



Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Université Abbas Laghrou de Khenchela
Faculté des Sciences et Technologie
Département des Sciences de la Matière



N° :

Mémoire de Fin d'Études

Pour l'obtention du diplôme de Master (LMD)

Filière : Physique

Spécialité : Physique des Matériaux

Session : 2021/2022

Intitulé :
Analyse des processus de changement de phase
liquide-vapeur lors de l'écoulement de fluides
dans une conduite tubulaire

Réalisé par :

BOUTARFA LOUBNA

ARAAR SARA

Présenté le : 27 juin 2022

Dirigé par : M. MEROUANI Lazhar

Membres du jury :

KHEMISSA SAADEDINE , Président

BOUDJEMAA Kheireddine, Examineur

SOMMAIRE

Nomenclature

Liste des figures

INTRODUCTION

CHAPITRE 1: ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE

1. Introduction
2. Etude théorique
3. Evaporation par convection naturelle
4. Evaporation par convection mixte
5. Evaporation par convection forcée
6. Conclusion

CHAPITRE 2 : FORMULATION MATHEMATIQUE DU PROBLEME

1. Position du problème
 - 1.1. Modèle physique
 - 1.2. Hypothèses simplificatrices
2. Modèle mathématique
3. Équations des débits
4. Conditions aux limites
5. Calcul de l'humidité relative
6. Coefficients de transfert de chaleur et de masse
7. Etat d'assèchement de la paroi
8. Propriétés thermophysiques des fluides
 - 8.1. Propriétés de l'air
 - 8.2. Propriétés de la vapeur d'eau
 - 8.3. Propriétés du mélange air-vapeur

CHAPITRE 3 : METHODOLOGIE DE RESOLUTION NUMERIQUE

1. Introduction
2. Maillage
3. Discrétisation des dérivées partielles

4. Equations de transfert
5. Calcul de la vitesse radiale
6. Discrétisations des débits massiques
7. Discrétisations des flux thermiques
8. Conditions aux limites
9. Systèmes d'équations
10. Méthode de détermination du gradient de pression
11. Etude de sensibilité aux pas d'espace
12. Algorithme de résolution

CHAPITRE 4 : RESULTATS ET ANALYSE

- 1 .Introduction
2. Évolution des transferts par évaporation
 - 2.1. Profils de vitesse
 - 2.2. Profils de température et de concentration
3. Influence du nombre de Reynolds
4. Influence de la température d'entrée
5. Influence de l'humidité relative d'entrée
6. Influence de la densité de flux thermique imposée à la paroi
7. Influence du coefficient d'échange convectif externe

CONCLUSION

Références

Annexe1 : Méthode de Thomas

Annexe2 : Méthode de la sécante

Résumé

NOMENCLATURE

Symbole	Désignation	unité
A	Diffusivité thermique	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
c_p	Chaleur spécifique à pression constante	$[\text{J}.\text{kg}^{-1}.\text{K}^{-1}]$
C	Concentration en vapeur du mélange gazeux	[-]
D	Coefficient de diffusion	$[\text{m}^2.\text{s}^{-1}]$
J_v	Densité de flux massique local	$[\text{kg}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1}]$
h	Humidité relative	[-]
i, j	Indices de maillage	[-]
k	conductivité thermique	$[\text{W}.\text{m}^{-1}.\text{K}^{-1}]$
g	Accélération de la pesanteur	$[\text{m}.\text{s}^{-2}]$
G	Gradient de pression	$[\text{Pa}.\text{m}^{-1}]$
L	Hauteur du tube	[m]
M_a, M_v	Masse molaire du fluide air, eau	$[\text{Kg}.\text{mol}^{-1}]$
N	Nombre de nœuds suivant y	[-]
P	Pression	[Pa]
q_L	Débit massique de liquide	$[\text{kg}.\text{s}^{-1}]$
R	Rayon du tube	[m]
S	Sources de l'équation de transport	[-]
T	Température	[K]
U	Composante axiale de la vitesse	$[\text{m}.\text{s}^{-1}]$
V	Composante radiale de la vitesse	$[\text{m}.\text{s}^{-1}]$
r, z	Coordonnées radiale, axiale	[m]

Symboles grecs

<i>Symbole</i>	<i>Désignation</i>	<i>Unité</i>
μ	Viscosité dynamique	$[\text{Kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$
ν	Viscosité cinématique	$[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$
Γ	Coefficient de diffusion	$[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$
ρ	Masse volumique	$[\text{Kg} \cdot \text{m}^{-3}]$
Δr	Pas d'espace radial	[m]
Δz	Pas d'espace axial	[m]

Indices

Indice	Abréviation
a	Air
L	Liquide
M	Moyenne sur une section z
V	Vapeur d'eau
w	A la paroi
0	Entrée

LISTE DES FIGURES

- 1.1. Évaporation d'un film liquide sur une paroi plane
- 2.1. Schéma du modèle physique
- 3.1. Configuration du maillage
- 4.1. Profils de vitesse dans l'air humide
- 4.2. Profils de température dans l'air humide
- 4.3. Profils de concentration en vapeur dans l'air humide
- 4.4.a. Influence du nombre de Reynolds sur l'évolution du débit liquide
- 4.4.b. Influence du nombre de Reynolds sur l'évolution du flux de chaleur
- 4.5. a. Influence de la température d'entrée sur l'évolution du débit liquide
- 4.5.b. Influence de la température d'entrée sur l'évolution du flux de chaleur
- 4.6 .a. Influence de l'humidité relative d'entrée sur l'évolution du débit liquide
- 4.6. b. Influence de l'humidité relative d'entrée sur l'évolution du flux de chaleur
- 4.7.a. Influence de la densité de flux thermique pariétale sur l'évolution du débit liquide
- 4.7.b. Influence de la densité de flux thermique pariétale sur l'évolution du flux de chaleur
- 4.7.c. Influence de la densité de flux pariétale sur l'évolution de la température pariétale
- 4.8.a. Influence du coefficient de convection externe sur l'évolution du débit liquide
- 4.8.b. Influence du coefficient de convection sur l'évolution du flux de chaleur
- 4.8.c. Influence du coefficient de convection externe sur l'évolution de la température pariétale

INTRODUCTION

Le processus d'évaporation d'un film liquide ruisselant sur une paroi solide soumise à diverses conditions thermiques, est un phénomène qui trouve une application concrète dans de nombreux domaines scientifiques et technologiques (évaporateurs des machines frigorifiques et air conditionné, séchage, systèmes de distillation et dessalement,...). La modélisation des dispositifs où intervient l'évaporation d'un film liquide de faible épaisseur ruisselant sur une paroi est régie par les équations des transferts de chaleur et de masse entre les diverses phases fluides en présence. L'évaporation d'un film liquide par convection mixte ou naturelle a donc fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales.

L'objectif de ce travail est de mener une étude par simulation numérique du phénomène d'évaporation d'un film liquide sur la paroi interne d'un tube cylindrique par convection forcée. Il comporte quatre chapitres :

Le premier chapitre est une analyse bibliographique des études théoriques et expérimentales antérieures concernant l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur des parois de formes diverses en indiquant les principaux résultats obtenus par les différents auteurs.

Le chapitre 2 est consacré à la présentation du modèle physique étudié et à sa formulation mathématique complète concernant l'évaporation en convection forcée laminaire d'un film liquide ruisselant sur une paroi cylindrique verticale. Les hypothèses simplificatrices sont précisées ainsi que les équations différentielles régissant les transferts dans la phase vapeur et les conditions aux limites qui leur sont associées.

Le troisième chapitre est consacré à la description des méthodes numériques utilisées pour la résolution des équations de transfert. Notre choix s'est porté sur la méthode des différences finies conduisant à des systèmes d'équations algébriques qui seront résolues en utilisant l'algorithme de Thomas. Le calcul de la pression est effectué par la méthode itérative de la sécante. L'algorithme général de résolution numérique du problème est également présenté en fin de chapitre.

Enfin, dans le quatrième chapitre, on présente l'ensemble des résultats numériques obtenus sous la forme des distributions de vitesse, température et concentration de vapeur d'eau. Une étude de simulation paramétrique est aussi menée en vue d'analyser l'influence des diverses conditions opératoires sur les évolutions du débit liquide et du flux de chaleur à la paroi.

CHAPITRE 1

ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE

1. Introduction

Ce chapitre est consacré à une synthèse bibliographique succincte des travaux concernant le phénomène d'évaporation d'un film liquide dans diverses configurations opératoires.

Les échanges thermiques et massiques par évaporation d'un film liquide en écoulement sur des parois solides ont fait l'objet de nombreuses études compte tenu de leur impact pratique dans diverses applications industrielles (évaporateurs des machines frigorifiques et pompes à chaleur, séchage, échangeurs de chaleur, systèmes de distillation et de dessalement, séchage, concentration des effluents, etc.).

Les études théoriques et expérimentales concernant les phénomènes d'évaporation de films liquides en contact avec des écoulements de mélanges gazeux ont généralement pour objectif la détermination des profils des températures, vitesses, concentrations des constituants présents dans la phase vapeur et des coefficients de chaleur et de masse qui permettent d'optimiser les échanges thermiques et massiques.

2. Etude théorique

Le modèle mathématique généralement utilisé pour analyser le ruissellement d'un film liquide sur une paroi plane verticale repose sur l'équation de conservation de quantité de mouvement en se basant sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

- film liquide en écoulement laminaire lisse,
- propriétés physiques constantes,
- gradient de pression négligeable dans l'équation du mouvement,
- contrainte de cisaillement et résistance thermique nulles à l'interface liquide-gaz.

Les équations sont écrites dans le repère (Oyz), les axes y et z étant respectivement dirigés suivant la normale à la plaque et suivant le sens de l'écoulement. L'équation de mouvement du liquide se simplifie alors considérablement :

$$\mu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \rho g = 0 \quad (1.1)$$

U = vitesse axiale du liquide

ρ = masse volumique du liquide

g = accélération de la pesanteur

μ = viscosité dynamique du liquide

avec les conditions aux limites suivantes :

- à la paroi ($y = 0$) :

$$U(0, z) = 0 \quad (1.2)$$

- à l'interface liquide-vapeur: ($y = \delta$) :

$$\left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{\delta} = 0 \quad (1.3)$$

δ étant l'épaisseur du film liquide (variable selon z)

La résolution analytique de cette équation conduit à un profil parabolique de vitesse liquide :

$$U_L(y, z) = \frac{g}{2\nu_L} (2\delta y - y^2) \quad (1.4)$$

- et de l'évolution axiale du débit massique q_L du film liquide par unité de largeur de la plaque à la côte z comme suit:

$$q_L(z) = \frac{\rho_L g \delta^3}{3\nu_L} \quad (1.5)$$

ν_L = viscosité cinématique du film liquide

Ces équations restent valables pour une plaque inclinée en remplaçant g par $g \cdot \cos(\theta)$, θ étant l'angle entre la plaque et la verticale.

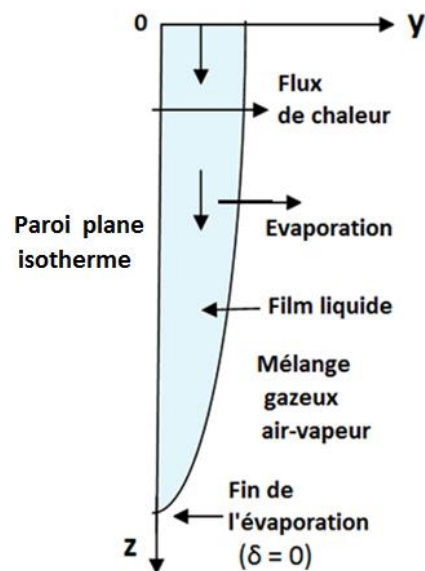


Figure 1.1. Évaporation d'un film liquide sur une paroi plane

Toutefois, les hypothèses très restrictives de ce modèle limitent considérablement l'utilisation

pratique de ces équations car les conditions réelles de changement de phase sont généralement très différentes de celles de ce modèle. Néanmoins, l'évolution du débit en fonction de l'épaisseur de film liquide laminaire reste généralement bien confirmée par les différentes études évoquées dans la littérature scientifique.

3. Evaporation par convection naturelle

On présente ici une synthèse des travaux concernant l'évaporation de film liquide par convection naturelle, mixte ou forcée. Ainsi, Ali chérif et al [3] ont procédé à une étude numérique destinée à analyser les régimes d'écoulement hydrodynamiques et les évolutions thermiques, par convection naturelle des transferts couplés de chaleur et de masse, dans un système formé de deux plaques verticales soumises à une densité de flux thermique constante. La modélisation du phénomène d'évaporation est réalisée par les équations de conservation de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion en adoptant les approximations de la couche limite. Leur résolution par la méthode implicite des différences finies en négligeant l'épaisseur du film liquide a permis de déterminer l'influence des conditions opératoires sur la vitesse d'évaporation, la dissymétrie du chauffage de paroi et l'effet dynamique du film ruisselant.

Une étude par modélisation numérique a été menée par Nelson et Wood [4] concernant les transferts de chaleur et de masse lors de l'évaporation de liquide en contact avec un écoulement laminaire gazeux entre deux plaques planes parallèles verticales. Les résultats numériques sont proches de ceux obtenus à partir de la solution analytique d'un écoulement établi pour des faibles valeurs du nombre de Rayleigh. Il existe aussi un bon accord pour un nombre de Rayleigh variant de 200 à 2000. Toutefois, pour des nombre de Rayleigh moyens, le transfert de chaleur et de masse entre deux plaques parallèles est plus élevé que pour une seule plaque.

Par ailleurs, une analyse théorique a été menée par Yan et Lin [5] concernant l'évaporation d'un film liquide d'éthanol ruisselant sur la face interne de deux plaques parallèles et verticales. Les équations de conservation relatives à la convection naturelle et avec les approximations de la couche limite, sont résolues par une méthode implicite aux différences finies en utilisant l'algorithme de Thomas dans les deux phases gazeuse et liquide. Les résultats montrent que l'influence du transfert de la chaleur latente d'évaporation sur le refroidissement du liquide dépend essentiellement de la température et du débit de liquide à l'entrée du canal.

4. Evaporation par convection mixte

Parmi les études d'évaporation de film liquide par convection mixte, Yan [6] a réalisé une analyse numérique pour étudier le refroidissement par évaporation d'un film liquide par transfert interfacial de chaleur et de masse dans des écoulements turbulents de canaux de convection mixte. Les effets du couplage de phase gaz-liquide, des propriétés thermophysiques variables et de la vaporisation du film sont pris en compte dans l'analyse. Le transfert simultané de masse, de quantité de mouvement et de chaleur entre le film liquide et le flux gazeux est étudié numériquement en résolvant ensemble les équations du film liquide et du mélange gazeux. Le modèle $k-\epsilon$ turbulent à faible nombre de Reynolds a été utilisé pour simuler l'écoulement turbulent. Les résultats sont présentés pour un système air-eau dans différentes conditions. Les résultats montrent que le transfert de chaleur de l'interface gaz-liquide vers le flux de gaz est principalement déterminé par le transfert de chaleur latente lié à l'évaporation du film. De plus, un meilleur refroidissement du film liquide est observé pour le système ayant une température de liquide d'entrée plus élevée, un débit de liquide plus faible ou un nombre de Reynolds de gaz plus élevé.

Une étude numérique a été également menée par Feddaoui et al. [7] pour étudier le refroidissement par évaporation d'un film liquide le long d'un tube vertical. Une procédure numérique est employée pour résoudre les équations de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration de masse dans l'écoulement. Les effets des conditions d'écoulement sur le processus de refroidissement du film sont discutés. Les résultats montrent qu'un meilleur refroidissement par film liquide est observé pour un système ayant une température de liquide d'entrée plus élevée, un nombre de Reynolds de débit de gaz plus élevé ou un débit de liquide plus faible. De plus, les résultats indiquent que la convection de la chaleur par le film d'eau est le principal mécanisme d'évacuation de chaleur à l'interface.

