicitées, on peut encore utiliser des fibres synthétiques courantes de polyamide ou polyester [8].

Un exemple des caractéristiques des renforts sont représentées dans le tableau (1.1).

Tableau (1.1) : Caractéristiques moyennes des renforts [8].

Renforts → Caractéristiques ↓	Verre E	Verre R	Carbone HM	Carbone HR	Kevlar	Bore	Silicate d'alumine	Polyéthylène
Diamètre du filament (µm)	16	10	6.5	7	12	100	10	/
Masse volumique (Kg/m ³)	2600	2500	1800	1750	1450	2600	2600	960
Module d'élasticité longitudinal (MPa)	74000	86000	390000	230000	130000	400000	200000	100000
Module de cisaillement (MPa)	30000	/	20000	50000	12000	/	/	/
Coefficient de poisson	0.25	0.2	0.35	0.3	0.4	/	/	/
Coefficient de dilatation thermique (C ⁻¹)*10 ⁵	0.5	0.3	0.08	0.02	-0.2	0.4	/	/
Contraintes de rupture – Traction (MPa)	2500	3200	2500	3200	2900	3400	3000	3000
Allongement à rupture(%)	3.5	4	0.6	1.3	2.3	0.8	1.5	/

1.5 Les matrices

La matrice a pour rôle de lier les fibres renforts, d'assurer une répartition spatiale homogène des renforts, transmettre aux renforts les efforts extérieurs et de les répartir, apporter la tenue chimique de la structure et donner la forme désirée au produit, figure (1.5).

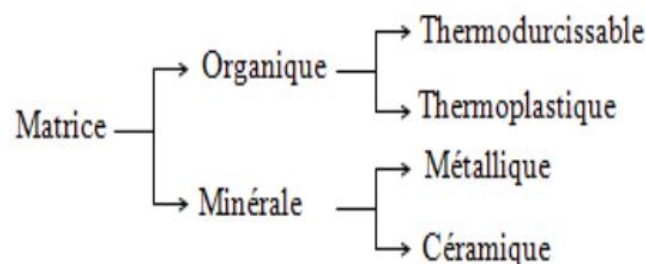


Figure (1.5) : Classification des matrices.

1.5.1 Les Matrices organiques

Les matrices en polymère de synthèse sont les plus courantes dans les composites de grande diffusion, associées à des fibres de verre, d'aramide ou de carbone. Elles ont un faible module et une faible résistance à la traction, mais se prêtent facilement à l'imprégnation des renforts.

On utilise actuellement surtout des résines thermodurcissables (TD) que l'on associe à des fibres longues, mais l'emploi de polymères thermoplastiques (TP) renforcés de fibres courtes se développe fortement. Il est important de bien situer les différences fondamentales de ces deux types de matrices.

- La structure des (TP) se présente sous forme de chaînes linéaires, il faut les chauffer pour les mettre en forme (les chaînes se plient alors), et les refroidir pour les fixer (les chaînes se bloquent). Cette opération est réversible. La structure des (TD) a la forme d'un réseau tridimensionnel qui se pontre (double liaison de polymérisation) pour durcir en forme de façon définitive, lors d'un échauffement. La transformation est donc irréversible [8].

a. Les matrices thermodurcissables

Les matrices (résines TD) ont des propriétés mécaniques élevées. Ces résines ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. Elles sont en solution sous forme de polymère non réticulé en suspension dans des solvants [11].

-Polyesters insaturés

-Vinylesters

-Phénoliques

- **Epoxydes** : elles résultent de la polyaddition de l'épichlorhydrine sur un polyalcool et constitue la résine type des composites hautes performances (HP). On distingue deux classes de résines en fonction :

- du durcissement à chaud ou à froid.
- de la tenue en température (120-130 °c, ou 180-200 °c).

Les avantages et les inconvénients de la résine époxyde sont représentés sur le tableau (1.3) :

Tableau (1.2) : Avantages et inconvénients de la résine époxyde [8].

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - Tenue mécanique - Tenue thermique - Tenue chimique - Tenue Fatigue - Faible retrait (1 à 2%) - Excellente adhérence sur fibres - Mise en œuvre facile 	<ul style="list-style-type: none"> - Prix élevé - Sensibilité à l'humidité - Vieillessement sous température - Sensibilité aux chocs

-Polyuréthanes et polyurées

-Polyimides

Exemple des caractéristiques des matrices thermodurcissables sont représentées dans le tableau (1.1) :

Tableau (1.3) : Caractéristiques mécaniques des résines thermodurcissables [8].

Matrices TD Caractéristiques	Epoxyde	Phénolique	Polyester	Polycarbonate	Vinylester	Silicone	Uréthane	Polyimide
Masse volumique (Kg/m ³)	1200	1300	1200	1200	1150	1100	1100	1400
Module d'élasticité longitudinal (MPa)	4500	3000	4000	2400	3300	2200	700 à 7000	4000 à 19000
Module de cisaillement (MPa)	1600	1100	1400	/	/	/	/	1100
Coefficient de poisson	0.4	0.4	0.4	0.35		0.5	/	0.35
Coefficient de dilatation thermique (C ⁻¹)*10 ⁵	11	1	8	6	5	/	/	8
Contraintes de rupture Traction (MPa)	130	70	80	60	75	35	30	70
Allongement à rupture(%)	2	2.5	2.5	/	4	/	100	1

b- Les Matrices thermoplastiques (TP)

Les résines thermoplastiques ont des propriétés mécaniques faibles. Ces résines sont solides, set nécessitent une transformation à très haute température. Les polychlorures de vinyle(PVC), les polyéthylènes, polypropylène, polystyrène, polycarbonate polyamide.

Exemple des caractéristiques des matrices thermoplastiques(TP) sont représentées dans le tableau (1.5) [11].

Tableau (1.4) : Caractéristiques mécaniques des résines thermoplastiques [8].

Matrices TP Caractéristiques	PP	PPS	PA	PES	PEI	PEEK
Masse volumique (Kg/m ³)	900	1300	1100	1350	1150	1300
Module d'élasticité longitudinal (MPa)	1200	4000	2000	3000	3300	4000
Coefficient de poisson	0.4		0.35	/	/	/
Coefficient de dilatation thermique (C ⁻¹)*10 ⁵	9	5	8	6	6	5
Contraintes de rupture Traction (MPa)	30	65	70	85	105	90
Allongement à rupture(%)	20 à 400	100	200	60	60	50

1.5.2 Les matrices métalliques

L'imprégnation de renforts par un alliage liquide étant une opération techniquement délicate, en pratique seuls les alliages d'aluminium sont utilisés dans ce type de technique, associés à des fibres ou particules de graphite ou de céramiques. Ils sont faciles à mettre en œuvre car leur température de fusion est relativement basse, leur masse volumique est faible et ils sont peu coûteux. Le compromis obtenu entre la ténacité de la matrice métallique et la rigidité des renforts donne au composite des caractéristiques mécaniques intéressantes par rapport à l'alliage seul, surtout au-dessus de 200 °C.

Leur coût de mise en œuvre élevé réserve les composites à matrice métallique aux applications aéronautiques et spatiales [14].

1.5.3 Matrices Céramiques

Des composites à matrices céramiques peuvent être obtenus par imprégnation de préformes de fibres (métaux, verres, aramides, carbone, céramique) soit par des suspensions liquides, ensuite frittées en température sous haute pression, soit par des gaz réactifs permettant un dépôt entre les fibres (notamment pour les composites carbone-carbone) [14].

1.6 Les charges

On désigne sous le nom général de charge toute substance inerte, minérale ou végétale qui, ajoutée à un polymère de base, permet de modifier de manière sensible les propriétés mécaniques, électriques ou thermiques, d'améliorer l'aspect de surface ou bien, simplement de réduire le prix de revient du matériau transformé.

A l'inverse des matières thermoplastiques, les matières thermodurcissables ont toujours contenu des charges de nature et de forme variées, à des taux souvent élevés pouvant atteindre 60 % en masse.



Figure (1.6) : Exemples de charges : (a) micro-billes de verre, (b) noir de carbone, (c) silice.

1.7 Structure des matériaux composites

Les structures des matériaux composites peuvent être classées en trois types

- Les monocouches

- Les sandwichs
- Les stratifiées

1.7.1 Les monocouches

Les monocouches ou plis, représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues (unidirectionnelles UD, réparties aléatoirement), à fibres tissées ou à fibres courtes.

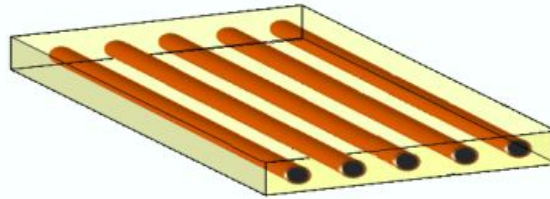


Figure (1.7) : Monocouche.

Les caractéristiques mécaniques de rigidité et résistance des couches normalement utilisées rendent en fait impossible l'utilisation de couches simples principalement à cause de :

- une trop forte anisotropie de la réponse élastique, au moins pour les couches à renfort unidirectionnel.
- une trop faible résistance en direction transversale.
- une trop petite épaisseur, ce qui rend d'un côté la rigidité, surtout celle flexionnelle, trop petite et de l'autre donne un fort danger d'instabilité à la compression, dans les deux directions.

Et par conséquent, Les couches en composite ne sont jamais utilisées seules, mais sous forme des stratifiés qui sont obtenus par superposition de plusieurs plis, le plus souvent identiques [15,16].

1.7.2 Sandwichs

Matériaux composés de deux semelles (ou peaux) de grande rigidité et de faible épaisseur enveloppant une âme (ou cœur) de forte épaisseur et faible résistance. L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande légèreté et résistance en flexion [8].

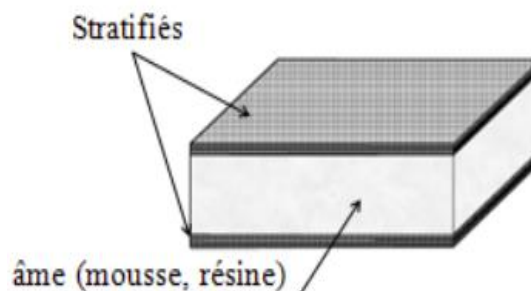


Figure (1.8) : Composite sandwich [8].

1.7.3 Stratifiés

Les stratifiés résultent de la superposition de plusieurs couches ou plis, qui peuvent être des nappes unidirectionnelles, de tissus ou des mats, imprégnés de résine. Chaque couche peut avoir une orientation propre. Cette opération permet de créer des plaques dont les caractéristiques mécaniques, de rigidité et résistance, peuvent être l'objet de la conception [17].

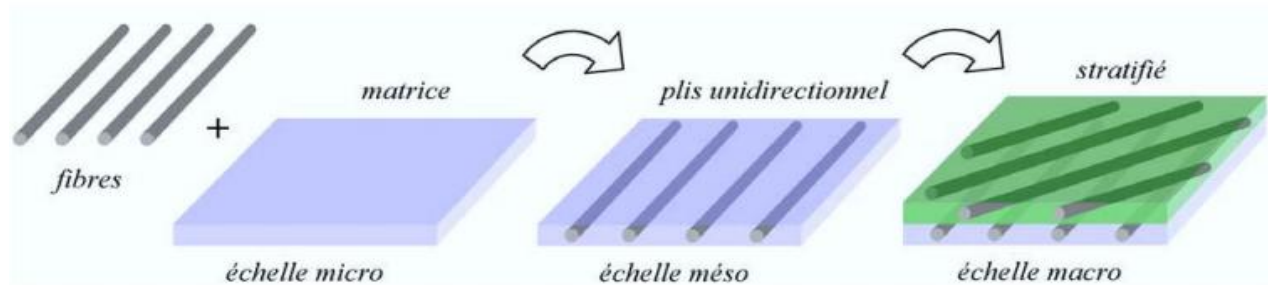


Figure (1.9) : Les constituants d'un composite stratifié.

Ces structures stratifiées sont constituées de couches unidirectionnelles avec des fibres orientées de façon différente d'une couche à l'autre, afin d'obtenir les propriétés mécaniques souhaitées pour la structure finale.

L'épaisseur d'une couche dépend de son grammage. L'épaisseur de chacune des couches est généralement très faible. Chaque couche est formée de fibres de faible section (d'environ 10 à 20 μm de diamètre), imprégnées de résine.

L'interface entre les couches est une entité surfacique assurant le transfert des déplacements et des contraintes normales d'une couche à une autre. En élasticité, les couches sont parfaitement liées et l'interface ne joue aucun rôle particulier.

Toutefois, Le décollement de deux plis, nommé délaminage, constitue le point faible majeur de ce type de matériaux et explique leur faible tenue à l'impact et plus généralement aux sollicitations hors-plan (directes ou induites) [18, 19].

La rigidité d'un stratifié est conditionnée par le nombre et l'empilement des couches, leur nature, leur orientation, leur séquence d'empilement, etc.

La séquence d'empilement du stratifié, désigne le nombre et l'orientation des couches successives en parcourant le stratifié d'une face à l'autre. Ainsi, un stratifié est dit unidirectionnel si, l'angle entre deux couches consécutives est nul, c'est-à-dire, toutes les fibres sont alignées selon une seule direction.

Les stratifiés unidirectionnels caractérisent par une rigidité très élevée (nombre maximum des fibres dans une direction). Par contre, un stratifié est multidirectionnel si les couches successives, sont orientées les unes par rapport aux autres à des angles autres que 0° [20].

Le choix de la nature et de la séquence d'empilement dépend de l'utilisation, en l'adoptant au mieux au champ de contraintes imposées, à savoir :

- Les couches unidirectionnelles présentent une grande rigidité. Elles constituent un type de stratifié de base au quel peut se ramener, en principe, tout autre type de stratifié.
- Les mats sont peu résistants en traction.
- Une stratification croisée est sensible au délaminage inter-laminaire.
- Une stratification avec au moins trois directions de fibres sera nécessaire pour avoir une pseudo-isotropie dans le plan du stratifié [17].

-Désignation des structures stratifiées

Chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degré de l'angle que fait la direction des fibres avec l'axe de référence x. Sur les figures (1.10.a) et (1.10.b), les couches sont représentées décalées les unes par rapport aux autres. La structure stratifiée est décrite de bas en haut.

- les couches sont nommées successivement entre crochet en allant de la face inférieure à la face supérieure.
- Les couches successives sont séparées par le symbole « / » comme l'exemple de la figure (1.10.a) : [30/90/-45/0/45].
- les couches successives d'un même matériau et de même orientation sont désignées par un indice numérique, comme l'exemple de la figure (1.10.b) : [30/90₂/45/0/45] .

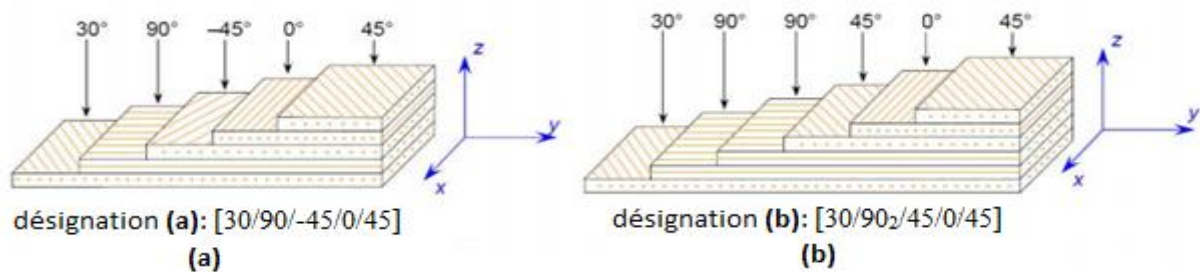


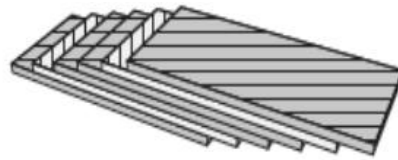
Figure (1.10) : Exemple de la désignation d'un stratifié.

Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'avoir des stratifiés de type :

-Stratifiés symétriques :

Un stratifié est symétrique si son plan moyen est plan de symétrie. Sa désignation ne nécessite alors que la moitié des couches successives. Si le stratifié à un nombre pair de couches, la désignation débute sur une face pour finir au plan de symétrie. Un indice S indique que le stratifié est symétrique. Figure (1.11)

Si le stratifié comporte un nombre impair de couches, la désignation est semblable à la précédente, la couche centrale étant surlignée [21].



$$[-45/45/-45/-45/45/-45] \iff [-45/45/-45]_s$$

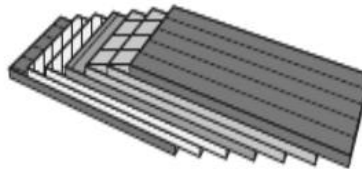
Figure (1.11) : Exemple d'un Stratifié symétrique

-Pourquoi la symétrie miroir :

Lors de la constitution de la pièce stratifiée, les plis successifs imprégnés de résine sont drapés à température ambiante, puis placés dans une étuve pour la polymérisation. Dans le composite ainsi créé à chaud, la dilatation d'ensemble de la pièce d'origine thermique, s'effectue sans qu'il y ait variation globale de sa forme par voilement ou gauchissement. Par contre lors du refroidissement, les plis ont tendance à se contracter différemment suivant le sens des fibres ou suivant le sens travers. Lorsque la symétrie miroir est réalisée, elle entraîne la symétrie de ces contraintes, et empêche ainsi l'apparition des déformations d'ensemble de la pièce : voilement ou gauchissement [10].

-Stratifiés séquences

La répétition de séquences peut être indiquée par un indice indiquant le nombre de fois où une séquence est successivement répétée, figure (1.12) [21].



$$[0/45/45/90/-45/-45/0] \iff [0/45_2/90/-45_2/0]$$

Figure (1.12) : Exemple d'un Stratifié séquence.

-Stratifiés hybrides

Les stratifiés hybrides sont constitués de couches successives comportant des fibres de natures différentes. Il sera alors nécessaire de les mentionner dans la désignation [21].

avec V : verre, C : carbone, K : Kevlar

0° V	0° K
45° C	0° K
-45° C	45° V
90° C	90° V
90° C	45° V
-45° C	0° C
45° C	0° C
0° V	

$$[0_V / \pm 45_C / 90_C]_s \quad [0_{2C} / (45 / 90)_{SV} / 0_{2K}]$$

Figure (1.13) : Exemple d'un Stratifié hybrides

-Les règles de conception des stratifiés

Les règles de conception spécifiques aux stratifiés sont formulées à l'échelle mésoscopique. Ces règles proviennent de l'expérience industrielle en matière de conception et de fabrication composite. Elles visent pour la plupart à éviter les empilements susceptibles d'exacerber des comportements indésirables ou des modes critiques d'endommagement échappant aux capacités de prévision des modèles de pré-dimensionnement.

De façon générale, le dimensionnement d'un stratifié débute par le choix d'un ensemble pertinent d'orientations de pli admissibles pour l'application considérée. En raison de contraintes de fabrication et en particulier des tolérances de positionnement angulaire des plis, cet ensemble est le plus souvent restreint aux quatre orientations 0° , $\pm 45^\circ$ et 90° .

Néanmoins, le développement des procédés de drapage automatisés tend à généraliser l'usage d'orientations supplémentaires telles que les orientations $\pm 15^\circ$, $\pm 30^\circ$, $\pm 60^\circ$ et $\pm 75^\circ$ offrant ainsi davantage de liberté pour la conception des empilements, en particulier pour les structures les plus minces.

Les six règles suivantes sont appliquées pour la conception de chaque empilement.

1. La règle de symétrie miroir consiste à définir des empilements symétriques par rapport au plan moyen du stratifié. Cette règle permet d'éviter les couplages entre le comportement de membrane et le comportement de flexion du stratifié.

2. La règle d'équilibrage consiste à imposer un même nombre de plis orientés à $+\theta^\circ$ qu'à $-\theta^\circ$, avec θ différent de 0° et 90° . L'équilibrage permet d'annuler les couplages plans cisaillement/traction.

3. La règle de groupage consiste à limiter le nombre de plis contigus de même orientation. Cette règle vise à réduire les phénomènes d'endommagement sensibles à l'épaisseur des couches, comme les effets de bords libres ou la microfissuration matricielle.

4. La règle de désorientation impose une différence maximale de 45° , en valeur absolue, entre les orientations de deux plis adjacents. Cette règle de conception vise à minimiser les effets des cisaillements inter laminaires afin de limiter les problèmes de délaminage en bords libres et au niveau des perforations et des assemblages.

5. La règle des 10 % impose un minimum de 10 % plis dans chacune des directions 0° , $\pm 45^\circ$ et 90° (parfois 8 % selon la référence consultée). Cette règle de conception vise à éviter d'obtenir un stratifié dont le comportement est régi par celui de la matrice dans certaines directions.

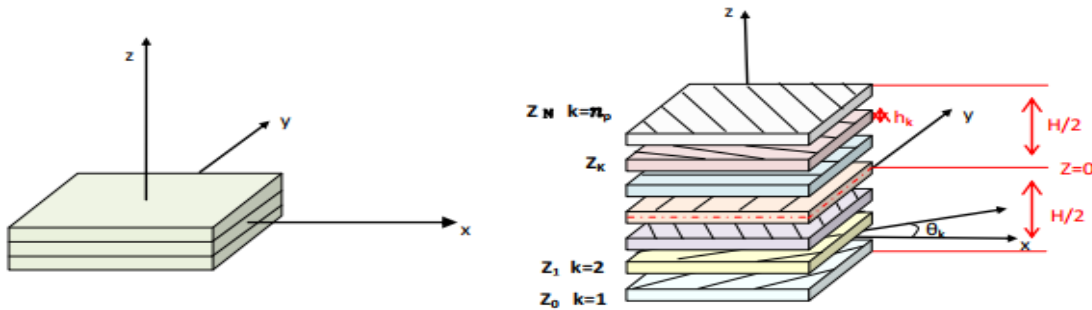
6. La dernière règle concerne la tolérance aux dommages et recommande de protéger les plis les plus chargés en les protégeant des surfaces exposées du stratifié par des plis désorientés de $\pm 45^\circ$

par rapport à la direction de la sollicitation principale, ceci afin de minimiser les conséquences d'impacts ou de rayures éventuels.

Chapitre II : Théorie classique des stratifiés

2.1 Nomenclature d'une structure stratifiée

Un stratifié d'épaisseur H est obtenu par la combinaison de deux ou plusieurs plis ou strates comme est illustré dans la figure (2.1). L'indice des plis d'épaisseur (h_k) est k d'un matériau (mat_k) L'angle des fibres dans chacun des plis est θ_k finalement on obtient un stratifié global de n_p plis ($k = 1, 2, \dots, N$). [22,23]



Figure(2.1) : Vues d'ensemble (a) et éclatée (b) d'un stratifié composite et de l'index des plis (k) et de l'angle des plis (θ_k)

Les coordonnées du stratifié sont définies avec un axe (z) perpendiculaire au plan du stratifié. L'origine de l'axe (z) est au centre géométrique (plan médian) du stratifié, les coordonnées dans le plan (x, y) sont arbitraires. Il est cependant habituel d'assigner l'axe des (x) à une direction spécifique de chargement ou à une direction principale de la structure. Une fois le système de coordonnées établi, les angles des strates (θ_k). Sont définis comme indiqué à la figure (2.1) c'est-à-dire que θ_k est l'angle entre la direction des fibres et l'axe (x) [22]. Pour des raisons d'analyse et de conception du stratifié, il est pratique de définir les coordonnées des plis z_k comme indiqué sur la figure.(2.2) [24, 25].

Les coordonnées des plis sont calculées selon :

$Z = -H/2$ Correspondent au premier pli ($k=1$) d'épaisseur (h_1) situé à l'extrémité inférieure de la structure.

$Z = H/2$ Correspondent au dernier pli ($k = n_p$) d'épaisseur (h_{n_p}) situé à la partie supérieure de la structure.

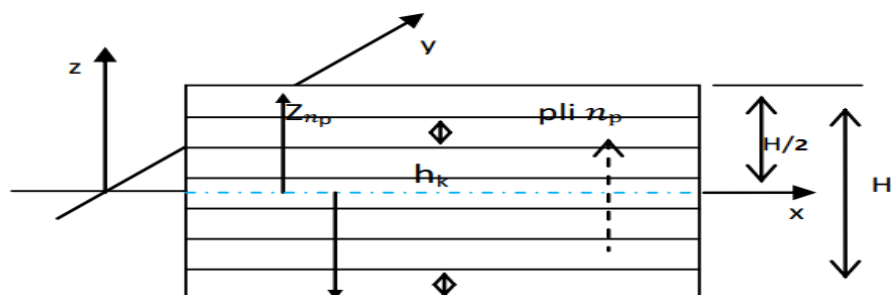


Figure (2.2) : Définition des coordonnées du pli (z).

Un pli (k) de stratifié est défini par un repère local orthogonal (1,2) figure (2.3), où l'axe 1 est parallèle à la direction des fibres. Les propriétés du pli de stratifié sont mesurées dans le repère (1,2) [22, 25].

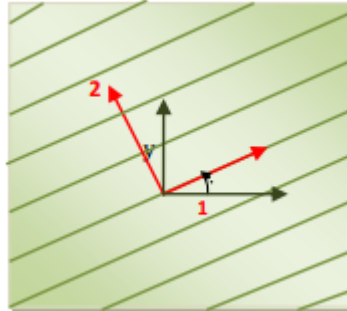


Figure (2.3) : Exemple d'un pli k du stratifié orienté par un angle θ_k

Pour montrer plus l'orientation du pli (k), on définit un angle d'orientation (θ_k) que fait son repère local (1,2) par rapport au repère global (x,y) du stratifié. Les propriétés globales du stratifié sont déterminées par les propriétés du matériau, l'épaisseur et l'orientation des fibres de chaque pli. [26]

Après cette représentation de la structure stratifiée, nous signalons qu'empilement des plis est important. Pour montrer cet empilement il faut déterminer l'orientation de chaque pli et l'ordre dans lequel ils sont empilés. On prend par exemple du stratifié des plis qui ont une même épaisseur et un matériau identique (le matériau et l'épaisseur des plis sont fixés).

2.2 La Théorie Classique des Stratifiés

La Théorie Classique des Stratifiés a été développée au début des années 1960. Les fondements de cette théorie se basent sur l'hypothèses de Kirchhoff, employées pour l'étude de structures du type plaque, et sur les hypothèses cinématiques de Kirchhoff-Love, utilisées pour l'étude de structures du type coques courbes.

D'après cette théorie, une ligne droite et perpendiculaire à la surface moyenne indéformée de la structure (connue comme surface de référence ou surface neutre), reste droite et perpendiculaire à la surface de référence, ne changeant pas sa forme dans la direction de l'épaisseur, c'est-à-dire, elle reste inextensible dans cette direction, tel que représenté sur la Fig(2.4) la théorie CLT les effets des déformations de cisaillements transversaux (γ_{xz}, γ_{yz}) et la déformation normale transversale (ϵ_z), ne sont pas considérés. [26]

Les autres hypothèses adoptées pour la formulation de la théorie CLT, sont :

- Le stratifié est considéré comme une superposition de couches parfaitement liées, (la liaison est supposée infinitésimale) afin d'éviter le délaminage,
 - La déformation est supposée continue à travers l'épaisseur du stratifié afin d'empêcher le glissement d'un pli par rapport à un autre,
 - Le stratifié se comporte comme une seule couche mince mais avec des caractéristiques élastiques très spéciales.
 - La déformation transversale est nulle, (pas de variation de l'épaisseur).
 - Les points situés sur une normale à la surface moyenne avant déformation restent sur cette normale au cours de la déformation. Ceci revient à négliger l'effet de cisaillement transverse.
- Le matériau de chaque pli présente un comportement élastique ;
- Les déformations, les déplacements et les rotations sont petits.

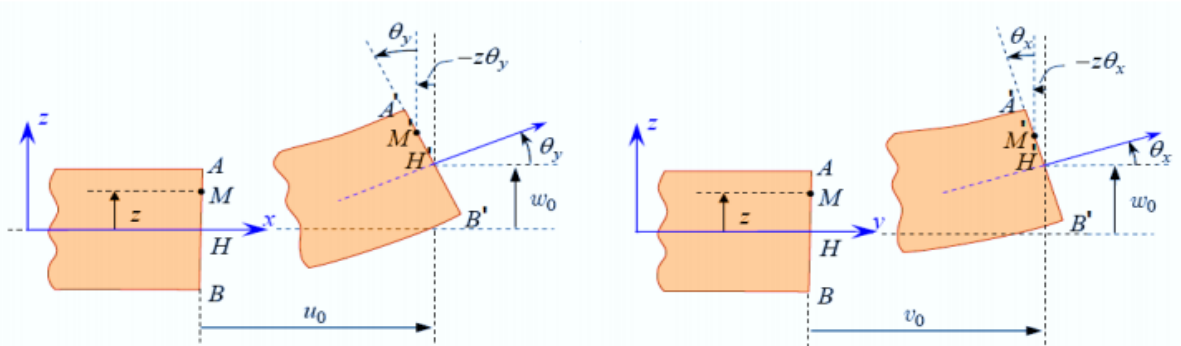


Figure (2.4) : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés [27].

