

Université ABBES LAGHROUR Khenchela



جامعة عباس لغرور خنشلة
Faculté de Sciences et Technologie
كلية العلوم والتكنولوجيا
Département de Génie Mécanique
قسم الهندسة الميكانيكية



MEMOIRE

**Présenté pour l'obtention du
diplôme deMASTER**

Filière : Génie Mécanique

Option : Génie Des Matériaux

Thème:

**Modélisation de l'évolution du comportement
anisotrope au cours de l'écrouissage :
Étude comparative entre le critère de Hill48 et
BBC2005**

Présenté par :

M. Maallem Nabil
M. Aggoun Khaled

Encadré par:

Pr. Chahaoui Oualid

Jury de soutenance:

Président :	Meddour Belkacem	MCA	Univ. Abbès Laghrou - Khenchela
Examineur :	Chahaoui Oualid	Pr	Univ. Abbès Laghrou - Khenchela
Encadreur :	Groune Brahim	MAA	Univ. Abbès Laghrou - Khenchela

Promotion : 2021-2022

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciements

*Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et
miséricordieux qui nous
a donné la force et la patience d'accomplir ce travail.*

*En second lieu, nous tenons à remercier notre Encadreur Dr :
Chahaoui Oualid Pour ses appréciations compétentes, ses
précieus conseils et son aide durant toute la période du travail.*

*Nous remercions vivement nos familles **Aggoun** et **Maallem** et pour
leur aide matérielle
et morale durant toute la période de préparation.*

*Nous tenons également à exprimer notre gratitude envers tous les
Enseignants et le
Personnel administratif de **L'UNIVERSITE
ABBES LAGHROUR KHENCHELA**
ont contribué à notre formation et à l'élaboration
De ce présent travail*

*Nous remercions tous les personnels de la **F.GM**
à toute notre promotion pour tous, les bons
moments qu'on a passés ensemble.*

*Enfin, nous tenons également à remercier toutes les personnes qui
ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce modeste
travail.*



MERCI

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail :

*A mes parents et mon frère qui tiennent une place immense dans
mon cœur.*

*Tout ce que j'ai accompli dans ma vie, c'est grâce à vous, à
votre soutien, Votre amour et vos sacrifices. Merci
infiniment...*

*A mes amis (Nabil ,Yasser ,Ahmed, Tiwtiw , Houssine,
Zarda, Nadjib, Basbous, Khirou, Djamal .Islam)*

Khaled

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail :

*A mes parents et mes frères qui tiennent une place
immense dans mon cœur.*

*Tout ce que j'ai accompli dans ma vie, c'est grâce
à vous, à votre soutien, Votre amour et vos
sacrifices. Merci infiniment...*

Je remercie également toute l'équipe de KARATE DO

*A mes amis (khaled ,Yasser ,Ahmed, Tiwtiw ,
Houssine, hassan , houssam , karim , kader , aymen
,sofian , mounir ,)*

NABIL

Table des matières

Introduction général	12
-----------------------------------	-----------

Chapitre I bibliographie

I Généralités sur la mise en forme des métaux	15
I.1. Généralités de l'emboutissage industriel	19
I.1.1 Définitions	19
I.1.2 L'emboutissage en température	20
I.1.2.a. L'emboutissage à froid.....	20
I.1.2.b. L'emboutissage à chaud.....	21
I.2. Le laminage	21
I.2.1. Schéma et paramètres de l'emprise lors du laminage.	24
I.2.a Laminage longitudinal.....	24
I.2.b Laminage transversal.	24
I.2.c. Laminage transversal hélicoïda.....	25
I.2.2 Foyer de déformation lors du laminage longitudinal	26

I.2.3. Formules pour calculer la longueur du foyer de déformation et surface de contact du métal avec cylindres.	28
PLASTICITE.....	33
I.3.1. Critère de Von Mises.....	34
I.3.2 Critère de Tresca.....	35
I.4 Plasticité	36
I.4.1. Plasticité associée	36
I.4.1.a. Principe de la maximisation de la dissipation intrinsèque	36
I.4.1.b. Particularisation au critère de von Mises	37
I.4.1.c. Matériaux élastique et parfaitement plastique	38
I.4.1.d . Lois à écrouissage isotrope	39
I.4.1.e. Lois à écrouissage cinématique linéaire	41
I.4.2. Plasticité non associée	43
I.4.2.a. Calcul du multiplicateur plastique.....	44
I.4.2.b. Particularisation.....	44
Chapitre II partie expérimentale et modélisation	
II.1. Propriétés mécaniques de la tôle RRST-1405.....	49
II.2. sultats de caractérisation expérimentale des essais de traction.....	51
II.2.1-Contrainte d'écoulement uniaxiale $\sigma(\Theta)$	51
II.2.2. Coefficient de Lankfordr (Θ)	52
II.3. Application des critères de l'anisotrope.....	53
II.4. Formulation des lois de comportement.....	54
II.5. Identification des paramètres d'anisotropie associés et non associés.....	55
II.6. Identification des paramètres d'anisotropie du critère BBC2005.....	57
II.7 .Dépouillement des données.....	58

II.8.Prévisions graphiques des deux critères dans le cadre des 02 approches de plasticité.....	61
II.9. Modélisation et Optimisation des lois d'écrouissage isotrope.....	62
II.10.Détermination et évolution des paramètres mécaniques : Coefficient de Lankford $r(\theta)$ et la limite d'écoulement $\sigma(\theta)$ sous l'hypothèse non associée.....	64
Conclusion général.....	71

Liste des figures

Figure I.1. Procédé d'emboutissage.....	15
Figure I.2. Procédé d'emboutissage avec freinage de la tôle sous serre-flan.....	15
Figure I.3. Retour élastique.....	16
Figure I.4. Outils d'emboutissage d'aile d'une voiture (Documentation STAMPACK, Société QUANTECH).....	17
Figure I.5. Ligne de presses d'emboutissage.....	17
Figure I.6. Le procédé d'emboutissage en chiffres.....	18
Figure I.7 a) Emboutissage par expansion, b) Emboutissage profond avec rétreint.....	20
Figure I.8 laminage des profilés plans (entre des cylindres lisses).....	23
Figure I.9 Laminage transversal hélicoïdal.....	24
Figure I.10 Foyer de déformation lors du laminage longitudinal.....	25
Figure I.11. Représentation des critères dans l'espace des contraintes dévia toriques.....	35
Figure I.12 – Écrouissage cinématique : relations non linéaire (gauche) et linéaire (droite) entre ϵ et X	42
Figure I.13 Évolution des écrouissages isotrope (à gauche) et cinématique (à droite) en fonction de la déformation plastique dans un cas unidimensionnel.....	47
Figure II.1. Courbe conventionnelle d'un essai de traction.....	49
Figure II. 2. Prélèvement des échantillons de caractérisation en Traction uniaxiale.....	50
Figure II.3. Courbes expérimentales d'écrouissage: a) Conventionnelles b) Rationnelles..	50
Figure II. 4. Contrainte d'écoulement normalisée de l'acier DC04.....	61
Figure II. 5. Coefficient de Lankford normalisé de l'acier DC04.....	61
Figure II. 6. Optimisation par la loi de Hockett-Sherby(Fitting result for Hockett-Sherby model).....	63
Figure II.7. The experimental plastic flow ratios of uniaxial tensile tests of RRST 1405...	64
Figure II.8. Sous l'hypothèse des 02 plasticités, la prévision du critère de Hill48 de l'évolution des propriétés mécaniques (Contrainte d'écoulement et Coefficient de Lankford) dans le plan de la tôle en fonction de déformation plastique.....	69
Figure II.9. Sous l'hypothèse des 02 plasticités, la prévision du critère de BBC2005 de l'évolution des propriétés mécaniques (Contrainte d'écoulement et Coefficient de Lankford) dans le plan de la tôle en fonction de déformation plastique.....	70

Liste Tableau

Tableau I.1 . Variables et forces thermodynamiques associées dans le modèle.....	45
Tableau II.1. Propriétés mécaniques de l'acier RRST 14-05.....	49
Tableau II.2. Contrainte d'écoulement uniaxiale.....	51
Tableau II.3. Les différents résultats expérimentaux obtenus pour cette contribution.....	52
Tableau II.4. Les contrainte d'écoulement suivant chaque 15° de la direction de laminage.....	53
Tableau II.5. Les valeurs des contraintes d'écoulements normalisées.....	53
Tableau II.6. Les coefficients de l'anisotropie de Lankford suivant chaque 15° de la direction de laminage.....	53
Tableau II.7. Les valeurs de coefficient de Lankford normalisées.....	53
Tableau II.8. Propriétés mécaniques de l'acier DC04 dans trois directions.....	58
Tableau II 9. Propriétés mécaniques de l'acier DC04 dans trois directions.....	58
Tableau II. 10. Paramètres d'anisotropie calculés pour l'acier DC04 dans les deux approches.....	59
Tableau II. 11. Propriétés mécaniques de l'acier DC04 dans trois directions.....	59
Tableau II.12. Contrainte d'écoulement normalisée.....	60
Tableau II. 13. Paramètres d'anisotropie calculés pour l'acier DC04 dans les deux approches.....	60
Tableau II. 14. Fitting data for Hockett-Sherby hardening law.....	63
Tableau II. 15. Les constantes de l'ajustement linéaire.....	65
Tableau II.16. Les paramètres du Poly2.....	66
Tableau II.17. Evolution de contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ (MPa) en fonction de $\bar{\varepsilon}^p$	66
Tableau II. 18. Evolution de coefficient de Lankford $r(\theta)$ en fonction de $\bar{\varepsilon}^p$	67
Tableau II. 19. Paramètres d'anisotropie calculés pour l'acier DC04 dans les deux approches.....	67
Tableau II.20. Paramètres d'anisotropie calculés pour l'acier DC04 dans les deux approches.....	68

Introduction générale

Introduction générale

Cadre théorique, conceptuel et industriel :

Au cours de processus thermomécanique de du produit laminée destinée à l'emboutissage utilisé dans l'industrie automobile, l'aéronautique, l'électroménager, etc., Cela introduit une orientation préférentielle des grains (textures cristallographiques) dans la direction de l'outil de déformation, notamment lors du laminage à froid. Des **irrégularités géométriques** apparaissent à la fois sur les échantillons de caractérisation lors de sollicitation uniaxiale et sous forme des '**cornes**' aux cours de l'opération de l'emboutissage des tôles métalliques dues aux fortes concentrations de l'anisotropie mécanique.

Dans le plan de la tôle et entre l'intervalle d'orientations entre $0^\circ=DL$ et $90^\circ=DT$, il existe une relation directe, pendant L'évolution de ce comportement anisotrope au cours de déformation plastique avec la distribution des coefficients de Lankford et la contrainte d'écoulement et les anomalies de déformation citée précédemment. La bonne prévision de ces deux paramètres d'anisotropie, justifié le choix approprié d'une fonction de modélisation.

Fondamentalement la plupart des critères de plasticité anisotropes reposent sur l'hypothèse de la plasticité associée (AFR= Associated Flow Rule= Plasticité classique) qui stipule que la contrainte d'écoulement se coïncide parfaitement avec le potentiel plastique de déformation. En d'autres termes, la direction du tenseur de vitesse de déformation plastique est strictement normale à la surface de fonction du tenseur de contrainte. Au cours de la dernière décennie, une plus grande attention a été portée sur le développement et la mise en œuvre de la non-AFR (NAFR= Non Associated Flow Rule= Plasticité modère) pour la plasticité des métaux. Le découplage entre les deux fonctions, celle, de la contrainte d'écoulement et du potentiel plastique.

Deux grandeurs mécaniques à évaluer vont subir l'impact de cette histoire de variation au fil de déformation et il s'agit de l'évolution de La contrainte d'écoulement et le coefficient d'anisotropie ou coefficient de Lankford dans le plan de la tôle laminée.

Pour mener cette contribution, on propose un support d'étude théorique basé sur deux critères plastiques, le premier est quadratique de **Hill48** cependant le seconde est non quadratique de **BBC2005** dans le cadre de l'hypothèse de plasticité non associée ou la contrainte d'écoulement est totalement découplée du potentiel plastique de déformation. Pour mener bien cette contribution, on a proposé d'organiser le mémoire en deux (2) grandes parties :

Introduction générale

Le premier chapitre est une brève synthèse bibliographique englobant les concepts scientifiques et industriels de base qui nous permettent de comprendre certaines notions de déformation et mise en forme des matériaux en général. Nous considérons le laminage comme un très bon exemple d'étude pour les grandes déformations et à l'application des lois de la mécanique des milieux continus ainsi que divers travaux scientifiques concernant ces procédés.

Le second est composé de deux parties essentielles :

-Partie expérimentale fournie par L'entreprise Publique économique dénommée « ETRAG » (Entreprise des Tracteurs Agricoles) de la nuance **RRST-1405**, ce sont des aciers de la gamme allant du DC03 au DC06 (03 à 06 : Indice d'emboutissage (capacité d'une tôle à subir une déformation. La partie expérimentale consiste à caractériser uniaxialement par d'essai de traction 7 échantillons suivant 7 directions écartés de 15° par rapport à la direction de laminage dans le plan de la tôle.

- Partie modélisation mécanique

Dont laquelle nous présentons les concepts mathématiques de base de l'anisotropie plastique en utilisant une forme quadratique anisotrope initialement proposée en 1948 par Hill et une autre forme récente, celle de BBC2005. Les prévisions ainsi que l'évolution des paramètres mécaniques d'anisotropie sont obtenues par l'application de 02 logiques de plasticité (associée et non associée) pour deux stades d'anisotropies (initiale et évolutive).

Enfin, nous terminons notre travail par une conclusion générale.

Chapitre I
bibliographie

1 Généralités sur la mise en forme des métaux

L'emboutissage consiste alors à fabriquer, à partir d'un flan plan de faible épaisseur, une pièce de forme complexe généralement non développable. Le flan étant plaqué, avec une certaine force contre la matrice, par le serre-flan et mis en forme par avancée du poinçon à l'aide d'une presse.[1]

Nous pouvons présenter le procédé d'emboutissage comme suit (Figure 2 et 3) :

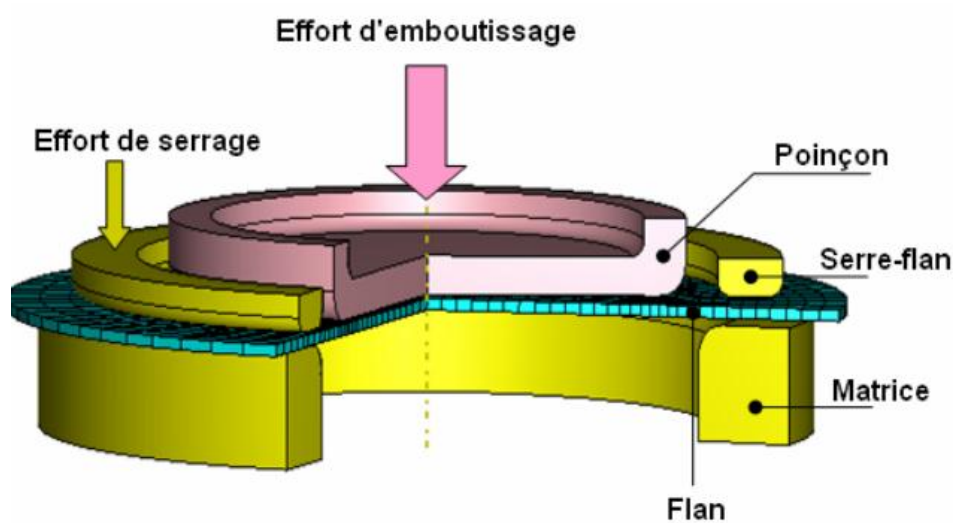


Figure I.1. Procédé d'emboutissage.

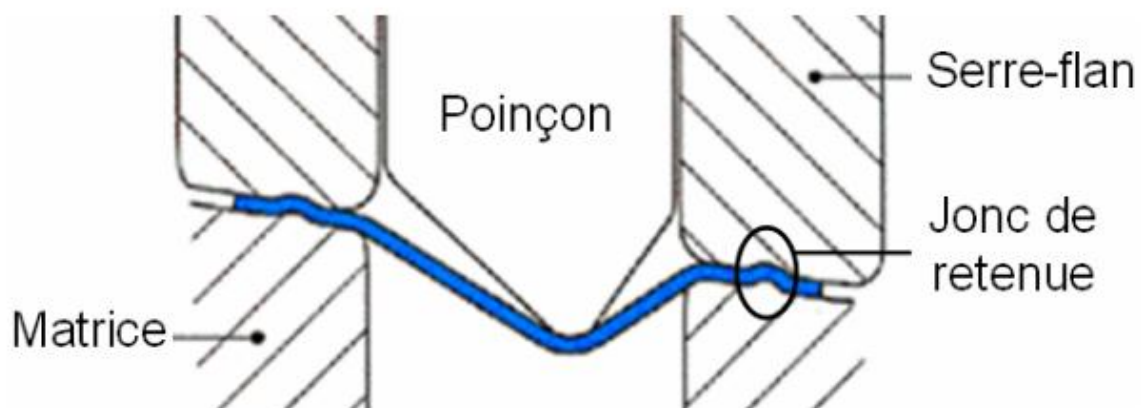


Figure I.2. Procédé d'emboutissage avec freinage de la tôle sous serre-flan.

Le processus d'emboutissage se décompose de la manière suivante :

- Définition de la direction d'emboutissage .
- Définition du contour et de la position du flan initial .
- Descente du serre-flan pour plaquer la tôle sur la matrice .
- Mise en forme de la tôle par avancée du poinçon .
- Découpage des habillages de l'embouti afin d'obtenir la pièce finale.