Cherif et al. [8] ont procédé à une étude expérimentale de l'effet de l'évaporation du film sur le transfert convectif mixte de chaleur et de masse dans un canal rectangulaire vertical. Deux parois parallèles du canal sont mouillées par un film d'eau et chauffées par un flux de chaleur constant, tandis que les autres parois sont sèches et isolées thermiquement. La température du film liquide, le débit évaporé, la température et l'humidité du flux d'air ascendant sont mesurés. De larges gammes de vitesse d'écoulement d'air d'admission, de flux de chaleur et de débit de film liquide sont prises en compte. Les cas d'écoulement laminaire et turbulent sont considérés. Les résultats expérimentaux montrent que l'évaporation a lieu sur la majorité de la surface des deux parois et, dans certains cas, le refroidissement par évaporation se produit

surtout pour les petits flux de chauffage et les grandes vitesses d'air.

Nasr et al. [9] ont présenté un article qui traite d'une analyse numérique de l'évaporation d'un film liquide binaire ruisselant sur une plaque d'un canal vertical par convection mixte. La première plaque du canal est soumise à un flux chauffé uniforme tandis que la seconde est sèche et isotherme. Le mélange liquide est constitué d'eau et d'éthylène glycol tandis que le mélange gazeux est constitué de trois composants : air sec, vapeur d'eau et vapeur d'éthylène-glycol. Les résultats concernent les effets des paramètres d'entrée du gaz et du film liquide sur les profils de pression, de température et de concentration à l'interface. Les évolutions des flux de chaleur et des vitesses d'évaporation d'eau et du mélange ont été analysées. Les résultats obtenus montrent notamment qu'il est possible d'augmenter la vitesse d'évaporation cumulée de l'eau et du mélange liquide lorsque la concentration du liquide d'entrée en éthylène glycol (le composant le moins volatil) est inférieure à 40 %. Ce résultat a été expliqué par le fait qu'une augmentation de la concentration en éthylène glycol du liquide d'entrée a deux effets antagonistes sur les taux d'évaporation cumulés de l'eau et du mélange liquide.

Nait Alla et al.[10] ont présenté un article traitant d'une analyse numérique comparative de deux configurations pour améliorer le transfert de chaleur et de masse par évaporation d'un film liquide à deux composants dans un canal vertical par convection mixte. Le mélange liquide ruisselant sur une plaque du canal est constitué d'eau et d'éthanol. Deux configurations sont considérées dans cette étude, la première consiste à appliquer une densité de flux de chaleur uniforme sur la paroi mouillée tandis que dans le second cas, la même quantité de chaleur, a été utilisée pour préchauffer le mélange liquide en entrée. Les équations couplées dans les deux phases par les conditions aux limites et interfaciales sont résolues en utilisant une méthode de différences finies implicites par l'algorithme de matrice tridiagonale. L'objectif principal de cette étude est de comparer les transferts de chaleur et de masse dans deux configurations étudiées. Le résultat montre que la configuration avec film préchauffé à l'entrée du canal est la meilleure technique pour obtenir une densité de flux massique évaporée significative.

Zhang et al. [11] ont mené une étude numérique des transferts de chaleur et de masse avec évaporation par convection mixte laminaire dans un canal rectangulaire tridimensionnel vertical. L'étude examine les résultats de la température de l'azote sec à l'entrée, de la température de la paroi mouillée, du nombre de Reynolds et du rapport d'aspect sur le

transfert de chaleur et de masse du film d'eau mince le long des parois isothermes. L'écoulement laminaire gazeux descendant est constitué d'azote sec et de vapeur d'eau, traités comme des gaz parfaits. Les équations de ce modèle sont résolues en mettant en œuvre l'approche des volumes finis. Les résultats, concernant les contours de vitesse, de température et de concentration, ainsi que les évolutions axiales du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood, ont été présentés afin d'étudier les résultats pour les températures d'entrée et de paroi, les nombres de Reynolds et les rapports d'aspect. En outre, les influences des forces de flottabilité sur le développement de la convection thermo-solutale combinée sont discutées. Pour le transfert de chaleur latente prédominant, le transfert de masse avec évaporation du film augmente considérablement le transfert de chaleur le long des parois mouillées. Les différentes combinaisons des forces de flottabilité thermique et solutale opposées entraînent diverses structures d'écoulement et l'inversion de l'écoulement se produit lorsque le nombre de Richardson est suffisamment grand.

5. Evaporation par convection forcée

Dans le cas des études d'évaporation par convection forcée, Mezaache et Dagenet [12] ont mené une modélisation numérique, à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies, sur l'évaporation d'un film mince d'eau ruisselant sur une plaque inclinée dans un courant forcé d'air humide. Les résultats obtenus montrent que si la paroi est adiabatique, le débit du liquide est sans influence sur les transferts et l'interface se comporte comme une surface isotherme au repos. Si la paroi est isotherme ou traversée par un flux de chaleur de densité imposée, le transfert de chaleur est dominé par le transfert lié à la transition liquide – vapeur.

Par ailleurs, l'étude menée par Lim et al. [13] vise à analyser les caractéristiques d'écoulement de fluide attribuées à la thermocapillarité dans un film liquide mince en évaporation de liquides polaires et non polaires. Un modèle numérique d'écoulement stationnaire est dérivé sur la base des principes fondamentaux de l'écoulement des fluides et du transfert de chaleur. Comparée à d'autres fluides de travail, l'eau présente une caractéristique d'écoulement thermocapillaire unique où ses lignes d'écoulement se manifestent sous la forme de tourbillons le long de l'interface liquide-vapeur. L'analyse des schémas d'écoulement et des comportements hydrodynamiques des films liquides minces en évaporation fournit des informations essentielles pour un écoulement thermocapillaire ainsi que l'importance relative de la thermocapillarité dans les différents liquides.

Par ailleurs, Bekezhanova et al. [14] ont mené une étude sur les écoulements fluides avec évaporation à l'interface thermocapillaire sur la base des équations de convection. La modélisation des écoulements fluides a été réalisée dans un canal infini de section rectangulaire sans supposer le caractère symétrique des écoulements. Les modèles d'écoulement de fluide sont déterminés par divers effets thermiques, mécaniques et structurels. Des analyses numériques ont été menées pour le système liquide-gaz comme l'éthanol-azote dans diverses conditions en prenant en compte les effets directs et inverses de la thermodiffusion en phase gaz – vapeur. L'influence du flux thermique appliqué, de l'épaisseur de la couche liquide et des propriétés thermophysiques du milieu de travail sur le caractère des écoulements est étudiée. Il permet de décrire la formation de structures thermocapillaires symétriques dans les systèmes avec des liquides caloporteurs comme l'éthanol.

Dans les technologies d'évaporation, l'épaisseur et l'uniformité du film liquide sont considérées comme des caractéristiques hydrodynamiques importantes qui influencent grandement le transfert de chaleur du fluide. Cependant, dans les méthodes expérimentales, il est difficile d'obtenir les caractéristiques microscopiques et les changements subtils de la distribution de vitesse et de température à l'intérieur du film liquide pendant le processus d'évaporation du liquide à la surface de la paroi. Par conséquent, la simulation numérique est utilisée dans les recherches sur l'écoulement de film liquide et les caractéristiques de transfert de chaleur à la paroi. Qifan Wang et al. [15] ont effectué une synthèse bibliographique sur les travaux de simulation numérique de l'évaporation de films liquides à l'extérieur d'un tube horizontal. Les effets des paramètres d'écoulement tels que la densité de pulvérisation, les paramètres thermodynamiques tels que la tension superficielle du liquide, les paramètres structurels tels que le distributeur de liquide et les caractéristiques d'évaporation ont été résumés et analysés. Sur la base des résultats, il est constaté que ces paramètres ont leurs propres intervalles pour assurer le fonctionnement efficace des évaporateurs dans des conditions de fonctionnement spécifiques. Au-delà de ces intervalles, la formation de film liquide sur la surface du tube doit être éliminée, car elle risque d'entraîner la diminution des performances de transfert de chaleur et l'assèchement de la paroi.

6. Conclusion

La recherche bibliographique menée a permis de montrer que les processus de transferts de chaleur et de masse au cours de l'évaporation d'un film liquide pur ou avec

plusieurs composants ont été analysés par divers chercheurs selon différentes méthodes numériques et expérimentales. La plupart de ces études concernent les cas de convection naturelle ou mixte en régime d'écoulement laminaire ou turbulent, les études d'évaporation par convection forcée étant moins nombreuses.

Ce travail concerne l'étude du processus physique d'évaporation par convection forcée d'un film liquide ruisselant le long d'une paroi cylindrique verticale soumise à différents types de conditions aux limites. L'objectif est d'analyser l'influence des différentes conditions opératoires sur les profils de vitesse, de température et de concentration au sein du mélange gazeux et les évolutions axiales du flux de chaleur et du débit liquide lors de l'évaporation du film liquide sur la paroi.

CHAPITRE 2

FORMULATION MATHÉMATIQUE

DU PROBLÈME

1. Position du problème

1.1. Modèle physique

Dans cette étude, on considère un film mince de liquide pur ruisselant par gravité le long de la paroi interne d'un tube cylindrique vertical de hauteur L , de rayon R et d'épaisseur négligeable. A l'entrée du tube, arrive un courant d'air humide (mélange constitué de vapeur d'eau et d'air) s'écoulant en convection forcée descendante dont les conditions d'entrée sont supposées uniformes : vitesse U_0 , température T_0 , concentration en vapeur C_0 et pression P_0 (Figure 2.1).

La paroi externe du tube peut être soumise à divers types de conditions aux limites:

- soit isotherme à température T_w supérieure à la température T_0 d'entrée du mélange,
- soit traversée par un flux de chaleur de densité imposée ϕ_w ,
- soit soumise à un échauffement convectif par contact avec un fluide externe à température T_e et un coefficient de convection h_e .

Sous l'effet des gradients de température et de concentration en vapeur à l'interface entre l'écoulement d'air à faible humidité relative et le film liquide, celui-ci s'évapore progressivement, ce qui provoque une réduction du débit liquide le long de la paroi. L'objectif de cette étude est d'effectuer une analyse par simulation numérique des processus de transfert thermique et massique et de l'évolution de l'écoulement et des températures de fluides dans le tube jusqu'à l'assèchement total de la paroi. Les principales grandeurs à calculer sont les suivantes :

- profils de vitesse, température et concentration en vapeur,
- variation axiale du débit de liquide et du flux de chaleur le long du tube,
- effet des principaux paramètres sur le phénomène d'évaporation.

On définit un système de coordonnées cylindriques (Orz) , l'origine O étant localisée à l'entrée

du tube. L'axe Or est dirigé dans le sens radial, tandis que l'axe vertical Oz est orienté dans la direction des écoulements de fluides (Figure 2.1).

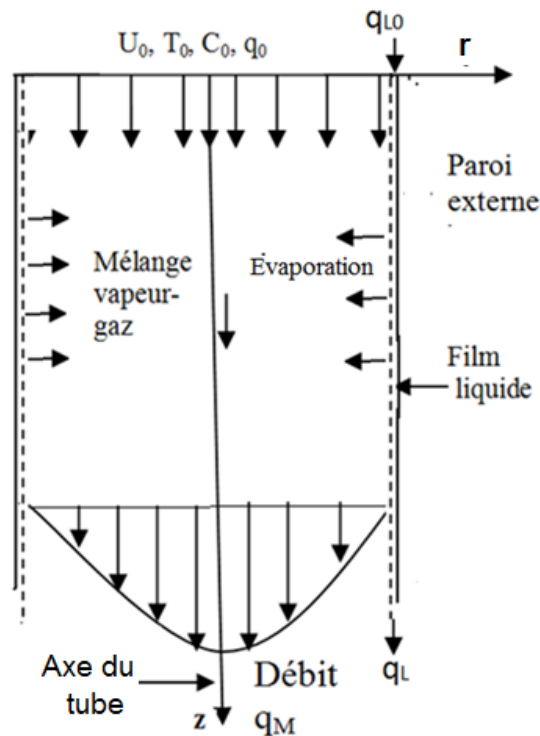


Figure 2.1. Schéma du modèle physique

1.2. Hypothèses simplificatrices

Quelques hypothèses simplificatrices ont été élaborées pour établir les équations et les conditions aux limites du problème considéré :

- L'épaisseur de film liquide est supposée négligeable, hypothèse valable si le débit du film liquide est suffisamment faible ($q_L < 10 \text{ g/s}$)
- La vapeur est supposée saturante à l'interface avec le film liquide. Cette condition s'explique du fait que l'évaporation se produit quand la vapeur est à des conditions de saturation, la pression de vapeur saturante étant donnée par des formules empiriques appropriées.
- les transferts de chaleur et de masse sont supposés bidimensionnels : $\phi(r, z)$ où ϕ désigne les grandeurs suivantes : vitesse (U, V), température T , fraction massique de vapeur C .
- les écoulements de fluides s'effectuent en régime permanent laminaire.

Dans le cas du mélange gazeux, cette hypothèse est valable si le nombre de Reynolds est inférieur à une valeur critique Re_{cr} pour laquelle se produit une transition progressive vers le régime transitoire. On considère généralement que la transition peut se produire entre 2300 et 3000, en fonction des conditions de l'écoulement et de l'état de la paroi. Dans notre étude, nous avons adopté des valeurs de $Re \leq 2000$.

Dans le cas du film liquide, l'hypothèse de film mince de très faible épaisseur conduit bien à un écoulement laminaire.

- le mélange gazeux est assimilé à un mélange idéal de gaz parfaits (air et vapeur d'eau), pour des pressions P relativement basses (ne dépassant quelques bars). La masse volumique ρ du mélange gazeux peut alors être calculée à partir de la loi des gaz parfaits et sa pression totale est la somme des pressions partielles de chaque gaz.

-les propriétés thermophysiques des fluides (liquide et mélange gazeux) sont supposées constantes et évaluées à la température moyenne $T_m = (T_0 + T_w)/2$,

-le gradient radial de pression est négligeable, la pression ne dépendant que de z,

-les termes de diffusion axiale sont supposés négligeables dans les équations de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion,

- Les transferts par rayonnement, les termes de dissipation visqueuse, les effets Dufour et Soret (transfert de chaleur induit par la diffusion massique et transfert de masse induit par la diffusion de chaleur) sont supposées négligeables.

2. Modèle mathématique

Après formulation des hypothèses énoncées ci-dessus, les équations de transferts de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion dans l'air humide en écoulement laminaire en régime permanent s'écrivent dans le repère (Orz) comme suit :

– Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rV)}{\partial r} = 0 \quad (2.1)$$

– Equation de conservation de quantité de mouvement

$$U \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + g - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} \quad (2.2)$$

– Equation de conservation de l'énergie

$$U \frac{\partial T}{\partial z} + V \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + D \frac{(c_{pv} - c_{pa})}{c_p} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial C}{\partial r} \quad (2.3)$$

– Equation de diffusion

$$U \frac{\partial C}{\partial z} + V \frac{\partial C}{\partial r} = \frac{D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) \quad (2.4)$$

Avec :

$$\alpha = k / (\rho C_p) \quad \text{et} \quad \nu = \mu / \rho$$

U, V = composantes axiale (selon z) et radiale (selon r) de la vitesse du mélange gazeux

T = température du mélange gazeux

C = fraction massique de vapeur du mélange gazeux

dP/dz = gradient axial de pression²

ρ, ν, k, c_p, D sont les propriétés thermophysiques du mélange gazeux, évaluées à la température moyenne $T_m = (T_w + T_0)/2$

ρ = masse volumique

ν = viscosité cinématique

k = conductivité thermique

C_p = chaleur massique

D = coefficient de diffusion de vapeur dans l'air

3. Équations des débits

-Conservation du bilan massique à travers toute section z le long du tube :

$$q_M + q_L = q_0 + q_{L0} \quad (2.5)$$

q_M, q_L, q_0, q_{L0} étant les débits massiques (en $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$)

q_0, q_{L0} = débits massiques du mélange gazeux et du liquide à l'entrée du tube ($z = 0$)

q_M, q_L = débits du mélange gazeux et du liquide à la côte z

- Conservation du débit liquide à la côte z :

$$q_L = q_{L0} - q_{\text{evap}} \quad (2.6)$$

$$q_{\text{evap}} = \int_0^z J_v \cdot 2\pi R dz \quad (2.7)$$

Où q_{evap} est le débit liquide évaporé le long de la paroi, depuis l'entrée ($z=0$) jusqu'à la côte z .