2.2.1 Données de départ

-Matériaux composant le stratifié : ils sont orthotropes et d'habitude connus grâce aux constantes de l'ingénieur dans les directions d'orthotropie de la couche, (E_1, E_2, ν_{12} et G_{12}) aux caractéristiques de résistance de chaque pli (X_c, X_t, Y_c, Y_t), aux coefficients de dilatation thermique et d'absorption d'eau dans les deux directions d'orthotropie, ($\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ et β_2) et à leur épaisseur (h_c). Une alternative est celle de donner directement les composantes tensorielles du tenseur de la rigidité (Q), (Q_{11}, Q_{12}, Q_{22} et Q_{66}) ; dans ce cas, l'étape de calcul du tenseur (Q) à partir des constantes de l'ingénieur n'est évidemment pas nécessaire.

-Actions mécaniques : elles sont données en spécifiant, dans les axes du stratifié, le tenseurs N et M des actions de membrane et de flexion : ($N_x, N_y, N_{xy}, M_x, M_y$ et M_{xy}).

Les composantes (N_x , N_y , N_{xy}) sont les résultantes, par unité de longueur de plaque, respectivement des contraintes normales (suivant (x) et suivant (y)) et des contraintes de cisaillement, dans le plan (x, y) [27]. Elles sont schématisées symboliquement sur la figure (2.5).

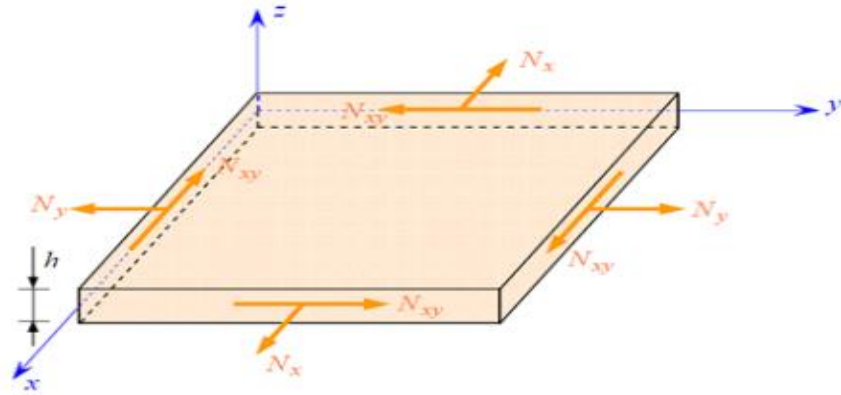


Figure (2.5) : Schématisation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément de stratifié [27].

Les composantes (M_x) et (M_y) sont les moments de flexion sont respectivement les directions selon (x) et (y), respectivement, et la composante (M_{xy}) et le moment de torsion [27]. Ces composantes sont schématisées sur la figure (2.6):

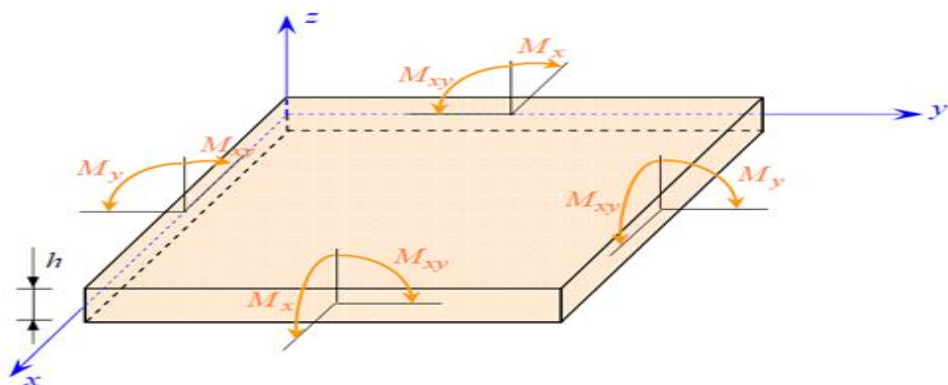


Figure (2.6) : Schématisation des moments de flexion et de torsion [27].

2.2.2 Calcul des tenseurs du stratifié

On détaille dans ce paragraphe la façon dont on calcule les tenseurs caractéristiques de chaque couche, qui serviront ensuite au calcul des tenseurs caractéristiques du stratifié. Bien évidemment, dans le cas, très fréquent, d'un stratifié composé de plis identiques, ce calcul ne se fait qu'une seule fois, pour le pli de base [28].

-Tenseurs (Q_k) : pour chaque couche (k), il faut calculer le tenseur de rigidité réduite dans les Axes d'orthotropie de la couche[28]:

$$\vartheta_{TL} = \vartheta_{LT} \frac{E_T}{E_L} \quad (2.1)$$

$$Q_{11}^k = \frac{E_L}{1 - \vartheta_{LT}\vartheta_{TL}} \quad (2.2)$$

$$Q_{22}^k = \frac{E_T^k}{1 - \vartheta_{LT}\vartheta_{TL}} \quad (2.3)$$

$$Q_{LT} = \frac{\vartheta_{LT}E_T}{1 - \vartheta_{LT}\vartheta_{TL}} \quad (2.4)$$

$$Q_{66} = G_{LT} \quad (2.5)$$

- Calcul des tenseurs du stratifié (comportement en membrane et en flexion)

On détaille dans ce paragraphe la façon dont on calcule les tenseurs qui décrivent le comportement du stratifié en membrane et en flexion, négligeant les actions thermiques et hygroscopiques [27] :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \chi \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

2.2.3 Mise en équation d'un laminé

Pour des raisons de simplification, il est commode de remplacer la matrice des rigidités par une matrice équivalente mettant en relation les contraintes et moments résultants (N , M) avec les déformations du plan moyen (ε) et les courbures de flexion χ (Guitard, 1987 ; Ashbee, 1993). Les équations constitutives pour une plaque ou laminé deviennent [27] :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Les coefficients (A_{ij}) sont liés à la traction ou à la compression dans le plan, les coefficients (B_{ij}) sont liés aux couplages et les coefficients (D_{ij}) sont liés à la flexion.

- Contribution des différents paramètres :
- Étirement ou compression du plan moyen (ε_x , ε_y) Cisaillement du plan moyen (γ_{xy}) flexion du laminé (χ_x , χ_y) torsion du laminé (χ_{xy})

Cette expression matricielle va nous permettre d'exprimer plus simplement les relations entre les contraintes et les déformations dans le cas le cas de l'hypothèse des contraintes planes

(modélisation de contraintes de traction dans le plan du panneau composite) ou alors dans le cas de déformations de flexion (Halpin, 1992).

-Source de simplification

Les coefficients (B_{ij}) sont nuls dès lors que le laminé est constitué de plis qui sont symétriquement identiques par rapport au plan moyen (spécificité et positionnement).

Les coefficients (D_{16}) et (D_{26}) s'annulent si le laminé est entièrement composé de pli à 0 ou 90°. De même, ces deux coefficients peuvent s'annuler (la somme des termes s'annule) si pour chaque pli (θ) le laminé possède un équivalent (par rapport au plan moyen) par le biais d'un pli ($-\theta$). Ceci implique, dans ce cas de figure, que le laminé n'est plus symétrique et par conséquent $B_{ij} \neq 0$.

Tenseurs A, B et D: ces tenseurs sont donnés par [27] :

$$A = \sum_{k=1}^n Q_k(\theta_k)(z_k - z_{k-1}) \quad (2.8)$$

$$B = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n Q_k(\theta_k)(z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (2.9)$$

$$D = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n Q_k(\theta_k)(z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (2.10)$$

Ici, (θ_k) est l'angle dont l'axe x_1 du pli k est tourné par rapport à l'axe x du stratifié, comme en figure (2.7). Il est impératif d'exprimer les différents tenseurs (Q_k) dans le même repère, celui de la plaque, $\{x, y, z\}$

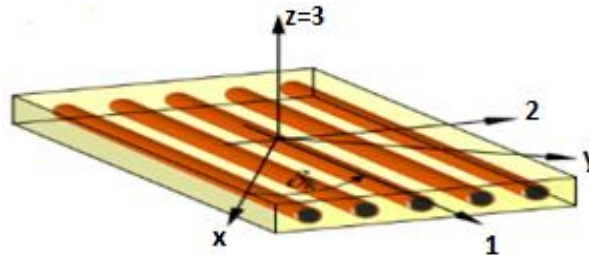


Figure (2.7) : pli UD

$$Q'_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}$$

$$C = \cos(\theta) \quad S = \sin(\theta)$$

$$Q'_{11} = Q_{11}C^4 + Q_{22}S^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})S^2C^2$$

$$Q'_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})S^2C^2 + Q_{12}(C^4 + S^2)$$

$$Q'_{22} = Q_{11}S^4 + Q_{22}C^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})S^2C^2 \quad (2.11)$$

$$Q'_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})C^3S - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})S^3C$$

$$Q'_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})S^3C - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})C^3S$$

$$Q'_{66} = (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})S^2C^2 + Q_{66}(S^4 + C^4)$$

Si les plis sont identiques, les formules sont plus simples ; en numérotant les couches selon le schéma de figure (2.8), on obtient

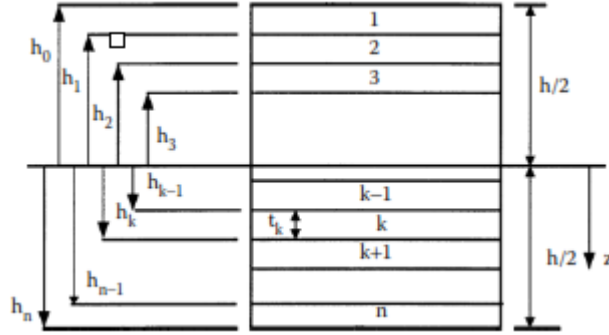


Figure (2.8) : Numération des couches (plis) [29].

$$A = \frac{h}{n} \sum_{k=1}^n Q_k(\theta_k) \quad (2.12)$$

$$B = \frac{1}{2} \frac{h^2}{n^2} \sum_{k=1}^n b_k Q_k(\theta_k) \quad (2.13)$$

$$D = \frac{1}{3} \frac{h^3}{n^3} \sum_{k=1}^n d_k Q_k(\theta_k) \quad (2.14)$$

$$b_k = 2k - n - 1$$

$$d_k = \frac{1}{4} [12k(k - n - 1) + 4 + 3n(n + 2)]$$

A remarquer que les coefficients (b_k) sont antisymétriques par rapport au plan moyen et les (d_k) symétriques.

-Inversion la loi de comportement

Le calcul des contraintes dans chaque couche nécessite du calcul des déformations et pour cela il est indispensable d'inverser la loi de comportement. Faisons cela par étapes [29]

Cas d'un chargement mécanique : dans ce cas se réduit à

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \chi \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

En général, l'inversion donne

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \chi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Et donc il faut inverser la matrice complète ; cela est faisable et on peut écrire la formule d'inversion d'une matrice 6×6 une fois pour toute. Le problème est que cette formule est très

longue et compliquée. Une autre façon d'aborder ce même problème est d'inverser un à un les trois tenseurs \mathbf{A} , \mathbf{B} et \mathbf{D} , on peut donc réécrire la loi de comportement sous la forme [27] :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \chi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ b^T & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}$$

Avec :

$$a = (A - BD^{-1}B)^{-1} \quad (2.17)$$

$$d = (D - BA^{-1}B)^{-1} \quad (2.18)$$

$$b = -aBD^{-1} = -(A - BD^{-1}B)^{-1}BD^{-1} \quad (2.19)$$

Le problème se simplifie considérablement au cas où le stratifié est découplé ; dans ce cas $\mathbf{B}=\mathbf{b}=\mathbf{0}$ et

$$\varepsilon^0 = aN$$

$$\chi = dM$$

Avec

$$a = A^{-1}$$

$$d = D^{-1}$$

2.2.4 Calcul des contraintes dans les couches

Les contraintes dans les couches on les calcule grâce à la loi de comportement ; elles sont fonction de la couche et de la position du point de calcul à l'intérieur de la couche même, la contrainte et la déformation étant fonction de la position verticale (z) par rapport au plan moyen.

- **Calcul des contraintes dans le repère du stratifié** : pour calculer les contraintes dans le repère du stratifié il suffit d'appliquer, pour une couche (k), la loi contrainte déformation pour une position (z) qui appartient à la couche ; normalement, le calcul est fait en correspondance du plan moyen de la couche, étant donné que pour des couches minces la contrainte ne varie pas beaucoup dans l'épaisseur de la couche même. Donc on aura, pour la couche (k) [28].

$$\sigma'_k(z) = [Q_k(\theta_k)]\varepsilon'(z) = [Q_k(\theta_k)](\varepsilon^0 + z\gamma) \quad (2.20)$$

où $Q_k(\theta_k)$ est le tenseur de rigidité de la couche k calculé dans le repère du stratifié. La coordonnée z appartient à l'intervalle $[z_{k-1}, z_k]$.

- **Calcul des contraintes dans le repère matériel de la couche** : dans ce cas il faut d'abord tourner le tenseur de la déformation ε pour le ramener au repère de la couche :

$$\varepsilon(z) = [T^{-T}(\theta_k)]\varepsilon'(z) = [T^{-T}(\theta_k)](\varepsilon_0 + z\gamma) \quad (2.21)$$

Avec :

$$T^{-T}(\theta_k) = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & CS \\ S^2 & C^2 & -CS \\ -2CS & 2CS & C^2 - S^2 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Ensuite, on aura tout simplement

$$\sigma_k(z) = Q_k \varepsilon(z)$$

où Q_k est le tenseur de rigidité de la couche dans son repère matériel.

Une autre façon de faire, est celle de calculer d'abord le tenseur de la contrainte $\sigma'(z)$ de la couche (k) à la côte (z) dans le repère du stratifié, selon la (2.20), ensuite, on ramène la contrainte au repère matériel de la couche grâce à la relation

$$\sigma(z) = [T(\theta_k)]\sigma'(z) \quad (2.23)$$

Avec

$$T(\theta_k) = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & 2CS \\ S^2 & C^2 & -2CS \\ -CS & CS & C^2 - S^2 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

2.2.5 Calcul des caractéristiques équivalentes du stratifié

- **Constantes de l'ingénieur** : les constantes de l'ingénieur en membrane et en flexion se calculent facilement à partir des tenseurs de souplesse normalisée :

$$a^* = h a \quad d^* = \frac{h^3}{12} d \quad (2.25)$$

Donc, une fois calculés a^* et d^* , on a (indice m pour les caractéristiques de membrane, f pour celles de flexion):

$$\begin{aligned} E_x^m &= \frac{1}{a_{xx}^*} & E_x^f &= \frac{1}{d_{xx}^*} \\ E_y^m &= \frac{1}{a_{yy}^*} & E_y^f &= \frac{1}{d_{yy}^*} \\ G_{xy}^m &= \frac{1}{a_{ss}^*} & G_{xy}^f &= \frac{1}{d_{ss}^*} \\ \vartheta_{xy}^m &= \frac{a_{xy}^*}{a_{xx}^*} & \vartheta_{xy}^f &= \frac{d_{xy}^*}{d_{xx}^*} \end{aligned} \quad (2.26)$$

2.2.6 Cas spéciaux de stratifiés :

Sur la base de l'angle, du matériau et de l'épaisseur des strates, la symétrie ou l'antisymétrie d'un stratifié peut éliminer certains éléments des trois matrices de rigidité [A], [B] et [D].

Celles-ci sont importantes à étudier car elles peuvent entraîner pour réduire ou mettre à zéro le couplage des forces et des moments de flexion, des forces normales et de cisaillement, ou des moments de flexion et de torsion. Cela simplifie non seulement l'analyse mécanique des composites, mais donne également les performances mécaniques souhaitées [29].

- Stratifiés symétriques

a. Cas général

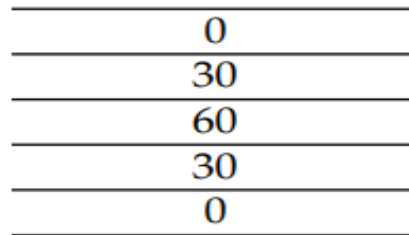
Un stratifié est symétrique si le plan moyen est plan de symétrie.

Deux couches symétriques ont :

- la même matrice de rigidité réduite $[Q'_{ij}]_k$
- la même épaisseur e_k

- des cotes opposées z_k et $-z_k$

Un exemple de stratifié symétrique : Pour les stratifiés symétriques de la définition de matrice [B], il peut être prouvé que $[B] = 0$ [29]. Ainsi, l'équation (2.7) peut être découpée pour donner $[0/30/\overline{60}]_s$:



Figure(2.9) : stratifié symétrique $[0/30/\overline{60}]_s$

Il en résulte que les coefficients B_{ij} de la matrice de rigidité du stratifié sont nuls [29].

L'équation constitutive est de la forme générale :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

On remarque qu'il n'existe pas de couplage membrane-flexion dans le cas des stratifiés symétriques. Il en résulte que le comportement des stratifiés symétriques est plus simple à analyser que celui des stratifiés présentant un couplage membrane-flexion/torsion. En outre, les stratifiés symétriques ne présentent pas une tendance au gauchissement due aux déformations (contractions) induites lors du refroidissement consécutif au processus de mise en œuvre des matériaux. Les stratifiés symétriques sont donc largement utilisés, à moins que des conditions spécifiques nécessitent un stratifié non symétrique [29].

- Stratifiés croisés

Un stratifié est appelé stratifié à couches croisées (également appelé stratifiés à couches spécialement orthotropes) si seules des couches de 0 et 90 ° ont été utilisées pour fabriquer un stratifié [29]. Un exemple de stratifié à couches croisées est un stratifié $[0/90_2/0/90]$:

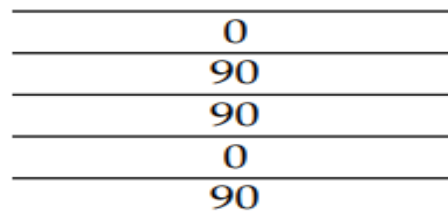


Figure (2.10) : stratifié croisés $[0/90_2/0/90]$

Pour les stratifiés à couches croisées, $A_{16} = 0, A_{26} = 0, B_{16} = 0, B_{26} = 0$ et $D_{16} = D_{26} = 0$, Ainsi, l'équation (2.7) peut être écrite ainsi :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Dans ces cas, un découplage se produit entre les forces normales et les forces de cisaillement, ainsi qu'entre les moments de flexion et de torsion. Si une lamelle croisée est également symétrique, alors en plus du découplage précédent, la matrice de couplage $[B] = 0$ et aucun couplage n'a lieu entre les termes de force et de moment [29].

- Stratifiés à angle :

Un stratifié est appelé stratifié à couches d'angle s'il a des couches du même matériau et de la même épaisseur et orientées uniquement dans les directions $+\theta$ et $-\theta$. Un exemple de stratifié à pli angulaire est $[-40 / 40 / -40 / 40]$:

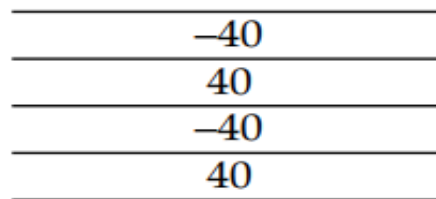


Figure (2.11) : stratifié à pli angulaire est $[-40 / 40 / -40 / 40]$

Si un stratifié a un nombre pair de plis, alors $A_{16} = A_{26} = 0$. Cependant, si le nombre de plis est impair et qu'il est constitué de plis alternés $+\theta$ et $-\theta$, il est symétrique, ce qui donne $[B] = 0$, et A_{16} , A_{26} , D_{16} et D_{26} deviennent également petits à mesure que le nombre de couches augmente pour une même épaisseur de stratifié. Ce comportement est similaire aux stratifiés à couches croisées symétriques. Cependant, ces stratifiés à pli d'angle ont des propriétés de rigidité au cisaillement et de résistance au cisaillement plus élevées que les stratifiés à plis croisés [29].

- Stratifiés antisymétriques

Un stratifié est appelé antisymétrique si le matériau et l'épaisseur des couches sont identiques au-dessus et au-dessous du plan médian, mais que les orientations des couches à la même distance au-dessus et au-dessous du plan médian sont négatives [29]. Un exemple de stratifié antisymétrique est :

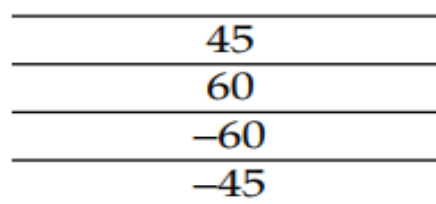


Figure (2.12) : stratifié antisymétrique $[45/60/-60/-45]$

À partir des équations (2.8) et (2.10), les termes de couplage de matrice de rigidité en extension, $A_{16} = A_{26} = 0$, et termes de couplage de la matrice de rigidité en flexion, $D_{16} = D_{26} = 0$:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ 0 & 0 & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

- Stratifié équilibré :

Un stratifié est équilibré si des couches d'angles autres que 0 et 90 ° apparaissent uniquement en tant que couche plus et moins de + θ et - θ . Les couches plus et moins n'ont pas besoin d'être adjacentes, mais l'épaisseur et le matériau des couches plus et moins doivent être identiques. Ici, les termes ($A_{16} = A_{26} = 0$) [29].

Un exemple de stratifié équilibré est [30/40 / -30 / 30 / -30 / -40] :

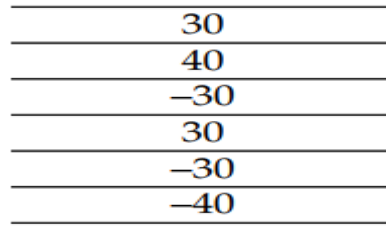


Figure (2.13) : stratifié équilibré [30/40 / -30 / 30 / -30 / -40]

De l'équation

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ 0 & 0 & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

*Chapitre III : Les méthodes
d'optimisation pour la conception des
structures composites stratifiées.*

3.1 Optimisation des structures composites

Le principal intérêt de l'optimisation des structures composites, comparée à l'optimisation de structures métalliques, consiste à intégrer la structure interne du matériau (l'empilement) dans les variables du problème d'optimisation. L'optimisation des empilements constitue un problème original et complexe qui met en défaut la plupart des méthodes classiques d'optimisation structurale en raison de deux spécificités majeures. D'une part, l'optimisation des empilements constitue un problème combinatoire inédit.

Comparons-le par exemple au problème combinatoire classique du voyageur de commerce qui consiste, étant donné un ensemble de villes séparées par des distances données, à trouver le plus court chemin qui relie toutes les villes. La solution est cyclique, c'est-à-dire que seul l'ordre de parcours des villes compte, et pas le point de départ. A contrario, dans le cas de l'optimisation d'empilements, la position absolue des plis importe, puisque c'est d'elle dont dépendent les propriétés hors plan des stratifiés, ainsi que leur raideur en flexion ou leur résistance au flambement.

D'autre part, la conception des empilements est soumise dans l'industrie à un ensemble de règles et de recommandations usuelles (la symétrie miroir et l'équilibre, par exemple), issues de l'expérience et des exigences de certification. Ces règles constituent autant de contraintes du problème d'optimisation qu'il convient de respecter dans le cas général

3.2 Trois démarches pour l'optimisation des empilements

La quasi-totalité des méthodes d'optimisation des empilements proposées dans la littérature relève de l'une ou l'autre des démarches de résolution suivantes.

3.2.1 La démarche industrielle

La démarche industrielle pour la conception et l'optimisation des empilements est dérivée des méthodes de conception métallique. Elle est adaptée aux empilements constitués de plis orientés à 0° , $\pm 45^\circ$ et 90° et comporte trois étapes. La première étape consiste à optimiser un matériau homogénéisé. L'empilement est supposé symétrique et équilibré. Les variables d'optimisation sont réduites aux épaisseurs totales de plis orientés à 0° , 45° (même épaisseurs à -45° et $+45^\circ$) et 90° . Ces trois variables, combinées aux propriétés mécaniques du pli UD, suffisent à déterminer complètement la matrice ABD du matériau homogénéisé selon les formules :

L'optimisation des épaisseurs h_0 , h_{90} et h_{45} est réalisée par une méthode de descente. A cette étape, il s'agit de minimiser la masse de la structure, ce qui revient à minimiser l'épaisseur totale du stratifié, tout autre critère étant intégré au problème sous forme de contrainte. Lors de la

deuxième étape, les épaisseurs obtenues sont arrondies en nombre de plis, à épaisseur du pli UD fixée. La troisième étape consiste à définir la séquence d'empilement des plis avec des proportions fixées pour chaque orientation 0° , $\pm 45^\circ$ et 90° . Il s'agit alors de respecter l'ensemble des règles de conception des empilements ainsi que toute autres contrainte de dimensionnement éventuelle.

3.2.2 La démarche directe

La démarche directe constitue la méthode la plus naturelle et la plus largement employée dans la littérature. Les variables d'optimisation correspondent au nombre total de plis et aux orientations de chacun. Les règles de conception des empilements sont intégrées en tant que contraintes ou objectifs du problème. Contraintes et objectifs sont directement estimés à partir des empilements. Beaucoup de travaux qui relèvent de cette démarche consistent en l'application directe au problème composite d'algorithmes issus du domaine de l'optimisation.

3.2.3 La démarche à deux niveaux

La démarche à deux niveaux (Figure 3.1) consiste à passer par un espace intermédiaire, permettant à la fois de réduire considérablement le nombre de variables d'optimisation et de travailler dans un espace de recherche continu. La CLT offre en effet de tels espaces, associés aux rigidités du stratifié (voir Chapitre II). Le premier niveau de l'optimisation consiste à déterminer un optimum dans l'espace intermédiaire par une méthode de descente. Le problème inverse de trouver l'empilement correspondant à cet optimum est traité dans un second temps, par un algorithme évolutionnaire, et constitue le second niveau de la démarche. C'est à ce niveau que sont imposées les règles de conception des empilements.

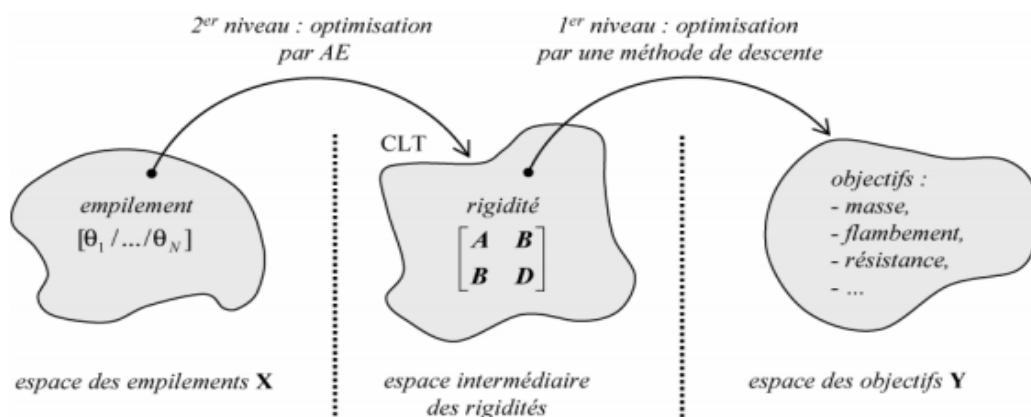


Figure (3.1) : Schéma de principe de la démarche à deux niveaux.

Des trois démarches présentées, la démarche industrielle nous paraît la moins adaptée à la mécanique des matériaux composites stratifiés. En effet, travailler avec des propriétés matériau homogénéisées en flexion engendre des erreurs potentiellement très importantes (parfois largement supérieures à 100 % sur les forces critiques de flambement de plaques rectangulaires

allongées [30]), ce qui est susceptible de fausser le processus d'optimisation. De plus, l'étape d'arrondi des épaisseurs en nombre de plis est en elle-même problématique. En pratique, cette démarche permet davantage de répondre à un problème de faisabilité qu'à un réel problème d'optimisation. Enfin, cette démarche s'avère difficilement généralisable aux empilements quelconques, et se limite principalement aux empilements contenant de plis à 0° , $\pm 45^\circ$ et 90° .

La démarche directe et la démarche à deux niveaux s'avèrent beaucoup plus adaptées à la mécanique des composites, la première de par sa simplicité et la seconde parce qu'elle exploite des espaces intermédiaires issus de la CLT. La force de la méthode directe réside dans sa simplicité, qui permet d'appliquer de nombreuses métaheuristiques et de bénéficier des développements effectués en la matière. Néanmoins, son principal désavantage réside dans le nombre important des variables d'optimisation considérées (à / plis correspondent / variables et leurs permutations).

A l'inverse, le principal intérêt de la méthode à deux niveaux consiste à exploiter la CLT pour en extraire un espace intermédiaire continu et de dimension réduite. Toutefois, la détermination du domaine réalisable dans cet espace intermédiaire s'avère problématique, certaines règles de conception des empilements difficiles à imposer, et l'optimum du premier niveau souvent irréalisable au second.

Au final on choisit de se positionner dans la suite de ces travaux de thèse dans le cadre d'une approche directe. Celle-ci est enrichie au Chapitre II, pour exploiter au maximum les sous-espaces issus de la bénéficier à la fois des avantages de la démarche directe et de la démarche à deux niveaux, tout en intégrant un maximum de considérations liées à la mécanique des composites dans la méthode d'optimisation.

La Figure (3.2) fournit une indication de l'évolution chronologique, depuis 1994, du nombre de publications ayant l'optimisation des composites. De façon générale, le nombre de publications consacrées aux matériaux composites connaît une hausse significative depuis le début des années 2000, il a doublé entre 2002 et 2007, et le mouvement semble aller en s'accélégrant. L'optimisation des structures composites suit une évolution similaire, ces deux phénomènes étant probablement liées à l'intérêt croissant dont témoigne les industriels de l'aéronautique pour ce type de structures.

