



**MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE «ABBES LAGHROUR» DE KHENCHELA  
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE**



**Département de Génie Mécanique**

N°:.....

## **Thèse**

*Présentée pour l'obtention du diplôme de doctorat (L.M.D)*

**Spécialité : Génie Mécanique**

**Option : Sciences des Matériaux**

Par SAOUDI Abdenour

## **Thème**

**Développement et caractérisation des surfaces pour  
des applications tribologiques industrielles**

Soutenue publiquement le 19/04/2018 devant le jury :

<b>Dr. ZEDIRA Hamma</b>	Professeur, Université de Khenchela	<b>Président</b>
<b>Dr. DJEBAILI Hamid</b>	Professeur, Université de Khenchela	<b>Rapporteur</b>
<b>Dr. CHINESTA Francisco</b>	Professeur, Ecole centrale de Nantes France	<b>Co- Rapporteur</b>
<b>Dr. BRIOUA Mourad</b>	Professeur, Université de Batna 2	<b>Examineur</b>
<b>Dr. CHAHAOUI Oualid</b>	Maître de Conférences A, Université de Khenchela	<b>Examineur</b>
<b>Dr. FELLAH Mamoune</b>	Maître de Conférences A, Université de Khenchela	<b>Examineur</b>

**Année 2017/2018**

# Remerciements

Ce travail a été effectué à l'institut de Calcul Intensif (ICI), Ecole centrale Nantes, et a été financé par le Gouvernement Algérien dans le cadre d'une coopération. Je suis particulièrement reconnaissant à Monsieur Dr. **CHINESTA Francisco (Paco)**, Professeur des Universités à l'Ecole Centrale de Nantes et responsable de l'équipe « computational physics » au sein de l'Institut de Calcul Intensif à l'Ecole Centrale de Nantes, je lui exprime ma plus grande reconnaissance et ma sincère admiration pour m'avoir donné la chance de travailler avec lui. Il a dirigé cette thèse et est resté très présent malgré ses occupations tout en m'accordant une grande autonomie. Il m'a aidé, lors de nos rencontres régulières, par ses grandes compétences théoriques en méthodes numériques et par sa clairvoyance scientifique.

Je voudrais exprimer ma reconnaissance et mes vifs remerciements à mon directeur de thèse, Dr. **DJEBAILI Hamid**, Professeur à l'université Abbes Laghrour de Khenchela, qui m'a permis de mener à bien mes recherches et qui m'a incité et donné le courage pour y arriver.

Je voudrais remercier Dr. **ZEDIRA Hamma** Professeur à l'université Abbes Laghrour de Khenchela pour avoir accepté de présider le jury chargé d'évaluer mon travail. Je remercie vivement les membres de jury les professeurs : Dr. **BRIOUA Mourad** (Université de Batna2), Dr. **BARASINSKI Anaïs** (Ecole centrale de Nantes), ainsi que les membres de jury maitres de conférences : Dr. **CHAHAOUI Oualid** et Dr. **FELLAH Mamoune** de l'Université Abbes Laghrour Khenchela.

Comme j'aimerais exprimer ma sincère gratitude à Monsieur Dr. **GEROIRE Guillaume**. Toujours disponible, il a coencadré ma thèse et il a été un appui de taille grâce à ces talents multiples en physique, en programmation...C'est avec respect que je le remercie de m'avoir accordé sa confiance, de m'avoir laissé une autonomie importante, tout en étant présent quotidiennement au travers de nos enrichissantes discussions.

Je voudrais également remercier, **Angel Leon** et **Grégoire Sorba** de m'avoir aidé à savoir programmer par Matlab.

J'ai eu le plaisir également de partager des moments de convivialité avec les membres des laboratoires GEM et ICI, **Nicolas, Mohamed, Santiago, Marie, Siamak, Julie, Hermine, Cyril, Nihed, Clara, Robin**. Enfin je n'oublie pas d'adresser un remerciement chaleureux à tous ceux qui m'ont soutenu et encouragé de proche ou de loin.

Un grand remerciement à toute ma famille **Hichem, Salah, Abdo, Kiko, Skander, Sara, Wassila** et plus particulièrement mes parents et mon oncle **Massaoud** (Incha ALLAH il est au paradis). Ainsi mon ami **Abderrahim** et tous mes voisins à **Zoui**.

## Résumé

Les propriétés de surface, particulièrement microgéométriques, jouent un rôle essentiel dans tous les systèmes tribologiques. Par exemple, dans les procédés de formage composite pour l'élaboration des pièces structurales qui sont basés sur la consolidation de préformes pré-imprégnées de différents types. Les plis sont mis en contact en utilisant différentes technologies et la consolidation est effectuée en fournissant de la chaleur et de la pression, la première à promouvoir la diffusion moléculaire à l'interface des plis et à la fois (chaleur et pression) pour faciliter le contact intime en serrant aspérités de surface. Les propriétés thermiques interfaciales de deux surfaces rugueuses en contact sont d'une importance majeure pour l'évaluation des performances du procédé, car la température joue un rôle majeur et les petits écarts ont un effet important sur le processus lui-même et sur les propriétés finales de la pièce. L'objectif de notre étude s'articule sur l'utilisation de différents modèles de surfaces rugueuses aléatoires que nous construisons grâce à une dynamique de croissance de surface. Ensuite, nous imposons une différence de température donnée entre les deux surfaces pour calculer le flux de chaleur à travers l'assemblage. Enfin, nous comparons ce problème thermique simple pour deux surfaces rugueuses, ou pour la somme de ces surfaces mises en contact avec une surface plane.

**Mot clés :** Microgéométrie, Aspérités, Surface rugueuse, Surface somme, Flux thermique.

## Abstract

The properties of surface, particularly microgeometrical, play a crucial role in all the tribological systems. For example, in the processes of composite forming for the development of the structural parts which are based on the consolidation of preimpregnated preforms of different types. The Plies are put in contact using different technologies and consolidation is performed by supplying heat and pressure, the first to promote molecular diffusion at the plies interface and both (heat and pressure) to facilitate the intimate contact by squeezing surface asperities. The interfacial thermal properties of two rough surfaces in contact are of a major importance for the performance evaluation of the process, because the temperature plays a main function and the small variations have an important effect on the process itself and the final properties of the part. The objective of our study, we consider various models of random rough surfaces which we build thanks to dynamics of growth of surface. Then, we impose a difference intemperature given between two surfaces to calculate the heat flow through assembly. Lastly, we compare this simple thermal problem for two rough surfaces, or the sum of these surfaces put in contact with a plane surface.

**keyword :** Microgeometry, asperities, rough surface, surface sum, Heat flux.

## ملخص

تؤدي الخصائص السطحية، ولا سيما الخصائص الهندسية الدقيقة، دورا مهما في جميع النظم تريبولوجيا. على سبيل المثال، في عمليات تشكيل مركب لإعداد الأجزاء الهيكلية التي تقوم على توحيد التشكيل بالتنقية التمهيديّة من أنواع مختلفة. يتم وضع الطيات في اتصال باستخدام تقنيات مختلفة ويتم توحيدها من خلال توفير الحرارة والضغط، وأول من يعزز نشر الجزيئات في واجهة طيات، (الحرارة والضغط) لتسهيل الاتصال الحميم عن طريق ضغط خشونة السطح. إن الخصائص الحرارية السطحية لسطحين خشنيين متصلين هي ذات أهمية كبيرة لتقييم أداء العملية، لأن درجة الحرارة تلعب دورا رئيسيا والاختلافات الصغيرة لها تأثير كبير على العملية نفسها وعلى الخصائص النهائية للقطعة. الهدف من دراستنا، نعتبر نماذج مختلفة من الأسطح الخشنة العشوائية التي نبنيها بفضل ديناميكية نمو السطح. ثم نفرض فرق درجة الحرارة معين بين السطوح لحساب تدفق الحرارة من خلال التجمع. وأخيرا، قارنا هذه المشكلة الحرارية البسيطة لسطحين خشنيين، أو لمجموع هذه الأسطح التي تلامس سطح أملس.

**الكلمات المفتاحية:** الهندسة الدقيقة، خشونة، سطح خشن، سطح مجموع، تدفق حراري.

# Table des matières

Résumé .....	
Liste des figures .....	
Liste de tableaux .....	
Notations.....	
<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre I. Etude bibliographique</b>	
<b>I.1. Introduction .....</b>	<b>3</b>
<b>I.2. Description d'une surface rugueuse.....</b>	<b>3</b>
I.2.1. Représentations statistiques.....	4
I.2.2. Représentations déterministes .....	5
I.2.3. Représentations homogénéisées .....	6
I.2.4. Représentations fractales .....	6
<b>I.3. Quelques modèles de contact élastique.....</b>	<b>7</b>
I.3.1. Théorie d'Hertz .....	7
I.3.2. Modèle de Greenwood et Williamson.....	9
I.3.3. Modèle de Whitehouse et Archard ( <i>WA</i> ).....	10
I.3.4. Modèle de Nayak.....	13
I.3.5. Modèle de Yamada et al .....	15
I.3.6. Modèle de Francis.....	16
I.3.7. Modèle de Robbe-Valloire ( <i>FRV1</i> ).....	19
I.3.8. Modèle d'Onions et Archard.....	22
I.3.9. Modèle de Bush, Gibson et Thomas ( <i>BGT</i> ) .....	23
I.3.10. Modèle de Chang, Etsion et Bogy ( <i>CEB</i> ) .....	24
I.3.11. Modèle de Robbe-Valloire, Paffoni et Progi.....	25
<b>I.4. Modèles des contacts plastiques .....</b>	<b>27</b>
I.4.1. Modèle Hisakado et Tzukizoe ( <i>HT</i> ) .....	27
I.4.2. Modèle de Pullen et Williamson ( <i>PW</i> ).....	29
<b>I.5. Conclusion .....</b>	<b>32</b>
<b>Chapitre II. Croissance des surfaces et des interfaces</b>	
<b>II.1. Introduction .....</b>	<b>37</b>
<b>II.2. Régimes et modes de croissance.....</b>	<b>37</b>
II.2.1. Régimes de croissance .....	37
II.2.2. Modes de croissance .....	39
<b>II.3. Théorie de l'échelle.....</b>	<b>39</b>

<b>II.4. Fonction de corrélation des hauteurs</b>	<b>41</b>
<b>II.5. Quelques approches décrivant la croissance cristalline</b>	<b>41</b>
II.5.1. Équations de croissance stochastique	42
II.5.2. Équations de Dépôt aléatoire	42
II.5.3. Équation Edwards-Wilkinson	43
II.5.4. Equation de Kardar-Parisi-Zhang	45
II.5.5. Equations de Langevin	46
II.5.6. Équation de Mullins	46
<b>II.6. Modèles de croissance de surface</b>	<b>47</b>
II.6.1. Modèle de croissance de Family	47
II.6.2. Modèle Wolf-Villain	49
II.6.3. Le modèle Das Sarma-Tamborenea	50
II.6.4. Le modèle restreint solide sur solide ( <i>RSOS</i> )	50
II.6.5. Dépôt balistique ( <i>DB</i> )	51
II.6.6. Le modèle d'Eden	52
II.6.7. Modèle simple de dépôt en phase vapeur ( <i>WV</i> )	54
II.6.8. Modèle de dépôt aléatoire ( <i>RDP</i> )	56
II.6.9. Modèle de dépôt aléatoire avec diffusion ( <i>RDPD</i> )	56
II.6.10. Modèle dépôt aléatoire avec germination ( <i>GP</i> )	57
<b>II.7. Conclusion</b>	<b>57</b>

## Chapitre III. Modélisation de croissance des surfaces et des interfaces

<b>III.1. Introduction</b>	<b>61</b>
<b>III.2. Modélisation numérique du modèle de croissance</b>	<b>61</b>
III.2.1. Modèle de croissance aléatoire ( <i>RDP</i> )	61
III.2.1.1. Structure de surface	61
III.2.1.2. Les exposants de mise à l'échelle	62
III.2.1.3. La corrélation des hauteurs	63
III.2.1.4. Assemblage des surfaces	63
III.2.2. Modèle de croissance aléatoire avec diffusion ( <i>RDPD</i> )	64
III.2.2.1. Les exposants de mise à l'échelle	66
III.2.2.2. La corrélation des hauteurs	67
III.2.2.3. Assemblage des surfaces	69
III.2.3. Modèle de croissance aléatoire avec germination ( <i>GP</i> )	70
III.2.3.1. Les exposants de mise à l'échelle	71
III.2.3.2. Corrélation des hauteurs	73
III.2.3.3. Assemblages des surfaces	74
III.2.4. Modèle simple de dépôt en phase vapeur ( <i>WV</i> )	75
III.2.4.1. Les exposants de mise à l'échelle	76
III.2.4.2. La corrélation des hauteurs	78

III.2.4.3. Assemblage des surfaces -----	79
<b>III.3. Conclusion -----</b>	<b>81</b>
<b>Chapitre IV. Transfert thermique entre les interfaces</b>	
<b>IV.1. Introduction -----</b>	<b>82</b>
<b>IV.2. Modèle de croissance aléatoire (RDP)-----</b>	<b>82</b>
IV.2.1. Flux thermique-----	82
IV.2.2. Différence de flux de chaleur(RDP) -----	84
<b>IV.3. Modèle de croissance aléatoire avec diffusion (RDPD) -----</b>	<b>84</b>
IV.3.1. Flux thermique-----	84
IV.3.2. Différence de flux de chaleur (RDPD)-----	87
<b>IV.4. Modèle de croissance avec germination (GP) -----</b>	<b>87</b>
IV.4.1. Flux thermique-----	87
IV.4.2. Différence de flux de chaleur (GP)-----	90
<b>IV.5. Modèle simple de dépôt en phase vapeur (WV)-----</b>	<b>90</b>
IV.5.1. Flux thermique-----	90
IV.5.2. Différence de flux de chaleur (WV)-----	93
<b>IV.6. Conclusion -----</b>	<b>93</b>
<b>Conclusion générale-----</b>	<b>94</b>

# Liste des figures

**Figure 1.** Procédé de placement et consolidation en continu (ATP) ----- 1

## Chapitre I

**Figure I.1.** Défauts d'une surface rugueuse à plusieurs échelles----- 3

**Figure I.2.** Modèle de contact entre deux lignes d'aspérités périodiques ----- 4

**Figure I.3.** Détail de l'état du contact entre deux aspérités ----- 5

**Figure I.4.** Contacts avec la  $i^{\text{ème}}$  aspérité de la ligne 2 ----- 5

**Figure I.5.** Description qualitative d'une surface fractale----- 7

**Figure I.6.** Paramètres de contact pour le cas d'un contact entre deux sphères ----- 8

**Figure I.7.** Contact entre surface rugueuse et un plan rigide ----- 9

**Figure I.8.** Présentation des aspérités de différentes échelles de taille ----- 11

**Figure I.9.** Construction de la fonction autocorrélation----- 11

**Figure I.10.** Profils de surface montrant un système de coordonnées ----- 12

**Figure I.11.** Contact entre une surface plate et rugueuse ----- 15

**Figure I.12.** Contact entre deux surfaces rugueuses ----- 16

**Figure I.13.** (a). Section à travers deux surfaces en contact; (b) section correspondante à travers la somme de surface imaginaire ----- 17

**Figure I.14.** Un segment de la distribution de pression linéaire par morceaux, montrant les rampes de pression composantes - et + ----- 18

**Figure I.15.** Représentation schématique de la géométrie déformée d'une interface de contact chargée par une force normale  $W$ :  $h_1(x)$ ,  $h_2(x)$ , profils de surface non déformés;  $\delta_1(x)$ ,  $\delta_2(x)$ , déformations de surface causées par la pression de contact----- 18

**Figure I.16.** Caractéristiques géométriques d'un motif ----- 19

**Figure I.17.** Description d'un motif d'ondulation ----- 20

**Figure I.18.** Une section de la surface ----- 24

**Figure I.19.** Construction de surface somme ----- 25

**Figure I.20.** Représentation schématique de l'indentation d'un seul contact d'aspérité -- 26

**Figure I.21.** Principe de l'analyse du contact ----- 26

**Figure I.22.** surface rugueuse pressée par une surface plane ----- 28

**Figure I.23.** Formes de points de contact entre deux aspérités coniques----- 29

**Figure I.24.** Le dispositif expérimental utilisé dans le modèle PW----- 30

<b>Figure I.25.</b> Des profils montrant une déformation progressive des aspérités sur l'échantillon d'aluminium. Le profil du haut est vierge-----	<b>30</b>
<b>Figure I.26.</b> Redistribution du métal lors du broyage d'une surface rugueuse par un plat	<b>31</b>

## Chapitre II

<b>Figure II.1.</b> Processus microscopiques régissant les mouvements atomiques pendant la croissance cristalline en phase vapeur -----	<b>37</b>
<b>Figure II.2.</b> Régimes de croissance d'une surface cristalline de Si, en fonction de la température de dépôt : a) régime rugueux (basses températures) b) régime de nucléation 2D (températures intermédiaires) c) régime 2D step-flow (hautes températures)-----	<b>38</b>
<b>Figure II.3.</b> Modes de croissance d'un matériau A sur un substrat B : a)- Franck et Van der Merwe (FM). b)- Volmer et Weber (VW). c)- Stranski-Krastanov(SK) -----	<b>39</b>
<b>Figure II.4.</b> L'effet du terme KPZ $ \nabla h ^2$ sur un profil de surface -----	<b>45</b>
<b>Figure II.5.</b> L'effet du terme de diffusion de Mullins $-k\nabla^4 h$ sur un profil de surface-----	<b>46</b>
<b>Figure II.6.</b> Illustration des règles de croissance des surfaces dans le modèle aléatoire---	<b>48</b>
<b>Figure II.7.</b> Illustration des règles de croissance des surfaces dans le modèle aléatoire avec relaxation -----	<b>48</b>
<b>Figure II.8.</b> Six mouvements possibles dans le modèle WV pour une nouvelle particule atterrée à la surface -----	<b>49</b>
<b>Figure II.9.</b> Le modèle restreint solide sur solide pour un système de dimension $(1 + 1)$ . Les boîtes entourées de limites pointillées indiquent les particules entrantes. Les croix indiquent où les dépôts ne sont pas autorisés. En montrant deux cas de différentes valeurs de S: (a) $S = 1$ et (b) $S = 2$ -----	<b>50</b>
<b>Figure II.10.</b> Dépôt balistique pour un système de dimension $(1 + 1)$ , où (a) le modèle NN, (b) le modèle NNN. Les boîtes entourées de limites pointillées indiquent les particules entrantes-----	<b>52</b>
<b>Figure II.11.</b> Une configuration typique en $d = 2$ avec $l = 3$ . • et x indiquent respectivement les sites occupés et les sites inoccupés adjacents à la surface. - et - - - indiquer obligations fermées et obligations ouvertes, respectivement -----	<b>53</b>
<b>Figure II.12.</b> Illustration des règles de croissance dans le modèle de dépôt simple Wolf-Villain avec $U_v=1$ . $\downarrow$ Représente le processus de déposition, $\uparrow$ l'évaporation-----	<b>55</b>
<b>Figure II.13.</b> (a) Le processus de dépôt d'évaporation pour $U_v=3$ et (b) le processus de diffusion correspondant -----	<b>55</b>
<b>Figure II.14.</b> Illustration des règles de croissance des surfaces dans le modèle aléatoire -	<b>56</b>
<b>Figure II.15.</b> Illustration des règles de croissance des surfaces dans le modèle aléatoire avec diffusion avec une longueur de diffusion maximale $l_D=2$ -----	<b>56</b>
<b>Figure II.16.</b> Illustration des processus de croissance des surfaces dans le modèle aléatoire avec germination avec une longueur de germination maximale $l_G=2$ -----	<b>57</b>

## Chapitre III

- Figure III.1.** La moyenne des particules dans le modèle de croissance aléatoire, pour différents  $N$  et  $n_x$ ----- 61
- Figure III.2.** Structures surfaciques obtenues du modèle de remplissage aléatoire en variant  $N$  et  $n_x$  ----- 62
- Figure III.3.** Plot  $\ln(W(t))$  en fonction  $\ln(t)$  montrant le régime de croissance dans le modèle RDP, pour  $N=20000$  et  $n_x=2000$  ----- 62
- Figure III.4.** Corrélation à deux points dans le modèle de croissance aléatoire, pour  $N=20000$  et  $n_x=2000$ ----- 63
- Figure III.5.** Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour  $N= 10000$  et  $n_x = 1000$ ----- 64
- Figure III.6.** Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour  $N= 20000$  et  $n_x = 2000$ ----- 64
- Figure III.7.** La moyenne des particules dans le modèle de croissance aléatoire avec diffusion, pour  $N = 10000$  et  $n_x = 1000$  ----- 65
- Figure III.8.** Structures surfaciques obtenues du modèle de remplissage aléatoire avec diffusion, en variant la longueur de diffusion  $l_D=1, 2, 4, 8$ ----- 65
- Figure III.9.** Plot  $\ln(W(t))$  en fonction  $\ln(t)$  montrant le régime de croissance dans le modèle RDPD, pour  $l_D=2$ , en variant  $N$  et  $n_x$ ----- 66
- Figure III.10.** Plot  $\ln(W(t))$  en fonction  $\ln(t)$  montrant le régime de croissance dans le modèle RDPD, pour  $N = 10000$  et  $n_x = 1000$ , en variant  $l_D$ ----- 66
- Figure III.11.** Plot  $\ln(C)$  en fonction  $\ln(x)$  montrant la corrélation à deux points pour  $l_D=2$  en variant  $N$  et  $n_x$  ----- 67
- Figure III.12.** Plot  $\ln(C)$  en fonction  $\ln(x)$  montrant la corrélation à deux points pour  $N=10000$  et  $n_x=1000$ , en variant  $l_D$ ----- 68
- Figure III.13.** Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour  $N= 10000$ ,  $n_x = 1000$  et  $l_D = 2$ ----- 69
- Figure III.14.** Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour  $N= 1000000$ ,  $n_x = 100000$  et  $l_D = 2$  ----- 69
- Figure III.15.** Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour  $N= 10000$ ,  $n_x = 1000$  et  $l_D = 8$ ----- 70
- Figure III.16.** La moyenne des particules dans le modèle de croissance aléatoire avec germination, pour  $N = 10000$  et  $n_x = 1000$ ----- 70
- Figure III.17.** Structures surfaciques obtenues du modèle GP, pour  $N=10000$  et  $n_x=1000$  en variant la longueur de germination  $l_G=1, 2, 4, 8$ ----- 71

<b>Figure III.18.</b> Plot $\ln(W(t))$ en fonction $\ln(t)$ montrant le régime de croissance dans le modèle GP pour $l_G=2$ , en variant $N$ et $n_x$ -----	<b>72</b>
<b>Figure III.19.</b> Plot $\ln(W(t))$ en fonction $\ln(t)$ montrant le régime de croissance dans le modèle GP pour $N=10000$ et $n_x=1000$ , en variant $l_G$ -----	<b>72</b>
<b>Figure III.20.</b> Plot $\ln(C)$ en fonction $\ln(x)$ montrant la corrélation à deux points dans le modèle GP, pour $l_G=2$ en variant $N$ et $n_x$ -----	<b>73</b>
<b>Figure III.21.</b> Plot $\ln(C)$ en fonction $\ln(x)$ montrant la corrélation à deux points dans le modèle GP, pour $N=10000$ et $n_x=1000$ en variant $l_G$ -----	<b>74</b>
<b>Figure III.22.</b> Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour $N= 10000$ , $n_x = 1000$ et $l_G = 1$ -----	<b>74</b>
<b>Figure III.23.</b> Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour $N= 1000000$ , $n_x = 100000$ et $l_G = 2$ -----	<b>75</b>
<b>Figure III.24.</b> Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour $N= 10000$ , $n_x = 1000$ et $l_G = 8$ -----	<b>75</b>
<b>Figure III.25.</b> La moyenne des particules dans le modèle WV, pour $N = 10000$ et $n_x = 1000$ en variant $U_v$ -----	<b>76</b>
<b>Figure III.26.</b> Structures surfaciques obtenues du modèle simple de dépôt en phase vapeur, pour $N=10000$ et $n_x=1000$ en variant $U_v$ -----	<b>76</b>
<b>Figure III.27.</b> Plot $\ln(W(t))$ en fonction de $\ln(t)$ montrant le régime de croissance dans le cas du modèle WV pour $U_v=-2$ en variant $N$ et $n_x$ -----	<b>77</b>
<b>Figure III.28.</b> Plot $\ln(W(t))$ en fonction $\ln(t)$ montrant le régime de croissance dans modèle WV, pour $N=10000$ et $n_x=1000$ en variant $U_v$ -----	<b>78</b>
<b>Figure III.29.</b> Plot $\ln(C)$ vs $\ln(x)$ montrant la corrélation à deux points dans modèle WV pour $U_v=-2$ en variant $N$ et $n_x$ -----	<b>78</b>
<b>Figure III.30.</b> Plot $\ln(C)$ en fonction $\ln(x)$ montrant la corrélation à deux points dans modèle WV pour $N=10000$ et $n_x=1000$ en variant $U_v$ -----	<b>79</b>
<b>Figure III.31.</b> Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, $N= 10000$ , $n_x = 1000$ et $U_v = -2$ -----	<b>80</b>
<b>Figure III.32.</b> Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, $N= 1000000$ , $n_x = 100000$ et $U_v = -4$ -----	<b>80</b>
<b>Figure III.33.</b> Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, $N= 10000$ , $n_x = 1000$ et $U_v = -8$ -----	<b>81</b>

## Chapitre IV

<b>Figure IV.1.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour $N=10000$ , et $n_x=1000$ -----	<b>83</b>
--	-----------

<b>Figure IV.2.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour $N=20000$ , et $n_x=2000$ -----	<b>83</b>
<b>Figure IV.3.</b> La différence de flux thermique entre une construction (Rugueuse-rugueuse) et (Rugueuse-lisse) pour $n=100$ surfaces en variant $n_x$ -----	<b>84</b>
<b>Figure IV.4.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour $N=10000$ , $n_x=1000$ et longueur de diffusion $l_D = 1$ -----	<b>85</b>
<b>Figure IV.5.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour $N=10000$ , $n_x=1000$ et longueur de diffusion $l_D = 2$ -----	<b>85</b>
<b>Figure IV.6.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour $N=10000$ , $n_x=1000$ et longueur de diffusion $l_D = 4$ -----	<b>86</b>
<b>Figure IV.7.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour $N=10000$ , $n_x=1000$ et longueur de diffusion $l_D = 8$ -----	<b>86</b>
<b>Figure IV.8.</b> La différence de flux thermique entre une construction (Rugueuse-rugueuse) et (Rugueuse-lisse) pour $n=100$ surfaces, $N=10000$ et $n_x=1000$ en variant $l_D$ -----	<b>87</b>
<b>Figure IV.9.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour $N=10000$ , $n_x=1000$ et longueur de germination $l_G = 1$ -----	<b>88</b>
<b>Figure IV.10.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour $N=10000$ , $n_x=1000$ et longueur de germination $l_G = 2$ -----	<b>88</b>
<b>Figure IV.11.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour $N=10000$ , $n_x=1000$ et longueur de germination $l_G = 4$ -----	<b>89</b>
<b>Figure IV.12.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour $N=10000$ , $n_x=1000$ et longueur de germination $l_G = 8$ -----	<b>89</b>
<b>Figure IV.13.</b> La différence de flux thermique entre une construction (Rugueuse-rugueuse) et (Rugueuse-lisse) pour $n=100$ surfaces, $N=10000$ et $n_x=1000$ en variant $l_G$ -----	<b>90</b>
<b>Figure IV.14.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse), pour $N=10000$ , et $n_x=1000$ pour $U_v=-8$ -----	<b>91</b>
<b>Figure IV.15.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse), pour $N=10000$ , et $n_x=1000$ pour $U_v=-6$ -----	<b>91</b>
<b>Figure IV.16.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse), pour $N=10000$ , et $n_x=1000$ pour $U_v=-4$ -----	<b>92</b>
<b>Figure IV.17.</b> Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse), pour $N=10000$ , et $n_x=1000$ pour $U_v=-2$ -----	<b>92</b>
<b>Figure IV.18.</b> La différence de flux thermique entre une construction (Rugueuse-rugueuse) et (Rugueuse-lisse) pour $n=100$ surfaces, $N=10000$ et $n_x=1000$ en variant $U_v$ -----	<b>93</b>

# Liste des tableaux

## Chapitre II

- Tableau II.1.** Les valeurs de l'exposant de rugosité pour différents L----- 49
- Tableau II.2.** Probabilité pour que la nouvelle particule atteigne le site 1, 2, 3 ou 4, avec les modèles A, B ou C dans le cas de la configuration illustrée à la figure II.11 ----- 54

## Chapitre III

- Tableau III.1.** Valeurs d'exposant de saturation  $\beta$  pour  $l_D = 2$ , en variant N et  $n_x$  ----- 67
- Tableau III.2.** Valeurs d'exposant de rugosité  $\alpha$  et la dimension fractale  $D_f$  pour  $l_D = 2$  en variant N et  $n_x$  ----- 68
- Tableau III.3.** Valeurs d'exposant de dynamique  $z$  ----- 68
- Tableau III.4.** Valeurs d'exposant de croissance  $\beta$  dans le modèle GP pour  $l_G = 2$  en variant  $n_x$  ----- 73
- Tableau III.5.** Valeurs d'exposant de saturation  $\beta$  dans le modèle WV, pour  $U_v = -2$  en variant  $n_x$  ----- 77
- Tableau III.6.** Valeurs d'exposant de rugosité  $\alpha$  et la dimension fractale  $D_f$  pour  $U_v = -2$  en variant  $n_x$ ----- 79
- Tableau III.7.** Valeurs d'exposant de dynamique  $z$  ----- 79

## ***Notations***

$AR$  : Espacement équivalent des motifs de rugosité de la surface somme

$AR_1$  : Espacement des motifs de rugosité de la surface 1

$AR_2$  : Espacement des motifs de rugosité de la surface 2

$d$  : Distance entre les deux plans moyens de chaque surface

$d_1$  : Altitude des sommets de la surface périodique 1 par rapport à la ligne moyenne

$d_2$  : Altitude des sommets de la surface périodique 2 par rapport à la ligne moyenne

$E^*$  : Module équivalent d'élasticité

$E_1$  : Module d'Young de la surface 1

$E_2$  : Module d'Young de la surface 2

$\vec{e}_y$  : Vecteur normal à la surface

$h$  : Altitude des aspérités de la surface somme de type périodique

$h_1$  : Altitude des aspérités de la surface 1 de type périodique

$h_2$  : Altitude des aspérités de la surface 2 de type périodique

$L_0$  : Longueur de contact dans le cas 2D périodique

$m$  : Altitude moyenne des sommets des aspérités de la surface somme

$m_1$  : Altitude moyenne des sommets des aspérités de la surface 1

$m_2$  : Altitude moyenne des sommets des aspérités de la surface 2

$N$  : Nombre d'aspérités de la surface somme

$N_1$  : Nombre d'aspérités de la surface 1

$N_2$  : Nombre d'aspérités de la surface 2

$N_s$  : Nombre de contacts entre deux lignes d'aspérités périodiques calculé par méthode statistique

$N_d$  : Nombre de contacts entre deux lignes d'aspérités périodiques calculé par méthode déterministe

$N_{d1}$  : Nombre de contacts entre lignes d'aspérités périodiques calculé par méthode déterministe en choisissant la surface 1 comme référence

$N_{d2}$  : Nombre de contacts entre deux lignes d'aspérités périodiques calculé par méthode déterministe en choisissant la surface 2 comme référence

$N_p$  : Nombre de contacts entre deux surfaces périodiques

$r$  : Distance latérale entre les sommets de deux aspérités en vis-à-vis

$r_0$ : Distance limite de contact entre deux aspérités en vis-à-vis

$R$ : Rayon équivalent des aspérités

$\bar{r}_0$ : Valeur moyenne de la distance limite de contact entre 2 aspérités en vis à vis.

$R_1$ : Rayon des aspérités de la surface 1

$R_2$ : Rayon des aspérités de la surface 2

$x$ : Distance latérale suivant la direction X entre les sommets de deux aspérités en vis-à-vis

$x_0$ : Distance entre la position limite de contact et la position du contact le plus intense

### **Lettres grecque**

$\sigma$ : Ecart-type des altitudes des sommets des aspérités de la surface somme

$\sigma_1$ : Ecart-type des altitudes des sommets des aspérités de la surface 1

$\sigma_2$ : Ecart-type des altitudes des sommets des aspérités de la surface 2

$\xi$ : Décalage entre deux aspérités de deux surfaces

$\eta$ : Densité des aspérités de la surface somme

$\eta_1$ : Densité des aspérités de la surface 1

$\eta_2$ : Densité des aspérités de la surface 2

$\delta$ : Rapprochement de deux aspérités en contact

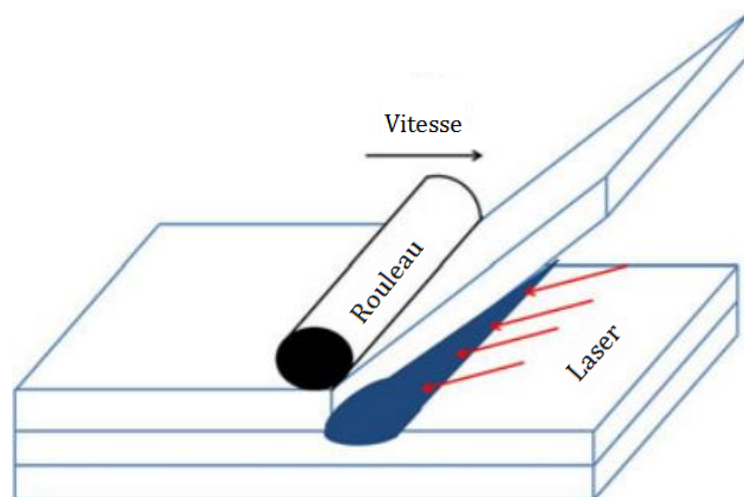
$\theta$ : Angle entre la direction de la force entre les deux aspérités et la direction verticale

$\nu_1$ : Coefficient de Poisson de la surface 1

$\nu_2$ : Coefficient de Poisson de la surface 2

## Introduction générale

Les procédés de fabrication utilisent généralement des matériaux complexes, leur complexité est due à une structure hiérarchique dévoilée dans différents temps de relaxation, ou dans des échelles de longueur réparties. L'assemblage de deux plis de composite nécessite alors l'application d'une pression pour assurer la diffusion de la molécule à l'interface, c'est le cas, d'un procédé d'empilement avec soudage et consolidation en continu de thermoplastiques «Automated tape placement» (ATP) (Voir la figure.1). Ce procédé permet de fabriquer des pièces composites à matrice thermoplastique par soudage de plis pré-imprégnés les uns à côté des autres puis les uns sur les autres pour former la pièce souhaitée. En effet, ce procédé présente un gain de temps et de coût par rapport aux techniques classiques. Un système de chauffe effectue un contact adhésif parfait, le ruban maintenu sous charge par un rouleau presseur est chauffé par un faisceau laser ou par une torche à gaz. Le ruban initial est réalisé avec un fil de fibres aléatoires, de sorte que la surface soit rugueuse et que le contact est difficile à étudier. **Hertz** est le premier a traité le problème mécanique de deux surfaces en contact sous charge, et depuis ce temps, beaucoup de recherches ont été menées. Parmi ces recherches qui se sont axées sur le contact entre les surfaces nous citons la technique de **Greenwood** et **Williamson** qui consiste à comparer la somme des surfaces rugueuses à une surface parfaitement plane plutôt que de considérer le problème total de deux surfaces rugueuses. Bien que certaines interprétations de cette astuce puissent être discutées dans le domaine de la mécanique, nous nous interrogeons alors si elles le sont dans le contexte d'un processus physique ? Dans l'ATP la manière de simplifier deux surfaces rugueuses dans leur somme peut être valable pour la charge mécanique et peut ne pas être acceptable pour le problème thermique.



**Figure 1.** Procédé de placement et consolidation en continu (ATP).

En effet, notre objectif est d'étudier la différence de température entre deux surfaces assemblées pour pouvoir calculer ensuite le flux de chaleur entre ces surfaces. Pour ce fait, nous avons utilisé la technique de **Greenwood** et **Williamson** entre un assemblage

rugueux-rugueux et rugueux-lisse. Quant à la dynamique d'interface croissante pour différents modèles de surfaces rugueuses aléatoires, elle a été étudiée préalablement.

Notre travail comporte quatre chapitres qui se résument ainsi :

Dans le **premier chapitre**, nous avons présenté une étude bibliographique portant sur les différents modèles de contact entre les surfaces: Modèle de **Greenwood** et **Williamson**, Modèle de **Nayak**, Modèle de **Francis**, et Modèle de **Robbe-Valloire (FRV1)** (contact mécanique) - Modèle d'**Onions** et **Archard**, Modèle de **Bush Gibson** et **Thomas**, et Modèle de **Robbe-Valloire, Paffoni** et **Progrì** (contact élastique) - Modèle **Hisakado** et **Tzukizoe**, et Modèle de **Pullen** et **Williamson** (contact plastique). Par ailleurs, nous avons enchainé avec une comparaison des différentes solutions proposées par les deux modèles de contact : rugueux sur rugueux et somme sur lisse qui seront utilisées dans ses travaux.

Dans le **deuxième chapitre** consacré à la croissance des surfaces et des interfaces, nous avons introduit dans notre étude les différentes méthodes numériques requises de surface rugueuse. Comme nous avons analysé un certain nombre d'équations de croissance stochastique analytique en comparaison avec des résultats obtenus à partir des modèles de simulation. En outre, nous avons mis en évidence les propriétés de mise à l'échelle de chaque équation, ces dernières sont ensuite comparées aux modèles de simulation pour déterminer la validité de ces derniers.

Dans le **troisième chapitre** consacré à la modélisation de croissance des surfaces et des interfaces, nous avons présenté quatre modèles discrets de modélisation numérique de croissance des surfaces (**RDP, RDPD, GP, WV**) tout en étudiant leurs régimes de croissances et leurs propriétés, tels que les exposants  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $z$ , et surtout la corrélation à deux points entre les hauteurs et la dimension fractale. Comme nous avons fait une comparaison géométrique entre un contact de deux surfaces rugueuses aléatoires et un contact de la somme de deux surfaces rugueuses aléatoires avec une surface plane (en utilisant les différentes surfaces obtenues des modèles étudiés).

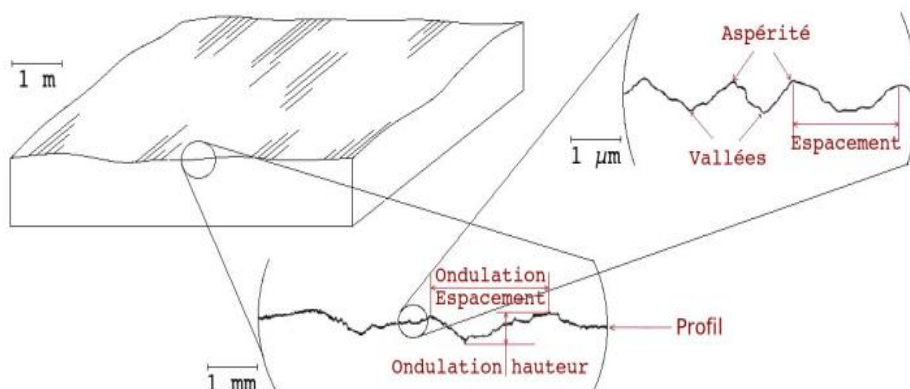
Quant au dernier et **quatrième chapitre**, nous l'avons consacré au transfert thermique entre les interfaces tout en proposant une étude thermique pour la validité de la technique de **Greenwood** et **Williamson** entre rugueux-rugueux et rugueux-lisse. Pour ce fait, nous avons calculé le profil de température dans les régimes stationnaires et la différence du flux thermique entre les surfaces assemblées.

### I.1. Introduction

Au cours de ces dernières années, beaucoup de recherches concernant la description de la rugosité des surfaces et leur comportement en contact, sont menées dans le but de mettre en évidence les propriétés de ces surfaces qui jouent un rôle essentiel dans tout système mécanique et particulièrement dans les systèmes tribologiques [1,2]. Vu la diversité des propriétés fonctionnelles des surfaces (propriétés optiques et électromagnétiques, propriétés mécaniques en passant par les propriétés thermiques, chimiques et physico-chimiques), les contacts entre deux corps qu'ils soient statiques ou dynamiques, constituent la base de toutes les liaisons des mécanismes. Souvent, entre les éléments en contact apparaît un mouvement relatif ou une tendance vers ce mouvement ce qui produit des micro-glissements à l'interface du contact [3,4]. Le contact mécanique peut être défini comme la mécanique d'interaction entre deux corps déformables qui se touchent l'un et l'autre dans une zone de contact. Lorsque les surfaces des deux solides en contact ne présentent pas un degré de conformité suffisant, la charge transmise se répartit sur une aire de contact de faibles dimensions, qui est une conséquence des déformations associées aux pressions qu'elle subit [5].

### I.2. Description d'une surface rugueuse

Les surfaces réelles étant constituées de multiples aspérités (figure I.1), la description mathématique des surfaces rugueuses est le premier pas dans la modélisation du contact entre les surfaces rugueuses, elles se touchent en de nombreux points mais l'aire que ces microcontacts représentent n'est généralement qu'une faible portion de l'aire apparente de contact. La méthode statistique fournit un moyen de représentation de la nature aléatoire de la surface rugueuse dans laquelle les procédés d'analyses stochastiques sont combinés avec des mesures de surface [6,7].

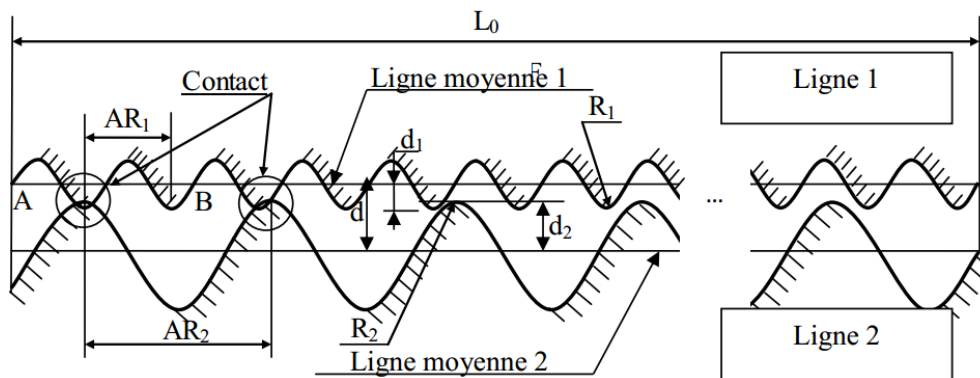


*Figure. I.1. Défauts d'une surface rugueuse à plusieurs échelles [2].*

La modélisation du contact entre les aspérités des surfaces rugueuses fait intervenir deux approches bien distinctes : les modèles statistiques et les modèles déterministes.