Au cours de l'opération d'emboutissage, le flan est tout d'abord pincé entre la matrice et le serre-flan puis, lorsque le serrage est effectué, le poinçon descend à l'intérieur de la matrice entraînant ainsi le métal dans sa course et l'obligeant à épouser son contour sous l'effet des tensions engendrées par la retenue du serre-flan. Comme pour tous les procédés de formage, l'opération d'emboutissage engendre de grandes déformations dans la tôle. Si les conditions opératoires ne sont pas optimales, ces déformations conduisent à des défauts comme la rupture, le plissement et des distorsions géométriques dues au retour élastique (Figure 4).[2]

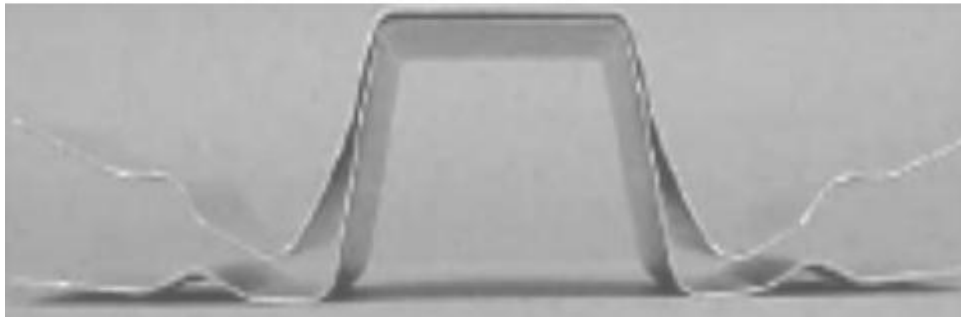


Figure I.3. Retour élastique.

Le procédé d'emboutissage est important dans les divers secteurs industriels : transport, carrosserie automobile (Figure 5), appareils électroménagers, emballages métalliques, etc. Un des intérêts principaux expliquant le succès de ce procédé réside dans la variété des composants réalisables et la cadence de production élevée.



Figure I.4. Outils d'emboutissage d'aile d'une voiture (Documentation STAMPACK, Société QUANTECH).

L'opération d'emboutissage peut se faire à froid ou à chaud, par l'intermédiaire d'une presse ou d'une ligne des presses lorsque plusieurs opérations sont nécessaires (Figure 5).

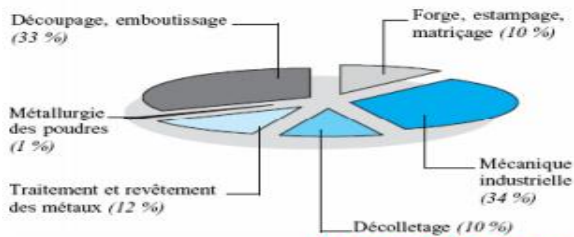


Figure I.5. Ligne de presses d'emboutissage.

D'après une étude du Service des Études et des Statistiques Industrielles en 2004 du Ministère de l'Économie des Finances et de l'Industrie de France, les entreprises travaillant dans le secteur Découpage emboutissage, occupent la première place des fournisseurs de pièces et d'équipements automobile, avec 47% des investissements (Figure 7).[3]

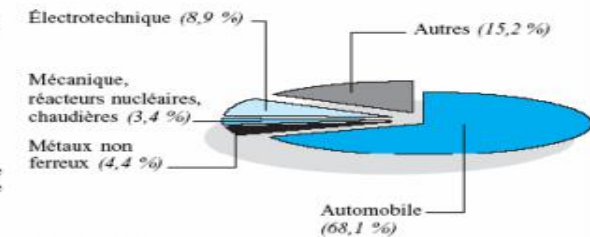
RÉPARTITION DU CHIFFRE D'AFFAIRES DES SERVICES INDUSTRIELS

Facturations : 14 842 millions d'euros



L'AUTOMOBILE : MARCHÉ MAJORITAIRE

Facturations : 4 872 millions d'euros



RÉPARTITION DES SERVICES INDUSTRIELS DESTINÉS À L'AUTOMOBILE

Facturations : 7 099 millions d'euros

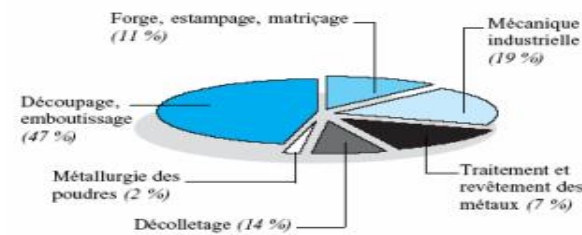


Figure I.6. Le procédé d'emboutissage en chiffres.

Le secteur découpage emboutissage, qui est la deuxième grande composante des services industriels en terme de chiffre d'affaires (33%), est caractérisé par sa forte corrélation avec l'industrie automobile qui représente plus des deux tiers de ses débouchés (68.1%). Les fournisseurs de cette branche bénéficient tout naturellement de la demande en provenance de ce secteur. Mais ils doivent suivre les orientations stratégiques des constructeurs automobiles et les nouveaux besoins des consommateurs.

Comme pour tous les procédés de mise en forme des matériaux métalliques (estampage, découpage, pliage, forgeage, fonderie, etc.) les exigences actuelles sont de plus en plus grandes, et la compétition industrielle se joue désormais en grande partie sur la qualité des produits et la fiabilité du procédé.[4]

A cet égard, les entreprises se tournent de plus en plus vers les innovations du procédé afin d'identifier les technologies clés pour :

- Améliorer la qualité des pièces embouties et la flexibilité des outils .
- Réduire les coûts de la production .
- Améliorer la productivité et la compétitivité.

Les principaux paramètres du procédé sont :

- L'épaisseur initiale de la tôle .
- La loi de comportement du matériau et l'anisotropie de ce dernier .
- La vitesse du poinçon .
- La position du flan initial et le dimensionnement du contour initial.
- La force de serrage serre-flan et les coefficients de frottement, ainsi qu'éventuellement la forme et la position de joncs (Figure 3).

La réalisation d'un emboutissage s'avère donc complexe, et sa réussite est souvent liée à l'expérience. En effet, l'emboutissage se définit, rappelons

– par une transformation permanente d'une feuille de métal en une forme tridimensionnelle par l'action d'outils.

Ce qui permet de mettre en exergue les aspects suivants :

- Les grandes transformations géométriques d'une structure mince .
- Le comportement élastoplastique anisotrope du matériau .
- Les contacts et frottements entre les outils et la tôle.

I.2 Généralités de l'emboutissage industriel

I.2.1 Définitions

L'emboutissage industriel est un procédé de formage en série par déformation à chaud ou à froid des métaux visant à transformer une tôle en une pièce plus ou moins creuse de surface non développable.[5]

Dans le cas d'emboutissage de tôles minces, cette dernière se présente sous la forme d'une feuille de moins de 3 mm d'épaisseur, appelé flan. Ce mode de formage s'effectue sur une presse au moyen d'un outillage dont la configuration détermine l'effet obtenu sur le flan

- Outils à simple effet : configuration la plus simple, composée principalement d'une matrice et d'un poinçon.
- Outils double effet : comprend en plus de l'outil simple effet, un serre-flan.

- **Modes d'emboutissage**

L'emboutissage impose à la tôle différents modes de déformation dont le but est l'obtention d'une surface creuse. Le type d'outillage conditionne les deux cas limites de déformation :

L'expansion : c'est l'accroissement du diamètre d'un corps creux, par action sur sa paroi interne à l'aide d'un outil, d'un fluide ou d'un matériau élastique. Le schéma (Figure 7-a) met en évidence un emboutissage par expansion sur le poinçon, le flan étant bloqué sous le serre-flan, l'épaisseur sous le poinçon diminue.

Le rétreint: c'est la réduction diamétrale de l'extrémité ouverte d'un corps creux. Le schéma (Figure 7-b) montre un emboutissage profond avec rétreint du métal glissant sous le serre-flan, l'épaisseur entre serre-flan et matrice peut augmenter.[6]

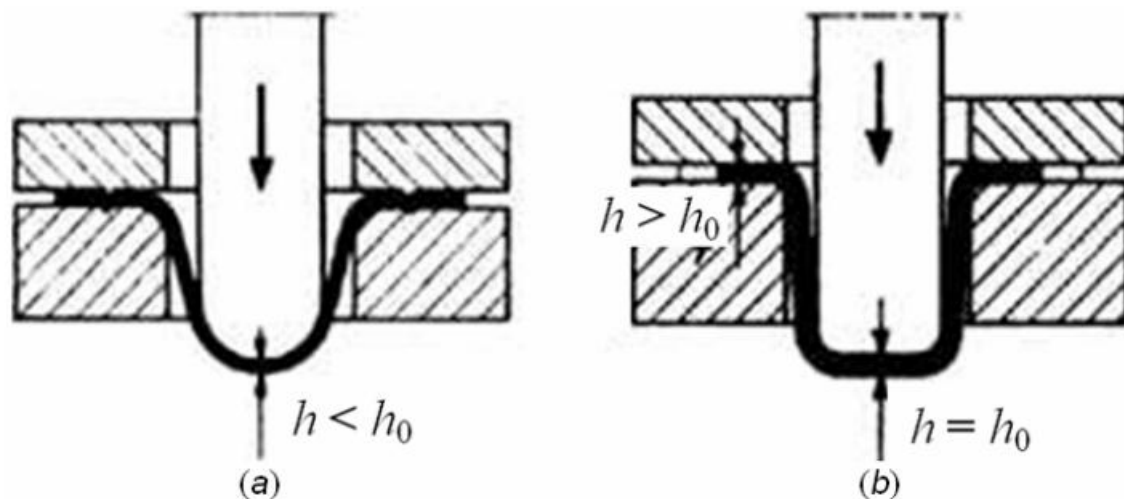


Figure I.7a) Emboutissage par expansion, b) Emboutissage profond avec rétreint.

I.2.2 L'emboutissage en température

Il existe deux techniques d'emboutissage :

I.2.2.a. L'emboutissage à froid

Cette technique consiste à former une pièce à température ambiante. Elle est principalement utilisée sur un outillage double effet mais peut aussi l'être sur un outillage simple effet dans le cas où les emboutis sont peu profonds ou s'ils nécessitent peu d'effort de serrage. Ce type de formage permet d'obtenir une meilleure précision dimensionnelle,

limite les coûts et évite la formation d'oxyde. Néanmoins, l'épaisseur des tôles à emboutir ainsi que les caractéristiques mécaniques sont à l'origine des limitations de cette technique. En effet, il devient nécessaire pour les grandes épaisseurs d'effectuer l'emboutissage en plusieurs passes. A ceci, il faut ajouter d'une part l'effet de l'érouissage apparaissant lors de la mise en forme et se traduisant par un durcissement structural et une baisse de la ductilité. D'autre part, la création de contraintes résiduelles au sein de la pièce finie en limite ses applications (risque de rupture fatigue).

I.2.2.b. L'emboutissage à chaud

Principalement utilisé sur presses hydrauliques simple ou double effet, le formage de fonds de réservoir en acier est le plus important domaine d'application. Cette technique facilite la déformation du matériau, permet l'emboutissage de pièces profondes par chauffage du flan (et de la matrice) et évite l'érouissage et la formation de contraintes résiduelles. Les cadences de production de l'emboutissage à chaud sont moins élevées que celles de l'emboutissage à froid du fait de l'inertie de chauffage. De plus les pièces finies sont de moins bonne qualité, que ce soit au niveau de l'état de surface ou du dimensionnement. Enfin, cette technique nécessite des mises au point de la sécurité plus importantes.[7]

I.2.Le laminage

Le fond métallurgique et le niveau de la production d'acier dans un pays déterminent la puissance de celui-ci car l'acier est la base de toute industrie.

Les composantes principales de ces fonds sont :

1. produits laminés
2. pièces coulées en acier
3. pièces coulées.

Parmi ces trois procédés la première place revient aux produits laminés et constitue les 80%. De plus le pourcentage des produits laminés ne cesse d'augmenter, de nos jours la gamme des produits laminés, comprend plus de 5000 profilés, parmi ces

profilés nous avons :

- les tôles (fortes, moyennes, minces)
- les profilés longs (carres, hexagonaux, ronds... etc.)
- les tubes (soudés, et sans soudures)
- les profilés spéciaux (roue dentée, arbre à boudin)

Ce qui fait l'importance du laminage, pour la mise en forme et le traitement des métaux par déformation c'est :

1. la continuité du procédé
2. la productivité (haute)
3. l'obtention d'une gamme de profilés de haute qualité

Le laminage comme les autres procédés est basé sur la capacité des métaux de se transformer plastiquement sous l'action des forces extérieures. Il a été décrit en 1499 ??? Par Leonard de Vinci, comme étant un procédé continu de déformation plastique. Les outils travaillant le métal ont la forme de corps de révolution tournants, dans la plus part des cas des cylindres ou galets, le nombre de cylindres peut varier de 2 à 4 et plus.

Le laminage permet non seulement d'obtenir la forme et les dimensions des profilés laminés, mais aussi de changer la structure et les propriétés du métal, d'où amélioration des caractéristiques mécaniques et physiques des métaux. Ces opérations s'effectuent dans des laminoirs de tailles et de constructions différentes. Pour cela on utilise les classifications suivantes [8]

1- classification suivant le sens du traitement :

- a- laminage longitudinal
- b- laminage transversal
- c- laminage transversal hélicoïdal
- d- laminage longitudinal hélicoïdal

2- classification suivant l'état du métal déformé.

- a- laminage à chaud ou la T° est supérieure à la T° de recristallisation.

b- Laminage à froid ou la T° est inférieure à la T° de recristallisation.

c- Laminage à tiède T° proche de la T° de recristallisation

3- classification suivant la forme des produits

a- laminage des profilés plans (entre des cylindres lisses)

b- laminage des profilés long (entre des cylindres cannelés)

c- laminage des profilés creux (tubes)

d- laminages des profilés spéciaux (roues dentées)

Suivant les schémas des forces en action agissant sur la barre, les conditions de contact métal cylindre, l'état de contraintes de déformation et les vitesses de rotation des cylindres, on distingue les procédés symétriques et asymétriques. Le procédé de laminage entre deux cylindres est symétrique s'il existe une analogie parfaite du schéma des forces en action de la part de chaque cylindre de plus les conditions de contact doivent être les mêmes au niveau de chaque cylindre participant au procédé.

Considérons le procédé de laminage le plus simple ou le métal ne subit que l'effort fourni par les cylindres, caractérisé par un moment uniforme à l'entrée et à la sortie du foyer de déformation et où les cylindres ont mêmes vitesses et mêmes diamètres et les propriétés du métal sont homogènes suivant tout le volume.

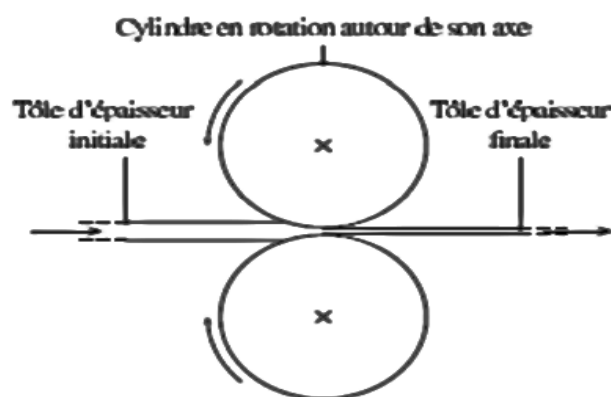


Figure I.8 laminage des profilés plans (entre des cylindres lisses)

Ce cas de laminage permet d'analyser des phénomènes dans le métal pris entre les cylindres.

Cette analyse a donné naissance à la théorie de laminage. Elle est basée sur la notion de mécanisme de plasticité, d'élasticité et sur les hypothèses fondées sur les expériences. Elles ont guidé les constructeurs des laminoirs en leur donnant la possibilité de déterminer la résistance du métal et les forces agissant sur les équipements.

I.2.1 Schéma et paramètres de l'emprise lors du laminage.

I.2.1.a Laminage longitudinal :

Il consiste à faire passer le métal entre les cylindres tournants en sens inverses et où l'entraînement de celui-ci ne s'effectue que sous l'effet des frottements de contact. (L'axe longitudinal de la barre est perpendiculaire à l'axe des cylindres). Le laminage longitudinal est le plus répandu des traitements des métaux par déformation, il consiste à réduire la hauteur de la barre et augmenter la longueur et la largeur, il peut être effectué à chaud, à froid ou à tiède. On utilise aussi pour la fabrication des profilés longs, plans, des tubes sans soudures.... Etc.

I.2.1.b Laminage transversal.

Il est utilisé généralement pour l'obtention des produits ayant la forme de corps de révolution.

I.2.1.c Laminage transversal hélicoïdal

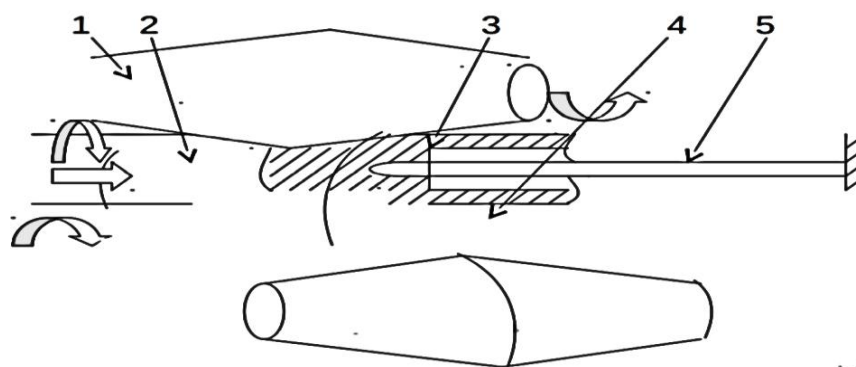


Figure I.9 Laminage transversal hélicoïdal

1 : cylindre supérieur. 2 : ébauche. 3 : ébauche percée. 4 : cylindre inférieur. 5 : mandrin.