Parallèlement, on assiste, ces dernières années, à la rapide augmentation du nombre de travaux consacrés aux méthodes d'optimisation multi objectif. Là encore, le nombre de publications annuelles a doublé entre 2002 et 2007. Ce phénomène est probablement à mettre au crédit de l'augmentation des capacités de calcul qui rendent ce type de méthodes de plus en plus

accessibles, mais il témoigne aussi de l'évolution des philosophies de conception dans lesquelles un nombre croissant de critères sont simultanément pris en compte.

De façon générale, les critères classiques d'optimisation structurale sont des critères de masse, de coût, de raideur, de résistance, de flambement ou encore d'amortissement des modes vibratoires. La majorité des travaux présentés traitent de l'un, ou d'une combinaison quelconque, de ces critères. [31].

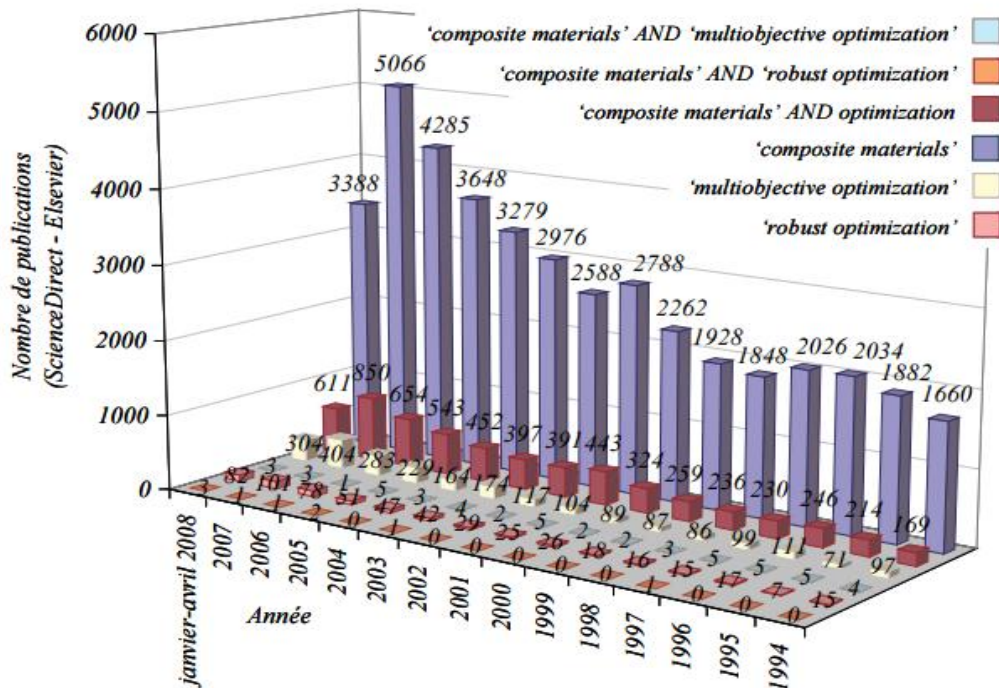


Figure (3.2) : Evolutions comparées, depuis 1994, du nombre de publications consacrées aux matériaux composites et à leur optimisation

Les travaux d'optimisation inventoriés ici traitent dans leur majorité de structures élémentaires comme des plaques, des poutres ou des tubes sollicités par chargement unique. Certaines études abordent néanmoins l'optimisation de structures plus complexes pour lesquelles plusieurs stratifiés sont optimisés simultanément, comme des panneaux raidis ou des caissons [32, 33, 34]. Enfin, certains travaux traitent de l'optimisation de panneaux présentant des variations d'épaisseurs, pour lesquels il convient de gérer les pertes et les reprises de plis [35,36].

Précisons enfin que de nombreux auteurs travaillent avec des choix très restreints d'empilements possibles. Il y a pour cela deux raisons majeures. La première consiste à réduire l'espace de recherche. Le choix de travailler dans une classe particulière de solutions est ainsi souvent le seul moyen d'appliquer des méthodes de recherche à base de gradient [37] (en éliminant les aspects combinatoires du problème) ou de techniques d'énumération [38] (en réduisant le nombre de solutions envisageables). La seconde raison consiste à s'assurer a priori

de l'obtention d'un certain nombre de propriétés, ou de l'obtention de stratifiés directement acceptables pour un industriel. Toutefois, avec ce type de méthodes, on s'éloigne de la formulation d'un réel problème d'optimisation dans lequel ces considérations doivent être, au contraire, intégrées en tant que contraintes ou objectifs du problème. Choisir a priori une classe de stratifié ou une librairie de solutions possibles suppose d'écarter de nombreuses solutions réalisables, et, compte tenu des dimensions et de la complexité du problème, d'écarter presque à coup sûr des solutions optimales.

3.3 Méthodes classiques de conception des stratifiés

On a vu aux chapitres précédents certaines caractéristiques des stratifiés, du point de vue mécanique, qu'on peut résumer en: couplage membrane-flexion, diversité de comportement en membrane et en flexion, caractéristiques dépendantes de l'orientation des couches: symétries, rigidité, résistances etc.

Pour un matériau classique, comme un métal, le seul paramètre de conception d'une plaque est l'épaisseur. Au contraire, pour un stratifié il faut établir trois types de données:

- le nombre de couches
- l'orientation des couches
- les matériaux des couches

Avec l'augmentation du nombre de couches, le nombre de variables de conception augmente et donc on a à faire en général à des problèmes avec beaucoup d'inconnues. En outre, un simple regard aux formules de composition des tenseurs **A**, **B**, **D** etc., et aux formules de rotation de suffit pour comprendre les difficultés qu'on rencontre.

En outre, les requis de rigidité, comme le module d'Young dans une direction, se calculent à partir des composantes des tenseurs inverses **a**, **d** etc. et ceci complique ultérieurement l'affaire. Il ne faut pas oublier non plus qu'à côté de la maximisation ou minimisation d'une certaine grandeur, on veut que le stratifié respecte certains requis élastiques généraux, reductibles tous à une symétrie élastique: orthotropie en membrane et/ou flexion, découplage etc., et ces requis ne sont pas simples à obtenir.

En définitive, la conception d'un stratifié est une opération difficile, pour laquelle n'existe pas encore des méthodes universelles.

L'orientation des chercheurs a donc été, dans le passé, celle de simplifier le problème.

Les premiers travaux sur l'optimisation des stratifiés remontent aux années 70 et concernent principalement:

- la rigidité
- la résistance

- les fréquences propres
- la charge critique D'autres travaux concerne des propriétés plus spécifiques des stratifiés, comme:
- la minimisation des coefficients de dilatation thermique dans une direction
- la distribution optimale des axes d'orthotropie, etc.

Dans la quasi-totalité des travaux les orientations des couches sont les variables de conception, rarement le sont les épaisseurs des couches. Tous les travaux concernent des stratifiés à couches identiques (hypothèse). Seulement un nombre exigü de recherches, normalement plutôt récentes, considèrent la possibilité de séquences d'empilement non symétriques.

Récemment, des tentatives ont été faites pour régler d'une façon générale le problème de conception d'un stratifié et pour s'affranchir des méthodes classiques et de la limitation des solutions que celles-ci offrent.

Dans la suite de cette partie, on passe en revue certaines approches classiques de conception des stratifiés.

3.3.1 Les paramètres de stratification

Dans le cas d'un stratifié à couches identiques, on a déjà vu

$$A = \frac{h}{n} \sum_{k=1}^n Q(\theta_k)$$

$$B = \frac{1}{2} \frac{h^2}{n^2} \sum_{k=1}^n b_k Q(\theta_k)$$

$$D = \frac{1}{12} \frac{h^3}{n^3} \sum_{k=1}^n d_k Q(\theta_k)$$

Avec

$$b_k = 2k - n - 1$$

$$d_k = \frac{1}{4} [12k(k - n - 1) + 4 + 3n(n + 2)]$$

Or, si les couches sont identiques, les diverses composantes des différents tenseurs dépendent d'un côté des caractéristiques élastiques de la couche de base, de l'autre d'une combinaison de fonctions circulaires des orientations.

En principe, ces deux facteurs peuvent être séparés, du moment que, étant les caractéristiques élastiques communes à toutes les couches, elles ne dépendent pas des sommations qui apparaissent dans les formules de composition des tenseurs de rigidité.

Cette séparation entre "partie élastique" et "partie géométrique" dans la rigidité d'un stratifié s'opère facilement et encore mieux si l'on fait appel aux paramètres de Tsai et Pagano ou à la méthode polaire [39].

Dans le premier cas, si le matériau de base est orthotrope et ses propriétés connues dans le repère matériel, avec des simples passages on parvient à :

$$\begin{bmatrix} A_{xx} \\ A_{yy} \\ A_{xy} \\ A_{ss} \\ A_{xs} \\ A_{ys} \end{bmatrix} = h \begin{bmatrix} 1 & \xi_1 & \xi_2 & 0 & 0 \\ 1 & -\xi_1 & \xi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_2 & 0 & 1 \\ 0 & \xi_3/2 & \xi_4 & 0 & 0 \\ 0 & \xi_3/2 & -\xi_4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Pour les composantes de rigidité en membrane, à

$$\begin{bmatrix} B_{xx} \\ B_{yy} \\ B_{xy} \\ B_{ss} \\ B_{xs} \\ B_{ys} \end{bmatrix} = \frac{h^2}{2} \begin{bmatrix} 0 & \xi_5 & \xi_6 & 0 & 0 \\ 0 & -\xi_5 & \xi_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_6 & 0 & 0 \\ 0 & \xi_7/2 & \xi_8 & 0 & 0 \\ 0 & \xi_7/2 & -\xi_8 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Pour celles de couplage et à

$$\begin{bmatrix} D_{xx} \\ D_{yy} \\ D_{xy} \\ D_{ss} \\ D_{xs} \\ D_{ys} \end{bmatrix} = \frac{h^3}{12} \begin{bmatrix} 1 & \xi_9 & \xi_{10} & 0 & 0 \\ 1 & -\xi_9 & \xi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_{10} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_{10} & 0 & 1 \\ 0 & \xi_{11}/2 & \xi_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \xi_{11}/2 & -\xi_{12} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Pour celles de flexion. Dans les formules ci-dessus, les paramètres U_i sont les paramètres de Tsai et Pagano, au nombre de 5 seulement pour les hypothèses faites au sujet de la symétrie de la couche de base:

$$U_1 = \frac{3Q_{11}+2Q_{12}+3Q_{22}+4Q_{66}}{8} \quad (3.4)$$

$$U_2 = \frac{Q_{11}-Q_{22}}{2} \quad (3.5)$$

$$U_3 = \frac{Q_{11}-2Q_{12}+Q_{22}-4Q_{66}}{8} \quad (3.6)$$

$$U_4 = \frac{Q_{11} + 6Q_{12} + Q_{22} - 4Q_{66}}{8}$$

$$U_5 = \frac{Q_{11}-2Q_{12}+Q_{22}+4Q_{66}}{8} \quad (3.7)$$

On insiste que, étant les couches identiques, ces paramètres sont des constantes dans un processus de conception, une fois le matériau de base choisi. Pour cette raison ils sont appelés invariants par certains auteurs, mais ceci évidemment doit être entendu dans ce sens et il ne faut pas l'équivoquer avec la signification courante que le terme invariant a en algèbre tensorielle [39].

Quant aux paramètres ξ_i , introduits par Tsai et Hahn (1980), ils sont appelés paramètres de stratification (lamination parameters en anglais) et sont définis ainsi:

$$\xi_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \cos 2\theta \, dz = \frac{1}{n} \sum_{k=-p}^p \cos 2\theta_k \quad (3.8)$$

$$\xi_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \cos 4\theta \, dz = \frac{1}{n} \sum_{k=-p}^p \cos 4\theta_k \quad (3.9)$$

$$\xi_3 = \int_{-h/2}^{h/2} \sin 2\theta \, dz = \frac{1}{n} \sum_{k=-p}^p \sin 2\theta_k \quad (3.10)$$

$$\xi_4 = \int_{-h/2}^{h/2} \sin 4\theta \, dz = \frac{1}{n} \sum_{k=-p}^p \sin 4\theta_k \quad (3.11)$$

Pour le comportement de membrane,

$$\xi_5 = \int_{-h/2}^{h/2} z \cos 2\theta \, dz = \frac{1}{n^2} \sum_{k=-p}^p b_k \cos 2\theta_k \quad (3.12)$$

$$\xi_6 = \int_{-h/2}^{h/2} z \cos 4\theta \, dz = \frac{1}{n^2} \sum_{k=-p}^p b_k \cos 4\theta_k \quad (3.13)$$

$$\xi_7 = \int_{-h/2}^{h/2} z \sin 2\theta \, dz = \frac{1}{n^2} \sum_{k=-p}^p b_k \sin 2\theta_k \quad (3.14)$$

$$\xi_8 = \int_{-h/2}^{h/2} z \sin 4\theta \, dz = \frac{1}{n^2} \sum_{k=-p}^p b_k \sin 4\theta_k \quad (3.15)$$

Pour le couplage et

$$\xi_9 = \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \cos 2\theta \, dz = \frac{1}{n^3} \sum_{k=-p}^p d_k \cos 2\theta_k \quad (3.16)$$

$$\xi_{10} = \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \cos 4\theta \, dz = \frac{1}{n^3} \sum_{k=-p}^p d_k \cos 4\theta_k \quad (3.17)$$

$$\xi_{11} = \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \sin 2\theta \, dz = \frac{1}{n^3} \sum_{k=-p}^p d_k \sin 2\theta_k \quad (3.18)$$

$$\xi_{12} = \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \sin 4\theta \, dz = \frac{1}{n^3} \sum_{k=-p}^p d_k \sin 4\theta_k \quad (3.19)$$

Pour la flexion.

- Les paramètres de stratification décrivent entièrement l'influence de la "géométrie", en termes de nombre, disposition et orientation des couches, sur la rigidité du stratifié.
- Certains auteurs en donnent une définition légèrement différente mais équivalente [39].

3.4 La méthode de Miki

Miki a proposé (1982) une méthode générale, graphique et analytique, basée sur l'usage des lamination paramètres.

Cette méthode est approximée et concerne évidemment la conception de stratifiés à couches identiques, au début pour les propriétés de membrane (tenseur A), et on se limitera presque exclusivement à considérer ce cas [39].

A l'origine, la méthode de Miki concerne seulement les stratifiés équilibrés et symétriques.

Dans ce cas, le comportement est orthotrope, ce qui implique

$$A_{XS} = A_{YS} = 0$$

En plus, la symétrie garantit que $B=0$. Donc, les seuls paramètres de stratification ξ_1 et ξ_2 définissent entièrement la conception en membrane d'un stratifié équilibré et découplé, si le matériau est déjà choisi [39].

En outre, supposons qu'il y a (n_g) groupes d'orientations possibles $\pm\theta_k$, avec n_k couches à $\pm\theta_k$.

$$\xi_1 = \sum_{k=1}^{n_g} v_k \cos 2\theta_k \quad (3.20)$$

$$\xi_2 = \sum_{k=1}^{n_g} v_k \cos 4\theta_k \quad (3.21)$$

Où

$$v_k = \frac{n_k}{n}$$

est la fraction de couches du groupe (k), à orientation $\pm\theta_k$, sur la totalité des couche (par certains auteurs appelée fraction volumique des couches).

Dans la méthode de Miki on prend en compte justement ces deux paramètres comme variables libres, à savoir on opère un changement de variables de conception, laquelle maintenant se fait dans l'espace des paramètres de stratification, de dimension 2, qui est normalement inférieure à la dimension de l'espace des authentiques variables de conception, les orientations.

En outre, si l'on observe les formules (3.1), basées sur les paramètres de Tsai et Pagano, qui font usage des paramètres polaires, on voit que toutes les composantes cartésiennes de A sont des fonctions linéaires de ξ_1 et ξ_2 .

Considérons d'abord un stratifié angle-pli, donc un stratifié équilibré ayant un seul angle possible d'orientation (avec son opposé), (θ). Donc $n_g=1$, $v_1=1$.

Dans ce cas, on a évidemment que

$$\xi_1 = \cos 2\theta \quad \xi_2 = \cos 4\theta = 2\xi_1^2 - 1 \quad (3.22)$$

Dans d'autres termes, les stratifiés angle-pli sont représentés dans le plan ξ_1 - ξ_2 par un arc de parabole, voir la figure, délimité par la condition trigonométrique

$$-1 \leq \xi_1 \leq 1$$

En particulier, les points indiqués correspondent à des stratifiés particuliers:

$$A = (1, 1): \theta = 0^\circ$$

$$B = (0, -1): \theta = \pm 45^\circ$$

$$C = (-1, 1): \theta = 90^\circ$$

$$D = (1/2, -1/2): \theta = \pm 30^\circ$$

$E = (-1/2, -1/2); \theta = \pm 60$

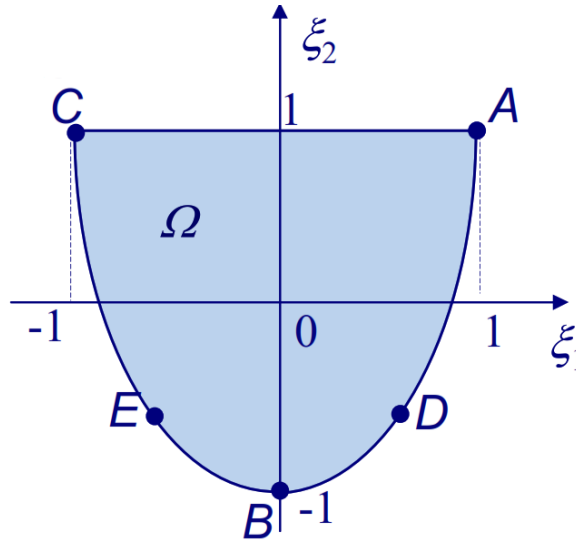


Figure (3.3) : les stratifiés angle-pli représentés dans le plan ξ_1 - ξ_2

Dans le cas de diverses orientations possibles $\pm\theta_k$, alors on montre que la deuxième équation à la page précédente devient une condition limite:

$$\xi_2 \geq 2\xi_1^2 - 1$$

et donc la région admissible Ω dans la plan ξ_1 - ξ_2 est le secteur de parabole délimité par les conditions

$$-1 \leq \xi_1 \leq 1, 2\xi_1^2 - 1 \leq \xi_2 \leq 1$$

Chaque point du domaine Ω est dit point de stratification. Il lui correspond un seul couple $\{\xi_1, \xi_2\}$, et donc un seul tenseur A, mais ce même point de stratification peut être obtenu par différentes combinaisons d'orientations d'un même nombre, ou d'un nombre différent, de couches.

C'est justement celui-ci le point essentiel: il n'y a pas une correspondance bijective entre la rigidité et la séquence des couches.

Donc, si l'on résout le problème avec les paramètres de stratification, il faut ensuite disposer d'un critère pour remonter aux orientations ou en tout cas pour pouvoir les choisir.

Dans ce but, il est important d'observer qu'il est possible de lier les points de stratification sur le bord de Ω avec ceux à l'intérieur de Ω .

Partie II : Programmation et modélisation numérique

*Chapitre IV : Programmation et
modélisation numérique de
l'optimisation en poids d'une structure
composite stratifiée sollicitée en
membrane et en flexion*

4.1 Objectifs des programmes et des modélisations numériques

Cette partie a pour objectif principal l'optimisation en poids des plaques en matériau composite stratifié verre/époxy à 60% de fibres en volume, en utilisant la programmation numérique et les lois de la théorie simplifiée des stratifiés, de montrer la possibilité d'optimiser les stratifiés de manière très efficace en basant sur deux méthodes :

-Optimisation en poids par changement d'orientation des fibres de quelques plis avec changement du nombre total des plis.

-Optimisation en poids par changement d'épaisseur d'un pli bien déterminé avec changement du nombre total des plis.

Les deux méthodes reposent sur des programmes de calcul avec logiciel Scilab pour étudier le comportement en membrane et en flexion des plaques stratifiées composées des plis 0° , 90° , $+45^\circ$, -45° , 30° et 60° par la détermination des termes des matrices de rigidité et de souplesse, les valeurs des contraintes, les déformations dans les deux repères (du stratifié et du pli) et les modules d'élasticité d'homogénéisation. Ensuite, en utilisant le critère de la contrainte maximale on peut comparer entre les plaques stratifiées.

4.2 La méthode des éléments finis

4.2.1 Généralités

Les codes éléments finis font maintenant partie des outils couramment utilisés pour la conception et l'analyse des produits industriels. Les outils d'aide à la modélisation devenant de plus en plus perfectionnés, l'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée et peut sembler de moins en moins une affaire de spécialistes. Si l'utilisation de la méthode se démocratise de par la simplicité croissante de mise en œuvre, la fiabilité des algorithmes et la robustesse de la méthode, il reste néanmoins des questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par éléments finis dans de bonnes conditions :

- Formaliser les non-dits et les réflexions qui justifient les choix explicites ou implicites de son analyse du problème.
- Évaluer la confiance qu'il accorde aux résultats.
- Analyser les conséquences de ces résultats par rapport aux objectifs visés.

L'objectif de cette partie est de présenter les principes de base de cette méthode en insistant sur l'enchaînement des tâches (démarche et hypothèses associées) qui assurent la cohérence du processus de calcul. Ces connaissances sont utiles à la maîtrise des deux principales difficultés de mise au point d'un modèle numérique :

- Problèmes préliminaires à la phase de calcul ;

- Problèmes liés à l'exploitation des résultats et le retour à la conception.

Il ne faut pas perdre de vue que l'analyse des résultats nécessite une bonne compréhension des différentes étapes mathématiques utilisées lors de l'approximation pour pouvoir estimer l'erreur du modèle numérique par rapport à la solution exacte du problème mathématique. Il ne faut pas non plus oublier que le modèle numérique ne fournit que des résultats relatifs aux informations contenues dans le modèle mathématique qui découle des hypothèses de modélisation.

4.2.2 Organisation du processus de calcul par la méthode des éléments finis

Toute analyse générique effectuée à l'aide de la méthode des éléments finis peut, en réalité, se scinder en trois phases successives, chacune d'entre elles pouvant, à son tour, être subdivisée en une série de processus élémentaires. Les phases en question peuvent être décrites comme suit [6]: Définition du modèle mathématique et discrétisation géométrique du domaine étudié.

- définition des données caractérisant le modèle, parmi lesquelles figurent : le type d'analyse (déformations ou contraintes planes, axisymétrie, etc. ...), le type d'éléments (poutres, coques, etc. ...), les propriétés du matériau, les caractéristiques géométriques qui ne peuvent être déduites des maillages et des conditions aux limites.

Résolution du problème discrétisé

- calcul des matrices de rigidité et de masse de chaque élément fini.
- assemblage des matrices de rigidité et de masse de la structure complète.
- application des chargements externes.
- application des conditions aux limites.
- résolution du système d'équations linéaires d'équilibre.

4.2.3 Utilisation d'un logiciel éléments finis

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels :

ABAQUS : logiciel développé par la société Simulia (Dassault Systèmes)

ANSYS : logiciel développé par ANSYS

CASTEM : logiciel français développé par le CEA (gratuit pour l'enseignement et la recherche)

ASTER : logiciel libre français développé par EDF

COMSOL Multiphysics : logiciel élément finis alliant genericité (mécaniques des fluides, électromagnétisme, mécaniques des structures, thermique) et puissance de calcul, permettant notamment d'étudier un nombre illimité d'interactions entre différentes physiques (fluide caloporteur par exemple).

Cosmos Works : Logiciel Franco-Américain appartenant à SolidWorks qui lui-même appartient à Dassault.

4.3 Présentation des logiciels utilisés dans les optimisation et modélisations

4.3.1 Scilab

Scilab est un logiciel de calcul scientifique (du type de MATLAB), développé par l'INRIA, dans lequel sont implantés des outils voués à des simulations en analyse numérique (matricielle notamment) et en statistiques ; des interfaces en Fortran et en C sont prévues. Les calculs sont effectués en double précision (16 chiffres significatifs), ce n'est donc pas un logiciel de calcul formel. Ce logiciel est à diffusion non commerciale. Il existe des versions Windows et Linux de SCILAB.

On donne ici quelques commandes de bases en SCILAB, il est recommandé d'utiliser le help et de s'inspirer des démos pour effectuer des manipulations plus sophistiquées techniquement. Ce qui suit n'est donc pas un manuel de SCILAB mais simplement un exemple pour débutants [40].

Syntaxe :

Le principe est

Variable = expression

Par exemple le fait de taper la commande

```
-->A= [1 2 3 ; 4 5 6]
```

Quand on presse la touche « retour chariot » (encore appelée « return ») ou l'autre touche dénommée « enter » produit la sortie

```
A= [1 2 3 ; 4 5 6]
```

```
A =
```

```
! 1. 2. 3. !
```

```
! 4. 5. 6. !
```

Matrices et vecteurs

Le principal type de données considérées par SCILAB sont les matrices. Un des types de base de SCILAB est constitué par les tableaux rectangulaires de nombres réels ou complexes. Ces tableaux ont des propriétés particulières et s'appellent des matrices.

Les matrices sont fondamentales dans SCILAB et même si vous n'avez pas l'intention d'utiliser SCILAB pour des calculs matriciels vous devez vous familiariser avec les matrices, leurs manipulations, leurs opérations. L'outil de base est la matrice [41].

Matrice

Une matrice est donc un tableau rectangulaire de nombres réels ou complexes.

La taille de la matrice est le couple d'entiers (m, n) ou m est le nombre de lignes et n le nombre de colonnes.

On repère un 'élément d'une matrice par sa position en ligne et colonne. On désigne souvent par $a_{i,j}$ le terme à l'intersection de la i -ème ligne et j -ème colonne de la matrice A . On notera

$$A = (a_{i,j})$$

Matrice nulle

La matrice $m \times n$ dont tous les éléments sont nuls s'appelle la matrice nulle.

Elle s'obtient par la syntaxe

Zeros (m, n)

La commande `zeros(A)` donne une matrice de zéros de la même taille que A .

Matrice de uns

La matrice $m \times n$ dont tous les éléments sont valent 1 s'appelle la matrice de uns. Elle s'obtient par la syntaxe

ones(m,n)

La commande `ones(A)` donne une matrice de uns de la même taille que A

-Matrice identité

On appelle éléments diagonaux d'une matrice A de taille $m \times n$ les éléments de la forme a_{ii} . C'est à dire les éléments dont l'indice de ligne est égal à l'indice de colonne.

La matrice $m \times n$ dont tous les éléments sont diagonaux valent 1, les autres étant nuls s'appelle la matrice identité. Elle s'obtient par la syntaxe

eye (m, n)

La commande `eye(A)` donne la matrice identité de la même taille que A [41].

-Addition, multiplication par un scalaire

Les matrices et les vecteurs forment ce que l'on appelle des espaces vectoriels.

Autrement dit on peut les ajouter et les multiplier par un scalaire

Soient $A = (a_{i,j})$ et $B = (b_{i,j})$ deux matrices de même taille. La matrice $A + B$ est la matrice dont le terme (i, j) est $a_{i,j} + b_{i,j}$. Autrement dit

$$(A + B) (i, j) = A (i, j) + B (i, j)$$

$A =$

! 8. 1. 6.!

! 3. 5. 7.!

! 4. 9. 2.!

```

B =
! 1. 4. 7.!
! 2. 5. 8.!
! 3. 6. 9.!
-->A+B
ans =
! 9. 5. 13.!
! 5. 10. 15.!
! 7. 15. 11. !

```

Soit $A = a_{i,j}$ une matrice $m \times n$ et $B = b_{j,k}$ une matrice $n \times p$. On définit le produit $A.B$ encore noté $A * B$ comme la matrice de taille $m \times p$ dont l'élément à l'intersection de la ligne i et de la colonne j s'obtient en faisant le produit de la i -ème ligne de A par la j -ème colonne de B . Autrement dit pour tout indice i variant de 1 à m et tout indice j variant de 1 à p , si on pose

$C = A * B$ à la relation

$$C(i, j) = A(i, :) * B(:, j)$$

Exemple :

```

B =
! 1. 3. 5. !
! 2. 4. 6. !
-->C
C =
! 1. 4. !
! 2. 5. !
! 3. 6. !
-->B*C
ans =
! 22. 49. !
! 28. 64. !

```

-Transposition

Etant donnée une matrice A de taille (m, n) on définit la matrice (n, m) transposée notée A^T obtenue en échangeant les lignes et les colonnes de A . Autrement dit la i -ème ligne de (A^T) est la i -ème colonne de A . La j -ème colonne de A^T est la j -ème ligne de A .

Cela est équivalent à : le terme (i, j) de A est $a_{j,i}$. Soit

$$A(i, j) = A^T(j, i)$$

La syntaxe pour la transposition de A est A.'

La syntaxe A' donne la conjuguée de la transposée de A. Si la matrice est réelle alors ces syntaxes sont équivalentes [41].

->B

B =

! 1. 4. 7. !

! 2. 5. 8. !

! 3. 6. 9. !

-->B'

ans =

! 1. 2. 3. !

! 4. 5. 6. !

! 7. 8. 9. !