J_v = densité de flux massique local donnée par la loi de Fick :

$$J_v = \frac{-\rho D}{1 - C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_w \quad (2.8)$$

Les relations (2.1 – 2.8) forment un système de 8 équations à 8 inconnues ($U, V, T, C, dP/dz, q_L, q_{\text{ev}}, J_v$) dont la résolution nécessite l'utilisation de méthodes numériques qui feront l'objet du chapitre 3.

4. Conditions aux limites

A ces équations, nous associons les conditions aux limites suivantes :

a. A l'entrée du tube $z = 0$, les conditions d'entrée (vitesse, température, pression, concentration en vapeur) sont supposées uniformes :

$$U(r, 0) = U_0, \quad (2.9)$$

$$V(r, 0) = 0 \quad (2.10)$$

$$P(0) = P_0, \quad (2.11)$$

$$T(r, 0) = T_0, \quad (2.12)$$

$$q_0 = \rho_0 U_0 \pi R^2 \quad (2.13)$$

$$q_L(0) = q_{L0} \quad (2.14)$$

$$C(r, 0) = C_0 \quad (2.15)$$

b. A la paroi intérieure du tube ($r = R$), on a :

Conditions de non glissement et d'évaporation :

$$V(R, z) = \frac{-D}{1 - C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_w \quad (2.16)$$

$$U(R, z) = 0 \quad (2.17)$$

- Condition de saturation à l'interface liquide-vapeur:

$$C(R, z) = C_{\text{sat}}(T_w, P) = \frac{M_v P_{vs}(T_w)}{M_v P_{vs}(T_w) + M_a (P - P_{vs}(T_w))} \quad (2.18)$$

A l'interface liquide-vapeur où se produit l'évaporation, la vapeur est supposée saturante, pour une humidité relative locale égale à 1. La pression partielle de vapeur est égale à la pression de vapeur saturante qui n'est fonction que de la température puisque le liquide est pur.

- Conditions thermiques:

On considère 3 types de conditions aux limites sur la paroi interne :

- soit maintenue isotherme à température T_w (type 1) :

$$T(R, z) = T_w \quad (2.19)$$

- soit soumises à une densité de flux de chaleur uniforme φ_w (type 2) :

$$\varphi_0 = -k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_R \quad (2.20)$$

- soit chauffées par convection en contact avec un fluide à température T_e et un coefficient de convection h_e en écoulement dans le tube intérieur (type 3) :

$$-k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_R = h_e (T_w - T_e) \quad (2.21)$$

T_w = température de paroi

h_e = coefficient de convection fluide-paroi

c. Sur l'axe du tube ($r = 0$) :

- Par symétrie :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial r}\right)_0 = 0, \quad \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_0 = 0, \quad \left(\frac{\partial C}{\partial r}\right)_0 = 0 \quad (2.22)$$

$$V(0,z)=0 \quad (2.23)$$

5. Calcul de l'humidité relative

Les pressions partielles P_a , P_v de l'air et de la vapeur dans l'air humide considéré comme un mélange de gaz parfaits s'écrivent comme suit:

$$P_v = x_v P \text{ et } P_a = (1-x_v)P \quad (2.24)$$

x_v = fraction molaire de vapeur dans le mélange, reliée à la concentration massique C de vapeur selon la relation :

$$C = \frac{x_v M_v}{x_v M_v + (1-x_v) M_a} \quad (2.25)$$

M_v , M_a = masses molaires de la vapeur et de l'air

- L'humidité relative h de l'air est donnée par la relation suivante :

$$h = \frac{P_v}{P_{vs}(T)} \quad (2.26)$$

$P_v = x_v P$ est la pression partielle de la vapeur

Ce qui permet d'en déduire la concentration massique C de vapeur par la relation (2.26)

-A l'interface liquide-vapeur, la pression partielle de vapeur est égale à la pression de vapeur saturante qui n'est fonction que de la température puisque le liquide est pur. Pour la vapeur d'eau, la pression de vapeur saturante est donnée par la loi de Dupré-Bertrand :

$$P_{vs}(T) = P_{atm} \exp\left[A - \frac{B}{T} - C \ln(T)\right] \quad (2.27)$$

Avec

$A = 40.164$, $B = 6435.7$, $C = 3.868$ pour la vapeur d'eau

Où P_{atm} est la pression atmosphérique. Cette formule est valable pour $273 < T < 473$ K.

La fraction massique de vapeur à l'interface est donnée par :

$$C_i = \frac{M_v P_{vs}(T_w)}{M_v P_{vs}(T_w) + M_a (P - P_{vs}(T_w))} \quad (2.28)$$

6. Coefficients de transfert de chaleur et de masse

On définit 2 nombres adimensionnels :

- le nombre de Nusselt Nu caractéristique des transferts de chaleur,
- et nombre de Sherwood Sh caractéristique des transferts de masse au cours de l'évaporation du film liquide.

En effet, la densité de flux de chaleur pariétale φ peut être exprimée avec un coefficient de transfert local h comme suit :

$$\varphi = -k \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_w = h(T_0 - T_w) \quad (2.29)$$

Le nombre de Nusselt moyen sur toute la hauteur L de la paroi s'écrit alors:

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_0^L Nu \cdot dz \quad (2.30)$$

En outre, le flux de chaleur ϕ échangé sur une distance de 0 à z le long de la paroi s'écrit :

$$\phi = \int_0^z \varphi 2\pi R dz \quad (2.31)$$

Par analogie avec les transferts de chaleur, les transferts de masse sont exprimés avec un autre paramètre adimensionnel appelé nombre de Sherwood. Ainsi, la densité de flux massique peut être exprimée avec un coefficient local de transfert massique α comme suit:

$$-D \left. \frac{\partial C}{\partial r} \right|_w = \alpha(C_0 - C_w) \quad (2.32)$$

Le nombre de Sherwood local s'écrit alors:

$$Sh = \frac{\alpha R}{D} = \frac{R}{C_w - C_0} \left. \frac{\partial C}{\partial r} \right|_w \quad (2.33)$$

7. Etat d'assèchement de la paroi

Dans ce problème, le débit du film liquide diminue progressivement sous l'effet de l'évaporation le long de l'écoulement. L'assèchement total de la paroi se produit après évaporation complète du film liquide ($q_L = 0$) au bout d'une certaine distance suffisamment loin de l'entrée.

En régime permanent, le débit final de l'écoulement du mélange gazeux s'écrit :

$$q_{Mf} = q_0 + q_{L0} \quad (2.34)$$

Si la paroi est soumise à une densité de flux thermique imposée (condition aux limites de type 2), sa température augmente indéfiniment, tant que le flux de chaleur est maintenu sur la paroi.

Si la paroi est soumise à des conditions aux limites de types 1 et 3, le fluide s'échauffe mais les gradients thermiques diminuent progressivement et sa température tend vers celle de la paroi T_w , (ou celle du fluide externe T_e) qu'elle atteint au bout d'une certaine longueur z_f . Au-delà de cette distance, les propriétés du fluide (température, concentration en vapeur, profil de vitesse, débit) ne varient plus le long du tube.

$$T(r, z) = T_w \text{ et } C(r, z) = C_{\text{sat}}(T_w) \text{ pour } z \geq z_f$$

On peut alors déterminer analytiquement, le profil de vitesse et le gradient de pression correspondant au régime établi d'écoulement final.

En effet, l'équation de quantité de mouvement se réduit alors à :

$$\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dU}{dr} \right) = G - \rho g \quad (2.35)$$

Où $G = dP/dz$ est le gradient axial de pression.

Par intégration, on obtient :

$$U(r) = -r^2 F / 4 + A \cdot \ln(r) + B \text{ avec } F = (-G + \rho g) / \mu \quad (2.36)$$

Les constantes d'intégration A et B sont déterminées à partir des conditions aux limites sur l'axe du tube ($r=0$) et sur la paroi ($r=R$) :

Pour $r=0$, la vitesse $U(0)$ doit garder une valeur finie, ce qui impose $A=0$

$$\text{Pour } r=R : U(R) = 0$$

On en déduit :

$$B = R^2 F / 4$$

D'où un profil de vitesse parabolique de type Poiseuille :

$$U(r) = (R^2 - r^2) F / 4 \quad (2.37)$$

On peut ensuite calculer le gradient de pression à partir du débit q_{MF} comme suit :

$$q_{MF} = \int_0^R \rho U 2\pi r \cdot dr \quad (2.38)$$

L'intégration du profil de vitesses conduit à l'expression suivante :

$$q_{MF} = \frac{\rho \pi F}{8} R^4 \quad (2.39)$$

On en déduit :

$$F = \frac{8q_{MF}}{\rho \pi R^4}$$

D'où l'expression du gradient de pression G en régime établi en fonction du débit final

gazeux q_{MF} :

$$G = -\frac{8vq_{MF}}{\pi R^4} + \rho g \quad (2.40)$$

8. Propriétés thermophysiques des fluides

Les principales propriétés thermophysiques du fluide étudié sont les suivantes:

- conductivité thermique k en $W.m^{-1}.K^{-1}$;
- viscosité dynamique μ en $kg.m^{-1}.s^{-1}$;
- masse volumique ρ en kg/m^3 ;
- chaleur massique c_p en $J.kg^{-1}.K^{-1}$;
- coefficient de diffusion moléculaire de la vapeur dans le gaz Den m^2/s ;
- pression de vapeur saturante P_{vs} en atm.

8.1. Propriétés de l'air

- Masse volumique :

Selon la loi des gaz parfaits :

$$\rho_g = \frac{P_g M_g}{RT} \quad (2.41)$$

T = température en K

P_g = pression partielle du gaz

R = constante des gaz parfaits = $8.314 J.mol^{-1}.K^{-1}$

M_g = masse molaire du gaz

-Les corrélations empiriques utilisées pour le calcul des propriétés physiques de l'air sont proposées par Reid et al. [12]

- Chaleur massique:

$$c_{pa}(T) = 1000 + 2.5 \times 10^{-7} T^3 \quad T \text{ en K, } c_{pa} \text{ en } J.kg^{-1}.K^{-1} \quad (2.42)$$

-Viscosité dynamique:

$$\mu_a(T) = 1.4888 \times 10^{-6} T^{1.5} / (118 + T), \quad (2.43)$$

T en K, μ_a en $kg.m^{-1}.s^{-1}$

-Conductivité thermique:

$$k_a(T) = 1.195 \times 10^{-3} T^{1.6} / (118 + T), \quad T \text{ en K, } k_a \text{ en } W.m^{-1}.K^{-1} \quad (2.44)$$

8.2. Propriétés de la vapeur d'eau

Les corrélations empiriques sont proposées par Reid et al. [12]

- Masse volumique :

Selon la loi des gaz parfaits:

$$\rho_v = \frac{P_v M_v}{RT} \quad (2.45)$$

P_v = pression partielle de vapeur

M_v = masse molaire de la vapeur d'eau ($M_v = 18 \text{ g/mol}$)

- La chaleur massique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante:

$$C_{pv} = 1863 + 1.65 \times 10^{-3} t^{2.5} + 1.2 \times 10^{-18} t^{8.5}; \quad t \text{ en } ^\circ\text{C, } c_{pv} \text{ en } J.kg^{-1}.K^{-1} \quad (2.46)$$

- La viscosité dynamique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante :

$$\mu_v = (8.02 + 0.04 t) 10^{-6} \quad t \text{ en } ^\circ\text{C, } \mu_v \text{ en } kg.m^{-1}.s^{-1} \quad (2.47)$$

- La conductivité thermique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante:

$$K_v = 0.0187 + 1.65 \times 10^{-5} t^{9/7} + 5.7 \times 10^{-15} t^{5.1}; \quad t \text{ en } ^\circ\text{C, } \lambda_v \text{ en } W.m^{-1}.K^{-1} \quad (2.48)$$

8.3. Propriétés du mélange air-vapeur

a. Masse volumique :

Dans l'hypothèse d'un mélange idéal de gaz parfaits, la masse volumique ρ du mélange s'écrit:

$$\rho = \frac{\rho_v}{C} = \frac{M_v P_v}{RTC} \quad (2.49)$$

b. Chaleur massique :

La chaleur massique du mélange gazeux est égale à la moyenne pondérée des chaleurs massiques de ses constituants :

$$c_p = C.c_{pv} + (1-C).c_{pa} \quad (2.50)$$

c. Viscosité dynamique :

Elle est calculée selon la formule donnée par Reid et al. [12] :

$$\mu = \frac{x_v \mu_v}{x_v + x_g \phi_v} + \frac{x_g \mu_g}{x_g + x_v \phi_g} \quad (2.51)$$

Avec

$$R = \frac{\mu_g}{\mu_v}, \quad \phi_g = \frac{(1 + R^{0.5} \alpha^{0.25})^2}{\sqrt{8 + 8/\alpha}}, \quad \phi_v = \frac{\phi_g}{\alpha \cdot R} \quad (2.52)$$

x_v, x_g = fractions molaires de vapeur et de gaz dans le mélange

d. Conductivité thermique :

Elle est calculée selon la formule donnée par Reid et al. [12] :

$$k = \frac{x_v k_v}{x_v + x_g \phi} + \frac{x_g k_g}{x_g + x_v \phi_g} \quad (2.53)$$

Avec

$$\phi = \frac{(1 + (\alpha \cdot R)^{-0.5} \alpha^{0.25})^2}{\sqrt{8 + 8\alpha}} \quad (2.54)$$

e. Coefficient de diffusion :

La diffusivité moléculaire de la vapeur d'eau dans l'air est calculée à partir de la relation Marrero et Mason [12] ; avec D_{H_2O-air} en m^2/s ; T en K et P en atm.

$$D_{H_2O-air} = 1.87 \times 10^{-10} \frac{T^{2.072}}{P} \text{ Pour } 280 \text{ K} < T < 450 \text{ K} \quad (2.55)$$

CHAPITRE 3

METHODOLOGIE DE RÉSOLUTION NUMÉRIQUE

1. Introduction

La modélisation mathématique du problème a conduit à un système de 6 équations différentielles aux dérivées partielles couplées à 6 variables bidimensionnelles : vitesse axiale $U(r, z)$, vitesse radiale $V(r, z)$, température $T(r, z)$, concentration en vapeur $C(r, z)$, débit liquide $q_L(z)$, gradient de pression $G(z)$ avec les conditions aux limites correspondantes définies précédemment. En raison des difficultés de résolution analytique de ces équations, on a eu recours à l'utilisation de méthodes numériques. Notre choix s'est porté sur la méthode des différences finies en schéma implicite en raison de sa simplicité de mise en œuvre et de sa fiabilité numérique. L'avantage de cette méthode est qu'elle permet la transformation des équations différentielles en équations algébriques dont la résolution peut être effectuée par les méthodes numériques usuelles.

2. Maillage

La première étape de cette méthode est le tracé préalable du maillage du système étudié. L'objectif est de calculer les valeurs des différentes variables en un certain nombre de points déterminés du maillage appelés nœuds. Le domaine est donc découpé en un réseau de nœuds représentés par les indices (i, j) et définis par les pas d'espace $\Delta r, \Delta z$ dans les 2 directions r, z . Le pas Δr est maintenu constant. Par contre, nous avons utilisé un pas d'espace Δz variable car l'entrée du tube $z = 0$ est soumise à une forte densité de flux d'évaporation. Un maillage fin dans cette région permettra un calcul plus précis des différentes grandeurs. On a donc divisé l'axe z en 2 parties :

- au voisinage immédiat de l'entrée (pour $z < L'$), le pas d'espace $\Delta z'$ est relativement faible,
- au-delà de cette distance ($z > L'$), le pas d'espace Δz est plus élevé.