Les cylindres de travail anticipent la forme spéciale biconique, pour assurer une réduction croissante de l'ébauche à l'entrée du foyer de déformation grâce à l'inclinaison

du cylindre par rapport à l'axe de l'ébauche, cette dernière non seulement tourne analogiquement au mouvement de rotation lors du laminage transversal mais aussi avance en mouvement hélicoïdal. Le laminage oblique est utilisé pour le perçage des ébauches unies en ébauches creuses, pour la fabrication des tubes sans soudure, pour maintenir l'ébauche entre les cylindres on utilise des sabots de guidage. En place aussi entre les cylindres, un mandrin, porté par une tige butée. Lors du laminage oblique l'ébauche a percer subit des contraintes de torsion et de compression de la part des cylindres. Dans la zone centrale du métal on observe la formation des contraintes de traction, ces contraintes alternées au cours de la rotation de l'ébauche provoque la formation d'une cavité à l'intérieur de l'ébauche. La destination du mandrin dans la plus part des cas à la limite a donner une forme régulière et un bon état de surface a ce déchirement.

I.2.2 Foyer de déformation lors du laminage longitudinal

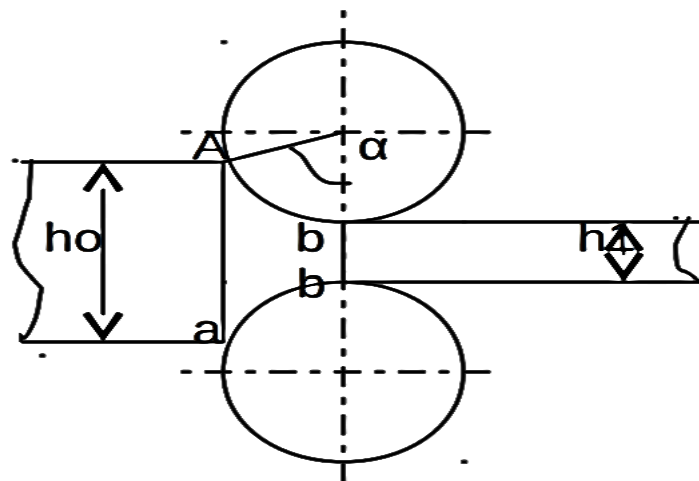


Figure I.10 Foyer de déformation lors du laminage longitudinal

ab : arc de l'emprise

α : angle d'entraînement.

Le volume limité par les arcs de l'emprise et les bords latéraux de la bande ainsi le plan d'entrée et le plan de sortie est appelé « foyer de déformation » On l'appelle aussi foyer géométrique. On distingue aussi le foyer physique qui est le volume du métal ou la déformation a eu lieu en un laps de temps déterminé. Les dimensions qui caractérisent le

foyer de déformation géométrique sont : lc : longueur du foyer de la projection de l'arc qui est la distance entre le plan d'entrée « aa » et le plan de sortie « bb ».

b_m : largeur moyenne du foyer de déformation $b_m = (b_o + b_1) / 2$

h_m : épaisseur moyenne du foyer de déformation $h_m = (h_o + h_1) / 2 = (h_o * h_1)^{1/2}$

Mais les valeurs sont des dimensions absolues de l'emprise de déformations pour faire la comparaison entre les différents foyers, on utilise les paramètres ou rapports de ces dimensions. Exemple lc/h_m : caractérise la forme de la section longitudinale du foyer de déformation ou coefficient de forme du foyer.

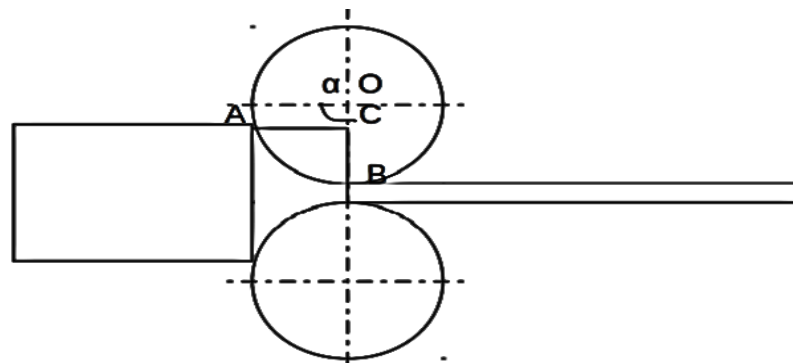
Tôles minces : $lc/h_m = 5 - 8$

Tôles fortes : $lc/h_m = 0,1 - 0,5$

Considérons le rapport b_m/lc qui caractérise la forme de la section du plan du foyer de déformation ou la projection horizontale de l'emprise. On peut considérer comme caractéristique du foyer de déformation la formule qui établie la relation entre les valeurs suivants :

$$\Delta h, \alpha, D$$

Considérons le triangle ABC



$$\cos \alpha = OC/OA$$

$$OC = OB - BC = R - (h_o - h_1)/2$$

Donc:

$$\cos \alpha = \frac{R - \frac{h_0 - h_1}{2}}{R} = 1 - \frac{\Delta h}{2R} = 1 - \frac{\Delta h}{D}$$

Le développement en série de Mac Laurin de la fonction $\cos \alpha$ donne :

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \frac{\alpha^6}{6!} + \dots$$

A partir de $\alpha^4 / 4 ! - \alpha^6 / 6 !$, les valeurs sont négligeable par rapport à $1 - \alpha^2 / 2 !$. Alors sachant que

$$\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2 / 2 !$$

$\cos \alpha \approx 1 - \Delta h / D$ donc on peut conclure que $1 - \alpha^2 / 2 ! \approx 1 - \Delta h / D$ donc $\alpha^2 / 2 = \Delta h / D$ alors

$$\alpha^2 = \Delta h / R$$

Ou l'angle α varie de :

$\alpha = 25^\circ$ à 30° pour les bloomings et brames

$\alpha = 8^\circ$ à 10° pour les tôles minces à chaud

$\alpha = 2^\circ$ à 5° pour le laminage des tôles minces à froid

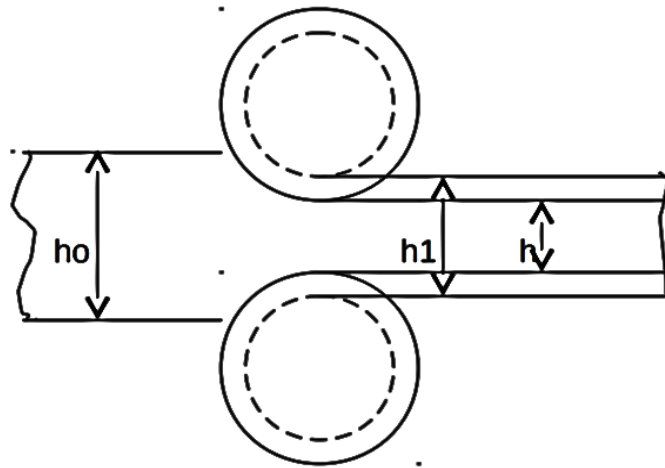
$\alpha = 14^\circ$ à 16 pour le laminage des tôles fortes.

Ces formules ne sont valables que pour le procédé stabilisé de laminage, c'est-à-dire pour le cas où le métal à déformer remplit le foyer de déformation ainsi que les extrémités d'avance et de sortie des cylindres. Lors de l'entraînement initial, l'évaluation des paramètres considérés doit être corrigée

Pour tenir compte du cépage de la cage de travail (déformation élastique de la cage), par exemple nous devons utiliser la formule suivante :

$$\Delta h = D(1 - \cos \alpha) ; \Delta h = \alpha_s^2 R.$$

$\delta = h_1 - h$ cépage de la cage (déformation élastique de tous les éléments constituant la cage de travail)



$$\alpha_s = \sqrt{\frac{h_0 - h_1}{R}} = \sqrt{\frac{h_0 - (h_1 - \delta)}{R}} = \sqrt{\frac{\Delta h + \delta}{R}}$$

I.2.3 Formules pour calculer la longueur du foyer de déformation et surface de contact du métal avec cylindres.

La projection de l'arc de contact

$$l_c = AC = R \sin \alpha$$

D'après le théorème de Pythagore

$$\begin{aligned} AC^2 &= OA^2 - OC^2 \\ AC &= (OA^2 - OC^2)^{1/2} \\ AC &= (R^2 - (R - \Delta h/2)^2)^{1/2} \end{aligned}$$

ce qui nous donne

$$\begin{aligned} AC &= (R \Delta h - (\Delta h/2)^2)^{1/2} \\ l_c &= (R \Delta h - (\Delta h/4)^2)^{1/2} \end{aligned}$$

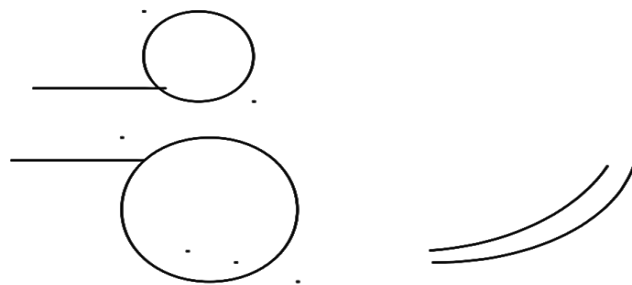
L'analyse de cette formule montre que $R \Delta h \gg (\Delta h/4)^2$, ce qui nous permet de négliger $(\Delta h/4)^2$, ce qui donne la formule approximative de l_c :

$$l_c = (R \Delta h)^{1/2}$$

en pratique si l'on néglige la valeur $(\Delta h/4)^2$ par rapport au produit $(R \Delta h)$, on passe de la longueur AC à la corde AB et si l'angle d'entraînement α est assez petit cette substitution ne donne qu'une erreur négligeable.

NB : on utilise cette formule pour déterminer la longueur du foyer de déformation uniquement pour les matériaux plastiques ou des aciers chauffés, c'est-à-dire quand on peut négliger l'aplatissement élastique des cylindres. Car lors du laminage à froid des aciers ou la pression des cylindres est grande, il faut tenir compte de l'écrasement des cylindres et la déformation élastique du produit laminé. Considérons le schéma de l'écrasement élastique des cylindres et de la bande lors du laminage des aciers à froid. (Voir plus loin)

Dans le cas où les diamètres des cylindres de travail qui participent à la déformation sont différents, nous devons utiliser pour la détermination de la longueur du foyer de déformation le diamètre réduit :



$R_1 < R_2$ le diamètre réduit est :

$$R_{red} = \frac{2R_1R_2}{R_1 + R_2}$$

D'où la longueur de l'emprise :

$$l_c = \sqrt{\frac{2R_1R_2}{R_1 + R_2}} \cdot \Delta h$$

I.2.4 Calcul des surfaces de contact.

La surface de contact du métal à déformer entre les cylindres est déterminée par

$$F_{con} = R \cdot \alpha \cdot bm$$

Où $R\alpha$: arc de contact ; bm : largeur moyenne du produit

Mais, pour des buts pratiques, la projection de la surface réelle de contact sur le plan horizontal est beaucoup plus utilisée, ce qui donne :

$$F_{con} = l_c \cdot bm = (R\Delta h)^{1/2} \cdot bm$$

Pour le laminage des aciers a froid, la surface de contact sera égale à :

$F_{con} = l_{app} . b_{mlapp}$: longueur du foyer avec des cylindres aplatis.

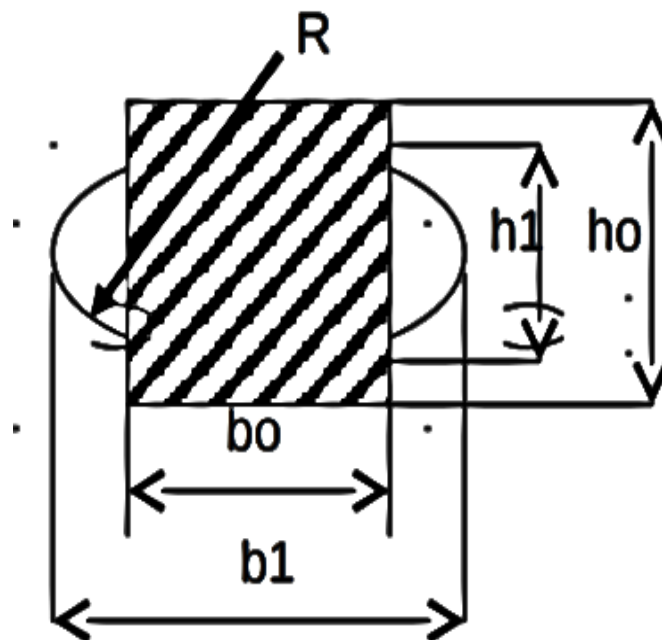
Pour les produits larges, on considère que l'élargissement est négligeable, donc

$$F_{con} = b . l_c$$

Pour le laminage des profils on utilise soit la méthode graphique soit les formules approximatives.

Considérons quelques formules pour la détermination des surfaces de contact lors du laminage des profilés

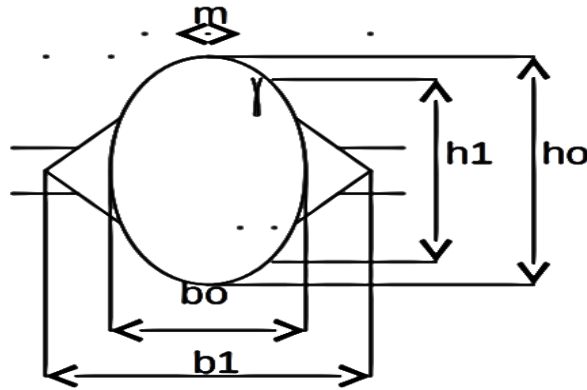
I.2.4.a. laminage des profilés carrés dans une cannelure oval



$$F_{cont} = \left(0.5 + \frac{b_0}{b_0 + b_1} \right) (b_0 + b_1) . \sqrt{R \Delta h}$$

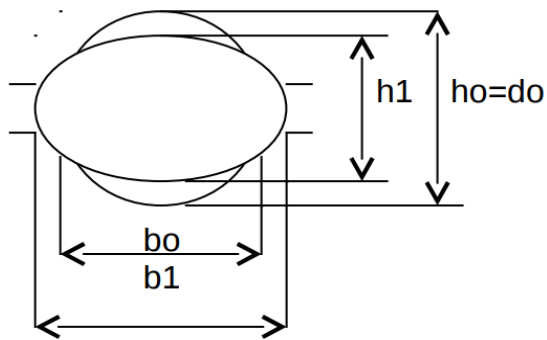
$$F_{cont} = 0,54 (b_0 + b_1) (R \Delta h)^{1/2} ; \varepsilon = \Delta h / h_0$$

I.2.4.b laminage d'une barre ovale dans une cannelure ovale.



$$F_{cont} = (0,6 b_1 + 0,4m)(R \Delta h)^{1/2}$$

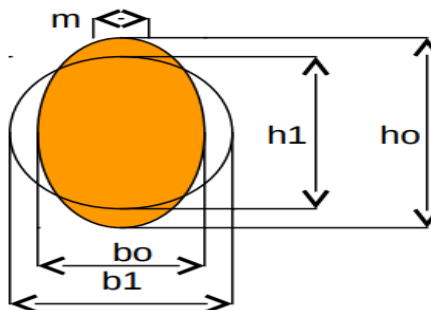
I.2.4.c. laminage d'une barre ronde dans une cannelure ovale.



$$F_{cont} = 0,4(do+bo)(R\Delta h)^{1/2}$$

$$\Delta h = h_{om} - h_{1m}$$

I.2.4.d. laminage d'une barre ovale dans une cannelure ronde.



$$F_{cont} = (0,6 + 0,4m)(R\Delta h)^{1/2}$$

Les exemples considérés pour la détermination de la surface de contact sont relativement simples, pour les cannelures compliquées (rails, ...) on utilise la méthode graphique.

I.2.5 Conditions d'engagement de la barre par les cylindres lors du laminage longitudinal

Pour mieux considérer les conditions d'engagement de la barre, il nous faut examiner dans quelles conditions la barre peut être entraînée par les cylindres.

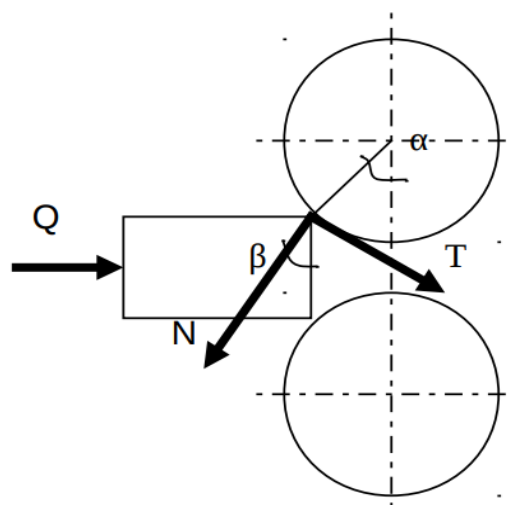
Nous savons que, pour les forces de frottement prennent naissance au contact métal cylindres, il faut que la barre soit poussée contre les cylindres.

En pratique la barre est poussée contre les cylindres uniquement par les rouleaux transporteurs sur lesquels elle se déplace.

Si la force de poussée appliquée à la barre est très petite et cette force peut être supprimée dès que la barre effectue un mouvement aussi petit dans le sens d'engagement, on parle d'engagement libre.

Nous savons que le laminage s'effectue grâce aux frottements qui naissent entre les cylindres et la barre.

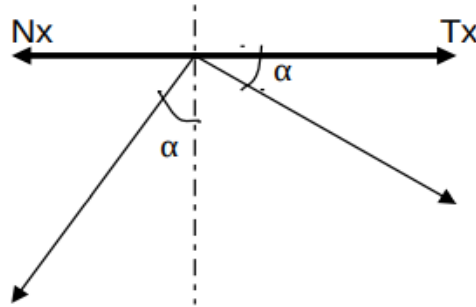
Avant l'engagement, au point de contact nous avons deux forces : normale N et tangentielle T .



$$T = fN \text{ ou } f = \text{tg } \beta$$

Ceci d'après la loi de Coulomb, on peut constater d'après le schéma que la force N est repoussante et au contraire T est entraînante.