Opérations de Scilab

Tableau (4.1) : Opérations mathématiques

+	Addition
-	Soustraction
*	Multiplication
/	Division

4.3.2 Présentation du logiciel Castem utilisé dans les modélisations

Trois programmes constituant le noyau du système Castem ont été développés au CEA/DMT : il s'agissait d'un programme de maillage, d'un programme de calcul et d'un programme de visualisation des résultats.

La multiplicité des problèmes a ensuite conduit à développer des programmes de calcul distincts capables de communiquer entre eux le cas échéant [42].

Castem est un logiciel de calcul par la méthode des éléments finis pour la mécanique des structures et des fluides. Castem est développé au Département de Modélisation des Systèmes et Structures (DM2S) de la Direction de l'énergie Nucléaire du Commissariat à l'Énergie Atomique et aux énergies alternatives (CEA).

Le développement de Cast3m entre dans le cadre d'une activité de recherche dans le domaine de la mécanique dont le but est de définir un instrument de haut niveau, pouvant servir de support pour la conception, le dimensionnement et l'analyse de structures et de composants.

Castem intègre non seulement les processus de résolution (solveur) mais également les fonctions de construction du modèle (pré- processeur) et d'exploitation des résultats (post-traitement).

Castem est un logiciel « boîte à outils » qui permet à l'utilisateur de développer des fonctions répondant à ses propres besoins.

Langage de Castem

GIBIANE est le langage qui permet de communiquer avec le programme. La syntaxe est basée sur l'utilisation de directives, d'opérateurs et de procédures qui s'appliquent à des opérandes [43,44].

Dans le premier cas la syntaxe est : DIRECTIVE OPERANDES. Par exemple dans TRACE MAILLAGE ; TRACE est la directive de traçage et MAILLAGE est l'opérande que l'on veut visualiser.

Dans le second cas, la syntaxe est : RESULTATS = OPERATEUR OPERANDES. Par exemple dans LIGNE = DROITE P1 P2 ; LIGNE sera l'objet construit en reliant P1 à P2 par une droite. DROITE est l'opérateur qui s'applique sur les opérandes P1 et P2 et le résultat s'appelle LIGNE. La procédure peut utiliser, suivant sa définition, l'une ou l'autre des syntaxes.

Quelques règles syntaxiques de GIBIANE :

- Le point - virgule termine une instruction.
- Une instruction doit être écrite sur moins de 9 lignes.
- Une ligne peut contenir plusieurs instructions.
- Les lignes de commentaire sont précisées par un astérisque dans la première colonne.
- Les opérateurs et les directives sont définis par leurs 4 premiers caractères mais on peut en donner plus s'il n'y a pas de confusions possibles (ex : TRAC, TRACE, TRACER).
- Une procédure se distingue au niveau utilisateur par la nécessité de l'orthographier correctement avec toutes ses lettres (<8).
- L'instruction est interprétée de gauche à droite, et les opérateurs sont exécutés dès qu'ils sont lus. Ainsi $1+2*3=9$. Pour retrouver l'ordre de priorité mathématique il convient d'ajouter des parenthèses : $1+(2*3)=7$.
- Seuls les 72 premiers caractères d'une ligne sont pris en compte.
- La longueur du nom attribué à un objet ne doit pas dépasser 8 caractères [42].

Système d'unités

Castem ne dispose d'aucun système particulier d'unités de mesure.

C'est à l'utilisateur de fournir les données dans un système cohérent vérifiant la loi fondamentale de la dynamique une fois que les unités de mesure utilisées dans les données sont définies, tous les résultats seront exprimés dans ces mêmes unités.

Il existe une exception à cette règle concernant la mesure des angles qui doivent toujours être

exprimés en degrés. En revanche, les températures et le coefficient de dilatation thermique doivent être exprimés dans des unités cohérentes.

Le tableau suivant regroupe quelques exemples de systèmes d'unités de mesure cohérents [42].

Tableau (4.2) systèmes d'unités dans CASTEM.

Longueur	Masse	Force	Tempe	Masse volumique	Pression
M	Kg	N	Sec	Kg/m ³	Pa (=N/m ²)
Mm	10 ³ Kg	N	Sec	10 ⁻¹² Kg/m ³	MPa(=N/mm ²)
In	lb.sec ² /in	Ib	Sec	lb.sec ² /in ⁴	Psi=(lb/in ²)

4.4 Matériaux et caractérisations

Le matériau composite utilisé dans les modélisations numériques correspond à un pli UD Verre/époxy Les caractéristiques mécaniques de fibre matrice et le pli UD sont représentées dans les deux tableaux (4.3 et 4.4 et 4.5)

Tableau (4.3) : Propriétés mécaniques de la matrice [27].

Propriétés	
Masse volumique ρ (kg/m ³)	1200
Module d'élasticité E (MPa)	4500
Module de cisaillement G (MPa)	1600
Coefficient de poisson ν	0.4
Contraintes de rupture Traction σ_r (MPa)	130
Allongement à rupture A (%)	2
Coefficient de dilatation thermique α (C ⁻¹)*10 ⁵	11

Tableau (4.4) Propriétés mécaniques de la fibre verre E [27].

Propriétés	
Masse volumique ρ (kg/m ³)	2600
Module d'élasticité E _L (MPa)	73000
Module d'élasticité E _T (MPa)	73000
Coefficient de poisson ν	0.22
Contraintes de rupture σ_r (MPa)	3400
Allongement à rupture A (%)	4.5

Tableau (4.5) : Propriétés mécaniques du pli UD [27].

Propriétés	
Masse volumique ρ (kg/m ³)	2040
Module d'élasticité E _L (MPa)	46000
Module d'élasticité E _T (MPa)	10000
Module de cisaillement G _{LT} (MPa)	4600
Coefficient de poisson ν	0.31
Contraintes de rupture en traction σ_r (MPa)	1400
Contraintes de rupture en flexion σ_r (MPa)	1500

4.5 Méthodes d'optimisations proposées dans ce travail

4.5.1 Méthode 01 : Optimisation des stratifiés par changement d'orientation des fibres

1-Principe et étape de la première méthode

Pour l'optimisation en poids d'une plaque stratifié (nombre total des plis n , épaisseur constant pour tous les plis et d'orientation des fibres pour chaque pli $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$) on peut proposer un nombre bien défini de plaques stratifié avec une minimisation du nombre total des plis et de changer l'orientation des fibres pour quelques plis pour garder le même niveau de résistance du stratifié. Voici les principales étapes de la première méthode (Utilisation du notre programme n°01) :

1- Donner les caractéristiques du matériau composant le stratifié

2- Donner les actions mécaniques (les tenseurs N et M des actions de membrane et de flexion)

3- Calculer les tenseurs du stratifié (les tenseurs caractéristiques de chaque couche, qui serviront ensuite au calcul des tenseurs caractéristiques du stratifié)

4- Mise en équation d'un laminé (loi de comportement du stratifié)

5- Calcul des déformations dans le repère du stratifié (x, y)

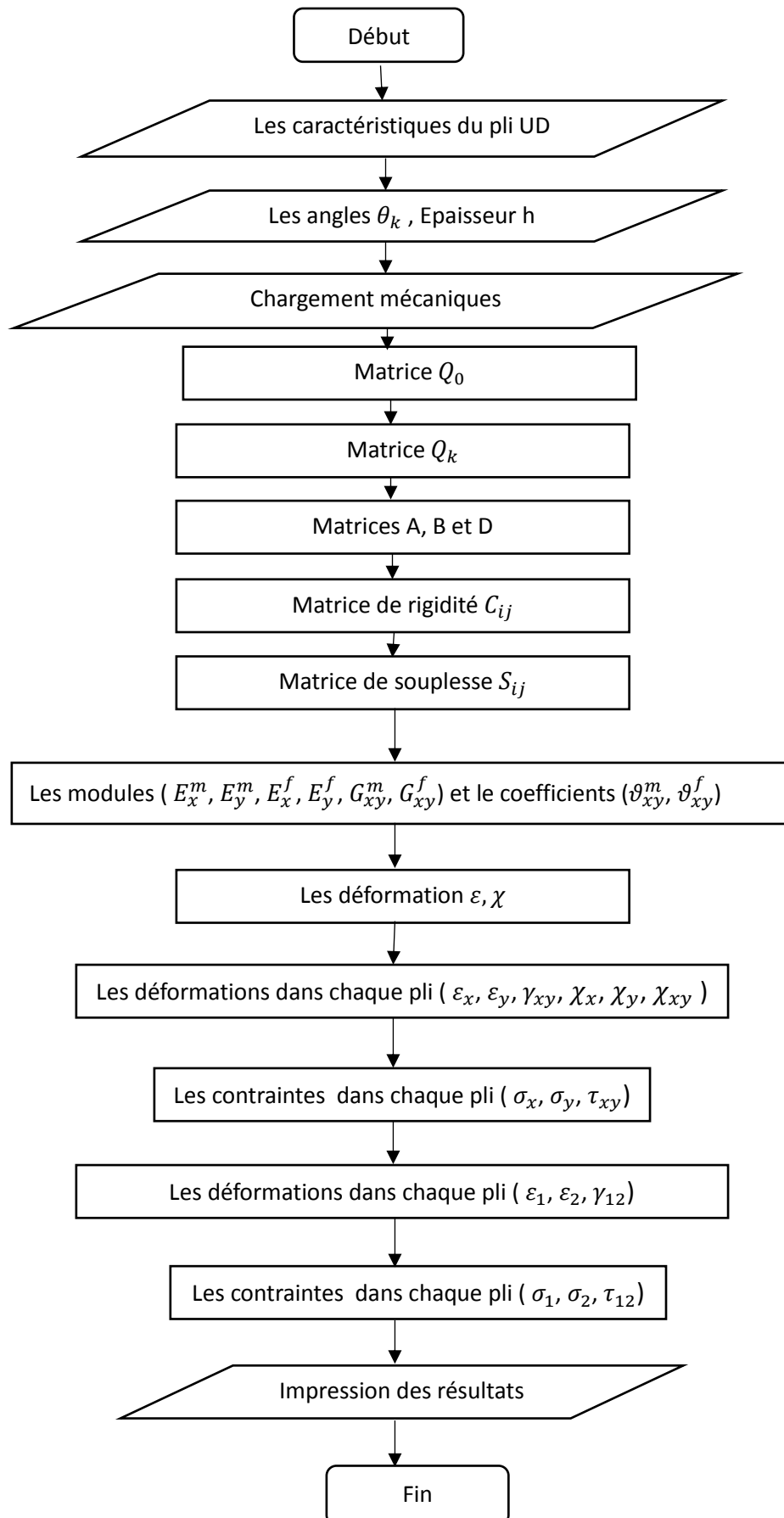
6- Calcul des contraintes dans chaque pli (repère du stratifié x, y)

7- Calcul des contraintes dans chaque pli (repère matériel du pli 1,2)

8- Calcul des caractéristiques équivalentes du stratifié (constantes de l'ingénieur) à partir des tenseurs de souplesse normalisée.

9- En utilisant le critère de la contrainte maximal on peut comparer et classer les plaques stratifiées en fonction du rapport résistance/poids

2-Organigramme du programme de Scilab (pour méthode 01)



3-Exemple d'application de la méthode 01

Les plaques stratifiées utilisées comme exemple sont représentées dans le tableau (4.6) on peut remarquer l'existence des plaques avec 12 plis ,10 plis et 08 plis mais l'épaisseur du pli UD constant, et même caractéristiques mécaniques pour chaque pli avec orientation des fibres variable. Les plaques sont sollicitées pour les mêmes conditions de chargement de traction et de flexion ($N=500$ N/mm et $M=5$ N.mm),

Tableau (4.6) : les plaques utilisées dans la première méthode.

Numéro de plaque	Plaque
1	$[(0_2/90)_s]_s$
2	$[(0/45/90)_s]_s$
3	$[0_3/30_2]_s$
4	$[0_3/45_2]_s$
5	$[0_3/45/90]_s$
6	$[0_2/-45/+45/60]_s$
7	$[0_2/30_2]_s$
8	$[0_3/60]_s$
9	$[0/45_2/90]_s$
10	$[0/-45/+45/90]_s$

4-résultats pour la première méthode :