Dans ce cas, chaque nœud (i, j) du réseau correspond au point (r_i, z_j) :

$$r_i = i \cdot \Delta r, \text{ pour } i = 0, \dots, N \quad (3.1)$$

$$Z_j = j \cdot \Delta z' \text{ pour } z < L' \text{ et } \dots, j = 0, \dots, M' \quad (3.2)$$

$$Z_j = L' + (j - M') \cdot \Delta z \text{ pour } z > L' \text{ et } j = M', \dots, M \quad (3.3)$$

M, N = nombres de nœuds dans les directions z, r.

Les relations entre nombres de nœuds et pas d'espace $\Delta z'$, Δz , Δr s'écrivent comme suit :

$$L' = M' \cdot \Delta z' \quad (3.4)$$

$$L - L' = (M - M') \cdot \Delta z \quad (3.5)$$

$$R = N \cdot \Delta r \quad (3.6)$$

Pour chaque variable ϕ , on note $\phi(r_i, z_j) = \phi(i, j)$.

La figure (3.1) représente le schéma de la grille de discrétisation. Le nœud central (i, j) est noté P qui est entouré des 4 nœuds les plus proches voisins notés $(i-1, j)$, $(i+1, j)$, $(i, j-1)$

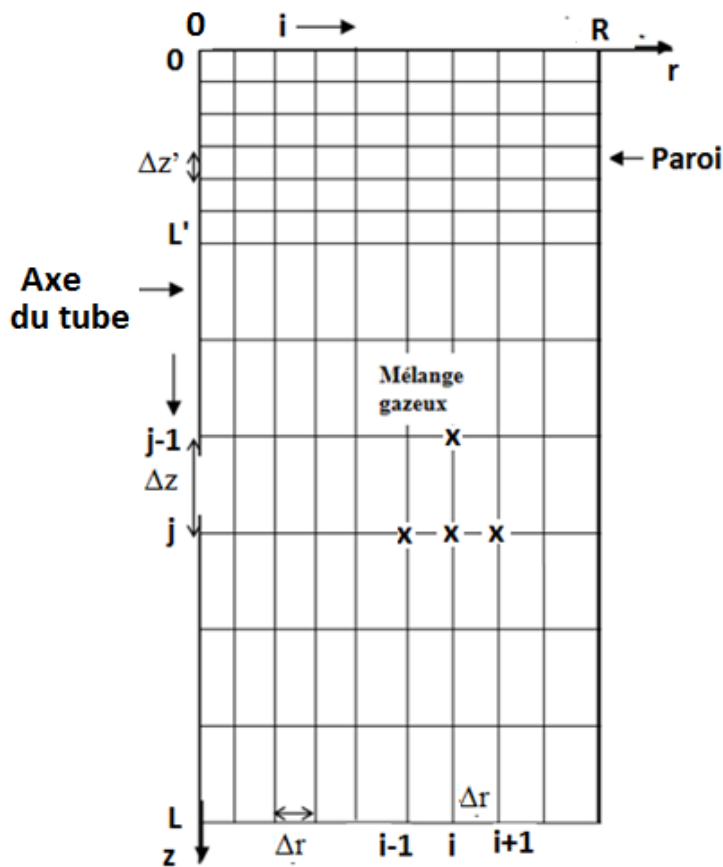


Figure. 3.1. Configuration du maillage

3. Discrétisation des dérivées partielles

Dans cette étape, on remplace les dérivées partielles par des différences finies selon les formules de dérivation numérique.

Dans le cas des dérivées axiales par rapport à z dans les sens de l'écoulement, pour toutes les variables ϕ (vitesse, température, fraction massique de vapeur, pression), on effectue une discrétisation amont des dérivées partielles, en utilisant les différences arrières:

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} \approx \frac{\phi(i, j) - \phi(i, j-1)}{\Delta z} \quad (3.7)$$

Dans le cas des dérivées radiales par rapport à r , dans le sens transversal, on utilise les différences centrées pour les dérivées première et seconde suivant r :

$$\frac{\partial\phi}{\partial r} \approx \frac{\phi(i+1, j) - \phi(i-1, j)}{2\Delta r} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} \approx \frac{\phi(i+1, j) - 2\phi(i, j) + \phi(i-1, j)}{\Delta r^2} \quad (3.9)$$

Sur l'axe du tube ($i = 0$), les dérivées radiales suivant r sont approchées par la formule des différences avant (précision du 2^{ème} ordre) :

$$\frac{\partial\phi}{\partial r} \approx \frac{-3\phi(0, j) + 4\phi(1, j) - \phi(2, j)}{2\Delta r} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} \approx \frac{\phi(0, j) - 2\phi(1, j) + \phi(2, j)}{\Delta r^2} \quad (3.11)$$

Sur la paroi ($i = N$), les dérivées selon r sont approchées par la formule des différences arrières (précision du 2^{ème} ordre) :

$$\frac{\partial\phi}{\partial r} \approx \frac{3\phi(N, j) - 4\phi(N-1, j) + \phi(N-2, j)}{2\Delta r} \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} \approx \frac{\phi(N, j) - 2\phi(N-1, j) + \phi(N-2, j)}{\Delta r^2} \quad (3.13)$$

4. Equations de transfert

Les équations de transfert de quantité de mouvement (en U), d'énergie (en T) et de diffusion (en C) peuvent être écrites sous une forme commune qui permet ensuite de développer la même méthode de discrétisation pour toutes les équations. En adoptant les notations suivantes :

ϕ = variable (U , T , C), Γ = coefficient de diffusion, S = terme source

L'équation générale s'écrit alors comme suit :

$$U \frac{\partial \phi}{\partial z} + V \frac{\partial \phi}{\partial r} = \Gamma \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \right) + S \quad (3.14)$$

Les équations de transfert peuvent donc être retrouvées selon le tableau 3.1.

Équation	ϕ	Γ	S
Quantité de mouvement	U	ν	$-\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} + g$
Énergie	T	α	$\frac{D(c_{pv} - c_{pa})}{c_p} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial C}{\partial r}$
Diffusion	C	D	0

Tableau 3.1. Liste des variables ϕ ; des coefficients Γ et des termes S

Le coefficient de diffusion Γ associé à un gradient exprime un flux de diffusion. L'expression du terme source S prend en compte l'existence dans le fluide de grandeurs telles que les sources ou puits de chaleur, les effets de la pression, les forces de poussée,...

En substituant les dérivées partielles par leurs approximations respectives en différences finies dans l'équation générale de transfert, on obtient :

$$\rho \left(U \frac{\phi(i, j) - \phi(i, j-1)}{\Delta z} + V \frac{\phi(i+1, j) - \phi(i-1, j)}{2\Delta y} \right) = \Gamma \frac{\phi(i+1, j) - 2\phi(i, j) + \phi(i-1, j)}{\Delta y^2} + S \quad (3.15)$$

Cette expression devient ensuite comme suit :

$$a_i \phi(i-1, j) + b_i \phi(i, j) + d_i \phi(i+1, j) = e_i \quad (3.16)$$

Les coefficients a_i, b_i, d_i, e_i s'écrivent sous la forme suivante:

Les coefficients a_i, b_i, d_i, e_i s'écrivent comme suit:

$$a_i = -\frac{(V(i, j) - \Gamma / r_i)}{2\Delta r} - \frac{2\Gamma}{2\Delta r^2} \quad (3.17)$$

$$b_i = \frac{U(i, j)}{\Delta z} + \frac{2\Gamma}{\Delta r^2} \quad (3.18)$$

$$d_i = \frac{(V(i, j) - \Gamma / r_i)}{2\Delta r} - \frac{2\Gamma}{2\Delta r^2} \quad (3.19)$$

$$e_i = S + U(i, j) \frac{\phi(i, j-1)}{\Delta z} \quad (3.20)$$

Où $U(i, j)$ et $V(i, j)$ désignent les dernières valeurs des composantes des vitesses axiales et radiales au nœud $P(i, j)$.

5. Calcul de la vitesse radiale

La composante radiale de la vitesse $V(i, j)$ est calculée à partir de la discrétisation de l'équation de continuité en appliquant la méthode des différences finies en schéma explicite en tout point du maillage. Les dérivées partielles $\partial U/\partial z$ et $\partial(rV)/\partial r$ sont approchées respectivement avec les différences régressives selon z et progressives selon r comme suit :

$$\frac{U(i-1/2, j) - U(i-1/2, j-1)}{\Delta z} + \frac{r_i V(i, j) - r_{i-1} V(i-1, j)}{r_{i-1/2} \Delta r} = 0 \quad (3.21)$$

$$\text{Où } U(i-1/2, j) = [U(i, j) + U(i-1, j)]/2 \quad (3.22)$$

$$\text{Avec } r_{i-1/2} = r_i - \Delta r/2 \text{ et } r_{i-1} = r_i - \Delta r \quad (3.23)$$

Les valeurs de la vitesse radiale du mélange gazeux à l'interface liquide-gaz par évaporation sur la paroi du tube sont données par :

$$V(N, j) = \frac{-D}{1 - C_w} \frac{3C(N, j) - 4C(N-1, j) + C(N-2, j)}{2\Delta r} \quad (3.24)$$

Sur l'axe du tube, par symétrie :

$$V(0, j) = 0 \quad (3.25)$$

Le calcul s'effectue ensuite successivement comme suit :

$$V(i, j) = \frac{r_{i-1/2} \Delta r}{r_i} \left[\frac{-U(i-1/2, j) + U(i-1/2, j-1)}{\Delta z} \right] + \frac{r_{i-1}}{r_i} V(i-1, j) \quad (3.26)$$

6. Discrétisations des débits massiques

Le débit massique du mélange air-vapeur d'eau $q(z)$ dans le tube de rayon R est exprimé comme suit :

$$q(z) = \int_0^R \rho U(r, z) 2\pi r dr \quad (3.27)$$

Le calcul numérique est effectué par la méthode d'intégration de Simpson :

$$q(j) = \frac{\rho 2\pi \Delta r}{3} \left[U(N, j)R + 4 \sum_{\substack{i=1 \\ i \text{ impair}}}^{N-1} U(i, j)r_i + 2 \sum_{\substack{i=2 \\ i \text{ pair}}}^{N-2} U(i, j)r_i \right] \quad (3.28)$$

A chaque côte z , le débit de liquide évaporé q_{ev} le long de la paroi est calculé par intégration de la densité de flux massique d'évaporation J_v :

$$q_{ev}(z) = \int_0^z J_v(z) 2\pi R dz \quad (3.29)$$

Cette intégrale est aussi calculée par la méthode de Simpson :

$$q_e(j) = \frac{2\pi R \Delta z}{3} \left[J_{v0} + J_{vj} + 4 \sum_{\substack{k=1 \\ \text{k impair}}}^{j-1} J_{vk} + 2 \sum_{\substack{k=2 \\ \text{k pair}}}^{j-2} J_{vk} \right] \quad (3.30)$$

L'expression de J_v est donnée par :

$$J_v(z) = \frac{-\rho D}{1 - C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_{\text{paroi}} \quad (3.31)$$

Cette expression de J_v est calculée par la méthode de dérivation numérique régressive comme

suit :

$$J_v = \frac{-\rho D}{1 - C(N, j)} \left[\frac{3C(N, j) - 4C(N-1, j) + C(N-2, j)}{2\Delta r} \right] \quad (3.32)$$

Le débit de liquide $q_L(z)$ décroît le long du tube sous l'influence de l'évaporation peut être

évalué comme suit :

$$q_L(z) = q_{L0} - q_{ev}(z) \quad (3.33)$$

Avec q_{ev} = débit massique évaporé le long de la paroi depuis l'entrée jusqu'à la côte z .

q_{L0} = débit massique du film liquide à l'entrée du tube ($z = 0$)

7. Discrétisations des flux thermiques

D'autre part, à chaque section z , la densité de flux thermique ϕ est calculée par la méthode des différences régressives :

$$\phi(j) = -k \left[\frac{3T(N, j) - 4T(N-1, j) + T(N-2, j)}{2\Delta r} \right] \quad (3.34)$$

Le flux thermique ϕ est calculé par la méthode de Simpson :

$$\phi(z) = \int_0^z \phi(z) 2\pi R dz$$

$$\phi(j) = \frac{2\pi R \Delta z}{3} \left[\phi_0 + \phi_j + 4 \sum_{\substack{k=1 \\ \text{k impair}}}^{j-1} \phi_k + 2 \sum_{\substack{k=2 \\ \text{k pair}}}^{j-2} \phi_k \right] \quad (3.35)$$

8. Conditions aux limites

Les conditions aux limites sur l'axe du tube ($i = 0$) font intervenir les valeurs du gradient radial dont la discrétisation est effectuée par la formule de dérivation numérique avant.

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)_0 = \frac{-3\phi(0, j) + 4\phi(1, j) - \phi(2, j)}{2\Delta r} \quad (3.36)$$

Sur la paroi ($i = N$), la discrétisation des 3 types de conditions aux limites est effectuée comme suit :

- paroi isotherme :

$$T(N, j) = T_w \quad (3.37)$$

- paroi soumise à une densité de flux de chaleur uniforme φ_0 :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_R = -\frac{\varphi_0}{\lambda_L} \quad (3.38)$$

$$\frac{3T(N, j) - 4T(N-1, j) + T(N-2, j)}{2\Delta r} = -\frac{\varphi_0}{\lambda_L} \quad (3.39)$$

- paroi soumise à un échange convectif externe :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_R = \frac{h_e(T_e - T_w)}{\lambda_L} \quad (3.40)$$

$$\frac{3T(N, j) - 4T(N-1, j) + T(N-2, j)}{2\Delta r} = \frac{h_e(T_e - T(N, j))}{\lambda_L} \quad (3.41)$$

9. Systèmes d'équations

L'ensemble des discrétisations conduit à 3 systèmes de $N+1$ équations à $N+1$ inconnues ϕ_i ($i = 0, \dots, N$), ϕ désignant les variables (U, T, C).

Chaque système peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$(A)(\phi) = (E) \quad (3.42)$$

Comme (A) est une matrice tridiagonale (Figure 3.2), ces systèmes d'équations peuvent être résolus par l'algorithme de Thomas (Annexe2).