### I.2.1. Représentations statistiques

Le principe de cette détermination du nombre de contacts entre deux lignes d'aspérités périodiques consiste à prendre en compte au décalage entre les aspérités. Certains de ces modèles supposent que les aspérités peuvent être représentées par des formes sphériques, coniques ou ellipsoïdales. Selon les modèles, les aspérités peuvent subir des déformations élastiques, plastiques, et élastoplastiques [8]. Les modèles statistiques les plus fréquents sont basés sur le travail de **Greenwood** et **Williamson** [9]. Dans ce modèle, les sommets des aspérités, répartis aléatoirement sur un plan moyen, sont représentés par des hémisphères de même rayon. Les hauteurs des sommets des aspérités sont des quantités aléatoires suivant une distribution **Gaussienne**. L'interférence ( $\delta$ ) est définie par :  $\delta = (d_1 + d_2 - d)$ , dans laquelle  $d$ ,  $d_1$  et  $d_2$  sont présentés sur la figure I.2 [6].



**Figure I.2.** Modèle de contact entre deux lignes d'aspérités périodiques [6].

Où  $L_0$  : est la longueur du contact. La ligne 1 aura  $N_1 = L_0/AR_1$  aspérités et la ligne 2 aura  $N_2 = L_0/AR_2$  aspérités.

Les paramètres nécessaires pour caractériser cette ligne sont d'après [6] :

- $R_i$  : le rayon moyen des aspérités de la ligne  $i$  ( $i = 1$  ou  $2$ ),
- $AR_i$ : l'espacement moyen des aspérités sur la ligne  $i$  ( $i = 1$  ou  $2$ ),
- $d$  : la distance entre les lignes moyennes,
- $d_i$ : l'altitude des sommets de la ligne  $i$  ( $i = 1$  ou  $2$ ) par rapport à la ligne moyenne ( $d_i = h_i/2$ ).

La ligne 2 (figure I.2) est l'origine du décalage au sommet de l'aspérité. Pour une interférence ( $\delta$ ) donnée, le contact ne se produit que pour de faibles valeurs du décalage  $x$  entre deux aspérités. En définissant ( $x_0$ ) comme une valeur de cette variable  $x$  qui correspond à la position limite de contact entre aspérités (figure I.3), la distance  $x$  entre cette aspérité et l'aspérité de la ligne 1 (figure I.2) la plus proche se situe dans l'intervalle allant de  $-\frac{AR_1}{2}$  à  $+\frac{AR_1}{2}$  pour  $-x_0 \leq x \leq x_0$ .

L'approche statistique donne la possibilité de prévoir qualitativement les propriétés de surface, mais leur utilisation reste limitée du fait des nombreuses hypothèses géométriques effectuées [2].

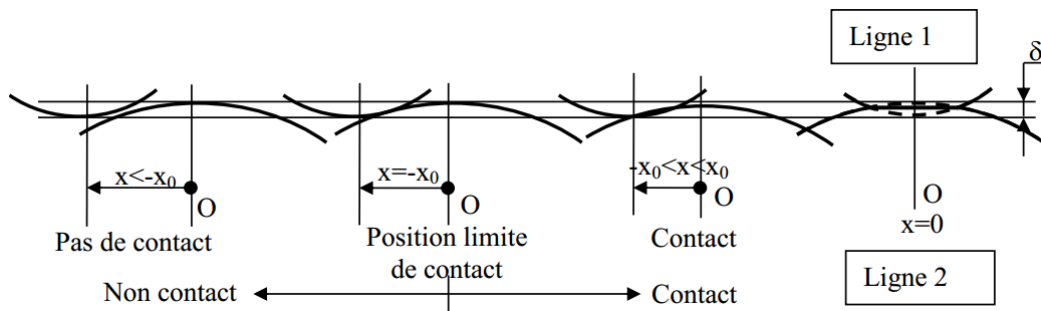


Figure I.3. Détail de l'état du contact entre deux aspérités [6].

### I.2.2. Représentations déterministes

L'approche déterministe consiste à décrire de manière plus réaliste la géométrie des surfaces. Ces facteurs de correction sont obtenus par simulation numérique des débits sur les paliers. Cette méthode est basée sur la résolution numérique de l'équation de **Reynolds** pour un modèle de contact avec une rugosité de surface générée aléatoirement, et sur la dérivation de cette équation moyennée à partir des quantités moyennes de flux [10]. La surface réelle est utilisée par plusieurs équipes de recherche, mais la plupart simplifient la topographie par des fonctions d'approximation qui induisent des écarts par rapport à la surface réelle [11]. Généralement, le modèle du contact pour la  $i^{\text{ème}}$  aspérité de la ligne 2 est représenté sur la figure I.4 [6] :

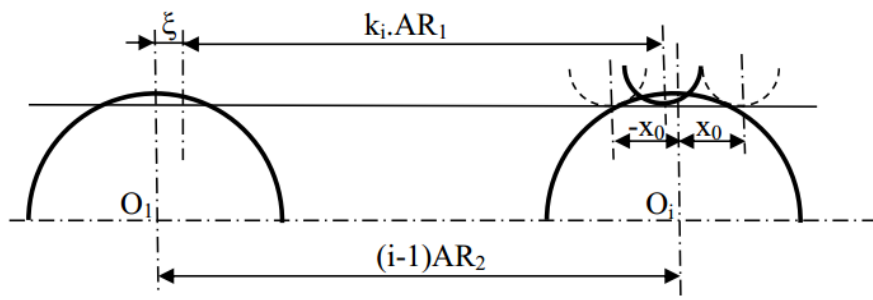


Figure I.4. Contacts avec la  $i^{\text{ème}}$  aspérité de la ligne 2 [6].

Un contact entre cette  $i^{\text{ème}}$  aspérité et des aspérités de la ligne 1, s'il existe des valeurs de  $k_1$  ( $k_1 \in \mathbb{N}$ ) vérifiant l'inégalité suivante :

$$(i - 1)AR_2 - x_0 \leq \xi + k_1 AR_1 \leq (i - 1)AR_2 + x_0$$

Le nombre ( $N_{d2}$ ) de contacts entre la  $i^{\text{ème}}$  aspérité de la ligne 2 avec les aspérités de la ligne 1 est donné par :

$$\frac{(i-1)AR_2 - x_0 - \xi}{AR_1} \leq k_1 \leq \frac{(i-1)AR_2 + x_0 - \xi}{AR_1}$$

Le nombre de contacts entre deux lignes d'aspérités, en prenant la ligne 2 comme référence :

$$N_{d2} = \sum_{i=1}^{N_2} n_i \quad (I.1)$$

Où

$$n_i = \left\lfloor \frac{(i-1)AR_2 + x_0 - \xi}{AR_1} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(i-1)AR_2 - x_0 - \xi}{AR_1} \right\rfloor$$

Le nombre de contacts  $N_{d1}$  entre les deux lignes d'aspérités, en choisissant la ligne 1 comme référence,

$$N_{d1} = \sum_{j=1}^{N_1} n_j \quad (I.2)$$

$$\frac{(j-1)AR_1 - x_0 - \xi}{AR_2} \leq k_2 \leq \frac{(j-1)AR_1 + x_0 - \xi}{AR_2}$$

Soit :

$$n_j = \left\lfloor \frac{(j-1)AR_1 + x_0 - \xi}{AR_2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)AR_1 - x_0 - \xi}{AR_2} \right\rfloor$$

### I.2.3. Représentations homogénéisées

L'approche de l'homogénéisation consiste à réécrire le problème posé en deux autres problèmes : **un problème local** et **un problème homogénéisé**. Cependant les coefficients du problème global dépendent de la solution des problèmes locaux [10]. Cette technique a été exposée et appliquée à l'équation de **Reynolds** compressible par **Buscaglia** et **Jai** [12], en se basant sur les travaux de **Bensoussan** et **Lions** concernant les structures périodiques non linéaires. La difficulté de cette technique réside dans le découplage des deux problèmes à partir du problème global à cause de la présence de non-linéarités [13].

### I.2.4. Représentations fractales

Il s'agit de l'utilisation de l'approche fractale pour traiter l'aspect multi-échelle des surfaces rugueuses qui a été proposée par **Majumdar** et **Bushan** [14,15]. La description fractale considère les surfaces rugueuses comme le résultat de la reproduction d'un même schéma à plusieurs échelles d'autosimilarité ou d'auto-affinité (figure I.5) [2].

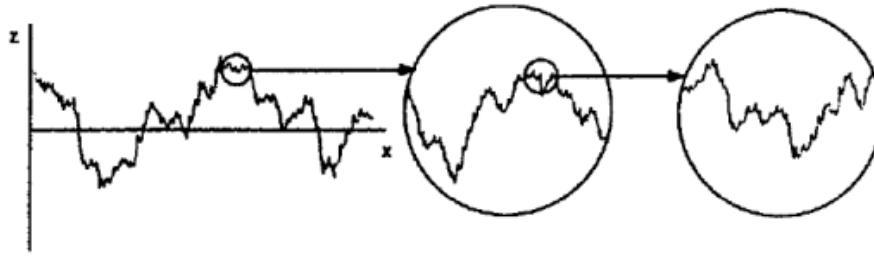


Figure. I.5. Description qualitative d'une surface fractale [16].

Pour différentes approches de l'analyse, l'expression des profils géométriques est toujours comme une fonction de **Weierstrass-Mandelbrot** [17] :

$$z(x, y) = L \left(\frac{G}{L}\right)^{(D-2)} \left(\frac{\ln \gamma}{M}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{n_{max}} \gamma^{(D-3)n} \times \left\{ \begin{aligned} & \cos \phi_{m,n} \\ & - \cos \left[ \frac{2\pi \gamma^n (x^2 + y^2)^{1/2}}{L} \times \cos \left( \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) - \frac{\pi m}{M} \right) + \phi_{m,n} \right] \end{aligned} \right\} \quad (I.3)$$

Où  $L$  : est la longueur de l'échantillon ;  $G$  : la rugosité fractale ;  $D$  : la dimension fractale ( $2 < D < 3$ ) ;  $\gamma$  : un paramètre d'échelle ;  $M$  : le nombre de crêtes superposées utilisées pour construire les surfaces et  $n$  : un index de fréquence [17]. Par la suite beaucoup de recherches ont été consacrées aux modèles fractals, nous pouvons citer parmi ces travaux les travaux de **Majumbar** et **Bhushan** [18,19], **Yan** et **Komvopoulos** [20], **Persson** [21], **Pei et al** [22], **Sahoo et Ghosh** [23], **Rezvanian et al** [24], **Vallet** [25].

### I.3. Quelques modèles de contact élastique

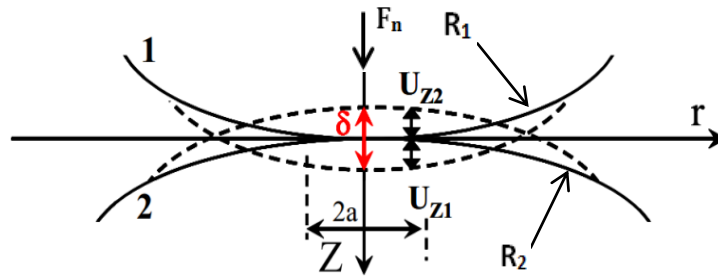
Lorsque deux surfaces rugueuses en contact se touchent en de nombreux points mais l'aire que ces microcontacts représentent n'est généralement qu'une faible portion de l'aire apparente de contact [7]. Dans ces conditions, la description mathématique des surfaces rugueuses est le premier pas dans la modélisation du contact entre surfaces rugueuses. La méthode statistique fournit un moyen de représentation de la nature aléatoire de la surface rugueuse dans laquelle les procédés d'analyses stochastiques sont combinés avec des mesures de surface [6]. Nous allons présenter quelques-uns de ces modèles les plus utilisés pour définir les rugosités des interfaces de surfaces.

#### I.3.1. Théorie d'Hertz

Historiquement, **Hertz** en 1881 est le premier à traiter le problème de contact entre solides élastiques à surface lisse et sous chargement normal [26]. La théorie de **Hertz** permet d'estimer l'aire et les pressions de contact en fonction des caractéristiques de matériaux ( $E'_i$  et  $\nu_i$  de chaque composant), de la géométrie des pièces ( $R$  : le rayon de courbure de la sphère) et de la sollicitation normale au contact  $F_N$  [27]. **Hertz** a formulé les hypothèses suivantes [28] :

- Les surfaces de deux solides sont continues et non conformes.
- Les déformations sont petites devant les dimensions des solides:  $a \ll R$ .
- Les solides sont considérés comme des demi-espaces élastiques, linéaires et isotropes.
- Le frottement au contact entre les deux solides est négligé.

La théorie de **Hertz** correspond au cas du contact entre deux sphères, qui conduit à une aire de contact circulaire, Les paramètres de contact pour le contact circulaire sont représentés sur la figure I.6 [5].



**Figure I.6.** Paramètres de contact pour le cas d'un contact entre deux sphères [5].

Dans le cas de deux sphères, une aire de contact circulaire, et le déplacement normal dans cette zone de contact est :

$$U_z(r) = U_{z1}(r) + U_{z2}(r) = \delta - \frac{r^2}{2R} \quad (I.4)$$

Avec :  $r = x^2 + y^2$ ,  $U_{z1}(r)$  et  $U_{z2}(r)$  les déplacements normaux respectifs des solides 1 et 2.

Rayon de courbure équivalent :

$$R = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \quad (I.5)$$

Module de Young équivalent :

$$E^* = \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (I.6)$$

Rayon du cercle de contact :

$$a = \sqrt[3]{\left( \frac{3RF_n}{4E^*} \right)} \quad (I.7)$$

Pression hertzienne maximale :

$$p_0 = \sqrt[3]{\left( \frac{6F_n E^{*2}}{\pi^3 R^2} \right)} \quad (I.8)$$

Rapprochement élastique du solide :

$$\delta = \sqrt[3]{\left(\frac{9F_n^2}{16RE^*z}\right)} \quad (I.9)$$

### I.3.2. Modèle de Greenwood et Williamson

**Greenwood** et **Williamson** ont élaboré leur modèle en 1966 [9]. Ils ont considéré que le contact entre des surfaces planes peut être déterminé par des conditions soit élastiques pour des surfaces très lisses soit plastiques pour des surfaces très rugueuses. Un modèle de contact élastique entre des surfaces nominalelement planes est utilisé pour déterminer si la transition de contact élastique ou plastique apparaît. Un modèle faisant intervenir les caractéristiques géométriques des surfaces en contact. Ce modèle suppose d'après les auteurs [7,29] que :

- Les aspérités sont sphériques au moins au voisinage de leur sommet,
- Tous les sommets ont le même rayon de courbure,  $R_c$ ,
- La hauteur des sommets est aléatoire :  $\widehat{\phi}(z) dz$  est la probabilité pour que l'altitude d'un sommet soit comprise entre  $z$  et  $z+dz$ , mesurée par rapport au plan moyen des hauteurs de sommets,
- Les aspérités sont indépendantes : les déformations subies par une aspérité quelconque n'ont pas d'effet sur les autres aspérités situées à proximité.

Le modèle de **GW** considère un contact statique entre un plan rigide et une surface rugueuse (figure I.7) formée de  $N$  aspérités. Si  $d$  est la distance séparant les deux surfaces de contact pour une charge normale donnée, la probabilité pour qu'il y ait contact pour n'importe quelle aspérité donnée de la hauteur  $z$  est alors d'après les auteurs [7,29] :

$$prob(z > d) = \int_d^{\infty} \phi(z) dz \quad (I.10)$$

Le nombre de spots de contact est donc:

$$N_c = N \int_d^{\infty} \phi(z) dz \quad (I.11)$$

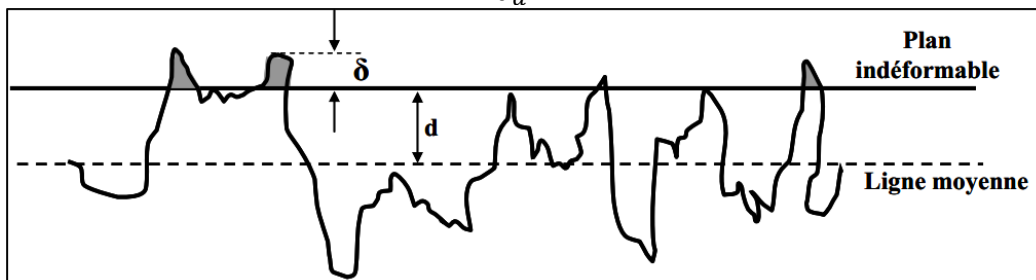


Figure I.7. Contact entre surface rugueuse et un plan rigide [29].

Le comportement d'une aspérité individuelle est déterminé à partir des équations d'**Hertz** [26]. Le rayon de contact  $a_1$ , l'aire  $A_1$ , la charge  $P_1$ , pour cette aspérité individuelle, peuvent être exprimés en fonction de l'interférence  $\delta$ :  $\delta = (z - d)$ . La déformation au niveau d'un spot  $i$  quelconque, l'aire de contact de ce spot est donnée par la relation suivante d'après l'auteur [9] :

$$A_i = \pi R \int_d^{\infty} (z - d) \phi(z) dz \quad (\text{I.12})$$

L'aire réelle totale de contact est:

$$A_i = \pi NR \int_d^{\infty} (z - d) \phi(z) dz \quad (\text{I.13})$$

Et la force normale appliquée au niveau de tous les spots de contact est:

$$F_n = \frac{4}{3} NE^* R^{1/2} \int_d^{\infty} (z - d)^{3/2} \phi(z) dz \quad (\text{I.14})$$

Si on suppose que la distribution des hauteurs des aspérités est exponentielle d'écart type  $s$ :

$$\phi(z) = \frac{1}{s} \exp\left(-\frac{z}{s}\right) \quad (\text{I.15})$$

Les équations précédentes deviennent:

$$N_c = N e^{-d/s} \quad (\text{I.16})$$

$$A_r = \pi NRs e^{-d/s} \Gamma(2) \quad (\text{I.17})$$

$$F_n = \frac{4}{3} NE^* s (Rs)^{1/2} e^{-d/s} \Gamma(5/2) \quad (\text{I.18})$$

Avec

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (\text{I.19})$$

L'aire réelle de contact est donc proportionnelle à la charge normale  $F_n$ .

$$A_r = \frac{(\pi Rs)^{1/2}}{E^* s} F_n \quad (\text{I.20})$$

De même que le nombre de microcontacts:

$$N_c = \frac{F_n}{(\pi Rs)^{1/2} E^* s} \quad (\text{I.21})$$

On note que l'aire réelle de contact dépend de la charge totale mais ne dépend pas de l'aire nominale.

### I.3.3. Modèle de White house et Archard (WA)

Le modèle **White house** et **Archard** [30], présente une surface rugueuse nominale plate par une série de pics sphériques (figure I.8), chacun ayant le même rayon de courbure  $R$  avec une distribution gaussienne des hauteurs de pics, et que cette

représentation des surfaces aléatoires est incomplète ou imprécise, et que les surfaces sont isotropes.

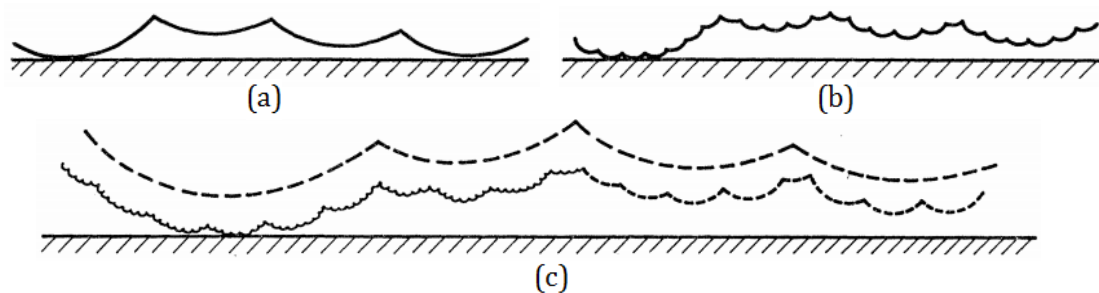


Figure I.8. Présentation des aspérités de différentes échelles de taille [30].

La figure.I.9, présente les profils de surface montrant un système de coordonnées. La ligne moyenne à travers le profil sera prise comme  $y = 0$ . La probabilité de trouver une ordonnée à une hauteur entre  $h$  et  $(h + dh)$  est  $f(h) \times dh$ . Lorsque la distribution en hauteur est gaussienne, la fonction de densité de probabilité de hauteur est d'après les auteurs [30,31] :

$$f(y) = (2\pi)^{\left(-\frac{1}{2}\right)} \exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right) \quad (I.22)$$

Les hauteurs  $h$  ont maintenant été exprimées sous la forme normalisée  $y = \frac{h}{\sigma}$ , où  $\sigma$  est l'écart-type de la distribution en hauteur. La fonction d'autocorrélation du profil est définie comme :

$$C(\beta) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{1}{2}L}^{+\frac{1}{2}L} y(x) y(x + \beta) dx \quad (I.23)$$

Où  $y(x)$  est la hauteur du profil à une coordonnée donnée  $x$  et  $y(x + \beta)$  est la hauteur à une coordonnée adjacente  $(x + \beta)$ . Dans la théorie qui suit, il sera supposé que

$$C(\beta) = \exp(-\beta/\beta^*) \quad (I.24)$$

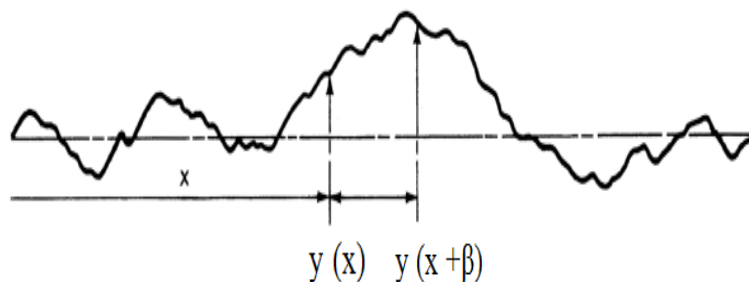
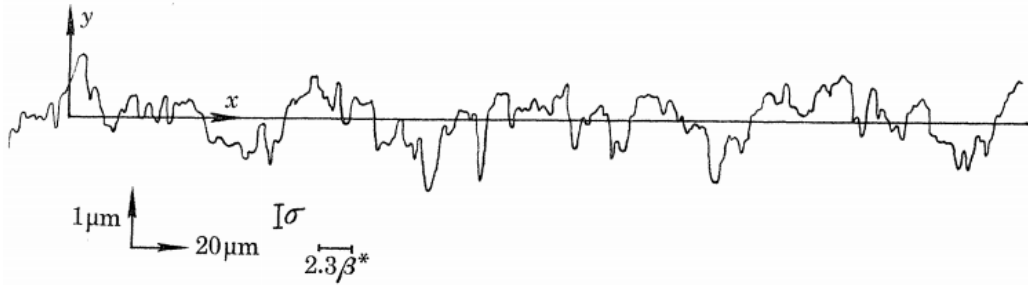


Figure I.9. Construction de la fonction autocorrélation.

Où  $\beta^*$  est la distance de corrélation. Il apparaît que  $R(2,3 \beta^*) = 0,1$ , ce qui signifie que les points distants de plus de 2,3 fois la distance de corrélation ont des hauteurs qui sont corrélées à moins de 10% (figure I.10) [7]. Dans ce qui suit, il faut arbitrairement, prendre cet intervalle comme celui où les deux points du profil viennent d'atteindre les

conditions dans lesquelles ils peuvent être considérés comme des événements indépendants.



**Figure I.10.** Profils de surface montrant un système de coordonnées [30].

Ainsi, la fonction de densité de probabilité pour toute ordonnée est un pic de courbure  $C$  en hauteur  $y$  s'écrit :

$$f^*(y, C) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right)}{2\pi\sqrt{2}} \exp\left[-\left(s - \frac{1}{2}C\right)^2\right] \operatorname{erf}\left(\frac{1}{2}C\right) \quad (\text{I.25})$$

L'étoile \* est utilisée pour indiquer que les propriétés concernent les aspérités données et non les propriétés de tout le profil.

La hauteur des sommets des aspérités et leur courbure sont corrélées avec un coefficient de corrélation  $\rho$ , on déduit la densité de probabilité jointe pour qu'un sommet soit d'altitude comprise entre  $y$  et  $(y+dy)$  et de courbure comprise entre  $C$  et  $(C+dC)$ , corrélée de  $\rho$  avec l'altitude :

$$f^*(y, C, \rho) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right)}{2\pi[2(1-\rho^2)]^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{\left[(1-\rho)y - \frac{1}{2}C\right]^2}{(1-\rho^2)}\right] \operatorname{erf}\left[\frac{C}{2\sqrt{(1-\rho^2)}}\right] \quad (\text{I.26})$$

La fonction de densité de probabilité pour toute ordonnée est un pic de courbure  $C$  (à toute hauteur) et est obtenue en intégrant l'équation (I.26) pour donner :

$$f^*(C, \rho) = \left[\frac{1}{4\pi(3-\rho)(1-\rho)}\right]^{\frac{1}{2}} \exp\left[\frac{-C^2}{4(3-\rho)(1-\rho)}\right] \operatorname{erf}\left[\frac{C}{2\sqrt{(1-\rho^2)}}\right] \quad (\text{I.27})$$

En intégrant sur l'ensemble des altitudes et en prenant la moyenne on obtient la courbure moyenne des aspérités :

$$\langle c \rangle = \frac{(3-\rho)\sqrt{(1-\rho)}}{2N\sqrt{\pi}} \quad (\text{I.28})$$

$$\bar{C}^* = (3 - \rho) (1 - \rho)^{\frac{1}{2}} / 2N\sqrt{\pi} \quad (I.29)$$

### I.3.4. Modèle de Nayak

Le modèle de **Nayak** [32], considère que les surfaces sont rugueuses et gaussiennes, et que la hauteur d'un point quelconque de la surface est une variable aléatoire dont les coordonnées cartésiennes sont les deux variables indépendantes. La théorie du processus aléatoire se base sur les travaux de **Longuet-Higgins** (en 1957) [33] sur les surfaces aléatoires des océans. Les travaux précédents reposent sur l'analyse des surfaces solides à l'aide de trois fonctions :

- La fonction d'autocorrélation,  $R(\beta_x, \beta_y)$ ,
- La densité spectrale de puissance,  $D(k_x, k_y)$ ,
- Les moments de la densité spectrale de puissance,  $m_{pq}$ .

Pour une direction donnée et pour une surface isotrope, les moments sont donnés comme :

$$\begin{cases} m_{20} = m_{02} = m_2 \\ m_{11} = m_{13} = m_{31} = 0 \\ m_{00} = m_0 \\ 3m_{22} = m_{40} = m_{04} = m_4 \end{cases} \quad (I.30)$$

Pour une surface rugueuse d'une hauteur  $z(x, y)$  par rapport à un plan moyen de coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ ,  $k_x$  et  $k_y$  sont les nombres d'onde dans les directions  $x$  et  $y$  respectivement. **Nayak** considère les variables aléatoires suivantes :

$$\begin{cases} \xi_1 = z & \xi_4 = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \\ \xi_2 = \frac{\partial z}{\partial x} & \xi_5 = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \\ \xi_3 = \frac{\partial z}{\partial y} & \xi_6 = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \end{cases} \quad (I.31)$$

D'après **le Théorème de la Limite Centrale** la distribution de probabilité conjointe des variables est :

$$p(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_6) = \frac{1}{(2\pi)^3 \Delta^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} X\right] \quad (I.32)$$

Avec

$$\Delta = \frac{4}{27} (m_2 - m_4)^2 (2m_0 m_4 - 3m_2^2) \quad (I.33)$$

$$\begin{aligned}
 X = & \frac{2m_4}{2m_0m_4 - 3m_2^2} \xi_1^2 + \frac{9(m_0m_4 - m_2^2)}{4m_1(2m_0m_4 - 3m_2^2)} (\xi_4^2 + \xi_6^2) + \frac{3}{m_4} \xi_5^2 \\
 & + \frac{3m_2}{2m_0m_4 - 3m_2^2} \xi_1(\xi_4 + \xi_6) - \frac{3(m_0m_4 - 3m_2^2)}{2m_4(2m_0m_4 - 3m_2^2)} \xi_4\xi_6 \\
 & + \frac{1}{m_2} (\xi_2^2 + \xi_3^2)
 \end{aligned} \quad (I.34)$$

**Nayak** a étudié l'échantillonnage des surfaces aléatoires en montrant qu'un grand nombre de statistiques utiles des surfaces peuvent être trouvées pour les surfaces aléatoires, isotropes et gaussiennes si les paramètres  $m_0$ ,  $m_2$  et  $m_4$  sont connus. À partir d'un tel profil, on peut établir ces moments directement à partir de la densité (mesurée) des zéros et des extrêmes, respectivement notées  $D_{zéro}$  et  $D_{extrema}$  sont donnés par :

$$D_{zéro, \theta} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{m_2}{m_0} \right)^{1/2} \quad (I.35)$$

$$D_{extrema, \theta} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{m_4}{m_2} \right)^{1/2} \quad (I.36)$$

L'indice  $\theta$  indique une statistique de profil, et anisotropie. Une fois qu'un profil est obtenu,  $\sigma = \sqrt{m_0}$  est facilement calculé. Alors  $m_2$  et  $m_4$  peuvent être obtenus simplement à partir des équations (I.35) et (I.36). En comptant le nombre de zéros et d'extrêmes par unité de longueur du profil:

$$m_2 = \pi^2 \sigma^2 (D_{zéro, \theta})^2 \quad (I.37)$$

$$m_4 = \pi^4 \sigma^2 (D_{zéro, \theta})^2 (D_{extrema, \theta})^2 \quad (I.38)$$

Le paramètre  $\alpha$  s'écrit comme :

$$\alpha = \frac{m_0 m_4}{m_2^2} = \left( \frac{D_{extrema, \theta}}{D_{zéro, \theta}} \right)^2 \quad (I.39)$$

On note que la densité des pics (maxima),  $D_{pic}$ , du profil est la moitié de la densité d'extrême pour des raisons de symétrie.

$$D_{pic} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{m_4}{m_2} \right)^{1/2} \quad (I.40)$$

La densité des sommets de surface,  $D_{sum}$  établie comme :

$$D_{sum} \approx 1.2 (D_{pic})^2 \quad (I.41)$$

**Nayak** a prouvé que les statistiques extrêmes d'une surface aléatoire doivent être distinguées des statistiques d'un profil de la surface. Toutes les informations nécessaires à analyser les surfaces aléatoires, isotropes et gaussiennes sont contenues dans la densité spectrale de puissance d'un profil dans une direction arbitraire. En revanche, les paramètres nécessaires à la connaissance de la statistique de la surface sont contenus dans ce profil. Ces paramètres, au nombre de trois, sont facilement mesurables. En principe, cette démarche est généralisable aux surfaces non isotropes, auquel cas il faut

disposer de neuf constantes, c'est à dire au moins trois profils pour obtenir l'ensemble de l'information nécessaire.

### I.3.5. Modèle de Yamada et al

Le modèle de **Yamada et al**, est un modèle qui propose les hypothèses suivantes pour les analyses théoriques [34].

- Les aspérités sur les surfaces rugueuses sont sphériques au moins près de leurs sommets et ont un rayon de courbure constant.
- Lorsque les sommets des aspérités sont projetés sur un plan parallèle à la surface, les points projetés sont répartis de façon aléatoire sur ce plan et aucune interférence ne se produit entre les aspérités voisines.
- Le mécanisme de déformation de l'aspérité obéit à la théorie **hertzienne** [35], et n'est pas influencée par la force de frottement agissant sur les contacts.

Comme montré dans la figure I.11, l'origine 0 se trouve au sommet de l'aspérité la plus élevée. En supposant qu'une surface plate ( $LL'$ ) est pressée sous une charge par une surface rugueuse qui a une distribution  $f(z)$  de hauteur d'aspérité et que la conformité de la surface plane est  $z_a$ . L'analyse du mécanisme d'un tel contact a été réalisée par **Williamson** [1]. Le nombre sans dimension  $n_c^*$  des points de contact, la zone de contact réelle  $A_r^*$ , la charge  $W^*$ , la zone moyenne  $n_m^*$ , les points de contact et la pression moyenne  $p_m^*$  des zones de contact réelles sont données d'après l'auteur par [34]:

$$n_c^* = \frac{n_c}{A_a n_0} = F_0(t_a) \quad (I.42)$$

$$A_r^* = \frac{A_r}{\pi A_a n_0 R \sigma} = F_1(t_a) \quad (I.43)$$

$$W^* = \frac{3W}{4E' A_a n_0 R^{1/2} \sigma^{3/2}} = F_{3/2}(t_a) \quad (I.44)$$

$$a_m^* = \frac{a_m}{\pi R \sigma} = \frac{F_1(t_a)}{F_0(t_a)} \quad (I.45)$$

$$p_m^* = \frac{3\pi p_m}{4E'} \left(\frac{R}{\sigma}\right)^{1/2} = \frac{F_{3/2}(t_a)}{F_1(t_a)} \quad (I.46)$$

Où l'astérisque se réfère à la forme sans dimension :

$$F_n(t_a) = \int_0^{t_a} (t_a - t)^n f(t) dt \quad (I.47)$$

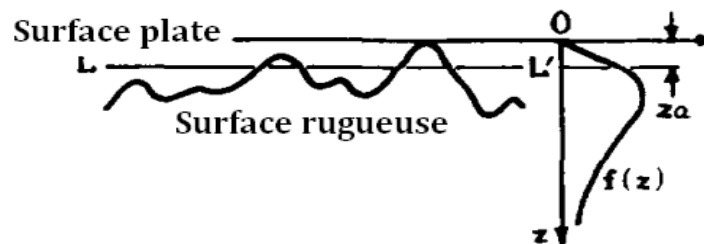


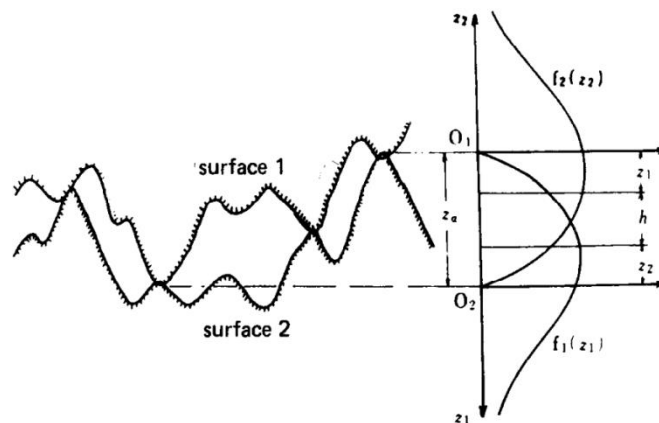
Figure I.11. Contact entre une surface plate et rugueuse [34].

**Yamada et al**, considèrent que les surfaces 1 et 2 prises en contact sous une charge et avec une conformité  $z$ , comme il a été montré sur la figure I.12. Les coordonnées  $z_1$  et  $z_2$  avec les origines  $o_1$  et  $o_2$  se situent respectivement au sommet de la plus haute hauteur d'aspérité de chaque surface. En laissant les répartitions réelles des hauteurs d'aspérité être  $f_1(z_1)$  et  $f_2(z_2)$  pour les surfaces 1 et 2 respectivement et en supposant que  $dz_1$  et  $dz_2$  sont de petites divisions de la coordonnée de chaque surface, les nombres de sommets d'aspérité contenus dans les limites  $z_1$  et  $z_1 + dz_1$  et  $z_2$  et  $z_2 + dz_2$  sont donnés par :

$$n_{01}A_a f_1(z_1) dz_1 \quad (I.48)$$

$$n_{02}A_a f_2(z_2) dz_2 \quad (I.49)$$

Où  $n_{01}$  et  $n_{02}$  sont les densités de surface des aspérités des surfaces 1 et 2 respectivement. Les contacts entre les aspérités des surfaces 1 et 2 représentées par l'équation (éq I.47). Lorsque deux aspérités sphériques des rayons  $R_1$  et  $R_2$



**Figure I.12.** Contact entre deux surfaces rugueuses [34].

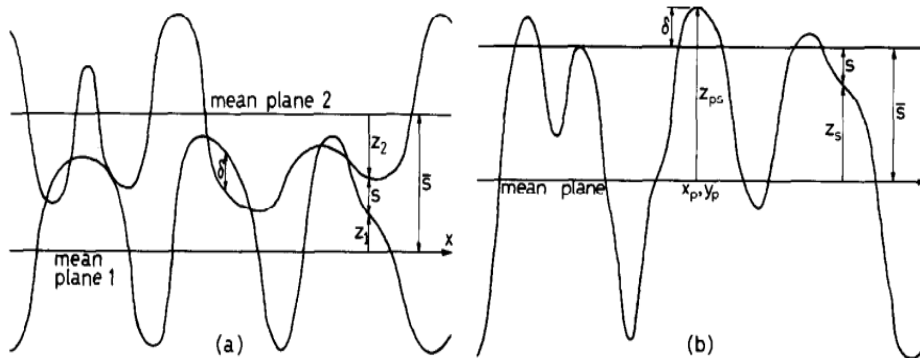
Les résultats calculés par les équations dérivées ont montré que la surface de contact réelle et le nombre de points de contact étaient approximativement proportionnels à la charge, mais la zone moyenne de point de contact et la pression moyenne dans les zones de contact réelles étaient presque indépendantes de la charge. La zone de contact réelle et le nombre de points de contact entre une surface plate et une surface rugueuse concordent qualitativement avec les valeurs calculées. Les approches entre les surfaces rugueuses acceptent également qualitativement les valeurs calculées.

### I.3.6. Modèle de Francis

**Francis** (en 1977) [36], considère un contact normalement chargé entre deux surfaces planes macroscopiques. La séparation des surfaces non déformées à un point donné  $(x, y)$  est  $s(x, y) = \bar{s} - z_s(x, y)$ , où  $z_s(x, y)$  est une somme de surface imaginaire définie comme  $z_s(x, y) = z_1(x, y) + z_2(x, y)$ . Les surfaces non déformées se chevauchent partout où  $s(x, y) < 0$ . À mesure que la charge augmente,  $\bar{s}$  diminue, et à chaque minimum dans

$s(x, y)$ , qui correspond à un maximum en  $z_s(x, y)$ , une zone de contact discret (microcontact) et se développe par déformation locale des surfaces 1 et 2. Ainsi, pour une somme de hauteur donnée, la hauteur de  $z_{ps}$  située à  $(x_p, y_p)$  (voir la figure I.13), la zone de microcontact à  $(x_p, y_p)$  lorsque  $\bar{s} = z_{ps}$ , le chevauchement maximum non déformé est calculé comme :

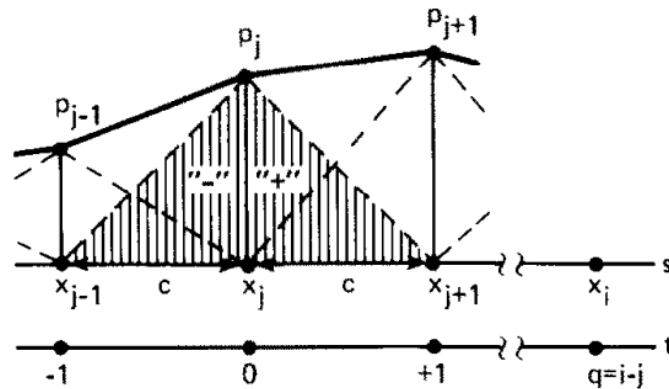
$$\delta = -s(x_p, y_p) = z_{ps} - \bar{s} \quad (I.50)$$



**Figure I.13.** (a). Section à travers deux surfaces en contact : (b) section correspondante à travers la somme de surface imaginaire [36].

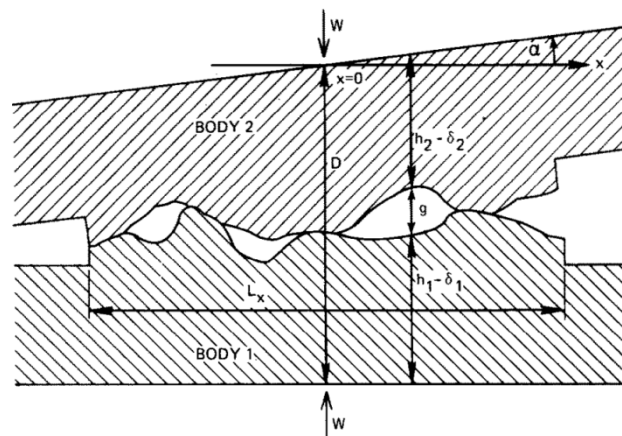
**Francis** a décrit la mécanique de la déformation (soit réversible ou irréversible) de l'interface entre deux surfaces aléatoires. La somme algébrique des deux surfaces est supposée gaussienne et isotrope, les champs de contraintes et de déplacement sont supposés être les mêmes pour le contact entre cette somme de surface et un plan lisse. Les microcontacts discrets sont mécaniquement indépendants et que dans chaque interface de microcontact, les déplacements de surface  $w_1(r)$  et  $w_2(r)$  sont paraboloides, ce qui permet de modéliser chaque microcontact par les relations fonctionnelles qui décrivent le comportement empirique d'une indentation sphérique isolée. L'aire de contact totale et la charge sont obtenues en fonction de la hauteur de la surface moyenne. Lorsque suffisamment de contacts ont fléchi, le comportement ne peut plus être considéré comme totalement élastique, la mécanique du contact dépend principalement de l'exposant de l'érouissage, du rapport entre la limite d'élasticité et le module de Young et du rapport mesurable entre le rayon moyen de pic et la moyenne quadratique de la hauteur de la somme de surface [6].

**Francis** en 1982 [37], a critiqué son propre modèle et les modèles d'aspérités probabilistes, il a créé un modèle d'éléments finis de surface pour un contact sans contrainte élastique en phase plane, ce qui fournit une description déterministe de la géométrie d'écart complexe et de la distribution de pression pour l'interface de contact entre des surfaces anisotropiquement rugueuses. Chaque élément de surface est une bande rectangulaire très longue avec des nœuds aux points médians de ses deux arêtes et la distribution de la pression est linéaire par morceaux d'un nœud à l'autre comme montré dans la figure I.14.



**Figure I.14.** Un segment de la distribution de pression linéaire par morceaux, montrant les rampes de pression composantes (-) et (+) [37].

En considérant les deux corps élastiques semi-infinis qui se touchent de manière discontinue dans une interface rectangulaire de dimensions  $L_x$  et  $L_y$  divisées en deux par les axes  $x$  et  $y$ . Si la topographie dans l'interface est prismatique, avec une pente nulle dans la direction  $y$ , et si  $L_y \gg L_x$  alors la déformation du contact près de l'axe  $x$  sera une tension presque plane dans le plan  $(x - z)$ . Le contact est représenté schématiquement sur la figure I.15.



**Figure I.15.** Représentation schématique de la géométrie déformée d'une interface de contact chargée par une force normale  $W$ :  $h_1(x)$ ,  $h_2(x)$ , profils de surface non déformés;  $\delta_1(x)$ ,  $\delta_2(x)$ , déformations de surface causées par la pression de contact [37].

Chaque corps est chargé par une force de contact normale  $W$  à  $x = y = 0$ , et le corps 2 a deux degrés de liberté par rapport au corps 1: translation normale à l'interface et la rotation autour de l'axe  $y$ . Soit  $h_1(x)$  et  $h_2(x)$  les profils de surface non déformés le long de l'axe  $x$ , mesurés par rapport à tout point de référence droit. Les points de référence sont des surfaces planes loin de l'interface et  $D$  et  $\alpha$  leur séparation et leur orientation relative respectivement. Soient  $\delta_1(x)$  et  $\delta_2(x)$  les déviations de surface normales (positives vers l'intérieur) par rapport au corps global. En général  $\alpha \ll 1$ , l'équation géométrique du fonds pour les dimensions et le déplacement normal à l'interface, à  $y = 0$ , est comme suit :

$$z(x) - w(x, W) + g(x, W) = D(W) + x\alpha(W) \quad (I.51)$$

Où  $z(x) = h_1(x) + h_2(x)$ , est la somme du profil non déformé,  $w = \delta_1 + \delta_2$ , est la somme de la déviation de surface et  $g$  est l'espace entre les surfaces.