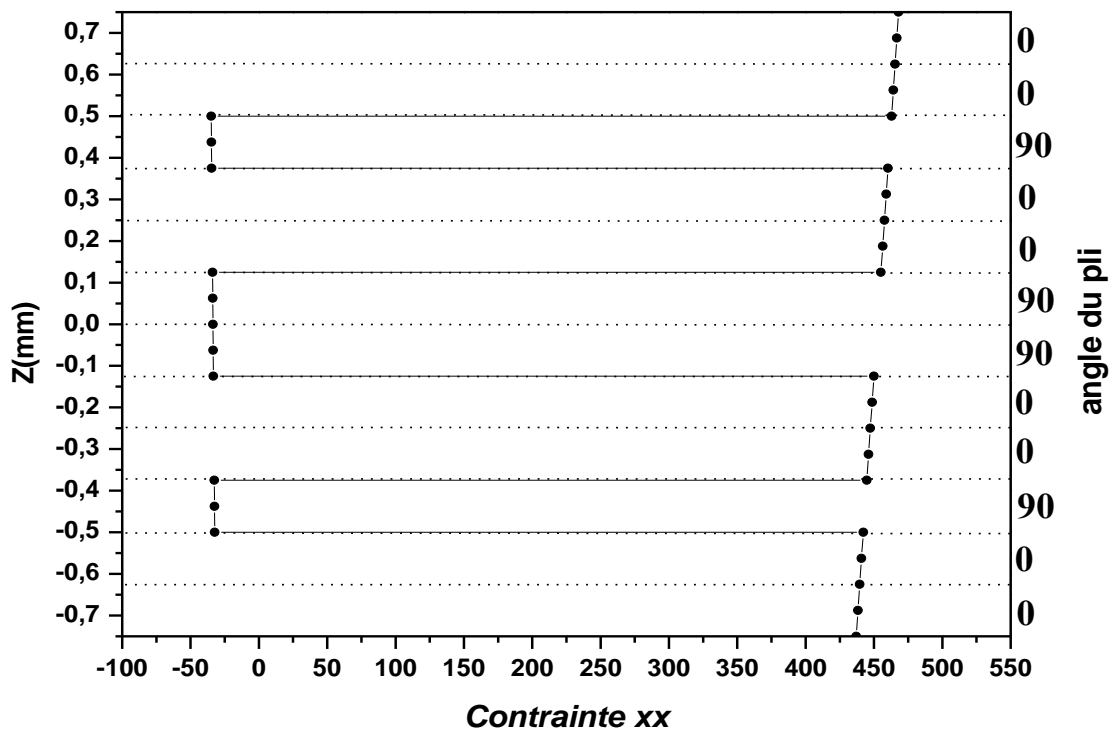


Figure (4.1) : les contraintes σ_{xx} (MPa) dans la plaque $[(0_2/90)_s]_s$

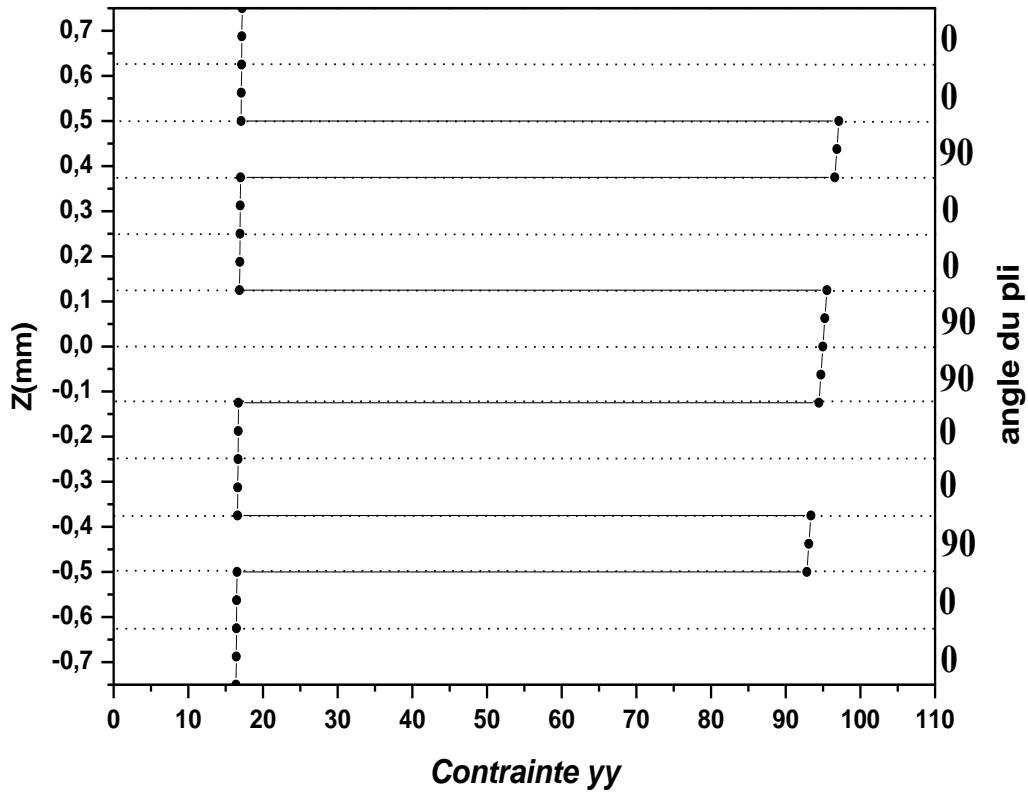


Figure (4.2) : les contraintes σ_{yy} (MPa) dans la plaque $[(0_2/90)_s]_s$

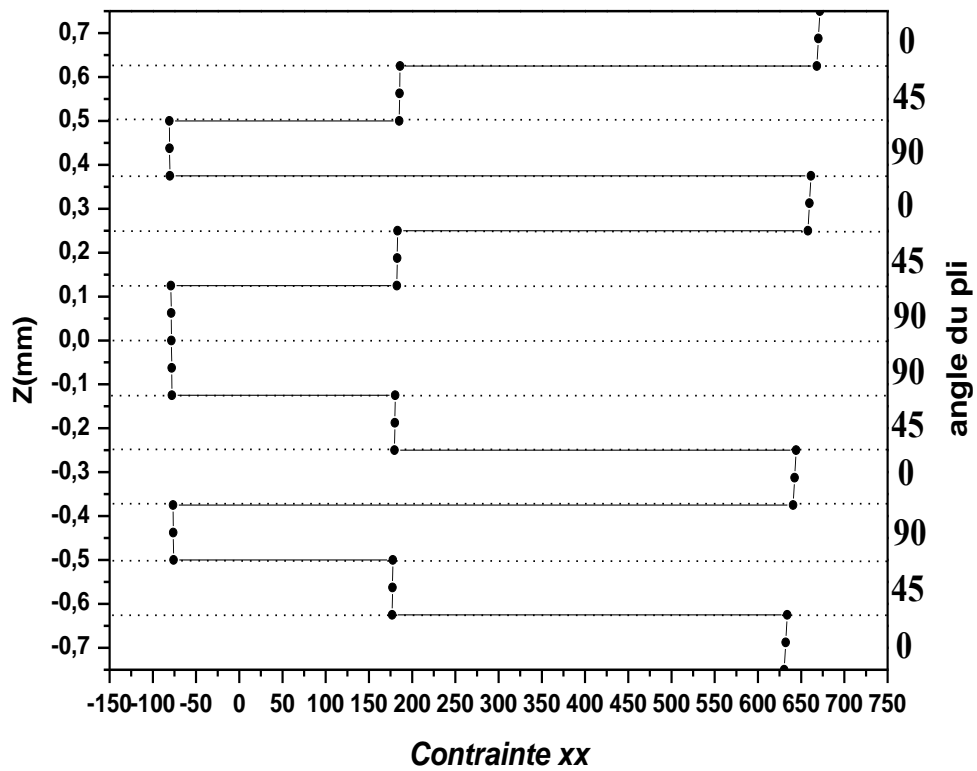


Figure (4.3) : les contraintes σ_{xx} (MPa) dans la plaque $[(0/45/90)_s]_s$

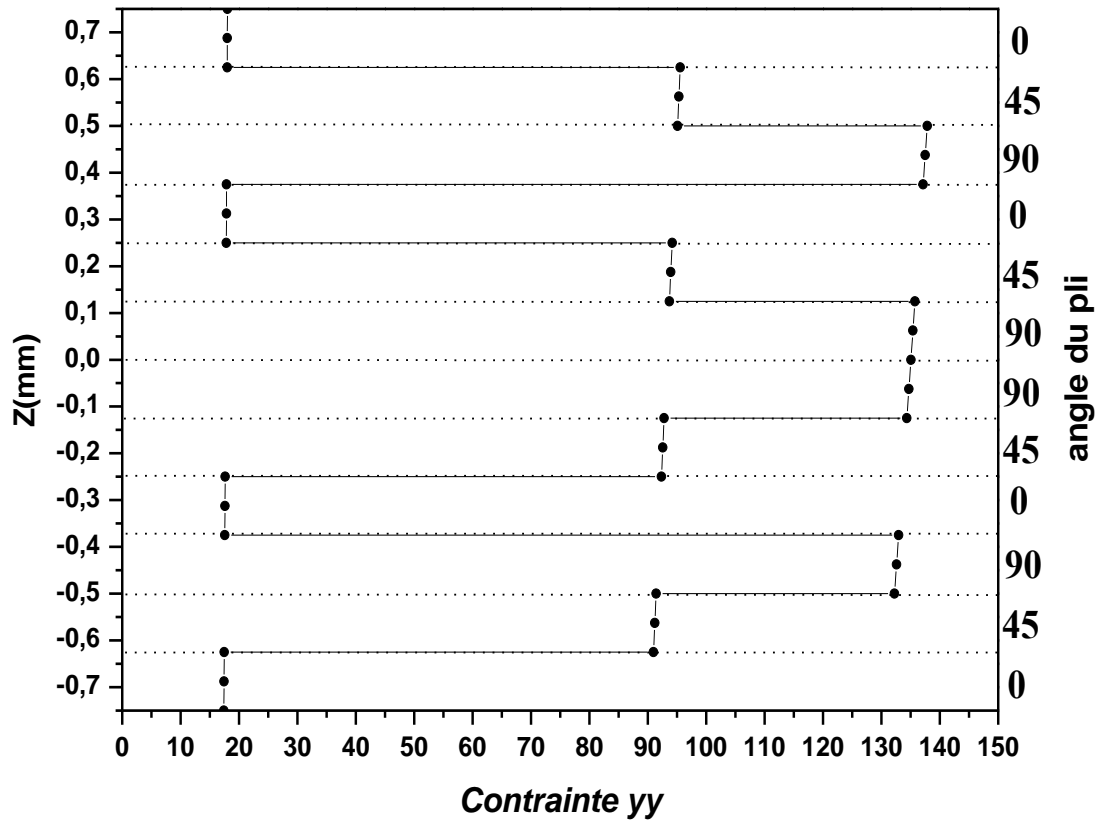


Figure (4.4) : les contraintes σ_{yy} (MPa) dans la plaque $[(0/45/90)_s]_s$

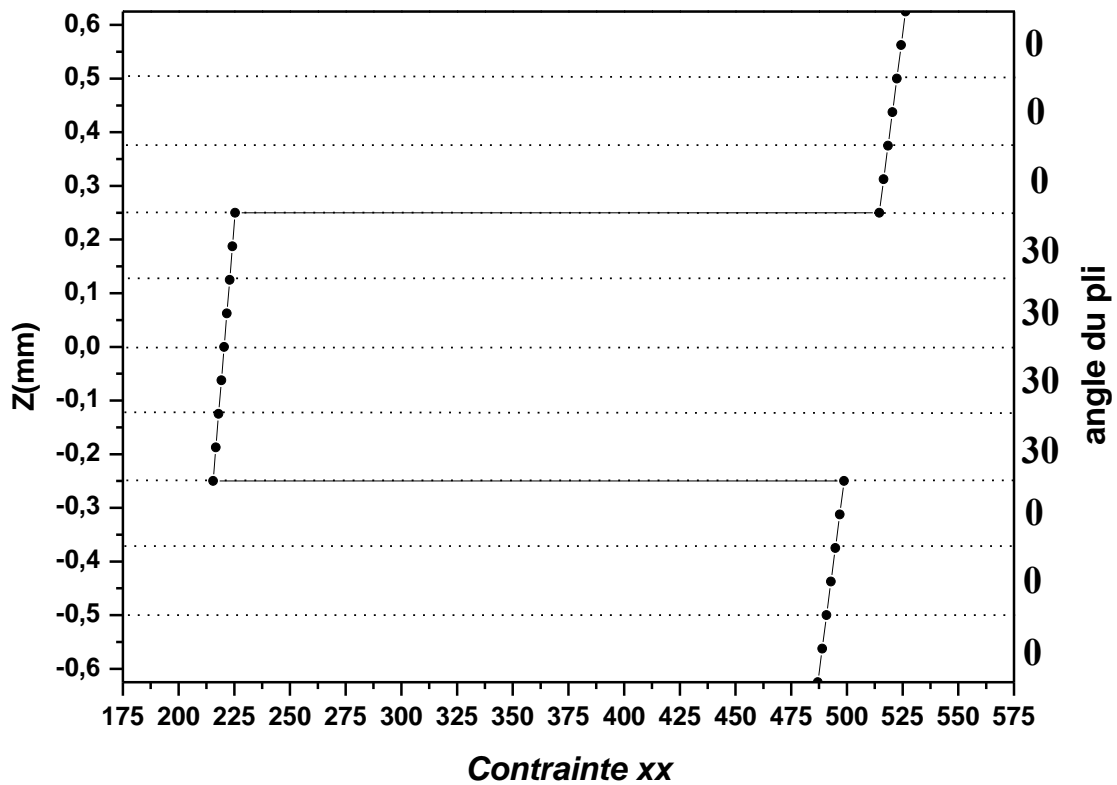


Figure (4.5) : les contraintes σ_{xx} (MPa) dans la plaque $[0_3/30_2]_s$

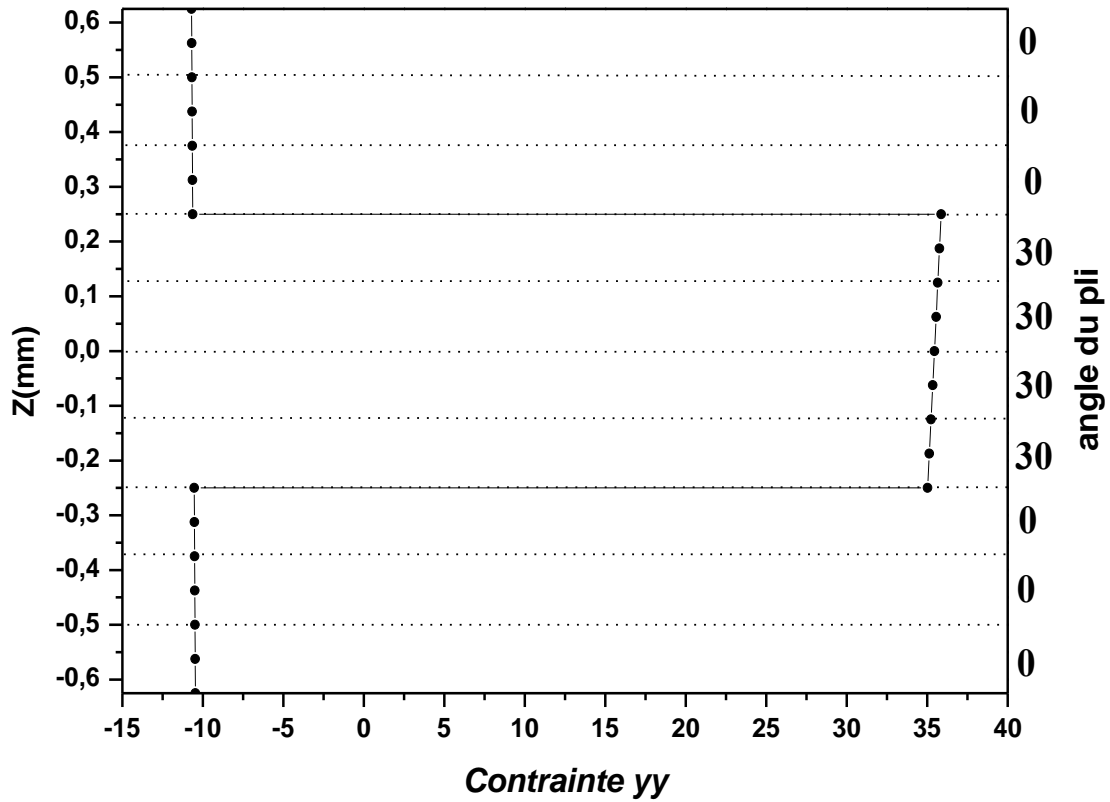


Figure (4.6) : les contraintes σ_{yy} (MPa) dans la plaque $[0_3/30_2]_s$

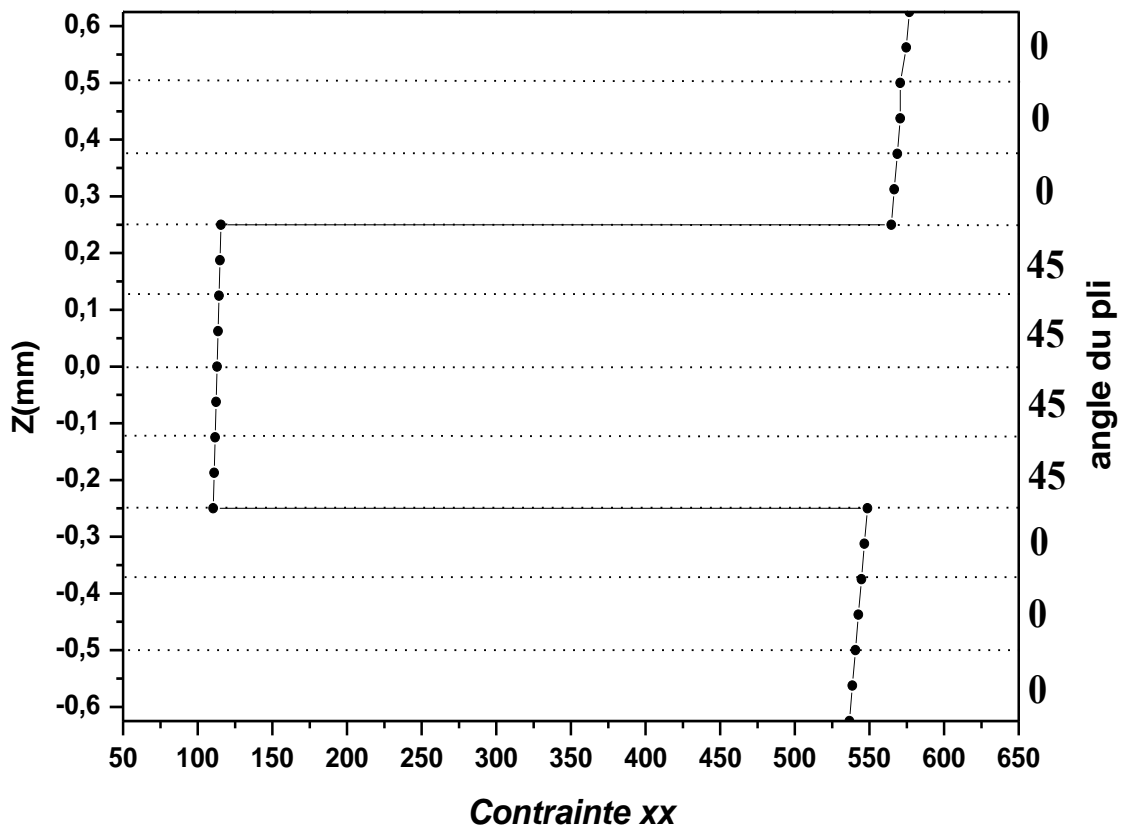


Figure (4.7) : les contraintes σ_{xx} (MPa) dans la plaque $[0_3/45_2]_s$

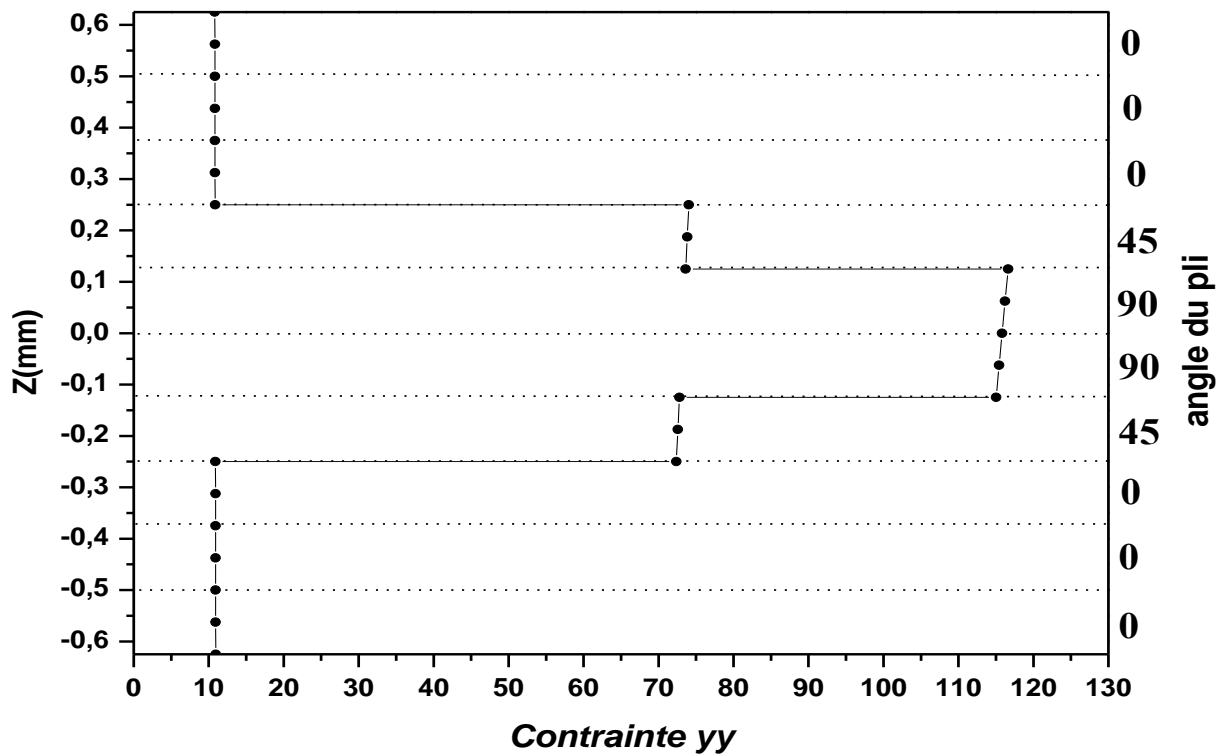


Figure (4.10) : les contraintes σ_{yy} (MPa) dans la plaque $[0_3/45/90]_s$

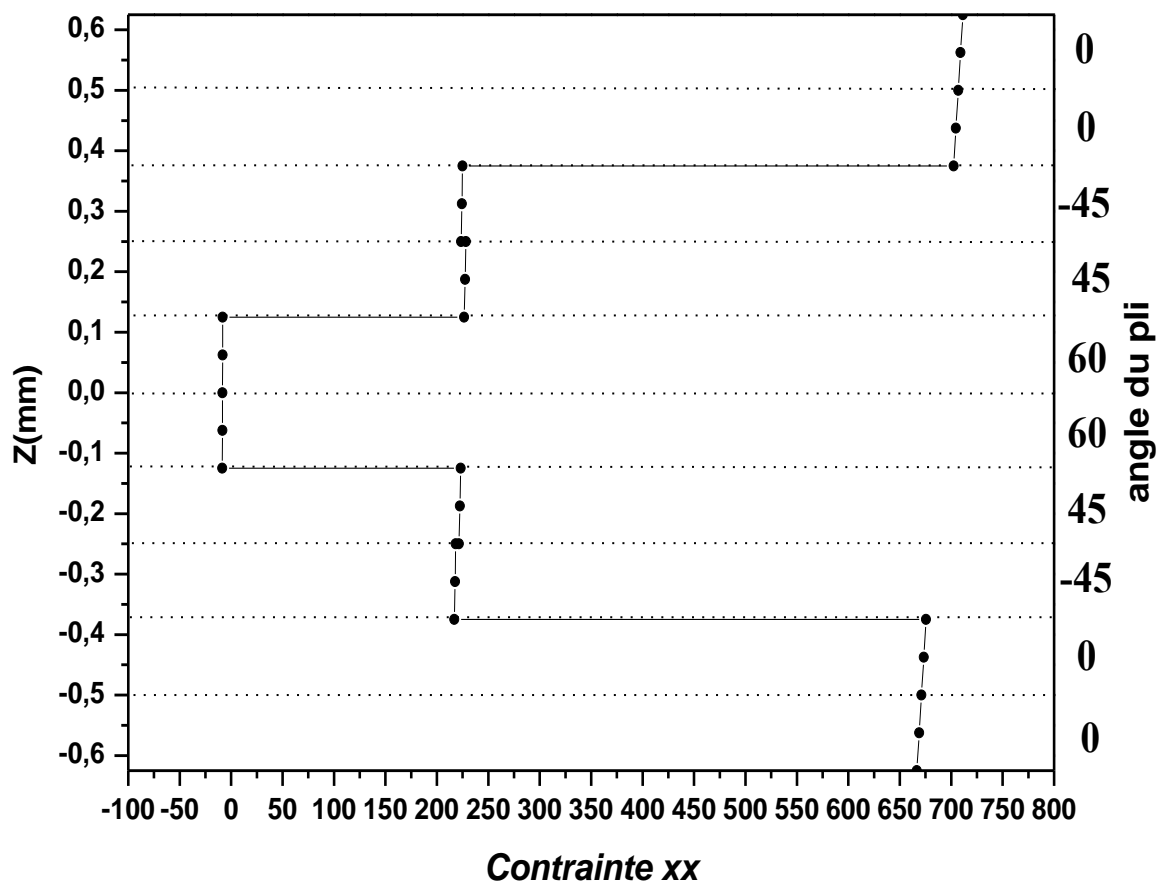


Figure (4.11) : les contraintes σ_{xx} (MPa) dans la plaque $[0_2/-45/+45/60]_s$

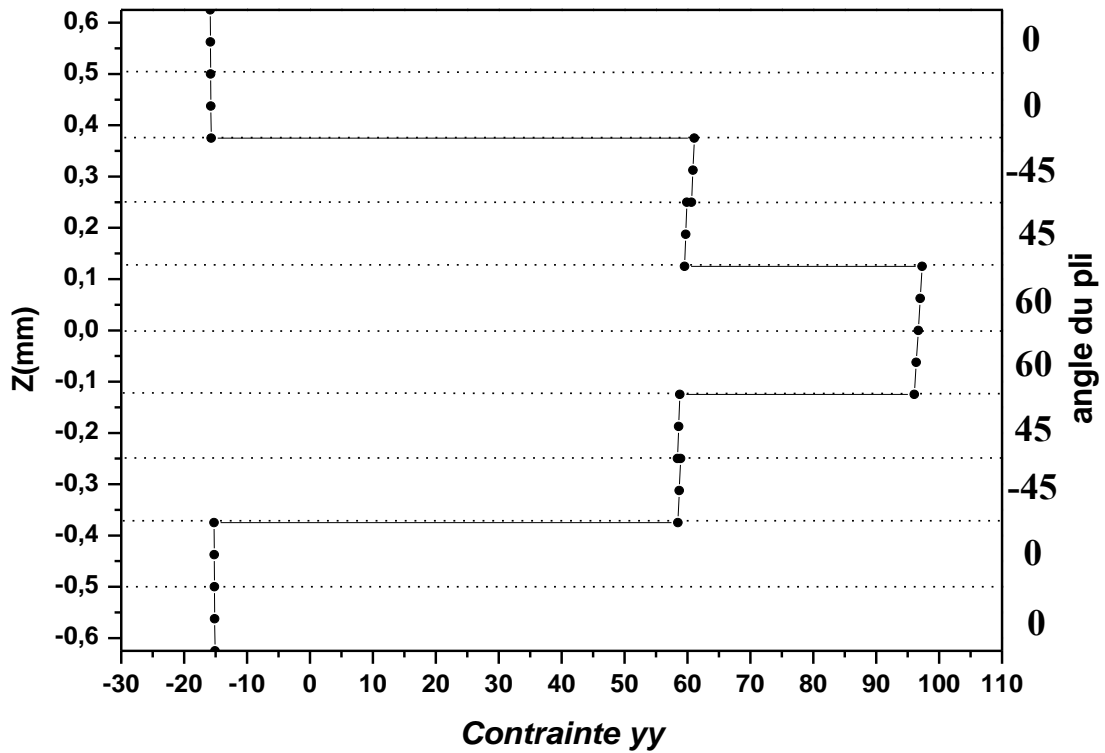


Figure (4.12) : les contraintes σ_{yy} (MPa) dans la plaque $[0_2/-45/+45/60]_s$

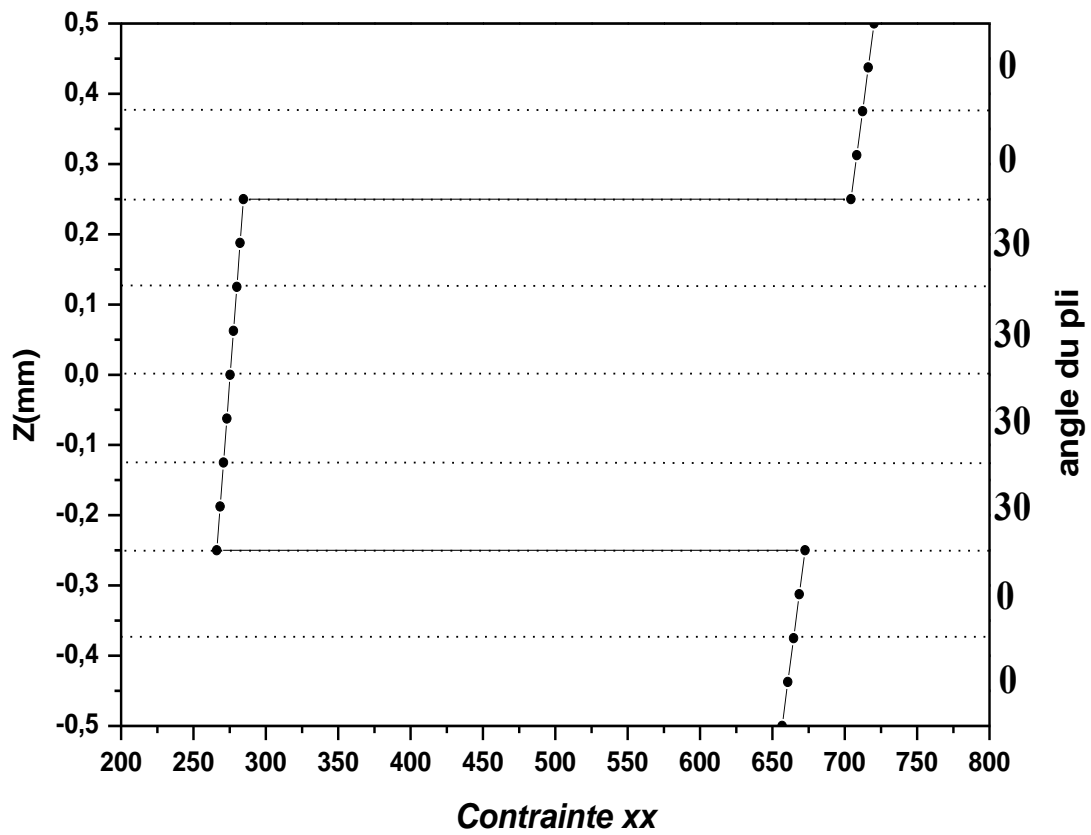


Figure (4.13) : les contraintes σ_{xx} (MPa) dans la plaque $[0_2/30_2]_s$

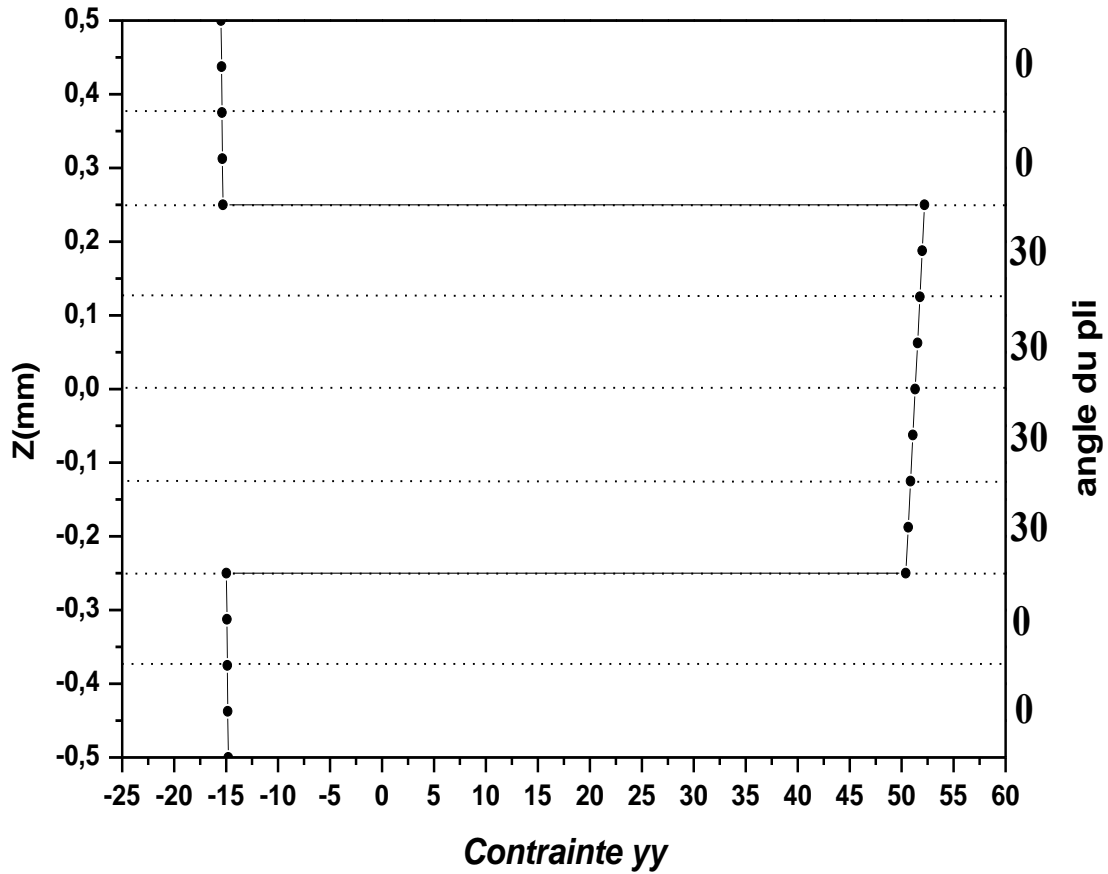


Figure (4.14) : les contraintes σ_{yy} (MPa) dans la plaque $[0_2/30_2]_s$

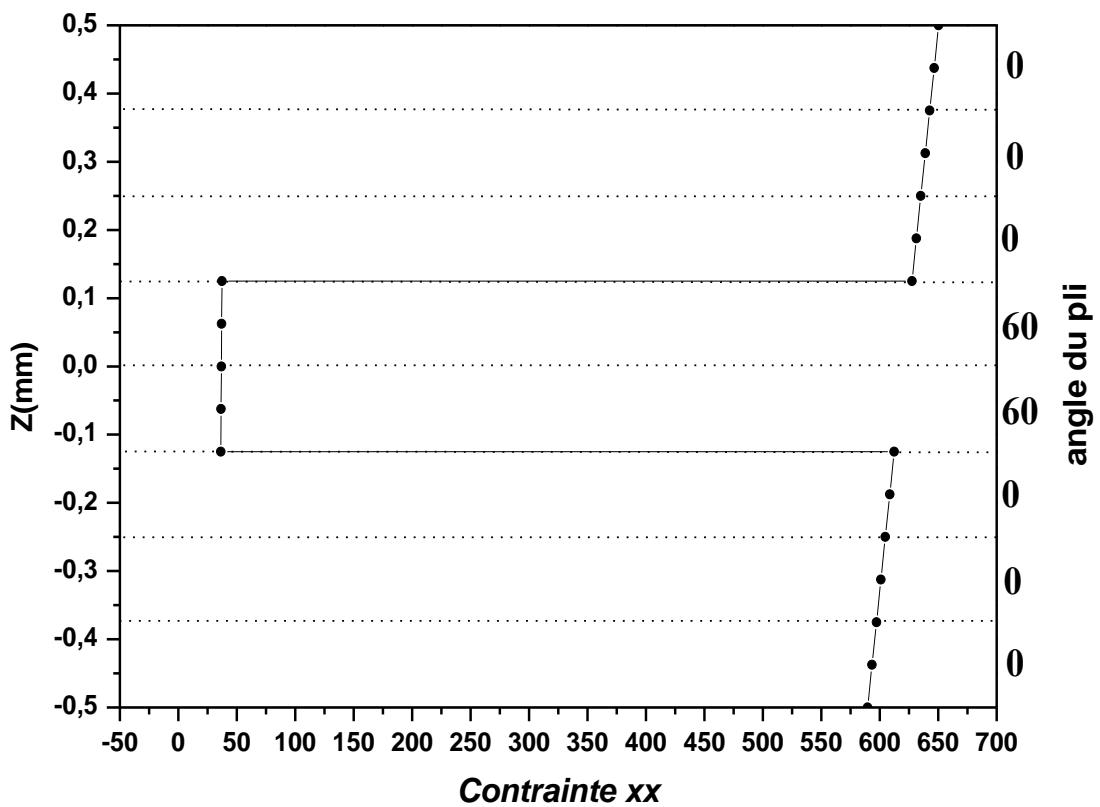


Figure (4.15) : les contraintes σ_{xx} (MPa) dans la plaque $[0_3/60]_s$

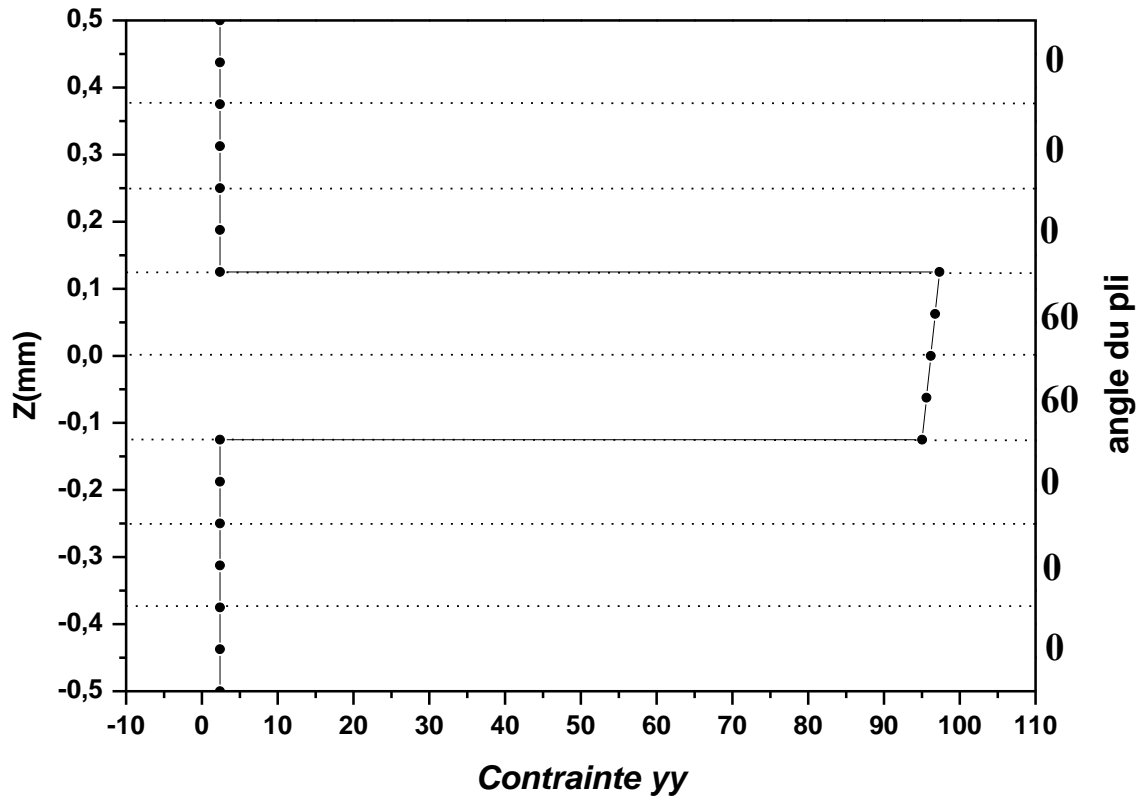


Figure (4.16) : les contraintes σ_{yy} (MPa) dans la plaque $[0_3/60]_s$

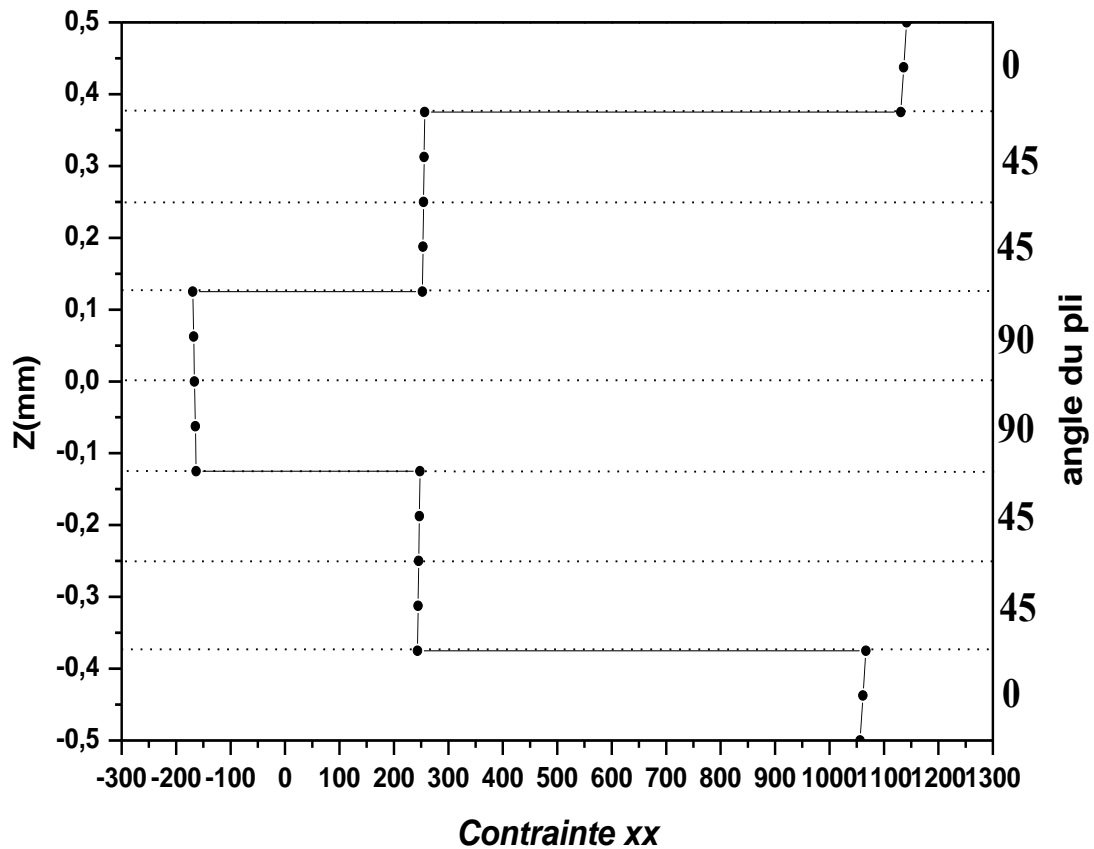


Figure (4.17) : les contraintes σ_{xx} (MPa) dans la plaque $[0/45_2/90]_s$

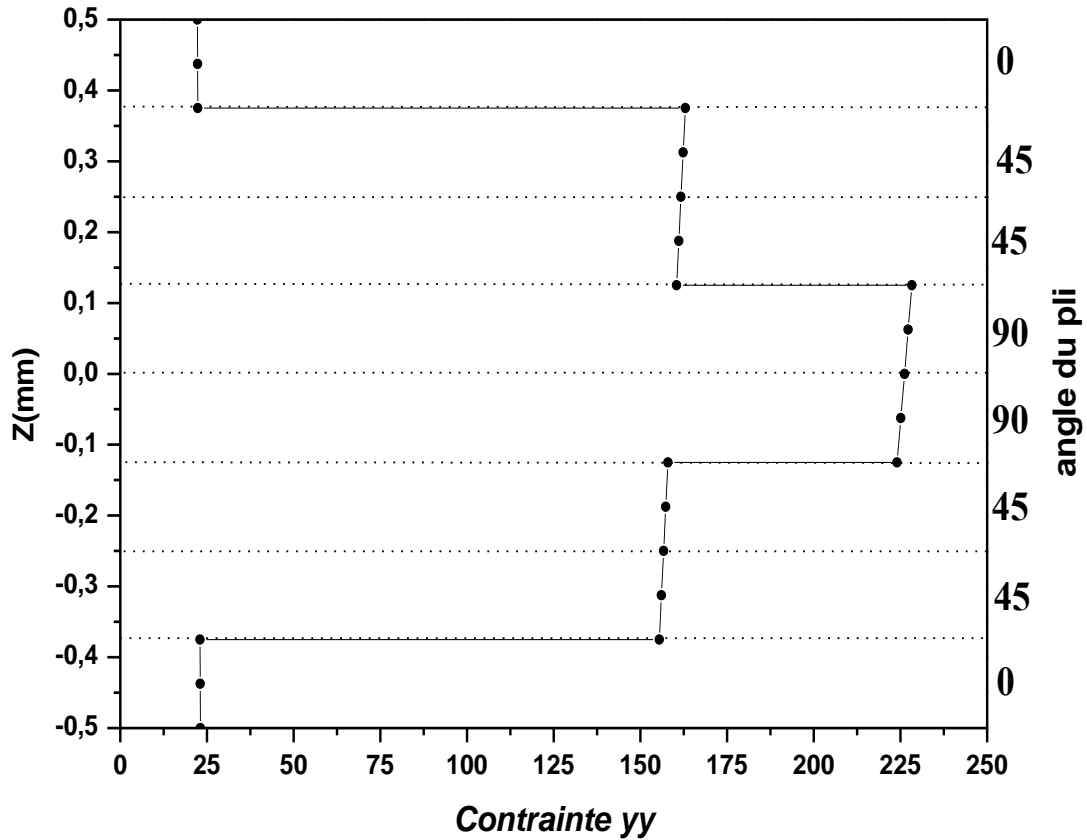


Figure (4.18) : les contraintes σ_{yy} (MPa) dans la plaque $[0/45_2/90]_s$

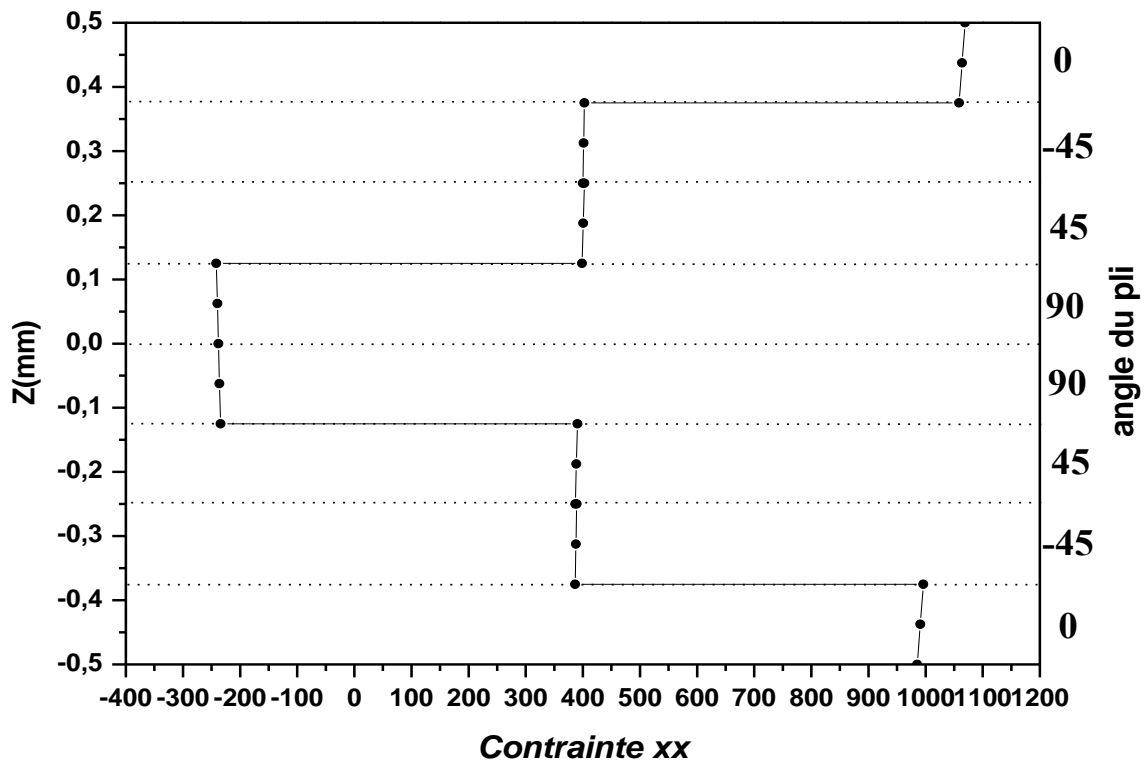


Figure (4.19) : les contraintes σ_{xx} (MPa) dans la plaque $[0/-45/+45/90]_s$

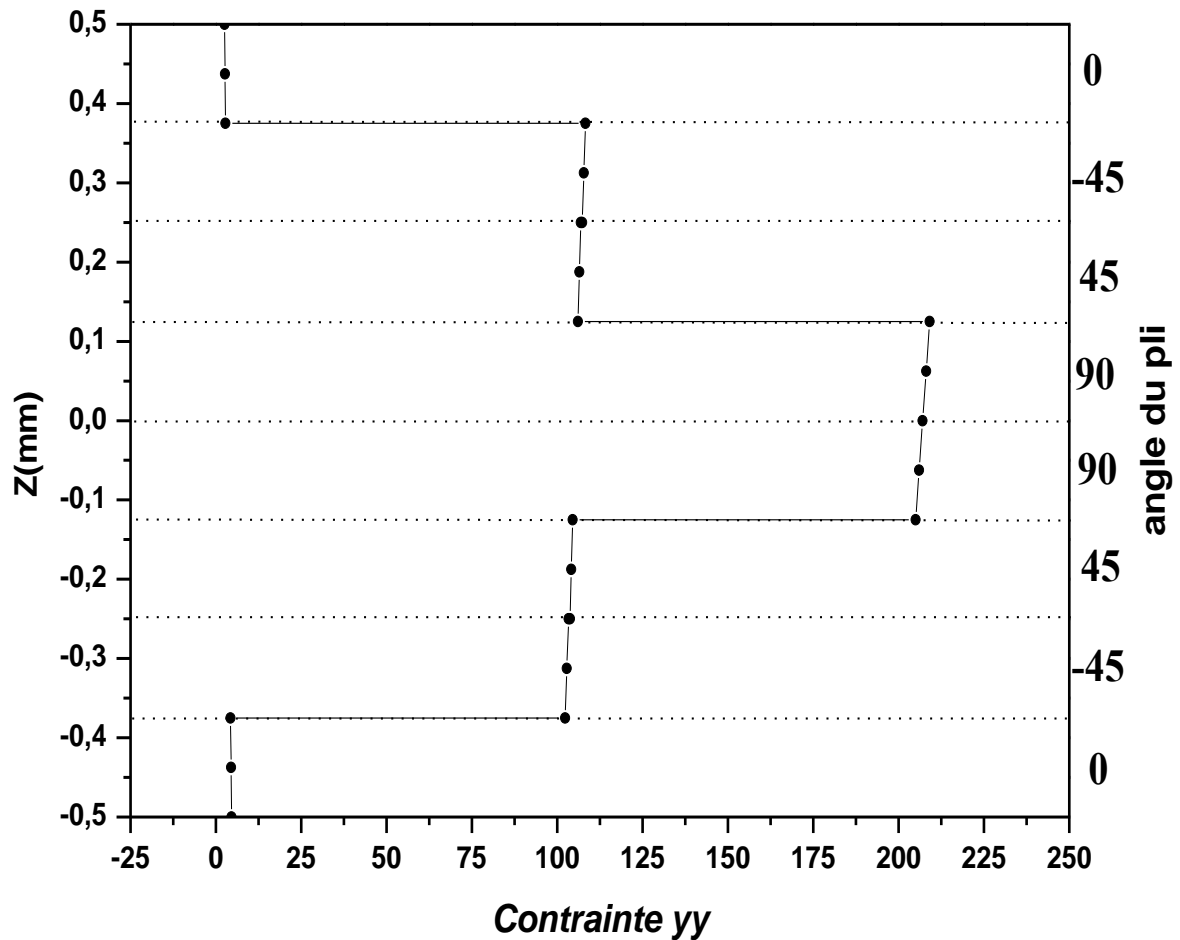


Figure (4.20) : les contraintes σ_{yy} (MPa) dans la plaque $[0/-45/+45/90]_s$

5-Classement des plaques emparent en considération la contrainte max

Tableau (4.7) : classement les plaques suivant la contrainte max

Numéro	Plaque	Contrainte (MPa)
1	$[(0_2/90)_s]_s$	468.00
2	$[0_3/30_2]_s$	526.36
3	$[0_3/45_2]_s$	576.68
4	$[0_3/45/90]_s$	583.72
5	$[0_3/60]_s$	650.30
6	$[(0/45/90)_s]_s$	671.65
7	$[0_2/-45/+45/60]_s$	711.35
8	$[0_2/30_2]_s$	720.21
9	$[0/-45/+45/90]_s$	1069.15
10	$[0/45_2/90]_s$	1141.64

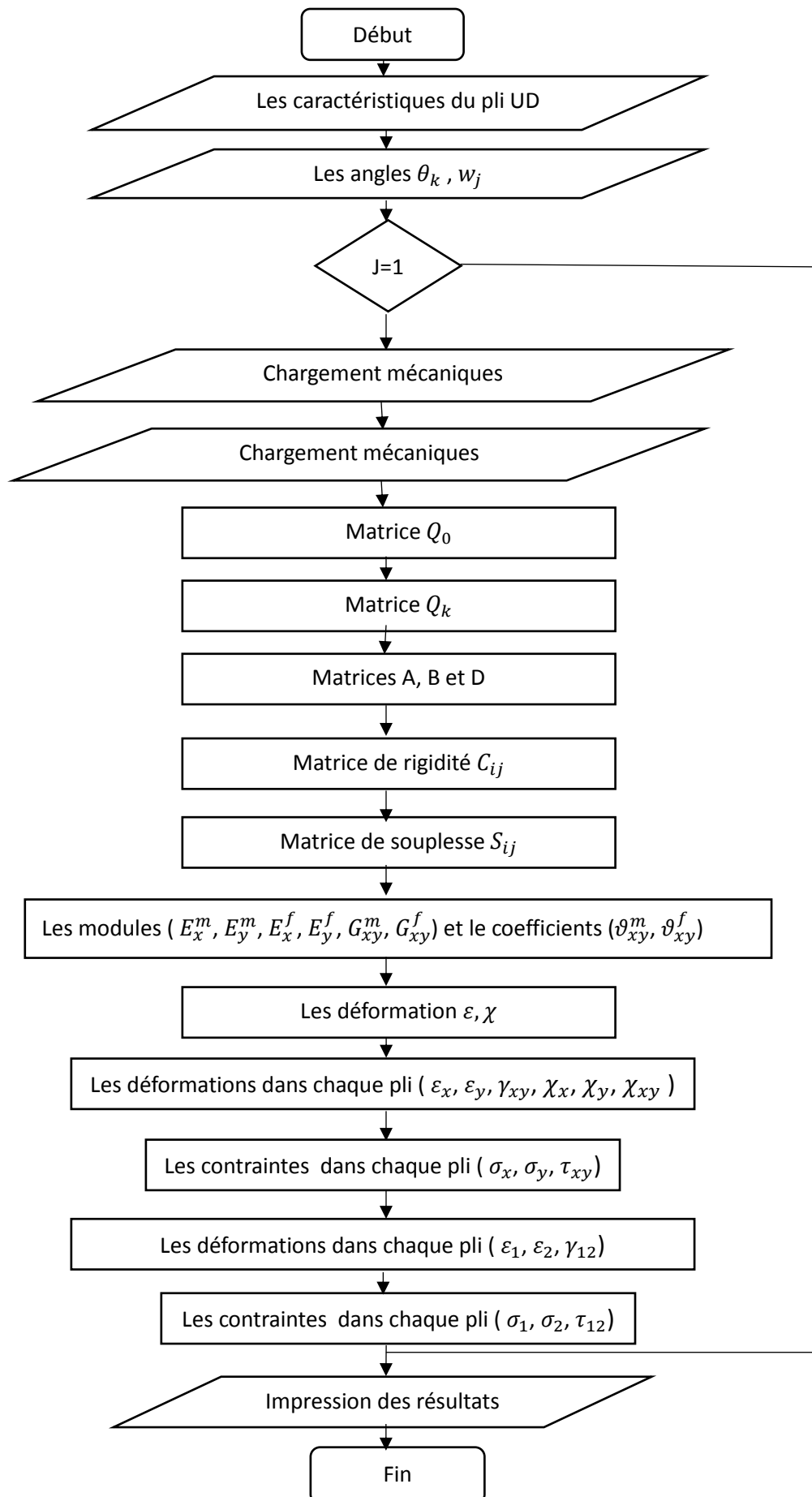
4.5.2 Méthode 02 : Optimisation des stratifiés par changement d'épaisseur d'un pli

1-Principe et étape de la deuxième méthode

Pour l'optimisation en poids d'une plaque stratifiée (nombre total des plis n , épaisseur variable pour un pli bien déterminé et d'orientation des fibres pour chaque pli $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$) on peut proposer une plaque stratifiée bien définie avec une minimisation du nombre total des plis et de choisir un pli bien défini (pli d'optimisation) avec épaisseur variable et utiliser le programme d'optimisation n02 pour déterminer l'épaisseur nécessaire de ce pli pour garder le même niveau de résistance du stratifié. Voici les principales étapes de la deuxième méthode :