Les éléments de la matrice (A) sont déterminés comme suit :

- 1^{ère} équation :

$$-3\phi(0, j) + 4\phi(1, j) - \phi(2, j) = 0 \quad (3.43)$$

$$\text{- nœuds intérieurs : } a_1\phi(i-1, j) + b_1\phi(i, j) + d_1\phi(i+1, j) = e_i \quad (3.44)$$

$$\text{- dernière équation : } \phi(N, j) = \phi_N \quad (3.45)$$

Afin d'obtenir des matrices (A) toujours tridiagonales, l'équation correspondant au nœud

frontière ($i = 0$) est réarrangée en utilisant une combinaison linéaire avec l'équation ($i = 1$) :

$$a_1\phi(0, j) + b_1\phi(1, j) + d_1\phi(2, j) = e_1 \quad (3.46)$$

La 1^{ère} équation devient alors :

$$(a_1 - 3d_1)\phi(0, j) + (b_1 + 4d_1)\phi(1, j) = e_1 \quad (3.47)$$

Dans le cas des systèmes d'équations relatifs à la température :

- 1^{ère} équation : $(a_1 - 3d_1)\phi(0, j) + (b_1 + 4d_1)\phi(1, j) = e_1$ (3.48)

- nœuds intérieurs : $a_i\phi(i-1, j) + b_i\phi(i, j) + d_i\phi(i+1, j) = e_i$ (3.49)

- dernière équation : selon le type de conditions aux limites :

- paroi isotherme : $T(N, j) = T_w$ (3.50)

- paroi soumise à une densité de flux de chaleur uniforme φ_0 :

$$T(N-2, j) - 4T(N-1, j) + 3T(N, j) = -2B \quad (3.51)$$

Avec $B = \frac{\varphi_0 \Delta r}{k_L}$ (3.52)

- paroi soumise à un échange convectif externe :

$$T(N-2, j) - 4T(N-1, j) + (3 + 2B')T(N, j) = 2B'T_e \quad (3.53)$$

Avec $B' = \frac{h_e \Delta r}{\lambda_L}$ (3.54)

Une combinaison linéaire des équations (N-1) et (N) conduit aux expressions suivantes respectivement pour les conditions aux limites de type 2 et 3 :

$$(4a_{N-1} + b_{N-1})T(N-1, j) + (d_{N-1} - 3a_{N-1})T(N, j) = 2Ba_{N-1} + e_{N-1} \quad (3.55)$$

$$(b_{N-1} + 4a_{N-1})T(N-1, j) + (d_{N-1} - 3a_{N-1} - 2B'a_{N-1})T(N, j) = e_{N-1} - 2B'T_e a_{N-1} \quad (3.56)$$

D'où la forme finale des systèmes d'équations avec une matrice (A) tridiagonale :

$$\begin{pmatrix} b_0 & d_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & a_i & b_i & d_i & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_{N-1} & b_{N-1} & d_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_N & b_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_0 \\ e_1 \\ \cdot \\ e_i \\ \cdot \\ e_{N-1} \\ e_N \end{pmatrix}$$

Figure (3.2) : Système d'équations (A)(ϕ) = (E) à matrice (A) tridiagonale

La résolution de ces systèmes d'équations est effectuée par l'algorithme de Thomas

(Annexe1) qui est en fait une réadaptation de la méthode de Gauss aux systèmes à matrice tridiagonale. Le processus itératif de résolution est effectué ligne par ligne sur tout le domaine depuis l'entrée jusqu'à l'extrémité inférieure du tube. On considère que la convergence est obtenue dès que la variation relative de chaque variable ϕ entre 2 itérations successives est suffisamment faible en tout point du domaine selon la condition suivante:

$$\text{Max} \left| \frac{\phi^k(i, j) - \phi^{k-1}(i, j)}{\phi^k(i, j)} \right| < \varepsilon \quad (3.57)$$

Où k est l'indice de l'itération sur chaque ligne j .

La valeur $\varepsilon = 10^{-6}$ a été adoptée car elle suffisante pour la précision du calcul.

10. Méthode de détermination du gradient de pression

Le gradient de pression G intervenant au niveau de l'équation de quantité de mouvement est déterminé à partir de l'équation de conservation du débit selon une procédure itérative en utilisant la méthode numérique de la sécante (Annexe2). On choisit d'abord arbitrairement deux valeurs initiales arbitraires G_1, G_2 conduisant chacune à des profils de vitesse approximatifs. Les erreurs relatives δ_i ($i = 1, 2$) sur les débits massiques s'écrivent alors :

$$\delta_i = \frac{q_{Mi} + q_{Li}}{q_0} - 1 \quad (3.58)$$

En utilisant la méthode de la sécante, on obtient alors une nouvelle valeur G_i . En poursuivant le processus itératif avec les valeurs successives de G_i injectées dans l'équation de quantité de mouvement, la convergence est rapidement obtenue. L'arrêt des itérations est fixé par le critère

$$|\delta_i| < \varepsilon, \text{ avec une valeur de } \varepsilon \text{ suffisamment petite } (\varepsilon=10^{-6}).$$

La pression $P(z)$ est ensuite calculée par discrétisation du gradient G :

$$G = (P(j)-P(j-1))/dz \quad (3.59)$$

11. Etude de sensibilité aux pas d'espace

Une analyse de sensibilité aux pas d'espace utilisés est menée afin de limiter les erreurs de troncature dans des limites acceptables. Celles-ci proviennent des approximations effectuées lors des discrétisations des équations. En pratique cette étude est effectuée en résolvant le problème pour différentes valeurs des pas d'espace. Pour chaque dimension de maillage, les valeurs du nombre de Nusselt moyen sont comparées avec celles obtenues avec

la grille la plus fine.

Sur la base des calculs effectués, on constate que l'augmentation du nombre de nœuds (N, M) de (16, 250) à (80, 1000) entraîne des écarts relatifs du nombre de Nusselt moyen ne dépassant pas 2 % ce qui montre une faible sensibilité des résultats dans la gamme des dimensions choisies. Pour la suite des calculs, pour toutes les simulations effectuées dans ce travail, et pour les dimensions suivantes du tube : $R = 3$ cm, $L' = 20$ cm, $L = 1$ m, nous avons finalement retenu le maillage suivant : $(N, M', M) = (24, 400, 1200)$ correspondant aux valeurs suivantes des pas d'espace : $\Delta r = 1.25$ mm, $\Delta z' = 0.5$ mm, $\Delta z = 1$ mm.

12. Algorithme de résolution

On présente ici l'algorithme de traitement numérique du problème relatif à l'évaporation d'un film liquide en contact par convection forcée avec un écoulement descendant d'air humide dans un tube vertical. Un code de calcul en langage Fortran a été élaboré permettant de déterminer les distributions de vitesse, température, fraction massique de vapeur, pression du mélange gazeux ainsi que les variations du flux thermique et du débit massique de liquide.

Les calculs sont effectués ligne par ligne jusqu'à ce que tout le domaine soit balayé. Les étapes de calcul sont les suivantes :

1. Entrée des données :

- Dimensions du tube : hauteur L, rayon R,
- caractéristiques des fluides : nombre de Reynolds Re_0 , température T_0 , humidité relative h_0 , pression P_0 , débit du film liquide q_{L0} .

2. Conditions thermiques à la paroi :

- température de paroi T_w si condition du 1^{er} type,
- densité de flux thermique pariétale ϕ_0 , si condition du 2^{ème} type,
- coefficient de convection externe h_e , température du fluide externe T_e si condition du 3^{ème} type.

3. Nombre de nœuds (N, M) dans les 2 directions radiale et axiale

4. Calcul des propriétés thermophysiques du mélange gazeux et du film liquide.

5. Début des calculs à la 1^{ère} section $j = 1$

6. Une valeur arbitraire G_1 du gradient de pression est imposée à la section j.

7. Résolution successive des équations :

- de quantité de mouvement pour obtenir les champs de vitesse axiale,
- de continuité pour le calcul des composantes radiales de la vitesse,
- d'énergie pour obtenir les champs de température,

- de diffusion pour obtenir les champs de concentration en vapeur.
- 8. Test de la condition de convergence pour toutes les variables $\phi = (U, V, T, C)$ entre deux itérations successives. Si elle n'est pas satisfaite, on reprend les étapes décrites en 7.
- 9. Si le test est vérifié pour tous les nœuds de la ligne j , on calcule l'erreur relative E sur le débit massique total.
- 10. Une 2^{ème} valeur arbitraire G_2 du gradient de pression est imposée et on reprend les étapes 7-9.
- 11. Si $|E| > 10^{-6}$, une nouvelle valeur de G est calculée par la méthode de la sécante et on reprend les étapes 5-7. Sinon la dernière valeur de G est retenue.
- 12. Passage à la ligne suivante $(j+1)$ où les étapes 5-11 sont répétées jusqu'à convergence.
- 13. Arrêt des calculs à la sortie du tube.

13. Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la description de la méthodologie de résolution numérique des équations de transfert. Le domaine physique est préalablement découpé en un réseau de nœuds représentant le maillage de calcul. Les systèmes d'équations sont discrétisées à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies. Les résolutions numériques des équations de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion sont effectuées par l'algorithme de Thomas. L'évolution du gradient de pression est déterminée par une procédure itérative utilisant la méthode de la sécante et appliquée à l'équation de conservation du débit massique des fluides. Un code de calcul a été ensuite développé pour la résolution numérique du problème considéré.

Enfin, une étude de sensibilité aux pas d'espace a été effectuée pour déterminer le maillage optimal.

CHAPITRE 4

RESULTATS ET ANALYSE

1. Introduction

On présente ici les résultats numériques obtenus concernant la simulation de l'évaporation d'un film liquide au contact d'un écoulement laminaire d'air humide par convection forcée dans un tube vertical. Les résultats présentés concernent les champs de vitesse, température, fraction massique de vapeur de l'air humide, ainsi que les évolutions axiales du débit de liquide, du nombre de Nusselt et du flux thermique à la paroi du tube.

Les propriétés du mélange gazeux (vitesse, température, pression, concentration en vapeur) uniformes à l'entrée du tube. On a adopté successivement trois types de conditions aux limites sur la paroi : isotherme (type 1), soumise à une densité de flux thermique uniforme (type 2), ou échauffée par un flux convectif au contact d'un fluide externe (type 3).

Par ailleurs une étude de simulation paramétrique a été également menée sur l'influence du nombre de Reynolds, de la température de paroi et de la fraction massique de vapeur du fluide à l'entrée sur les évolutions comparatives du débit liquide, du flux thermique et du coefficient de transfert de chaleur à travers la paroi du tube.

2. Évolution des transferts par évaporation

On considère d'abord le cas d'un mélange fluide air-vapeur d'eau en écoulement dans un tube à paroi maintenue isotherme dans les conditions suivantes :

- Dimensions du tube: hauteur $L = 1$ m, rayon $R = 3$ cm,

- Paramètres d'entrée du mélange gazeux:

Pression $P_0 = 1$ atm, température $T_0 = 60$ °C, humidité relative $h_0 = 0.4$, nombre de Reynolds

$Re_0 = 2000$, débit de film liquide : $q_{L0} = 0.5$ g.s⁻¹,

La fraction massique de vapeur calculée par la relation () est: $C_0 = 0.05$

- Température de paroi: $T_w = 70$ °C

2.1. Profils de vitesse

La figure 4.1 représente les profils de vitesse axiale tracés à différentes sections z comprises entre 0.2 m et 1 m. Au contact du courant d'air à faible concentration en vapeur $C_0 = 0.05$, il se produit une évaporation du film liquide ruisselant sur la paroi. A l'entrée du tube, le mélange gazeux présente une vitesse uniforme $U_0 = 0.62$ m/s. Elle subit ensuite une chute brutale au niveau des plaques, en raison de l'adhérence du fluide à la paroi. Cette évolution conduit à l'apparition de forts gradients cinématiques le long de la paroi, suivie d'une déformation graduelle des distributions de vitesse. Dans la région centrale du tube, la vitesse augmente progressivement sous l'effet de l'accroissement du débit du mélange gazeux résultant de l'évaporation du film liquide. La vitesse atteint sa valeur maximale sur l'axe du tube et tend vers une valeur limite correspondant au régime établi non encore atteint à la sortie du tube. En effet, le régime établi correspondant à un profil parabolique de type Poiseuille présente une vitesse maximale $U_{\max} = 1.8$ m/s sur l'axe du tube et calculée selon l'expression (). Celle-ci est nettement supérieure à celle obtenue à la sortie du tube $U_{\max} = 1.1$ m/s selon la figure 4.1.

2.2. Profils de température et de concentration

Les figures 4.2 et 4.3 représentent les distributions de température et de concentration en vapeur tracés aux mêmes côtes z que les profils de vitesse. On constate qu'elles présentent des allures similaires tout le long de l'écoulement, en raison de la similitude des équations d'énergie et de diffusion et des conditions aux limites thermiques et massiques.

A l'entrée du tube, la température et la fraction massique de vapeur du mélange gazeux sont uniformes puis subissent un brusque accroissement au contact de la paroi isotherme maintenue à température T_w et concentration C_w constantes. La valeur de C_w correspond à la saturation à la température locale, sous l'effet de la présence du film liquide sur la paroi.

Les résultats obtenus montrent une augmentation progressive des températures et des concentrations en vapeur le long de l'écoulement, ces grandeurs étant maximales sur la paroi et minimales sur l'axe du tube. Il en résulte un processus couplé d'échauffement et d'humidification de l'air au cours de l'écoulement. L'évaporation se produit sous l'effet du gradient de fraction massique de vapeur à l'interface liquide-vapeur. Sa diminution progressive conduit à une décroissance simultanée du taux d'évaporation. Les profils tendent asymptotiquement vers les valeurs uniformes d'isothermie T_w et de saturation C_w à la température de paroi, correspondant au régime établi. Celui-ci n'est pas encore atteint à l'extrémité du tube, car les valeurs de température et de concentration en vapeur dans la

région centrale du tube sont encore inchangées à la sortie du tube en raison de leur évolution relativement lente (Figures 4.2 et 4.3). Le régime établi nécessite donc une longueur plus élevée que celle adoptée dans nos calculs.