La charge de contact totale  $W$  est donnée par :

$$W = L_y \int_{-L_x/2}^{+L_x/2} p(x) dx \quad (I.52)$$

### I.3.7. Modèle de Robbe-Valloire (*FRV1*)

Pour de nombreux types de défauts de l'échelle microscopique à l'échelle nanométrique d'une géométrie des surfaces, Le modèle *FRV1* propose de décrire les surfaces rugueuses comme des processus statistiques dont les paramètres sont ceux issus de la norme "*motifs- ligne enveloppe supérieure*", en utilisant les paramètres classiques normalisés pour la rugosité et l'ondulation, ce modèle n'a pas besoin de post-traitement spécifique pour le profil. Il donne directement des résultats reproductibles et offre une facilité d'utilisation pour décrire les principales dimensions de l'aspérité sur une grande variété de surfaces [38]. L'analyse de la variabilité de l'espacement latéral entre deux aspérités consécutives et l'utilisation de paramètres spécifiques donnent une description des rayons et des altitudes des sommets applicables à un plus grand domaine de formes d'aspérités que celui obtenu habituellement à partir de la microgéométrie aléatoire [39,40].

Les caractéristiques géométriques du motif numéro  $i$  sont les suivantes (voir la figure I.16) :

- $H_{1i}$  : est la hauteur entre le pic gauche et la vallée la plus profonde ;
- $H_{2i}$  : est la hauteur entre le pic droit et la vallée la plus profonde ;
- $T_i$  : est la plus petite valeur de  $H_{1i}$  et  $H_{2i}$  ;
- $R_i$  : est la hauteur moyenne du motif  $i$  ;
- $AR_i$  : est la distance horizontale entre les pics d'un Motif  $i$ .

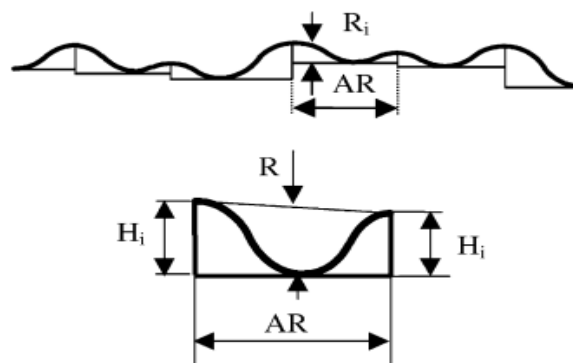


Figure I.16. Caractéristiques géométriques d'un motif [39].

Les paramètres de rugosité et d'ondulation donnent des estimations quantitatives des dimensions des aspérités principales et de l'évaluation de la hauteur de leur pic. Cette information dimensionnelle concerne non seulement les valeurs moyennes, mais aussi les écarts types. Cette description est très intéressante, car elle se concentre directement sur les aspérités principales et néglige les mini sommets avec des amplitudes mineures. Pour le processus aléatoire [32], cette opération nécessite un filtre passe-bas adéquat par rapport à la surface analysée [19,41]. Il suffit généralement de connaître les défauts microgéométriques tout en ignorant les défauts de plus petite échelle (nanométrique), ce qui permet de faire la norme "motif". Après avoir obtenu les paramètres  $W$ ,  $SW$ ,  $AW$  et  $SAW$ , la technique graphique fournit la valeur moyenne et le carré moyen de la racine pour la hauteur totale du motif d'ondulation. Au moyen de la technique précitée, la valeur moyenne de l'altitude ( $Alt$ ) est presque égale à :

$$Alt = \frac{R}{2} \quad (I.53)$$

En supposant que la répartition des pics dans un motif d'ondulation particulier comme sinusoïdale (figure I.17), les altitudes consécutives des pics mesurés à partir de la ligne moyenne du profil sont :

$$z = \frac{R}{2} + \frac{1}{2}W_i \sin\left(2\pi \frac{x_j}{AW}\right) \quad (I.54)$$

Où  $W_i$  est la hauteur totale du motif d'ondulation donné,  $x_j$  l'abscisse successive des pics et  $AW$  la longueur du motif d'ondulation. En supposant que  $W_i$  et  $x_j$  sont totalement indépendants, on déduit l'écart-type des hauteurs :

$$SAlt = 0.35\sqrt{(W^2 + SW^2)} \quad (I.55)$$

En prenant une distribution gaussienne pour la valeur "z" de l'altitude maximale. L'expression quantitative pour la distribution proposée pour la première fois par **Greenwood** et **Williamson** est comme suit :

$$f_1(z) = \frac{1}{SAlt\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z - Alt}{SAlt}\right)^2\right] \quad (I.56)$$

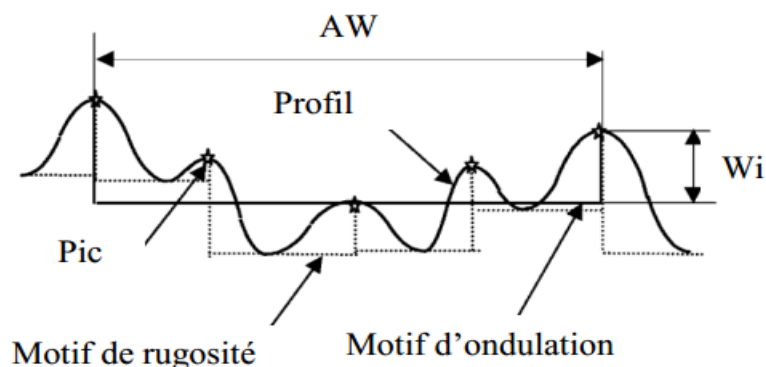


Figure I.17. Description d'un motif d'ondulation [39].

L'application de la technique graphique à un profil donne un certain nombre de motifs présentant les caractéristiques suivantes:

- $AR_i$  : est la largeur du motif ;
- $H_{1i}$  : est la hauteur du pic gauche ;
- $H_{2i}$  : est la hauteur moyenne du pic droit.

Approximativement les deux sommets avec les sphères, le rayon moyen peut être pris comme :

$$R_{1i} = \frac{1}{16} \frac{AR_i^2}{H_{1i}} \text{ et } R_{2i} = \frac{1}{16} \frac{AR_i^2}{H_{2i}} \quad (\text{I.57})$$

Si  $AR_i$ ,  $H_{1i}$  et  $H_{2i}$  sont indépendants, alors le rayon moyen des sommets et son écart type sont donnés par :

$$RAD = \frac{1}{16} \frac{AR^2 + SAR^2}{R} \quad (\text{I.58})$$

$$SRAD = \frac{1}{16} \frac{AR^2}{R} \sqrt{\frac{SR^2}{R^2} + 4 \frac{SAR^2}{AR^2}} \quad (\text{I.59})$$

À une distribution statistique gaussienne, les auteurs préfèrent une distribution logarithmique-normale, valable uniquement pour des valeurs positives :

$$f_2(R^*) = \frac{1}{aR^*\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2a^2} (\log R^* - b^2) \right] \quad (\text{I.60})$$

Avec

$$R^* = \frac{R}{SRAD} \quad (\text{I.61})$$

Où  $R$  est le rayon et  $SRAD$  le moyen carré de la distribution. Sachant que la moyenne et l'écart-type du paramètre  $R^*$ , sont respectivement  $\frac{RAD}{SRAD}$ . Cela permet de déterminer  $a$  et  $b$  comme suit :

$$a = \sqrt{\log \left( \frac{SRAD^2}{RAD^2} + 1 \right)} \quad (\text{I.62})$$

$$b = \log \left( \frac{RAD}{SRAD} \right) - \log \left( \frac{SRAD^2}{RAD^2} + 1 \right) \quad (\text{I.63})$$

Le modèle **FRV1** est complètement contraire aux modèles **WA** (décrit en I.3.3) et de **Nayak** (décrit en I.3.4), le modèle **FRV1** considère que la variabilité du rayon de courbure n'est pas une fonction des hauteurs de pics. En utilisant la relation de **Nayak** entre  $D_s$  (densité de surface des aspérités) et  $D_1$  (densité des aspérités sur un profil), il propose :

$$D_s = 1.2 D_1^2, \quad D_1 = \frac{1}{AR} \quad (\text{I.64})$$

$$D_s = \frac{1.2}{AR^2} \quad (I.65)$$

De la densité de probabilité, il est possible de déterminer la quantité d'aspérités, avec l'altitude du rayon et du sommet entre les valeurs données. Si  $A_a$  est la surface apparente du contact, le nombre total d'aspérités est alors égal à  $A_a \times D_s$ , et le nombre d'aspérités avec un sommet entre  $z_1$  et  $z_2$  et le rayon entre  $R_1$  et  $R_2$  est donnée par la relation suivante :

$$\frac{1.2A_a}{AR^2} \int_{z_1}^{z_2} \int_{R_1}^{R_2} f(z, R) dz dR \quad (I.66)$$

Ce modèle est indépendant de la forme de la surface et peut donc être appliqué à une grande variété de surface. Il peut résister à la quasi-périodicité du profil mesuré sur une surface tournée. Alors que pour les surfaces broyées ou polies dans lesquelles l'usinage génère plus de profils aléatoires, le modèle, comme prévu, donne une dispersion de rapport plus élevée à la valeur moyenne pour les trois dimensions d'aspérité. En utilisant uniquement des paramètres classiques normalisés pour la rugosité et l'ondulation.

### I.3.8. Modèle d'Onions et Archard

Les auteurs *Onions et Archard* [42], ont utilisé les résultats de *White house* et *Archard* (décrit en I. 3.3) pour développer une théorie du contact de surface rugueuse aléatoire. Pour construire leur théorie du contact, ils considèrent le cas où les hauteurs de sommets et leurs courbures sont indépendantes ( $\rho=0$ ), chaque aspérité étant sujette aux lois de *Hertz* (comme pour *Greenwood* et *Williamson*).

Le profil est défini par une distribution de hauteur et une fonction d'autocorrélation. La répartition en hauteur est gaussienne et donc définie par la probabilité de trouver une ordonnée entre  $h$  et  $h + dh$  :

$$f(y) = (2\pi)^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right) \quad (I.67)$$

Où la hauteur  $h$  a été exprimée sous la forme normalisée :

$$y = \frac{h}{\sigma} \quad (I.68)$$

La fonction d'autocorrélation :

$$C(\beta) = \frac{1}{L} \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} y(x)y(x + \beta) dx \quad (I.69)$$

$$C(\beta) = \exp\left(-\frac{\beta}{\beta^*}\right) \quad (I.70)$$

Où  $\beta^*$  est la distance de corrélation. Lorsque  $\beta = 2.3\beta^*$  la corrélation a diminué à 0.1.

En considérant l'extension la plus simple possible de la théorie à trois dimensions, la topographie étant définie par une grille d'ordonnées disposée dans un système de coordonnées simple. Un point haut en trois dimensions, un sommet, est alors défini de la manière la plus simple possible lorsqu'il est plus haut que ses quatre voisins les plus proches. Le rapport des sommets aux ordonnées est donc un cinquième et une estimation simple de la densité des aspérités par unité de surface est donnée par :

$$\eta = \frac{1}{5} \frac{1}{(2.3\beta^*)^2} \quad (I.71)$$

Les travaux précédents considèrent un contact entre une surface rugueuse et un plan lisse. Pour une séparation  $d$ , la distance entre un plan lisse et le plan moyen des hauteurs de la surface rugueuse  $A_N$  est l'aire nominale (ou apparente) de contact. En appliquant la même démarche de **Greenwood** et **Williamson** partant du comportement d'un sommet et de la statistique des sommets et des courbures des aspérités, on en déduit l'aire réelle et la charge de contact :

$$A_R = \eta\pi(2.3\beta^*)^2 A_N \int_d^\infty (Z - d) \int_0^\infty \frac{\varphi(z, c)}{N \cdot c} dcdz \quad (I.72)$$

$$W = \frac{4}{3} A_N E' (2.3\beta^*)^2 \sigma \int_d^\infty (z - d)^{3/2} \int_0^\infty \frac{\varphi(z, c)}{N \cdot \sqrt{c}} dcdz \quad (I.73)$$

L'indice de plasticité de **Greenwood** et **Williamson**, il repose sur l'hypothèse que toutes les aspérités ont le même rayon de courbure  $R$  et qu'elles ont une répartition gaussienne des hauteurs de pic caractérisée alors que celui d'**Onions** et **Archard** est variable.

### I.3.9. Modèle de Bush, Gibson et Thomas (BGT)

Le modèle **BGT** [43], est un modèle de contact élastique basé sur les hypothèses microgéométriques de **Nayak** (décrit en I.3.4). Le contact élastique entre les surfaces rugueuses étudiées sont isotropes aléatoires gaussiennes et les sommets des aspérités sont modélisés par des paraboloïdes de mêmes courbures principales en appliquant la solution classique de **Hertz** pour leur déformation. Les aspérités sont considérées comme indépendantes. L'altitude est mesurée à partir du plan moyen des hauteurs et on approche un plan lisse indéformable à une distance  $h$  de ce plan moyen. À la suite de calculs relativement techniques sur les densités de probabilités les auteurs arrivent aux deux résultats suivants :

$$W_N = \frac{A_N E'}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{2}} \frac{\sigma}{d} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{d}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (I.74)$$

$$A_R = \frac{A_N}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma}{d} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{d}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (I.75)$$

Où  $W_N$  est la charge appliquée, et  $A_R$  est l'aire réelle de contact.

Ce modèle (**BGT**) est basé sur la supposition que le sommet de chaque aspérité est remplacé par un paraboloïde ayant la même hauteur et les mêmes courbures principales que l'aspérité considérée (figure I.18).

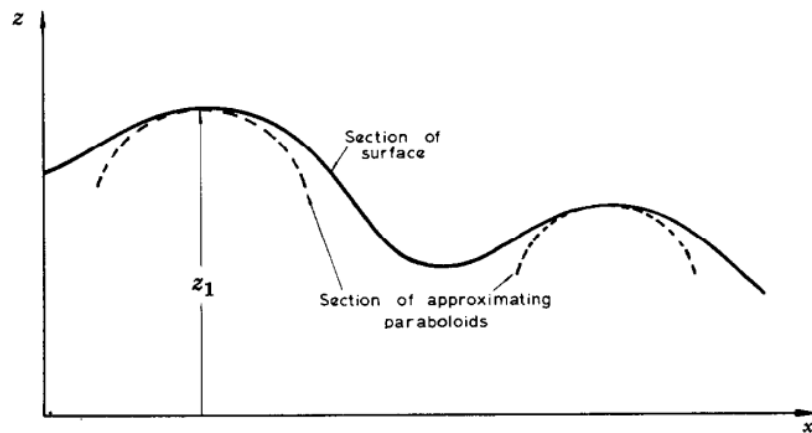


Figure I.18. Une section de la surface [43].

L'aire et la charge sont exprimées en fonction de  $z$  et des dérivées premières et secondes de n'importe quel profil 2D,  $z(x)$  de la surface rugueuse. On aboutit alors à la relation suivante [6] :

$$\frac{W_N(t)}{A_R(t)} = \sqrt{\frac{m_2}{\pi}} E^* = \Omega \quad (I.76)$$

Soit à une relation linéaire asymptotique entre  $W_N$  et  $A_R$  avec

$$t = \frac{h}{\sqrt{m_0}} \quad (I.77)$$

Le modèle **BGT** a démontré qu'un traitement rigoureux du contact élastique d'une surface isotrope donne une proportionnalité stricte entre la zone de contact et la charge pour une grande séparation et une relation approximativement linéaire pour une plus petite séparation. La zone de contact élastique pour toutes les surfaces de ce type sera identique à la même séparation sans dimension, et cette zone sera exactement la moitié de la portée à la même hauteur. La variation de charge avec la séparation dépend d'un seul autre paramètre de surface, la pente moyenne absolue du profil. À partir de cette variation, on peut dériver la proportionnalité expérimentale observée de la rigidité du contact et de la charge dynamique.

### I.3.10. Modèle de Chang, Etsion et Bogy (CEB)

Le modèle de **Chang et al (CEB)** [44], qui repose sur un contact en régime élasto-plastique basé sur l'aspérité est en accord étroit sur sa prédiction de la zone de contact, mais ce dernier ne devrait probablement pas être utilisé dans les cas où la séparation des surfaces en contact est critique, par exemple dans l'étanchéité ou l'enregistrement magnétique. Les hypothèses de base du modèle basé sur l'aspérité de **Greenwood** et **Williamson** sont :

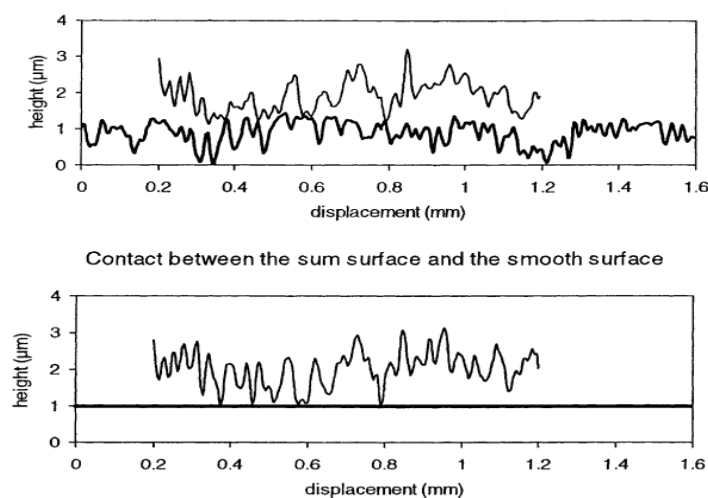
- La surface rugueuse est isotrope ;
- Les aspérités sont sphériques près de leurs sommets ;
- Tous les sommets d'aspérité ont le même rayon  $R$  mais leurs hauteurs varient de façon aléatoire ;
- Les aspérités sont très éloignées et il n'y a pas d'interaction entre elles ;
- Il n'y a pas de déformation en global, seules les aspérités se déforment pendant le contact.

Ce modèle ne prend pas en compte le régime transitoire. De même, ce modèle s'avère imprécis lorsqu'il prédit, pour une séparation de surface donnée, une capacité de charge plus importante pour les surfaces se déformant élastoplastiquement que pour des surfaces se déformant élastiquement [2].

### I.3.11. Modèle de Robbe-Valloire, Paffoni et Progni

Le modèle *Robbe-Valloire et al* [45], présente une modélisation du comportement élasto-plastique des aspérités en utilisant les paramètres de la norme "motif" (ISO 12085, 1996). Le principe de base de la résorption de la surface consiste à maintenir le même interstice entre les surfaces (figure I.19). Les paramètres microgéométriques de chaque surface sont combinés pour obtenir les paramètres de la surface de somme. Si les deux surfaces sont non-corrélées, elles sont donc analysées comme des événements indépendants, il est donc possible d'obtenir des relations entre les paramètres de la surface de somme et le retrait des surfaces initiales. Trois sortes de relation sont obtenues :

- $R_m = R_{m1} + R_{m2}$  et  $H_m = H_{m1} + H_{m2}$
- $R_{rms} = \sqrt{R_{rms1}^2 + R_{rms2}^2}$  et  $H_{rms} = \sqrt{H_{rms1}^2 + H_{rms2}^2}$
- $S_m = \frac{1}{2}(S_{m1} + S_{m2})$

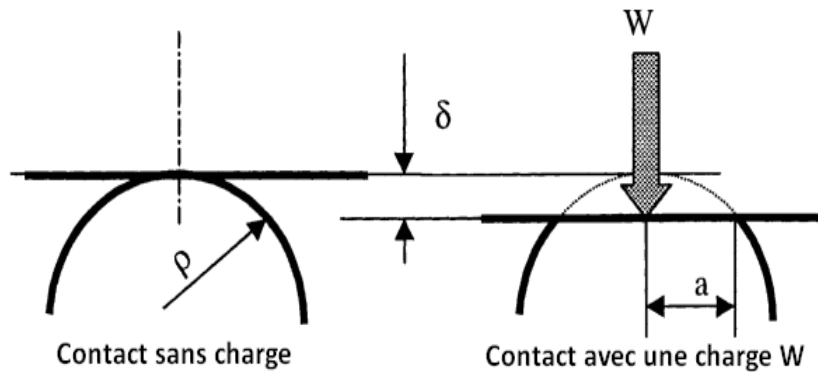


**Figure I.19.** Construction de surface somme [45].

La majorité des auteurs considèrent que la surface somme doit combiner l'élasticité des deux surfaces en utilisant la relation classique de **Hertz**:

$$\frac{1}{E_q} = \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \frac{1}{2} \quad (I.78)$$

Localement, le contact est assimilable à l'écrasement d'une profondeur  $\delta$  d'une sphère de rayon  $\rho$  par un plan lisse indéformable. Cet écrasement génère un effort  $W$  comme montré dans la figure I.20.

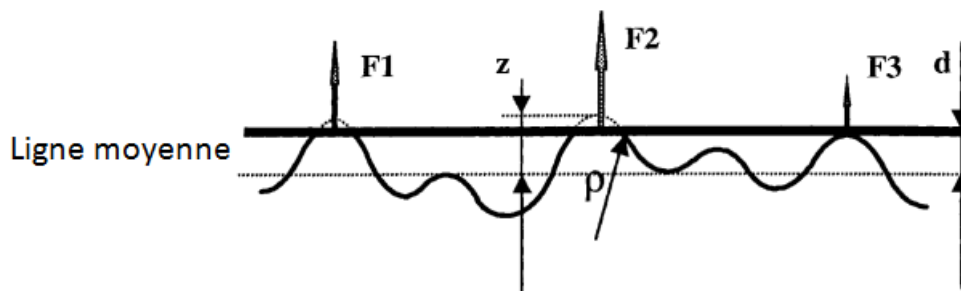


**Figure I.20.** Représentation schématique de l'indentation d'un seul contact d'aspérité [45].

En élasticité, la solution du contact Hertzien donne une relation entre l'interférence  $\delta$  et la charge  $W$  comme suit :

$$\delta = \left[ \frac{9 W^2}{4 E_q^2 \rho} \right]^{1/3} \quad \text{où} \quad W = \frac{2}{3} (\delta^3 E_q^2 \rho)^{1/2} \quad (I.79)$$

Le contact à examiner implique une surface lisse située à une hauteur définie ( $d$ ) de la ligne moyenne de la surface rugueuse (figure I.21).



**Figure I.21.** Principe de l'analyse du contact [45].

Un contact avec une surface lisse à la hauteur ( $d$ ) de la ligne moyenne de la surface rugueuse peut transmettre des forces normales par des aspérités élastiques, élasto-plastiques ou plastique selon les relations :

$$Q_{elast} = 1.2 \frac{A_o R_{pe}^3}{A_R^2 E_q^2} \int_{Z=d}^{Z_{max}} \int_{\rho_e}^{\rho_{max}} \bar{W}_1 \rho^2 f(Z) F(\rho) dZ d\rho \quad (I.80)$$

$$Q_{elastoplast} = 1.2 \frac{A_o R_{pe}^3}{A_R^2 E_q^2} \int_{Z=d}^{Z_{max}} \int_{\rho_{ep}}^{\rho_e} \bar{W}_2 \rho^2 f(Z) F(\rho) dZ d\rho \quad (I.81)$$

$$Q_{plast} = 1.2 \frac{A_o R_{pe}^3}{A_R^2 E_q^2} \int_{Z=d}^{Z_{max}} \int_0^{\rho_{ep}} \bar{W}_3 \rho^2 f(Z) F(\rho) dZ d\rho \quad (I.82)$$

Avec

$$\rho_e = \left( \frac{\delta}{27.4} \right) \left( \frac{E_q}{R_{pe}} \right)^2 \quad (I.83)$$

Et

$$\rho_{ep} = \left( \frac{\delta}{3976} \right) \left( \frac{E_q}{R_{pe}} \right)^2 \quad (I.84)$$

$Z_{max}$  et  $\rho_{max}$  sont les valeurs maximales pour l'altitude et le rayon des aspérités sur une surface donnée.

La charge globale sur le contournement  $Q$  est fournie par :

$$Q = Q_{elast} + Q_{elastoplast} + Q_{past} \quad (I.85)$$

**Robbe-Valloire** et **al** ont proposé les caractéristiques moyennes suivantes :

- La répartition statistique des aspérités présente une variabilité de la hauteur et de la courbure alors que beaucoup de recherches effectuent des calculs basés sur un rayon constant ;
- La distribution statistique est basée sur l'hypothèse d'une distribution normale de la distance entre les aspérités consécutives ;
- La formulation du comportement de chaque aspérité en contact utilise les lois en 3 étapes de l'indentation entre la pression moyenne et la zone de contact (élastique, élasto-plastique et plastique) ;
- Pour le régime élasto-plastique et plastique, la troncature classique est remplacée par une hypothèse de conservation de volume.

## 1.4. Modèles des contacts plastiques

### 1.4.1. Modèle Hisakado et Tzukizoe (HT)

Le modèle **HT** (en 1974) [46,47] a pris en considération que chaque pente d'aspérité d'une surface rugueuse avec des aspérités de différentes hauteurs est indépendante de la séparation entre une surface rugueuse et une surface plate en contact, comme indiqué

sur la figure.I.22, la zone projetée, c'est-à-dire la surface réelle totale des aspérités de contact, les aspérités qui se situent entre les séparations  $u = m\sigma$  et  $u = u_0$  est donnée par :

$$\frac{S}{G(-m\sigma)} \int_{u_0}^{m\sigma} g(u) du \int_{\tan\theta_{\min}}^{\tan\theta_{\max}} \cos\theta q(\tan\theta) d \tan\theta \quad (I.86)$$

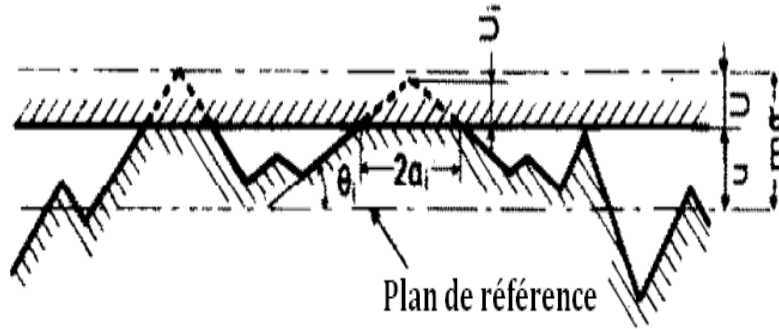


Figure I.22. Surface rugueuse pressée par une surface plane [47].

**Hisakado** a étudié les surfaces isotropes gaussiennes et il a modélisé les sommets des aspérités par des calottes sphériques. Il suppose que les aspérités n'interagissent pas entre elles. Enfin, à travers le critère de plasticité établi par **Greenwood** et **Williamson**, il prend en compte le comportement plastique des aspérités quand il y a lieu. Il définit alors la densité de probabilité des hauteurs de la surface par :

$$\frac{g(z)}{G(-m\sigma)} = \frac{f(z) - f(m\sigma)}{\int_z^{m\sigma} [f(u) - f(m\sigma)] du} \quad (I.87)$$

Avec

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) \quad (I.88)$$

$$G(-m\sigma) = \int_{-m\sigma}^{m\sigma} g(z) dz \quad (I.89)$$

$$\sigma = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{\frac{1}{2}} \quad (I.90)$$

Les formes de points de contact entre deux aspérités coniques sont distinguées dans la figure. I.23. La probabilité de contact entre les pics des aspérités est inférieure à celle du contact entre les côtés des aspérités.

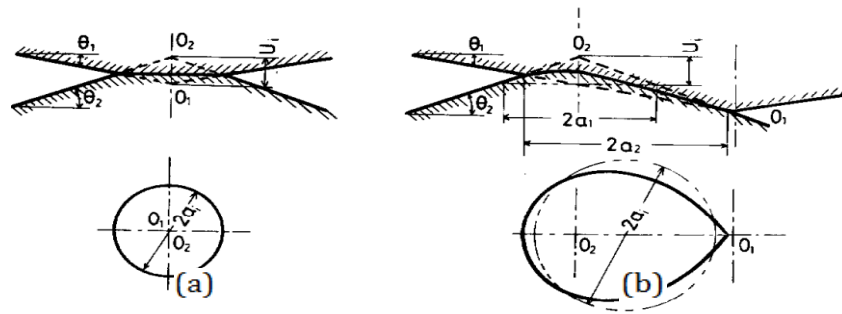


Figure I.23. Formes de points de contact entre deux aspérités coniques [46].

Les pics d'aspérités ne sont pas alignés perpendiculairement au plan de référence (voir la figure I.22). Pour simplifier le calcul d'une densité de probabilité équivalente en fonction de  $(\tan\theta)$ , la relation entre  $U_i$  et  $a_i$  est supposée comme suit :

$$a_i = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{U_i}{\tan\theta} \quad (\text{I.91})$$

Où

$$\tan\theta = 2 \frac{(1 - \tan^2\theta_1/\tan^2\theta_2)\tan\theta_2}{(2 - \tan^2\theta_1/\tan^2\theta_2)} \quad (\text{I.92})$$

$$\tan\theta_2 \geq \tan\theta_1$$

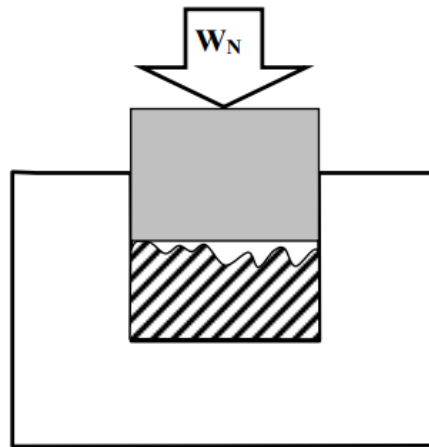
Les effets de la répartition des pentes de surface et de la pression d'écoulement des points de contact sur les contacts entre deux surfaces solides ont été analysés théoriquement et comparés aux données expérimentales :

- Le nombre de points de contact  $n$  diminue avec la gamme croissante de la répartition des pentes de surface pour une valeur donnée de la pente moyenne superficielle ;
- Plus la rugosité de la surface est grande, plus les valeurs de  $n$  sont influencées par la couche durcie ou le durcissement du travail des aspérités de contact ;
- La zone réelle du contact  $A$  dépend de la rugosité de la surface et de la couche durcie ou du durcissement des aspérités de contact, mais peu influencée par la répartition des pentes de surface ;
- Le rayon moyen des aspérités en contact augmente avec la variabilité des pentes et avec l'effort appliqué mais diminue quand la rugosité augmente. Des résultats expérimentaux montrent que le modèle théorique sous-estime le rayon moyen des aspérités en contact quel que soit l'effort appliqué ;
- La distribution des rayons des points de contact est très peu influencée par la pente des aspérités.

#### 1.4.2. Modèle de Pullen et Williamson (PW)

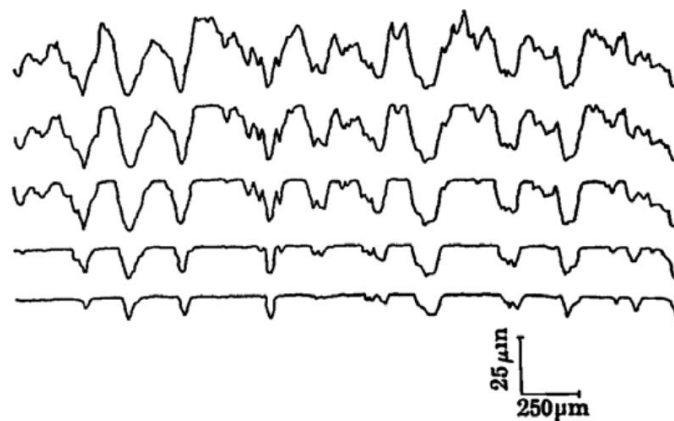
Le modèle (PW) [48], est basé sur des résultats expérimentaux. Pullen et Williamson constatent que les surfaces résistent de plus en plus à l'écrasement sous fortes charges,

ce qui devrait conduire à une relation non-linéaire entre l'aire réelle de contact et la charge appliquée. La figure I.24 montre le dispositif expérimental du modèle, qui constitué d'une enclume qui permet de serrer une éprouvette par les bords pour l'écraser sur sa surface libre (surface rugueuse) par une surface lisse rigide. Ceci permet d'assurer que l'éprouvette ne flambe pas. La mesure de la longueur de profil participant au contact est considérée comme une mesure de l'aire réelle de contact. Son rapport à l'aire nominale de contact est appelé degré de contact [7].



**Figure I.24.** Le dispositif expérimental utilisé dans le modèle PW [48].

Les charges étaient toujours inférieures à celles qui avaient été utilisées pour insérer l'échantillon, assurant ainsi qu'une déformation significative était limitée au flux local près de la surface libre. En effet, la figure I.25 montre que la matière déplacée au niveau du contact doit se retrouver ailleurs, c'est à dire hors du contact.



**Figure I.25.** Des profils montrant une déformation progressive des aspérités sur l'échantillon d'aluminium. Le profil du haut est vierge [48].

Lorsqu'une aspérité isolée est écrasée d'une quantité ( $ds$ ), le travail effectué est ( $PA_r ds$ ), où  $P$  est la pression moyenne sur la zone de contact,  $A_r$  considérée comme une indentation et  $ds$  est la longueur d'écrasement. Pour un matériau donné,  $P$  est largement

indépendant de la géométrie d'aspérité et de la charge [49]. Ainsi, le travail effectué en écrasant une surface dans laquelle les aspérités n'interagissent pas peut s'écrire  $(PA_r ds)$ , où  $A_r$  représente maintenant la zone réelle totale de contact. En ce qui concerne le travail effectué à l'extérieur,  $W ds$  donne la relation  $W = PA_r$ . En introduisant la charge sans dimension,  $W^*$ , défini comme  $W/(PA_n)$ , où  $A_n$  est la zone nominale, conduit à la forme pratique :

$$W^* = \alpha \quad (I.93)$$

Où  $\alpha$  est le degré de contact  $A_r/A_n$ .

Lorsqu'un ensemble d'aspérités est écrasé d'une quantité  $ds$ , la matière déplacée réapparaît comme une augmentation  $du$  sur la surface sans contact. Le travail effectué en écrasant une aspérité particulière pour que le déplacement relatif de l'aspérité  $(ds + du)$  est proportionnel à la surface qui l'entoure. La synthèse donne l'expression  $A_r(ds + du)$ , pour le travail total effectué. Le travail  $Wds$  effectué par la force appliquée donne la relation :

$$Wds \geq PA_r(ds + du) \quad (I.94)$$

Le volume est conservé :

$$du = ds \alpha / (1 - \alpha) \quad (I.95)$$

Le degré de contact de la surface écrasée s'écrit comme :

$$\alpha = \int_h^\infty \phi(z) dz \quad (I.96)$$

Où  $h = (s - u)$ , et  $(s)$  est la séparation et  $(u)$  la montée. Le volume généré par la surface ascendante est  $u$  par unité de surface. Si le volume est conservé, cela doit être égal au volume déplacé indiqué par les zones ombrées de la figure I.26 :

$$u = \int_h^\infty (z - h) \phi(z) dz \quad (I.97)$$

La séparation est donc donnée par :

$$s = h + \int_h^\infty (z - h) \phi(z) dz \quad (I.98)$$

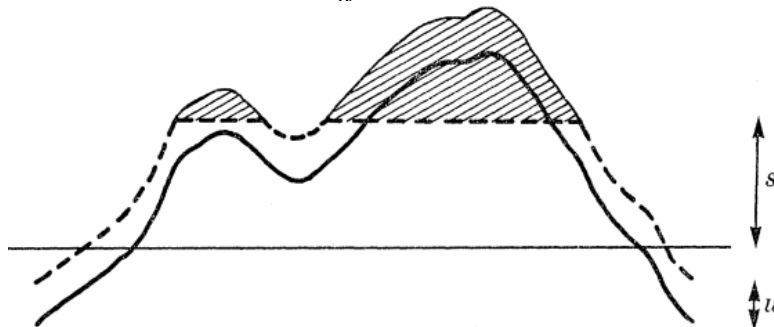


Figure I.26. Redistribition du métal lors du broyage d'une surface rugueuse par un plat [48].

La remontée plastique uniforme, conséquence de l'incompressibilité de l'écoulement plastique est donc à prendre en compte vis-à-vis de l'effort normal qui laisse penser que la plasticité joue un rôle non-négligeable dans la mécanique du contact [7].

### **I.5. Conclusion**

Cette étude bibliographique nous a permis de mieux comprendre la complexité des différents mécanismes mis en jeu lors du contact entre les interfaces des surfaces rugueuses. Nous avons également mis en évidence les différentes équations utilisées pour chaque modèle en comparant les deux approches : rugueux sur rugueux, et lisse sur lisse. Ainsi, l'estimation de l'évolution de l'aire de contact, ou encore du nombre de zones de contact au cours du chargement (à l'aide de ces modèles) nous a apporté un progrès considérable dans la compréhension du contact entre surfaces rugueuses. Grâce aux progrès informatiques des dernières années les méthodes numériques nous permettent d'utiliser les approches numériques en étudiant les différents phénomènes physiques entre les surfaces rugueuses en contact.

## Références

- [1] **J.B.P Williamson, J Pullen, and R .T Hunt**, «The Shape of Solid Surfaces», Paper presented at ASME Winter Annual Meeting Los Angeles, Nov 1969, Surface Mechanic ASME Publication, New York 1969, pp 24-35.
- [2] **J Durand**, thèse doctorat «Approche multi-échelles des problèmes de contact et d'étanchéité» Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2012.
- [3] **R GRAS**, Tribologie - Principes et solutions industrielles, DUNOD, 2008.
- [4] **Y Mouadji**, thèse doctorat, «Effets du courant électrique sur le mécanisme de croissance de la couche d'oxyde à l'interface des contacts électrodynamiques cuivre-graphite et graphite-graphite», Université Constantine 1, 04 juillet 2013.
- [5] **F Pennec**, thèse doctorat «Modélisation du contact métal-métal : application aux micro-commutateurs MEMS RF. Micro et nanotechnologies/Microélectronique». Université Paul Sabatier – Toulouse III, 2009.
- [6] **T Ich Tach**, thèse doctorat «Vérification de la validité du concept de surface somme par une approche statistique du contact élastique entre deux surfaces rugueuses», École Doctorale Sciences pour l'Ingénieur – ED287 Numéro d'Ordre : 2015ECAP0010 École Centrale Paris.
- [7] **T Da Silva Botelho**, thèse doctorat «contribution à l'étude du comportement élastoplastique de surfaces métalliques rugueuses revêtues d'un métal de faible dureté» Université de Poitiers, 08 octobre 2004.
- [8] **A.P. Nyemeck**, thèse doctorat «Modélisation de la lubrification mixte et du comportement thermique dans les garnitures mécaniques», Génie mécanique, Université de Poitiers, 2011.
- [9] **J Greenwood et J Williamson**, «Contact of nominally flat surfaces» Proc. R. Soc. A, pp. 295-300, 1966.
- [10] **K Malal**, thèse doctorat «Contribution à l'étude de l'influence de la rugosité et des effets non-Newtoniens dans les contacts sévères lubrifiés», L'institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Année 2003.
- [11] **E.L.A Ciulli, G Ferreira. Pugliese, ET S.M.O Tavares**, « Rough contacts between actual engineering surfaces: Part I. Simple models for roughness description». Wear 264 (11-12) (mai 10): 1105-1115. doi:10.1016/j.wear.2007.08.024.
- [12] **G Buscaglia, M Jaï**, «A New Numerical scheme for non Uniform homogenized problems: application to the non Linear Reynolds compressible equation», Math. Prob. In Engin. 2000, Vol 7, p. 355-378.

- [13] **B Najji**, thèse doctorat «Effets Non-Newtonien dans les paliers : Etude statique et dynamique par éléments finis», Université Mohammed 5, novembre 1989, 187 p.
- [14] **A Majumdar, B Bushan**, «Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces», ASME J. tribol. 113 (1) (1991), pp. 1-11.
- [15] **B Mandelbrot**, «The Fractal Geometry of Nature», New York Freeman (1982).
- [16] **A Majumdar and B Bhushan**, «Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of rough surfaces». ASME Journal of Tribology 112 (1990) 205–216.
- [17] **M.V. Berry, Z. V Lewis**, «On the Weierstrass-Mandelbrot Fractal Function », Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences Vol. 370, No. 1743 (Apr. 24, 1980), pp. 459-484.
- [18] **A Majumdar, and B Bhushan**, «Fractal model of elastic-plastic contact between rough surface», J. of Tribology, 113:1–11. (1991).
- [19] **A Majumdar, and B Bhushan**, «Elastic-plastic contact model of bifractal surfaces». Wear, 35:87–111. (1992).
- [20] **W Yan, et K Komvopoulos**, « Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces ». Journal of Applied Physics 84: 3617-3624.1998.
- [21] **B Persson**, «Theory of rubber friction and contact mechanics». J. Chem. Phys., 115:3840–3861. (2001).
- [22] **L Pei, S Hyun, J Molinari, and M Robbins**, «Finite element modeling of elasto-plastic contact between rough surfaces». Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 53:2385–2409. (2005).
- [23] **Sahoo, Prasanta, et G Niloy**, « Finite element contact analysis of fractal surfaces ». Journal of Physics D: Applied Physics 40: 4245-4252. Doi: 10.1088/0022-3727/40/14/021.2007.
- [24] **O Rezvanian, M A Zikry, C Brown, et J Krim**, « Surface roughness, asperity contact and gold RF MEMS switch behavior ». Journal of Micromechanics and Microengineering 2007.
- [25] **C Vallet, D Lasseux, P Sainsot, and H Zahouani**, «Real versus synthesized fractal surfaces: Contact mechanics and transport properties». Tribology International, 42:250–259. (2009a).
- [26] **V Hern Heinrich Hertz**, «Über die Berührung fester elastischer Körper, Journal für die reine und angewandte Mathematik». Vol. 92,156-171, 1881.

[27] **D Fabrice**, thèse doctorat «Comportement tribologique et vibro acoustique d'un contact élastomère/verre», École Centrale de Lyon 2009.

[28] **N OUMAROU**, thèse doctorat «Caractérisation mécanique de systèmes film-substrat par indentation instrumentée (nanoindentation) en géométrie sphère-plan», Institut National Polytechnique de Lorraine, 2009.

[29] **H Ben Abdelounis**, thèse doctorat «Dynamique et vibroacoustique du contact rugueux : expérimentation et modélisation ».École Centrale de Lyon 2010.

[30] **D Whitehouse et J Archard**, «The properties of random surfaces of significance in their contact». Proc. Roy. Soc. Lond. A, vol. 316, pp. 97-121, 1970.

[31] **J Peklenik**, 1967-8. Proc. Instn mech. Engrs 182, part 3K (conference on the properties and metrology of surfaces), p. 108.

[32] **R Nayak**, «Random process model of rough surfaces ». J. Lub. Tech., vol. 93, pp. 398-407, 1971.

[33] **M.S. Longuet-Higgins**, «The Statistical Analysis of a Random, Moving Surface». Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. Vol. 249, No. 966 (Feb. 21, 1957), pp. 321-387.