Il est évident que l'engagement de la barre dépend du rapport de ces deux forces ou plus précisément de la valeur de leur projections horizontales.



D'où $N_x > T_x$ pas d'engagement
 $N_x < T_x$ présence d'engagement
 $N_x = T_x$ condition d'équilibre.

Soit $N_x = N \sin \alpha$

$T_x = T \cos \alpha$

T étant égale à fN donc $T_x = fN \cos \alpha$ ou $f = \tan \beta$, ce qui nous donne pour un engagement libre :

$N \sin \alpha < \tan \beta N \cos \alpha$ donc $\sin \alpha / \cos \alpha = \tan \beta$ donc $\alpha < \beta$

I.3 CRITERES DE PLASTICITE

La limite d'élasticité est la contrainte au-dessus de laquelle apparaissent les premières déformations plastiques irréversibles. En deçà de cette limite, toutes les déformations générées pendant le chargement de l'éprouvette peuvent être recouvrées. La généralisation tridimensionnelle pour le cas d'un chargement complexe de cette définition du domaine élastique obtenu lors d'un essai uniaxial (traction ou compression) est appelée critère de plasticité. Elle permet de définir, dans l'espace des contraintes, la région pour laquelle le matériau aura un comportement élastique. Pour les métaux isotropes les deux critères isotropes les plus utilisés sont ceux de Von Mises et de Tresca.

L'expression de ces critères dépend à priori de toutes les composantes du tenseur des contraintes ainsi que de la limite élastique σ_x . En raison de l'isotropie et donc de

l'invariance

par rapport aux repères, seuls les trois invariants du tenseur des contraintes peuvent entrer en compte. De plus, en raison de l'incompressibilité plastique par rapport à la contrainte

hydrostatique, seuls les J_2, J_3 du déviateur des contraintes, σ peuvent invariants et intervenir.

Nous obtenons ainsi l'expression générale des critères isotropes :

$$f(J_2, J_3, \sigma_s) = 0 \text{ avec } J_2 = \left(\frac{3}{2} \cdot \sigma'_{ij} \cdot \sigma'_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} ; J_3 = \left(\frac{9}{2} \cdot \sigma'_{ij} \cdot \sigma'_{jk} \cdot \sigma'_{ki} \right)^{\frac{1}{3}}$$

I.3.1 Critère de Von Mises

Le critère de Von Mises a été établi en considérant que le seuil de plasticité est lié à l'énergie élastique de cisaillement, W_d qui est une fonction du produit tensoriel contracté sur deux indices du déviateur du tenseur des contraintes.

$$W_d = \frac{1}{4\mu} \sigma' : \sigma' = \frac{1}{6\mu} \sigma'_{ij} \cdot \sigma'_{ij} = \frac{1}{6\mu} J_2(\sigma')^2$$

Lorsque la limite d'élasticité σ_{x_s} est atteinte au cours d'un essai de traction pur, l'état de

Contrainte est simple, $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_s & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ et l'énergie élastique de cisaillement se déduit

$$\sigma' = \sigma - \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma) \cdot I \quad W_d = \frac{1}{4\mu} \sigma' : \sigma' = \frac{1}{6\mu} \sigma_s^2$$

En égalant l'énergie élastique de cisaillement d'un état de contrainte quelconque avec celle d'une traction uni

axiale correspondant à l'obtention de la limite élastique, on aboutit à l'expression du critère de Von Mises :

$$f = \sigma_s - J_2 = J_2(\sigma') - \sigma_s = 0$$

Ainsi, l'état de contrainte $\sigma_{\text{eq}} = \sigma_x$ est équivalent au sens de Von Mises à tel que

Unidimensionnel Nous appellerons dorénavant contrainte de Von Mises défini par la

Contrainte $J_2(\sigma')$, qui est à comparer avec la limite d'élasticité en traction ou définie par en

compression

L'expression développée de ce critère dans l'espace des contraintes est

$$\sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6. (\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2) \right]} - \sigma_s = 0$$

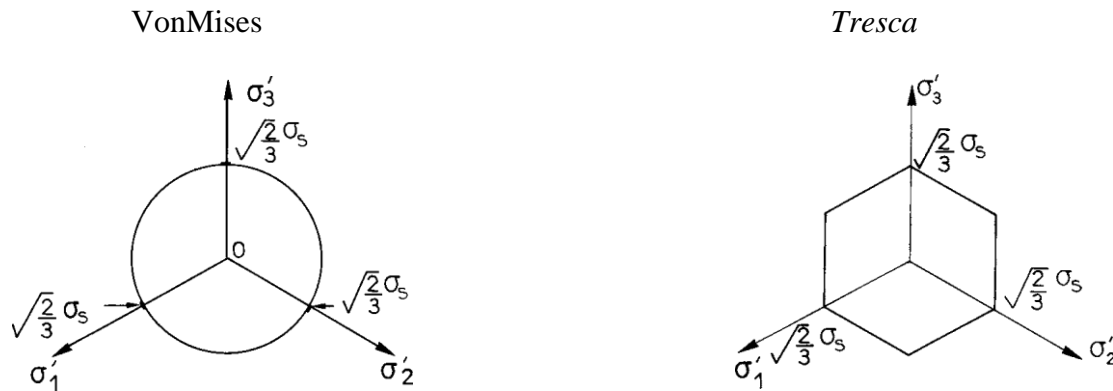


Figure I.11. Représentation des critères dans l'espace des contraintes déviatoriques

I.3.2 Critère de Tresca

Le critère de Tresca relie le seuil de plasticité à la contrainte de Tresca, qui est la contrainte tangentielle maximale. En égalant la contrainte tangentielle maximale d'un état de contrainte quelconque avec celle d'une traction uniaxiale correspondant à l'obtention de la limite élastique, on aboutit à l'expression du critère de Tresca :

$$f = \frac{1}{2} \sup(|\sigma_i - \sigma_j|) - \frac{1}{2} \sigma_s = 0$$

Les deux critères sont très proches et les deux permettent de bien décrire le comportement des métaux. En pratique leurs résultats sont relativement proches et l'écart n'excède pas 15%. Dans notre cas, nous utiliserons le critère de Von Mises. En effet, ce dernier possède l'avantage de ne pas présenter de discontinuité sur sa frontière, ce qui est très commode d'un point de vue numérique.[9]

I.4 Plasticité

I.4.1. Plasticité associée

I.4.1.a. Principe de la maximisation de la dissipation intrinsèque

En plasticité, le comportement est indépendant de la vitesse de chargement. Aussi, il faut assurer qu'au cours d'une charge plastique, l'état de contrainte actuel reste sur la surface de charge $f \leq 0$, de sorte que l'état $f > 0$ soit impossible. Ceci impose quelques restrictions sur le potentiel en effet, ce potentiel définit d'une façon générale des surfaces équipotentielles dans l'espace des variables flux, associées à différentes vitesses de chargement. Ce cas général englobe donc la possible prise en compte d'effets visqueux dans le cadre des matériaux standards généralisés, notamment dans le cas de la viscoplasticité. De ce point de vue, la plasticité apparaît comme un cas limite de la viscoplasticité, dans lequel ces surfaces équipotentielles vont venir se superposer à la surface d'écoulement, et donc assurer l'indépendance à la vitesse de chargement. Ce cas limite est obtenu en introduisant le principe de la maximisation de la dissipation intrinsèque sous contrainte que f reste négatif ou nul :

$$D_{int}(\sigma, A_k) = \max_{\sigma^*, A_k^*} (\sigma^* : \dot{\varepsilon}^p - A_k^* \cdot \dot{V}_k), \quad \forall (\sigma^*, A_k^*) \in (p \times A^{ad})$$

La maximisation de la dissipation intrinsèque peut se transformer en un problème de minimisation de l'opposé de cette dissipation, et en introduisant un multiplicateur de Lagrange λ pour traiter la contrainte de type égalité, de sorte que :

$$-D_{int}(\sigma, A_k) = \min_{\sigma^*, A_k^*} (-\sigma^* : \dot{\varepsilon}^p + A_k^* \cdot \dot{V}_k - \lambda f), \quad \forall (\sigma^*, A_k^*) \in (S^{ad} \times A^{ad})$$

Cette minimisation conduit aux lois complémentaires de la plasticité associée :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}^p &= \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \\ -\dot{V}_k &= \lambda \frac{\partial f}{\partial A_k} \end{aligned}$$

Le principe de la maximisation de la dissipation intrinsèque a pour conséquences :

- l'introduction du multiplicateur plastique (qui est en fait un multiplicateur de Lagrange). Celui-ci étant indéterminé dans la loi de comportement, on introduit alors la condition de cohérence $\lambda \geq 0$, qui permettra sa détermination;
- la direction d'écoulement est normale à la surface de charge f ; le domaine défini par f est convexe. La définition de la direction d'écoulement à partir de la surface de charge conduit à la plasticité associée, au sens associée au critère de plasticité; [10]
- l'existence des conditions de charge-décharge dites conditions complémentaires de Kuhn-Tucker

$$\lambda \geq 0 \quad ; \quad f \leq 0 \quad ; \quad \lambda f = 0$$

I.4.1.b. Particularisation au critère de von Mises

Dans la suite, on utilisera le critère de von Mises dont la définition repose sur le second invariant du déviateur des contraintes. Pour un matériau élastique parfaitement plastique, ce critère s'écrit :

$$f = \sigma_{eq} - \sigma_y \leq 0 \quad \text{avec} \quad \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} s : s} \quad \text{et} \quad s = \sigma - \frac{1}{3} (\text{tr} \sigma) \mathbf{1}$$

Comme évoqué au cours du premier chapitre, la régularité de la surface de charge définie par ce critère permet d'éviter des points singuliers pour lesquels la normale est définie dans un cône convexe, et donc des complications supplémentaires inutiles. L'application de la loi d'écoulement (2.33) à ce critère conduit à :

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{3}{2} \lambda \frac{s}{\sigma_{eq}}$$

On observe ainsi que pour un matériau régi par le critère de von Mises, la vitesse de déformation plastique est colinéaire au déviateur des contraintes.

On vérifie aussi l'incompressibilité des déformations plastiques, le déviateur des contraintes étant à trace nulle par définition. On notera d'autre part que la contrainte équivalente est définie avec un facteur $\sqrt{3}$ tandis que la vitesse de déformation plastique cumulée est définie avec un facteur $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Ces définitions permettent de garder la cohérence avec la contrainte et la déformation dans le cas uniaxial, et de conserver l'équivalence

énergétique entre l'écriture multiaxiale de la puissance plastique et l'écriture « équivalente » scalaire

$$\sigma : \dot{\sigma}^p = \sigma_{eq} \dot{p}$$

I.4.1.c. Matériaux élastique et parfaitement plastique

Le cas du matériau élastique parfaitement plastique est caractérisé par l'absence d'écrouissage. Ce matériau est décrit par le critère et le potentiel thermodynamique suivants :

$$f = \sigma_{ep} - \sigma_y \leq 0$$

$$p\Psi = \frac{1}{2}K : (\varepsilon - \varepsilon^p) : (\varepsilon - \varepsilon^p)$$

où K est le tenseur d'élasticité. On en déduit la loi de comportement qui associe la loi d'élasticité et la loi d'écoulement plastique :

$$\sigma = K : (\varepsilon - \varepsilon^p)$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad ; \quad \lambda \geq 0 \quad ; \quad f \leq 0 \quad ; \quad \lambda f = 0$$

soit en combinant les deux :

$$\dot{\varepsilon} = K^{-1} : \dot{\sigma} + \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma}$$

Le multiplicateur plastique est indéterminé pour ce type de matériau en vitesse de contrainte imposée. En effet, le module plastique étant nul (plateau dans la courbe contrainte-déformation), il existe une infinité de positions équivalentes en déformation plastique pour un état de contrainte admissible donné. Aussi, comme évoqué au premier chapitre, il est déterminé par la résolution du problème aux limites.

Le fait d'imposer la vitesse de déformation totale permet de lever cette indétermination, le multiplicateur plastique peut alors être déterminé en combinant la loi d'élasticité écrite en vitesse et la condition de cohérence :

$$\dot{\sigma} = K : (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p) \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} = 0$$

Combinant les équations (2.43) et la loi d'écoulement plastique, il vient l'expression du multiplicateur plastique pour un matériau élastique parfaitement plastique ⁵ :

$$\dot{\lambda} = \left\langle \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} : K : \dot{\varepsilon}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma} : K : \frac{\partial f}{\partial \sigma}} \right\rangle^+$$

La notation $\langle \blacksquare \rangle^+$ indique la partie positive de la quantité ■

Dans le cas particulier de l'élasticité isotrope et du critère de von Mises, l'expression du multiplicateur se simplifie et donne :

$$\dot{\lambda} = \left\langle \frac{2}{3} \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\varepsilon} \right\rangle^+$$

ce qui donne pour un chargement uniaxial ("P D P"11) :

$$\dot{\lambda} = \dot{\varepsilon} \operatorname{sgn}(\sigma)$$

autrement dit :

$$\dot{\varepsilon} P = \dot{\varepsilon}$$

Il est intéressant d'observer qu'on retrouve par le cadre thermodynamique la même loi de comportement élastoplastique que celle déduite du principe de Hill au premier chapitre, dans le cas d'un matériau élastique parfaitement plastique. En effet, en l'absence d'écrouissage, la maximisation de la dissipation intrinsèque se réduit à la maximisation de la dissipation plastique, c'est-à-dire en fait, le principe de Hill.[11]

I.4.1.d. Lois à écrouissage isotrope

L'introduction de l'écrouissage dans le modèle se traduit par l'introduction d'une variable interne. Comme évoqué au premier chapitre, la variable introduite dans le cas de l'écrouissage isotrope doit permettre de paramétrer l'expansion du domaine élastique (figure 1.13). On utilise classiquement la déformation plastique cumulée p définie par (1.21) comme variable interne en plasticité associée. Cette variable, introduite au sein du critère, permet de décrire la dilatation du domaine élastique :

$$f(\sigma, R) = \sigma_{ep} - R(p) - \sigma_y \leq 0$$

où R est la force thermodynamique associée à la déformation plastique cumulée, définie par la loi d'état :

$$R = p \frac{\partial \Psi}{\partial p} \quad \text{avec } R(p = 0) = 0$$

On choisit généralement un potentiel thermodynamique de la forme :

$$p\Psi(\varepsilon, p) = \rho\Psi^e(\varepsilon - \varepsilon^p) + p\Psi^p(p)$$

où e est l'énergie élastique emmagasinée donnée par (2.40), p est l'énergie réversible stockée par modification de l'état interne du matériau ϕ . On observe que l'énergie libre ne se réduit pas en général à l'énergie élastique emmagasinée. Notons aussi que la déformation ε^p n'intervient que dans l'énergie élastique emmagasinée e . Le critère permet d'établir la loi d'évolution de la déformation plastique cumulée :

$$\dot{p} = -\dot{\lambda} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^p : \dot{\varepsilon}^p}$$

Quelle que soit la forme choisie pour R, p , la condition de cohérence permet de trouver le multiplicateur plastique, et s'écrit :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{p} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} - \frac{\partial R}{\partial p} \dot{p} = 0$$

Si on suppose satisfaite l'hypothèse d'érouissage positif ($\partial R / \partial p > 0$), il est aisé de déterminer l'expression du multiplicateur plastique :

$$\dot{\lambda} = \left\langle \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma}}{\frac{\partial R}{\partial p}} \right\rangle^+$$

La loi obtenue en utilisant le critère de von Mises et une règle d'érouissage isotrope est connue comme la loi de Prandtl-Reuss. Ce type de loi fonctionne bien essentiellement pour les chargements monotones[12]

I.4.1.e. Lois à écrouissage cinématique linéaire

et écrouissage est connu sous le nom de la loi de Prager. On introduit la variable d'écrouissage X (tenseur déviateur du second ordre), qui décrit la translation du centre du domaine d'élasticité (figure 1.14), dans le critère :

$$f(\sigma, X) = \sigma_{eq}(\sigma, X) - \sigma_y \leq 0 \quad \text{avec} \quad \sigma_{eq}(\sigma - X) = \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma - X) : (\sigma - X)}$$

Avec le critère de von Mises, la normale à la surface de charge s'écrit de la façon suivante:

$$n = \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{3}{2} \frac{s - X}{\sigma_{eq}(\sigma - X)}$$

La variable d'écrouissage (ou force thermodynamique) X est associée à la variable interne α , de sorte qu'en définissant l'énergie libre telle que :

$$p\Psi(\varepsilon, \alpha) = p\Psi^e(\varepsilon - \varepsilon^p) + p\Psi^\alpha(\alpha)$$

Avec :

$$p\Psi^e = \frac{1}{2} K : (\varepsilon - \varepsilon^p) : (\varepsilon - \varepsilon^p) : p\Psi^\alpha(\alpha) = \frac{1}{2} H\alpha : \alpha$$

on en déduit les lois d'état et les lois complémentaires suivantes :

$$\sigma = K : (\varepsilon - \varepsilon^p)$$

$$X = p \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} = H\alpha$$

$$\varepsilon^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \alpha}$$

$$\alpha = -\lambda \frac{\partial f}{\partial X} = \varepsilon^p$$

$$\lambda \geq 0 : f \leq 0 : \lambda f = 0$$

De la même manière, la condition de cohérence permet la détermination du multiplicateur plastique, et s'écrit :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial X} : \dot{X} \doteq 0$$

$$= \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \sigma - H \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\varepsilon}^p$$

$$= \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \sigma - H \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \frac{\partial f}{\partial \sigma}$$

soit dans l'hypothèse d'un module d'érouissage H positif, il vient :

$$\dot{\lambda} = \left\langle \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma}}{H \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \frac{\partial f}{\partial \sigma}} \right\rangle^+$$