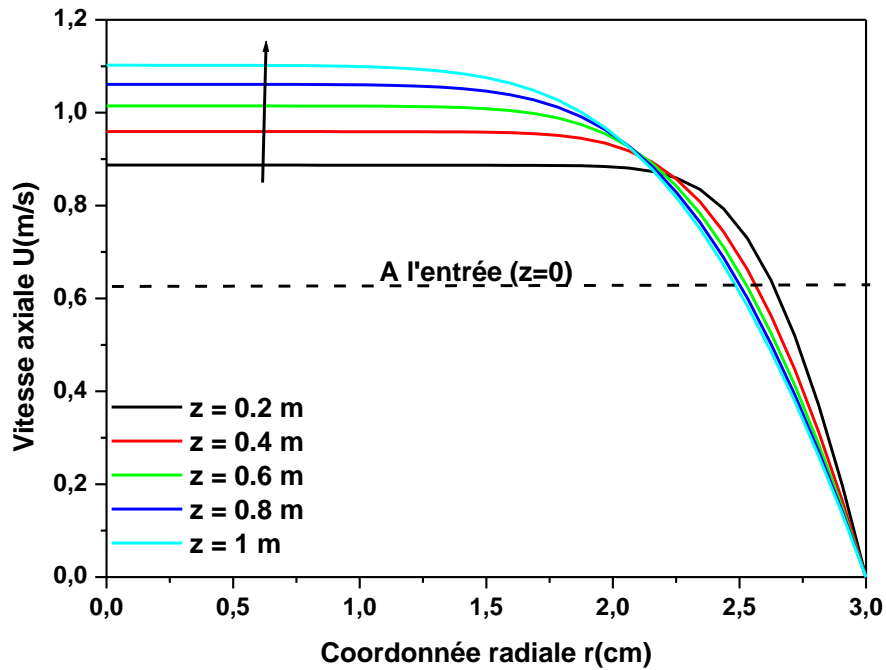


Figure. 4.1. Profils de vitesse dans l'air humide

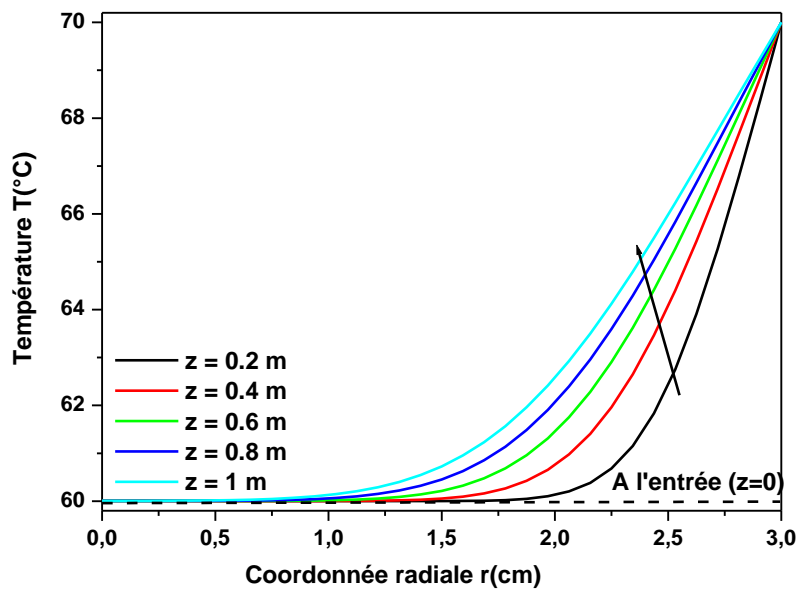


Figure. 4.2. Profils de température dans l'air humide

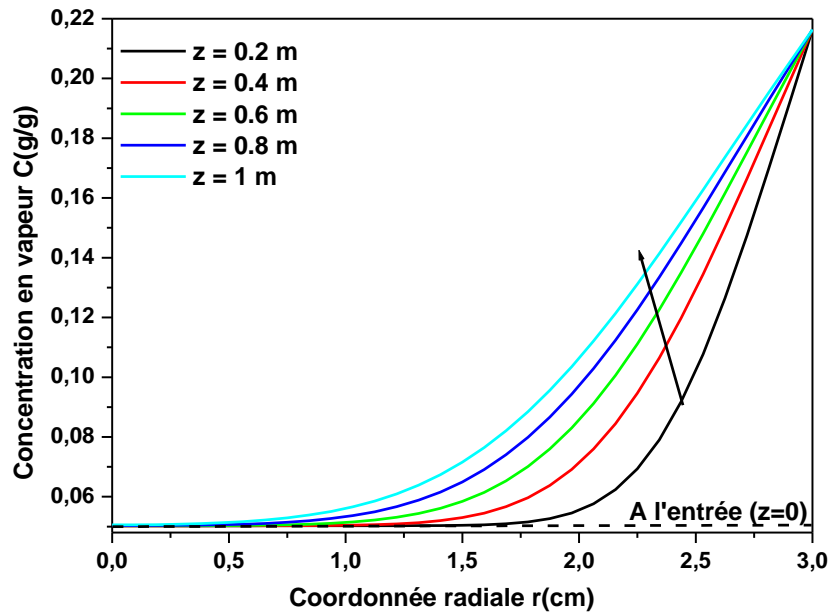


Figure. 4.3. Profils de concentration en vapeur dans l'air humide

3. Influence du nombre de Reynolds

En imposant à l'entrée du tube un mélange air-vapeur d'eau dans les conditions : $P_0 = 1$ atm, $T_0 = 60$ °C, $h_0 = 0.4$, $q_{L0} = 0.5$ g/s, $T_w = 70$ °C, l'effet du nombre de Reynolds d'entrée du fluide sur le processus d'évaporation a été étudié en faisant varier Re_0 dans l'intervalle de valeurs comprises entre 500 et 2000 correspondant à un écoulement laminaire pour des vitesses d'entrée U_0 variant de 0.156 à 0.624 m/s et des débits de mélange gazeux d'entrée q_0 compris entre 0.454 et 1.81 g/s. A température de paroi T_w fixée, la fraction massique finale de vapeur est la même $C_w = 0.216$ dans tous les cas.

Les résultats obtenus sont présentés sur les figures (4.4.a-b), représentant respectivement les évolutions axiales du débit de liquide et du flux de chaleur à la paroi. Un accroissement de Re_0 conduit à une augmentation de la vitesse d'entrée d'air humide conduisant à une nette diminution du débit du film liquide. En effet, les pentes des courbes du débit et du flux thermique augmentent fortement avec Re_0 . Il s'ensuit un accroissement du taux d'évaporation, du nombre de Nusselt caractéristique du transfert de chaleur à la paroi et du flux thermique pariétal. A la sortie du tube, la valeur du débit q_L de liquide passe de $0.418 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ (pour $Re_0 = 500$) à $0.332 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ (pour $Re_0 = 2000$), alors que le flux de chaleur passe

de 97W à 196 W pour les mêmes valeurs de Re_0 . Ainsi, le flux thermique étant essentiellement dû à la chaleur latente de changement de phase, présente une évolution sensiblement proportionnelle au taux d'évaporation du film liquide à la paroi, comme le montre la figure 4.4.b.

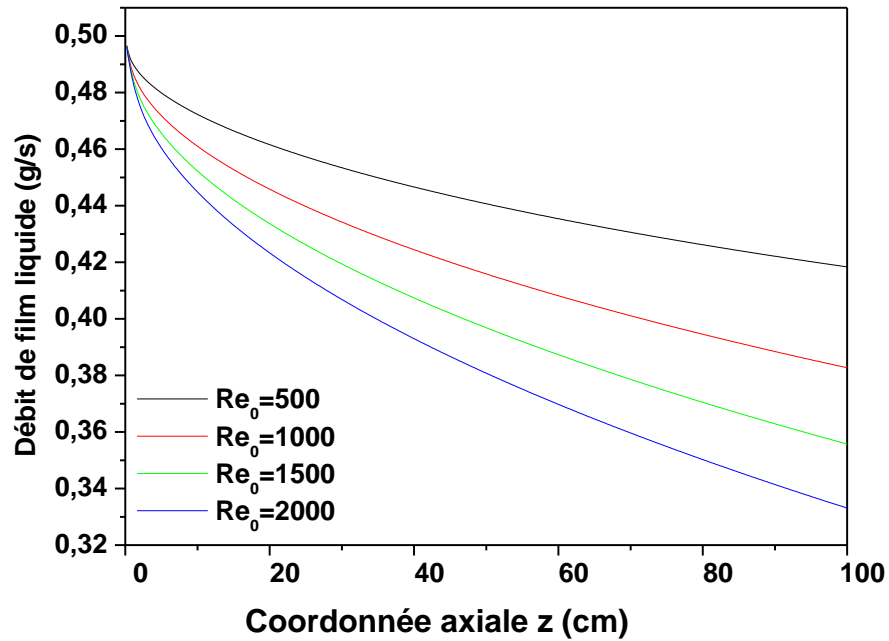


Figure.4.4.a. Influence du nombre de Reynolds sur l'évolution du débit liquide

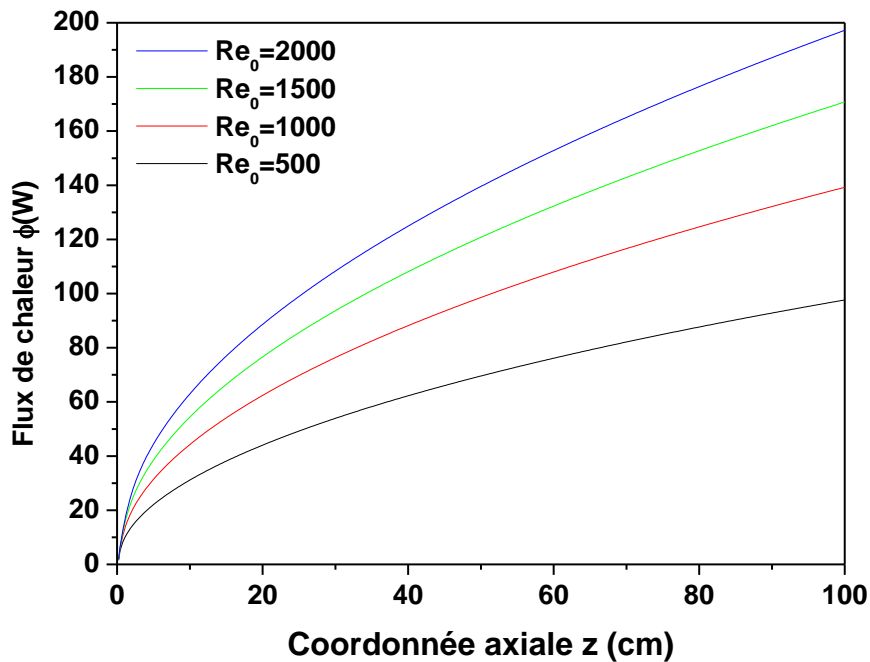


Figure.4.4.b. Influence du nombre de Reynolds sur l'évolution du flux de chaleur

4. Influence de la température d'entrée

Une comparaison des résultats pour différentes valeurs de la température d'entrée T_0 comprises entre 50°C et 65°C a été faite en fixant $P_0 = 1 \text{ atm}$, $Re_0 = 2000$, $h_0 = 0.4$, $q_{L0} = 0.5 \text{ g/s}$, $T_w = 70^\circ\text{C}$.

Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 4.5.a-b. On constate qu'une augmentation de T_0 entraîne un allongement de la distance nécessaire pour l'assèchement total de la paroi suite à une évolution plus lente du débit liquide et une diminution de l'écart de température entre le mélange gazeux et la paroi. Il s'ensuit une diminution du taux d'évaporation, des gradients thermiques à l'interface liquide-vapeur et du flux de chaleur à la paroi, comme le montre la figure 4.5.b.

On constate également qu'une augmentation de l'écart de température fluide-paroi entraîne une diminution du taux de vapeur résiduelle dans le mélange. Ce qui conduit à un accroissement des gradients de température, de concentration en vapeur et par conséquent du taux d'évaporation. Il s'ensuit une nette diminution du débit liquide, accompagnée d'une augmentation du flux thermique à la paroi. Par ailleurs, les pentes des courbes sont d'autant plus élevées que l'écart de température est important, ce qui entraîne une diminution de la

longueur nécessaire pour atteindre l'assèchement de la paroi.

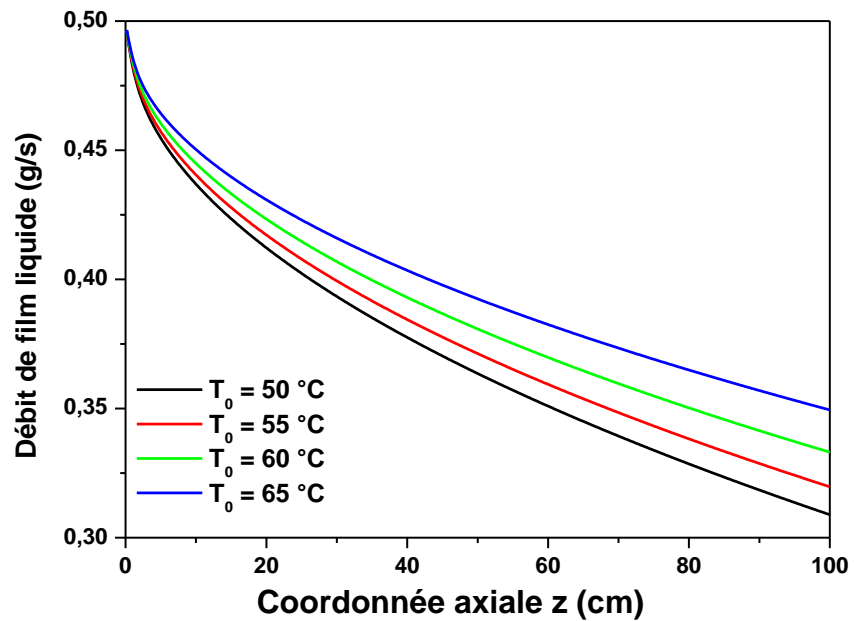


Figure. 4.5.a. Influence de la température d'entrée sur l'évolution du débit liquide

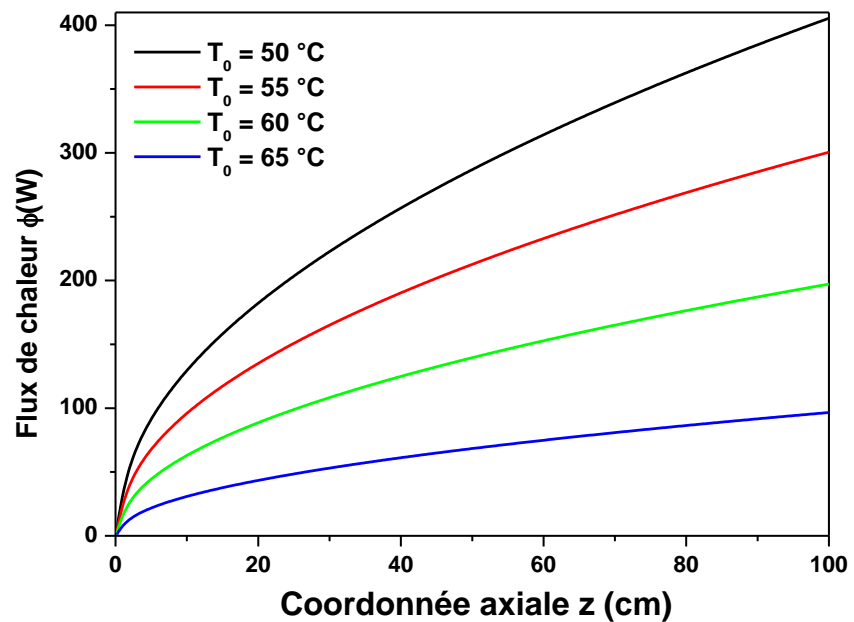


Figure. 4.5.b. Influence de la température d'entrée sur l'évolution du flux de chaleur

5. Influence de l'humidité relative d'entrée

Les calculs ont été menés dans les conditions suivantes : $P_0 = 1 \text{ atm}$, $Re_0 = 2000$, $T_0 = 60 \text{ °C}$, $q_{L0} = 0.5 \text{ g/s}$, $T_w = 70 \text{ °C}$. L'effet de l'humidité relative d'entrée du mélange a été étudié en faisant varier h_0 dans l'intervalle $(0, 0.6)$ correspondant à des valeurs de concentrations en vapeur variant entre 0 et 0.076. La valeur $h_0 = 0$ correspondant à un air sec à l'entrée est conforme aux conditions les plus favorables à l'évaporation.

Les résultats obtenus présentés sur les figures 4.6.a-b montrent l'action caractéristique de h_0 sur le phénomène d'évaporation. Le gradient de fraction massique de vapeur à la paroi augmente nettement lorsque h_0 diminue conduisant à un accroissement sensible du taux d'évaporation, et une réduction du débit liquide tout le long du tube. On constate aussi une nette augmentation du flux thermique à la paroi en raison de l'augmentation du flux de chaleur latente liée au changement de phase au niveau de l'interface liquide-vapeur.