[34] **K Yamada, N Takeda, J Kagamiand et T. Naoi**, «Mechanisms of elastic contact and friction between rough surfaces». Wear, vol. 48, pp. 15-34, 1978.

[35] **S Timoshenko and J. N Goodier**, «Theory of Elasticity». McGraw-Hill, New York, 1951, p. 312.

[36] **H Francis**, «Application of spherical indentation mechanics to reversible and irreversible contact between rough surfaces». Wear, vol. 45, pp. 221-269, 1977.

[37] **H Francis**, «A finite surface element model for plane-strain elastic contact». Wear vol. 76, pp. 221-245, 1982.

[38] **F. Robbe-Valloire**, thèse doctorat «Modélisations des microgéométries de surface. Application à la modélisation du comportement tribologique». Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) 2000.

[39] **F Robbe-Valloire**, «Statistical analysis of asperities on rough surface». Wear 249 (2001), pp 401-408.

[40] **F Robbe-Valloire, B Paffoni, R Progrid et R Gras**, «Modélisation du frottement mixte entre surfaces parallèle fonctionnant en environnement lubrifié». Actes des Journées Internationales Francophones de Tribologie, Neuchâtel, pp. 197-203, 1997.

[41] **J.I. Mc Cool**, «Comparison of models for the contact of rough surfaces». Wear 107 (1986) 37-60.

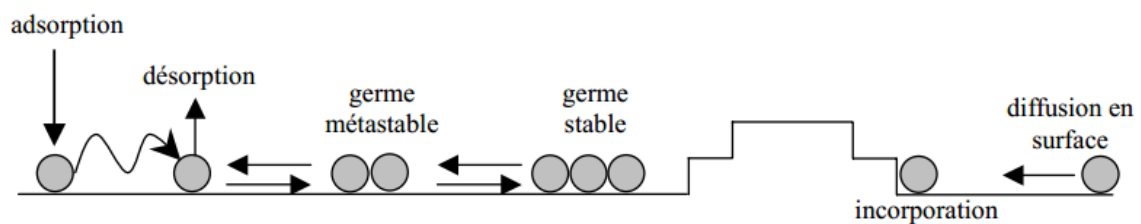
- [42] **R.A. Onions, A.F. Archard**, «The contact of surfaces having a random structure». J. Phys. D. (1973), Vol 6, pp289-304.
- [43] **A Bush, R Gibson et T Thomas**, «The elastic contact of a rough surface». Wear vol. 35, pp. 87-111, 1975.
- [44] **W Chang, I Etsion et D Bogy**, «An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces». Journal of tribology, vol. 109, pp. 257-263, 1987.
- [45] **F Robbe-Valloire, B Paffoni et R Progri**, «Load transmission by elastic, élasto-plastic or fully plastic deformation of rough interface asperities». Mech. of Mat., vol. 33, pp. 617-633, 2001.
- [46] **T Hisakado**, «Effect of surface roughness on contact between solid surfaces». Wear 28 (1974), pp217-234.
- [47] **T Hisakado, T Tsukizoe**, «Effects of distribution of surface slopes and flow pressures of contact asperities on contact between solid surfaces». Wear 30 (1974), pp 213-227.
- [48] **J Pullen, J.B.P Williamson**, «On the plastic contact of rough surfaces». Proceedings of the Royal Society of London, A327 (1972), pp159-173.
- [49] **D Tabor**, «The hardness of metals». London: Oxford University Press, 1951.

## II.1. Introduction

La modélisation des phénomènes de croissance cristalline remonte au siècle dernier où **Gibbs** [1] en 1878 a proposé un premier modèle des mécanismes multi-particulaires complexes basé sur la notion de fluctuations thermodynamiques de la densité locale de la vapeur super-saturée, engendrant la formation de gouttelettes en phase liquide. Cette notion de germination employant les descriptions thermodynamiques a été ensuite largement développée par **Volmer** et **Weber** [2], et des années plus tard par **Becker** et **Doring** [3], qui ont développé une première théorie sur la croissance épitaxiale d'un solide à partir d'une phase vapeur. La croissance superficielle est souvent associée à l'accumulation d'une surface physique, comme la croissance des cristaux et des métaux.

## II.2. Régimes et modes de croissance

Le principe de la croissance cristalline en phase vapeur consiste à mettre en présence la vapeur d'un matériau ( $A$ ) qualifié d'adsorbat avec un autre matériau cristallin ( $A$  ou  $B$ ) appelé substrat dont la température, inférieure à celle de l'équilibre solide-vapeur, provoque la condensation [4]. Les principaux processus impliqués dans la croissance sont représentés schématiquement sur la figure II.1.



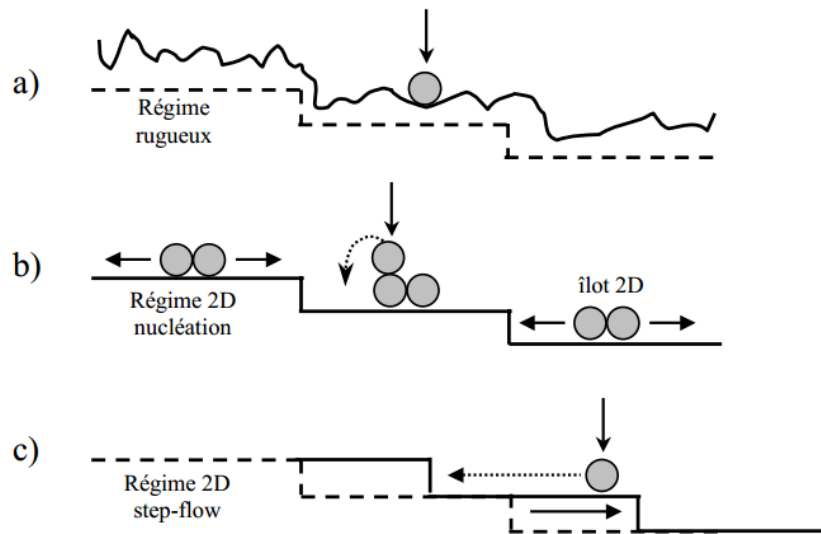
*Figure II.1. Processus microscopiques régissant les mouvements atomiques pendant la croissance cristalline en phase vapeur [5].*

Dans tous les cas, le germe ainsi formé suite aux parcours des atomes, peut être instable (ou stable) et être aussi le germe d'un agrégat. Il est alors possible de définir une taille critique pour la formation d'un germe, c'est-à-dire le nombre minimal d'atomes nécessaires pour stabiliser le germe noté  $i^*$ . Cette taille n'est pas une constante mais dépend du flux  $F$  et de la température. La longueur de diffusion moyenne des adatoms sur la surface peut être déterminée par la suite. Pour augmenter la densité de particules, il sera nécessaire d'augmenter le flux à température constante ou de diminuer la température au flux constant [6].

### II.2.1. Régimes de croissance

Il existe trois régimes de croissance par épitaxie en phase vapeur en fonction de la température (figure II.2). En définissant les divers régimes par rapport à la morphologie de croissance. À basse température, **un régime rugueux**, où le processus de diffusion est très faible et les atomes ont tendance à s'incorporer là où ils sont adsorbés. La surface cristalline croît aléatoirement en créant une surface rugueuse. À une température

intermédiaire, la diffusion de surface est suffisante pour que les atomes se collent en formant des îlots d'une hauteur monoatomique sur les terrasses. C'est une croissance par nucléation d'îlots ou de croissance couche par couche, car les îlots croissent latéralement puis coalescent, jusqu'à la formation d'une couche plane. Ce régime est appelé aussi **régime de nucléation 2D**. Dans le cas d'une haute température, la diffusion de surface est largement importante pour que tous les atomes déposés s'incorporent aux bords de marches. La croissance se fait par avancée des bords de marches. Ce régime permet la croissance des surfaces les plus planes (rugosité atomique) et il est communément appelé le **régime 2D step-flow** [5].



**Figure II.2.** Régimes de croissance d'une surface cristalline de Si, en fonction de la température de dépôt : a) régime rugueux (basses températures) b) régime de nucléation 2D (températures intermédiaires) c) régime 2D step-flow (hautes températures) [5].

Ces mécanismes de diffusion permettent de définir un libre parcours moyen des adatoms (distance moyenne parcourue par un adatome avant la désorption ou l'incorporation dans un germe). La quantité d'atomes arrivant sur la surface est décrite par le flux ( $F$ ) exprimé en  $MC \cdot s^{-1}$  (MC = monocouche). Les atomes adsorbés sur la surface peuvent diffuser et nous pouvons ainsi définir la longueur de diffusion des adatoms sur la surface à partir du coefficient de diffusion [7] :

$$D = a_0^2 \frac{v_0}{4} \exp\left(\frac{-E_d}{k_B T}\right) \text{ et } l_s \propto \left(\frac{D}{F}\right)^\gamma \quad (\text{II.1})$$

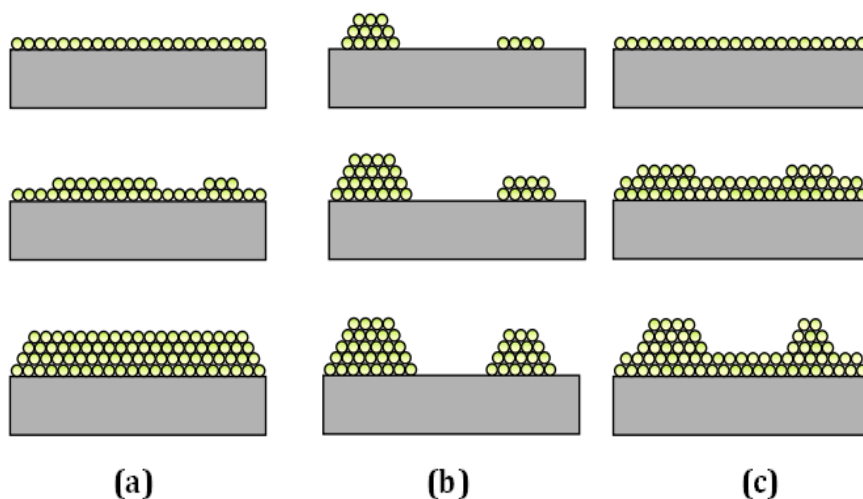
Avec :

- $l_s$  : la longueur de diffusion.
- $\gamma$  : proportionnel au nombre d'adatoms minimum pour former un germe d'îlot stable.
- $E_d$  : la barrière énergétique vue par l'adatome pour aller d'un site atomique à un site voisin.

- $a_0$  : la distance entre deux sites d'adsorption voisins.
- $T$  : la température.
- $\nu_0$  : la fréquence de vibration de l'adotome dans un site atomique.

### II.2.2. Modes de croissance

La compréhension de la croissance épitaxiale en fonction du bilan des énergies libres ( $\gamma$ ) de l'adsorbat, du substrat et celle de leur interface, nous permet de distinguer trois modes de croissance [8]. En effet, si  $\gamma_{substrat} > \gamma_{adsorbat} + \gamma_{interface}$ , une première couche homogène mouille le substrat, puis si la croissance se poursuit ( $> 1MC$ ), les atomes arrivés sur le substrat forment des couches supplémentaires (**mode de croissance 2D**) monocouche par monocouche, ce mode est appelé mode de **Frank-van der Merwe** (figure. II.3.a) [9]. Maintenant, si  $\gamma_{substrat} < \gamma_{adsorbat} + \gamma_{interface}$ , des particules nucléées directement sur le substrat et les atomes choisissent de se lier entre eux plutôt qu'avec le substrat (figure. II.3.b), dans ce cas, il s'agit d'un **mode de croissance 3D** de **Volmer-Weber** [2,10], ou alors, une croissance de **Stranski-Krastanov** [11], qui correspond à une combinaison des deux modes précédents. Après un début de croissance bidimensionnelle jusqu'à une épaisseur critique, la formation d'îlot devient énergétiquement favorable, d'où une transition d'un **mode de croissance 2D - 3D** (figure. II.3.c).



**Figure II.3.** Modes de croissance d'un matériau A sur un substrat B : a)- Franck et Van der Merwe (FM). b)-Volmer et Weber (VW). c)- Stranski-Krastanov(SK) [8].

### II.3. Théorie de l'échelle

L'évolution de la morphologie de la croissance des surfaces et des interfaces est généralement régie par des processus stochastiques impliquant des effets non équilibrés sur de nombreux corps. La complexité de la morphologie des interfaces des surfaces rugueuses empêche l'application des approches analytiques. En revanche, les surfaces croissantes sont fractales et évoluent naturellement vers un état stable sans échelle de temps ou de longueur caractéristique. Ceci a motivé le développement de la théorie de

l'échelle pour décrire la dynamique des surfaces fractales comme l'écart-type de la hauteur dépendant du temps [12,13], comme suit :

$$W(L, t) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L [h(i, t) - \bar{h}(t)]^2} \quad (\text{II.2})$$

Où  $W$  est la rugosité de surface,  $L$  est la taille du système,  $(d)$  est la dimension,  $h(i, t)$  est la hauteur de la surface de site  $(i)$  dans un temps  $(t)$ , et  $\bar{h}(t)$  est la hauteur moyenne de la surface à l'instant  $(t)$ . Pour une surface générale cette hauteur est définie par :

$$\bar{h}(t) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L h(i, t) \quad (\text{II.3})$$

Pour une surface générale, la rugosité augmente en tant que puissance du temps jusqu'à un temps  $t_x$ , parfois appelé temps de saturation :

$$W(L, t) \sim t^\beta, [t \ll t_x] \quad (\text{II.4})$$

L'exposant  $\beta$  s'appelle l'exposant de croissance qui décrit la dynamique de rugosité dépendante du temps. Une fois que le temps de passage est atteint, la rugosité est saturée donnant la valeur de saturation  $W_{sat}$ . La valeur de saturation augmente avec la taille de système augmentée  $L$ , et la dépendance suit également une loi de puissance :

$$W_{sat}(L) \sim L^\alpha, [t \gg t_x] \quad (\text{II.5})$$

Où  $\alpha$  est l'exposant de rugosité qui décrit la rugosité après la saturation du système. Le temps de croisement dépend aussi d'une loi de puissance :

$$t_x \sim L^z \quad (\text{II.6})$$

Où  $z$  est l'exposant dynamique.

$W(L, t)/W_{sat}(L)$  ne dépend que de  $t/t_x$ , la relation de mise à l'échelle générale de la rugosité, également appelée relation de mise à l'échelle de **family-Vicsek** [14] s'écrit :

$$W(L, t) \sim W_{sat}(L) f\left(\frac{t}{t_x}\right) \quad (\text{II.7})$$

$$W(L, t) \sim L^\alpha f\left(\frac{t}{L^z}\right) \quad (\text{II.8})$$

Les exposants sont également liés les uns aux autres et l'exposant dynamique s'obtient comme suit :

$$z = \frac{\alpha}{\beta} \quad (\text{II.9})$$

Cette relation entre les exposants repose sur tout processus de croissance. Les exposants  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $z$  caractérisent la croissance des modèles et leurs structures auto-affines et morphologies.

### II.4. Fonction de corrélation des hauteurs

Dans le processus de rugosité, les particules de matière arrivent constamment à une position aléatoire  $x$ . Ensuite, selon l'état d'un voisinage de  $x$ , la hauteur  $h(x)$  peut être incrémentée, ou décrementée, un site parmi ses voisins peut également être affecté. À partir des règles microscopiques, différentes dynamiques de rugosité apparaissent. En ce qui concerne les phénomènes critiques [15], seuls deux exposants sont suffisants pour caractériser ces dynamiques et définissent ainsi des classes universelles de surfaces rugueuses. L'un d'entre eux consiste à étudier les fonctions de corrélation, respectivement dans le temps et dans l'espace, la fonction d'évolution des hauteurs d'une surface rugueuse est définie comme :

$$H(x, t) = h(x, t) - \bar{h}(x, t) \quad (\text{II.10})$$

Où  $h(x, t)$  est la hauteur de la surface rugueuse dans la position  $x$  à l'instant  $t$ , et  $\bar{h}(x, t)$  est une surface moyenne. Les fluctuations de l'interface sont déterminées par **l'amplitude des fluctuations de l'interface** (largeur de l'interface) comme :

$$W(t) = \langle (h(x, t) - \bar{h}(t))^2 \rangle_x \quad (\text{II.11})$$

La moyenne  $\langle \cdot \rangle_x$  est calculée le long de la taille du système.

La fonction de corrélation des hauteurs est calculée comme suit :

$$C(x) = \langle (h(x_0 + x, t) - h(x_0, t))^2 \rangle_{x_0} \quad (\text{II.12})$$

Où  $x$  est la distance de corrélation.

### II.5. Quelques approches décrivant la croissance cristalline

La dynamique de la croissance cristalline est la fonction de corrélation des hauteurs  $C(x)$ , qui décrit l'évolution du profil de l'interface en fonction du temps de croissance. Il y a deux approches théoriques qui permettent d'atteindre cet objectif : la première est basée sur l'élaboration d'un modèle discret, tandis que la deuxième repose sur une équation continue [16].

- **Modèle discret** : les règles de comportement des particules sont définies sur la base des processus physiques qui interviennent lors de la croissance : dépôt, diffusion, adsorption, désorption. Les indices critiques  $\alpha$  et  $\beta$  sont obtenus à partir des simulations numériques. Pour cela, il suffit de calculer numériquement les fonctions de corrélation des hauteurs et formuler les lois d'échelles correspondantes.

- **Modèle continu** : cette approche repose sur l'élaboration d'une équation continue décrivant le système. Plusieurs formes d'équations ont été proposées, basées sur une description macroscopique du mouvement et formulées sur la base d'arguments phénoménologiques de symétrie. Dans ce qui suit, l'accent a été mis sur les principales équations existantes dans la littérature.

### II.5.1. Équations de croissance stochastique

Les modèles de croissance basés sur des équations de croissance continue, également connues sous le nom d'équations de **Langevin** [17], sont souvent capables de prédire analytiquement les valeurs pour les exposants  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $z$ . L'équation générale à partir d'une équation stochastique continue s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = \phi(h, x, t) + \eta(x, t) \quad (\text{II.13})$$

$h(x, t)$  : est la hauteur à la position  $x$  et le temps  $t$ ,  $\phi(h, x, t)$  : est une fonction qui reflète le processus de croissance modélisé, et  $\eta(x, t)$  : est le terme de bruit correspondant aux fluctuations aléatoires dans le dépôt de particules. En considérant que le bruit est gaussien (donc les moyennes à zéro), il satisfait donc aux propriétés suivantes :

$$\langle \eta(x, t) \rangle = 0 \quad (\text{II.14})$$

Et

$$\langle \eta(x, t)\eta(x', t') \rangle = 2D\delta^d(x - x')\delta(t - t') \quad (\text{II.15})$$

Où  $d$  : est la dimension et  $D$  : est une constante. La forme de  $\phi(h, x, t)$  varie en fonction des modèles utilisés.

### II.5.2. Équations de Dépôt aléatoire

Le processus de croissance simple est le plus simple qui peut être modélisé à l'aide d'une équation de continuum stochastique. C'est ce qu'on appelle le modèle de dépôt aléatoire  $RD$ . Les colonnes d'une surface  $RD$  générée n'ont aucune corrélation entre elles et chaque colonne augmente de façon indépendante [18]. Les valeurs de l'exposant de rugosité  $\alpha$  et l'exposant dynamique  $z$  sont indéterminées car la rugosité ne se saturera jamais, cependant, l'exposant  $\beta$  peut être déterminé si l'on considère une approche non équilibrée du modèle. Étant donné que les colonnes ne sont pas corrélées, le taux de croissance de chaque site doit être égal au nombre moyen de particules arrivant à chaque site  $x$ , ce qui implique que la fonction  $\phi(h, x, t)$  est égale à une constante  $C$ . En utilisant ce dernier et en intégrant (éq II.13) en fonction du temps, on obtient alors :

$$h(x, t) = Ct + \int_0^t \eta(x, t') dt' \quad (\text{II.16})$$

$$\Rightarrow \langle h(x, t) \rangle = Ct \quad (\text{II.17})$$

La moyenne peut être interchangée avec la dérivée car la moyenne est une position intégrale dépendant de la position, et non pas du temps. Ainsi, la hauteur moyenne augmente comme  $\bar{h} = Ct$ . La largeur de l'interface, qui peut être exprimée comme suit :

$$\langle h^2(x, t) \rangle = C^2 t^2 + 2Dt \quad (\text{II.18})$$

Ainsi

$$w^2(t) = \langle h^2 \rangle - \langle h \rangle^2 = 2Dt \quad (\text{II.19})$$

Puisque  $w(t) \sim t^{1/2}$ , l'exposant de rugosité pour  $RD$  est :

$$\beta = \frac{1}{2} \quad (\text{II.20})$$

### II.5.3. Équation Edwards-Wilkinson

L'équation d'*Edwards-Wilkinson* [17], a été utilisée pour modéliser la cinétique stochastique d'une interface croissante. Le profil en hauteur est déterminé par  $h(x, t)$  qui dépend de  $x$  et  $t$ . Il faut modifier la fonction  $\phi(h, x, t)$  en déduisant les formes générales de l'équation de croissance. Pour ce fait, la surface en équilibre devrait être invariante sous les transformations :

$$\begin{cases} h \rightarrow h + \Delta h \\ x \rightarrow x + \Delta x \\ t \rightarrow t + \Delta t \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

La surface est indépendante de l'origine du système de coordonnées ainsi que de l'origine du temps, on peut étudier une surface à partir de n'importe quel point et à tout moment et il devrait toujours se comporter de manière cohérente. La surface doit également être symétrique quant à l'origine du système de coordonnées, ainsi que la hauteur moyenne, qui est toujours prise à zéro par un choix de hauteur de référence, ce qui donne l'invariance sous les transformations :

$$\begin{cases} h \rightarrow -h \\ x \rightarrow -x \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

Les transformations dans (II.21) excluent toute dépendance explicite de  $h$ ,  $x$  ou  $t$ , en laissant que les dérivées de  $h$ , à l'exception des constantes qui peuvent être ignorées en toute sécurité. En outre, Compte tenu de ces arguments de symétrie, le terme le plus bas qui satisfait ces symétries est le Laplacien de  $h$  (noté :  $\nabla^2 h$ ). L'équation de croissance impliquant ce terme s'appelle l'équation *Edwards-Wilkinson (EW)* et est donnée par :

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = v \nabla^2 h + \eta(x, t) \quad (\text{II.23})$$

Où  $\nu$  est la constante d'amortissement de diffusion. L'effet du terme Laplacien est de lisser le profil de la surface tout en gardant la hauteur moyenne inchangée. Les particules peuvent se détendre d'une position plus haute à une plus basse (relaxation de surface) [19].

Pour calculer les exposants  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $z$ , à partir des arguments de symétrie. En supposant que l'interface de rugosité  $h(x, t)$  est auto-affine :

$$\begin{cases} x \rightarrow x' \equiv \epsilon x \\ h \rightarrow h' \equiv \epsilon^\alpha h \\ t \rightarrow t' \equiv \epsilon^z t \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

En utilisant la fonction delta de Dirac :

$$\delta^d(\epsilon x) = \frac{1}{\epsilon^d} \delta^d(x) \quad (\text{II.25})$$

Et en remplaçant (II.24) dans (II.23) l'équation devient :

$$\frac{\partial(\epsilon^\alpha h)}{\partial(\epsilon^z t)} = \nu \nabla^2(\epsilon^\alpha h) + \eta(\epsilon x, \epsilon^z t) \quad (\text{II.26})$$

$$\epsilon^{\alpha-z} \frac{\partial(h)}{\partial(t)} = \epsilon^{\alpha-2} \nu \nabla^2(h) + \eta(\epsilon x, \epsilon^z t) \quad (\text{II.27})$$

Le terme de bruit devient alors :

$$\begin{aligned} \langle \eta(\epsilon x, \epsilon^z t) \eta(\epsilon x', \epsilon^z t') \rangle &= 2D \delta^d(\epsilon(x - x')) \delta(\epsilon^z(t - t')) \\ &= 2D \epsilon^{-(d+z)} \delta^d(x - x') \delta(t - t') \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

Ce qui implique que :

$$\eta(\epsilon x, \epsilon^z t) = \epsilon^{-(d+z)/2} \eta(x, t) \quad (\text{II.29})$$

L'équation mise à l'échelle devient alors :

$$\epsilon^{\alpha-z} \frac{\partial(h)}{\partial(t)} = \epsilon^{\alpha-2} \nu \nabla^2(h) + \epsilon^{-(d+z)/2} \eta(x, t) \quad (\text{II.30})$$

$$\frac{\partial(h)}{\partial(t)} = \epsilon^{z-2} \nu \nabla^2(h) + \epsilon^{(z-d)/2-\alpha} \eta(x, t) \quad (\text{II.31})$$

Les exposants sont :

$$\alpha = \frac{2-d}{2}; z = 2; \beta = \frac{\alpha}{z} = \frac{2-d}{4} \quad (\text{II.32})$$

Pour  $d \geq 2$ , les valeurs prédites pour  $\alpha, \beta \leq 0$ , ce qui suggère un comportement non exponentiel. Les dérivations utilisant des fonctions de densité spectrale de puissance ainsi que des simulations ont montré que le comportement est logarithmique pour un temps important [19,20].

#### II.5.4. Équation de Kardar-Parisi-Zhang

L'équation d'*Edwards-Wilkinson* [17] ne tient pas compte de la croissance qui se produit aux normales locales de la surface. Si la croissance le long de la surface locale normale se produit à un taux  $v$ , alors dans le temps  $\Delta t$ , la variation de la hauteur verticale  $\Delta h$  de la surface est donnée par [21] :

$$\begin{aligned} \Delta h &= \sqrt{(v\Delta t)^2 + (v\Delta t \nabla h)^2} \\ &= v\Delta t \sqrt{1 + (\nabla h)^2} \\ &= v\Delta t \left( 1 + \frac{(\nabla h)^2}{2} + \dots \right) \end{aligned} \tag{II.33}$$

Lorsque la pente locale est petite,  $|\Delta h| \ll 1$ . Ceci suggère qu'un terme non linéaire  $(\nabla h)^2$  soit ajouté pour tenir compte de la croissance latérale. En obtenant une nouvelle équation d'*EW* [17].

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = v\nabla^2 h + \frac{\lambda}{2} (\nabla h)^2 + \eta(x, t) \tag{II.34}$$

Les exposants ne peuvent être dérivés que dans des dimensions  $1 + 1$  :

$$\alpha = \frac{1}{2}; z = \frac{3}{2}; \beta = \frac{\alpha}{z} = \frac{1}{3} \tag{II.35}$$

Les exposants pour les dimensions  $2 + 1$ , sont déterminés par des méthodes de simulation [19] :

$$\alpha = 0.38; z = 1.58; \beta = \frac{\alpha}{z} = 0.24 \tag{II.36}$$

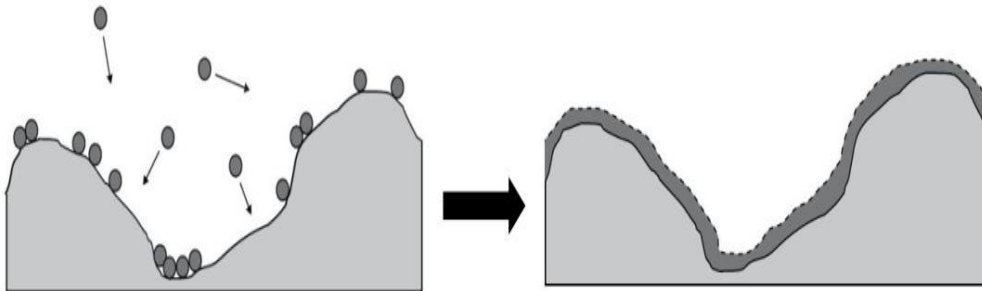


Figure II.4. L'effet du terme KPZ  $|\nabla h|^2$  sur un profil de surface [22].

### II.5.5. Équations de Langevin

De manière générale, la croissance est décrite par des équations *non linéaires* contenant des termes *stochastiques* (car les pas aléatoires des adatoms sont des processus stochastiques). En statistique, il est courant d'exprimer les problèmes sous une forme continue en utilisant les équations de *Langevin* [10]. Malgré leur subtilité mathématique, les équations de *Langevin* fournissent une description plutôt intuitive des systèmes physiques considérés. La forme la plus simple, ne tenant compte que du dépôt, s'écrit à une dimension :

$$\partial_t h(x, t) = \eta(x, t) \quad (\text{II.37})$$

Où  $h$  : est la fonction de hauteur de la surface et  $\eta$  : est le bruit.

Le bruit est un terme stochastique produisant le désordre et vérifiant la condition de non corrélation suivante:

$$\langle \eta(x_1, t_1) \eta(x_2, t_2) \rangle = C \delta(x_1 - x_2) \delta(t_1 - t_2) \quad (\text{II.38})$$

L'équation (II.37) est en fait la définition standard du « bruit blanc », dont la distribution a une forme gaussienne.

Le problème qui se pose réellement concerne la forme des autres termes qu'il faut ajouter au bruit (éq II.38) et qui sont censés décrire les mécanismes microscopiques de la croissance. En première approximation, et par analogie avec la description de *Landau* [23], des phénomènes critiques. La vitesse de croissance  $\partial h / \partial t$  peut-être écrite comme une fonctionnelle de la hauteur  $h(\vec{r}, t)$  et de ses dérivées  $\partial h / \partial x$ , cette fonctionnelle est locale et analytique [24]. Parmi les solutions proposées, les plus célèbres sont connues sous les sigles un peu ésotériques d'*EW* et *KPZ*.

### II.5.6. Équation de Mullins

Le modèle de diffusion de *Mullins* (*MD*) [25], considère un courant macroscopique de particules en surface  $j(x, t)$  dans lequel la diffusion de surface à des sites de surface hautement coordonnés constitue le mécanisme de relaxation et ne modifie pas le nombre de particules, comme montrée dans la figure II.5.

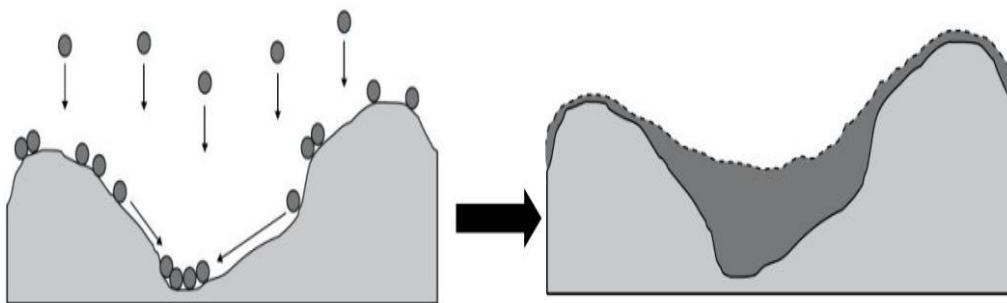


Figure II.5. L'effet du terme de diffusion de Mullins  $-k\nabla^4 h$  sur un profil de surface [22].

L'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla j(x, t) \quad (\text{II.39})$$

Le courant va des potentiels supérieurs vers des potentiels inférieurs, en suggérant que le courant est lié au potentiel chimique local :

$$j(x, t) \propto -\nabla\mu(x, t) \quad (\text{II.40})$$

Le potentiel chimique est lié au nombre de liaisons formées entre les particules. Une particule accouplée dans les sillons de la surface, correspondant à une courbure de surface positive, à plus de voisins, ce qui rend ce site, un endroit favorable pour rester avec de nombreux liens entre les particules. En revanche, les collines à la surface, correspondant à une courbure de surface négative, à moins de voisins, donc sont des sites défavorables avec un peu de liens. Ces conditions sont satisfaites lorsque :

$$\mu(x, t) \propto -\nabla^2 h(x, t) \quad (\text{II.41})$$

En combinant les équations (II.39) - (II.41), on obtient alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} &= -\nabla[-\nabla(-k\nabla^2 h(x, t))] \\ &= -k\nabla^4 h(x, t) \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

Ce terme est appelé le terme de diffusion de **Mullins** [25], et peut être ajouté à d'autres équations de croissance stochastique pour tenir en compte la diffusion de la surface. Ce terme modélise une tendance de la surface à lisser, les vallées locales en faveur de la croissance verticale. Pour extraire les exposants de mise à l'échelle de l'équation de **Mullins** :

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = -k\nabla^4 h + \eta(x, t) \quad (\text{II.43})$$

L'équation d'**EW** (éq II.30) a été utilisée pour obtenir l'équation suivante :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\epsilon z^{-4} k\nabla^4(h) + \epsilon^{(z-d-2\alpha)/2} \eta(x, t) \quad (\text{II.44})$$

Où le terme  $\nabla^4$  représente la diffusion linéaire, avec le coefficient de diffusion  $k$ . Les exposants de mise à l'échelle calculés dans le modèle **MD** sont :

$$\alpha = \frac{4-d}{2}; z = 4; \beta = \frac{\alpha}{z} = \frac{4-d}{8} \quad (\text{II.45})$$

Dans les dimensions  $2 + 1$ , on obtient  $\alpha = 1$  et  $\beta = 1/4$

## II.6. Modèles de croissance de surface

### II.6.1 Modèle de croissance de Family

Le modèle de **Family** [26], est un modèle de réseau discrète qui imite la sédimentation de particules sous l'influence de la gravité, dont  $(L)$  est le nombre de sites. Où la particule est laissée tomber sans prédéterminer le site hasard et attachée

irréversiblement où elle est déposée, la particule arrive sur une particule en construisant une surface (hauteur  $(i) = \text{hauteur}(i) + 1$ ) (figure II.6).

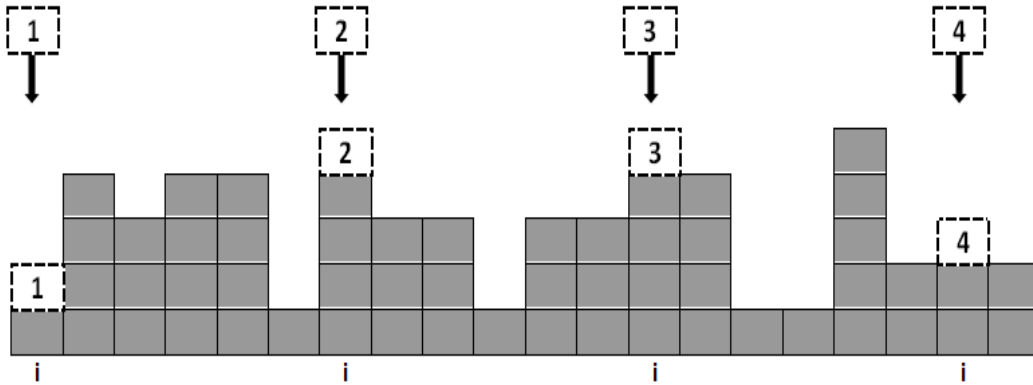


Figure II.6. Illustration des règles de croissance des surfaces dans le modèle aléatoire.

En outre, un effet de lissage est introduit dans le processus de rugosité causée par le dépôt aléatoire. Dans le processus de relaxation de surface, une fois la particule atteint le sommet du site hasard de surface, la particule se dépose à l'une des colonnes d'une hauteur la plus basse ( $i-1, i, i+1$ ) correspondant à une probabilité égale, les conditions périodiques entre les deux sites d'extrémités ( $i=0, i=L+1$ ) sont appliquées, comme montrée dans la figure II.7.

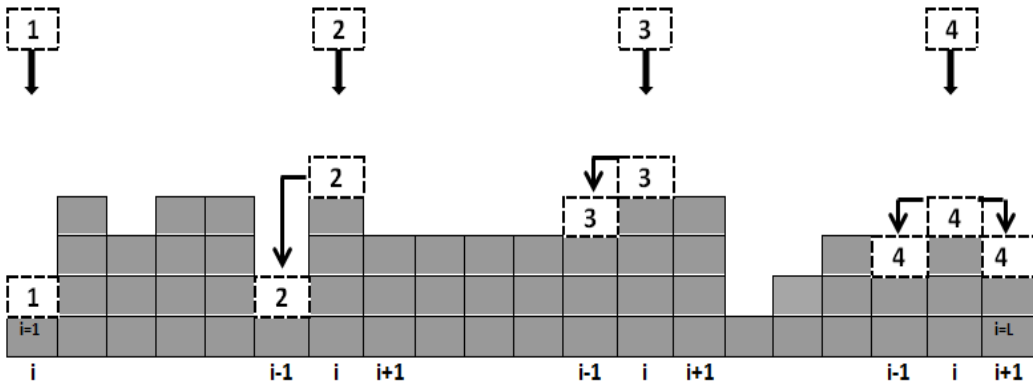


Figure II.7. Illustration des règles de croissance des surfaces dans le modèle aléatoire avec relaxation [26].

Les irrégularités de surface peuvent être mesurées à partir de la largeur de la surface [27,28], et l'épaisseur de la surface de la variance peut être déterminée comme suit :

$$M = \left( \frac{\sum_i (z_i - \bar{z})^2}{N_s} \right)^{1/2} \quad (\text{II.46})$$

Où  $z_i$  : est la hauteur de la  $i^{\text{ème}}$  colonne,  $\bar{z} = \sum_i \frac{z_i}{N_s}$  : est la hauteur moyenne de dépôt et  $N_s$  : est le nombre de sites de surface ( $N_s = L$ ).

Les résultats montrent une dépendance de  $M(L, h)$  sur la hauteur  $h$  pour le modèle de dépôt aléatoire avec une diffusion de surface sur les voisins les plus proches. En

revanche, nous assistons à trois régimes de croissance : Initialement, avant qu'une seule couche de particules ait été déposée, le processus de diffusion n'a aucune importance, car il ne change pas le placement aléatoire des particules, à l'intermédiaire les particules se diffusent sur les sites plus proches. Finalement, le régime de croissance devient saturé. La diffusion de la surface tend à lisser la surface et  $M$  varie selon  $h$  comme suit :

$$M(L, h) \sim h^\alpha \quad 1 \ll h \ll L \quad (\text{II.47})$$

L'exposant de rugosité  $\alpha$  dépend de la taille du système  $L$  pour le modèle aléatoire avec diffusion, les valeurs sont présentées sur le tableau ci-dessous.

$L$	$\alpha$
24	0.200
48	0.224
96	0.235
192	0.247
384	0.248

Tableau II.1. Les valeurs de l'exposant de rugosité pour différents  $L$  [26].

**Family** a montré que le modèle aléatoire a un seul régime de croissance, et que l'exposant de saturation  $\beta = 1/2$ .

### II.6.2. Modèle Wolf-Villain (WV)

**Wolf** et **Villain** [29], ont étudié un modèle de réseau discret où le courant de surface est entraîné par le potentiel chimique. Dans ce modèle, une particule est arrivée au-dessus d'une colonne de sites occupés avec une coordonnée de substrat  $x$  choisi au hasard. Ensuite, elle visualise les sites de surface aux coordonnées du voisinage le plus proche  $x \pm 1$  et  $x$ , lequel va lui offrir la liaison la plus forte, c'est-à-dire les voisins les plus occupés. La particule se déplace sur ce site et s'y colle (figure II.8). S'il y a autant de liens à  $x$  que près de  $x$ , la particule reste à  $x$ . Si deux sites à côté de  $x$  sont également préférables, l'un d'entre eux est choisi au hasard.

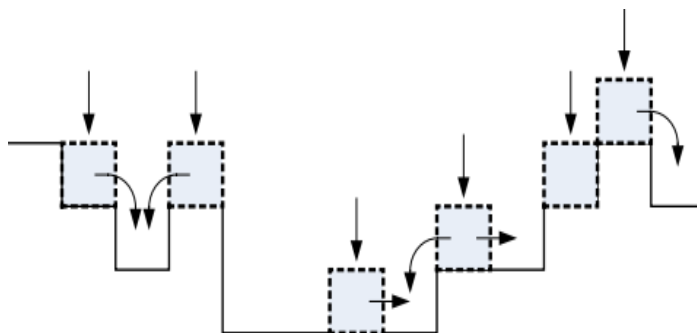


Figure II.8. Six mouvements possibles dans le modèle WV pour une nouvelle particule atterrée à la surface [29].

Ce modèle donne des résultats très semblables au modèle **Family** [26]. Le système commence par un dépôt aléatoire décrit par l'équation (II.37) puis se dirige vers le

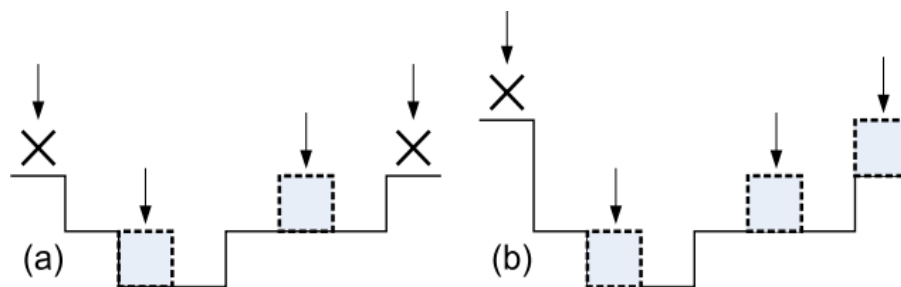
régime corrélé avant d'entrer dans le régime de saturation. Cependant, les exposants à la mise à l'échelle sont différents : Pour  $d = 1$ ,  $\alpha \approx 3/2$ ,  $\beta \approx 3/8$  et  $z \approx 4$  résultats trouvés par [29]. Pour  $d = 2$ ,  $\alpha \approx 2/3$ ,  $\beta \approx 1/5$  résultats trouvés par [30, 31].

### II.6.3. Le modèle Das Sarma-Tamborenea

Le modèle (**DST**) [32], a été introduit dans la croissance simulée d'épitaxie par faisceau moléculaire (**MBE**), une technologie pour la formation de particules simples par dépôt. Ce modèle préserve le dépôt aléatoire et les aspects solides sur solides, à chaque nouvelle particule arrivée une probabilité  $p$  pour sauter au site de nœud plus proche à une distance de diffusion  $l$  après avoir été déposé au hasard. Le cas le plus simple, où  $p = 1$  et  $l = 1$ , c'est le cas qui est similaire à celui de modèle **Wolf-Villain** [29]. Dans ce cas, la particule saute aléatoirement à l'un de ses sites voisins les plus proches, à condition que le nombre de contacts augmente, tandis que dans le modèle **WV**, la particule cherche un site avec les plus grands contacts à proximité.  $d = 1$ , l'exposant de croissance  $\beta$  obtenu des simulations est de l'ordre de  $\beta \approx 3/8$ , ce qui montre que le modèle **DST** pourrait partager les exposants de mise à l'échelle avec le modèle **WV** [32]. En effet, pour  $d = 2$ , les valeurs des exposants de mise à l'échelle sont  $\alpha \approx 1$  et  $\beta \approx 1/4$  [33].

### II.6.4. Le modèle restreint solide sur solide (RSOS)

Dans un modèle de croissance **solide-sur-solide (SOS)**, les atomes incidents s'accumulent uniquement sur les sommets des atomes de substrat déjà existants qui sont disposés dans un réseau [34]. L'algorithme de croissance de **Kim et Kosterlitz** [35] (**RSOS**) consiste à sélectionner de manière aléatoire un site sur un réseau cubique de dimension  $(d - 1)$ , en laissant la croissance de la hauteur de l'interface  $h_i \rightarrow h_i + 1$  à fournir la restriction stricte sur solide sur les hauteurs voisines  $|\Delta h| \leq S$  à chaque étape comme montré dans la figure II.9. L'entier  $S$  définit la valeur absolue de la pente locale maximale pour ce modèle. Ce modèle présente de très bonnes propriétés de mise à l'échelle sur une large gamme de dimensions de substrat  $d$ .