L'érouissage cinématique est généralement d'une grande importance en chargements cycliques, il est cependant difficile d'introduire une relation non linéaire entre X et $\dot{\varepsilon}^p$ dans le cadre présenté, puisque celle-ci conduirait inévitablement à une non-linéarité biunivoque non conforme avec les observations expérimentales. La figure 2.1 illustre à quoi conduit une relation non linéaire biunivoque pour l'érouissage cinématique. Nous verrons à la section 2.4 comment lever ce

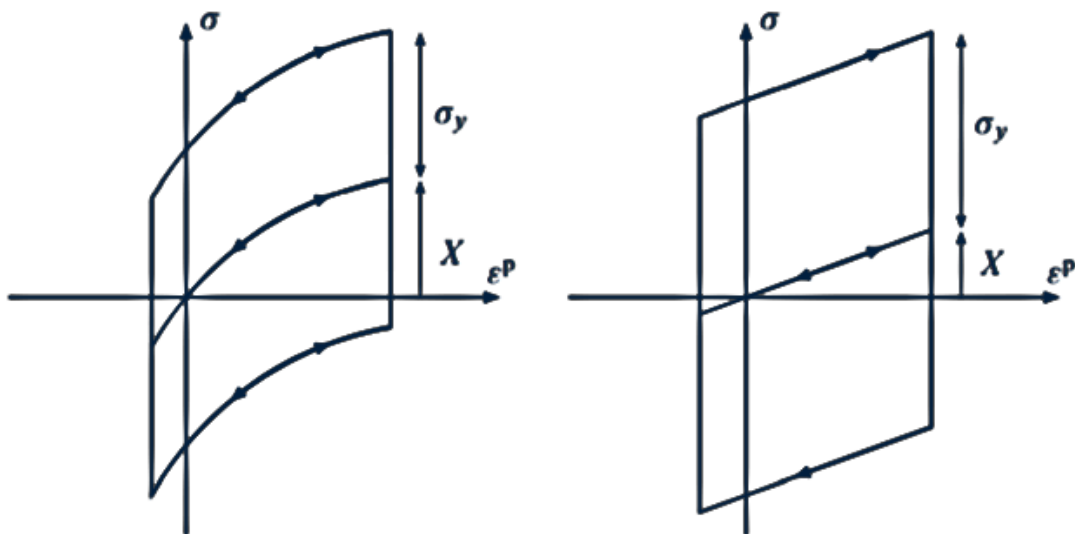


Figure I.12 – Érouissage cinématique : relations non linéaire (gauche) et linéaire (droite) entre $\dot{\varepsilon}^p$ et X

verrou. En résumé, l'élastoplasticité associée avec normalité généralisée correspondant au matériau standard généralisé se définit à partir d'un potentiel thermodynamique (ici l'énergie libre spécifique) et du critère de plasticité. Les lois d'état et les lois complémentaires constituant la loi de comportement du solide élastoplastique en sont alors déduites.

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$$

$$\Psi = \Psi(\varepsilon^e, T, V_k)$$

$$\sigma = p \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \quad ; \quad s = -\frac{\partial \Psi}{\partial T} \quad ; \quad A_k = p \frac{\partial \Psi}{\partial V_k}$$

$$f(\sigma, A_k) \leq 0$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad ; \quad -\dot{V}_k = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial A_k}$$

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad ; \quad \dot{\lambda} f = 0 \quad ; \quad \dot{\lambda} \dot{f} = 0$$

I.4.2. Plasticité non associée

L'hypothèse de normalité associée au critère de plasticité a été introduite d'abord en se fondant sur une observation expérimentale, c'est-à-dire la normalité de l'écoulement plastique pour les métaux, puis en postulant l'extension de cette normalité aux variables internes caractérisant les phénomènes dissipatifs. Ce cadre particulièrement attractif, ne permet cependant pas de pouvoir rendre compte correctement du comportement de certains matériaux et/ou pour certains types de sollicitations. Un exemple de situation où ce cadre atteint ses limites a trait à la modélisation Section Plasticité non associée

l'écrouissage cinématique non linéaire, particulièrement important en chargement cyclique. Si la plasticité associée s'avère fonctionner relativement bien pour les chargements monotones, elle ne permet cependant pas de rendre compte correctement de l'écrouissage cinématique non linéaire en chargement cyclique. Il faut alors passer à un cadre dit « non associé ». L'idée du cadre « non associé » est d'introduire un pseudo-potentiel F définissant une surface d'écoulement différente de la surface de charge définie par le critère de plasticité. Le principe de normalité généralisée est alors appliqué à cette surface d'écoulement.

$$\dot{V}_k = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial A_k} \quad ; \quad \dot{\lambda} \geq 0$$

La définition du matériau est alors réalisée au travers de trois fonctions scalaires : le potentiel thermodynamique , le critère de plasticité f et un pseudo-potentiel F définissant

une surface d'écoulement. Ce pseudo-potentiel doit être défini de manière à respecter le second principe de la thermodynamique, c'est-à-dire :

— F doit être convexe par rapport aux forces thermodynamiques A_k et doit contenir l'origine (F.0/ D 0) :

$$D_{int} = -A_k \cdot \dot{V}_k = \dot{\lambda} F_k \cdot \frac{\partial F}{\partial A_k} \geq 0$$

— F doit être positif dès que $V_k \neq 0$

I.4.2.a. Calcul du multiplicateur plastique

Le calcul du multiplicateur plastique s'effectue à l'aide de l'équation de cohérence, s'écrivant de la façon suivante :

$$0 = \dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial A_k} \cdot \dot{A}_k$$

en développant la dérivée du terme de droite et en introduisant les lois d'évolutions (2.62), il vient :

$$0 = \dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} - \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial A_i} \cdot \frac{\partial A_i}{\partial V_k} \cdot \frac{\partial A_i}{\partial A_k}$$

en introduisant la définition des forces thermodynamique (2.23) à partir du même potentiel, il vient l'expression du multiplicateur plastique :

$$\dot{\lambda} = \left\langle \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma}}{\frac{\partial f}{\partial A_i} \cdot \frac{\partial A_i}{\partial V_k} \cdot \frac{\partial A_i}{\partial A_k}} \right\rangle^+$$

I.4.2.b. Particularisation

La particularisation d'un modèle de plasticité non associée s'effectue en choisissant le potentiel thermodynamique, le critère de plasticité et le pseudo-potentiel, par exemple de la façon suivante :

$$p\Psi(\varepsilon - \varepsilon^p, T, V) = \frac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon^p - \varepsilon^{th}) : K(T) : (\varepsilon - \varepsilon^p - \varepsilon^{th}) + p\Psi_r(r) + p\Psi_\alpha(\alpha)$$

$$f(A_k; T) = \sigma_{eq}(\sigma - X) - (R + \sigma_y)$$

$$F(A_k: T) = f(A_k: T) + f_r(-R: T) + f_\alpha(-X: T)$$

Pour un matériau élastoplastique à écrouissages isotrope et cinématique non linéaires, les formes précédentes peuvent être définies telle que :

$$p\Psi_r = \frac{1}{2} \frac{R_\infty}{b} r^2 f_r = \frac{1}{2} \frac{R^2}{R_\infty}$$

$$p\Psi_\alpha = \frac{1}{2} C \alpha: \alpha \quad f_\alpha = \frac{1}{2} \frac{\gamma}{C} X: X$$

où , R_1 , b et C sont des constantes matériau. Aussi, ce modèle tient compte de trois variables internes : la déformation plastique ε^p , une variable scalaire r associée à l'écrouissage isotrope, et une variable tensorielle α associée à l'écrouissage cinématique. Le tableau 2.2 récapitule la dualité des variables internes et forces thermodynamiques introduites dans le modèle. Les lois

Tableau I.1 – Variables et forces thermodynamiques associées dans le modèle

Variables d'état		Forces thermodynamiques associées
observables	internes	
T		s
ε		σ
	ε^p	$-\sigma$
	r	R
	α	X

d'état se déduisent alors du potentiel thermodynamique :

$$\sigma = K: (\varepsilon - \varepsilon^p - \varepsilon^{th})$$

$$R = \frac{R_\infty}{b} r$$

$$X = C \alpha$$

Les lois d'évolution se déduisent quant à elles du pseudo-potential de dissipation, et donnent :

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{3}{2} \dot{\lambda} \frac{S - X}{\sigma_{rq}(\sigma - X)}$$

$$\dot{r} = \dot{\lambda} \left(1 - \frac{R}{R_{\infty}} \right)$$

$$\alpha = \frac{3}{2} \dot{\lambda} \frac{S - X}{\sigma_{r,q}(\sigma - X)} - \dot{\lambda} \frac{\gamma}{C} X$$

Notons aussi que, compte tenu de la spécification au critère de von Mises présenté à la section 2.3.2, il y a équivalence des écritures multiaxiale et « équivalente » de la puissance plastique, d'où l'égalité du multiplicateur plastique et de la vitesse de la déformation plastique cumulée :

$$\text{Norme de mises} \rightarrow (\sigma - X): \dot{\varepsilon}^p = \sigma_{e,q} \dot{P} \rightarrow \dot{P} = \dot{\lambda}$$

En combinant d'une part (2.71) et (2.74), et d'autre part (2.72), (2.76) et (2.75), il vient les lois d'érouissage isotrope et cinématique non linéaire :

$$\dot{R} = \frac{1}{b} (R_{\infty} - R) \dot{P}$$

$$\dot{X} = C \dot{\varepsilon}^p - \gamma X \dot{P}$$

La relation (2.78) est la loi d'Armstrong-Frédericks, introduite en 1966, bien avant d'ailleurs qu'elle ne soit intégrée au cadre thermodynamique. On observe que l'inconvénient de la loi de Prager évoqué à la section 2.3.5 est levé en introduisant un terme de rappel traduisant un effet de mémoire évanescence du trajet de déformation (dépendance à p). De cette manière, on élimine la linéarité et la relation biunivoque entre l'érouissage et la déformation plastique. La figure 2.2 montre l'évolution de ces érouissages dans un cas unidimensionnel en fonction de la déformation plastique. Cette loi permet notamment de décrire l'effet « rochet ».

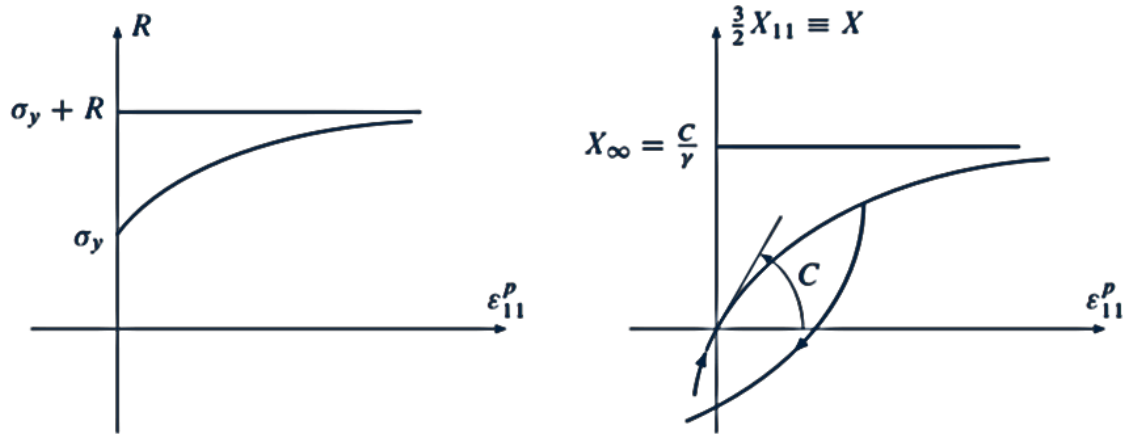


Figure I.13Évolution des écrouissages isotrope (à gauche) et cinématique (à droite) en fonction de la déformation plastique dans un cas unidimensionnel

Chapitre II

partie expérimentale et modélisation

II.1. Propriétés mécaniques de la tôle RRST-1405

Les aciers de la gamme allant du DC03 au DC06 (03 à 06 : Indice d'emboutissage (capacité d'une tôle à subir une déformation)) offrent une excellente aptitude à l'emboutissage pour tous les modes de déformation. Ils permettent la réalisation de pièces complexes intégrant plusieurs fonctions et sont synonymes d'économies.

Les propriétés mécaniques à la traction de l'acier RRST 14-05 ont été mesurées à l'ambiante et sont présentés dans le (Tableau II.) suivant:

Tableau II.1. Propriétés mécaniques de l'acier RRST 14-05.

L'acier	σ_e 0.2% (N/mm ²)	σ_m (N/mm ²)	σ_m (N/mm ²)	A (%)	Dureté (HV)
DC04					
RRSt 14-05	210	270-350	350	40%	104-170

Exemple de courbe de traction obtenu pendant l'essai de sollicitation uniaxiale. Deux parties sont essentiellement distinguée sur ce traçage phénoménologique et il s'agit de la partie de déformation réversible d'élasticité et l'autre de la déformation irréversible du comportement plastique avec écrouissage (Figure II.1).

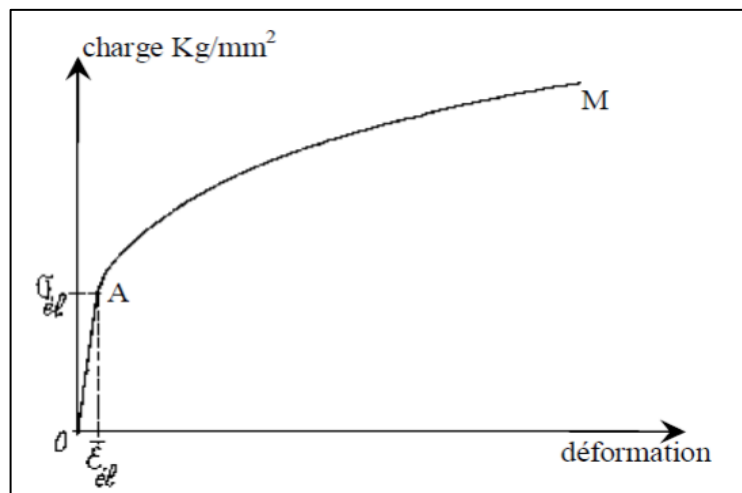


Figure II.1. Courbe conventionnelle d'un essai de traction.

Les caractéristiques industrielles de ductilité et de résistance de cette tôle destinée à l'emboutissage des capots des tracteurs sont :

- Un allongement à la rupture supérieur à 40 % ;
- Une charge de rupture σ_m présentant une moyenne de 340 MPa ;
- Une limite élastique de l'ordre de $\sigma_e = 210$ MPa.

Pour quantifier les paramètres mécaniques réparties dans le plan de notre tôle, nous avons effectués des prélèvements à partir d'une tôle brute suivant 03 directions principales 0° (Direction de laminage), 45° (Direction diagonale) et 90° (Direction transverse) par rapport à la direction de référence (DL) comme illustré dans (la Figure II.2).

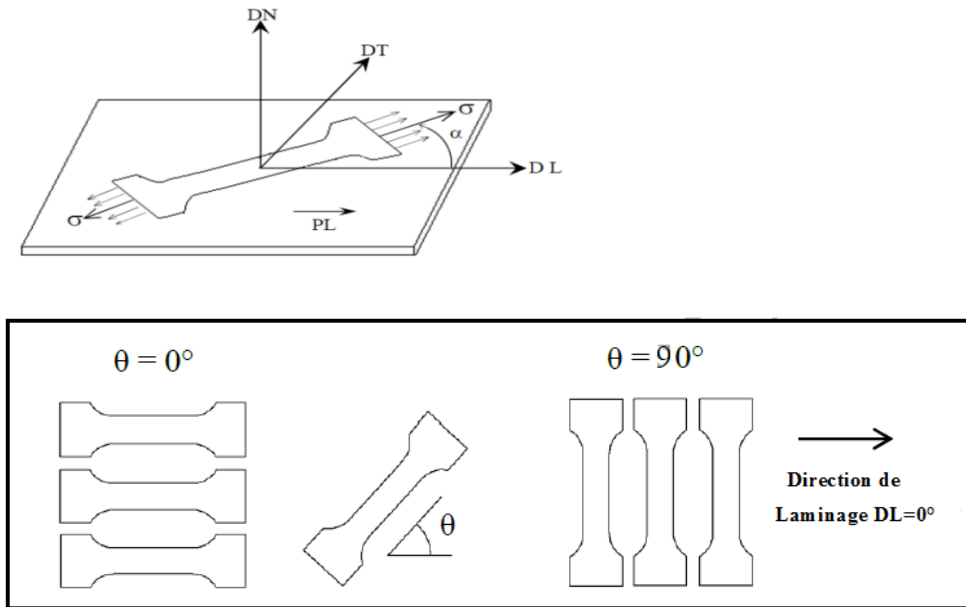


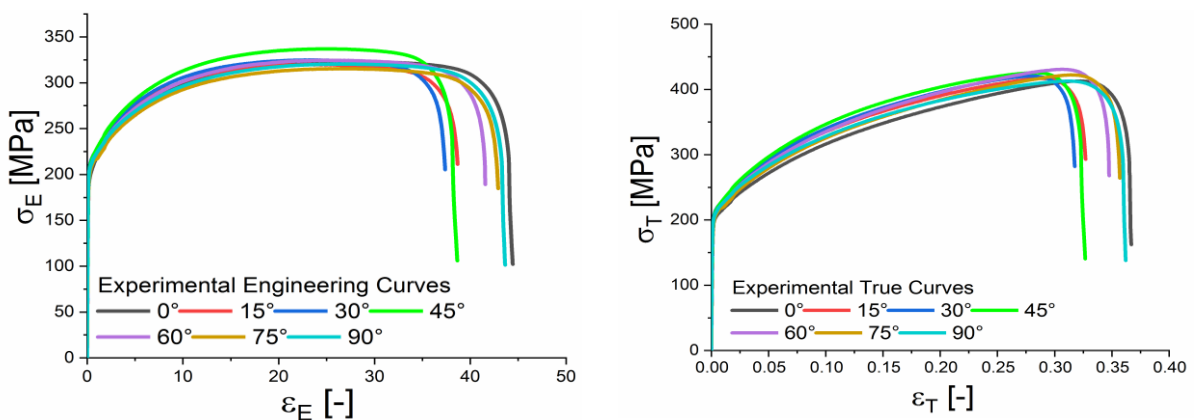
Figure II. 2. Prélèvement des échantillons de caractérisation en Traction uniaxiale.