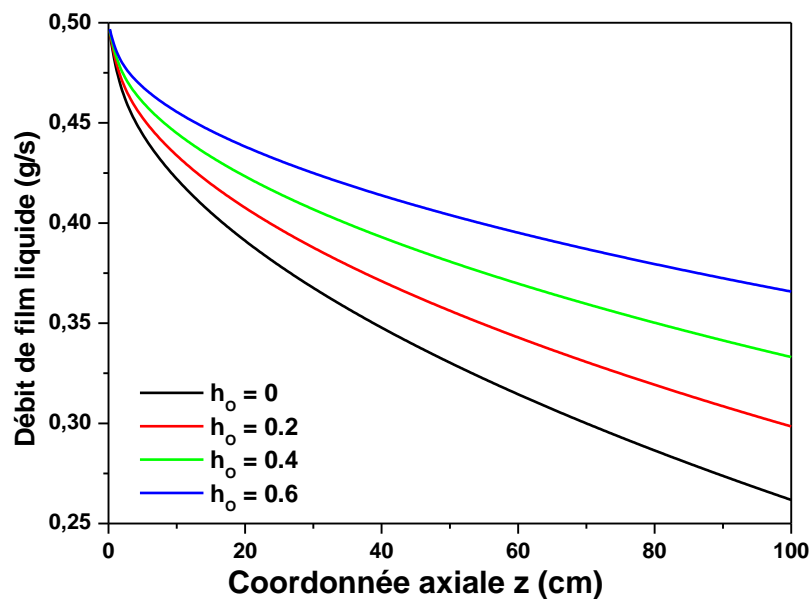


Figure. 4.6.a. Influence de l'humidité relative d'entrée sur l'évolution du débit liquide

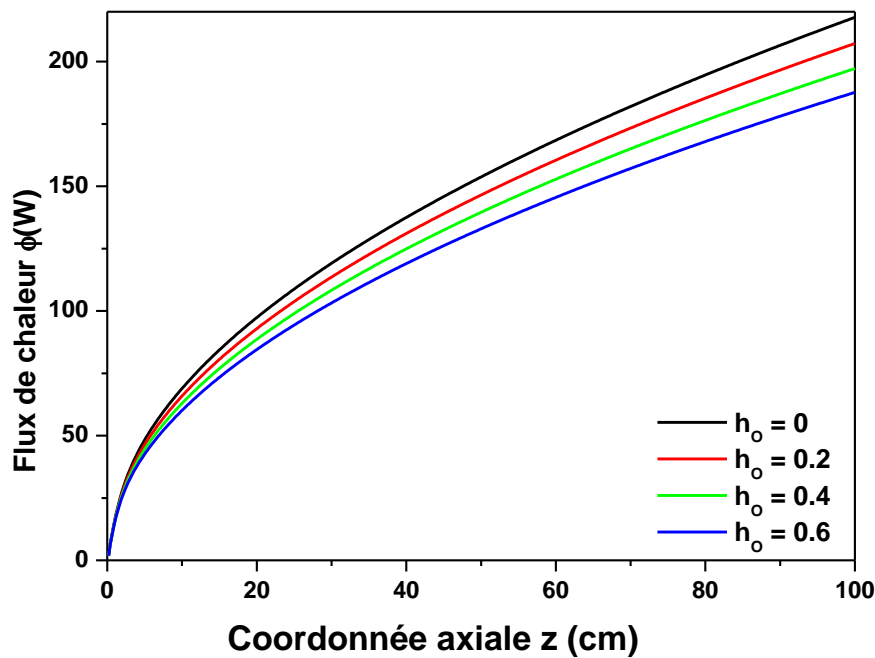


Figure. 4.6.b. Influence de l'humidité relative d'entrée sur l'évolution du flux de chaleur

6. Influence de la densité de flux thermique imposée à la paroi

Les calculs ont été effectués dans les conditions suivantes: $P_0 = 1 \text{ atm}$, $T_0 = 60 \text{ °C}$, $h_0 = 0.4$, $q_{L0} = 0.5 \text{ g/s}$, $Re_0 = 2000$ correspondant à un écoulement laminaire de l'air humide. La face externe de la paroi est soumise à une densité de flux de chaleur uniforme ϕ_w , alors que la face interne est couverte d'un film d'eau liquide ruisselant par gravité le long de la paroi. Les résultats présentés sur les figures (4.7.a-c) montrent les évolutions axiales du débit de liquide, du flux de chaleur et de la température de paroi, en considérant différentes valeurs de la densité de flux ϕ_w comprises entre 50 et 500 W/m^2 . Ce deuxième type de conditions aux limites revient à imposer un gradient thermique constant à la paroi. Il s'ensuit une évolution linéaire du flux de chaleur le long du tube, ainsi que la montre la figure (4.7.b). L'accroissement de la densité de flux ϕ_w appliquée à la paroi s'accompagne d'une augmentation progressive de la température pariétale, ce qui favorise l'évaporation et le transfert de masse dans la phase gazeuse. Le flux thermique sensible est d'autant plus important que le gradient thermique pariétal est élevé. Ceci est observé dans les zones proches de l'entrée où le taux d'évaporation est élevé, car la teneur en vapeur de l'air est faible. Cette évolution est confirmée par les résultats représentés sur les figures (4.7.a), où l'on constate effectivement que l'augmentation de ϕ_w conduit à une diminution sensiblement linéaire du

débit de liquide et un accroissement simultané des transferts de chaleur. Contrairement au cas de la paroi isotherme, l'évolution de la température pariétale n'est théoriquement pas limitée par une valeur asymptotique maximale. Il s'ensuit que, pour des valeurs suffisamment élevées de la densité de flux, l'assèchement des parois ($q_L = 0$) peut être obtenu pour une distance relativement faible, conduisant à la disparition totale du film liquide. Dans ces conditions, une nouvelle formulation du problème doit être élaborée tenant compte des changements imposés, ce qui peut faire l'objet d'une étude ultérieure.

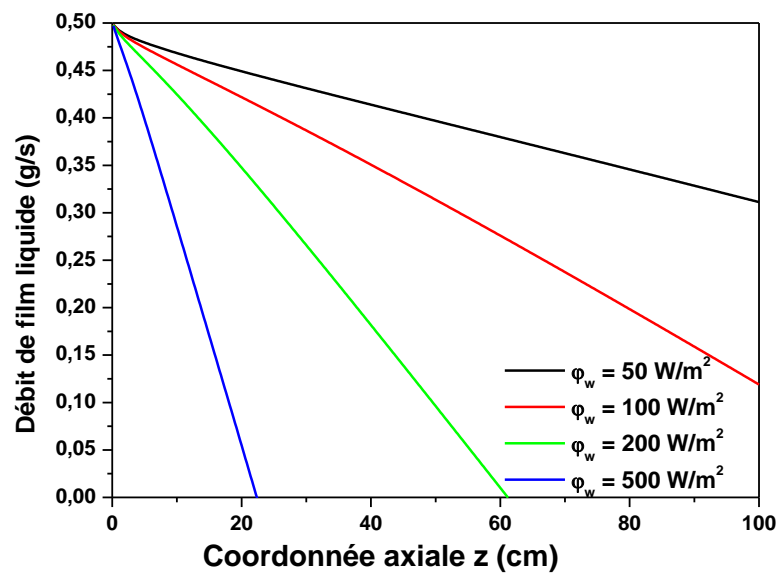


Fig.4.7.a. Influence de la densité de flux thermique pariétale sur l'évolution du débit liquide

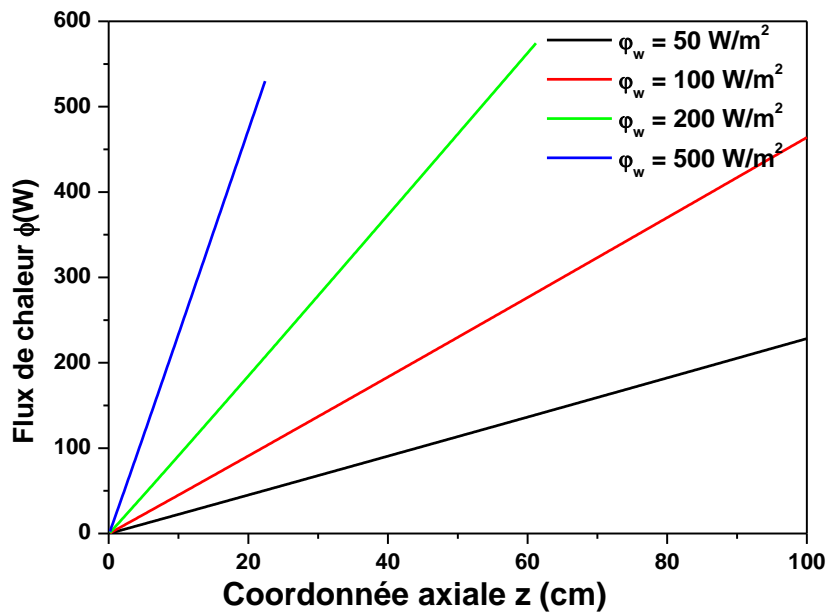


Figure.4.7.b. Influence de la densité de flux thermique pariétale sur l'évolution du flux de chaleur

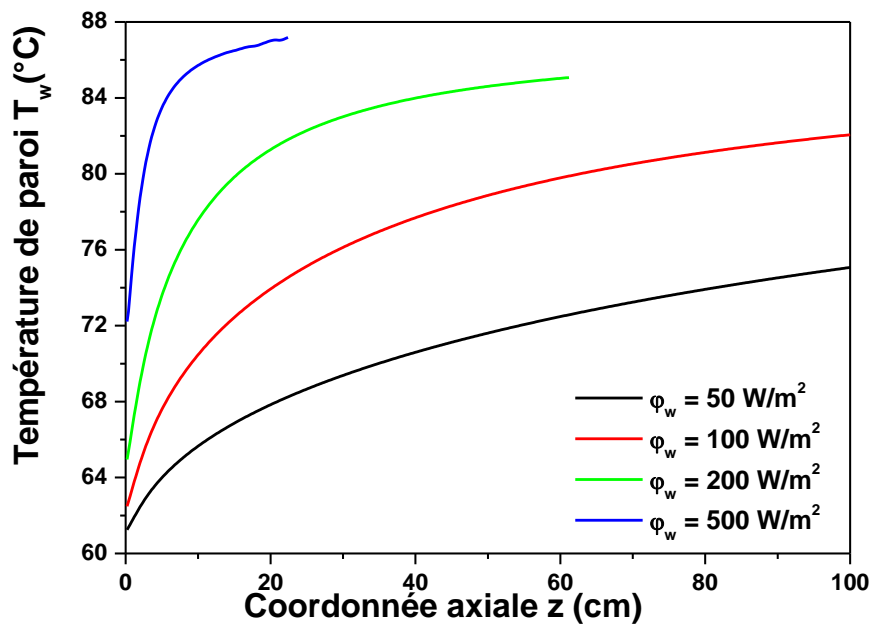


Figure.4.7.c. Influence de la densité de flux pariétale sur l'évolution de la température pariétale

7. Influence du coefficient d'échange convectif externe

Dans cette partie, on présente une analyse de l'influence de l'échauffement convectif de la face externe de la paroi du tube, supposée en contact avec un fluide externe à température $T_e = 70\text{ °C}$. Les calculs sont effectués dans les conditions suivantes: $P_0 = 1\text{ atm}$, $Re_0 = 2000$, $T_0 = 60\text{ °C}$, $h_0 = 0.4$, $q_{L0} = 0.5\text{ g/s}$. On fait varier le coefficient de convection externe h_e entre la paroi et le fluide ambiant entre 50 et 500 $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 4.8.a-c qui montrent les évolutions axiales du débit de liquide, du flux de chaleur et de la température de paroi pour les différentes valeurs du coefficient h_e .

Dans ce type de problème, un échauffement convectif externe d'intensité variable est imposé à la paroi recouverte d'un film liquide. Le taux d'évaporation du film liquide est étroitement lié à l'évolution de la température pariétale qui augmente le long de l'écoulement et tend asymptotiquement vers la température de l'air ambiant, comme le montre la figure (4.8.c). Un accroissement du coefficient d'échange convectif entraîne un échauffement plus important de la paroi, ce qui conduit à une nette diminution du débit liquide traduisant une intensification de l'évaporation. Il en résulte une augmentation du transfert thermique caractérisé par le flux de chaleur à la paroi. Les évolutions de ces grandeurs convergent asymptotiquement vers les mêmes limites correspondant au régime établi où la température, la concentration en vapeur et le champ de vitesses du mélange gazeux restent inchangés tout au long de l'écoulement.

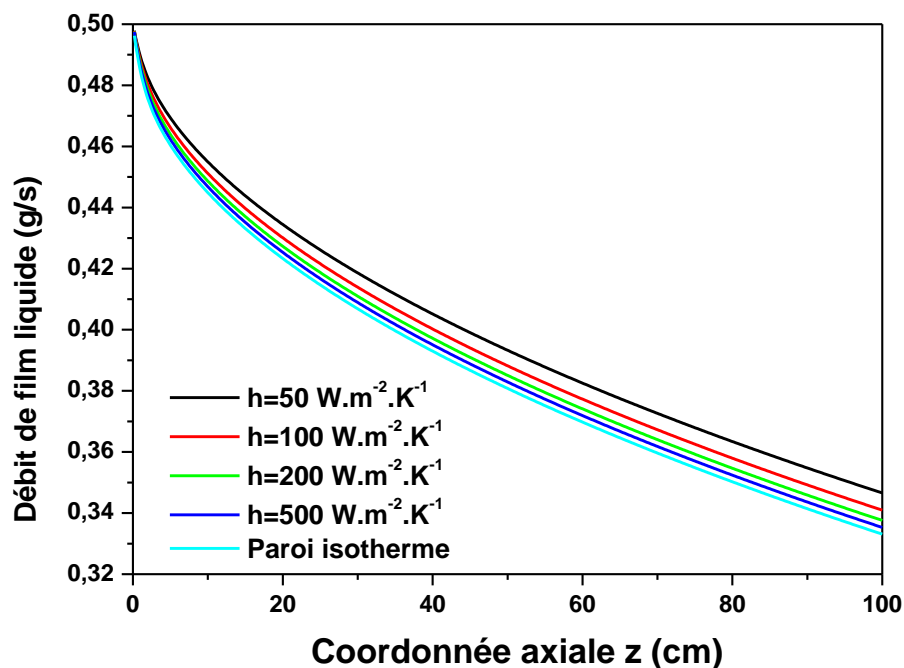


Figure.4.8.a. Influence du coefficient de convection externe sur l'évolution du débit liquide

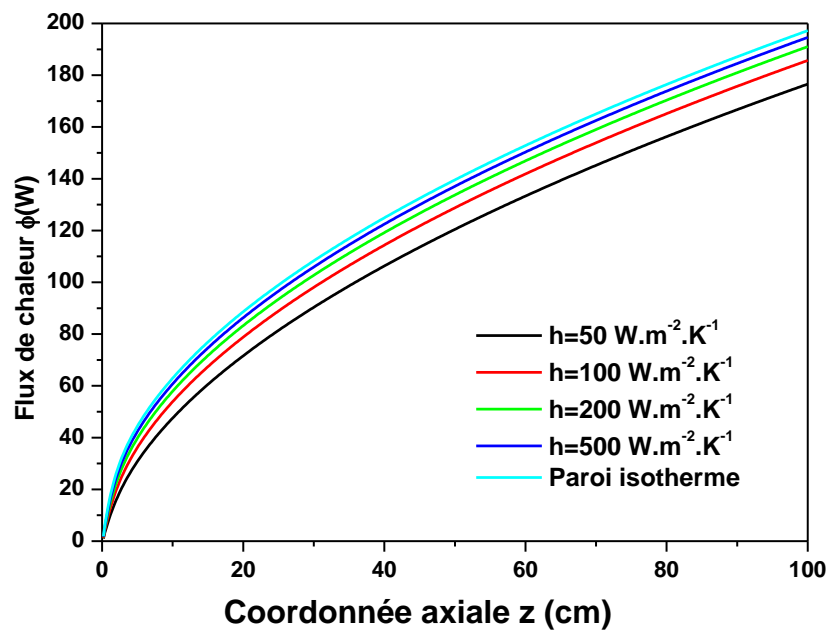


Figure.4.8.b. Influence du coefficient de convection sur l'évolution du flux de chaleur

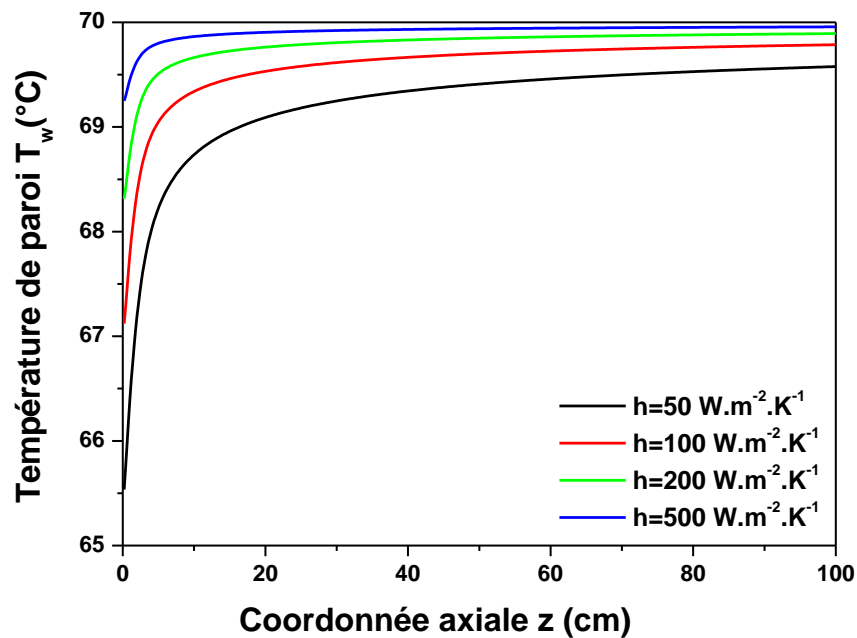


Figure.4.8.c. Influence du coefficient de convection externe sur l'évolution de la température pariétale

CONCLUSION

Nous avons considéré 3 types de conditions aux limites appliquées sur les parois du canal qui sont, soit maintenues isothermes, soit soumises à une densité de flux de chaleur uniforme, soit échauffées par convection en contact avec un fluide externe.