**Figure II.9.** Le modèle restreint solide sur solide pour un système de dimension  $(1 + 1)$ . Les boîtes entourées de limites pointillées indiquent les particules entrantes. Les croix indiquent où les dépôts ne sont pas autorisés. En montrant deux cas de différentes valeurs de  $S$  : (a)  $S = 1$  et (b)  $S = 2$  [36].

Il a été vérifié numériquement que  $\beta = 1/(d + 2)$  et  $\alpha = 1/(d + 3)$  jusqu'à  $d = 4$  ce qui conduit à une relation indépendante dimensionnelle  $\alpha + z = 2$ .

L'entier  $S$  n'affecte pas les exposants de mise à l'échelle, mais déplace le premier temps de croisement vers des valeurs plus importantes pour des valeurs plus grandes de  $S$  [37]. La relation entre le premier point de croisement et la valeur  $S$  d'après [36] s'obtient ainsi :

$$W_1^2 = t_1 \propto S^2 \quad (\text{II.48})$$

La différence de hauteur maximale devient un nombre non entier selon la procédure suivante : pour toute valeur de  $S$  non entière,  $S$  s'écrit sous la forme d'une somme d'un entier  $I$  et d'un décimal  $D$  :

$$S = I + D \quad (\text{II.49})$$

Où:  $I = \text{Floor}(S)$ , est la plus grande valeur intégrale qui n'est pas supérieure à  $S$ . En utilisant l'égalité :

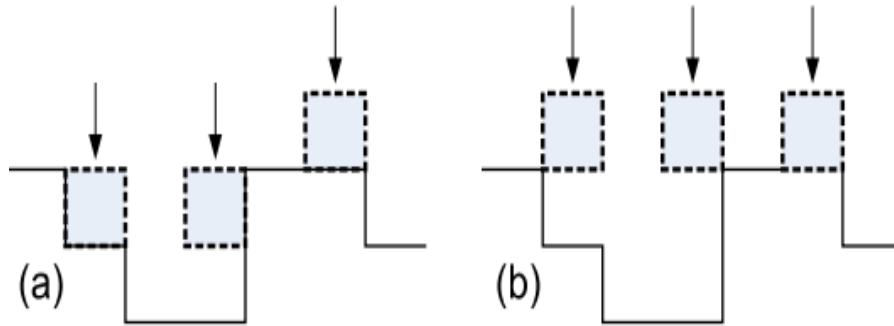
$$S = I(1 - D) + (I + 1)D \quad (\text{II.50})$$

La valeur moyenne de la différence de hauteur restreinte pour ce modèle généralisé, est un nombre non-entier positif  $S$  [36]. Deux processus dans le modèle **RSOS**, où celui ayant une différence de hauteur restreinte  $I$  à prendre le site avec une probabilité  $(1 - D)$  et l'autre avec  $(I + 1)$  se produisant avec la probabilité  $D$ . Pour toutes valeurs de  $S$  limitées, le système appartient à la **classe RD** au début de la phase temporelle et ensuite passe à la **classe KPZ**.

### II.6.5. Dépôt balistique (DB)

Le modèle d'agrégation balistique a d'abord été développé pour étudier l'agrégation colloïdale [38,39]. La trajectoire des particules dans le modèle **DB** proposé par **P. Meakin** et **al** [40], est perpendiculaire à la surface. En effet, les particules s'attachent dès qu'elles entrent en contact avec une autre particule déjà en surface. Un site de réseau est choisi au hasard, et une particule est déposée chaque fois. Si la surface est plus élevée aux points situés à côté de ce point choisi, la particule se colle irréversiblement à côté du plus haut de ces points, sinon elle se dépose à la surface. En soulignant deux versions de **DB**, où les particules tombent verticalement sur le substrat, à savoir le modèle de voisin le plus proche (**NN**) et une deuxième version dans laquelle les sites adjacents comprennent les prochains voisins les plus proches, s'appelle le modèle (**NNN**).

Dans le modèle **BD**, (**NN**) et (**NNN**), une particule qui tombe aléatoirement sur un site est attachée irréversiblement au premier site où son voisin le plus proche est occupé, comme montré dans la figure II.10.



**Figure II.10.** Dépôt balistique pour un système de dimension  $(1 + 1)$ , où (a) le modèle NN, (b) le modèle NNN. Les espaces entourés de limites pointillées indiquent les particules entrantes [40].

Les règles de croissance des modèles **DB**, **NN** et **NNN** peuvent être décrites comme suit :

$$h_{i,n+1} = \max(h_{i+1,n}, h_{i,n} + 1, h_{i-1,n}) \quad (\text{II.51})$$

Pour NN

$$h_{i,n+1} = \max(h_{i+1,n}, h_{i,n}, h_{i-1,n}) + 1 \quad (\text{II.52})$$

Pour **NNN**, où  $h_{i,n}$  indique la hauteur de surface de la  $i^{\text{ème}}$  colonne à la  $n^{\text{ème}}$  étape de temps. Les exposants de mise à l'échelle trouvés pour les deux modèles sont les mêmes, à savoir  $\alpha \approx 1/2$  et  $\beta \approx 1/3$  [40].

La différence des règles de croissance (entre les deux modèles) ne reflète que des paramètres non universels tels que le taux de croissance [19], et le coefficient du terme non linéaire  $\lambda$  dans l'équation **KPZ** correspondante [41], qui semble appartenir à la même classe d'universalité comme le modèle **BD**. Les résultats de la structure générée par le modèle de déposition balistique sont semblables à ceux donnés par les expériences de dépôt en phase vapeur de films minces. Dans le cas de ces deux modèles les particules ne diffusent pas [42].

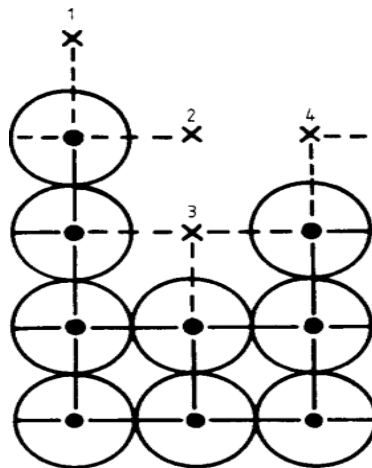
### II.6.6. Le modèle d'Eden

Le modèle d'**Eden** (créé en 1961) [43], est l'un des plus simples, où les particules sont ajoutées l'une après l'autre à une grappe en croissance avec la prescription que chaque particule nouvelle adhère à tout point de la surface du cluster avec une probabilité égale. **Jullien. R** et **Botet. R** [44], ont proposé une étude systématique de la surface du modèle d'**Eden** dans une géométrie différente, particulièrement bien adaptée à l'analyse de la taille.

En  $2D$ , le cluster se développe sur un réseau carré du paramètre de réseau unitaire à l'intérieur d'une bande de largeur  $l$ , avec des conditions aux limites périodiques au bord de la bande. La généralisation en dimensions  $d$  est simple : la section de la bande devient un hypercube dimensionnel  $(d - 1)$  de taille  $l$ . Au début, en considérant que tous les

sites sont occupés jusqu'à la hauteur  $z = 0$ . Ensuite, les particules sont ajoutées l'une après l'autre sur le cluster. En proposant trois versions différentes du modèle qui ne diffèrent que sur l'échelle à courte portée.

- **La version A** : tous les sites inoccupés adjacents à la surface avec la même probabilité, en choisissant au hasard l'un de ces sites pour la nouvelle particule.
- **La version B** : toutes les liaisons ouvertes, c'est-à-dire tous les liens reliant un site occupé à un inoccupé, avec la même probabilité, en choisissant au hasard un lien pour recevoir la nouvelle particule sur son site de bord vide.
- **La version C** : tous les sites occupés de la surface avec la même probabilité. Ensuite, en choisissant au hasard un de ces sites en ajoutant la nouvelle particule sur n'importe lequel des sites vides voisins les plus proches avec une probabilité égale. En effet, n'importe quel point du cluster, il présente la même probabilité de croître, c'est-à-dire d'accepter une nouvelle particule sur l'un de ses sites vides voisins. Pour mieux montrer que ces prescriptions sont effectivement différentes, considérons un exemple simple en deux dimensions, avec  $I = 3$ . Pour ce fait, une configuration particulière est représentée sur la figure II.11. La nouvelle particule peut atteindre l'un des sites vides adjacents à la surface, étiquetés 1, 2, 3 et 4 sur la figure II.11.



**Figure II.11.** Une configuration typique en  $d = 2$  avec  $I = 3$ . (•) et (x) indiquent respectivement les sites occupés et les sites inoccupés adjacents à la surface. (-) et (- - -) indiquer obligations fermées et obligations ouvertes, respectivement [44].

Les probabilités d'atteindre ces sites sont différentes dans chaque version (tableau II.2). Par exemple, le site 1 qui se trouve au sommet d'un petit doigt a moins de chance d'être atteint en passant du modèle A au modèle C. D'autre part, le site 3, qui se trouve dans une petite dépression, a plus de chance d'être atteint. Ainsi, il faut s'attendre à une surface plus lisse en passant du modèle A au modèle C. La constante de proportionnalité devient plus petite en passant du modèle A au modèle C, car la surface devient plus lisse.

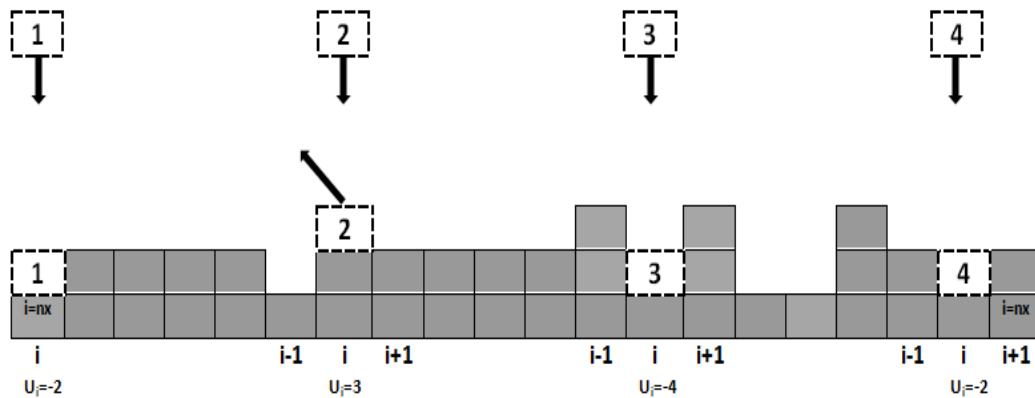
Site	1	2	3	4
Version A	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
Version B	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$
Version C	$\frac{2}{24}$	$\frac{2}{24}$	$\frac{15}{24}$	$\frac{5}{24}$

**Tableau II.2.** Probabilité pour que la nouvelle particule atteigne le site 1, 2, 3 ou 4, avec les modèles A, B ou C dans le cas de la configuration illustrée à la figure II.11 [44].

Le modèle **Jullien. R** et **Botet. R** suggère que le modèle **Eden** pourrait partager certaines similitudes avec les modèles à l'équilibre. Cependant, dans la géométrie de la bande, l'épaisseur de la surface varie de façon différente avec la largeur (pour la grande hauteur) et la hauteur (pour une grande largeur). Le comportement de la racine carrée  $2d$  trivial est récupéré avec la largeur (qui joue le rôle d'une taille) tandis qu'un autre type de comportement se trouve avec la hauteur (qui joue le rôle du temps). Cette propriété, déjà trouvée dans le modèle de dépôt aléatoire (**Dhar, 1985**) [45], est certainement due au caractère cinétique irréversible du modèle **Eden**.

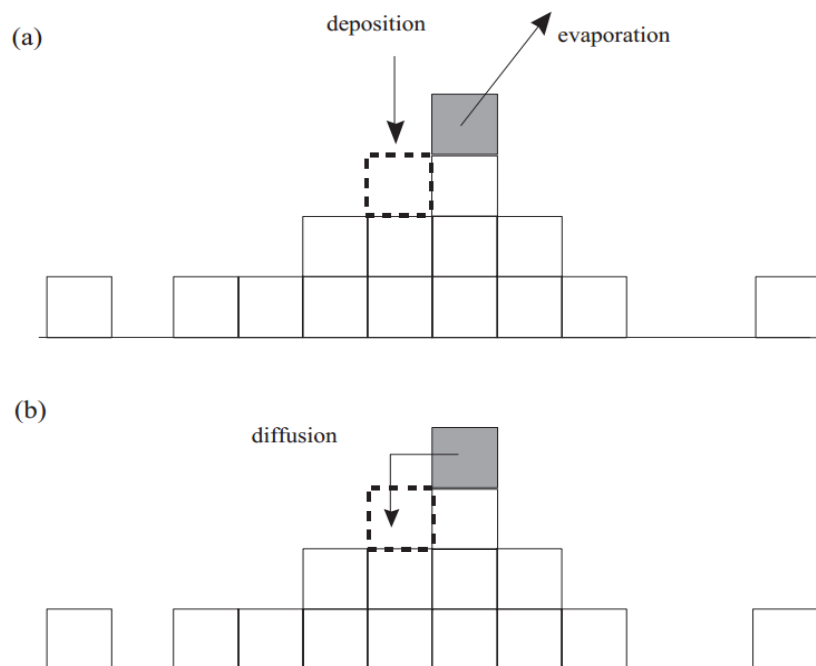
### II.6.7. Modèle simple de dépôt en phase vapeur

**Yup Kim** (2000) [46], a utilisé le modèle de **Wolf-Villain** (Voir II.6.2) pour étudier la dynamique d'interface d'une surface, où la croissance est définie comme suit : au début une colonne  $i$  est sélectionnée au hasard,  $U_i = 2h_i - h_{i+1} - h_{i-1}$  est l'équation du potentiel chimique local sur l'interface, la valeur de  $U_i$  est ensuite comparée avec le potentiel chimique de vapeur moyen  $U_v$  prédéterminé, la croissance de l'interface de la surface se définit par la courbure entre les trois sites voisins ( $i - 1, i, i + 1$ ). Si  $U_i < U_v$  la hauteur de la colonne  $i$  (recevant la particule) augmente et devient  $h_i = h_i + 1$  (dépôt). Cependant, si  $U_i > U_v$  la hauteur de la colonne  $i$  diminue, c'est-à-dire une particule s'enlève comme  $h_i = h_i - 1$  (évaporation). Et dans le cas où :  $U_i = U_v$  (dépôt ou évaporation). Les conditions aux limites périodiques aux bords sont appliquées ( $i = 0, i = nx + 1$ ), comme il est illustré sur la figure II.12.



**Figure II.12.** Illustration des règles de croissance dans le modèle de dépôt simple Wolf-Villain avec  $U_v=1$ .  $\downarrow$  Représente le processus de dépôt,  $\uparrow$  l'évaporation [46].

L'exposant de saturation  $\beta \approx 0.36$  pour le régime transitoire initial. L'origine physique du régime transitoire initial peut s'expliquer comme suit : dans les simulations de **Monte Carlo**, chaque colonne est sélectionnée avec une probabilité égale à  $1/L$  pour l'intervalle de temps **Monte Carlo**. Si une configuration de surface est donnée comme dans la figure II.13 (a), l'évaporation et le dépôt représentés peuvent se produire dans un intervalle de temps unitaire. La même situation s'explique par le processus de diffusion comme dans la figure II.13 (b). Cet effet de diffusion peut produire le terme  $\partial^4 h / \partial x^4$  dans l'équation de **Langevin**, et son effet peut devenir plus important lorsque  $U_v$  augmente.



**Figure II.13.** (a) Le processus de dépôt d'évaporation pour  $U_v = 3$  et (b) le processus de diffusion correspondant [46].

La croissance dans le modèle simple de dépôt en phase vapeur passe par un régime transitoire initial de la classe d'universalité **MH** et le régime asymptotique de la classe d'universalité **EW**.

### II.6.8. Modèle de dépôt aléatoire

Dans ce modèle, un dépôt de croissance complètement aléatoire où la particule est laissée tomber sans prédéterminer le site hasard  $i$  et attachée irréversiblement où elle est déposée. La particule arrive sur une particule en construisant une surface de  $hauteur(i) = hauteur(i) + 1$ , (figure II. 14).

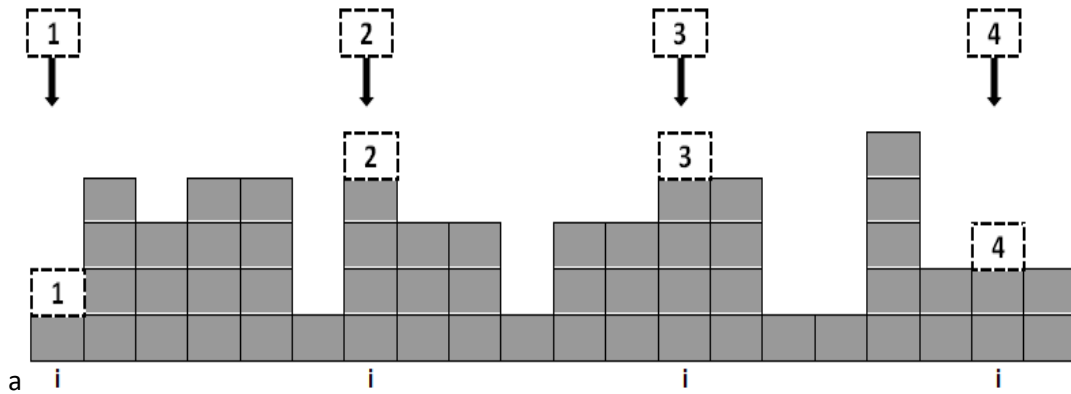


Figure II.14. Illustration des règles de croissance des surfaces dans le modèle aléatoire.

### II.6.9. Modèle de dépôt aléatoire avec diffusion

Ce modèle diffère du modèle de dépôt aléatoire, où la particule se diffuse vers un minimum de sites les plus proches ( $i - 1, i + 1$ ) d'une probabilité égale à (40%), ou à (20%) de déposer sur le site  $i$ . Si toutefois les deux sites  $i - 1$  et  $i + 1$  sont égaux et plus bas que le site  $i$ , la déposition vers la gauche ou vers la droite est initiée aléatoirement. Les conditions périodiques entre les deux extrémités ( $i = 0, i = nx + 1$ ) sont appliquées, comme il est montré sur la figure II.15.

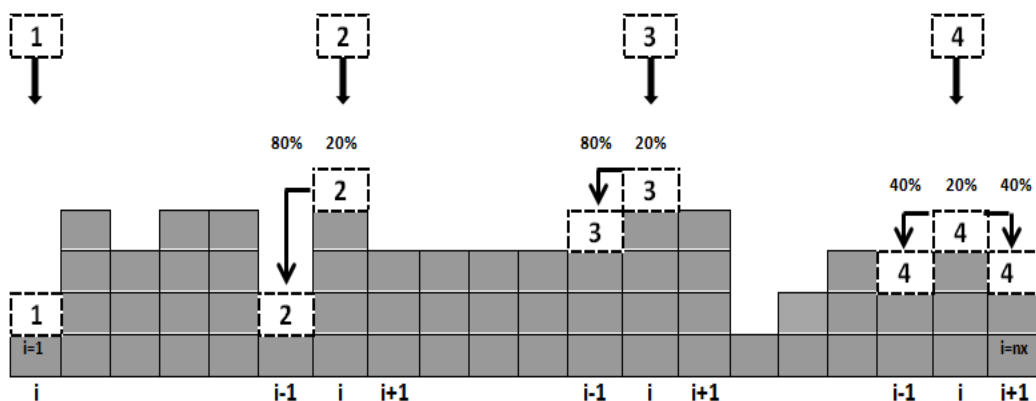
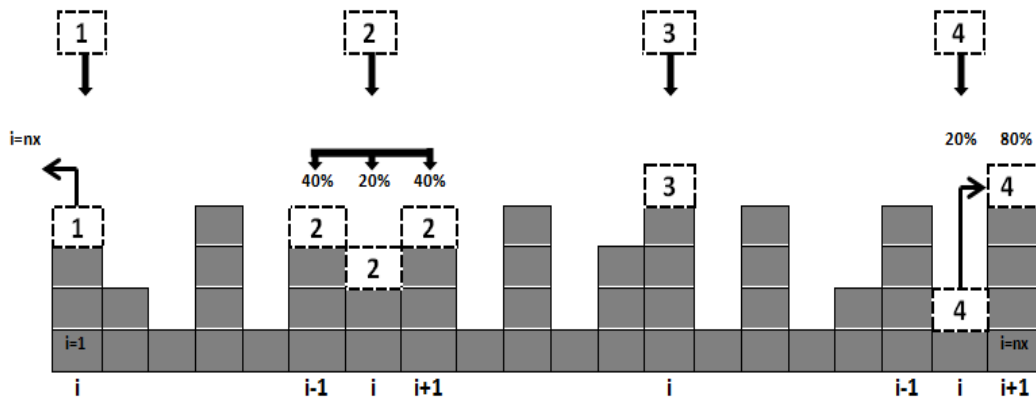


Figure II.15. Illustration des règles de croissance des surfaces dans le modèle aléatoire avec diffusion avec une longueur de diffusion maximale  $l_d=2$ .

### II.6.10. Modèle dépôt aléatoire avec germination

Ce modèle montre que la particule se déplace vers un maximum de deux sites voisins les plus proches ( $i - 1$  ou  $i + 1$ ) avec une probabilité égale à (40%) ou à (20%) de rester sur le site  $i$ . Si la particule tombe au hasard sur le maximum ou sur un site où les trois sites voisins sont de même hauteur ( $i - 1, i$  et  $i + 1$ ), elle a une probabilité de (80%) de rester et de s'y coller, les conditions périodiques aux bords sont utilisées ( $i = 0, i = nx + 1$ ) (figure II.16).



**Figure II.16.** Illustration des processus de croissance des surfaces dans le modèle aléatoire avec germination avec une longueur de germination maximale  $l_G=2$ .

### II.7. Conclusion

Ce chapitre a permis de donner une idée des moyens utilisés pour décrire une surface rugueuse. Généralement, nous avons cité les approches décrivant la croissance cristalline des surfaces rugueuses par plusieurs représentations géométriques proposées. Des modèles statistiques ont été développés par des chercheurs pour modéliser les mécanismes intervenant lors de la croissance des interfaces de surfaces rugueuses tels que la diffusion, la germination ou le potentiel chimique. Les exposants de mise à l'échelle  $\beta, \alpha$  et l'exposant de dynamique  $z$  pour différente taille du système ont été calculés. La fonction de corrélation des hauteurs a été également mise en évidence.

## Références

- [1] **J. W. GIBBS (1878)**. Am. J. Sci. Arts 16: 454.
- [2] **M Volmer and A Weber**, «Keimbildung in übersättigten Gebilden». Z. Phys. Chem. 119, pp. 227, 1926.
- [3] **R Becker and W Doring**, «Kinetic treatment of nucleation in supersaturated vapors». Ann. Phys. (Leipzig) 24, 719-752 (1935).
- [4] **R Kern, G Lelay, J. J Métois**, «Basic Mechanisms in the Early Stages of Epitaxy». Current Topics in Materials Science, vol. 3, ed. E. Kaldis, North Holland, pg. 128, 1979.
- [5] **A. M. Pascale**, thèse doctorat «évolution morphologique des nanostructures Si1-x Gex pendant la croissance par EJM». Université de la méditerranée 2003.
- [6] **M Macé**, thèse doctorat «Membranes d'alumine nano-poreuses pour l'élaboration de nanostructures». Centre Interdisciplinaire de Nanoscience de Marseille - UPR 3118 Campus de Luminy, Case 913, 13288 Marseille Cedex 9. 2010.
- [7] **H Brune**, «Microscopic view of epitaxial metal growth: nucleation and aggregation». Surf. Sci. Rep., 31, pp. 121 - 229, 1998.
- [8] **M. Sc. Subhashis Gangopadhyay**, thèse doctorat «Growth, Surface Structure and Morphology of Semiconductor Nano-Structures». University of Bremen 2006.
- [9] **F. C. Frank and J.H. Van der Merwe**, «One dimensional dislocations». Proc. R. Soc. A., 198, pp. 205, 1949.
- [10] **J. A. Venables, G.D.T. Spiller and M. Hanbücken**, «Nucleation and growth of thin lms». Reports on progress in physics. 43, 1984.
- [11] **J. N. Stranski and L. Krastanov**, «Theory of orientation separation of ionic crystals». Ber. Akad. Wiss. Wien. 146, pp. 797, 1938.
- [12] **F Family and T Vicsek**, «Dynamics of fractal surfaces». World Scientific, Singapore 1990.
- [13] **P Meakin, T Vicsek, and F Family**, «Dynamic cluster-size distribution in cluster-cluster aggregation: Effects of cluster diffusivity». Phys. Rev. B 31, 564 – Published 1 January 1985.
- [14] **F Family and T Vicsek**, «Scaling of the active zone in the Eden process on percolation networks and the ballistic deposition model». J. Phys. A 18(2), L75 (1985).
- [15] **K Binder**, «Monte Carlo investigations of phase transitions and critical phenomena». In Cyril Domb and M S Green, editors, Phase transitions and critical phenomena. Academic Press, 1976.

- [16] **A. B. H. Hamouda**, thèse doctorat «Morphologie et stabilité des surfaces cristallines nanostructurées, dynamique des instabilités : Théorie et modélisation». Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2007.
- [17] **S. F. Edwards and D. R. Wilkinson**, «The surface statistics of a granular aggregate». Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences 381, 17 (1982).
- [18] **F Family**, «Scaling of rough surfaces: effects of surface diffusion». 1986 J. Phys. A: Math. Gen. 19 L441.
- [19] **A Barabasi and H Stanley**, «Fractal Concepts in Surface Growth». Cambridge University Press, 1995.
- [20] **M Pellicione and T Lu**, «Evolution of Thin Film Morphology - Modeling and Simulations». Springer series in material science 108, 2008.
- [21] **M Kardar, G Parisi, and Y. C. Zhang**, «Dynamic scaling of growing interfaces». Phys. Rev. Lett. 56, 889 (1986).
- [22] **M Pelliccione, T. M. Lu**, «Evolution of Thin Film Morphology Modeling and Simulations». (Springer Series in Materials Science, Vol. 108, 2008).
- [23] **L. D. Landau, E. M. Lifchitz**, «physique théorique». Edition Mir, Moscow (1967).
- [24] **A Pimpinelli and J Villain**, «Physics of crystal growth». Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
- [25] **W. W. Mullins**, «Theory of thermal grooving». Journal of Applied Physics 28, 333 (1957).
- [26] **F Family** «Scaling of rough surfaces: effects of surface diffusion». Journal of Physics A: Mathematical and General, 19(8):L441, 1986.
- [27] **F Family and T Vicsek**, «Scaling of the active zone in the Eden process on percolation networks and the ballistic deposition model». 1985 J. Phys. A: Math. Gen. 18 L75.
- [28] **R Botet and R Jullien**, «Diffusion-Limited Aggregation with Disaggregation». J. Phys. A: Math. Gen. 18 2279, 1985.
- [29] **D. E. Wolf and J Villain**, «Growth with surface diffusion». EPL (Europhysics Letters), 13(5):389, 1990.
- [30] **P Smilauer and M Kotrla**, «Crossover effects in the wolf-villain model of epitaxial growth in 1+1 and 2+1 dimensions». Phys. Rev. B, 49(8):5769–5772, Feb 1994.
- [31] **M Kotrla, A. C. Levi, and P milauer**, «Roughness and nonlinearities in (2+1) dimensional growth models with diffusion». EPL (Europhysics Letters), 20(1):25, 1992.

- [32] **S. Das Sarma and P Tamborenea**, «A new universality class for kinetic growth: One-dimensional molecular-beam epitaxy». *Phys. Rev. Lett.*, 66(3):325–328, Jan 1991.
- [33] **S. Das Sarma and S. V. Ghaisas**, «Solid-on-solid rules and models for nonequilibrium growth in 2+1 dimensions». *Phys. Rev. Lett.*, 69(26):3762–3765, Dec 1992.
- [34] **S. Das Sarma**, *J. Vac. Sci. Technol.* A 8, 2714 (1990); B 10, 1695 (1992), and references therein.
- [35] **J. M. Kim and J. M. Kosterlitz**, «Growth in a restricted solid-on-solid model». *Phys. Rev. Lett.*, 62(19):2289–2292, May 1989.
- [36] **Y. L. Chou**, «Relaxation phenomena during non-equilibrium growth». Virginia Polytechnic Institute and State University, 2011.
- [37] **C. C. Chien, N. N. Pang, and W. J. Tzeng**, «Initial-stage growth phenomena and distribution of local configurations of the restricted solid-on-solid model». *Phys. Rev. E*, 70(2):021602, Aug 2004.
- [38] **D. N. Sutherland**, «Comments on vold's simulation of floc formation». *Journal of Colloid and Interface Science*, 22(3):300 – 302, 1966.
- [39] **M. J. Vold**, «Computer simulation of floc formation in a colloidal suspension». *Journal of Colloid Science*, 18(7):684 – 695, 1963.
- [40] **P Meakin, P Ramanlal, L. M. Sander, and R. C. Ball**, «Ballistic deposition on surfaces». *Phys. Rev. A*, 34(6):5091–5103, Dec 1986.
- [41] **J Krug, P Meakin, and T. Halpin-Healy**, «Amplitude universality for driven interfaces and directed polymers in random media». *Phys. Rev. A*, 45(2):638–653, Jan 1992.
- [42] **R Baiod, D Kessler, P Ramanlal, L Sander, and R Savit**, «Dynamical scaling of the surface of finite-density ballistic aggregation». *Phys. Rev. A*, 38(7):3672–3679, Oct 1988.
- [43] **M Eden (1961)** *Proc. 4th Berkeley Symp. «On Mathematics Statistics and Probability»*. Vol4, ed F Neyman (Berkeley: University of California Press) p 223.
- [44] **R Jullien and R Botet**, «Scaling properties of the surface of the Eden model». 1985 *J. Phys. A: Math. Gen.* 18 2279.
- [45] **Dhar, D** 1985 *Phys. Rev. Lett.* 54 2058.
- [46] **Yup Kim**, «Growth Equation for a Simple Vapor Deposition Model». *Progress of Theoretical Physics*, Vol. 104, No. 3, September 2000.

### III.1. Introduction

*Greenwood* et *Williamson* (décrit I.3.2) ont basé leur étude sur la géométrie des interfaces entre les surfaces rugueuses en contact. En prouvant que le vide est identique entre un contact de deux surfaces rugueuses  $F$  et  $G$ , et la somme de deux surfaces rugueuses  $S=F+G$  en contact avec une surface lisse  $P$ . Pour affirmer ces travaux, nous avons utilisé quatre modèles différents à savoir : un modèle de croissance complètement aléatoire (**RDP**) (décrit II.6.8), un modèle de croissance aléatoire avec diffusion (**RDPD**) (décrit II.6.9), un modèle de croissance avec germination (**GP**) (décrit II.6.10) et un modèle simple de dépôt en phase vapeur (**WV**) (décrit II.6.7). Pour déterminer les propriétés de surface, telles que les exposants  $\alpha, \beta, z$  et la corrélation à deux points entre les hauteurs  $C$ , et la dimension fractale  $D_f$ , nous avons réalisé deux assemblages  $A$  (rugueux-rugueux) et  $B$  (rugueux-lisse) pour calculer les interstices (vides) entre les surfaces assemblées pour différents modèles de croissance.

### III.2. Modélisation numérique du modèle de croissance

#### III.2.1. Modèle de croissance aléatoire (RDP)

##### III.2.1.1. Structure de surface

La déposition aléatoire est le modèle le plus élémentaire. En effet, pour construire une surface il faut procéder comme il est montré sur la figure III.1 : les particules qui tombent verticalement d'une façon aléatoire sur un substrat horizontal et qui n'interagissent pas avec la surface, vont se coller en haut de la colonne et s'empilent ainsi sur chaque verticale et deviennent une partie de l'agrégat. Il en résulte une surface très rugueuse avec des pointes étroites. Nous avons construit quatre surfaces en variant le nombre de particule  $N$  et la taille du système  $nx$  sachant que  $N=10 \times nx$ . Les résultats des structures surfaciques obtenues montrent que les fluctuations des surfaces sont indépendantes de la distance de système (la figure III.2).

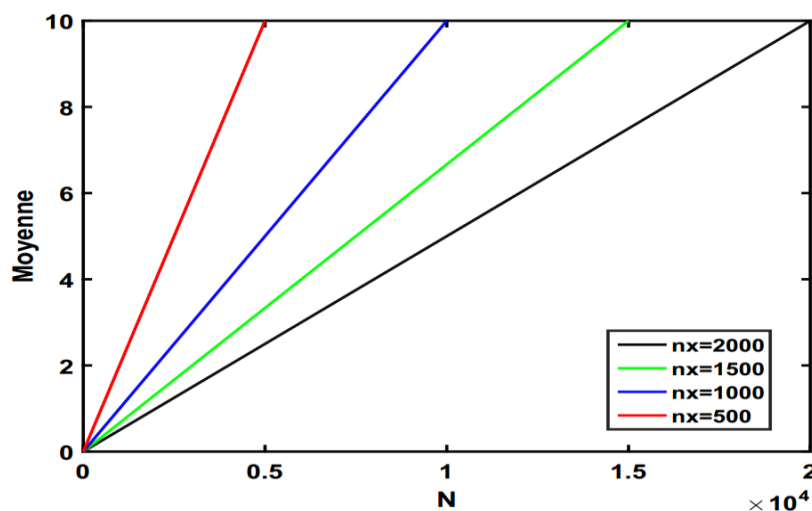
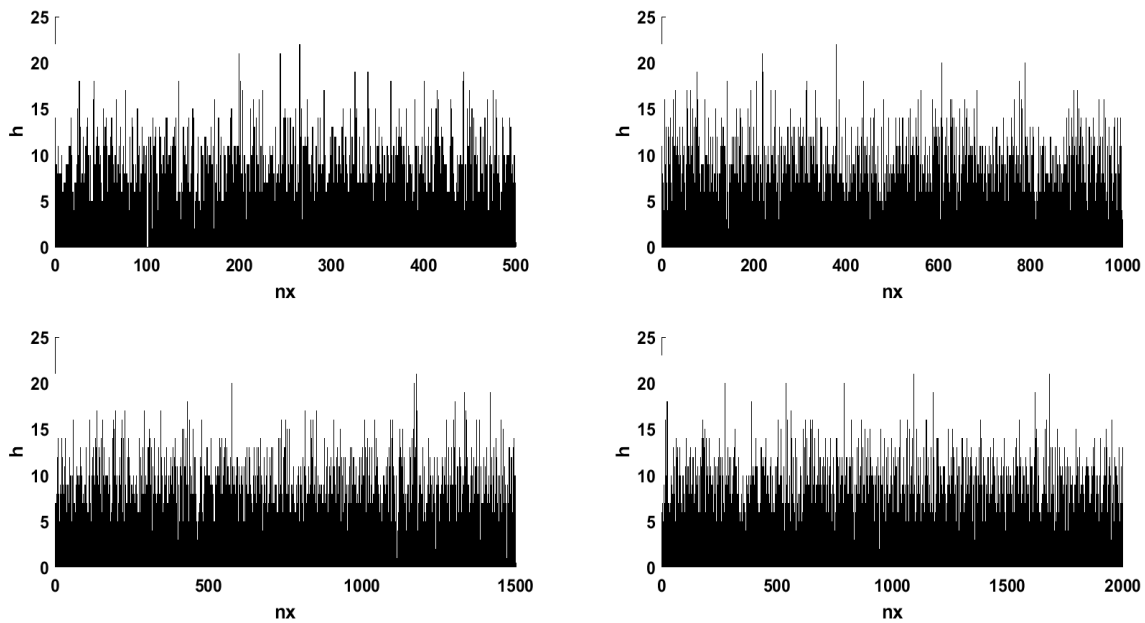


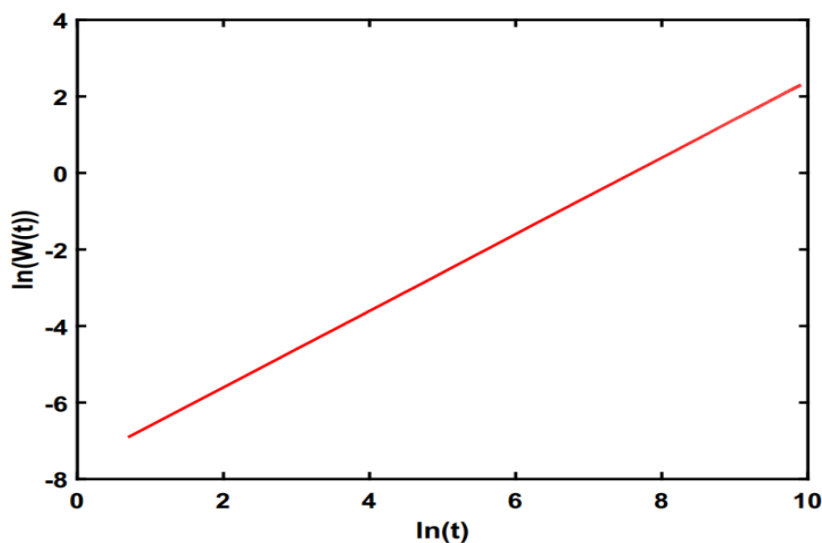
Figure III.1. La moyenne des particules dans le modèle de croissance aléatoire, pour différents  $N$  et  $nx$ .



*Figure III.2. Structures surfaciques obtenues du modèle de remplissage aléatoire en variant  $N$  et  $n_x$ .*

### III.2.1.2. Les exposants de mise à l'échelle

Les résultats de  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  montrent que la croissance des particules est indépendante de l'état de l'interface et qu'elle est régie par un seul régime pendant toute la durée de croissance (figure III.3). Comme il a été prédit dans la théorie de dépôt aléatoire que l'exposant de rugosité  $\beta = 0.5$  (voir II.5.2). Nous avons pu déterminer cet exposant sur la courbe ajustée d'une seule simulation et dont la pente  $\beta = 0.49 \pm 0.01$ , ce qui correspond bien à la théorie. Les valeurs de l'exposant de rugosité  $\alpha$  et l'exposant dynamique  $z$  sont indéterminées car la rugosité ne se saturera jamais.



*Figure III.3. Plot  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  montrant le régime de croissance dans le modèle RDP, pour  $N=20000$  et  $n_x=2000$ .*

### III.2.1.3. La corrélation des hauteurs

Dans ce modèle toutes les colonnes ne sont pas corrélées. Nous avons calculé la corrélation à deux points entre les hauteurs en utilisant l'équation:

$C(x) = \langle (h(x_0 + x, t) - h(x_0, t))^2 \rangle_{x_0}$ , où  $x = \frac{nx}{2}$  : est la distance de corrélation,  $h$  : est la hauteur de surface des sites entre  $1 \leq x \leq nx$  pour un temps donné  $t$ . Nous avons tracé ensuite  $\ln(C)$  en fonction de  $\ln(x)$  (voir la figure III.4). Les résultats montrent que l'interface de la surface produite du modèle **RDP** est complètement bruitée et que la corrélation des hauteurs n'est pas auto-similaire. On constate que la surface n'ait pas de propriétés fractales.

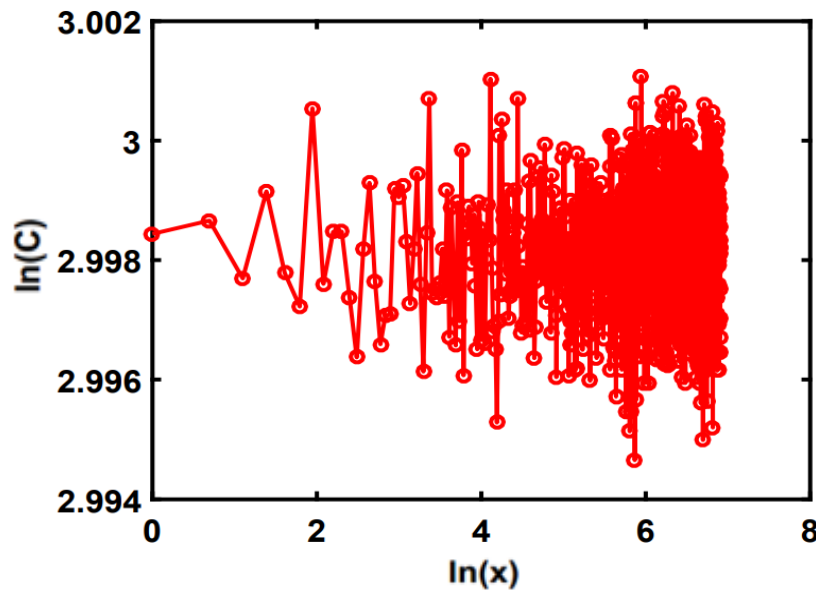


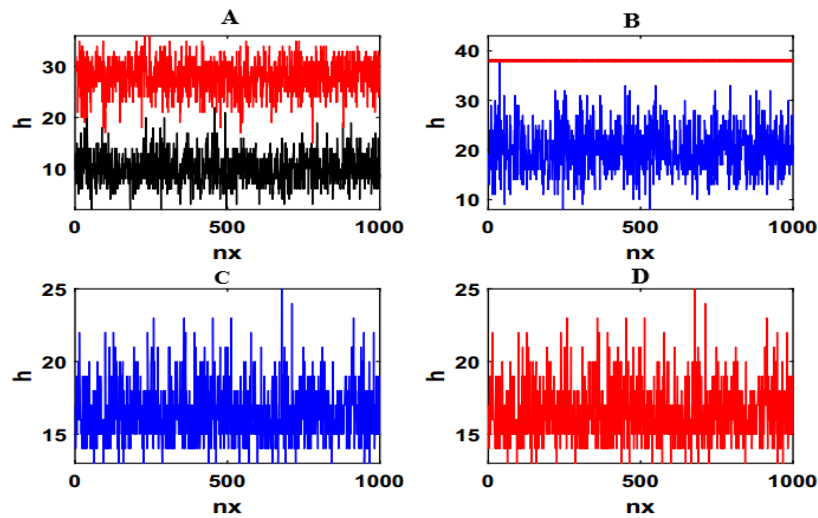
Figure III.4. Corrélation à deux points dans le modèle de croissance aléatoire, pour  $N=20000$  et  $nx=2000$ .

Ce modèle de croissance aléatoire constitue un bon modèle de départ pour un développement meilleur. En effet le dépôt de particules se fait aléatoirement chaque fois que le processus d'adsorption de surface est homogène, et en raison de sa simplicité, il est facile de développer des modèles qui tiennent compte d'autres propriétés de surface.