- 1- Donner les caractéristiques du matériau composant le stratifié
- 2- Donner les actions mécaniques (les tenseurs N et M des actions de membrane et de flexion)
- 3- Choisir le pli d'optimisation (épaisseur variable)
- 3- Calculer les tenseurs du stratifié (les tenseurs caractéristiques de chaque couche, qui serviront ensuite au calcul des tenseurs caractéristiques du stratifié)
- 4- Mise en équation d'un laminé (loi de comportement du stratifié)
- 5- Calcul des déformations dans le repère du stratifié (x, y)
- 6- Calcul des contraintes dans chaque pli (repère du stratifié x, y)
- 7- Calcul des contraintes dans chaque pli (repère matériel du pli 1,2)
- 8- Calcul des caractéristiques équivalentes du stratifié (constantes de l'ingénieur) à partir des tenseurs de souplesse normalisée.
- 9- En utilisant le critère de la contrainte maximale on peut déterminer l'épaisseur nécessaire de ce pli pour garder le même niveau de résistance du stratifié.

2-Organigramme du programme Scilab



3-Exemple d'application de la méthode 02

La plaque stratifiée d'origine (avant l'optimisation) utilisée comme exemple est $[90/45/0_2/-45/90]_s$, et les deux plaques stratifiées proposer pour l'optimisation :

$[90/30/0_2]_s$ avec le pli 30° comme pli d'optimisation

$[90/60/0_2]_s$ avec le pli 60° comme pli d'optimisation

Les plaques sont sollicitées par les mêmes conditions de chargement de traction et de flexion ($N=500$ N/mm et $M=5$ N.mm) et même caractéristiques mécaniques pour chaque pli avec orientation des fibres variable.

Tableau (4.8) : la plaque non optimisée et les plaques optimisées

Plaque non optimisé	$[90/45/0_2/-45/90]_s$
Plaque optimisé	$[90/30/0_2]_s$
Plaque optimisé	$[90/60/0_2]_s$

4-résultats de la deuxième méthode :

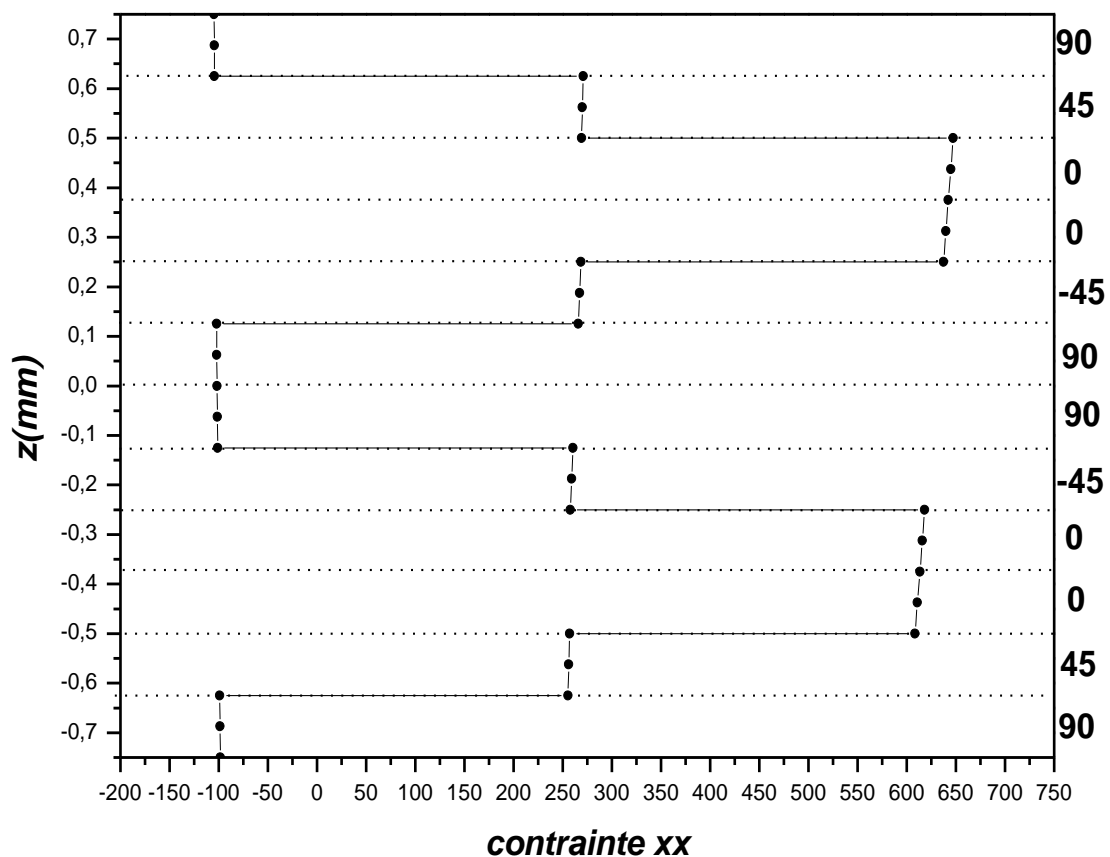


Figure (4.21) : les contraintes σ_{xx} (MPa) dans la plaque $[90/45/0_2/-45/90]_s$

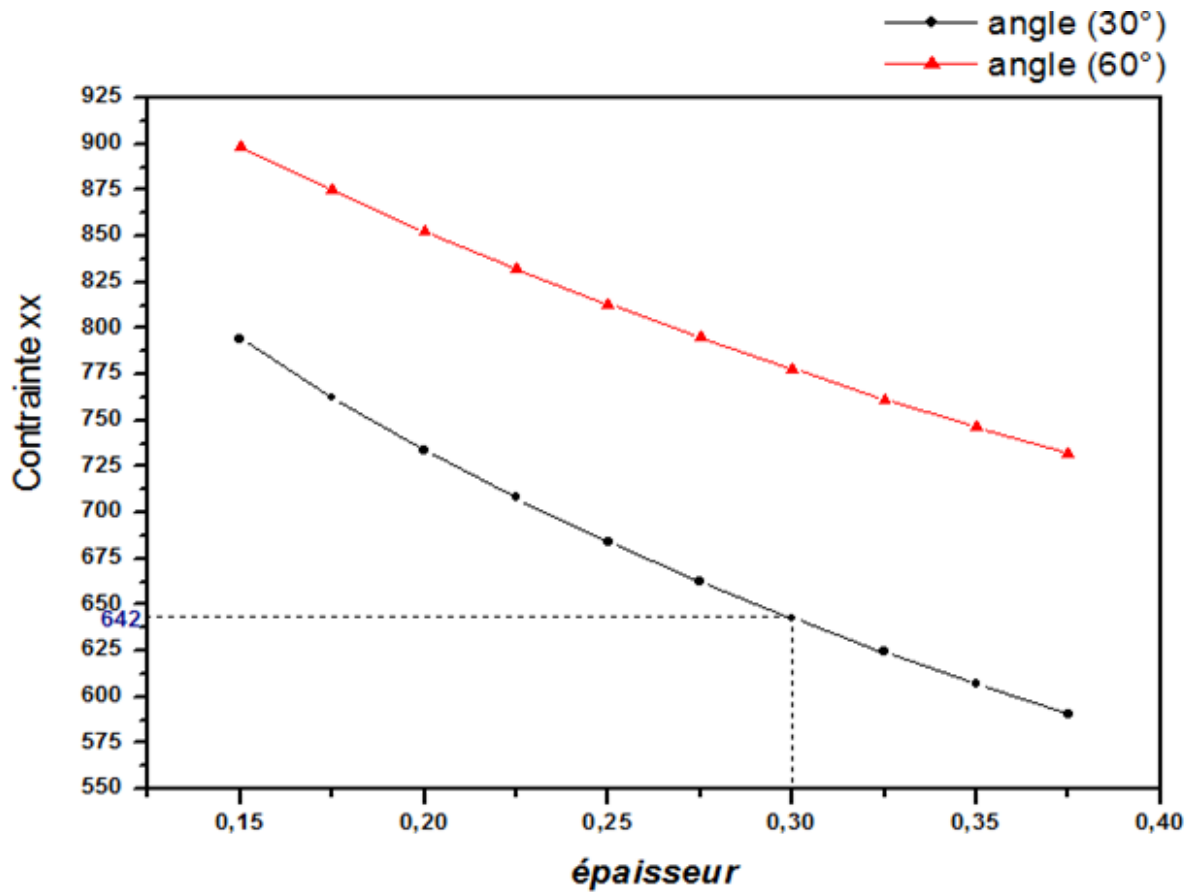


Figure (4.22) : la variation des contraintes σ_{xx} selon l'épaisseur dans la plaque

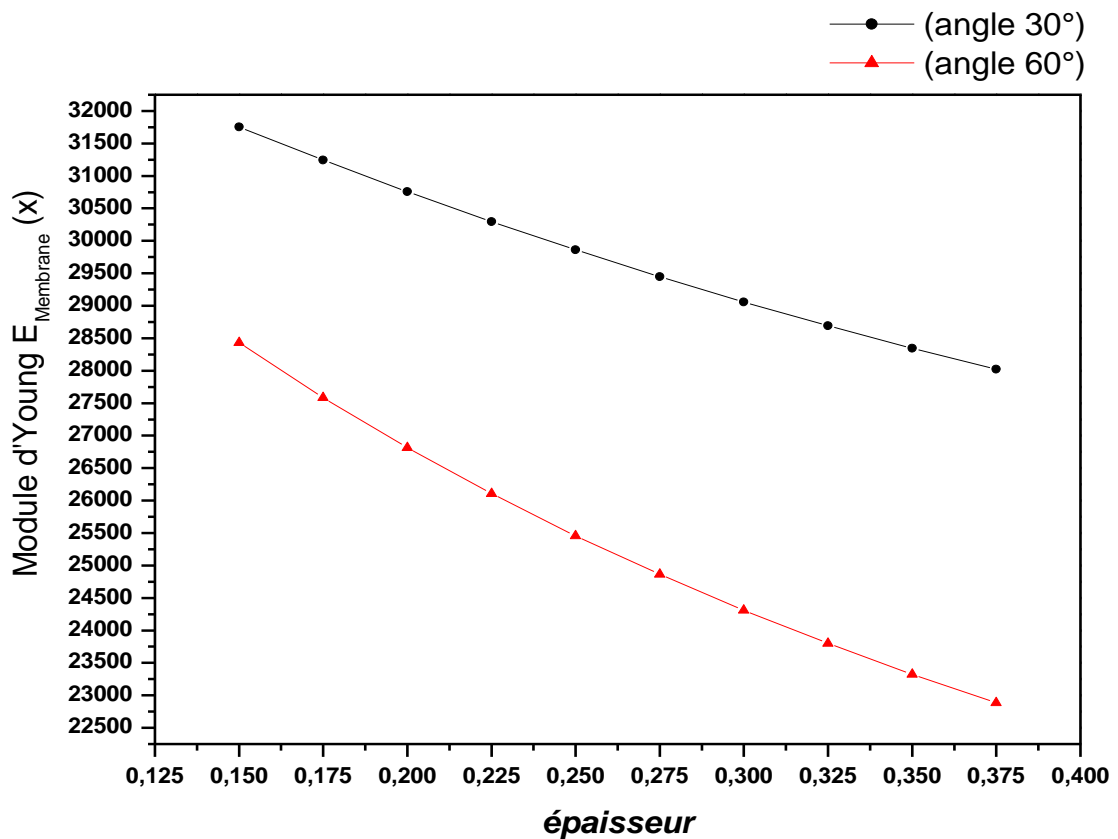


Figure (4.23) : la variation du module d'Young (E_{xm}) selon l'épaisseur dans la plaque

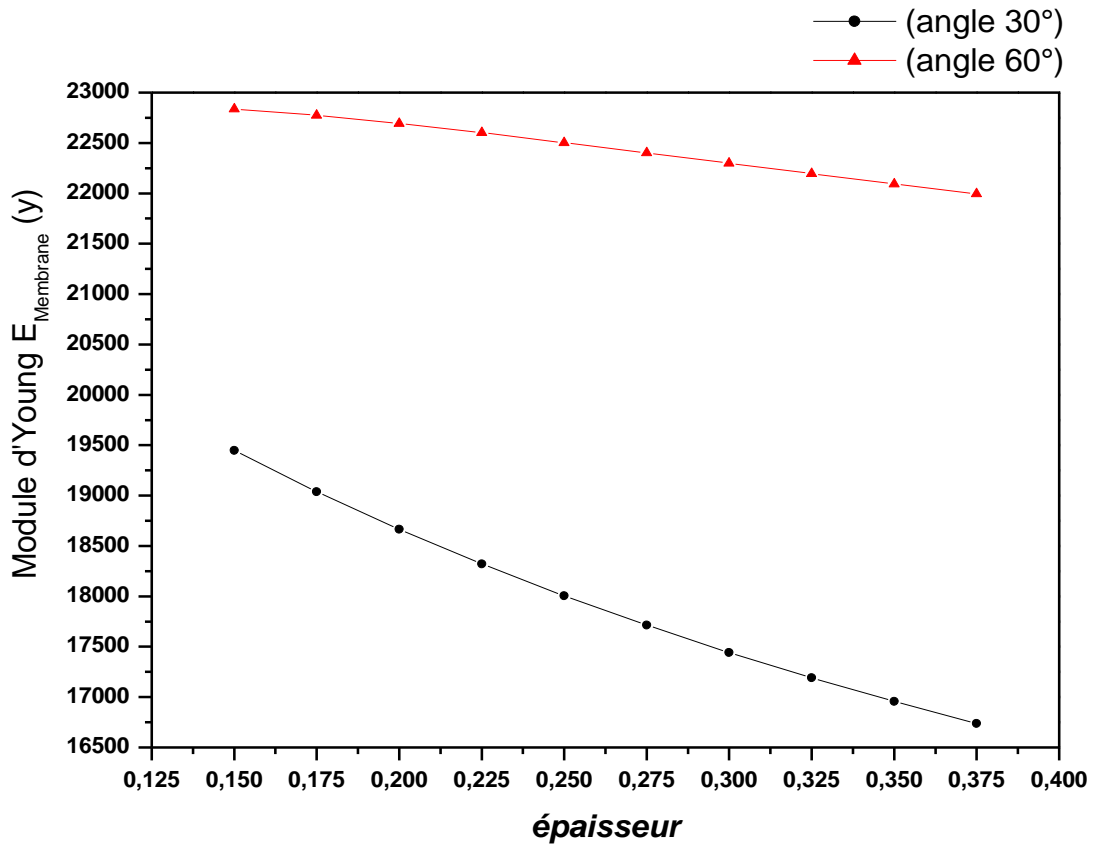


Figure (4.24) : la variation du module d'Young (E_{ym}) selon l'épaisseur dans la plaque

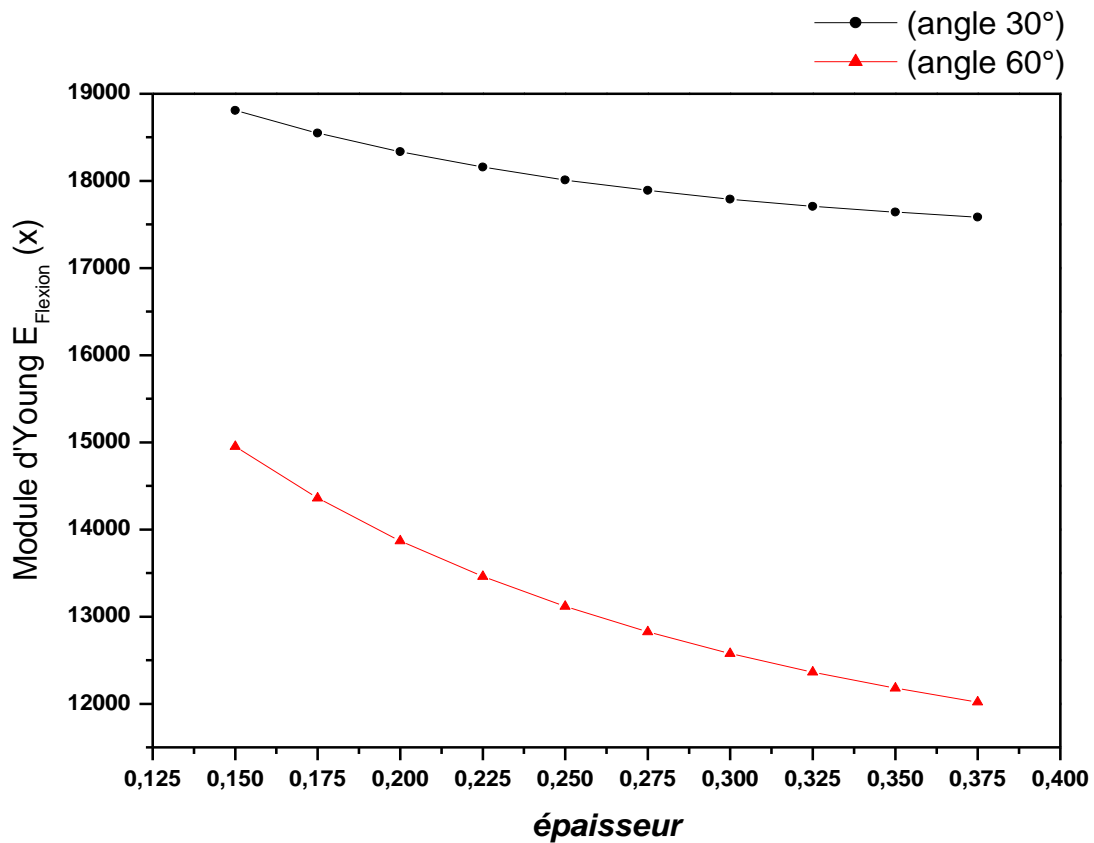


Figure (4.25) : la variation du module d'Young (E_{xf}) selon l'épaisseur dans la plaque

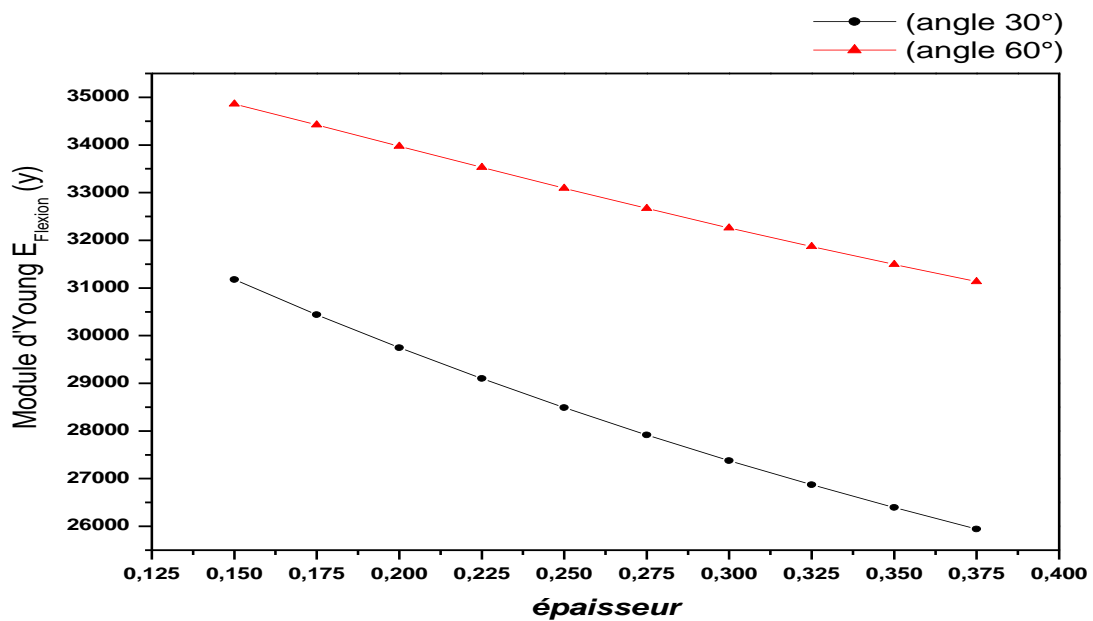


Figure (4.26) : la variation du module d'Young (E_{Yf}) selon l'épaisseur dans la plaque

4.6 Modélisations numériques par Castem

1- Objectifs des modélisations

Le deuxième objectif de cette partie est l'utilisation des modules d'élasticité d'homogénéisation obtenus par les programmes en Scilab pour simplifier la modélisation numérique et étudier le comportement en traction d'une plaque stratifiée avec logiciel Castem (modélisation avec maillage simple et rapide).