Les courbes d'écrouissage expérimentales dans les différentes directions et dans les deux configurations (conventionnelle et rationnelle) sont présentés dans (la Figure II.9) ci-dessous. Le passage entre les 2 présentations est assuré par les formules suivantes :

$$\epsilon_r = \ln(\epsilon_c + 1)$$

$$\sigma_r = \sigma_c(\epsilon_c + 1)$$

Les indices 'c' et 'r' désignent les notations 'Conventionnelle' et 'Rationnelle' respectivement.



(a)

(b)

Figure II.3. Courbes expérimentales d'écrouissage : a) Conventionnelles b) Rationnelles.

Le dépouillement des mesures s'est fait par le tracé des courbes contraintes en fonction de la déformation vraie $\varepsilon_r = \ln(\varepsilon_c + 1) = \ln \frac{l_f}{l_0}$. Le coefficient de l'anisotropie $r(\theta)$ est alors déterminé comme étant le rapport entre les vitesses de déformation suivant la largeur et l'épaisseur de l'échantillon selon l'expression :

$$r(\theta) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} = \frac{(b_f - b_0)/b_0}{(e_f - e_0)/e_0}$$

Où les $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ désignent les composantes du tenseur des vitesses de déformation telle que :

$$\varepsilon_2 = (b_f - b_0)/b_0, \quad \varepsilon_3 = (e_f - e_0)/e_0$$

Où (b_0, e_0) et (b_f, e_f) représentant respectivement les largeurs et les épaisseurs initiales et finales de la zone utile de l'éprouvette de traction ; il en est de même pour les largeurs.

II.2. sultats de caractérisation expérimentale des essais de traction

II.2.1. Contrainte d'écoulement uniaxiale $\sigma(\Theta)$

Pour assurer la reproductibilité des résultats de caractérisation mécanique, les essais ont été répétés 03 fois pour une même direction de sollicitation. On ne considère que, la valeur moyenne de contrainte dans notre modèle de calcul (**Tableau II.2**).

Tableau II. 2. Contrainte d'écoulement uniaxiale.

θ°	$\sigma_{e_{0.2}}$ (MPa)	$\sigma_{e_{0.2}}$ (MPa)	$\sigma_{e_{0.2}}$ (MPa)	$\sigma_{e_{0.2}}$ (MPa) Moyenne	σ_U (MPa)	σ_U (MPa)	σ_U (MPa)	σ_U (MPa) Moyenne
0°	209.1	207.7	202.3	206.36	308.2	308.1	306.9	307.73
15°	207.8	209.5	207.8	208.36	318.7	321.5	319.9	320.03
30°	213.3	210.9	211.4	211.86	325	323.4	324.8	324.4
45°	221.2	215.7	207.6	214.83	326.8	335.4	328.9	300.37
60°	204.5	207.1	203.5	205.00	324.6	324.6	322.5	323.9
75°	205.2	202.7	201	203.00	316.1	315.4	314.6	315.37
90°	195.3	196.6	217.5	203.13	306.3	308.3	307.9	307.5

II.2.2. Coefficient de Lankfordr (Θ).

A partir des taux des déformations cités dans les formules ci-dessous en utilisant les rapports relatifs classiques des longueurs (l), les largeurs (b) et les épaisseurs (e) de l'éprouvette, le coefficient d'anisotropie ou de Lankford $r(\Theta)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1 = \frac{l_f - l_0}{l_0} \\ \varepsilon_2 = \frac{b_f - b_0}{b_0} \\ \varepsilon_3 = \frac{e_f - e_0}{e_0} \\ r(\theta) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} = -\frac{\varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \end{array} \right.$$

Tableau II. 3. Les différents résultats expérimentaux obtenus pour cette contribution.

Direction (°)	Les dimensions initiales et finales de l'éprouvette en (mm)							
	L_0	b_0	e_0	L_f	b_f	$\varepsilon_{r1}=\ln(L_f/L_0)$	$\varepsilon_{r2}=\ln(b_f/b_0)$	$r(°)$
0	50	12.5	1.5	71.3	10.6	0.354	-0.164	0.86
15	50	12.5	1.5	71.0	10.7	0.350	-0.155	0.79
30	50	12.5	1.5	69.4	10.9	0.327	-0.137	0.72
45	50	12.5	1.5	68.7	11.1	0.317	-0.1187	0.60
60	50	12.5	1.5	71.0	11.0	0.350	-0.1278	0.575
75	50	12.5	1.5	71.5	10.8	0.357	-0.145	0.70
90	50	12.5	1.5	71.6	10.5	0.359	-0.174	0.94

3- Module d'Young (rigidité)

θ°	E_1 (Gpa)	E_2 (Gpa)	E_3 (Gpa)	E (Gpa) Moyen
0°	156	133	141	144
15°	170	152	162	162
30°	158	142	150	150

45°	166	194	162	174
60°	146	163	165	155
75°	144	156	178	160
90°	195	190	170	185

II.3. Application des critères de l'anisotrope

Pour déterminer les grandeurs mécaniques de l'anisotropie nous présentant le résultat de l'essai de traction et du coefficient d'anisotropie pour les deux critères de Hill48 et de BBC2005. Les paramètres mécaniques ont été mesurés pour une pré-déformation de 30%.

Les deux tableaux (Tableau II-3 et Tableau II-5) présentent les données expérimentales des grandeurs mécaniques telles que les contraintes d'écoulement et les coefficients de Lankford suivant les sept directions (0°,15°,30°,45°,60°,75°,90°) plus celles de de sollicitation équi-biaxiale (σ_b, r_b) adoptée dans l'identification des coefficients d'anisotropie relatifs à chaque critère et pour chaque comportement de plasticité (associée ou non associée).

Tableau II.4. Les contrainte d'écoulement suivant chaque 15° de la direction de laminage

σ_0	σ_{15}	σ_{30}	σ_{45}	σ_{60}	σ_{75}	σ_{90}	σ_b
206.36	208.36	211.86	214.83	205.00	203.00	203.13	204.7

Tableau II.5. Les valeurs des contraintes d'écoulements normalisées

σ_0/σ_0	σ_{15}/σ_0	σ_{30}/σ_0	σ_{45}/σ_0	σ_{60}/σ_0	σ_{75}/σ_0	σ_{90}/σ_0	σ_b/σ_0
1	1	1.02	1.041	0.99	0.983	0.98	0.9921

$$\sigma_b = (\sigma_0 + \sigma_{90})/2$$

Tableau II.6. Les coefficients de l'anisotropie de Lankford suivant chaque 15° de la direction de laminage

r_0	r_{15}	r_{30}	r_{45}	r_{60}	r_{75}	r_{90}	r_b
0.86	0.79	0.72	0.6	0.575	0.7	0.94	1

Le coefficient d'anisotropie equibiaxial r_b est supposé égale à l'unité ($r_b=1$).

Tableau II.7. Les valeurs de coefficient de Lankford normalisées

r_0/r_0	r_{15}/r_0	r_{30}/r_0	r_{45}/r_0	r_{60}/r_0	r_{75}/r_0	r_{90}/r_0	r_b/r_0
1	0.918	0.837	0.697	0.668	0.814	1.09	1

II.4. Formulation des lois de comportement

- Application du critère de Hill quadratique (1948) [26].

Le critère de Hill [48] s'exprime dans le repère orthotrope sous la forme suivante :

$$f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = \sigma_0^2$$

Si : σ_0^1 , σ_0^2 et σ_0^3 sont des contraintes d'écoulement en traction uniaxiale suivant les directions principales d'anisotropie, on voit que :

$$G + H = \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_0^1)^2}, \quad F + H = \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_0^2)^2}, \quad F + G = \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_0^3)^2}$$

Si : σ_0^{23} , σ_0^{13} et σ_0^{12} sont des contraintes en cisaillement simples par rapport aux axes principaux plans d'anisotropie, on obtient :

$$2L = \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_0^{23})^2}, \quad 2M = \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_0^{13})^2}, \quad 2N = \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_0^{12})^2}$$

Selon l'hypothèse de contraintes planes, consistant à négliger toutes les composantes du tenseur des contraintes hors plan de la tôle ($\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$), ce critère peut se réduire à l'expression suivante :

$$f(\sigma_{ij}) = (G + H)\sigma_{11} - 2H\sigma_{11}\sigma_{22} + (H + F)\sigma_{22}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = \sigma_0^2$$

Si l'on pose $F = G = H = 1/2$, $L = M = N = 3/2$, le critère de Hill se réduit au critère de Von Mises correspondant à un matériau incompressible isotrope.

Rappelons tout d'abord les relations classiques relatives à l'essai de traction uniaxiale sur une tôle orthotrope dont le comportement plastique est décrit par le critère de Hill quadratique et la loi d'écoulement associée par le principe de normalité :

$$\sigma(\theta) = \frac{\sigma_0}{(F \sin^4 \theta + G \cos^4 \theta + H \cos^2 2\theta + 2N \sin^2 \theta \cos^2 \theta)^{1/2}}$$

$$r(\theta) = \frac{H \cos^2 2\theta - (F + G - 2N) \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta}$$

Où $\sigma(\theta)$ et $R(\theta)$ désignent respectivement la contrainte de traction et le coefficient de Lankford et F , G , H , N les paramètres du critère de Hill

II.5. Identification des paramètres d'anisotropie associés et non associés.

Nous choisissons une plage de déformation plastique homogène afin d'éviter la zone de striction. Les deux hypothèses de plasticité qui consistent au découplage total de tenseur de contrainte de celui de déformation.

Plasticité Associée AFR (Associated Flow Rule)

La détermination des paramètres de l'anisotropie s'effectue à partir du mélange entre les contraintes d'écoulement et les coefficients de Lankford issus de l'expérimental.

➤ Les 04 paramètres de Hill48 s'obtiennent par le biais de l'équation suivante

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{2\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})} \right), G = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2\sigma_0^2 r_{90}}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})} \right), H = \frac{1}{2} \left(\frac{2\sigma_0^2 r_{90}}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})} \right), N = \frac{1}{2} \left(\frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - 1 + \frac{\sigma_0^2(r_{90}-1)}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})} \right)$$

Plasticité Non Associée non-AFR (Non Associated Flow Rule)

La détermination des paramètres de l'anisotropie s'effectue à partir du découplage du tenseur des contraintes d'écoulement par rapport à celui des déformations (les coefficients de Lankford) issus de l'expérimental.

➤ Les 04 paramètres de Hill48 s'obtiennent par le modèle d'identification suivant :

1- Soit à partir du tenseur de contraintes $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b$ uniquement (non-AFR-s).

$$2F = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} - 1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}, \quad 2G = 1 - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}, \quad 2H = 1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}, \quad 2N = \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}$$

2- Soit à partir des coefficients de Lankford r_0, r_{45}, r_{90} uniquement (non-AFR-r).

$$F = \frac{r_0}{r_{90}(1+r_0)}, \quad G = \frac{1}{(1+r_0)}, \quad H = \frac{r_0}{(1+r_0)}, \quad N = \frac{(1+2r_{45})(r_0+r_{90})}{2r_{90}(1+r_0)}$$

- **Application du critère plasticité de BBC2005**

Une autre expression analytique non quadratique appelée BBC2000 (Banabic - Balan - Comsa) a été développée en s'inspirant de la formulation isotrope proposée par Hershey [28]. En ajoutant des coefficients de pondération dans le modèle, on a réussi à développer un critère de plasticité plus flexible, appelé BBC 2005 [15]. Cette formulation a intégré 08 coefficients anisotropes (a, b, L, M, N, P et Q) et, par conséquent, sa procédure d'identification utilise aussi 08 paramètres mécaniques (03 contraintes d'écoulement uniaxiales, 03 coefficients uniaxiaux d'anisotropie, la contrainte d'écoulement biaxiale et le coefficient biaxial d'anisotropie plastique). La contrainte équivalente est définie par la formule suivante :

$$\sigma_0 = [a(\Delta + \Gamma)^{2\zeta} + a(\Delta - \Gamma)^{2\zeta} + b(\Delta + \psi)^{2\zeta} + b(\Delta - \psi)^{2\zeta}]^{\frac{1}{2\zeta}}$$

Où $k \in \mathbb{N}^*$ et $a, b > 0$ sont des paramètres de matériau, tandis que Γ, Λ et Ψ sont des fonctions dépendant des composantes planes du tenseur de contraintes :

$$\Gamma = L\sigma_{11} + M\sigma_{22}$$

$$\Lambda = \sqrt{(N\sigma_{11} - P\sigma_{22})^2 + \sigma_{12}^2}$$

$$\Psi = \sqrt{(Q\sigma_{11} - R\sigma_{22})^2 + \sigma_{12}^2}$$

Les équations ci-dessus montrent que la forme de la surface d'écoulement est définie par les paramètres du matériau a, b, L, M, N, P, Q, R et k . Les tests numériques effectués par les auteurs ont montré que des valeurs positives de ces paramètres conduisent à de meilleures prédictions du critère de plasticité BBC 2005. Trois contraintes d'écoulement uniaxiales et trois valeurs du coefficient de Lankford r sont obtenues à partir de trois directions différentes ($0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$). Les six (06) paramètres sont obtenus à l'aide des sollicitations uniaxiales qui doit être complété par d'autres types de caractérisation : de compression par exemple pour calculer la valeur r_b biaxiale [29]. A partir de ces paramètres, l'exposant entier k a un statut spécial. Sa valeur est fixée à 3 pour les alliages bcc, $k = 4$ comme les aciers et pour les matériaux fcc comme l'Aluminium. Tandis que Γ et ψ sont des fonctions des deuxième et troisième invariants d'un tenseur de contraintes transformés $\mathbf{S}' = \mathbf{L}\boldsymbol{\sigma}$, où \mathbf{L} est un tenseur de 4ème ordre. La formule pour évaluer la contrainte d'écoulement uniaxiale avec l'angle θ par rapport à la direction de laminage est :

$$\sigma(\theta) = \frac{\sigma_0}{f(\theta)}$$

Où;

$$f(\theta) = [a(\Delta_\theta + \Gamma_\theta)^{2a} + a(\Delta_\theta - \Gamma_\theta)^{2a} + b(\Gamma_\theta + \Psi_\theta)^{2k} + b(\Delta_\theta - \Psi_\theta)^{2a}]^{\frac{1}{2k}}$$

Avec

$$\Gamma_\theta = L\cos^2\theta + M\sin^2\theta$$

$$\Lambda_\theta = \sqrt{(N\cos^2\theta - P\sin^2\theta)^2 + \cos^2\theta\sin^2\theta}$$

$$\Psi_\theta = \sqrt{(Q\cos^2\theta - R\sin^2\theta)^2 + \cos^2\theta\sin^2\theta}$$

Le coefficient de Lankford est évalué dans ce cas par :

$$r(\theta) = \frac{[f(\theta)]^{2k}}{G(\theta)} - 1$$

Où;

$$\begin{aligned}
G(\theta) = & a \left[\frac{(N-P)(N\cos^2\theta - P\sin^2\theta)}{\Delta_\theta} + L + M \right] (\Delta_\theta + \Gamma_\theta)^{2\zeta-1} \\
& + a \left[\frac{(N-P)(N\cos^2\theta - P\sin^2\theta)}{\Delta_\theta} - L - M \right] (\Delta_\theta - \Gamma_\theta)^{2\zeta-1} \\
& + b \left[\frac{(N-P)(N\cos^2\theta - P\sin^2\theta)}{\Delta_\theta} + \frac{(Q-R)(Q\cos^2\theta - R\sin^2\theta)}{\psi_\theta} \right] (\Delta_\theta + \psi_\theta)^{2\zeta-1} \\
& + b \left[\frac{(N-P)(N\cos^2\theta - P\sin^2\theta)}{\Delta_\theta} - \frac{(Q-R)(Q\cos^2\theta - R\sin^2\theta)}{\psi_\theta} \right] (\Delta_\theta - \psi_\theta)^{2\zeta-1}
\end{aligned}$$

Le coefficient de Lankford equibiaxial est :

$$r(b) = \frac{[f(b)]^{2\zeta}}{G(b)} - 1$$

$$f(b) = [a(\Delta_b + \Gamma_b)^{2a} + a(\Delta_b - \Gamma_b)^{2a} + b(\Gamma_b + \psi_b)^{2\zeta} + b(\Delta_b - \psi_b)^{2a}]^{\frac{1}{2\zeta}}$$

$$\begin{aligned}
G(b) = & a \left[\frac{N(N-P)}{\Delta_b} + L \right] (\Delta_b + \Gamma_b)^{2\zeta-1} + a \left[\frac{N(N-P)}{\Delta_b} - L \right] (\Delta_b - \Gamma_b)^{2\zeta-1} \\
& + b \left[\frac{L(N-P)}{\Delta_b} + \frac{Q(Q-R)}{\psi_b} \right] (\Delta_b + \psi_b)^{2\zeta-1} \\
& + b \left[\frac{N(N-P)}{\Delta_b} - \frac{Q(Q-R)}{\psi_b} \right] (\Delta_b - \psi_b)^{2\zeta-1}
\end{aligned}$$

II.6. Identification des paramètres d'anisotropie du critère BBC2005

➤ Ces paramètres anisotropes sont calibrés comme suit :

Plasticité Associée AFR (Associated Flow Rule)

Les 08 paramètres de BBC2005 s'obtiennent numériquement par la méthode de Newton-Raphson programmée sous Matlab en posant comme 'Input' la combinaison des paramètres expérimentaux suivants : $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, r_0, r_{45}, r_{90}$ en plus de ceux équi-biaxiaux σ_b et r_b .