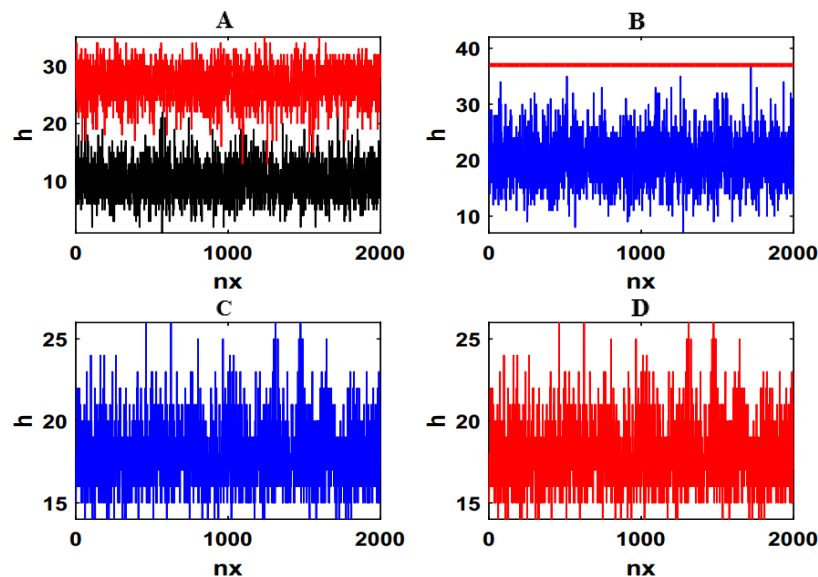
### III.2.1.4. Assemblage des surfaces

À partir des surfaces rugueuses obtenues du modèle **RDP**. Nous avons construit deux assemblages, un assemblage *A* (rugueux-rugueux) entre deux surfaces  $F$  et  $G$  en contact, sachant que  $F$  est fixée et  $G$  est décalée d'une longueur  $D_G$  allant de 1 à  $(nx - 1)$ . La hauteur maximale entre les deux surfaces  $F$  et  $G$  est calculée suivant la relation :  $X = \max(F + G)$ . Pour mettre  $G$  en contact avec  $F$  suivant la relation :  $G = (-G + X)$ , les interstices (vides) entre les deux surfaces sont calculés en utilisant :  $I_A = \text{mean}(G - F)$ . Pour l'assemblage *B* (rugueux-lisse), entre la somme de deux surfaces rugueuses :  $S = (F + G)$  en contact avec une surface plane  $P = X$ , les interstices sont

calculés à l'aide de :  $I_B = \text{mean}(P - S)$ . Les résultats des interstices (figures III.5 et III.6) montrent que le vide entre les surfaces assemblées en A et B reste le même, ce qui affirme les travaux de **Greenwood** et **Williamson** (décrit I.3.2).



**Figure III.5.** Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour  $N= 10000$  et  $n_x = 1000$ .



**Figure III.6.** Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour  $N= 20000$  et  $n_x = 2000$ .

### III.2.2. Modèle de croissance aléatoire avec diffusion (RDPD)

Nous sommes basés dans ce modèle de croissance sur le modèle aléatoire (**RDP**) en ajoutant une diffusion de la surface d'une longueur  $l_D$  (décrit II.6.9). La diffusion de surface entraîne une relaxation superficielle et ses effets sont semblables à la tension superficielle dans la surface du liquide. Sur la figure III. 7, nous avons représenté pour chaque instant  $t$  l'arrivée d'une particule. La particule au lieu de se coller immédiatement à l'amas, elles se diffusent jusqu'à ce qu'elles se stabilisent sur un site

plus stable situé dans un rayon donné (les particules se précipitent dans les creux). En effet, dans ce modèle, la restructuration est dominante : la surface rugueuse engendrée devient sensible à la longueur de diffusion. Parallèlement, nous avons fait varier la longueur de diffusion  $l_D = 1, 2, 4$  et  $8$  en prenant le nombre de particules ( $N$ ) égal à  $10000$  et la taille du système ( $nx$ ) =  $1000$ . Les résultats représentés dans la figure III. 8 montrent que la structure superficielle de la surface est dépendante de la longueur de diffusion  $l_D$ . Notons aussi, que pour  $l_D = 1$ , nous avons obtenu une surface bruitée, et que l'interface devienne lisse quand  $l_D = 8$ . Les simulations réalisées indiquent que les fluctuations de surface sont indépendantes de la distance sur laquelle les particules peuvent se diffuser, aussi longtemps qu'elles sont finies.

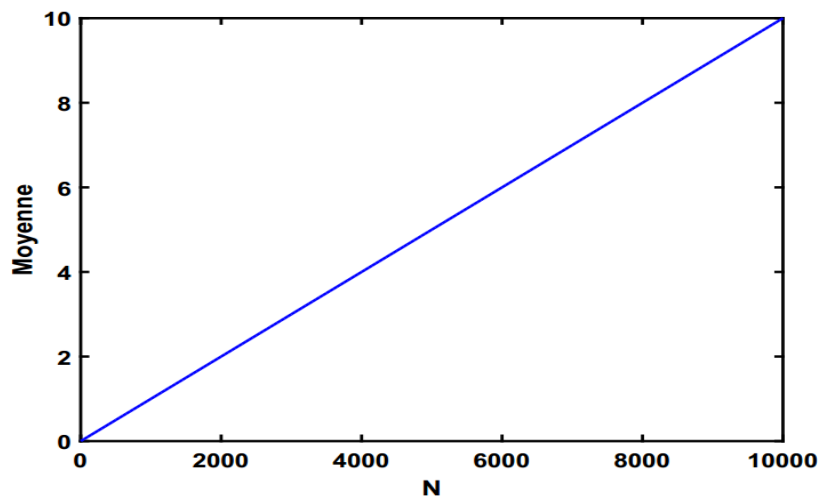


Figure III.7. La moyenne des particules dans le modèle de croissance aléatoire avec diffusion, pour  $N = 10000$ ,  $nx = 1000$  et  $l_D = 2$ .

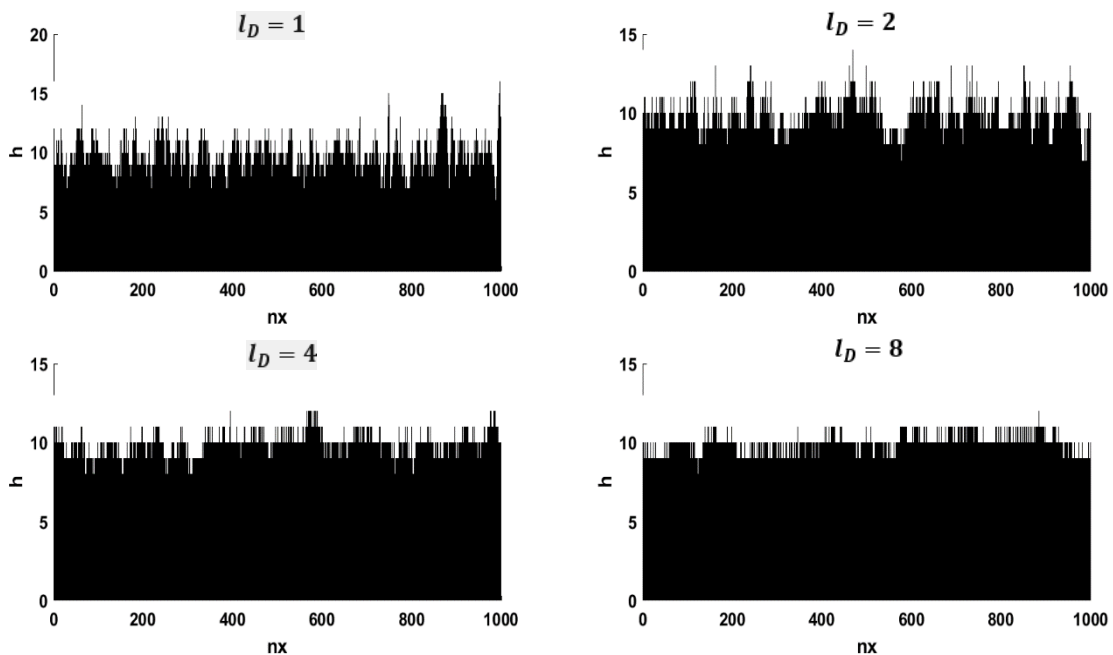


Figure III.8. Structures surfaciques obtenues du modèle de remplissage aléatoire avec diffusion, en variant la longueur de diffusion  $l_D = 1, 2, 4, 8$ .

### III.2.2.1. Les exposants de mise à l'échelle

Sur les figures III.9 et III.10, nous avons représenté respectivement les courbes de  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  pour différentes valeurs de  $N$  et  $n_x$  et également pour différentes longueurs de diffusion  $l_D$ . Nous constatons que la croissance dans le modèle **RDPD** passe par deux régimes différents : En effet, initialement, avant qu'une couche de particule ait été créée, le processus de diffusion n'a aucune importance car il ne change pas le placement aléatoire des particules, dès que la création des premières couches ait lieu alors nous assistons à un régime autonome. Par contre, dans le cas intermédiaire, l'effet de la diffusion des particules sur la surface tend à lisser cette dernière, ce qui entraîne un régime de croissance saturé. D'après ces résultats nous pouvons dire qu'il existe une dépendance entre  $W(t)$  et la hauteur  $h$  (cas du modèle de dépôt aléatoire) impliquant une diffusion en surface sur les voisins les plus proches.

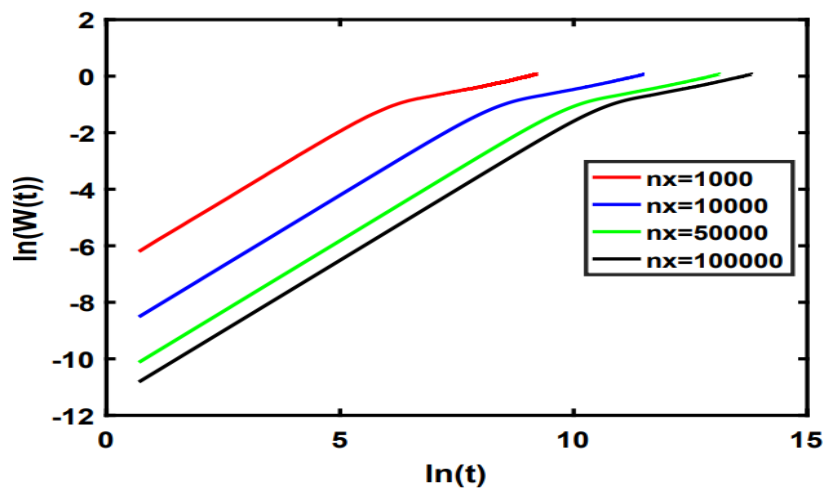


Figure III.9. Plot  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  montrant le régime de croissance dans le modèle RDPD, pour  $l_D=2$ , en variant  $n_x$ .

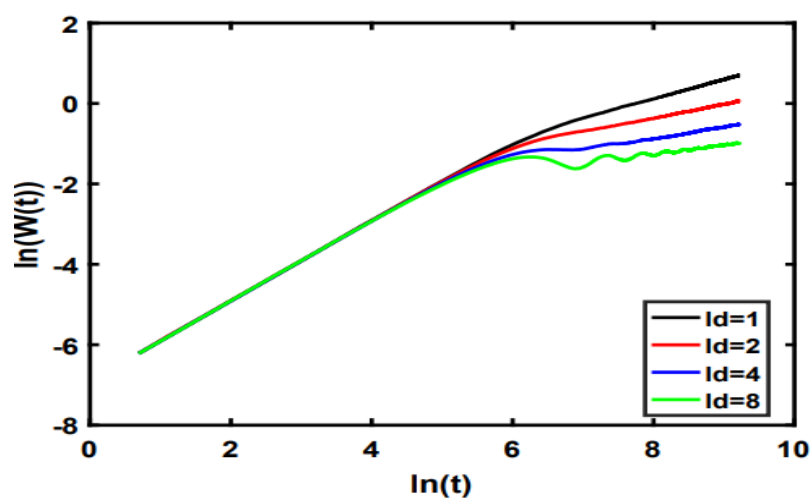


Figure III.10. Plot  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  montrant le régime de croissance dans le modèle RDPD, pour  $N = 10000$  et  $n_x = 1000$ , en variant  $l_D$ .

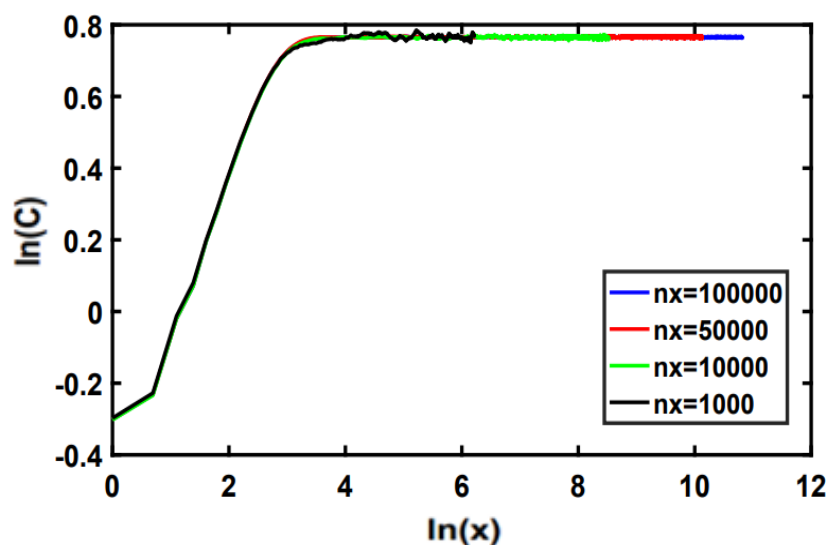
- **L'exposant de saturation  $\beta$**  a été calculé à la pente de la région de croissance dans  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  (voir la figure III.9). Les résultats montrent que l'exposant de croissance (de saturation)  $\beta$  est dépendant de la taille du système  $nx$ . En effet, lorsqu'on augmente  $nx$ , l'exposant  $\beta$  s'approche de la valeur de saturation  $\beta_{sat} = 0.5$  (voir tableau III.1). Par ailleurs, la valeur de saturation montre également une forte dépendance à l'égard du nombre d'étapes de diffusion  $l_D$ , c'est-à-dire lorsqu'on augmente  $l_D$ , l'exposant  $\beta_{sat}$  s'approche asymptotique d'une valeur stable  $\beta_{stable}$ . Il existe alors une relation de proportionnalité entre  $nx$ ,  $l_D$  et l'exposant de saturation (croissance)  $\beta$ .

$nx$	$N$	$\beta$
1000	10000	0,4959
10000	100000	0,4978
50000	500000	0,4986
100000	1000000	0,5000

**Tableau III.1.** Valeurs d'exposant de saturation  $\beta$  pour  $l_D=2$ , en variant  $N$  et  $nx$ .

### III.2.2.2. La corrélation des hauteurs

Sur les figures III.11 et III.12, nous avons représenté respectivement les courbes de  $\ln(C)$  en fonction  $\ln(x)$  dans les deux cas suivants (en faisant varier d'abord  $N$  et  $nx$ , et puis  $l_D$ ) en utilisant l'équation :  $C(x) = \langle (h(x_0 + x, t) - h(x_0, t))^2 \rangle_{x_0}$ , où  $x = \frac{nx}{2}$ , et  $h$  est la hauteur de surface dans les sites (pour toute valeur de  $x$  comprise entre 1 et  $nx$ ) et pour un temps donné  $t$ . Les résultats montrent que le modèle **RDPD** est corrélé. En effet, lorsqu'on augmente  $N$  et  $nx$ , la corrélation à deux points ( $C$ ) n'a aucune influence (figure III.11). Par ailleurs, la corrélation à deux points entre les hauteurs montre une forte dépendance à l'égard du nombre d'étapes de diffusion  $l_D = 1, 2, 4$  et  $8$  (figure III.12). Nous pouvons dire alors que la corrélation des hauteurs est auto-similaire.



**Figure III.11.** Plot  $\ln(C)$  en fonction  $\ln(x)$  montrant la corrélation à deux points pour  $l_D=2$  en variant  $N$  et  $nx$ .

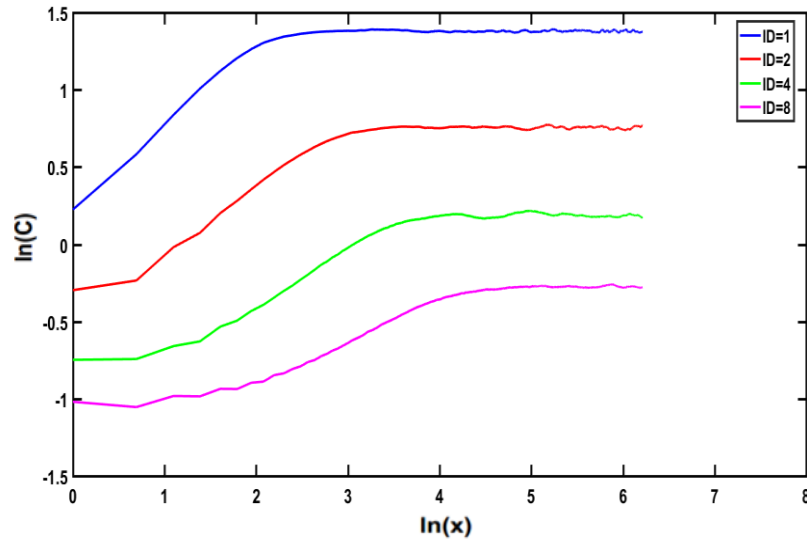


Figure III.12. Plot  $\ln(C)$  en fonction  $\ln(x)$  montrant la corrélation à deux points pour  $N=10000$  et  $nx=1000$ , en variant  $l_D$ .

- **L'exposant de rugosité  $\alpha$**  a été calculé à la pente de la région de la corrélation à deux points entre les hauteurs des courbes de  $\ln(C)$  en fonction  $\ln(x)$  (figure III.11). Nous constatons que cet exposant dépend de la taille du système  $nx$ . Ces résultats prouvent que la surface obtenue du modèle **RDPD** ait des propriétés fractales dont la dimension est calculée par  $D_f = d - \alpha$ , où  $d = 2$ . Les valeurs de  $\alpha$  et la dimension fractale sont représentées dans le tableau III.2.

$nx$	$N$	$\alpha$	$D_f$
1000	10000	0,2683	1,7317
10000	100000	0.2697	1,7303
50000	500000	0.2710	1,7290
100000	1000000	0.2745	1,7255

Tableau III.2. Valeurs d'exposant de rugosité  $\alpha$  et la dimension fractale  $D_f$  pour  $l_D=2$  en variant  $nx$ .

- **L'exposant de dynamique  $z$**  est la résultante :  $\alpha/\beta$ , les valeurs de cet exposant sont données dans le tableau III.3 pour différentes valeurs de  $nx$ . Nous pouvons alors dire que les exposants sont également liés les uns aux autres.

$nx$	$N$	$z$
1000	10000	0,5410
10000	100000	0,5417
50000	500000	0,5435
100000	1000000	0,5490

Tableau III.3. Valeurs d'exposant de dynamique  $z$ .

### III.2.2.3. Assemblage des surfaces

Pour différentes surfaces obtenues du modèle *RDPD*, nous avons réalisé un assemblage *A* entre deux surfaces rugueuses *T* et *L* en fixant la surface *T* et en décalant *L* d'une longueur  $D_L$  allant de 1 à  $(nx - 1)$ , suivant :  $X = \max(T + L)$  qui est la hauteur maximale entre les deux surfaces. Pour assembler *L* en *T* par  $L = (-L + X)$ , les interstices sont calculées suivant la relation :  $I_A = \text{mean}(L - T)$ . Et un assemblage *B* entre la somme de deux surfaces rugueuses  $S = (T + L)$  mises en contact avec une surface lisse  $P = X$ . Le vide entre les deux surfaces assemblées est calculé par :  $I_B = \text{mean}(P - S)$ . Les résultats des interstices en *A* et *B* pour différentes valeurs de  $N$ ,  $nx$  et la longueur de diffusion  $l_D$ , montrent que les interstices (vides) sont toujours identiques entre *A* et *B* comme le montrent les figures III.13, 14 et 15.

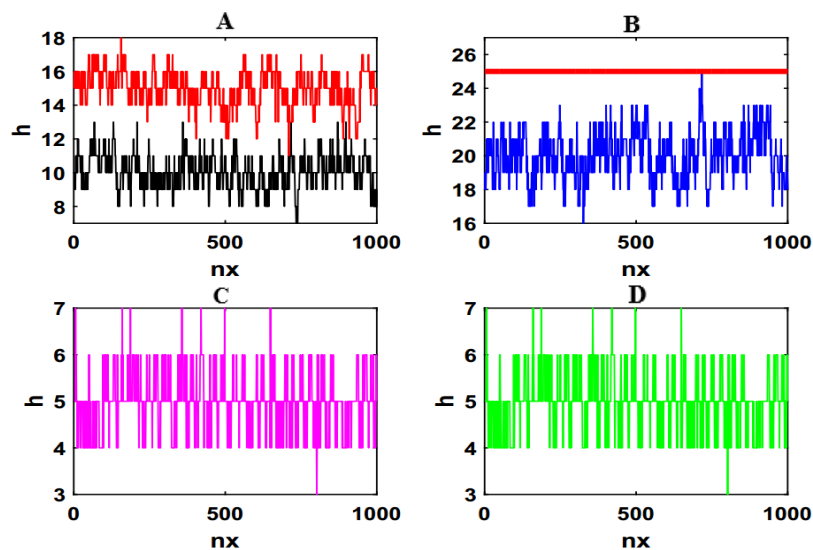


Figure III.13. Assemblage *A* (rugueux-rugueux), et un assemblage *B* (rugueux-lisse), *C* et *D* sont les interstices en *A* et *B*, pour  $N = 10000$ ,  $nx = 1000$  et  $l_D = 2$

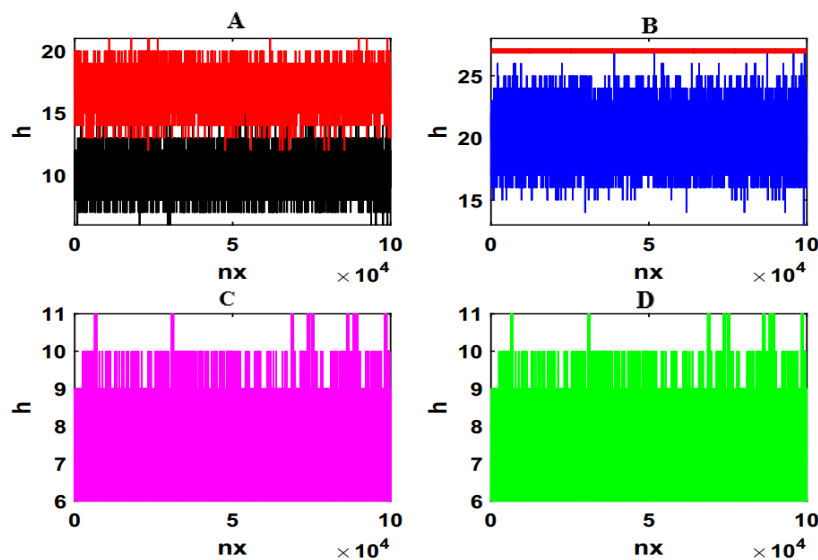


Figure III.14. Assemblage *A* (rugueux-rugueux), et un assemblage *B* (rugueux-lisse), *C* et *D* sont les interstices en *A* et *B*, pour  $N = 1000000$ ,  $nx = 100000$  et  $l_D = 2$ .

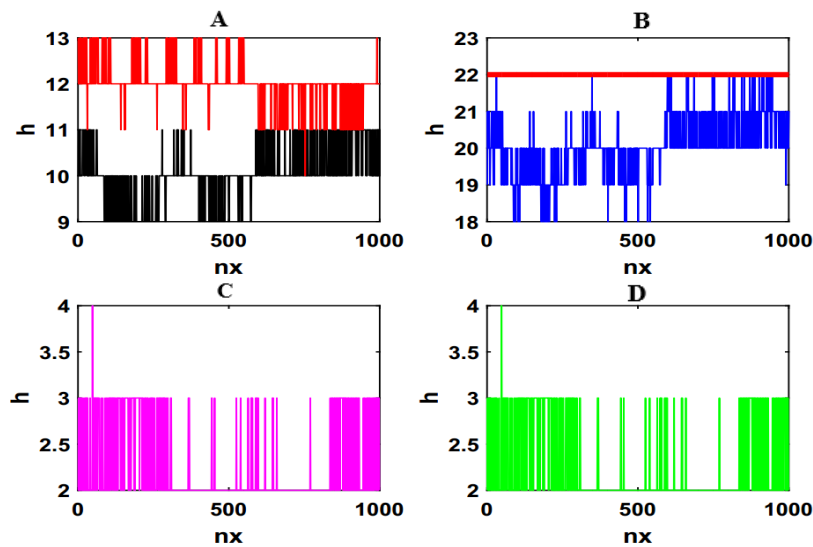


Figure III.15. Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour  $N = 10000$ ,  $nx = 1000$  et  $l_D = 8$ .

### III.2.3. Modèle de croissance aléatoire avec germination (GP)

La figure III.16, représente le mécanisme de croissance dans le modèle de croissance aléatoire avec germination de la surface d'une longueur  $l_G$ , pour chaque instant  $t$ . Ce modèle décrit le déplacement de la particule vers un maximum de sites voisins les plus proches (décrit II.6.10). Les effets de germination dans ce modèle sont semblables à la tension superficielle dans la surface du liquide lorsque le substrat s'approche de la cible dans le dépôt physique en phase vapeur (PVD). Dans ce modèle, la restructuration est dominante : la rugosité de surface est dépendante de la longueur de germination  $l_G$ , comme il est montré dans la figure III.17.

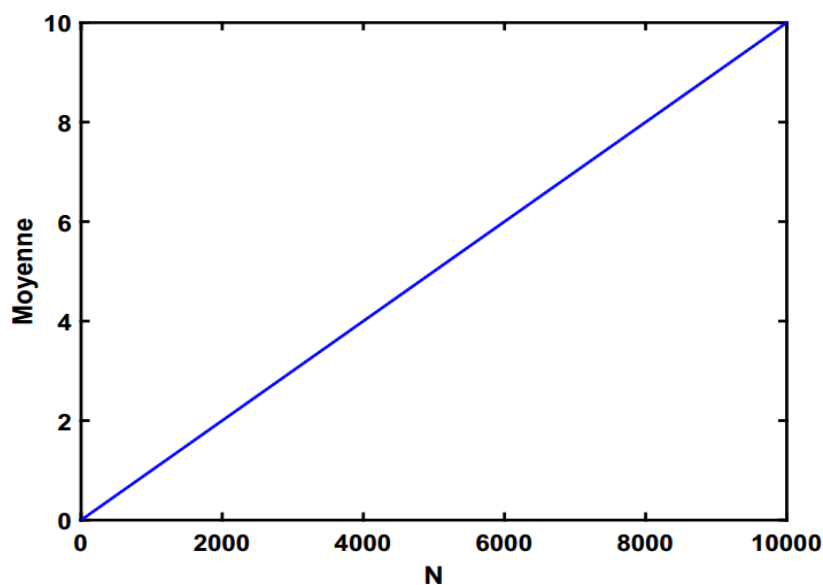
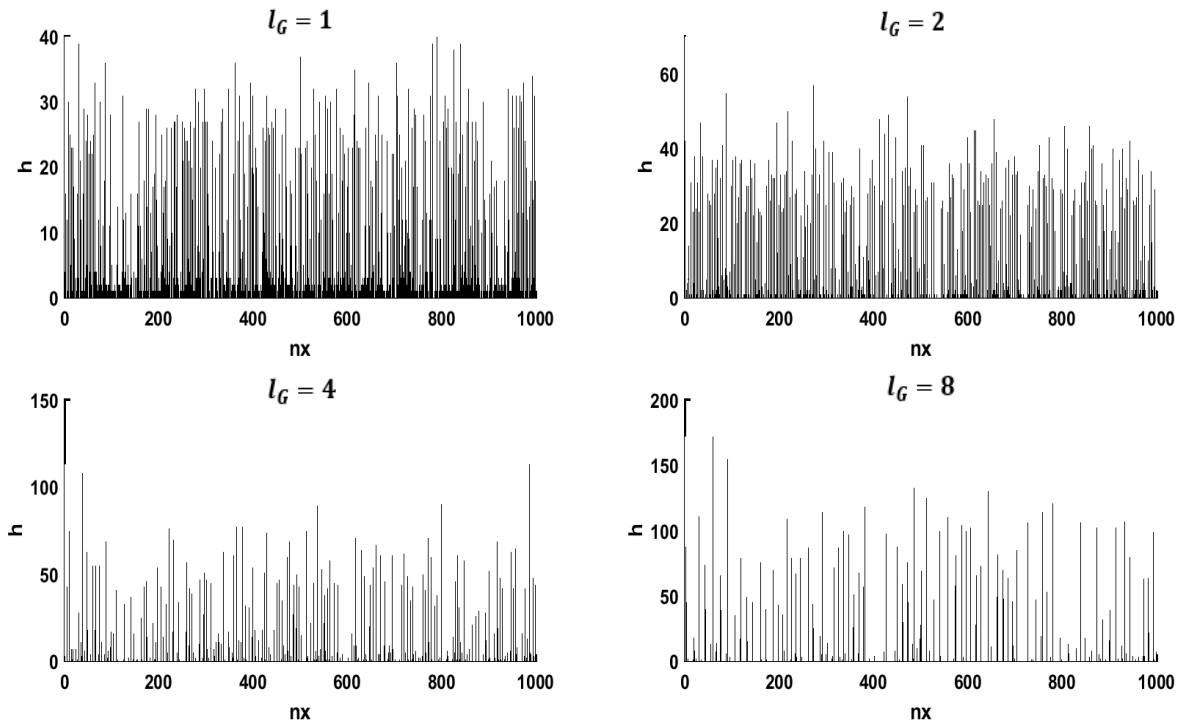


Figure III.16. La moyenne des particules dans le modèle de croissance aléatoire avec germination, pour  $N = 10000$ ,  $nx = 1000$  et  $l_G = 2$ .

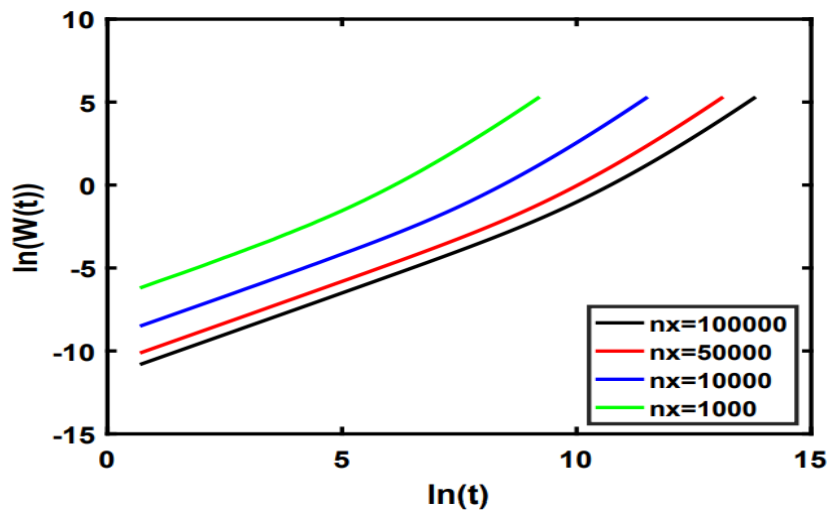


**Figure III.17.** Structures surfaciques obtenues du modèle GP, pour  $N=10000$  et  $nx=1000$  en variant la longueur de germination  $l_G=1, 2, 4, 8$ .

Nous constatons que les surfaces obtenues sont complètement bruitées, et que la croissance de la surface ait été faite sur certaines colonnes verticalement due à la germination des particules de sites vides vers les sites occupés, et que l'augmentation de la longueur de germination  $l_G=1, 2, 4$  et  $8$  impose une croissance sur les premiers sites occupés ce qui réduit le nombre de sites occupés en augmentant les hauteurs.

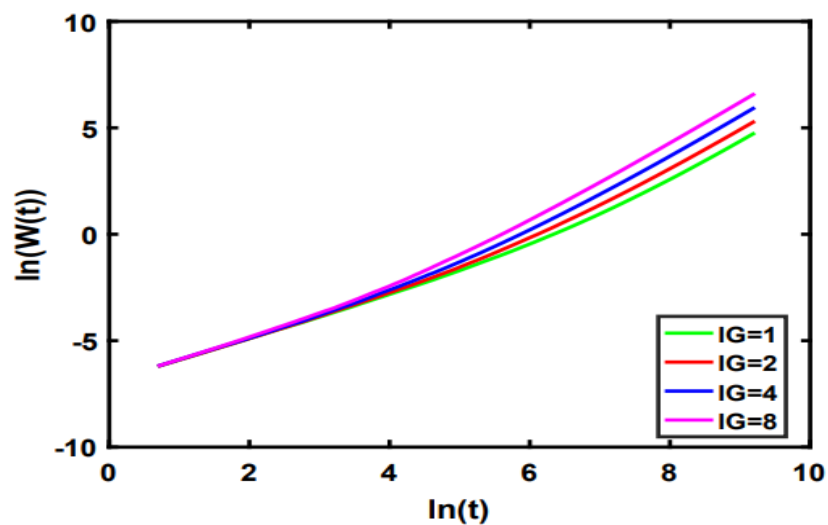
### III.2.3.1. Les exposants de mise à l'échelle

Sur les figures III.18 et III.19, nous avons représenté respectivement les courbes de  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  dans les deux cas suivants (en faisant varier d'abord le nombre de particules bombardées  $N$  et la taille du système  $nx$ , et puis la longueur de germination  $l_G$ ). Nous avons trouvé deux comportements différents de croissance de surface dans le modèle de croissance aléatoire avec germination (**GP**) : Premièrement, avant qu'une couche de particule ait été créée, l'effet de la germination n'a aucune importance, c'est-à-dire que la particule occupe un site au hasard irréversiblement (un comportement autonome).



**Figure III.18.** Plot  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  montrant le régime de croissance dans le modèle GP, pour  $l_G=2$ , en variant  $nx$ .

Ensuite, après la création des premières surfaces, un comportement de croissance de désaturation due à l'effet de la germination se produit. Ce qui nous laisse dire que la croissance est dépendante de la longueur de germination  $l_G$ .



**Figure III.19.** Plot  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  montrant le régime de croissance dans le modèle GP, pour  $N=10000$  et  $nx=1000$ , en variant  $l_G$ .

Nous avons calculé par la suite l'**exposant de croissance**  $\beta$  à la pente de la région de croissance sur les courbes de  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  (voir la figure III.18). Les résultats présentés dans le tableau III.4, montrent une dépendance de  $\beta$  avec la taille du système  $nx$ . Lorsqu'on augmente  $nx$ , l'exposant de croissance (saturation) s'approche de la valeur de saturation  $\beta_{sat} = 0.5$ . Nous constatons que  $\beta$  est proportionnel à  $nx$  et à la longueur de germination  $l_G$ .

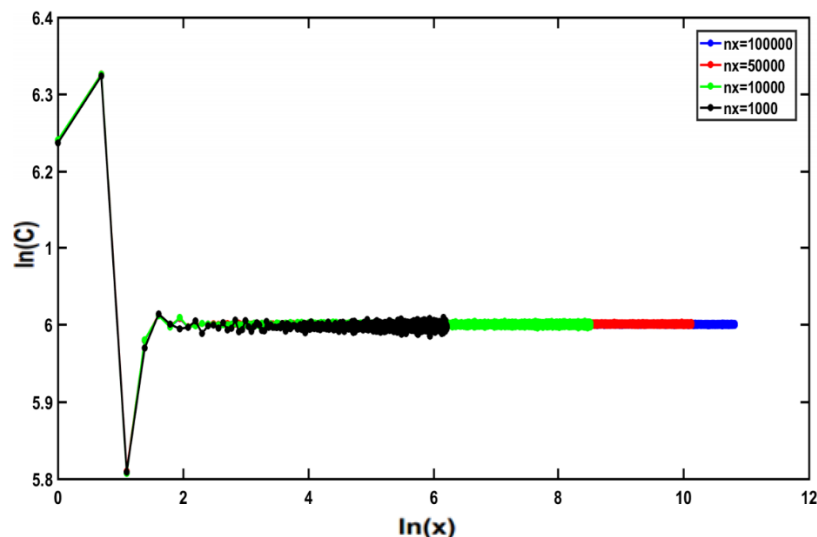
$nx$	$N$	$\beta$
1000	10000	0.4959
10000	100000	0.4991
50000	500000	0.4998
100000	1000000	0.5000

**Tableau III.4.** Valeurs d'exposant de croissance  $\beta$  dans le modèle GP, pour  $l_G = 2$  en variant  $nx$ .

Les valeurs de l'exposant de rugosité  $\alpha$  et l'exposant dynamique  $z$  sont indéterminées car la rugosité ne se saturera jamais.

### III.2.3.2. Corrélation des hauteurs

La corrélation à deux points entre les hauteurs  $C$  est calculée comme dans les précédents modèles par l'équation  $C(x) = \langle (h(x_0 + x, t) - h(x_0, t))^2 \rangle_{x_0}$ , où  $x = \frac{nx}{2}$ , et  $h$  est la hauteur de surface dans les sites (pour toute valeur de  $x$  comprise entre 1 et  $nx$ ) et pour un temps donné  $t$ . D'après les courbes de  $\ln(C)$  en fonction  $\ln(x)$  en fonction de la variation de la taille du système  $nx$  et la longueur de germination  $l_G$  (voir figures III.20 et 21), les résultats montrent que les surfaces obtenues sont complètement rugueuses. Les particules germent des sites vides vers les sites occupés. Et lorsqu'on augmente  $nx$ , la corrélation à deux sites entre les hauteurs ne change pas (voir la figure III.20). Par ailleurs, la surface devient encore plus bruitée en augmentant  $l_G$  (figure III.21). On constate que les surfaces obtenues ne sont pas auto-similaires et n'aient pas de propriétés fractales.



**Figure III.20.** Plot  $\ln(C)$  en fonction  $\ln(x)$  montrant la corrélation à deux points dans le modèle GP, pour  $l_G = 2$  en variant  $nx$ .

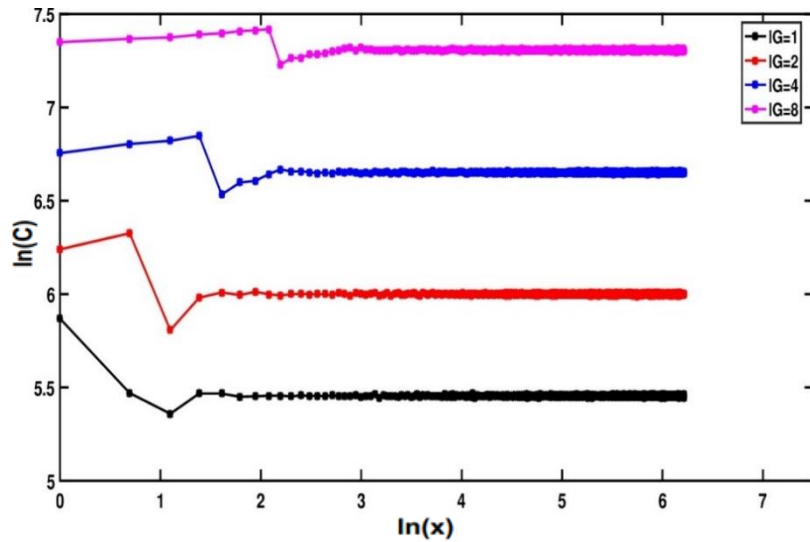


Figure III.21. Plot  $\ln(C)$  en fonction  $\ln(x)$  montrant la corrélation à deux points dans le modèle GP, pour  $N=10000$  et  $nx=1000$  en variant  $l_G$ .

### III.2.3.3. Assemblage des surfaces

À partir des surfaces obtenues pour différentes valeurs de  $N$ ,  $nx$  et  $l_G$ , dans le cas du modèle GP, nous avons réalisé un assemblage A entre deux surfaces rugueuses  $K$  et  $Z$ , sachant que  $K$  est fixé, et en décalant  $Z$  d'une distance  $D_Z$  allant de 1 à  $(nx - 1)$ , suivant :  $X = \max(K + Z)$  qui est la hauteur maximale en A. Pour assembler  $Z$  en  $K$  par  $Z = (-Z + X)$ , le vide entre  $K$  et  $Z$  est calculé suivant la relation :  $I_A = \text{mean}(Z - K)$ . Pour un assemblage B entre la somme de deux surfaces  $S = (K + Z)$  assemblée avec une surface plane  $P = X$ , le vide entre  $P$  et  $S$  est calculé suivant :  $I_B = \text{mean}(P - S)$ . Les résultats des interstices montrent que géométriquement les assemblages A et B sont identiques et que les interstices (vides) sont toujours égaux en changeant  $N$ ,  $nx$  et la longueur de germination  $l_G$  comme le montre les figures III.22, 23, et 24.

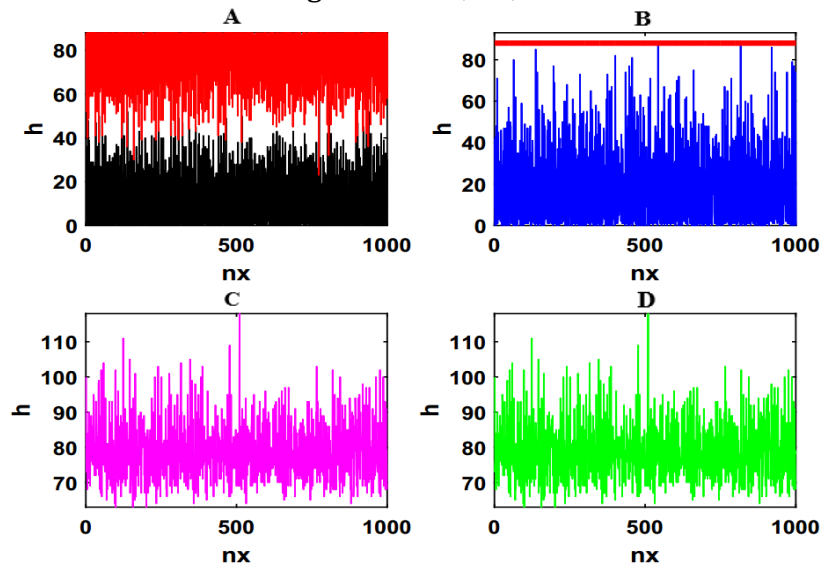
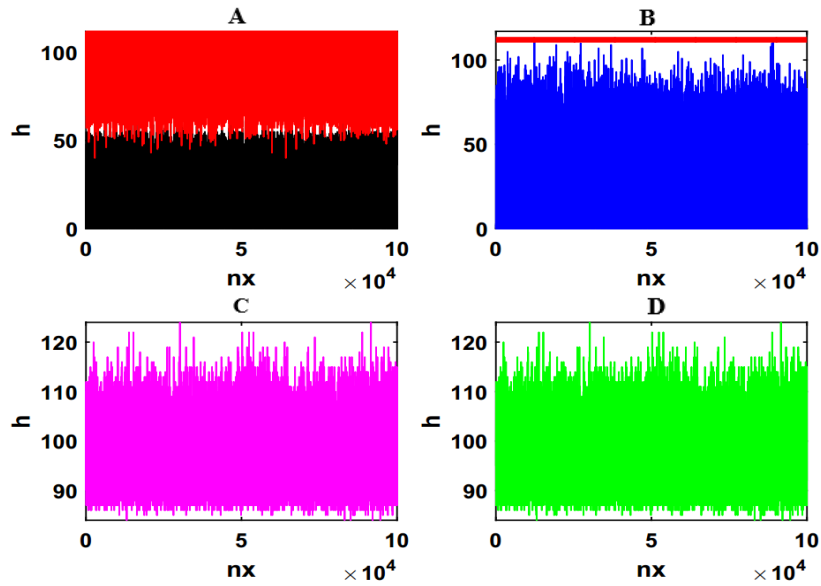
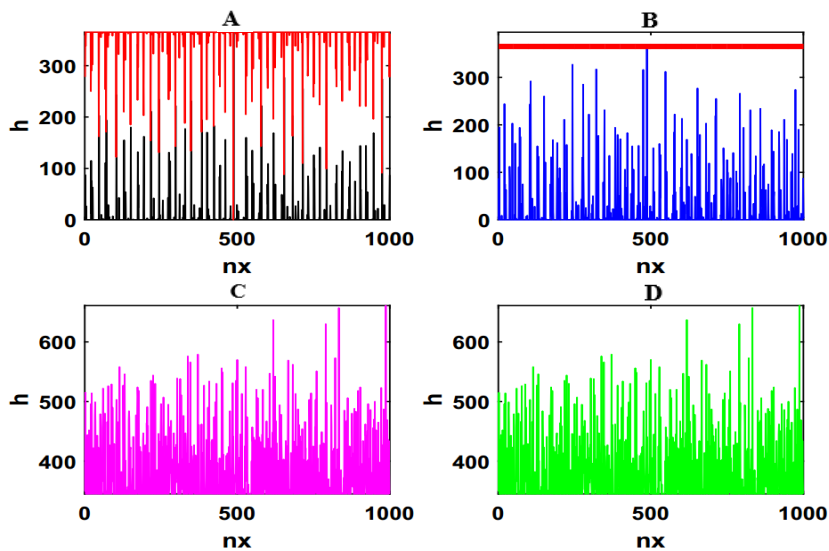


Figure III.22. Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour  $N= 10000$ ,  $nx = 1000$  et  $l_G=1$ .