L'étude présentée concerne la modélisation numérique des transferts de chaleur et de masse générés par le processus d'évaporation d'un film liquide ruisselant sur la paroi interne d'un tube vertical, par convection forcée laminaire d'air humide. Compte tenu des hypothèses adoptées, le phénomène d'évaporation est régi par les équations de conservation de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion. Celles-ci sont ensuite discrétisées selon la méthode des différences finies selon l'approche implicite et résolues avec l'algorithme de Thomas. L'évolution du gradient axial de pression dans le mélange gazeux est calculée par la méthode de la sécante appliquée à l'équation de conservation du débit massique total des fluides. Un code Fortran a été élaboré selon un algorithme de résolution détaillé. Les calculs effectués ont permis de déterminer les profils de vitesse, de température, de concentration en vapeur du mélange gazeux. Une étude paramétrique de l'influence des diverses conditions opératoires a été ensuite menée aboutissant aux conclusions suivantes :

- Dans le cas de la paroi isotherme, le taux d'évaporation et le flux thermique pariétal augmentent fortement avec la vitesse d'entrée du mélange gazeux dans le tube, mais diminuent avec l'humidité relative et la température d'entrée de l'air.
- Dans le cas de la paroi soumise à une densité de flux thermique uniforme, on observe une augmentation linéaire du flux de chaleur et de la température pariétale. L'assèchement du film liquide peut être obtenu rapidement avant d'atteindre l'extrémité du tube.
- Dans le cas d'un échange convectif avec un fluide externe, le processus d'évaporation s'accompagne d'une augmentation plus lente des transferts conduisant à une évolution plus lente du taux d'évaporation et du flux thermique.

A la suite de cette étude, quelques perspectives de travail nous paraissent intéressantes :

- la prise en compte de l'évolution de l'épaisseur de film liquide et des profils de vitesse et température dans la phase liquide,
- l'étude de l'influence du débit liquide d'entrée, des dimensions du tube et des conditions de disparition du film liquide selon les paramètres opératoires.

REFERENCES

- [1] A.Ali Chérif, A. Daif, J.Bresson, M. Grisenti. «Eude en convection naturelle des transferts de chaleur et de masse couplés dans un canal vertical dont les parois sont soumises à un flux de chaleur constant», Associazione Tzemotecnica Italien -50°congresso, Vol.1, pp. St. Vincent-Italie, (11-15,1995)
- [2] D. J. Nelson.B.D.Wood «Combined heat and transfer natural convection between paralleled plates», Int J Heat and Masse transfer.Vol, 32, No9, pp (1779- 1787), 1989
- [3] W. M.Yan.T. F. Lin «evaporative cooling of liquid film through interfacial heat and masse transfer in a vertical channel- II Numerical Study» Int J, heat and Masse, Vol, 34. No45, pp, 1113- 1124, (1991)
- [4] Wei-Mon Yan,
Evaporative cooling of liquid film in turbulent mixed convection channel flows,
International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 41, Issue 23, 1998, Pages 3719-3729, ISSN 0017-9310, [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(98\)00105-7](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(98)00105-7).
- [5] M'barek Feddaoui, El Mustapha Belahmidi, Ahmed Mir, Abdelaziz Bendou,
Numerical study of the evaporative cooling of liquid film in laminar mixed convection tube flows,International Journal of Thermal Sciences, Volume 40, Issue 11, 2001, Pages 1011-1020, ISSN 1290-0729, [https://doi.org/10.1016/S1290-0729\(01\)01286-8](https://doi.org/10.1016/S1290-0729(01)01286-8).
- [6] A.S. Cherif, M.A. Kassim, B. Benhamou, S. Harmand, J.P. Corriou, S. Ben Jabrallah,
Experimental and numerical study of mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel with film evaporation, International Journal of Thermal Sciences, Volume 50, Issue 6,2011, Pages 942-953, ISSN 1290-0729, <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2011.01.002>.

[7] Abdelaziz Nasr, Chokri Debbissi Hfaiedh, Sassi Ben Nasrallah,
Numerical study of evaporation by mixed convection of a binary liquid film, *Energy*, Volume
36, Issue 5, 2011, Pages 2316-2327, ISSN 0360-5442,
<https://doi.org/10.1016/j.energy.2011.02.039>.

[8] El Hacene Mezaache, Michel Daguene
Étude numérique de l'évaporation dans un courant d'airhumide laminaire d'un film d'eau
ruisselant sur une plaque inclinée, *Int. J. Therm. Sci.* (2000) 39, 117–129

[9] Elaine Lim, Yew Mun Hung, Boon Thong Tan,
A hydrodynamic analysis of thermocapillary convection in evaporating thin liquid films,
International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 108, Part A, 2017, Pages 1103-
1114, ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.12.111>.

[10] V.B. Bekezhanova, O.N. Goncharova,
Numerical study of the evaporative convection regimes in a three-dimensional channel for
different types of liquid-phase coolant, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume
156, 2020, 106491, ISSN 1290-0729, <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2020.106491>.

[11] Qifan Wang, Minxia Li, Wenjie Xu, Liang Yao, Xuetao Liu, Dandan Su, Pai Wang,
Review on liquid film flow and heat transfer characteristics outside horizontal tube falling
film evaporator: CFD numerical simulation, *International Journal of Heat and Mass Transfer*,
Volume 163, 2020, 120440, ISSN 0017-9310,

[12] R.C. Reid, J.M. Prausnitz, T.K. Sherwood
«The properties of gases and liquids», Third Ed., McGraw-Hill, 1977

ANNEXE 1

METHODE DE THOMAS

L'algorithme de Thomas (ou méthode TDMA: TriDiagonal Matrix Algorithm) est une méthode numérique pour la résolution rapide de systèmes d'équations linéaires à matrice tridiagonale. Elle présente l'avantage d'occuper une place mémoire plus réduite qu'une matrice normale (3 tableaux de dimension N+1 au lieu d'une matrice de dimension (N+1)²)

On considère le système (A)(φ)=(D) à matrice A tridiagonale, à (N+1) équations algébriques à (N+1) inconnues s'écrivant sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} b_0 & c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & a_i & b_i & c_i & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_N & b_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \cdot \\ d_i \\ \cdot \\ d_{N-1} \\ d_N \end{pmatrix}$$

On distingue les points de grille internes (i =1,..., N-1) des points de grille aux limites (i=0 et i=N).

$$b_0 \cdot \phi(0) + c_0 \cdot \phi(1) = d_0 \tag{A.1}$$

$$a_i \cdot \phi(i-1) + b_i \cdot \phi(i) + c_i \cdot \phi(i+1) = d_i \quad (i=1, \dots, N-1) \tag{A.2}$$

$$a_N \cdot \phi(N-1) + b_N \cdot \phi(N) = d_N \tag{A.3}$$

L'algorithme de résolution du système par la méthode de Thomas s'effectue en 2 étapes successives :

-1^{ère} étape : bidiagonalisation du système :

Elle consiste à transformer le système (A)(φ)=(D) à matrice A tridiagonale en un système équivalent (A')(φ)=(β) à matrice A' bidiagonale unitaire (éléments diagonaux égaux à 1) en appliquant les relations de récurrence suivantes :

$$\gamma_0 = \frac{c_0}{b_0}, \quad \beta_0 = \frac{d_0}{b_0} \quad (\text{A2.a-b})$$

$$\gamma_i = \frac{c_i}{b_i - a_i \cdot \gamma_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{d_i - a_i \cdot \beta_{i-1}}{b_i - a_i \cdot \gamma_{i-1}} \quad \text{pour } i = 1, \dots, N \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \gamma_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & 1 & \gamma_i & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 & \gamma_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \beta_i \\ \cdot \\ \beta_{N-1} \\ \beta_N \end{pmatrix}$$

- 2^{ème} étape : résolution du système bidiagonal par la méthode de remontée :

$$\phi_N = \beta_N \quad (\text{A.5})$$

$$\phi_i = \beta_i - \gamma_i \cdot \phi_{i+1} \quad \text{Pour } i = N-1, \dots, 0 \quad (\text{A.6})$$

ANNEXE 2

MÉTHODE DE LA SÉCANTE

1. Principe de la méthode

La méthode de la sécante est une méthode dérivée de celle de Newton où l'on remplace $f'(x_n)$ par :

$$\frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$$

On obtient la relation de récurrence :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_n).$$

L'initialisation nécessite deux points x_0 et x_1 , proches, si possible, de la solution recherchée. Il n'est pas nécessaire, contrairement à la méthode de la fausse position, que x_0 et x_1 encadrent une racine de $f(x)$. La méthode de la sécante peut aussi être vue comme une variante de la méthode de la fausse position, ou les deux valeurs x_n et x_{n-1} utiles à l'algorithme ne sont pas choisis pour encadrer la racine, mais sont simplement les dernières calculées.

2. Démonstration

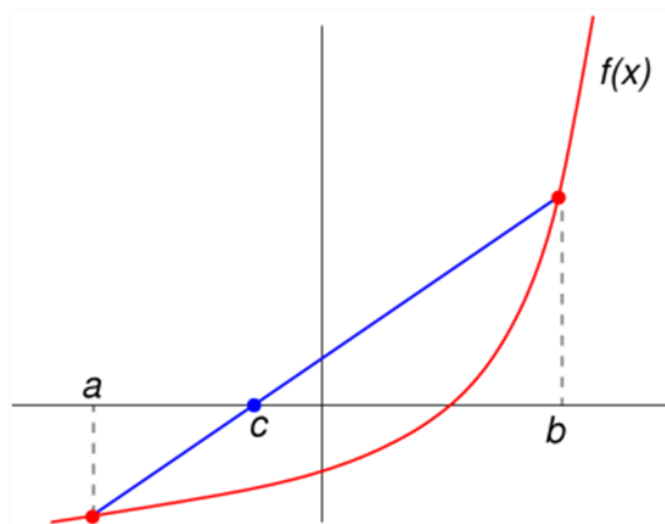


Fig.A3. 1: La courbe rouge représente la fonction f et le segment en bleu, la sécante.

Étant donnés a et b , on construit la droite passant par $(a, f(a))$ et $(b, f(b))$. Son équation est :

$$y - f(b) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - b).$$

On choisit c égal à l'abscisse du point d'ordonnée nulle de cette droite.

$$f(b) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(c - b) = 0.$$

Si on extrait c de cette équation, on retrouve la relation de récurrence citée plus haut :

$$c = b - \frac{b - a}{f(b) - f(a)}f(b),$$

Avec

$$c = x_{n+1}, b = x_n, a = x_{n-1}.$$

RÉSUMÉ

On présente dans ce travail une modélisation numérique du phénomène d'évaporation d'un film d'eau liquide ruisselant sur la paroi interne d'un tube cylindrique vertical parcouru par un écoulement laminaire forcé d'air humide. Le modèle mathématique a été conçu sur la base des équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion dans le mélange gazeux et de la conservation du débit massique total des deux fluides en écoulement. Les systèmes d'équations sont discrétisés par la méthode des différences finies en schéma implicite puis résolus par l'algorithme de Thomas. Les résultats présentés concernent les profils de vitesse, température et fraction massique de vapeur au sein de l'air humide. Une étude de simulation paramétrique de l'effet des conditions opératoires est ensuite menée. Les résultats obtenus montrent notamment que le taux d'évaporation et le flux de chaleur pariétal augmentent avec le débit du mélange gazeux, le coefficient d'échange convectif externe et la densité de flux thermique pariétale. Par contre, ils diminuent lorsque l'humidité relative de l'air et sa température d'entrée augmentent.

Dans le cas d'un tube soumis à une densité de flux thermique pariétale uniforme, la disparition totale du film peut être obtenue au bout d'une distance relativement courte. L'augmentation du débit évaporé est le résultat d'un accroissement régulier du flux de chaleur et de l'écart de température entre le fluide et la paroi conduisant ainsi à une évolution rapide du processus d'évaporation le long de l'écoulement.

Mots clés :

Tube vertical, différences finies, convection forcée, évaporation, film liquide.

ABSTRACT

Analysis of liquid-vapor phase change processes during the flow of fluids in a tubular pipe

We present in this work a numerical modeling of the phenomenon of evaporation of a film of liquid water streaming on the internal wall of a vertical cylindrical tube traversed by a forced laminar flow of humid air. The mathematical model was designed based on the equations of conservation of mass, momentum, energy and diffusion in the gas mixture and the conservation of the total mass flow rate of the two flowing fluids. The systems of equations are discretized by the method of finite differences in implicit scheme then solved by the algorithm of Thomas. The results presented relate to the profiles of velocity, temperature and mass fraction of vapor within moist air. A parametric simulation study of the effect of the operating conditions is then carried out. The results obtained show in particular that the evaporation rate and the parietal heat flux increase with the gas mixture flow rate, the external convective exchange coefficient and the parietal heat flux density. On the other hand, they decrease when the relative humidity of the air and its inlet temperature increase.

In the case of a tube subjected to a uniform parietal heat flux density, the total disappearance of the film can be obtained after a relatively short distance. The increase in the evaporated flow is the result of a regular increase in the heat flux and the temperature difference between the fluid and the wall, thus leading to a rapid evolution of the evaporation process along the flow.

Key words:

Vertical tube, finite differences, forced convection, evaporation, liquid film.

نبذة مختصرة

تحليل عمليات تغيير طور بخار- سائل اثناء تدفق السوائل في انبوب اسطواني

نقدم في هذا العمل نمذجة عددية لظاهرة تبخر غشاء من الماء السائل المتدفق على الجدار الداخلي لأنبوب أسطواني عمودي يمر عبر التدفق الصفحي القسري للهواء الرطب. تم تصميم النموذج الرياضي بناءً على معادلات حفظ الكتلة ، والزخم ، والطاقة ، والانتشار في خليط الغازات والحفاظ على إجمالي معدل التدفق الكتلي للموائع المتدفقة. يتم تحديد أنظمة المعادلات بطريقة الفروق المحدودة في المخطط الضمني ثم يتم حلها بواسطة خوارزمية توماس. تتعلق النتائج المقدمة بملفات تعريف السرعة ودرجة الحرارة والجزء الكتلي للبخار داخل الهواء الرطب. ثم يتم إجراء دراسة محاكاة بارامترية لتأثير ظروف التشغيل. أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها على وجه الخصوص أن معدل التبخر وتدفق الحرارة الجداري يزداد مع معدل تدفق خليط الغاز ومعامل التبادل الحراري الخارجي وكثافة تدفق الحرارة الجدارية. من ناحية أخرى ، تتخفف عندما تزداد الرطوبة النسبية للهواء ودرجة حرارة مدخله. في حالة تعرض الأنبوب لكثافة تدفق حرارة جداري موحدة ، يمكن الحصول على الاختفاء الكلي للغشاء بعد مسافة قصيرة نسبيًا. الزيادة في التدفق المتبخر هي نتيجة الزيادة المنتظمة في تدفق الحرارة وفروق درجة الحرارة بين السائل والجدار ، مما يؤدي إلى تطور سريع لعملية التبخر على طول التدفق.

الكلمات الدالة:

الأنبوب العمودي ، الفروق المحدودة ، الحمل الحراري القسري ، التبخر الغشاء السائل.