2- Géométrie du modèle

La figure (4.27) est un exemple de la plaque utilisée pour les modélisations avec Castem, pour la réalisation du programme global.

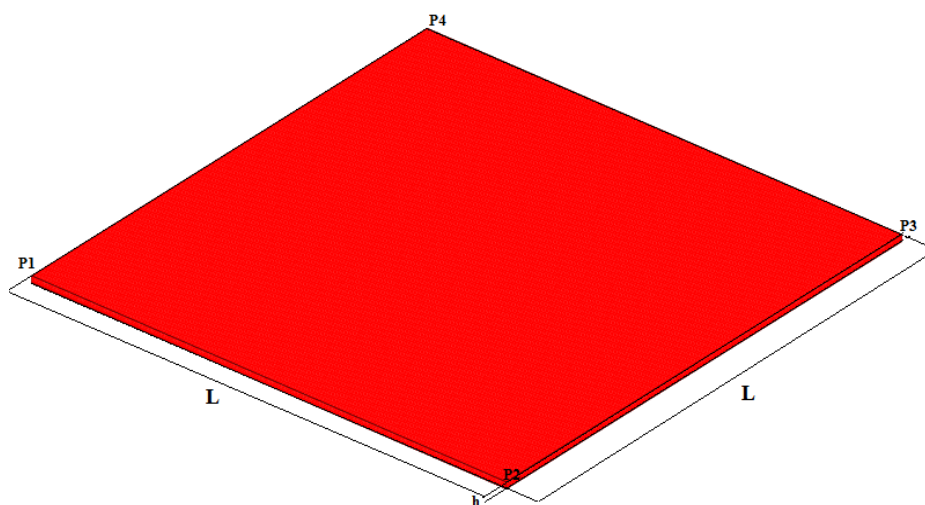
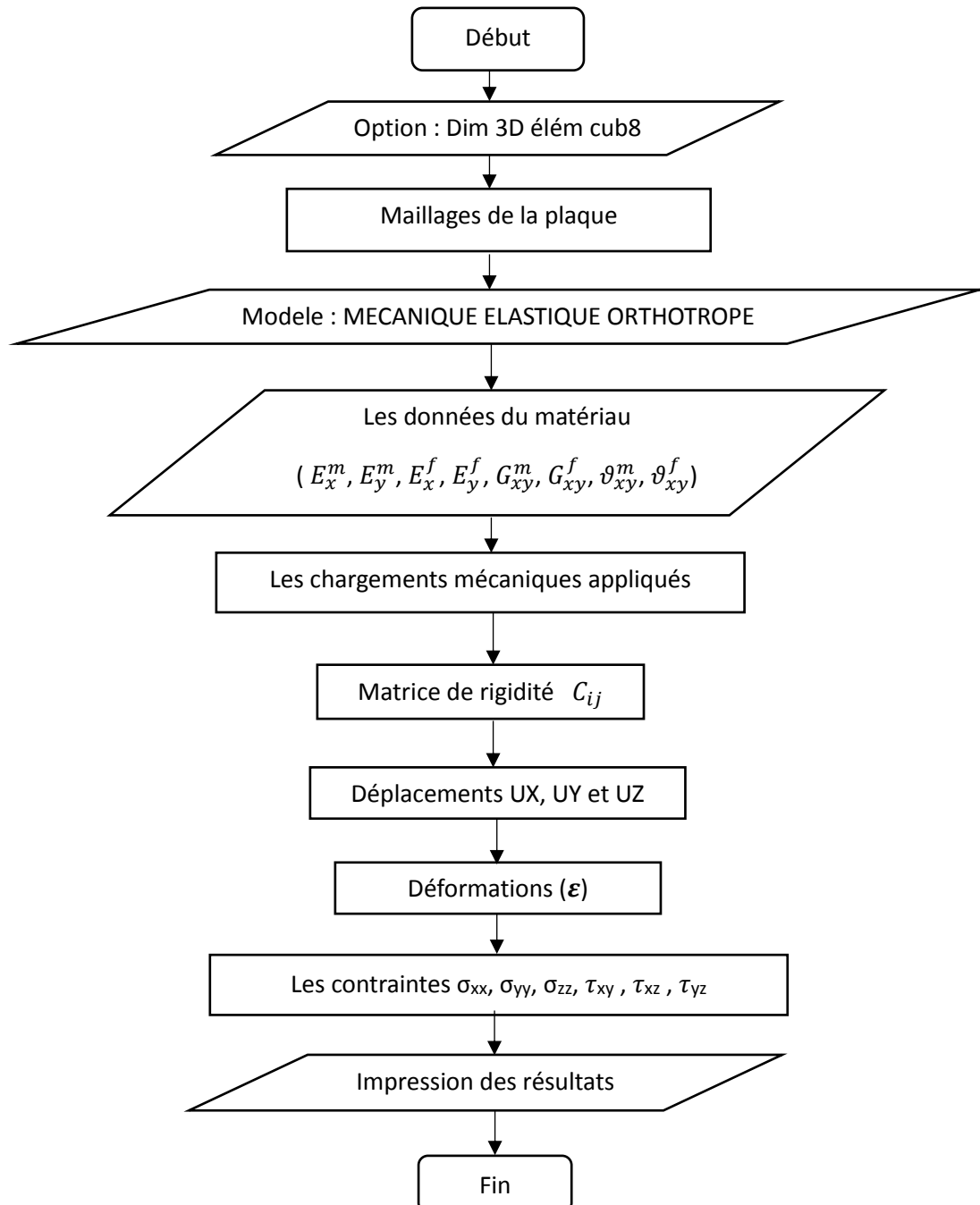


Figure (4.27) : Géométrie de la plaque

Tableau (4.9) : les dimensions de la plaque étudié

Les dimensions	Les valeurs (mm)
L	100
Epaisseur de la plaque (h)	0.125*nombre des plis

3- Organigramme du programme de Castem**4- maillages et chargements**

L'objet du maillage est de discrétiser géométriquement le domaine d'analyse de manière à pouvoir ultérieurement associer une formulation éléments finis au support géométrique.

Concrètement cette discrétisation s'effectue par la création d'objets de type maillage (points, lignes, surfaces, volumes) à l'aide des opérateurs géométriques. Dans cette étude on a utilisé l'élément finis cub8 pour construire le maillage de la plaque. Le nombre total des Nœuds 114005.

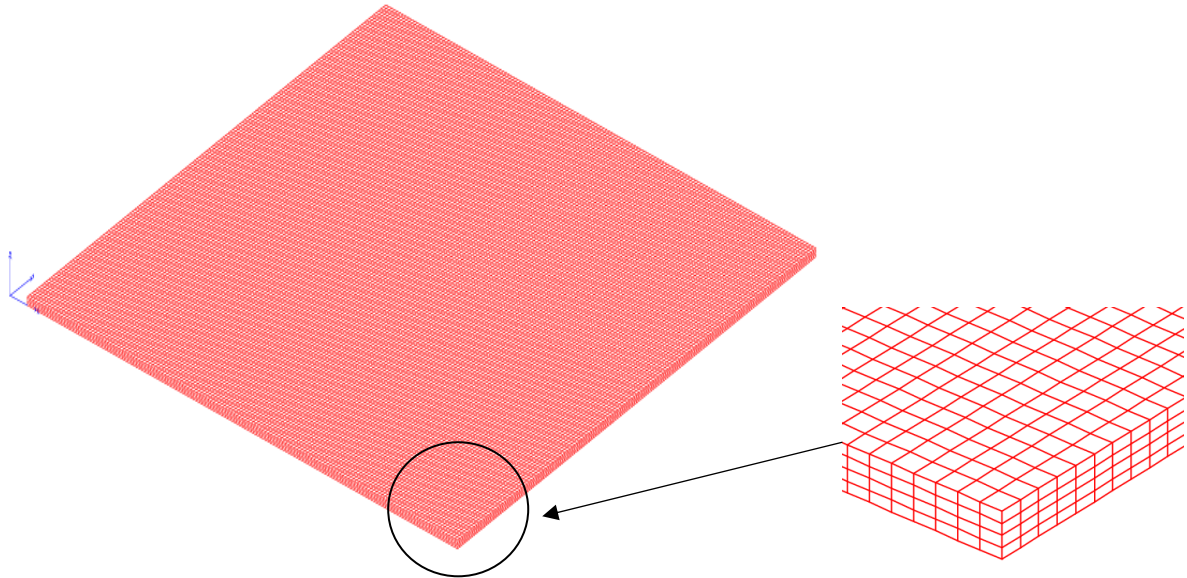


Figure (4.28) : Exemple du maillage

5- Résultats des modélisations

- **La déformation** : Les figures (4.29) présentent la déformation de modèle en fonction des sollicitations appliquées de traction.

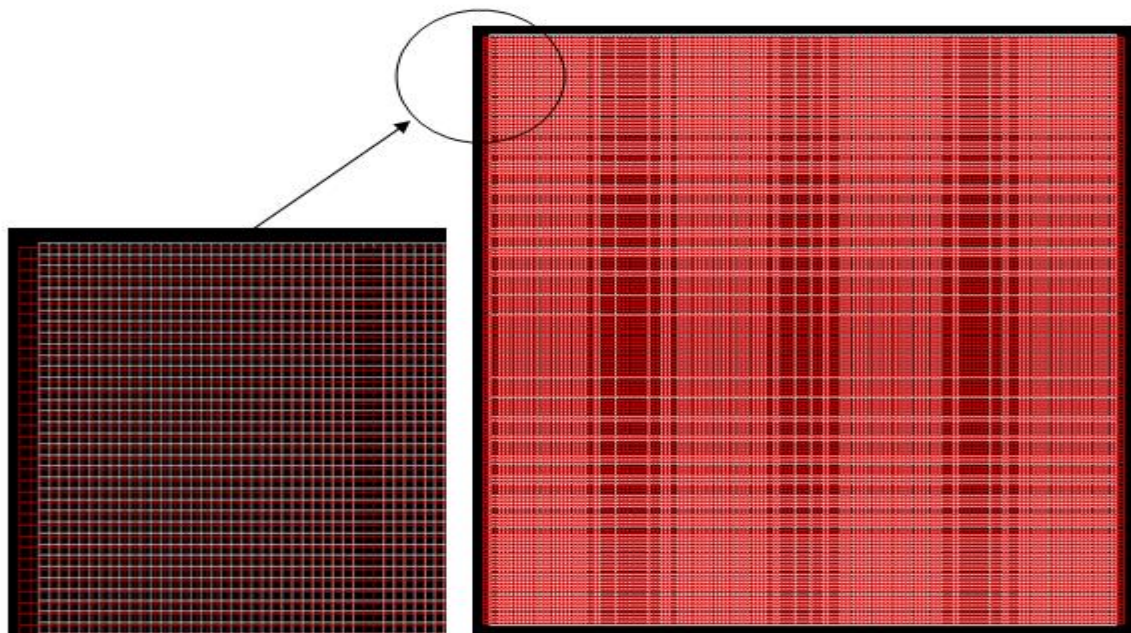


Figure (4.29) : Exemple des déformations dans la plaque

- Les iso-valeurs des contraintes σ_{xx}

Les figures (4.30) présentent les iso-valeurs des contraintes σ_{xx} , dans la plaque en fonction des sollicitations appliquées de traction

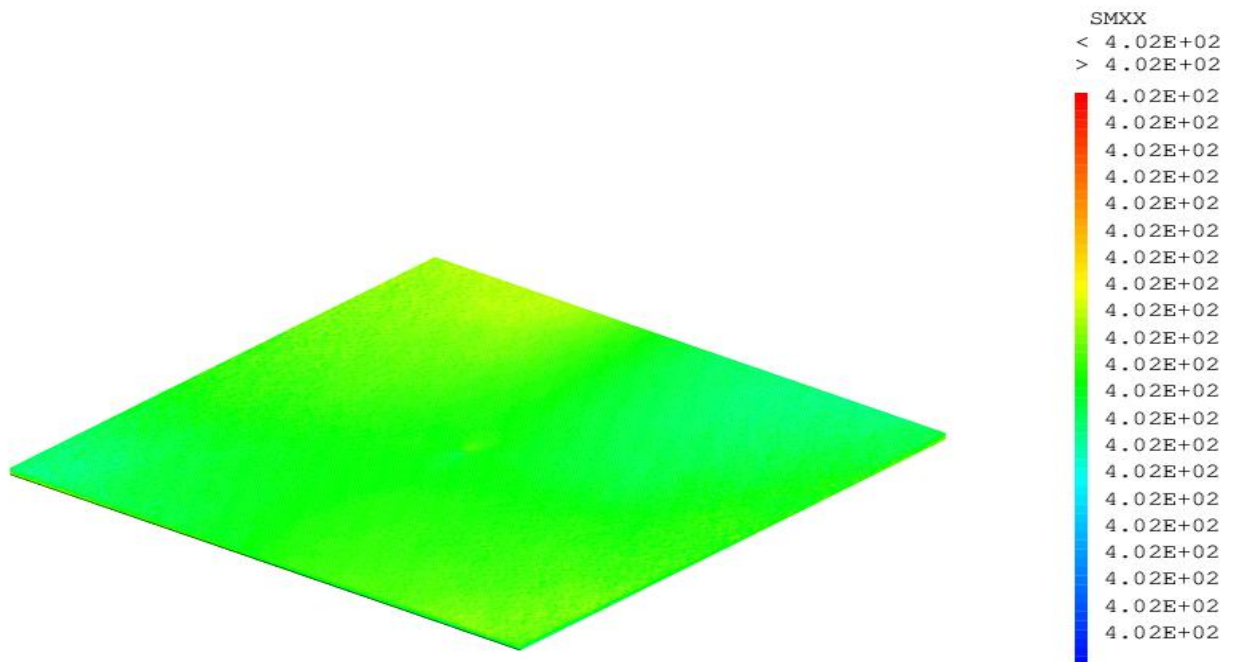


Figure (4.30) : Contrainte suivant l'axe de traction (σ_{xx}) dans la plaque.

4.7 Discussion des résultats obtenus

1- Avec les deux méthodes on peut comparer et classer des plaques stratifiées en fonction du rapport résistance/poids ou rigidité/ poids.

2- En utilisant les résultats obtenus des contraintes par les deux méthodes dans le repère matériel du pli on peut localiser le pli le plus sollicité pour vérifier la résistance et localiser les contraintes dans l'interface pli/pli dans chaque plaque stratifiée.

3- On peut constater que la contrainte maximale est calculée dans le pli 0° , le pli le plus proche de la direction de chargement de membrane (par les deux méthodes).

4- Les courbes des contraintes mettent en évidence l'influence de l'orientation des fibres sur le comportement mécanique des plaques stratifiées verre/époxy (par les deux méthodes).

5 - Avec les résultats d'optimisation obtenus par la première méthode on peut remplacer la plaque stratifiée $[0/45/90/0/45/90]$ s par les plaques optimisées $[0_3/60]$ s, $[0_3/30_2]$ s, $[0_3/45_2]$ s et $[0_3/45/90]$ s avec gain de masse de 16.66 % ou 33.33%.

$[0_3/60]$ s gain de masse de 04 plis ,donc on a une diminution de la masse total de la plaque de 33.33%.

$[0_3/30_2]_s$, $[0_3/45_2]_s$ et $[0_3/45/90]_s$ gain de masse de 02 plis, donc on a une diminution de la masse totale de la plaque de 16.66%.

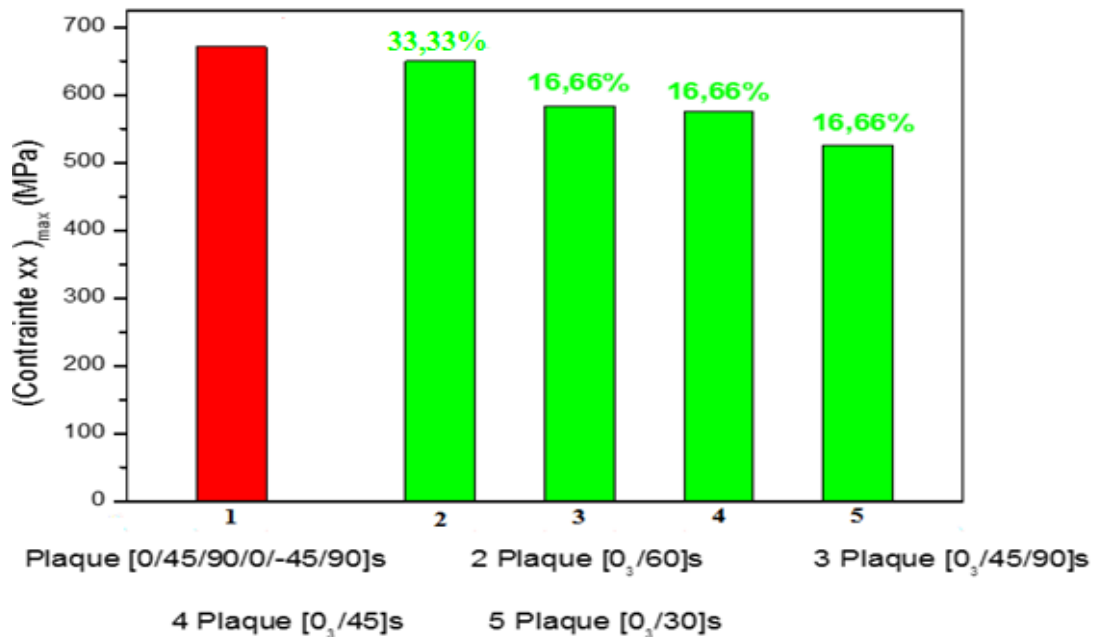


Figure (4.31) : comparaison entre les plaques selon la contrainte σ_{xx}

6- la première méthode est efficace mais l'inconvénient que le choix initial des plaques stratifiées (nombre des plis et orientation des fibres) il joue un rôle important dans les résultats obtenus.

7- En utilisant les résultats d'optimisation obtenus par la deuxième méthode on peut remplacer la plaque stratifiée $[90/45/0_2/-45/90]_s$ par la plaque optimisée $[90/30/0_2]_s$ avec gain de la diminution de la masse totale de la plaque de 10%.

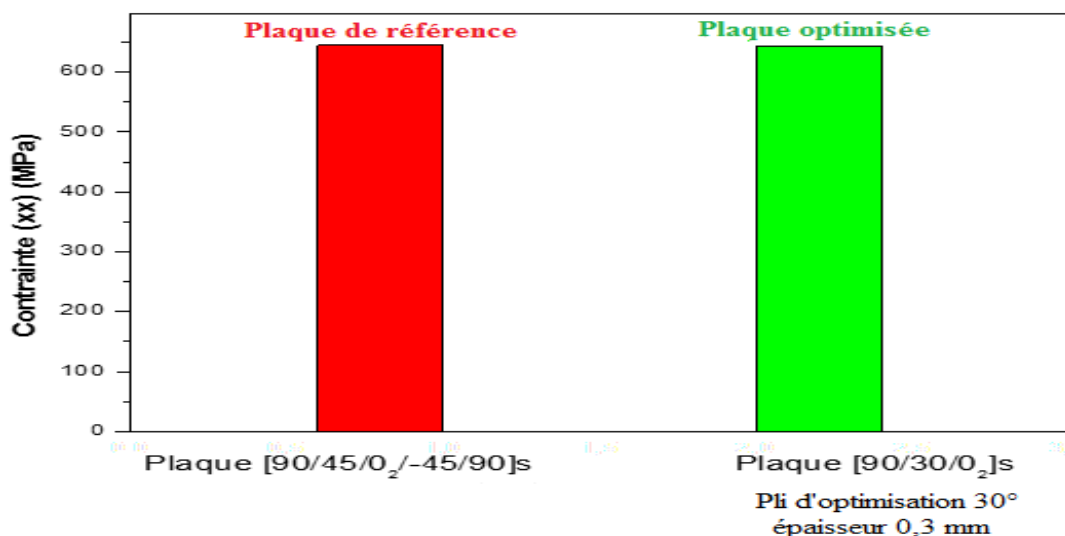


Figure (4.32) : comparaison entre les deux plaques selon la contrainte σ_{xx} (plaque optimisée et non optimisée)

8-Avec le programme de la deuxième méthode on peut déterminer avec précision le choix du pli d'optimisation et l'épaisseur, donc cette méthode offre la possibilité pour un gain de masse apporté tout en conservant d'excellentes caractéristiques mécaniques.

9-Les courbes obtenus mettent en évidence l'influence de l'épaisseur des couches dans le cas d'un stratifié à épaisseur variable sur les valeurs des modules d'élasticité d'homogénéisation (E_x^m , E_f^m , E_y^m et E_y^f), donc le choix initial de la couche d'optimisation est critique car il faut prendre en considération l'augmentation et la diminution de la rigidité avec le changement des contraintes.

10- l'utilisation des modules d'élasticité d'homogénéisation obtenus par les deux programmes en Scilab dans les modélisations numériques pour étudier le comportement des plaques stratifiées avec des logiciels d'élément finis, une mesure de la contrainte au milieu du pli UD peut être valide mais non pas précise, par exemple pour la plaque $[0_3/45/90]_s$ la contrainte dans le pli 0° par notre programme de Scilab $\sigma_{\max} = 583.73$ MPa et par le programme d'homogénéisation par castem $\sigma_{\max} = 401.56$ MPa. Donc il y a une différence de 32%. Pour déterminer les contraintes dans les couches d'un stratifiés notre recommandation est d'utiliser la programmation numérique avec les lois de la théorie simplifiée des stratifiés ou les modélisation numériques mais avec un maillage pli par pli (chaque pli un volume indépendant).

Conclusion générale

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Nous avons présenté dans cette étude des calculs et des modélisations numériques par la méthode des éléments finis pour essayer de développer une méthode efficace d'optimisation en poids pour les matériaux composites stratifiés en utilisant la programmation numérique. Au terme de ce travail, nous souhaitent rappeler, brièvement, les conclusions auxquelles nous avons abouti, et mentionner un certain nombre de questions ouvertes et de pistes de réflexion.

La question qui s'est trouvée à l'origine de ce travail est ce que ci possible de réaliser un programme simple d'optimisation en utilisant la programmation avec Scilab et les formules de la théorie classique des stratifiés, face à un certain nombre de difficultés ?

En ce qui concerne la première question, dans ce travail on propose deux programmes (programme d'optimisation avec des couche d'épaisseur constante et programme d'optimisation avec épaisseur variable).

Dans un premier temps, une étude bibliographique a été menée sur les matériaux composites, les propriétés des matériaux composites, domaines d'application, les éléments constitutants des matériaux composites, théorie classique des stratifiés, optimisations des composites stratifiés. Cette étude nous a donné un aperçu sur les composites stratifiés et les méthodes d'optimisation des stratifiés.

Dans le quatrième chapitre des calculs et des modélisations numériques ont été réalisées pour déterminer le comportement d'une plaque stratifiée sollicitées en traction et en flexion. Ces modélisations ont été réalisées grâce à deux logiciel Scilab et Castem.

Malgré les difficultés que pose l'analyse des structures composites stratifiés : difficulté d'optimisation des stratifiés (l'effet d'empilement, l'effet d'épaisseur des couches, l'angle d'orientation des fibres, type de chargement, caractéristiques fibre et matrice...), difficulté

d'obtention des résultats avec des programmes simples et des modélisations en utilisant des maillages simples, on arrive à étudié plusieurs structures stratifiés, déterminer les contraintes maximales et minimales, les déplacements en utilisant d'une part les formules de la théorie classique des stratifiés d'autre part les lois de comportement d'un matériau orthotrope dans la programmation numérique.

Pour l'ensemble des résultats obtenus pour les deux méthodes proposées nous pouvons dire que nous sommes arrivés à 80 % des objectifs que nous avons initialement fixés.

Les conclusions auxquelles nous avons abouti :

- avec les deux méthodes on peut comparer et classer des plaques stratifiées en fonction du rapport résistance/poids ou rigidité/ poids.
- en utilisant les résultats obtenus des contraintes par les deux méthodes dans le repère matériel du pli on peut localiser le pli le plus sollicité pour vérifier la résistance et localiser les contraintes dans l'interface pli/pli dans chaque plaque stratifiée.
- les courbes des contraintes mettent en évidence l'influence de l'orientation des fibres sur le comportement mécanique des plaques stratifiées verre/époxy (par les deux méthodes).
- la première méthode est efficace mais l'inconvénient que le choix initial des plaques stratifiées (nombre des plis et orientation des fibres) il joue un rôle important dans les résultats obtenus.

A cause du manque de moyens de calcul assez puissants, nous n'avons pas pu aborder tous les sujets que nous avons initialement fixés dans nos objectifs.

Les principales perspectives de recherche qui apparaissent à l'issue de ce travail :

- Pour la deuxième méthode d'optimisation en prenant en considération plusieurs couche comme (couche d'optimisation avec épaisseur variable).
- La prise en compte dans les programme d'optimisation des actions thermiques, elles sont données en spécifiant la variation de température par rapport à un état sans contraintes (normalement celui de fabrication du stratifié) et la variation de température entre la surface supérieure et l'inférieure du stratifié.
- La prise en compte dans les programme d'optimisation des actions hygroscopiques (le pourcentage d'eau absorbée par rapport à l'état de fabrication du stratifié et la variation de pourcentage d'eau entre la surface supérieure et inférieure du stratifié).
- Il serait également intéressant l'optimisation des stratifiés en prenant en considération les stratifiés hybrides : stratifiés intercouches et stratifiés interacouches.