**Figure III.23.** Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour  $N= 1000000$ ,  $nx = 100000$  et  $l_G=2$ .



**Figure III.24.** Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B, pour  $N= 10000$ ,  $nx = 1000$  et  $l_G=8$ .

### III.2.4. Modèle simple de dépôt en phase vapeur (WV)

Le modèle simple de dépôt en phase vapeur diffère des modèles précédents (décrit II 6.7). Dans ce modèle, pour chaque instant  $t$  une particule est déposée ou évaporée sur le substrat en raison de la différence entre les potentiels chimiques de la vapeur  $U_v$  et de l'interface  $U_i$  (figure III.25). La figure III.26 montre la structure surfacique obtenue pour différents valeurs de  $U_v$  ( $-8$ ,  $-6$ ,  $-4$  et  $-2$ ).

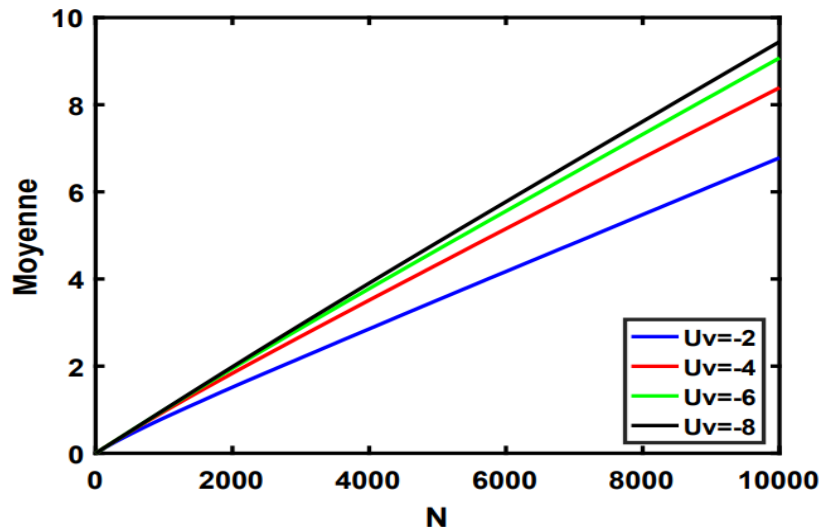


Figure III.25. La moyenne des particules dans le modèle WV, pour  $N = 10000$  et  $n_x = 1000$  en variant  $U_v$ .

Les processus de déposition et d'évaporation sont dépendants du paramètre  $U_v$ . Lorsque ce paramètre est égal à  $U_v = -8$ , le processus de déposition devient intéressant dans la croissance. Par contre, pour  $U_v = -2$ , le processus d'évaporation devient important (voir la figure III.26).

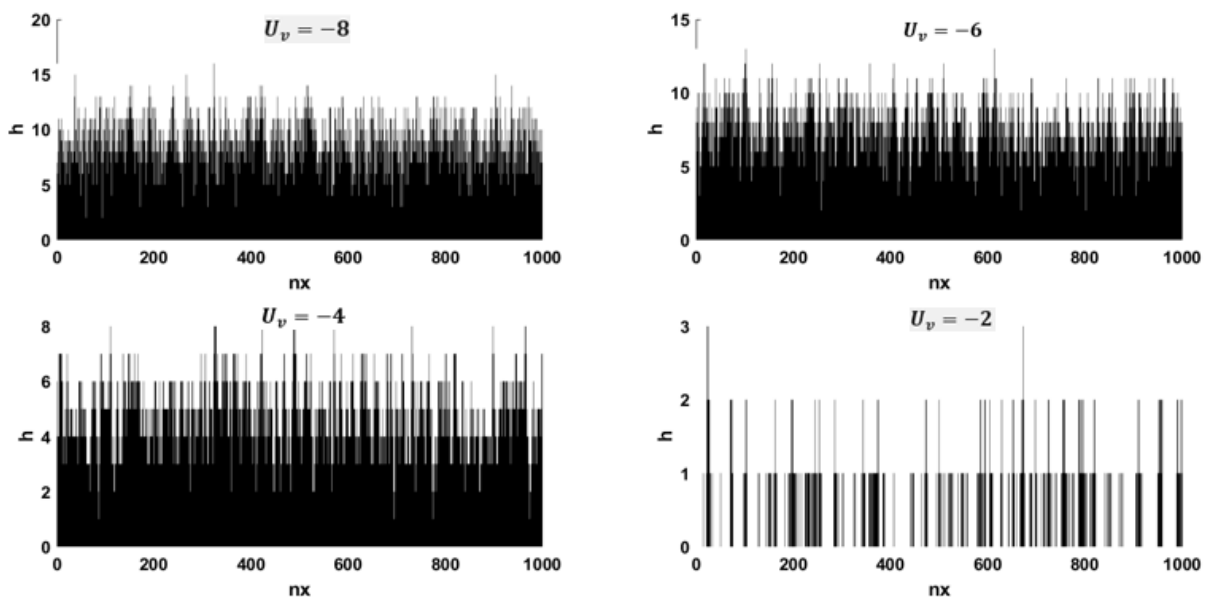


Figure III.26. Structures surfaciques obtenues du modèle simple de dépôt en phase vapeur, pour  $N=10000$  et  $n_x=1000$  en variant  $U_v$ .

### III.2.4.1. Les exposants de mise à l'échelle

Le mode de croissance initiale de surface est semblable aux précédents modèles. En effet, les particules ne changent pas de sites occupés aléatoirement (régime autonome transitoire). Par la suite, nous assistons à un régime de saturation dû à l'effet du potentiel chimique de vapeur moyen  $U_v$ , où la particule suit deux probabilités, soit un dépôt ou évaporation. Sur la figure III.27 nous avons représenté pour différentes valeurs

de ( $N$  et  $nx$ ) l'évolution des courbes de  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  et ce pour différents régimes de croissance existants.

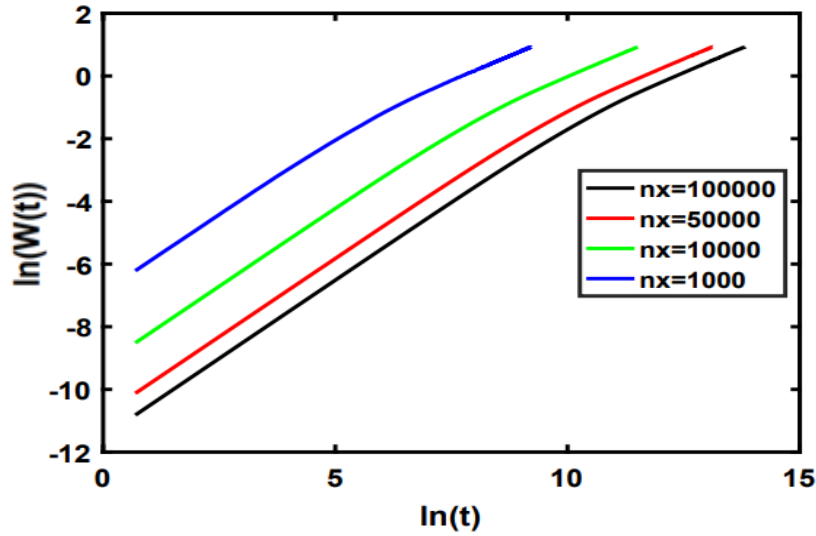


Figure III.27. Plot  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  montrant le régime de croissance dans le cas du modèle WV pour  $U_v = -2$  en variant  $N$  et  $nx$ .

- **L'exposant de saturation  $\beta$**  a été calculé à la pente de la région de croissance sur les courbes de  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  représentées sur la figure III.27. L'exposant de croissance (saturation)  $\beta$  est dépendant de la taille du système  $nx$ . Lorsqu'on augmente  $nx$ , l'exposant de saturation s'approche de la valeur de saturation  $\beta_{sat} = 0.4998 \pm 0.0002$ . Par ailleurs, la valeur de saturation montre également une forte dépendance à l'égard du potentiel chimique de vapeur moyen  $U_v$ . L'exposant de saturation devient stable  $\beta_{sat}$  en fonction de  $nx$  comme le montre le tableau III.5.

$nx$	$N$	$\beta$
1000	10000	0.4986
10000	100000	0.4991
50000	500000	0.4998
100000	1000000	0.4998

Tableau III.5. Valeurs d'exposant de saturation  $\beta$  dans le modèle WV, pour  $U_v = -2$  en variant  $nx$ .

Le régime de croissance est proportionnel au potentiel chimique de vapeur moyen  $U_v$  comme le montre la figure III.28.

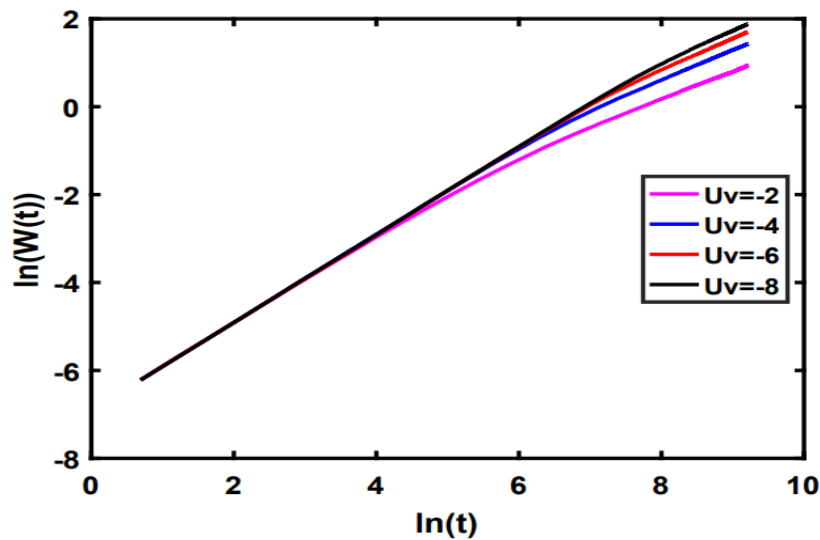


Figure III.28. Plot  $\ln(W(t))$  en fonction de  $\ln(t)$  montrant le régime de croissance dans le modèle WV, pour  $N=10000$  et  $nx=1000$  en variant  $U_v$ .

### III.2.4.2. Corrélation des hauteurs

Comme dans les modèles précédents, la corrélation a été calculée en utilisant l'équation II.12, où  $x = \frac{nx}{2}$ , et  $h$  est la hauteur de surface dans les sites différentes valeurs de  $(x)$  comprises entre (1 et  $nx$ ) pour un temps donné  $t$ . Les résultats montrent que le modèle simple de dépôt en phase vapeur est corrélé en variant le potentiel chimique de vapeur moyen  $U_v$ . La corrélation à deux points entre les hauteurs est indépendante de la taille du système  $nx$  (figure III.29). Notons aussi, une dépendance intéressante de cette dernière à l'égard de la valeur du potentiel chimique de vapeur moyen  $U_v$  (figure III.30).

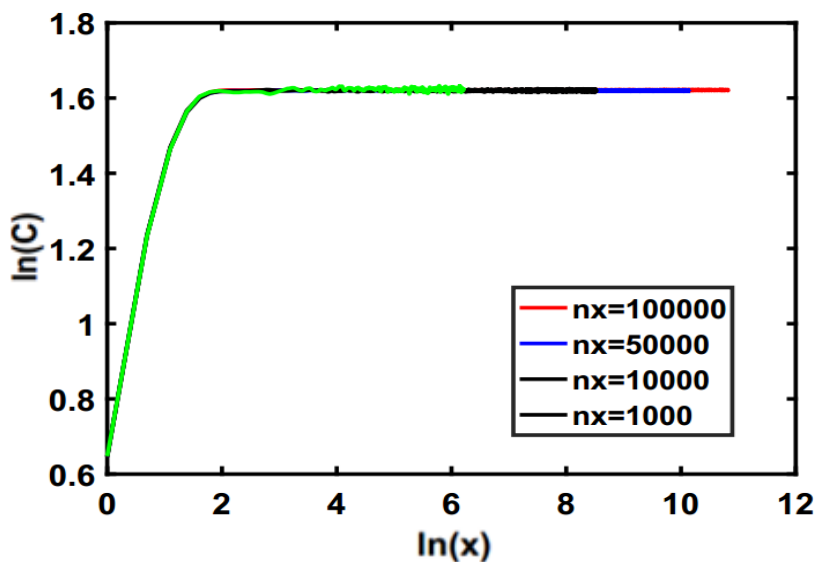
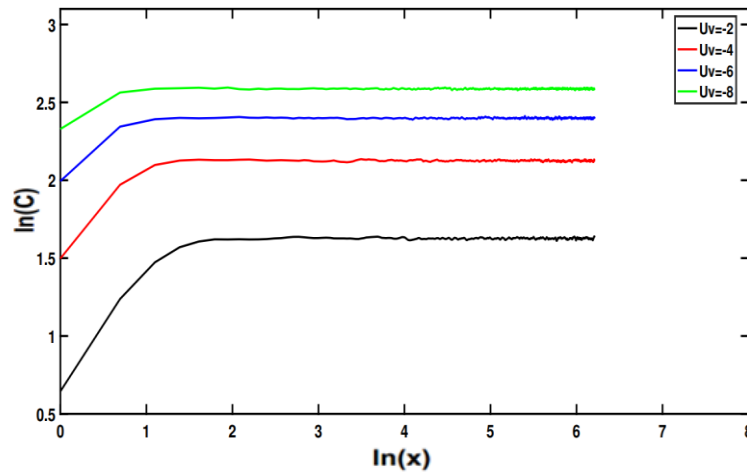


Figure III.29. Plot  $\ln(C)$  vs  $\ln(x)$  montrant la corrélation à deux points dans modèle WV pour  $U_v = -2$  en variant  $nx$ .



**Figure III.30.** Plot  $\ln(C)$  vs  $\ln(x)$  montrant la corrélation à deux points dans modèle WV pour  $N=10000$  et  $nx=1000$  en variant  $U_v$ .

- **L'exposant de rugosité  $\alpha$**  a été calculé à la pente de la région de la corrélation à deux points entre les hauteurs sur des courbes de  $\ln(x)$  en fonction de  $\ln(C)$  (figure III.29). Les résultats montrent une dépendance entre  $\alpha$  et  $nx$ . La surface obtenue du modèle **WV** ait des propriétés fractales. La dimension fractale est calculée comme suit :  $D_f = d - \alpha$ , où  $d = 2$  (voir tableau III.6). La corrélation des hauteurs est auto-similaire.

$nx$	$N$	$\alpha$	$D_f$
1000	10000	0,2874	1,7126
10000	100000	0,2947	1,7053
50000	500000	0,3276	1,6724
100000	1000000	0,3326	1,6674

**Tableau III.6.** Valeurs d'exposant de rugosité  $\alpha$  et la dimension fractale  $D_f$  pour  $U_v = -2$  en variant  $nx$ .

Par ailleurs, nous avons également calculé l'exposant de dynamique  $z = \alpha/\beta$ , les résultats sont présentés dans le tableau III.7.

$nx$	$N$	$z$
1000	10000	0,57641396
10000	100000	0,59046283
50000	500000	0,65546218
100000	1000000	0,66546619

**Tableau III.7.** Valeurs d'exposant de dynamique  $z$ .

### III.2.4.3. Assemblages des surfaces

Les interstices entre les surfaces assemblées sont calculés comme dans les modèles précédents. Un assemblage  $A$  entre deux surfaces rugueuses  $M$  et  $R$  où  $M$  est fixée et  $R$  est décalée d'une longueur  $D_R$  allant de 1 à  $(nx - 1)$ . La hauteur maximale  $X$  pour les

deux surfaces assemblée est  $X = \max(M + R)$ . Pour mettre la surface  $R$  en contact avec  $M$ , nous avons inversé  $R$  en ajoutant  $X$  pour obtenir enfin  $R = (-R + X)$ , les interstices (vides) entre les surfaces assemblées sont calculés par  $I_A = \text{mean}(R - M)$ . Un assemblage  $B$  entre la somme de deux surfaces rugueuses  $S = (M + R)$  avec une surface plane  $P = X$ , les interstices entre les deux surfaces assemblés sont donnés par  $I_B = \text{mean}(P - S)$ . Nous avons prouvé géométriquement que les interstices (vides) dans un assemblage entre deux surfaces rugueuses sont identiques avec un assemblage entre la somme de deux surfaces rugueuses mises en contact avec une surface plane en variant  $N$ ,  $nx$  et  $U_v$  (figures III.31, 32 et 33).

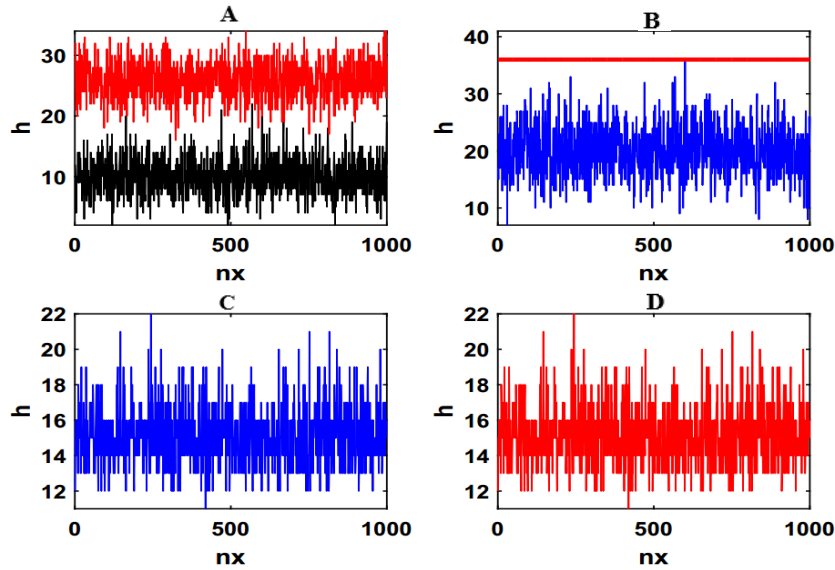


Figure III.31. Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B,  $N= 10000$ ,  $nx = 1000$  et  $U_v=-2$ .

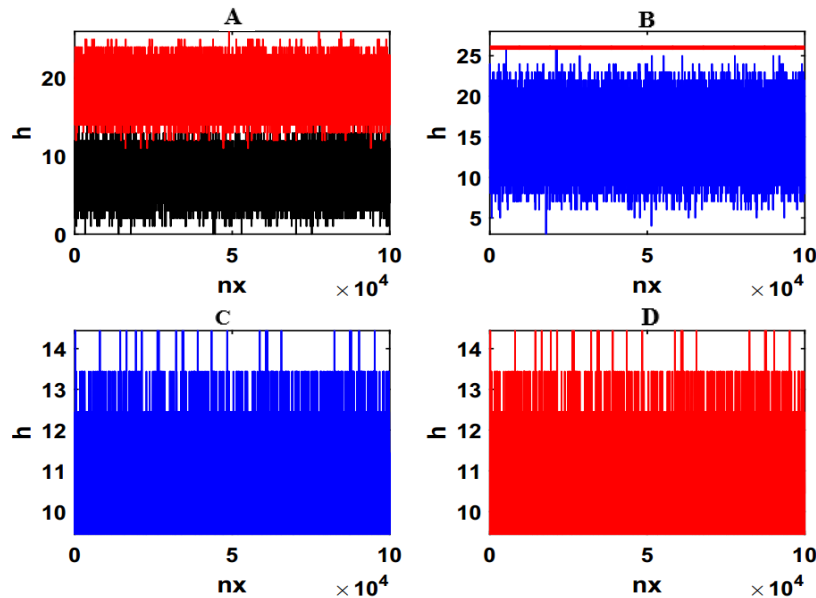
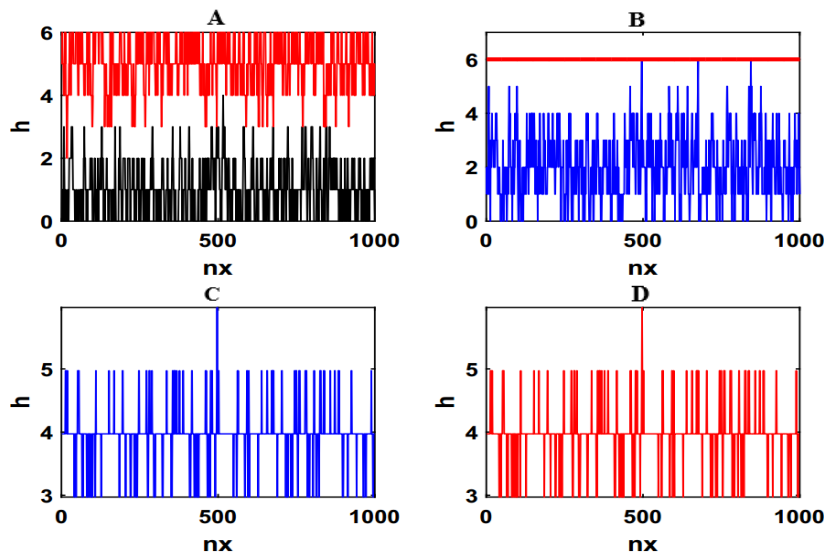


Figure III.32. Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B,  $N= 1000000$ ,  $nx = 100000$  et  $U_v=-4$ .



**Figure III.33.** Assemblage A (rugueux-rugueux), et un assemblage B (rugueux-lisse), C et D sont les interstices en A et B,  $N=10000$ ,  $nx=1000$  et  $U_v = -8$ .

### III.3. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié quatre modèles de croissance tout en calculant leurs propriétés de surface. Le modèle de croissance aléatoire (**RDP**) ne peut pas être un modèle très intéressant, mais il constitue un bon point de départ pour un développement d'un meilleur modèle. En revanche, notons l'existence de deux différents régimes de croissance dans le modèle aléatoire avec diffusion (**RDPD**) et le modèle simple de phase vapeur (**WV**) qui se résument ainsi : Initialement, un régime autonome transitoire, où les particules ne changent pas leurs placements aléatoires, puis après la création des premières couches, un régime de saturation dû à l'effet du processus de diffusion  $l_D$  et du potentiel chimique de vapeur moyen  $U_v$ . Par contre, dans le cas du modèle aléatoire avec germination (**GP**), un régime autonome suivi puis d'un régime de désaturation. Nous avons constaté que les exposants de mise à l'échelle  $\alpha$  et  $\beta$  sont dépendants de la longueur de diffusion  $l_D$  (**RDPD**) et le potentiel chimique de vapeur moyen  $U_v$  (**WV**) ainsi que la taille du système  $nx$ . Le modèle (**RDPD**) et le modèle (**WV**) aient des propriétés fractales, et que la surface est auto-similaire.

Enfin, nous avons affirmé les travaux de **Greenwood** et **Williamson** que le vide entre deux surfaces rugueuses en contact est identique au vide entre la somme de deux surfaces rugueuses assemblées avec une surface lisse, quel que soit l'état de l'interface.

### IV.1. Introduction

La technique de *Greenwood* et *Williamson* consiste à comparer la somme des surfaces à une surface parfaitement plane plutôt que de considérer le problème total de deux surfaces rugueuses. Bien que certaines discussions possibles sur cette astuce puissent être discutées dans le domaine de la tribologie, alors nous nous interrogeons si cela est valable dans le cas d'un processus multiphysique ? Pour ce fait, nous avons choisi le transfert thermique dans l'ATP de manière à simplifier deux surfaces rugueuses dans leur somme qui peut être valable pour la charge mécanique et non acceptable pour le problème thermique. C'est la question que nous aimerions aborder dans ce chapitre.

### IV.2. Modèle de croissance aléatoire (RDP)

#### IV.2.1. Flux thermique

Nous avons étudié le transfert thermique en utilisant les assemblages *A* (Rugueux-rugueux) entre *F* et *G* et *B* (Rugueux-lisse) entre  $S = (F + G)$  et *P* obtenus du modèle *RDP*. Soient les données suivantes :

- $T_1 = 300 \text{ }^\circ\text{k}$  : La température ambiante dans les surfaces *F* (assemblages *A*) et *S* (assemblage *B*) ;
- $T_2 = 400 \text{ }^\circ\text{k}$  : La température ambiante dans les surfaces *G* (assemblages *A*) et *P* (assemblage *B*) ;
- $\lambda = 0.5 \text{ W m}^{-1}\text{k}^{-1}$  : La conductivité thermique des surfaces assemblées en *A* et *B* ;
- $\lambda_{air} = 0.024 \text{ W m}^{-1}\text{k}^{-1}$  : La conductivité d'air entre les surfaces assemblées en *A* et *B*.

Nous avons calculé le profil de température dans les régimes stationnaires, de sorte que la loi de conductivité est conservée :

$$\vec{j} = -\lambda \vec{\nabla}T \quad (\text{IV.1})$$

Toujours, les surfaces sont dessinées de manière aléatoire, donc la hauteur de l'interface varie d'une configuration à l'autre. Il faut introduire une quantité qui reste stable sous ces fluctuations. En calculant la hauteur maximale en *A* comme suit:  $h_A = \max(G)$ , et en *B* par  $h_B = \max(P)$ . La différence des hauteurs entre *A* et *B* est calculée par  $\Delta h = h_A - h_B$ . Le décalage *D* est ajouté à la hauteur minimale. Pour ce fait, nous prenons le décalage initial en *A* et *B* comme  $D_A = 0, D_B = 0$ .

- ✓ Si :  $\Delta h < 0$ ,  $D_A = -\Delta h$  ;
- ✓ Si :  $\Delta h > 0$ ,  $D_B = \Delta h$ .

Le flux de chaleur  $\varphi$  intégré le long de la limite  $y = 0$  multiplié par la hauteur totale dans les assemblages (Rugueux-rugueux) et (Rugueux-lisse) est donné par :

$$\varphi = \Delta h \int_0^{nx} \vec{e}_y \cdot \vec{j}(x, y = 0) dx \quad (IV.2)$$

Les résultats montrent que la propagation thermique dans les surfaces obtenues du modèle de croissance aléatoire (**RDP**) entre *A* et *B* n'est pas identique. Nous pouvons alors dire que le transfert thermique  $\varphi$  est différent dans le cas des deux assemblages : (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse), car les surfaces assemblées ne sont pas proches à cause des interfaces bruitées (voir les figures IV.1 et 2).

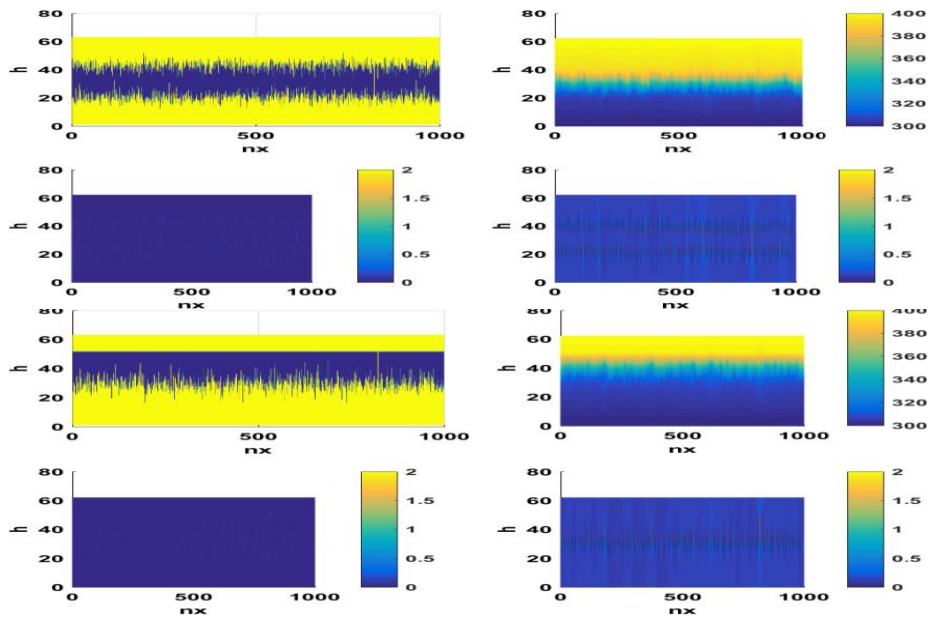


Figure IV.1. Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=10000$ , et  $nx=1000$ .

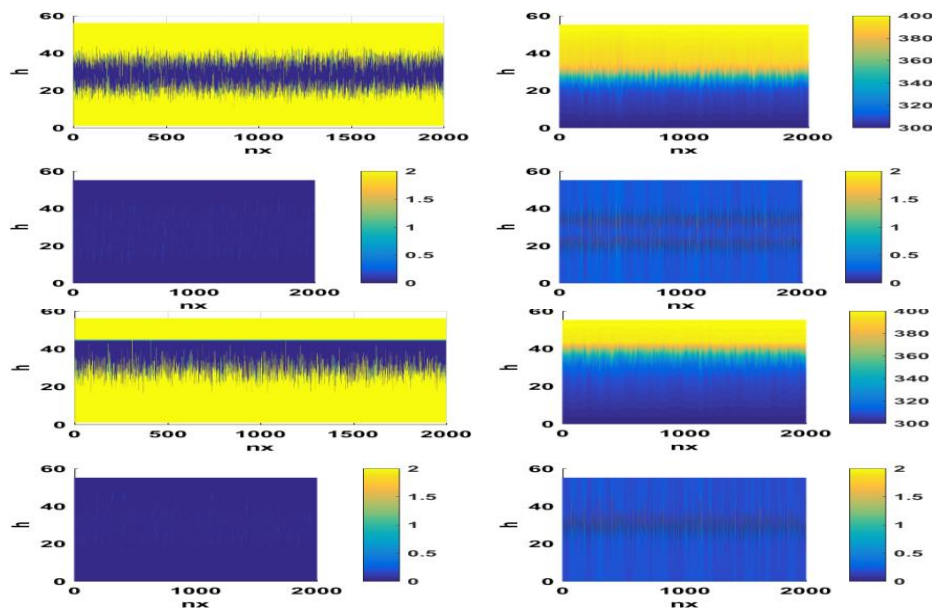


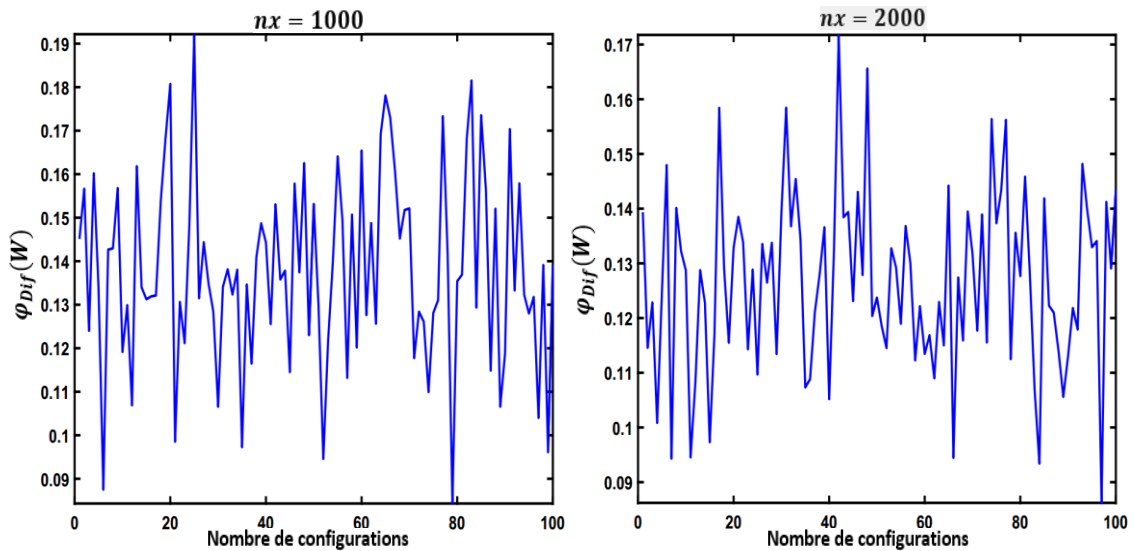
Figure IV.2. Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=20000$ , et  $nx=2000$ .

### IV.2.2. Différence de flux de chaleur (RDP)

Nous avons répété cette procédure pour un échantillon de  $n = 100$  surfaces rugueuses aléatoires du modèle **RDP** pour différentes taille du système  $nx$ , en calculant la différence du flux de chaleur  $\varphi_{Dif}$  entre  $A$  (rugueux-rugueux) et  $B$  (rugueux-lisse) par l'équation (IV.3) :

$$\varphi_{Dif}(n) = (\varphi_A(n) - \varphi_B(n))/\varphi_A(n) \quad (IV.3)$$

Les résultats de la figure IV.3, montrent que la différence de flux thermique entre  $A$  et  $B$  reste presque égale lorsqu'on change la taille du système  $nx$ . Notons aussi que le flux de chaleur  $\varphi$  (pour toute configuration) est différent dans le cas des deux assemblages : (Rugueux-rugueux) et (Rugueux-lisse).



**Figure IV.3.** La différence de flux thermique entre une construction (Rugueuse-rugueuse) et (Rugueuse-lisse) pour  $n= 100$  surfaces en variant  $nx$ .

### IV.3. Modèle de croissance aléatoire avec diffusion (RDPD)

#### IV.3.1. Flux thermique

Pour chaque configuration, nous avons d'abord utilisé deux surfaces rugueuses puis la somme de ces surfaces devant une surface plane (Rugueux-lisse). Le flux thermique a été calculé par l'équation (IV.1) pour différentes surfaces obtenues du modèle **RDPD** tout en gardant les conditions thermiques du modèle **RDP** :

- $T_1$  : est la température ambiante dans les surfaces :  $T$  (assemblage  $A$ ) et  $S = (T + L)$ (assemblage  $B$ ) ;
- $T_2$  : est la température ambiante dans  $L$  (assemblage  $A$ ) et  $P$  (assemblage  $B$ ) ;
- $\lambda$  : est la conductivité thermique en  $A$  et  $B$  ;
- $\lambda_{air}$  : est la conductivité d'air entre les surfaces assemblées en  $A$  et  $B$ .

Même si les aspérités sont identiques, la hauteur totale de l'interface  $\Delta h$  dans (Rugueux-rugueux) et dans (Rugueux-lisse) peut ne pas être identique. Pour dessiner des images comparables, nous ajoutons certaines couches de matière au-dessus et au-dessous de l'interface, de sorte que  $\Delta h$  soit identique pour les deux surfaces données que nous avons utilisé pour construire l'interface (Rugueux-rugueux) et (Rugueux-lisse). La hauteur maximale en A et B est calculée comme suit :  $h_A = \max(L)$ , et  $h_B = \max(P)$ , avec  $\Delta h = h_A - h_B$  est la différence de hauteur. En ajoutant un décalage  $D$  à la hauteur minimale, tout en prenant le décalage initial en A et B comme  $D_A = 0$ , et  $D_B = 0$ .

Si:  $\Delta h < 0$ ,  $D_A = -\Delta h$ , et si:  $\Delta h > 0$ ,  $D_B = \Delta h$ .

La température et le flux de chaleur  $\varphi$  dans les constructions A et B ont été calculés par les équations (IV.1) et (IV.2). Les résultats sont représentés sur les figures (IV.4, 5, 6 et 7).

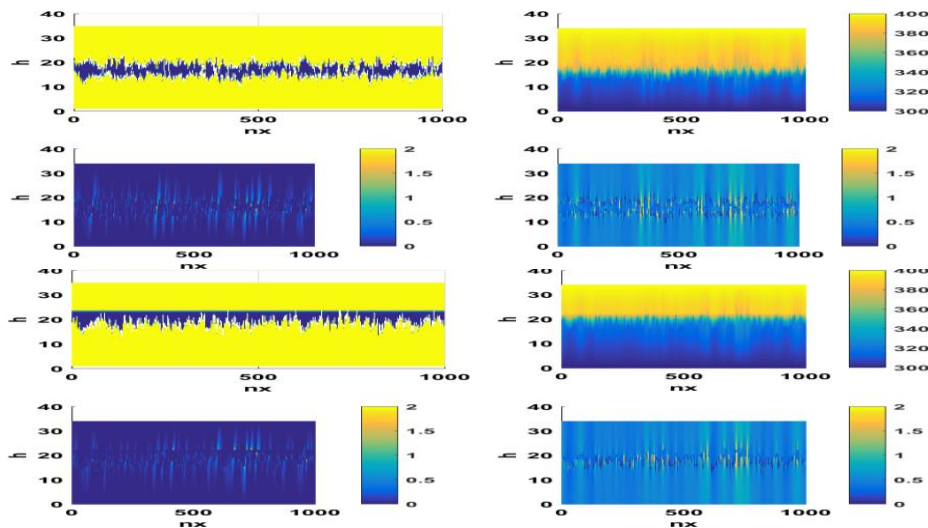


Figure IV.4. Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=10000$ ,  $nx=1000$  et longueur de diffusion  $l_D = 1$ .

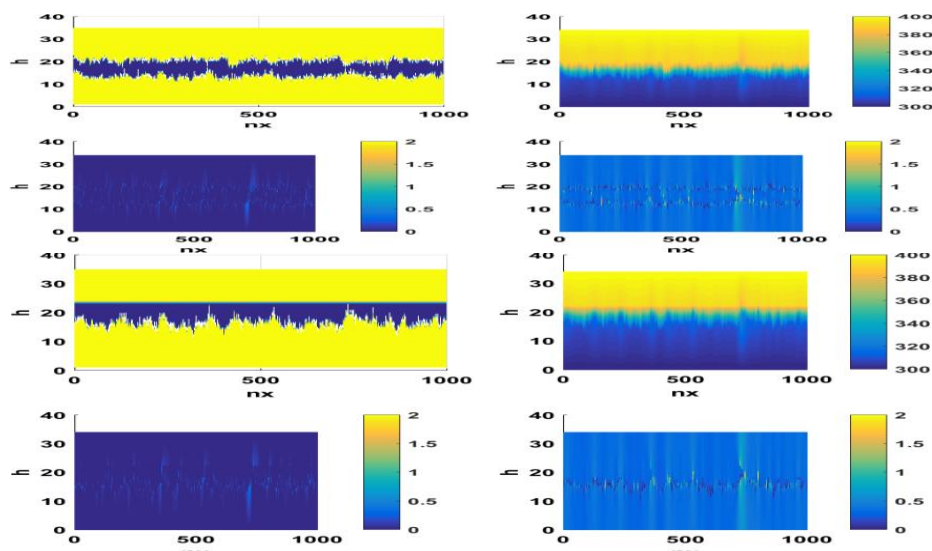
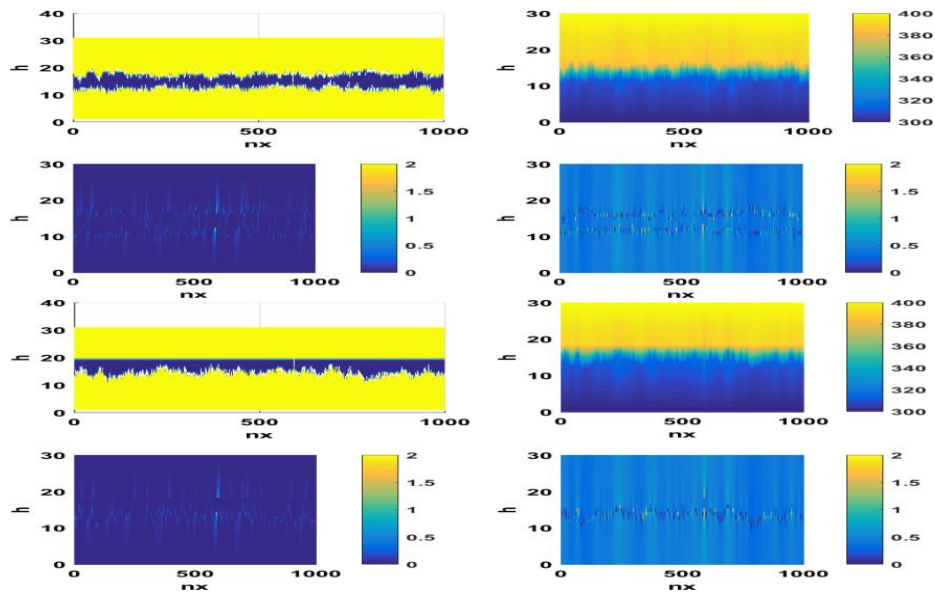
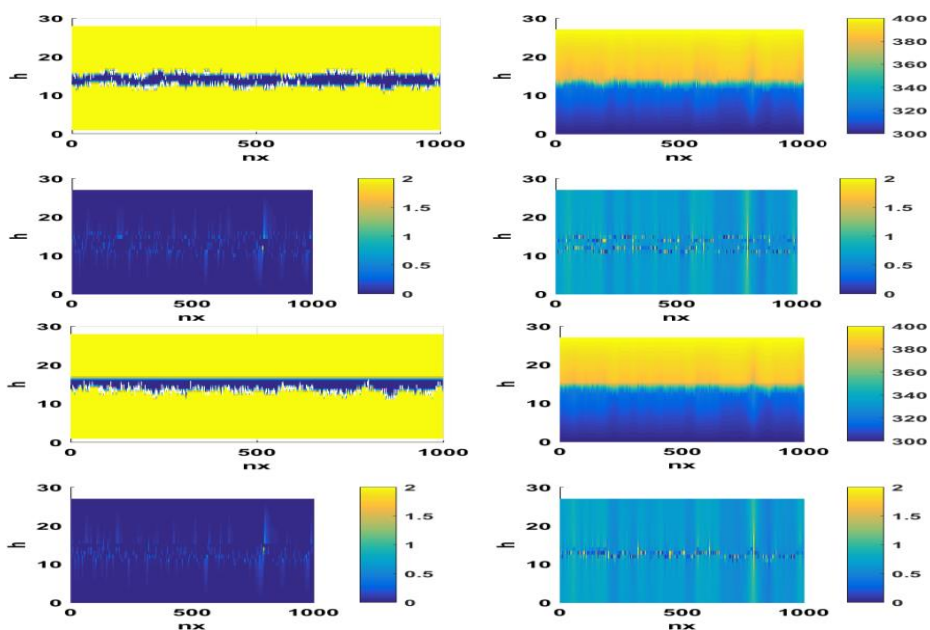


Figure IV.5. Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=10000$ ,  $nx=1000$  et longueur de diffusion  $l_D = 2$ .