Plasticité Non Associée non-AFR (Non Associated Flow Rule)

Comme le cas précédent, la procédure s'effectue à partir de séparation totale entre les 02 tenseurs (tenseur des contraintes d'écoulement et des déformations = les coefficients de Lankford) issus de l'expérimental.

Les 08 paramètres de BBC2005 s'obtiennent par le modèle d'identification suivant :

✓ Soit uniquement (NAFR-s) à partir du tenseur de 8 composantes de contraintes

$$\sigma_0, \sigma_{15}, \sigma_{30}, \sigma_{45}, \sigma_{60}, \sigma_{75}, \sigma_{90} \text{ et } \sigma_b$$

- ✓ Soit uniquement (NAFR-r) à partir des coefficients de Lankford $r_0, r_{15}, r_{30}, r_{45}, r_{60}, r_{75}, r_{90}$ et r_b .

Coefficient d'anisotropie (Lankford) $r(\theta)$

Après les brèves présentations des critères de plasticité anisotropes les plus courants, il convient d'introduire le coefficient d'anisotropie $r(\theta)$, appelé coefficient de Lankford qui caractérise l'anisotropie plastique d'une tôle.

Ce paramètre est mesurable à l'aide d'un essai de traction uni-axiale en déterminant le rapport des déformations de la largeur $\dot{\epsilon}_{yy}$ sur celle de l'épaisseur $\dot{\epsilon}_{zz}$

$$r(\theta) = \frac{\dot{\epsilon}_{yy}}{\dot{\epsilon}_{zz}}$$

Une grande valeur de ce coefficient indique la tendance d'une tôle à se déformer plastiquement en largeur plutôt qu'en épaisseur, ce qui peut favoriser certains états de contrainte où l'écoulement sur la largeur peut se produire plus facilement que sur l'épaisseur

II.7 .Dépouillement des données

1- Pour le critère quadratique de Hill48 :

Rappelons ici que seulement trois (3) grandeurs mécaniques expérimentales de contraintes d'écoulements et du coefficient d'anisotropie $r(\theta)$ et $\sigma(\theta)$ sont nécessaires aux identifications ultérieurs :

Tableau II.8. Propriétés mécaniques de l'acier DC04 dans trois directions.

θ°	$\sigma_{e0.2}$ (MPa)	$r(\theta)$	σ_b (MPa)
0°	197.1	0.86	201.55
45°	207.8	0.60	
90°	206	0.94	

Notez que la limite d'écoulement équibiaxiale σ_b calculer comme suit : $\sigma_b = (\sigma_0 + \sigma_{90}) / 2$

Les contraintes d'écoulement normalisées par rapport à celle de la direction de laminage, pour les trois orientations sont adressées dans le (Tableau II.8).

Tableau II. 9. Contrainte d'écoulement normalisée.

Normalized Stress	σ_0/σ_0	σ_{45}/σ_0	σ_{90}/σ_0	σ_b/σ_0
	1	1.041	0.98	1.022
Normalized	r_0/r_0	r_{45}/r_0	r_{90}/r_0	r_b

Lankford	1	0.697	1.093	1
----------	---	-------	-------	---

Le coefficient d'anisotropie equibiaxial r_b est supposé égale à l'unité ($r_b=1$).

Les paramètres anisotropes de Hill 1948 (F, G, H et N) distribués dans le plan de la tôle ont été identifiés et présentés dans le (Tableau II.10).

Tableau II.10. Paramètres d'anisotropie calculés pour l'acier DC04 dans les deux approches.

AFR	F	G	H	N
	0.536	0.495	0.504	1.329
NAFR-s	F	G	H	N
	0.528	0.487	0.512	1.337
NAFR-r	F	G	H	N
	0.491	0.537	0.462	1.132

2- Pour le critère quadratique de BBC2005 :

Les grandeurs mécaniques expérimentales de contraintes d'écoulements et du coefficient d'anisotropie $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ suivant les 7 orientations sont mentionnés dans les tableaux ci-dessous.

Tableau II.11. Propriétés mécaniques de l'acier DC04 dans trois directions.

θ°	$\sigma_{e0.2}$ (MPa)	$r(\theta)$	σ_b (MPa)
0°	206.36	0.86	201.55
15°	208.36	0.79	
30°	211.86	0.72	
45°	214.83	0.6	
60°	205	0.575	
75°	203	0.7	
90°	203.13	0.94	

Notez que la limite d'écoulement équiaxiale σ_b calculer comme suit : $\sigma_b = (\sigma_0 + \sigma_{90}) / 2$

Les contraintes d'écoulement normalisées par rapport à celle de la direction de laminage, pour les trois orientations sont adressées dans le (Tableau II.12).

Tableau II.12. Contrainte d'écoulement normalisée.

Normalized Stress	σ_0/σ_0	σ_{15}/σ_0	σ_{30}/σ_0	σ_{45}/σ_0	σ_{60}/σ_0	σ_{75}/σ_0	σ_{90}/σ_0	σ_b/σ_0
	1	1	1.02	1.041	0.99	0.983	0.98	0.992

Normalized Lankford	r_0/r_0	r_{15}/r_0	r_{30}/r_0	r_{45}/r_0	r_{60}/r_0	r_{75}/r_0	r_{90}/r_0	r_b/r_0
	1	0.918	0.837	0.697	0.668	0.814	1.093	1

Notez que la limite d'écoulement équi-biaxiale σ_b calculer comme suit : $\sigma_b = (\sigma_0 + \sigma_{90})/2$

Le coefficient d'anisotropie equibiaxial r_b est supposé égale à l'unité ($r_b=1$).

Les huit paramètres anisotropes de BBC (a, b, L, M, N, P, Q, et R) distribués dans le plan de la tôle ont été identifiés et présentés dans le (**Tableau II.13**).

Tableau II.13. Paramètres d'anisotropie calculés pour l'acier DC04 dans les deux approches.

	A	b	L	M	N	P	Q	R
AFR	1.5406	0.3912	0.4291	0.3931	0.4144	0.4214	0.6074	0.5967
	A	b	L	M	N	P	Q	R
NAFR-s	0.2598	0.3523	0.1907	0.9334	0.3087	0.3142	0.8772	0.5121
	A	b	L	M	N	P	Q	R
NAFR-r	1.9507	0.5067	0.5358	0.2723	0.2255	0.3140	0.8133	0.4339

Les résultats graphiques montrant la répartition de l'anisotropie de contraintes et de déformation dans le plan de la tôle sont présentés dans les (figures II.4. et II.5.) respectivement. La comparaison entre les résultats de prévision entre les deux critères de plasticités ont été dressé dans les figures présentées ci-dessous. La comparaison est prévue dans le cadre des trois approches de plasticités (Associée et non associée).

II.8. Prévisions graphiques des deux critères dans le cadre des 02 approches de plasticité.

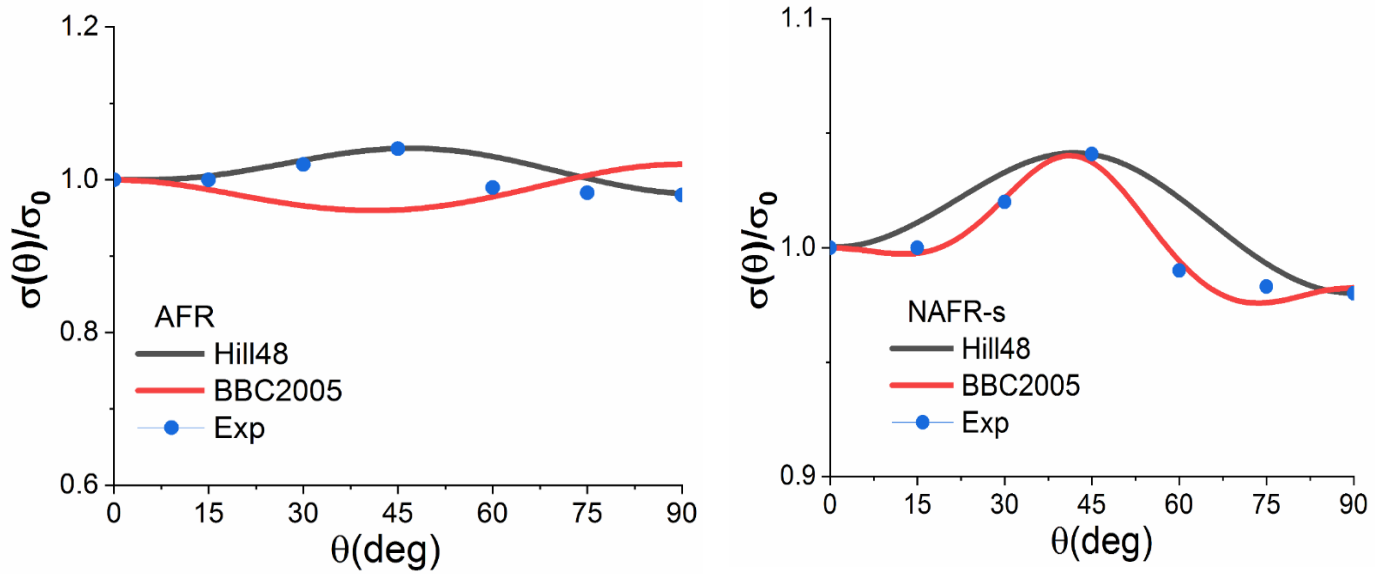


Figure II. 4. Contrainte d'écoulement normalisée de l'acier DC04.

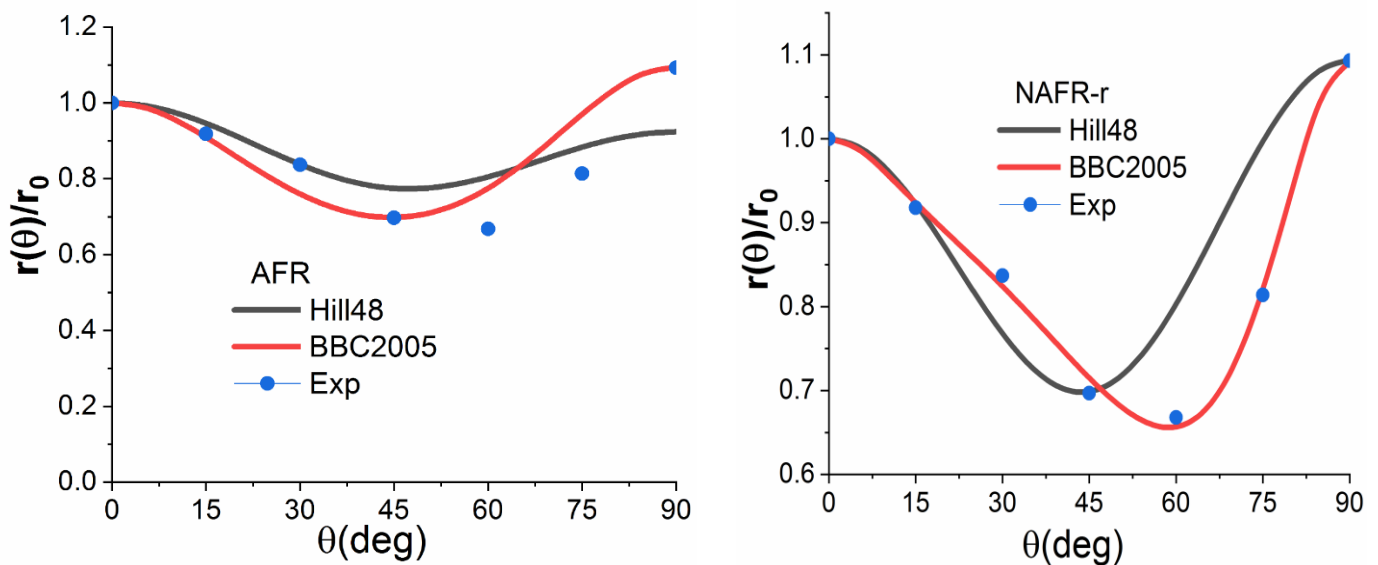


Figure II. 5. Coefficient de Lankford normalisé de l'acier DC04.

- Discussion

Dans le plan de la tôle la contrainte d'écoulement dans la plasticité non associée NAFR-s (en rouge) ne correspond pas à la contrainte d'écoulement expérimentale (Figure II.4), donc, le critère a mal prévu l'anisotropie de contraintes dans cette approche contrairement aux deux autres hypothèses qui prévoient mieux le comportement correspondant.

Dans un autre côté, la prévision de l'anisotropie de déformation pour la variation du coefficient de Lankford dans la plasticité non associée NAFR-r est parfaitement identique avec le coefficient de

Lankford expérimentale (**Figure II.5**).

II.9. Modélisation et Optimisation des lois d'écrouissage isotrope

Les essais de traction sont des tests très importants pour déterminer la loi de comportement d'un matériau du fait de l'état de contrainte uniaxiale dans la partie utile de l'éprouvette. La courbe de traction est limitée en déformation par l'effet de striction se caractérisant avant tout par une concentration de la déformation (directement visible). Il est donc difficile d'obtenir une loi de comportement où la déformation dépasse **20%** (pour les aciers).

L'objectif de cette partie est de prévoir le comportement pour une déformation dépassant un taux de 20% afin de compléter la modélisation de la plasticité anisotrope. Dans ce cadre, des modèles d'écrouissage $\sigma=f(\epsilon)$ isotrope simples reliant la contrainte équivalente et la déformation plastique équivalente ont été proposés ci-dessous :

- a- Loi d'Hollomon
- b- Loi de Ludwick
- c- Loi de Swift (ou de Krupkowsky)
- d- Loi de Voce
- e- Loi de Swift-Voce combinée
- f- Loi de Hockett_Sherby
- g- Loi de Stoughton_Yoon

L'approche consiste à minimiser l'erreur quadratique moyenne entre la courbe expérimentale de traction et une fonction d'écrouissage (Hollomon, Ludwick...) à l'aide d'une méthode d'optimisation. Dans cette étude, on a utilisé l'ajustement par minimisation des paramètres d'écrouissage moyennant la Méthode de **Levenberg-Marquardt** développé sous Matlab software afin de réduire l'écart entre l'expérimental et le modèle de prévisions suivant la direction de laminage 0° .

L'analyse d'optimisation de différents paramètres d'écrouissage isotrope entre les quatre modèles d'écrouissage utilisés, donne un meilleur ajustement sur la loi de Loi de Hockett-Sherby. Donc l'évolution de l'écrouissage est modélisée par des lois saturantes de type Hockett-Sherby (équation(39)), cette loi de l'écrouissage isotrope étant la plus adaptée à la modélisation du comportement plastique de cet acier

$$\sigma_t = \sigma_{Sat} - (\sigma_{Sat} - \sigma_0) \exp(-c \epsilon_t^h)$$

σ_{Sat} , $(\sigma_{Sat} - \sigma_0)$, et (c et h) représentent respectivement, le seuil d'écoulement initial, l'amplitude

de l'érouissage isotrope et la vitesse de saturation qui vont calibrer en utilisant la méthode de moindre carré par estimation de l'erreur calculée par l'équation (40) :

$$\min_x = \sum_{i=1} [(F(x, xdata_i) - ydata_i)]^2 \quad (40)$$

Les résultats graphiques de cette optimisation sont présentés sur la (Figure II.6).

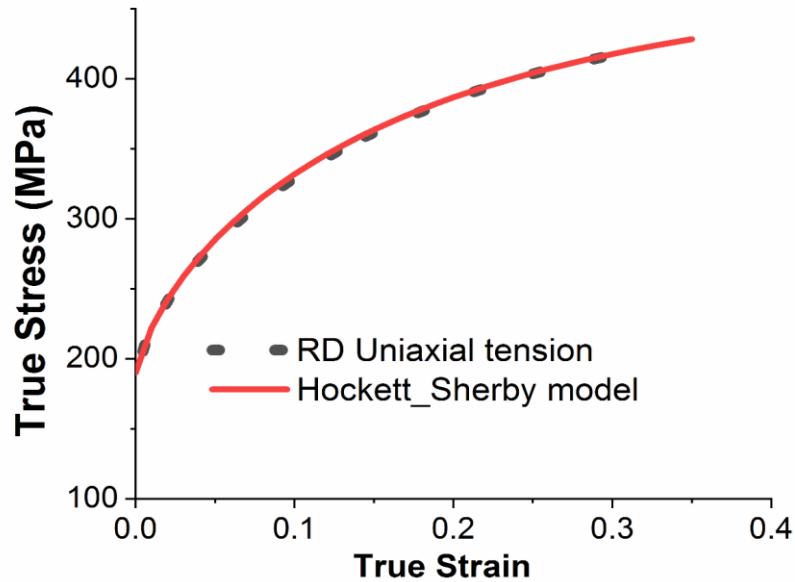


Figure II. 6. Optimisation par la loi de Hockett-Sherby(Fitting result for Hockett-Sherby model).

Le résultat de l'optimisation par la loi de Hockett-Sherby pour les autres directions sont adressés dans le (Tableau II.14) ci-dessous.

Tableau II. 14. Fitting data for **Hockett-Sherby**hardening law.

Direction	Loi de Hockett-Sherby			
	σ_{sat} (MPa)	σ_0	c	h
0°	478	288	3.9	0.767
15°	468	272	4.5	0.8
30°	484	284	4.15	0.788
45°	466	266	5.42	0.83
60°	512	320	3.43	0.76
75°	500	306	3.45	0.79
90°	469	271	4.07	0.79

II.10. Détermination et évolution des paramètres mécaniques : Coefficient de Lankford $r(\theta)$ et la limite d'écoulement $\sigma(\theta)$ sous l'hypothèse non associée.