Annexe



Tableau 1 : Les contraintes locales dans la plaque $[0_3/60]_s$

Pli/angle	Position	σ_1(MPa)	σ_2(MPa)	τ_{12}(MPa)
Pli 1/angle (0)	Haut	589,57452	2,38717	-2,74454
	Milieu	593,37037	2,38793	-2,74568
	Bas	597,16621	2,38869	-2,74682
Pli 2/angle (0)	Haut	597,16621	2,38869	-2,74682
	Milieu	600,96205	2,38945	-2,74795
	Bas	604,7579	2,39021	-2,74909
Pli 3/angle (0)	Haut	604,7579	2,39021	-2,74909
	Milieu	608,55374	2,39097	-2,75022
	Bas	612,34958	2,39173	-2,75136
Pli 4/angle (60)	Haut	36,33033	95,03818	-67,07796
	Milieu	36,57185	95,61062	-67,5077
	Bas	36,81338	96,18305	-67,93745
Pli 5/angle (60)	Haut	36,81338	96,18305	-67,93745
	Milieu	37,05491	96,75549	-68,36719
	Bas	37,29643	97,32792	-68,79694
Pli 6/angle (0)	Haut	627,53296	2,39477	-2,75591
	Milieu	631,3288	2,39553	-2,75704
	Bas	635,12464	2,39629	-2,75818
Pli 7/angle (0)	Haut	635,12464	2,39629	-2,75818
	Milieu	638,92049	2,39706	-2,75932
	Bas	642,71633	2,39782	-2,76045
Pli 8/angle (0)	Haut	642,71633	2,39782	-2,76045
	Milieu	646,51217	2,39858	-2,76159
	Bas	650,30802	2,39934	-2,76272

Tableau 2 : Les contraintes locales dans la plaque $[0/-45/+45/90]_s$

Pli /angle	Position	σ_1(MPa)	σ_2(MPa)	τ_{12}(MPa)
Pli 1/angle (0)	Haut	985,43404	4,5645	-0,5362
	Milieu	990,66633	4,43881	-0,46918
	Bas	995,89862	4,31312	-0,40215
Pli 2/angle (-45)	Haut	386,5659	102,31768	128,34498
	Milieu	387,92067	102,81564	129,09212
	Bas	389,27545	103,31361	129,83927
Pli 3/angle (+45)	Haut	386,72175	103,72434	-129,83927
	Milieu	388,71495	104,11962	-130,58641
	Bas	390,70814	104,5149	-131,33356
Pli 4/angle (90)	Haut	-234,13463	205,01409	0,13405
	Milieu	-236,01896	206,03303	0,06703
	Bas	-237,90328	207,05197	0
Pli 5/angle (90)	Haut	-237,90328	207,05197	0
	Milieu	-239,7876	208,0709	-0,06703
	Bas	-241,67192	209,08984	-0,13405
Pli 6/angle (+45)	Haut	398,68092	106,09603	-134,32213
	Milieu	400,67412	106,49131	-135,06928
	Bas	402,66732	106,88659	-135,81642
Pli 7/angle (-45)	Haut	400,11362	107,29732	135,81642
	Milieu	401,46839	107,79529	136,56357
	Bas	402,82317	108,29325	137,31071
Pli 8/angle (0)	Haut	1058,6861	2,80482	0,40215
	Milieu	1063,9184	2,67912	0,46918
	Bas	1069,1506	2,55343	0,5362

Tableau 3 : Les contraintes locales dans la plaque $[0/45_2/90]_s$

Pli /angle	Position	σ_1(MPa)	σ_2(MPa)	τ_{12}(MPa)
Pli 1/angle (0)	Haut	1056,2148	23,11048	-44,11089
	Milieu	1061,5544	23,05574	-44,274
	Bas	1066,894	23,001	-44,43712
Pli 2/angle (45)	Haut	243,41887	155,44805	-128,46963
	Milieu	244,52228	156,07465	-129,196
	Bas	245,62569	156,70126	-129,92237
Pli 3/angle (45)	Haut	245,62569	156,70126	-129,92237
	Milieu	246,7291	157,32787	-130,64874
	Bas	247,83251	157,95447	-131,37511
Pli 4/angle (90)	Haut	-163,10565	224,04942	45,08959
	Milieu	-164,68475	225,10748	45,2527
	Bas	-166,26386	226,16554	45,41582
Pli 5/angle (90)	Haut	-166,26386	226,16554	45,41582
	Milieu	-167,84296	227,2236	45,57894
	Bas	-169,42206	228,28166	45,74206
Pli 6/angle (45)	Haut	252,24615	160,4609	-134,28058
	Milieu	253,34956	161,0875	-135,00695
	Bas	254,45297	161,71411	-135,73332
Pli 7/angle (45)	Haut	254,45297	161,71411	-135,73332
	Milieu	255,55638	162,34072	-136,45969
	Bas	256,65978	162,96732	-137,18606
Pli 8/angle (0)	Haut	1130,9695	22,34408	-46,39452
	Milieu	1136,3091	22,28934	-46,55764
	Bas	1141,6488	22,23459	-46,72076

Tableau 4 : Les contraintes locales dans la plaque $[0_2/30_2]_s$

Pli	Position	σ_1(MPa)	σ_2(MPa)	τ_{12}(MPa)
Pli 1/angle (0)	Haut	656,73062	-14,7963	-43,06408
	Milieu	660,69808	-14,83903	-43,1558
	Bas	664,66555	-14,88175	-43,24752
Pli 2/angle (0)	Haut	664,66555	-14,88175	-43,24752
	Milieu	668,63301	-14,92447	-43,33924
	Bas	672,60048	-14,96719	-43,43095
Pli 3/angle (30)	Haut	266,15545	50,40508	-104,38588
	Milieu	268,45704	50,6303	-104,90001
	Bas	270,75862	50,85551	-105,41414
Pli 4/angle (30)	Haut	270,75862	50,85551	-105,41414
	Milieu	273,06021	51,08073	-105,92827
	Bas	275,3618	51,30595	-106,4424
Pli 5/angle (30)	Haut	275,3618	51,30595	-106,4424
	Milieu	277,66338	51,53116	-106,95654
	Bas	279,96497	51,75638	-107,47067
Pli 6/angle (30)	Haut	279,96497	51,75638	-107,47067
	Milieu	282,26656	51,98159	-107,9848
	Bas	284,56815	52,20681	-108,49893
Pli 7/angle (0)	Haut	704,3402	-15,30897	-44,1647
	Milieu	708,30766	-15,3517	-44,25642
	Bas	712,27513	-15,39442	-44,34814
Pli 8/angle (0)	Haut	712,27513	-15,39442	-44,34814
	Milieu	716,24259	-15,43714	-44,43986
	Bas	720,21006	-15,47986	-44,53157

Tableau 5 : Les contraintes locales dans la plaque $[0_3/30_2]_s$

Pli	Position	σ_1(MPa)	σ_2(MPa)	τ_{12}(MPa)
Pli 1/angle (0)	Haut	486,92793	-10,4585	-27,81664
	Milieu	488,89961	-10,47078	-27,8419
	Bas	490,87129	-10,48306	-27,86717
Pli 2/angle (0)	Haut	490,87129	-10,48306	-27,86717
	Milieu	492,84297	-10,49534	-27,89244
	Bas	494,81466	-10,50762	-27,91771
Pli 3/angle (0)	Haut	494,81466	-10,50762	-27,91771
	Milieu	496,78634	-10,51991	-27,94298
	Bas	498,75802	-10,53219	-27,96824
Pli 4/angle (30)	Haut	215,50357	35,02622	-75,04636
	Milieu	216,74162	35,13194	-75,28791
	Bas	217,97966	35,23765	-75,52945
Pli 5/angle (30)	Haut	217,97966	35,23765	-75,52945
	Milieu	219,21771	35,34337	-75,77099
	Bas	220,45576	35,44908	-76,01253
Pli 6/angle (30)	Haut	220,45576	35,44909	-76,01253
	Milieu	221,6938	35,5548	-76,25408
	Bas	222,93185	35,66052	-76,49562
Pli 7/angle (30)	Haut	222,93185	35,66052	-76,49562
	Milieu	224,1699	35,76623	-76,73716
	Bas	225,40795	35,87195	-76,9787
Pli 8/angle (0)	Haut	514,53148	-10,63044	-28,17039
	Milieu	516,50316	-10,64272	-28,19565
	Bas	518,47484	-10,655	-28,22092
Pli 9/angle (0)	Haut	518,47484	-10,655	-28,22092
	Milieu	520,44653	-10,66728	-28,24619
	Bas	522,41821	-10,67956	-28,27146
Pli 10/angle (0)	Haut	522,41821	-10,67956	-28,27146
	Milieu	524,38989	-10,69185	-28,29673
	Bas	526,36157	-10,70413	-28,32199

Tableau 6 : Les contraintes locales dans la plaque $[0_3/45_2]_s$

Pli	Position	σ_1(MPa)	σ_2(MPa)	τ_{12}(MPa)
Pli 1/angle (0)	Haut	536,61851	-7,61493	-16,29225
	Milieu	538,62206	-7,62602	-16,30758
	Bas	540,62561	-7,63712	-16,32292
Pli 2/angle (0)	Haut	540,62561	-7,63712	-16,32292
	Milieu	542,62916	-7,64822	-16,33826
	Bas	544,6327	-7,65931	-16,35336
Pli 3/angle (0)	Haut	544,6327	-7,65931	-16,35336
	Milieu	546,63625	-7,67041	-16,36894
	Bas	548,6398	-7,68151	-16,38428
Pli 4/angle (45)	Haut	110,35421	62,81198	-75,64343
	Milieu	111,00875	63,01785	-75,91135
	Bas	111,6633	63,22373	-76,17926
Pli 5/angle (45)	Haut	111,6633	63,22373	-76,17926
	Milieu	112,31784	63,4296	-76,44717
	Bas	112,97239	63,63548	-76,71509
Pli 6/angle (45)	Haut	112,97239	63,63548	-76,71509
	Milieu	113,62693	63,84135	-76,983
	Bas	114,28148	64,04723	-77,25092
Pli 7/angle (45)	Haut	114,28148	64,04723	-77,25092
	Milieu	114,93603	64,2531	-77,51883
	Bas	115,59057	64,45898	-77,78674
Pli 8/angle (0)	Haut	564,66817	-7,77029	-16,50699
	Milieu	566,67172	-7,78138	-16,52233
	Bas	568,67527	-7,79248	-16,53767
Pli 9/angle (0)	Haut	568,67527	-7,79248	-16,53767
	Milieu	570,67882	-7,80358	-16,55301
	Bas	570,67882	-7,80358	-16,55301
Pli 10/angle (0)	Haut	570,67882	-7,80358	-16,55301
	Milieu	574,68591	-7,82577	-16,58369
	Bas	576,68946	-7,83687	-16,59903

Tableau 7 : Les contraintes locales dans la plaque $[0_2/-45/+45/60]_s$

Pli	Position	σ_1(MPa)	σ_2(MPa)	τ_{12}(MPa)
Pli 1/angle (0)	Haut	666,56762	-15,10137	0,21197
	Milieu	668,8069	-15,13944	0,2312
	Bas	671,04617	-15,17751	0,25044
Pli 2/angle (0)	Haut	671,04617	-15,17751	0,25044
	Milieu	673,28545	-15,21559	0,26968
	Bas	675,52473	-15,25366	0,28892
Pli 3/angle (-45)	Haut	217,02459	58,49112	95,98328
	Milieu	217,68615	58,70681	96,29532
	Bas	218,34771	58,92249	96,60736
Pli 4/angle (+45)	Haut	221,46616	58,42092	-96,60736
	Milieu	222,31096	58,60714	-96,9194
	Bas	223,15576	58,79335	-97,23144
Pli 5/angle (60)	Haut	-8,61195	96,07068	-84,38783
	Milieu	-8,52247	96,37838	-84,66768
	Bas	-8,433	96,68608	-84,94754
Pli 6/angle (60)	Haut	-8,433	96,68608	-84,94754
	Milieu	-8,34352	96,99377	-85,22739
	Bas	-8,25404	97,30147	-85,50724
Pli 7/angle (+45)	Haut	226,53497	59,53821	-98,47959
	Milieu	227,37977	59,72442	-98,79163
	Bas	228,22457	59,91064	-99,10367
Pli 8/angle (-45)	Haut	223,64019	60,64798	99,10367
	Milieu	224,30175	60,86367	99,41571
	Bas	224,96331	61,07936	99,72775
Pli 9/angle (0)	Haut	702,39604	-15,71052	0,51977
	Milieu	704,63532	-15,7486	0,53901
	Bas	706,8746	-15,78667	0,55825
Pli 10/angle (0)	Haut	706,8746	-15,78667	0,55825
	Milieu	709,11387	-15,82474	0,57748
	Bas	711,35315	-15,86281	0,59672

Tableau 8 : Les contraintes locales dans la plaque $[0_3/45/90]_s$

Pli	Position	σ_1(MPa)	σ_2(MPa)	τ_{12}(MPa)
Pli 1/angle (0)	Haut	543,61252	10,93613	-12,72965
	Milieu	545,61808	10,93011	-12,74349
	Bas	547,62364	10,9241	-12,75732
Pli 2/angle (0)	Haut	547,62364	10,9241	-12,75732
	Milieu	549,6292	10,91808	-12,77115
	Bas	551,63476	10,91207	-12,78498
Pli 3/angle (0)	Haut	551,63476	10,91207	-12,78498
	Milieu	553,64032	10,90605	-12,79881
	Bas	555,64588	10,90004	-12,81264
Pli 4/angle (45)	Haut	173,45055	72,37201	-67,43769
	Milieu	174,12493	72,58011	-67,70337
	Bas	174,7993	72,7882	-67,96905
Pli 5/angle (90)	Haut	-87,75357	115,01698	12,8403
	Milieu	-88,27865	115,41799	12,85413
	Bas	-88,80373	115,819	12,86796
Pli 6/angle (90)	Haut	-88,80373	115,819	12,86796
	Milieu	-89,32881	116,22001	12,88179
	Bas	-89,85389	116,62102	12,89562
Pli 7/angle (45)	Haut	177,49679	73,62057	-69,03178
	Milieu	178,17116	73,82866	-69,29746
	Bas	178,84553	74,03675	-69,56315
Pli 8/angle (0)	Haut	571,69036	10,85192	-12,92328
	Milieu	573,69592	10,8459	-12,93711
	Bas	575,70149	10,83989	-12,95094
Pli 9/angle (0)	Haut	575,70149	10,83989	-12,95094
	Milieu	577,70705	10,83387	-12,96477
	Bas	579,71261	10,82786	-12,9786
Pli 10/angle (0)	Haut	579,71261	10,82786	-12,9786
	Milieu	581,71817	10,82184	-12,99243
	Bas	583,72373	10,81583	-13,00626

Tableau 9 : Les contraintes locales dans la plaque $[(0_2/90)_s]_s$

Pli	Position	σ_1(MPa)	σ_2(MPa)	τ_{12}(MPa)
Pli 1/angle (0)	Haut	437,01731	16,38316	0
	Milieu	438,30849	16,41734	0
	Bas	439,59968	16,45152	0
Pli 2/angle (0)	Haut	439,59968	16,45152	0
	Milieu	440,89087	16,4857	0
	Bas	442,18205	16,51987	0
Pli 3/angle (90)	Haut	-32,30583	92,83611	0
	Milieu	-32,46592	93,10371	0
	Bas	-32,62602	93,37131	0
Pli 4/angle (0)	Haut	444,76443	16,58823	0
	Milieu	446,05561	16,62241	0
	Bas	447,3468	16,65658	0
Pli 5/angle (0)	Haut	447,3468	16,65658	0
	Milieu	448,63799	16,69076	0
	Bas	449,92917	16,72494	0
Pli 6/angle (90)	Haut	-33,2664	94,44171	0
	Milieu	-33,42649	94,70931	0
	Bas	-33,58659	94,97691	0
Pli 7/angle (90)	Haut	-33,58659	94,97691	0
	Milieu	-33,74668	95,24451	0
	Bas	-33,90678	95,51211	0
Pli 8/angle (0)	Haut	455,09392	16,86165	0
	Milieu	456,3851	16,89583	0
	Bas	457,67629	16,93	0
Pli 9/angle (0)	Haut	457,67629	16,93	0
	Milieu	458,96748	16,96418	0
	Bas	460,25866	16,99836	0
Pli 10/angle (90)	Haut	-34,54716	96,58251	0
	Milieu	-34,70725	96,85011	0
	Bas	-34,86735	97,11771	0
Pli 11/angle (0)	Haut	462,84104	17,06671	0
	Milieu	464,13222	17,10089	0
	Bas	465,42341	17,13507	0
Pli 12/angle (0)	Haut	465,42341	17,13507	0
	Milieu	466,7146	17,16925	0
	Bas	468,00578	17,203424	0

Tableau 10 : Les contraintes locales dans la plaque $[(0/45/90)_s]_s$

Pli	Position	σ_1(MPa)	σ_2(MPa)	τ_{12}(MPa)
Pli 1/angle (0)	Haut	630,43297	17,41269	-21,40148
	Milieu	632,15055	17,4382	-21,45384
	Bas	633,86813	17,46372	-21,5062
Pli 2/angle (45)	Haut	176,81565	90,97566	-74,46204
	Milieu	177,27195	91,20404	-74,67451
	Bas	177,72825	91,43242	-74,88699
Pli 3/angle (90)	Haut	-76,00112	132,24204	21,61092
	Milieu	-76,30737	132,59306	21,66328
	Bas	-76,61363	132,94409	21,71564
Pli 4/angle (0)	Haut	640,73844	17,56579	-21,71564
	Milieu	642,45602	17,5913	-21,76799
	Bas	644,1736	17,61682	-21,82035
Pli 5/angle (45)	Haut	179,55344	92,34594	-75,73688
	Milieu	180,00974	92,57432	-75,94936
	Bas	180,46603	92,8027	-76,16183
Pli 6/angle (90)	Haut	-77,83864	134,34821	21,92507
	Milieu	-78,1449	134,69923	21,97743
	Bas	-78,45115	135,05026	22,02979
Pli 7/angle (90)	Haut	-78,45115	135,05026	22,02979
	Milieu	-78,75741	135,40129	22,08215
	Bas	-79,06366	135,75232	22,13451
Pli 8/angle (45)	Haut	182,29123	93,71622	-77,01173
	Milieu	182,74752	93,9446	-77,2242
	Bas	183,20382	94,17298	-77,43668
Pli 9/angle (0)	Haut	657,91423	17,82095	-22,23923
	Milieu	659,63181	17,84647	-22,29159
	Bas	661,34939	17,87199	-22,34395
Pli 10/angle (90)	Haut	-80,28867	137,15643	22,34395
	Milieu	-80,59493	137,50746	22,39631
	Bas	-80,90118	137,85849	22,44867
Pli 11/angle (45)	Haut	185,02901	95,0865	-78,28657
	Milieu	185,48531	95,31488	-78,49905
	Bas	185,94161	95,54326	-78,71152
Pli 12/angle (0)	Haut	668,2197	17,97405	-22,55339
	Milieu	669,93728	17,99957	-22,60575
	Bas	671,65486	18,02509	-22,65811

Résumé :

Les structures en matériaux composites ont souvent la caractéristique d'être de structures modulaires, c'est-à-dire constituées par l'assemblage de plusieurs unités élémentaires. Par exemple, un composite stratifié et composé d'une séquence de plusieurs couches (plis). L'optimisation est le processus de conception de structures répondant au mieux à un ensemble de critères donnés. L'optimisation en poids de structures composites stratifiées représente un intérêt primordial surtout quand on s'intéresse aux applications aéronautiques, et afin de réaliser une optimisation efficace il est alors nécessaire de prendre en compte les variables de l'optimisation (matériaux, orientations, épaisseurs des couches ainsi que le nombre total de couches n). Cela introduit des complications aussi bien dans la formulation que dans la résolution des problèmes d'optimisation associés. Dans cette étude, on se propose de développer un méthode d'optimisation numérique performante qui permette de résoudre le problème de conception optimale d'une structure stratifiée (avec des pli UD verre/époxy) sollicitée en membrane, flexion ou couplage membrane-flexion en utilisant la théorie classique des stratifiés et les deux logiciel Scilab (pour développer le programme de base d'optimisation) et Castem pour la validation des résultats obtenus (contraintes et homogénéisation)

MOTS- CLES : matériau composite, théorie classique des stratifiés, homogénéisation, Optimisation, Castem, Scilab.

Abstract

Structures made of composite materials often have the characteristic of being modular structures, that is to say constituted by the assembly of several elementary units. For example, a composite laminate and composed of a sequence of several layers (ply). Optimization is the process of designing structures that best meet a given set of criteria. The weight optimization of stratified composite structures is of primary interest especially when we are interested in aeronautical applications, and in order to achieve an efficient optimization it is then necessary to take into account the variables of optimization (materials, orientations, thicknesses). Layers as well as the total number of layers n). This introduces complications both in the formulation and in the resolution of associated optimization problems. In this study, we propose to develop a powerful numerical optimization method that solves the problem of optimal design of a stratified structure (with UD glass / epoxy ply) stressed in membrane, flexion or membrane-bending coupling. Using the classical theory of laminates and the two Scilab software (to develop the basic optimization program) and Castem for the validation of the obtained results (constraints and homogenization)

KEY WORDS: composite material, classical laminates theory, homogenization, optimization, Castem, Scilab.

ملخص:

غالبًا ما تتميز البنى المصنوعة من المواد المركبة بكونها وحدات نمطية ، بمعنى أنها تتكون من مجموعة وحدات أولية متعددة. على سبيل المثال ، الصفائح المركبة وتتكون من سلسلة من طبقات متعددة . التحسين هو عملية تصميم الهياكل التي تلبى أفضل مجموعة من المعايير. يعد تحسين وزن الهياكل المركبة التطبيقية ذا أهمية أساسية خاصة عندما نرغب في استخدام تطبيقات الطيران ، ومن أجل تحقيق التحسين الفعال ، من الضروري عندئذٍ مراعاة متغيرات التحسين (المواد والتوجهات والسماعات). طبقات وكذلك العدد الإجمالي للطبقات (عدد الطبقات)). هذا يقدم تعقيدات في كل من حل مشاكل التحسين المرتبطة. في هذه الدراسة ، نقترح تطوير طريقة قوية لتحسين العددية التي تحل مشكلة التصميم الأمثل لهيكل طبقي (مع طيات زجاجية / إيبوكسي أحادي الاتجاه) والتي تتعرض للشد و الثني أو الشد و الثني معا. باستخدام النظرية الكلاسيكية للرفائق وبرنامجي Scilab (لتطوير برنامج التحسين الأساسي) و Castem للتحقق من النتائج التي تم الحصول عليها (القيود والتجانس)

الكلمات المفتاحية: المواد المركبة ، نظرية الشرائح الكلاسيكية ، التجانس ، التحسين ، Castem ، Scilab.

Références bibliographiques

Liste des références Bibliographiques

- [1] Tariq salem alshahbouni, "Stress analysis of laminated composite beam by using MATLAB software ", International journal of science and research, volume 6 Issue 7, 2017, pp. 1234-1238.
- [2] Marco Montemurro, Angela vincenti, Paolo Vannucci, Ahmed Makradi, "optimisation en poids de structures composites stratifiées" 2011.
- [3] Safer Malika : "Modélisation et optimisation des stratifiés composites par algorithmes génétiques", Université MOHAMED BOUDHIAF D'ORAN 2013
- [4] François-Xavier Irisarri : "stratégies de calcul pour l'optimisation multi objectif des structures composites", thèse de doctorat : université de Toulouse 2009.
- [5] Alban Carpentier : "Optimisation multi-niveaux de panneaux composites", thèse de doctorat : université Paul sabatier de Toulouse 2008.
- [6] Boris Desmorat : "Optimisation de structures composites", thèse de doctorat : Ecole normale supérieure de cachan, Paris 2002.
- [7] BREK SAMIR : " Modélisation numérique de la propagation de l'endommagement et de la rupture dans les matériaux composites stratifiés sous sollicitations Thermomécaniques et Cycliques", Thèse de doctorat : université HADJ LAKHDAR DE BATNA 2012.
- [8] « Glossaire des matériaux composites » - carma –Actualisation octobre 2006.
- [9] Damien Ducret, Thèse « Elasticité anisotrope et endommagement des matériaux composites, caractérisation ultrasonore et modélisation micromécanique » Thèse présentée devant l'institut national des sciences appliquées, Lyon, 2000.
- [10] Daniel Gay, " Matériaux composite ", Hermes, 4ème édition, 1997
- [11] Laurent gormet, « Généralités sur les matériaux composites », ECN, Centre Nantes ,2008.
- [12] Gina Gohorianu, « Interaction entre les défauts d'usinage et la Tenue en matage d'assemblages Boulonnes en Carbone/époxy », Thèse, université Toulouse III, paul sabatier,2008.
- [13] V. Reynaud, G. Subra, M. calderini, « Les matériaux composites », ENSCM, 1993.
- [14] Michel Dupeux, « Aide-mémoire science des matériaux », Dunod, Paris, 2004
- [15] DRIS Locif. Evaluation simultanée des vitesses de propagation et d'atténuation des ultrasons dans des matériaux composites et polymériques. Mémoire de magistère université de Boumerdès, 2007.
- [16] Paolo VANNUCCI, "Cours Matériaux Composites". Université de Versailles et Saint Quentin-en-Yvelines, A.U,2005-06. <http://paolo.vannucci.free.fr/2012/Downloads.html>
- [17] Imen KALLEL-KAMOUN, "Analyse mécanique de l'essai de flexion par flambement post-critique". Thèse de Doctorat, Université de Sherbrooke (Canada),30 Juin 1999.

- [18] Abrate S. "Impact on composite structures", édition S. Abrate, Southern Illinois University, Carbondale, 1998.
- [19] Reid S.R., Zou G., "Impact Behaviour of Fibre-reinforced Composite Materials and Structures", édition CRC Press, 2000.
- [20] Driss BENDJABALLAH. "Analyse des plaques composites CARBONE/EPOXYDE sous l'effet des efforts de perçage". Mémoire de magistère, Université de Mentouri Constantine, 2009.
- [21] Jean Marie Berthelot, « matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures », 4^{ème} édition, TEC &DOC, 2005.
- [22] Livre (15): hypothèse de kirchhoff sur stratifié « Matériaux composites à matrice organique : constituants, procédés, propriétés » Par Leif Carlsson, Pierre-Etienne Bourban, Jean-Pierre Mercier
- [23] Article " Analyse de la stabilité et des vibrations libres d'une plaque épaisse en matériaux composites sur fondations élastiques". par S-AIT YAHIA, H-.AIT ATMANE, AMAKHELOUFI, (Département de génie civil, faculté des sciences et sciences de l'ingénieur, Université Hassiba Benbouali de Chlef, et Laboratoire des matériaux & Hydrologie, Université Djillali LIABES de Sidi Bel Abbès)
- [24] Cours Matériaux Composites: « Anisotropie et mécanique des stratifiés » le 06-2005, Université de Versailles et Saint Quentin-en-Yvelines.
- [25] L'ECOLE CENTRALE DE LYON, pour obtenir le grade de DOCTEUR Spécialité: Génie des Matériaux, « ANALYSE MECANIQUE DE L'ESSAI DE FLEXION PAR FLAMBEMENT POST-CRITIQUE. » Soutenue le 30 Juin 1999, Par : Imen KALLELKAMOUN
- [26] UNIVERSITE DE BOURGOGNE « Un parcours de recherche multidisciplinaire en mécanique Analyse des forces de la houl et optimisation d'une plate-forme pétrolière Calcul de branches bifurquées par la méthode asymptotique numérique La méthode polaire en analyse, identification et conception par algorithme génétique des stratifiés. » Thèse soutenue publiquement le 16 décembre 2002
- [27] Jean Marie Berthelot, « mécanique des matériaux et structures composites », le mans, France -2013
- [28] Uttam.s.koruche, subhas.f.Patil, ''Application of classical lamination theory and analytical modeling of laminates'', International research journal of engineering and technology, volume: 02, issue: 02, 2015.
- [29] K. Kaw, mechanics of composite materials 2nd edition Taylor & Francis Group 2006.
- [30] Venkataraman S., Haftka R.T., Johnson T.F., "Maximal Errors due to Use of Equivalent Properties for Sublaminates", AIAA Journal 39, 2, 2001
- [31] Vannucci P., Vincenti A., "The design of laminates with given thermal/hygral expansion coefficients: A general approach based upon the polar-genetic method", Composite Structures 79, pp. 454-466, 2007
- [32] Nagendra S., Jestin D., Gürdal Z., Haftka R.T., Watson L.T., "Imporved genetic algorithm for the design of stiffened composite panels", Computers and Structures 58, 3, pp. 543555, 1996
- [33] Lanzi L., Giavotto V., "Post-buckling optimization of composite stiffened panels: Computations and experiments", Composite Structures 73, pp. 208-220, 2006

- [34] Todoroki A., Sekishiro M., "New iteration fractal branch and bound method for stacking sequence optimizations of multiple laminates", *Composite Structures* 81, pp. 419-426, 2007
- [35] Liu B., "Two-level optimization of composite wing structures based on panel genetic optimization", PhD Thesis, University of Florida, 2001
- [36] Carpentier A., Barrau J-J., Michel L., Grihon S., "Thickness optimisation of composite panels", 9th SAMTECH Users Conference 2005
- [37] Kere P., Lyly M., Koski J., "Using multicriterion optimization for strength design of composite laminates", *Composite Structures* 62, pp. 329-333, 2003
- [38] Adali S., Walker M., Verijenko V.E., "Multiobjective optimization of laminated plates for maximum prebuckling, buckling and postbuckling strength using continuous and discrete ply angles", *Composite Structures* 35, pp. 117-130, 1996
- [39] Paolo Vannucci. *Matériaux composites structuraux : Méthodes d'analyse et de conception*. Master. France. 2007.
- [40] Jean-Paul Chehab, « Quelques commandes de base en SCILAB », Université des Sciences et Technologies de Lille.
- [41] G.Sallet, «Initiation Scilab», Université de Metz, France,2005-2006.
- [42] E. Le Fichoux « présentation et utilisation de cast3m », CEA,2011
- [43] T. Charras, « utiliser Castem - Gibiane », CEA, 2011.
- [44] F. DI PAOLA « utiliser cast3m- maillage », CEA,2011.