**Figure IV.6.** Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=10000$ ,  $nx=1000$  et longueur de diffusion  $l_D = 4$ .



**Figure IV.7.** Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=10000$ ,  $nx=1000$  et longueur de diffusion  $l_D = 8$ .

Nous constatons d'après ces résultats que le transfert thermique  $\varphi$  entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) est dépendant de la longueur de diffusion  $l_D$ . Notons aussi que dans le cas de  $l_D = 8$ , le transfert thermique devient presque identique car les interfaces des surfaces deviennent encore proches (lissage de l'interface) en augmentant  $l_D$ .

### IV.3.2. Différence de flux de chaleur (RDPD)

La différence de flux de chaleur  $\varphi_{Dif}$  a été calculée à partir de l'équation (IV.3), entre les assemblages  $A$  et  $B$  pour  $n = 100$  surfaces rugueuses tout en variant la longueur de diffusion  $l_D$ . Les résultats de la figure IV.8 montrent que la différence de flux thermique diminue quand  $l_D$  augmente et lorsque  $l_D = 8$ , cette différence ( $\varphi_{Dif}$ ) devient presque identique entre un assemblage (Rugueux-rugueux) et (Rugueux-lisse).

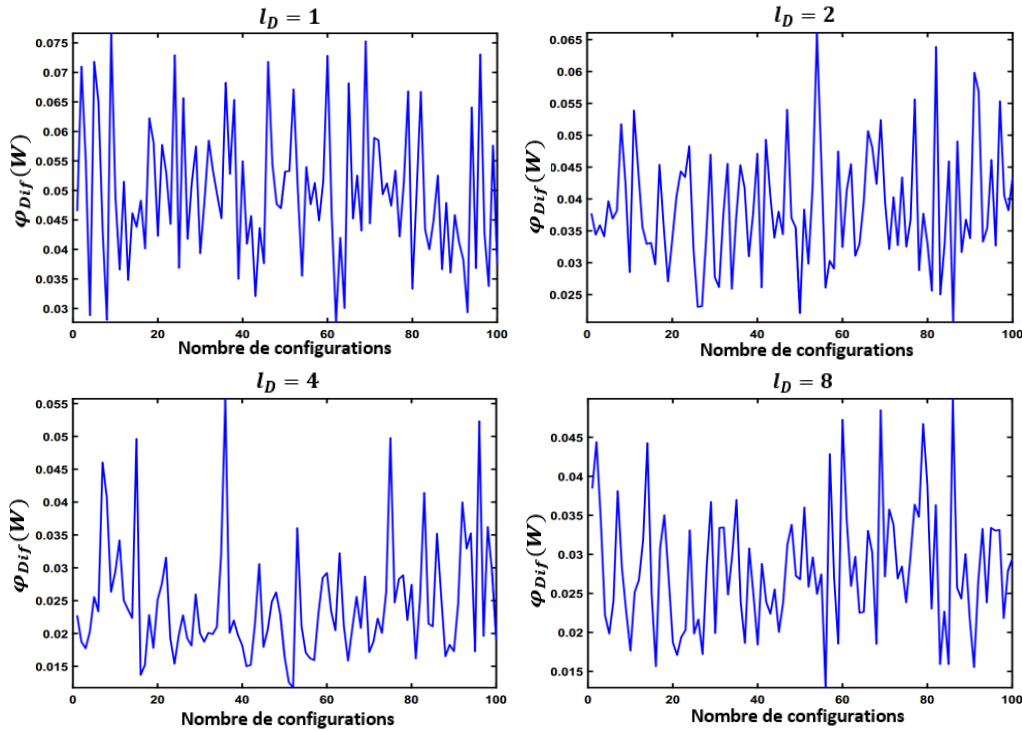


Figure IV.8. La différence de flux thermique entre une construction (Rugueuse-rugueuse) et (Rugueuse-lisse) pour  $n = 100$  surfaces,  $N = 10000$  et  $nx = 1000$  en variant  $l_D$ .

## IV.4. Modèle de croissance avec germination (GP)

### IV.4.1. Flux thermique

Comme dans les modèles précédents, nous avons utilisé les surfaces obtenues du modèles **GP** en construisant un assemblage  $A$  (Rugueux-rugueux) et  $B$  (Rugueux-lisse). Dans un régime stationnaire, nous avons calculé la température et le flux de chaleur par les équations (IV.1 et 2) en gardant les mêmes propriétés thermiques des modèles **RDP** et **RDPD** :

- $T_1$  : est la température ambiante dans la surface  $K$  (assemblage  $A$ ), et dans la surface somme  $S = (K + Z)$ (assemblage  $B$ ) ;
- $T_2$  : est la température ambiante dans  $Z$  (assemblage  $A$ ), et dans la surface lisse  $P$  (assemblage  $B$ ) ;
- $\lambda$  : est la conductivité thermique en  $A$  et  $B$  ;
- $\lambda_{air}$  : est la conductivité d'air en  $A$  et  $B$ .

Pour garder la hauteur totale entre les deux constructions, nous avons calculé la hauteur maximale comme suit:  $h_A = \max(Z)$ , et  $h_B = \max(P)$ ,  $\Delta h = h_A - h_B$  est la différence de hauteur ajoutée à la hauteur minimale. En prenant le décalage initial en A et B comme:  $D_A = 0$ , et  $D_B = 0$ .

- ✓ Si:  $\Delta h < 0$ ,  $D_A = -\Delta h$ ;
- ✓ Si:  $\Delta h > 0$ ,  $D_B = \Delta h$ ;

Le profil de la température entre la construction (Rugueuse-rugueuse) et (Rugueuse-lisse) a été calculé par l'équation (IV.1) et le flux de chaleur par l'équation (IV.2). Les résultats sont présentés sur les figures (IV.9, 10, 11 et 12).

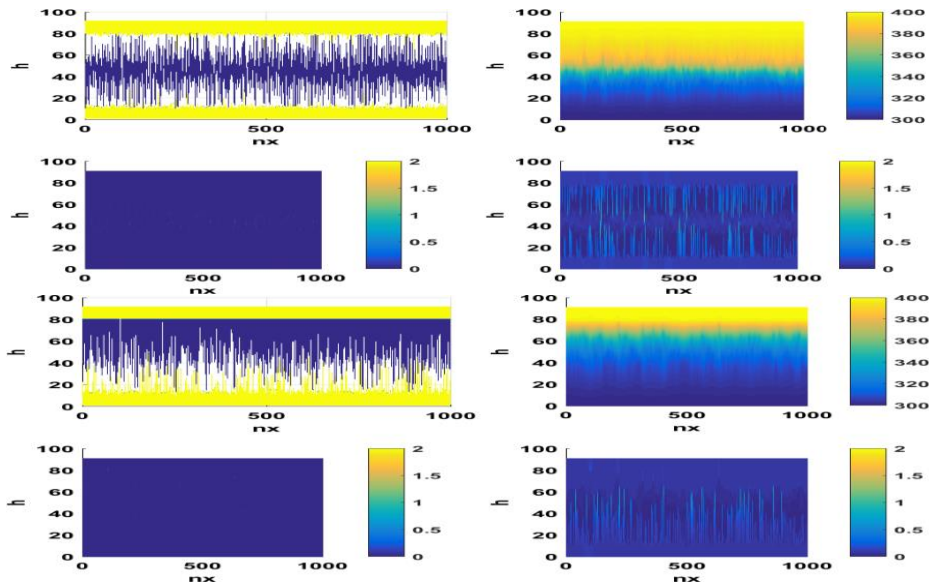


Figure IV.9. Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=10000$ ,  $nx=1000$  et longueur de germination  $l_G = 1$ .

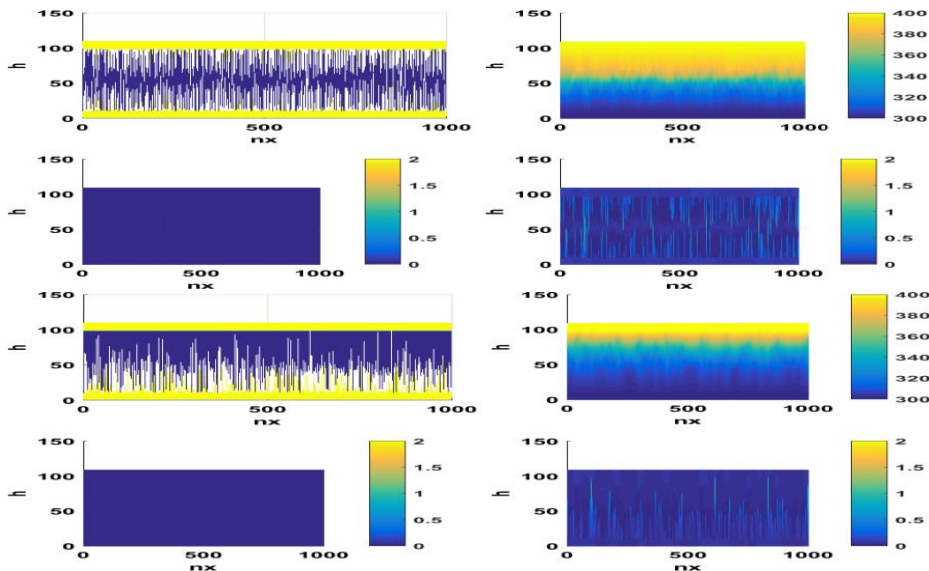


Figure IV.10. Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=10000$ ,  $nx=1000$  et longueur de germination  $l_G = 2$ .

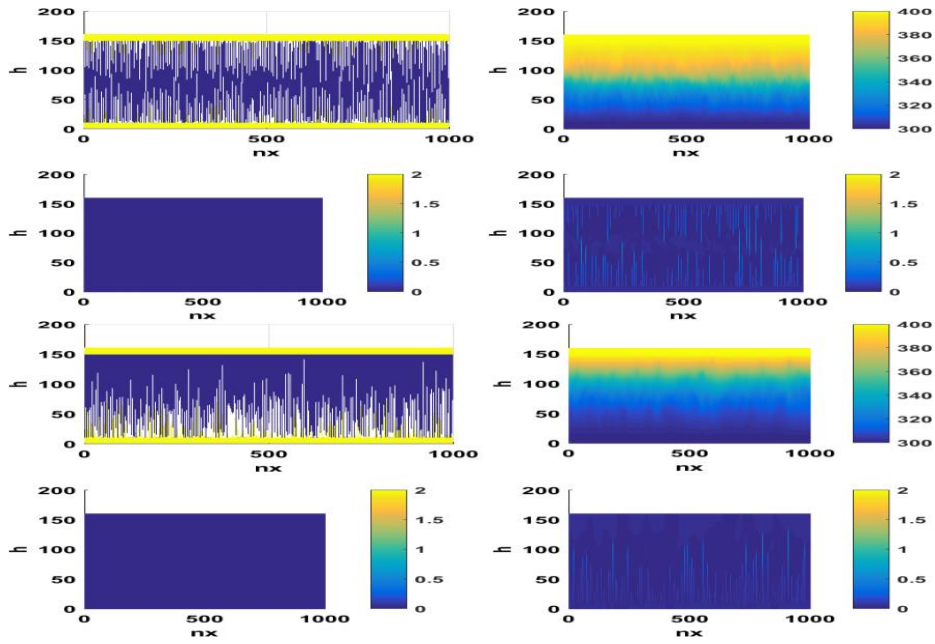


Figure IV.11. Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=10000$ ,  $nx=1000$  et longueur de germination  $l_G = 4$ .

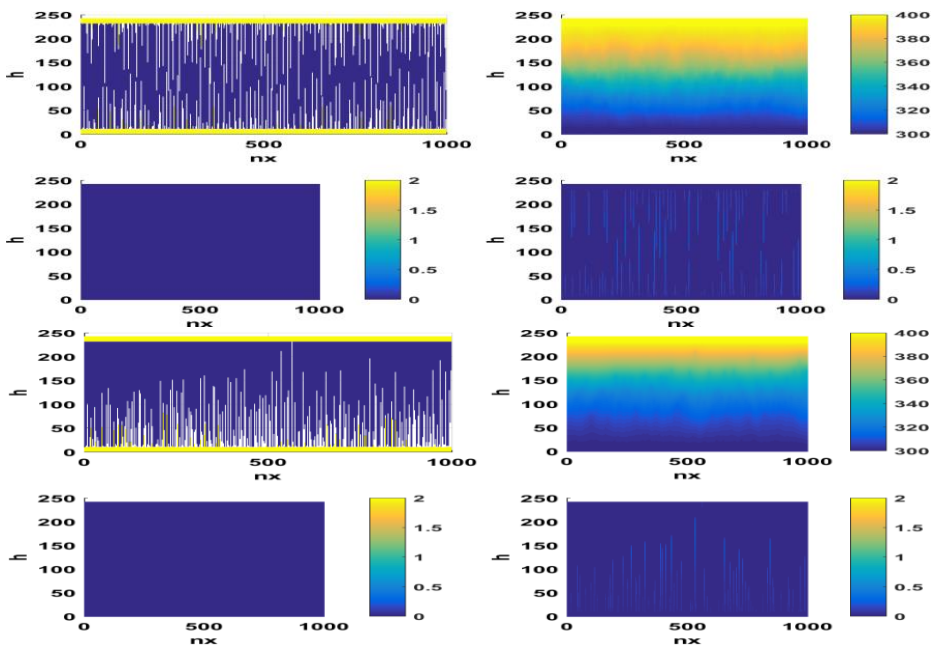
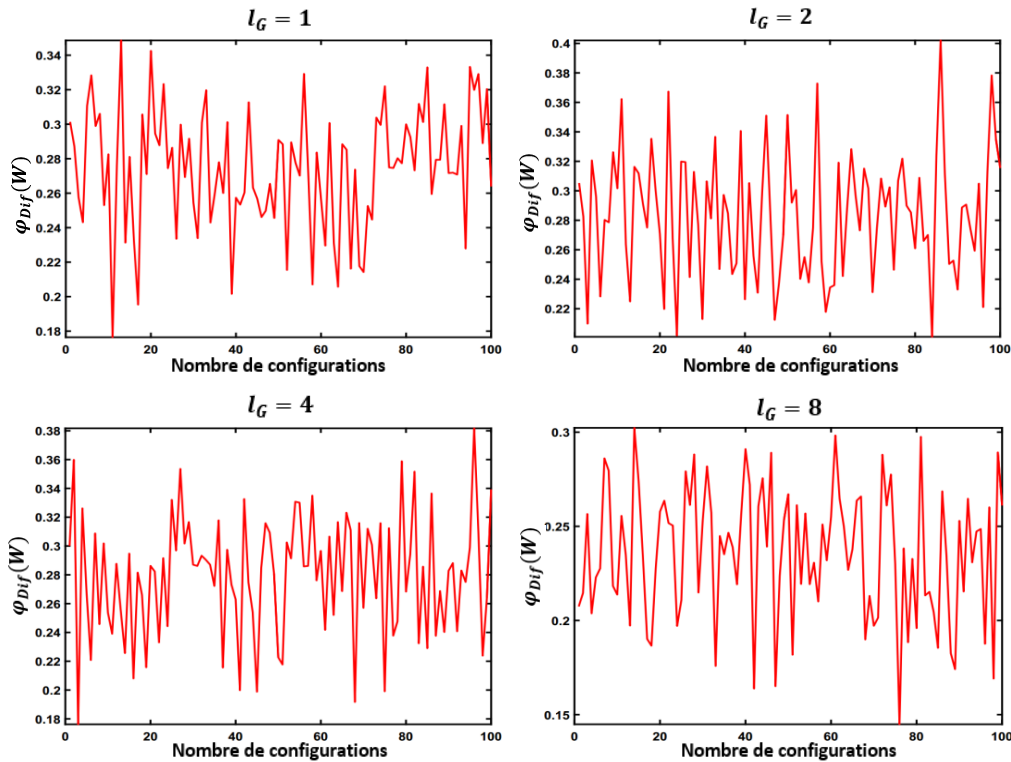


Figure IV.12. Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=10000$ ,  $nx=1000$  et longueur de germination  $l_G = 8$ .

D'après ces résultats nous pouvons dire que le transfert thermique dépend de la longueur de germination  $l_G$ . Notons aussi que dans le cas de  $l_G$  (plus grande), les surfaces assemblées s'éloignent encore plus et la propagation thermique se fait sur certains sommets en contact. En revanche, le flux de chaleur  $\varphi$  est différent dans les directions  $x$  et  $y$  entre les constructions  $A$  et  $B$ .

### IV.4.2. Différence de flux de chaleur (GP)

Nous avons calculé la différence de flux de chaleur  $\varphi_{Dif}$  par l'équation (IV.3) pour  $n=100$  surfaces rugueuses aléatoires (cas du modèle **GP**) et ce pour différentes longueurs de germination  $l_G$ . D'après la figure IV.13, nous constatons que la différence de flux de chaleur augmente dans le cas de  $l_G = 1$  et 2. Par contre, dans le cas de  $l_G = 4$  ou 8, nous constatons que  $\varphi_{Dif}$  diminue dans le cas de la construction (rugueuse-rugueuse) et (rugueuse-lisse) car les interfaces des surfaces s'éloignent et le flux thermique devient petit.



**Figure .13.** La différence de flux thermique entre une construction (Rugueuse-rugueuse) et (Rugueuse-lisse) pour  $n= 100$  surfaces,  $N=10000$  et  $nx=1000$  en variant  $l_G$ .

## IV.5. Modèle simple de dépôt en phase vapeur (WV)

### IV.5.1. Flux thermique

À partir des surfaces obtenues par le modèle **WV**, nous avons construit un assemblage *A* entre deux surfaces rugueuses aléatoire *T* et *L* et un assemblage *B* entre la somme de deux surfaces rugueuses aléatoire  $S = (T + L)$  en contact avec une surface plane *P*. Nous avons calculé le flux de chaleur par l'équation (IV.1) avec les mêmes conditions :

- $T_1$  : est la température ambiante dans les surfaces *T* et *S* ;
- $T_2$  : est la température ambiante dans *L* et *P* ;
- $\lambda$  : est la conductivité thermique en *A* et *B* ;
- $\lambda_{air}$  : est la conductivité d'air entre les surfaces assemblées en *A* et *B*.

La hauteur totale entre  $A$  et  $B$  n'est pas identique. En ajoutant certaines couches de matière à la hauteur minimale pour obtenir la hauteur maximale en  $A$  et  $B$  comme suit :  $h_A = \max(L)$ , et  $h_B = \max(P)$  ;  $\Delta h = h_A - h_B$  est la différence de hauteur ajoutée à la hauteur minimale entre  $A$  et  $B$ . En prenant le décalage initial  $D$  égal à zéro pour les deux constructions :

- ✓ Si  $h < 0$ ,  $D_A = -h$  ;
- ✓ Si  $h > 0$ ,  $D_B = h$  ;

Nous avons calculé le profil de la température pour  $A$  et  $B$  par l'équation (IV.1) et le flux de chaleur en utilisant l'équation (IV.2), les résultats sont représentés sur les figures (IV.14, 15, 16 et 17).

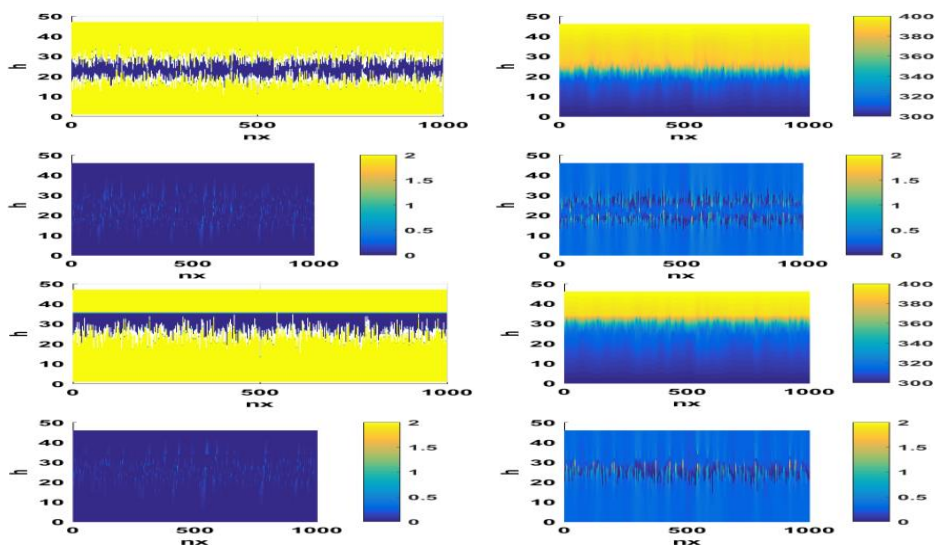


Figure IV.14. Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse), pour  $N=10000$ , et  $nx=1000$  pour  $Uv=-8$ .

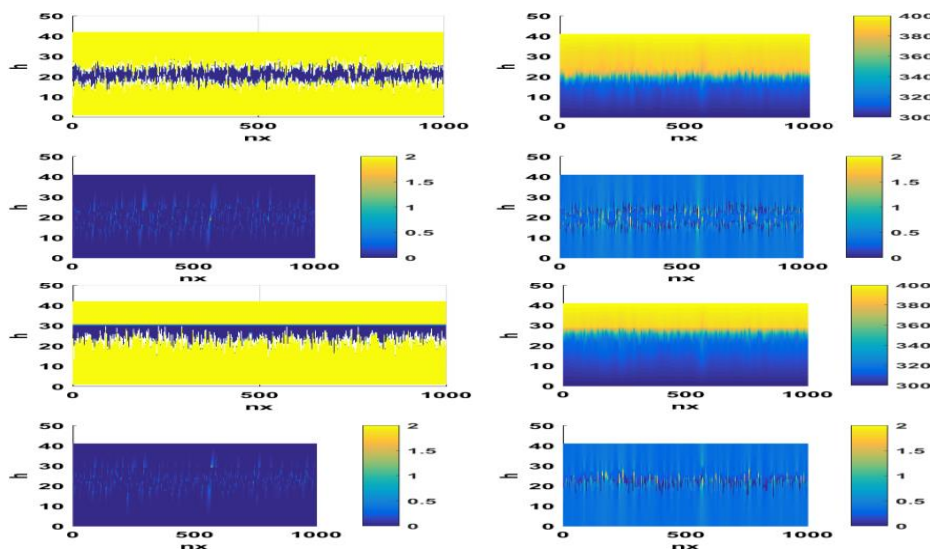


Figure IV.15. Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=10000$ , et  $nx=1000$  pour  $Uv=-6$ .

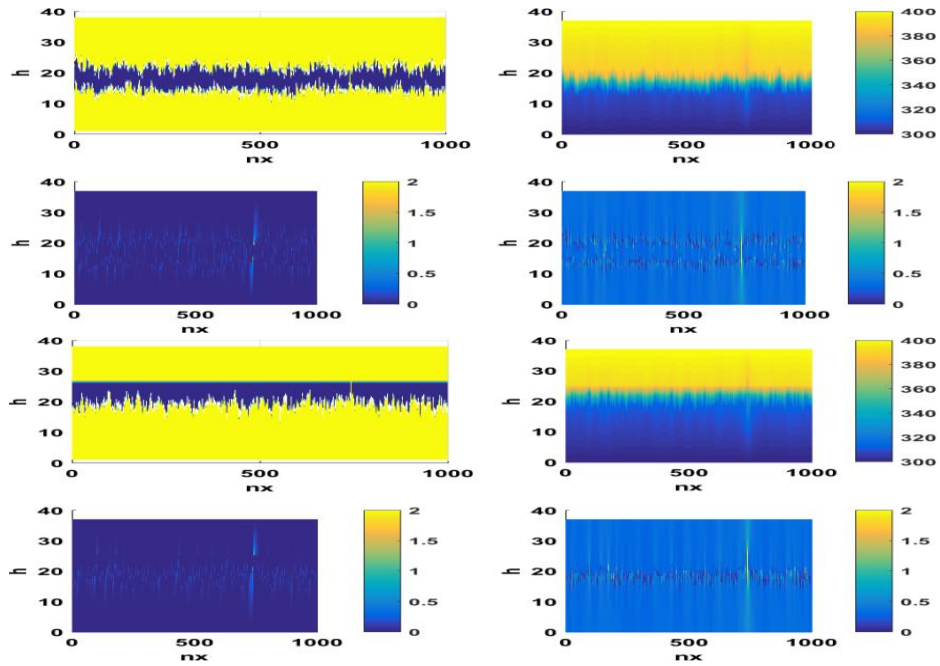


Figure IV.16. Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=10000$ , et  $nx=1000$  pour  $U_v=-4$ .

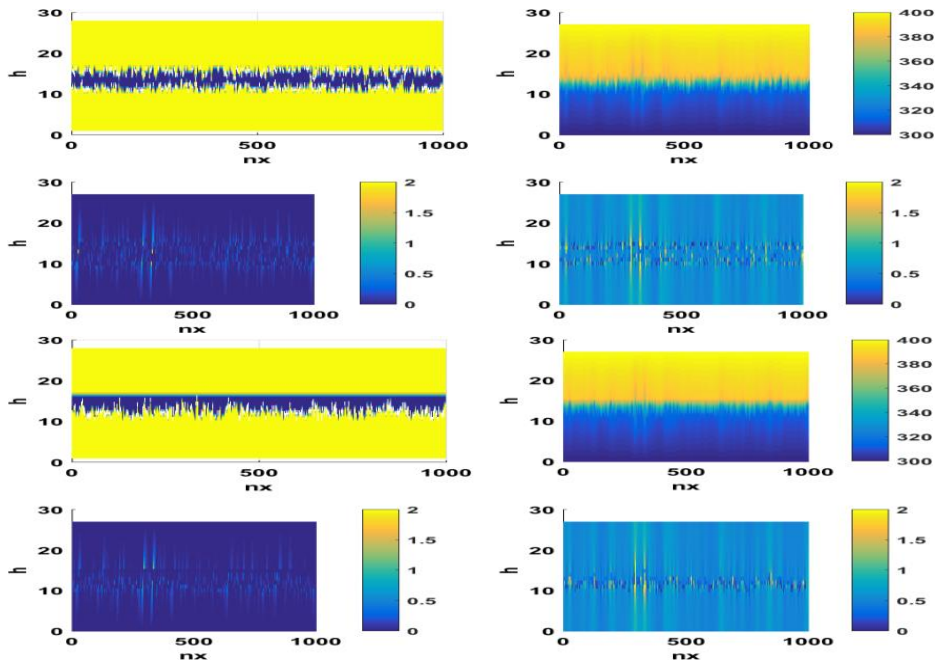
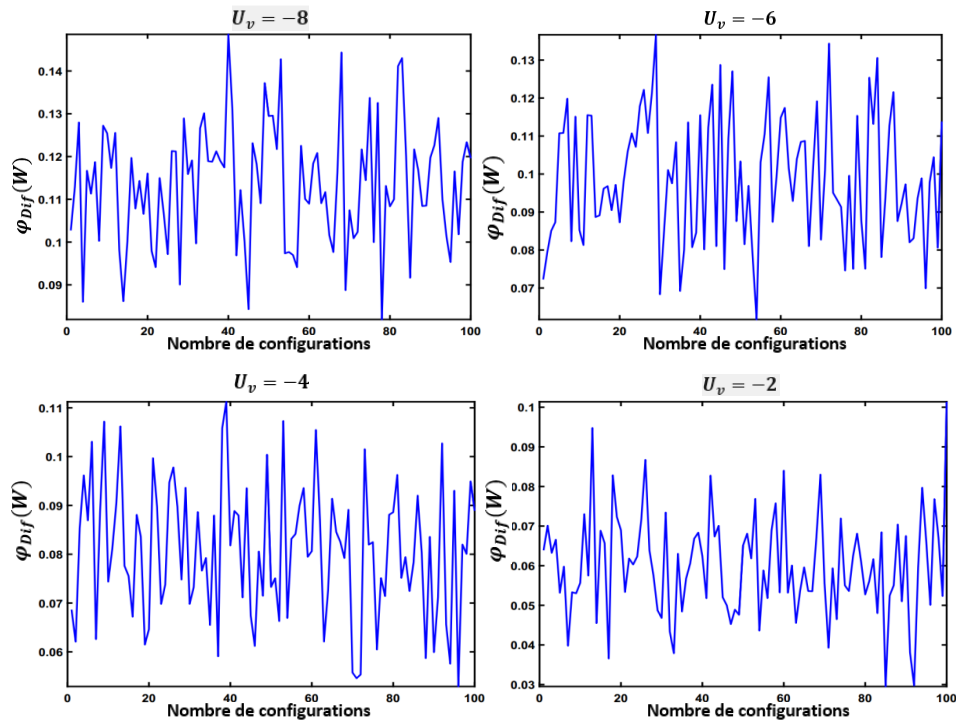


Figure IV.17. Distribution thermique entre un assemblage (rugueux-rugueux) et (rugueux-lisse) pour  $N=10000$ , et  $nx=1000$  pour  $U_v=-2$ .

L'état de l'interface des surfaces rugueuses assemblées en  $A$  et  $B$  joue un rôle important dans le transfert thermique. Le dernier modèle  $WV$  se comporte de la même manière que le modèle  $RDPD$ . Notons que pour  $U_v = -2$ , les transferts thermiques  $\varphi$  dans les deux cas  $A$  et  $B$  sont similaires. Et nous constatons que le transfert thermique dans ce modèle est dépendant du potentiel chimique de la vapeur  $U_v$ .

### IV.5.2. Différence de flux de chaleur ( $WV$ )

Le modèle ( $WV$ ) se comporte de la même manière que le modèle  $RDPD$ . En effet, lorsque le potentiel chimique de la vapeur  $U_v = -8$ , la différence du flux thermique augmente  $\varphi_{Dif}$ . D'après les résultats de la figure IV.18, nous constatons que  $\varphi_{Dif}$  est plus bas dans le cas de  $U_v = -2$ , la différence de flux thermique  $\varphi_{Dif}$  s'approche à zéro entre un assemblage (Rugueux-rugueux) et (Rugueux-lisse) lorsque la géométrie est auto-affine.



**Figure .18.** La différence de flux thermique entre une construction (Rugueuse-rugueuse) et (Rugueuse-lisse) pour  $n= 100$  surfaces,  $N=10000$  et  $nx=1000$  en variant  $U_v$ .

### IV.6. Conclusion

La technique de **Greenwood** et **Williamson** considère un assemblage entre deux surfaces rugueuses aléatoires est égal à un assemblage entre la somme de deux surfaces rugueuses aléatoires en contact avec une surface plane. Grâce aux modèles statistiques des surfaces rugueuses ( $RDP$ ,  $RDPD$ ,  $GP$  et  $WV$ ), nous avons pu prouver dans notre étude que cette technique présente un intervalle de validité infime dans le cas du problème thermique. Dans une étude plus précise, nous avons montré que pour la géométrie auto-affine, la rugosité rend cette hypothèse de moins en moins valide. Dans la limite opposée, l'utilisation de cette technique sur des surfaces planes peut être acceptable. Par conséquent, en général, le modéliste doit tenir compte de la complexité complète de la géométrie. On constate que la différence du flux thermique  $\varphi_{Dif}$  est dépendante de l'état de l'interface des surfaces assemblées.

## Conclusion générale

L'objectif de notre étude est de modéliser le phénomène thermique entre les surfaces assemblées en utilisant la technique de *Greenwood* et *Williamson* qui ont introduit l'approche statistique pour analyser une situation particulière de contact rugueux-rugueux par rugueux-lisse. La première partie du travail fut d'étudier la croissance des surfaces rugueuses. Pour ce fait, nous avons étudié quatre modèles en commençant par le modèle de croissance aléatoire (*RDP*). Le régime de croissance dans ce modèle est indépendant de l'état de l'interface car les particules ne changent pas leurs placements aléatoires. Nous avons constaté que le modèle (*RDP*) constitue un bon point de départ pour un développement d'un meilleur modèle. Par contre, le régime de croissance dans le modèle de croissance aléatoire avec germination (*GP*) est dépendant de l'état de l'interface et de la longueur de germination ( $l_G$ ). Nous avons mis en évidence deux régimes différents. Initialement, un régime aléatoire transitoire, création des premières couches, puis un régime de désaturation. En revanche, le modèle de croissance aléatoire avec diffusion (*RDPD*) et le modèle simple de dépôt en phase vapeur (*WV*) ont un régime de croissance similaire. En effet, premièrement nous assistons à un régime aléatoire transitoire, et juste après à un régime de saturation. L'exposant de saturation  $\beta$  et l'exposant de rugosité  $\alpha$  sont dépendant de la longueur de diffusion  $l_D$  (*RDPD*) et de potentiel chimique de vapeur moyen  $U_v$  (*WV*). Nous avons alors constaté que ces exposants sont également liés les uns aux autres. Par ailleurs, nous avons constaté que dans le placement automatique de la bande, outre dans de nombreux autres processus de fabrication, les phénomènes physiques sont entrelacés. Le matériau obtenu suite au placement des couches rugueuses (sous charge) chauffées par une source électromagnétique (ou par un plasma), circule entre les fils composites et gèle à l'état solide. La qualité du matériau final dépend du moment entre chaque étape. Et c'est donc une tâche difficile de modéliser ce puzzle multiphysique. Et comme en mécanique, nous considérons généralement que la charge d'une surface complexe contre une surface plane est équivalente à celle de deux surfaces complexes l'une devant l'autre et grâce à quatre modèles statistiques de surfaces rugueuses, nous avons pu montrer que la validité de cette technique ne résiste pas à un problème thermique. Parallèlement, nous avons montré que pour la géométrie auto-affine, la rugosité rend cette hypothèse de moins en moins valide. Dans la limite opposée, l'utilisation de cette technique sur des surfaces planes peut être acceptable. Par conséquent, en général, le modélisateur doit tenir compte de la complexité complète de la géométrie.

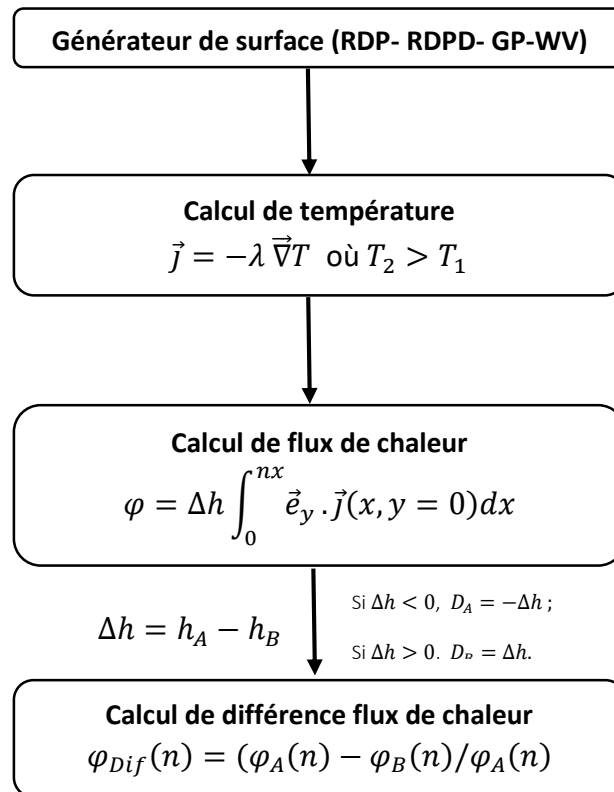
## Perspectives

- Processus techniques : conception de surfaces optimales pour la physique particulière impliquée dans les processus.
- Valider expérimentalement les résultats obtenus de la modélisation.
- Surfaces techniques : découverte de nouvelles surfaces multi-échelles/ interfaces avec des propriétés multifonctionnelles particulières.

- Explorer des processus adaptés (par exemple, l'impression 3D).
- Surveillance en ligne des surfaces composites pour anticiper la sortie du processus et procéder à un contrôle en ligne (en adaptant des paramètres de processus en ligne à la surface entrante).
- Surfaces actives adaptant leur géométrie à la condition locale optimale.

## Annexe

Nous avons utilisé le langage de programmation Matlab pour générer les surfaces et calculer le transfert thermique entre les interfaces.



### Générateur de surface

```
k=1;
N =10000;
nx =1000;
for i=1:k
    f = zeros(nx, 1);
for particule = 1 : N
    p = randi(nx,1);
    f(p)=f(p)+1;
end
end
```

### Flux de chaleur

```
Grade = 1;
NGP = 3;
TSup = 400;
TInf = 300;
KCondMat = 0.5;
KCondAir = 0.024;
Threshold = 0.5;

%% Generate Profile
% Profile = importdata('TMaxPl.dat');

YSup = YSup+1+10;
```

```

YInf = YInf+10;
XSup = 1 : length( YSup );
XInf = 1 : length( YInf );
NElem.X = floor( length( XInf ) );
NElem.Y = max([max( YSup ) , max( YInf )])+1+10;

%% Creating Mesh

[ConstMesh , LinearMesh , QuadraticMesh] = CreatMeshLinQuad(XSup , XInf ,
YSup , YInf , NElem);
XYLin = LinearMesh.XYZ;
TopologyLinear = LinearMesh.Topology;
XYConst = ConstMesh.XYZ;
TopologyConst = ConstMesh.Topology;
Parameters.DegreeElementThermal = Grade;
Parameters.ThresholdConductivities = Threshold;
Parameters.ZSupProfile = YSup;
Parameters.ZReConst = YInf;
Parameters.XReConst = XSup;
Parameters.XReConst = XInf;
Parameters.LinearMesh2D.PositionX = LinearMesh.PositionX;
Parameters.LinearMesh2D.PositionY = LinearMesh.PositionY;
Parameters.LinearMesh2D.Edges = LinearMesh.Edges;
Parameters.NElemX = NElem.X;
Parameters.NElemY = NElem.Y;
NElemTotal = NElem.X*NElem.Y;
[AreaTotalZSup, AreaTotalZInf , AreaTotalCoverVisc] = GeometricViscosity(
Parameters );
NTotalGdLT = max( max( TopologyLinear ) );
NGdLT = 1 : NTotalGdLT;
TGdlRInf = LinearMesh.Edges.Bottom;
TGdlRSup = LinearMesh.Edges.Top;
TGdlRRight = LinearMesh.Edges.Right;
TGdlRLeft = LinearMesh.Edges.Left;
T = zeros( NTotalGdLT , 1 );
T(TGdlRSup , 1) = TSup;
T(TGdlRInf , 1) = TInf;
GdlRT = unique([TGdlRInf TGdlRSup]);
GdlLT = setdiff(NGdLT , GdlRT);
XPatchLinear = (reshape(XYLin(TopologyLinear , 1) ,
size(TopologyLinear)))';
YPatchLinear = (reshape(XYLin(TopologyLinear , 2) ,
size(TopologyLinear)))';
Conduc = KCondMat*AreaTotalCoverVisc+ (1 - AreaTotalCoverVisc)*KCondAir;
KKXX = KMasMatriz(XYLin , XYLin , XYLin , TopologyLinear , TopologyLinear ,
TopologyLinear , NGP , [0 1 0] , [0 1 0]);
KKYY = KMasMatriz(XYLin , XYLin , XYLin , TopologyLinear , TopologyLinear ,
TopologyLinear , NGP , [0 0 1] , [0 0 1]);
KKT = KKXX + KKYY;
CondMatPos = bsxfun(@times , ones( size( KKT' ) ) , reshape(Conduc' , 1 , 1
, []));
KKAuxT = repmat(KKT , 1 , 1 , NElemTotal);
KKAuxT = CondMatPos.*KKAuxT;
KKVecT = reshape(KKAuxT , [] , 1);
NGdlelemT = size(TopologyLinear , 2);
IndFXT = TopologyLinear';
IndFYT = TopologyLinear;
IndFXT = repmat(IndFXT , 1 , 1 , NGdlelemT);
IndFYT = repmat(IndFYT , 1 , 1 , NGdlelemT);

IndShiftXT = shiftdim(IndFXT , 2);

```

```

IndShiftYT = shiftdim(IndFYT , 1);
IndXVecT = reshape(IndShiftXT , [] , 1);
IndYVecT = reshape(IndShiftYT , [] , 1);
KSolvT = sparse(IndXVecT , IndYVecT , KKVecT);
T( GdlLT ) = KSolvT(GdlLT , GdlLT)\(- KSolvT(GdlLT , GdlRT)*T(GdlRT , 1));
TElem = reshape( T(TopologyLinear) , size( TopologyLinear ) )';

```

```
% Fluxes
```

```

Conduc = KCondMat*AreaTotalCoverVisc + (1 - AreaTotalCoverVisc)*KCondAir;
KKXX = KMasMatriz(XYConst , XYLin , XYLin , TopologyConst , TopologyLinear
 , TopologyLinear , NGP , [1 0 0] , [0 1 0]);
KKYY = KMasMatriz(XYConst , XYLin , XYLin , TopologyConst , TopologyLinear
 , TopologyLinear , NGP , [1 0 0] , [0 0 1]);
CondMatPosFlux = bsxfun(@times , ones( size( KKXX' ) ) , reshape(Conduc' ,
1 , 1 , []));
KKXXAux = repmat(KKXX' , 1 , 1 , NElemTotal);
KKXXAux = CondMatPosFlux.*KKXXAux;
KKXXVec = reshape(KKXXAux , [] , 1);
KKYYAux = repmat(KKYY' , 1 , 1 , NElemTotal);
KKYYAux = CondMatPosFlux.*KKYYAux;
KKYYVec = reshape(KKYYAux , [] , 1);
IndFX = TopologyConst';
IndFY = TopologyLinear';
NGdlConst = min(size(TopologyConst));
NGdlLinear = min(size(TopologyLinear));
IndFX = repmat(IndFX , NGdlLinear , 1);
IndFY = repmat(IndFY , NGdlConst , 1);
IndXVec = reshape(IndFX , [] , 1);
IndYVec = reshape(IndFY , [] , 1);
KKXX = sparse(IndXVec , IndYVec , KKXXVec);
KKYY = sparse(IndXVec , IndYVec , KKYYVec);
qx = KKXX*T;
qy = KKYY*T;

```

```
%% Mass Matrix
```

```

KK = KMasMatriz(XYConst , XYConst , XYLin , TopologyConst , TopologyConst ,
TopologyLinear , NGP , [1 0 0] , [1 0 0]);
KKAux = repmat(KK' , 1 , 1 , NElemTotal);
KKVec = reshape(KKAux , [] , 1);
IndFX = TopologyConst';
IndFY = TopologyConst';
NGdlConst = min(size( TopologyConst ) );
IndFX = repmat(IndFX , NGdlConst , 1);
IndFY = repmat(IndFY , NGdlConst , 1);
IndXVec = reshape(IndFX , [] , 1);
IndYVec = reshape(IndFY , [] , 1);
M = sparse(IndXVec , IndYVec , KKVec);
qx = M\qx;
qy = M\qy;
cPatch = linspace(min(qx) , max(qy) , length(qx))';

```

```
%% Total Flux: Q
```

```

IndNodeFlux = ConstMesh.Edges.Bottom;
Q = trapz(XYConst(IndNodeFlux , 1) , qy( IndNodeFlux ));

```