Le paramètre couramment utilisé pour caractériser le comportement anisotrope est le coefficient de Lankford (également appelé $r(\theta)$). Ce dernier est défini comme étant le rapport de déformations transversales par rapport à l'épaisseur dans un essai de traction uniaxiale. Comme les matériaux résistent fortement aux changements de volume, ce paramètre est souvent calculé sur la base de l'hypothèse d'incompressibilité. La définition de la valeur r peut être présentée comme suit :

$$r(\theta)_{\text{instantaneous}} = \frac{\varepsilon_w(\theta)}{\varepsilon_t(\theta)} \Rightarrow \frac{\varepsilon_2(\theta)}{\varepsilon_3(\theta)} = \frac{\varepsilon_2(\theta)}{-(\varepsilon_1(\theta) + \varepsilon_2(\theta))} = -\frac{m(\theta)}{1+m(\theta)}, \text{ Avec: } \varepsilon_1(\theta) + \varepsilon_2(\theta) + \varepsilon_3(\theta) = 0 \quad (41)$$

Où ε_1 , ε_2 et ε_3 sont les déformations plastiques vraies mesurées suivant la direction longitudinale, transversale et de l'épaisseur. Le rapport entre les déformations plastiques transversale et longitudinale est noté par la pente $m(\theta)$, qui est obtenue par l'ajustement d'une régression linéaire entre les 02 grandeurs. La technique utilisée pour calculer le paramètre de Lankford est basée sur la méthode décrite dans la norme britannique BS ISO 10113:2006, Kilpatrick et al [37]. Les courbes des rapports entre déformation plastique transversale par rapport à celle longitudinale sont représentées par la (**Figure II.7**), pour les trois principales orientations.

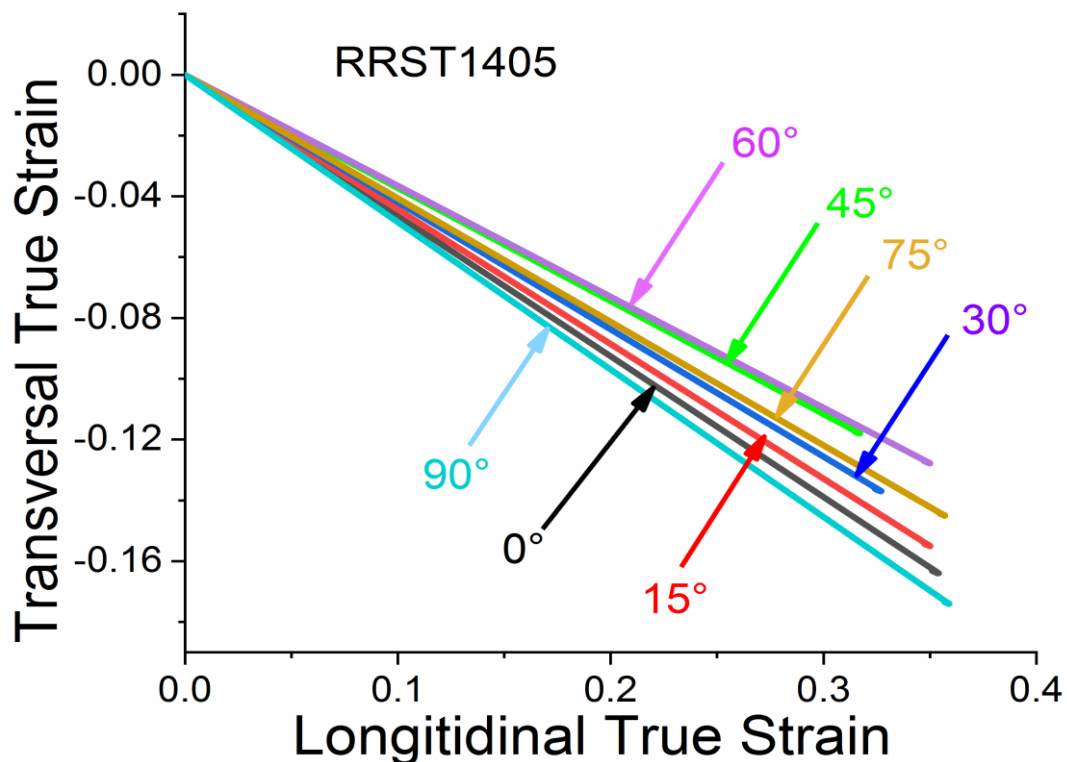


Figure II.7. The experimental plastic flow ratios of uniaxial tensile tests of RRST 1405.

Le gradient $m(\theta)$ représente la pente de la ligne droite obtenue par le rapport de deux paramètres de déformation plastique transversale et longitudinale, comme le montre la (Figure II.13) L'évolution du coefficient de Lankford expérimental le long des Trois directions est estimée par la méthode de régression linéaire des polynômes du premier degré suivants :

$$\varepsilon_2(\theta) = a + m(\theta)\varepsilon_1(\theta) \quad (42)$$

Les résultats explicites des rapports entre les 2 déformations plastiques réelles en considérant l'utilisation des relations (41) et (42), pour trois orientations sont fournis dans le (**Tableau II.15**).

Tableau II. 15. Les constantes de l'ajustement linéaire.

Angle	a	$m(\theta)$
0°	-0.0009	-0,4614
15°	- 0,0004	-0,4423
30°	-0,0011	-0,416
45°	-0.0003	-0,3715
60°	- 0,0003	-0,3647
75°	- 0,0003	-0,4057
90°	- 0,0006	-0,4837

Dans cette étude, en se basant sur l'optimisation du modèle **Hockett-Sherby** prévue sur la courbe expérimentale de traction uniaxiale suivant la direction du laminage (DL). Une fourchette de déformation plastique est proposée afin d'évaluer l'évolution des propriétés mécaniques. Avec un pas de 10% de déformation de trois principales proportions, telle que 10%, 20% et 30%, on peut assurer une prévision avant la zone de striction. En accordant une importance à la proposition suggérée par Safaei et al. (2014a) [38,39,40], l'évolution du coefficient d'anisotropie $r(\theta)$ est ajusté par un **polynôme d'ordre 3** du rapport des 02 déformations.

$$\text{Poly2}(\bar{\varepsilon}^p) = a_1(\bar{\varepsilon}^p)^2 + a_2(\bar{\varepsilon}^p) + a_3 \quad (43)$$

De plus, Les paramètres de l'ajustement polynomial de 2^{ème} ordre (Poly2) pour les trois orientations sont présentés dans le (**Tableau II.16**).

Tableau II.16. Les paramètres du Poly2.

Angle	a_1	a_2	a_3
0°	0,4653	- 0,628	- 4E-09
15°	0.4115	-0.5869	- 2E-09
30°	0.3666	-0.5389	- 4E-09
45°	0.2298	-0.4451	- 1E-09
60°	0.1878	-0.4309	- 1E-09
75°	0.2998	-0.5132	- 1E-09
90°	0.5179	-0.6706	- 2E-09

La variation instantanée des caractéristiques mécaniques $\sigma(\theta)$ (MPa) et $\epsilon_r(\theta)$ en fonction de l'évolution des proportions de la déformation équivalente d'un pas de 20% dans les 7 directions est présentée en (**Tableau II.17**) et (**Tableau II.18**) respectivement.

Tableau II.17. Evolution de contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ (MPa) en fonction de $\bar{\epsilon}^p$.

$\bar{\epsilon}^p$	$\sigma(0^\circ)$	$\sigma(15^\circ)$	$\sigma(30^\circ)$	$\sigma(45^\circ)$	$\sigma(60^\circ)$	$\sigma(75^\circ)$	$\sigma(90^\circ)$	σ_b
0.001	196	201	205	205	198	198	203	199.5
0.200	386.6	389.4	395.6	402	395.3	383.7	382.4	384.5
0.400	436.76	436.7	446	444	454	442.5	431.3	434.03
0.600	457.5	454.3	466.3	458.3	480.7	469.4	451	454.25
0.800	467.3	461.7	475	463	494	483	460	463.65

Notez que la limite d'écoulement équi-biaxiale σ_b calculer comme suit : $\sigma_b = (\sigma_0 + \sigma_{90}) / 2$

Normalisation de contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$

$\bar{\epsilon}^p$	$\sigma(0^\circ)$	$\sigma(15^\circ)$	$\sigma(30^\circ)$	$\sigma(45^\circ)$	$\sigma(60^\circ)$	$\sigma(75^\circ)$	$\sigma(90^\circ)$	σ_b
0.001	1	1.025	1.047	1.044	1.0	1.01	1.035	1.0175
0.200	1	1.007	1.023	1.04	1.02	0.992	0.989	0.994
0.400	1	0.999	1.021	1.018	1.039	1.013	0.987	0.993
0.600	1	0.992	1.019	1.00	1.05	1.026	0.986	0.993
0.800	1	0.988	1.017	0.99	1.057	1.033	0.984	0.992

Notez que la limite d'écoulement équi-biaxiale σ_b calculer comme suit : $\sigma_b = (\sigma_0 + \sigma_{90}) / 2$

Tableau II. 18. Evolution de coefficient de Lankford $r(\theta)$ en fonction de $\bar{\varepsilon}^p$.

$\bar{\varepsilon}^p$	r (0°)	r (15°)	r (30°)	r (45°)	r (60°)	r (75°)	r (90°)
0.001	1.69	1.42	1.17	0.802	0.757	1.05	2.03
0.200	1.15	1.00	0.872	0.665	0.650	0.835	1.30
0.400	0.794	0.732	0.646	0.544	0.550	0.646	0.860
0.600	0.538	0.515	0.467	0.442	0.467	0.500	0.567
0.800	0.342	0.347	0.324	0.354	0.391	0.375	0.345

Normalisation de coefficient de Lankford $r(\theta)$

$\bar{\varepsilon}^p$	r (0°)	r (15°)	r (30°)	r (45°)	r (60°)	r (75°)	r (90°)
0.001	1	0.840	0.692	0.475	0.448	0.621	1.20
0.200	1	0.870	0.758	0.578	0.565	0.726	1.13
0.400	1	0.922	0.814	0.685	0.693	0.814	1.08
0.600	1	0.957	0.868	0.822	0.868	0.929	1.05
0.800	1	1.01	0.947	1.04	1.14	1.10	1.01

Les paramètres anisotropes de Hill 1948 (F, G, H et N) distribués dans le plan de la tôle ont été identifiés et présentés dans le (**Tableau II.19**).

Tableau II. 19. Paramètres d'anisotropie calculés pour l'acier DC04 dans les deux approches

	$\bar{\varepsilon}^p$ (plastique)	F	G	H	N
AFR	0.1%	0.308	0.374	0.625	1.493
	20%	0.444	0.422	0.577	1.41
	40%	0.551	0.525	0.474	1.391
	60%	0.656	0.627	0.372	1.357
	80%	0.768	0.735	0.265	1.289
	$\bar{\varepsilon}^p$ (plastique)	F	G	H	N
NAFR-s	0.1%	0.449	0.516	0.483	1.352
	20%	0.517	0.494	0.505	1.34
	40%	0.520	0.494	0.506	1.422
	60%	0.521	0.492	0.507	1.430
	80%	0.524	0.491	0.508	1.532

	$\bar{\varepsilon}^p$ (plastique)	F	G	H	N
NAFR-r	0.1%	0.309	0.371	0.628	0.886
	20%	0.411	0.465	0.534	1.021
	40%	0.515	0.557	0.442	1.12
	60%	0.616	0.650	0.350	1.19
	80%	0.739	0.745	0.255	1.267

L'impact des proportions des déformation plastique sur la répartition des propriétés mécaniques dans le plan de la tôle est adressé dans les **figures (II. 8-9)**. Au cours de l'évolution de l'écroutissage mécanique, les propriétés mécaniques sont remarquablement impactées par l'évolution de déformation plastique. La plage de déformation sélectionnée est proposée entre 0.1% et 80%. On rappelle ici, que pour l'évolution de tenseur de contrainte est assurée par **la loi de Hockett-Sherby**, cependant, pour l'évolution du coefficient de Lankford, **une régression polynomiale de degré 2** est proposée des rapports entre déformation plastique transversale et longitudinale.

L'évolution des huit paramètres anisotropes de BBC (a, b, L, M, N, P, Q, et R) dans le plan de la tôle ont été calculés et présentés dans le **(Tableau II.20)**.

Tableau II.20. Paramètres d'anisotropie calculés pour l'acier DC04 dans les deux approches.

	$\bar{\varepsilon}^p$	A	b	L	M	N	P	Q	R
AFR	0.1%	1.011	0.537	0.476	0.427	0.379	0.391	0.634	0.634
	20%	1.373	0.432	0.437	0.402	0.399	0.406	0.634	0.634
	40%	1.230	0.330	0.441	0.412	0.440	0.446	0.599	0.598
	60%	1.128	0.253	0.447	0.419	0.476	0.481	0.553	0.556
	80%	1.253	0.176	0.417	0.415	0.507	0.426	0.526	0.746
NAFR-s	0.1%	0.287	0.427	0.560	0.526	0.464	0.549	0.615	0.523
	20%	0.287	0.427	0.560	0.526	0.464	0.549	0.615	0.523
	40%	2.599	0.112	0.342	0.253	0.069	0.331	1.27	1.094
	60%	4.827	0.080	0.294	0.156	0.005	0.328	1.363	1.186
	80%	4.786	0.060	0.318	0.163	0.0003	0.294	1.434	1.291

	$\bar{\varepsilon}^p$	A	b	L	M	N	P	Q	R
NAFR-r	0.1%	1.013	0.400	0.410	1.420	0.016	0.018	0.797	0.601
	20%	2.528	0.593	0.449	0.310	0.924	0.184	0.860	0.487
	40%	2.760	0.487	0.674	0.083	0.391	0.509	0.657	0.236
	60%	0.781	0.890	0.883	0.306	0.298	0.510	0.706	0.320
	80%	0.808	0.883	0.469	0.778	0.349	0.183	0.482	0.709

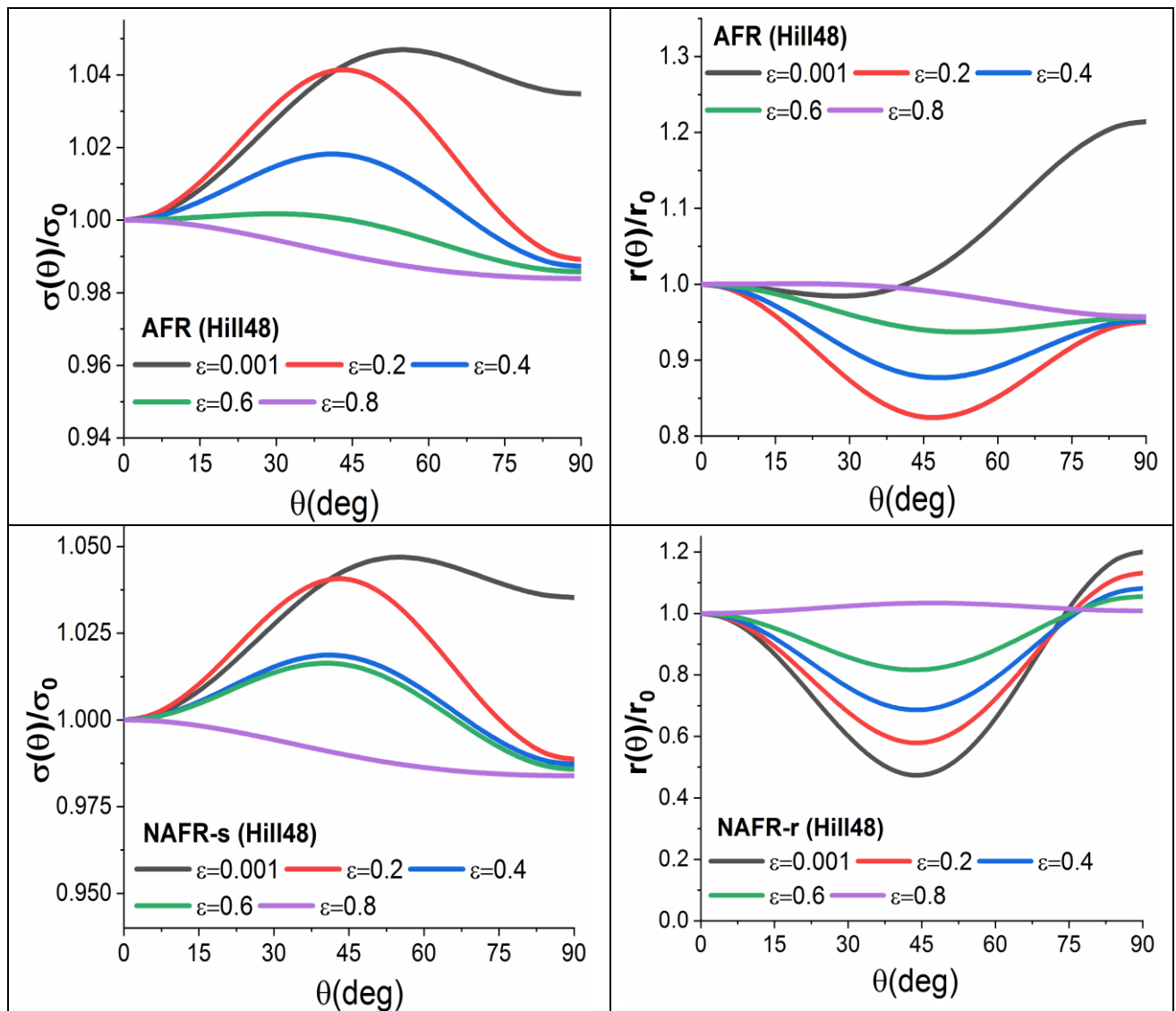


Figure II.8. Sous l'hypothèse des 02 plasticités, la prévision du critère de Hill48 de l'évolution des propriétés mécaniques (Contrainte d'écoulement et Coefficient de Lankford) dans le plan de la tôle en fonction de déformation plastique.

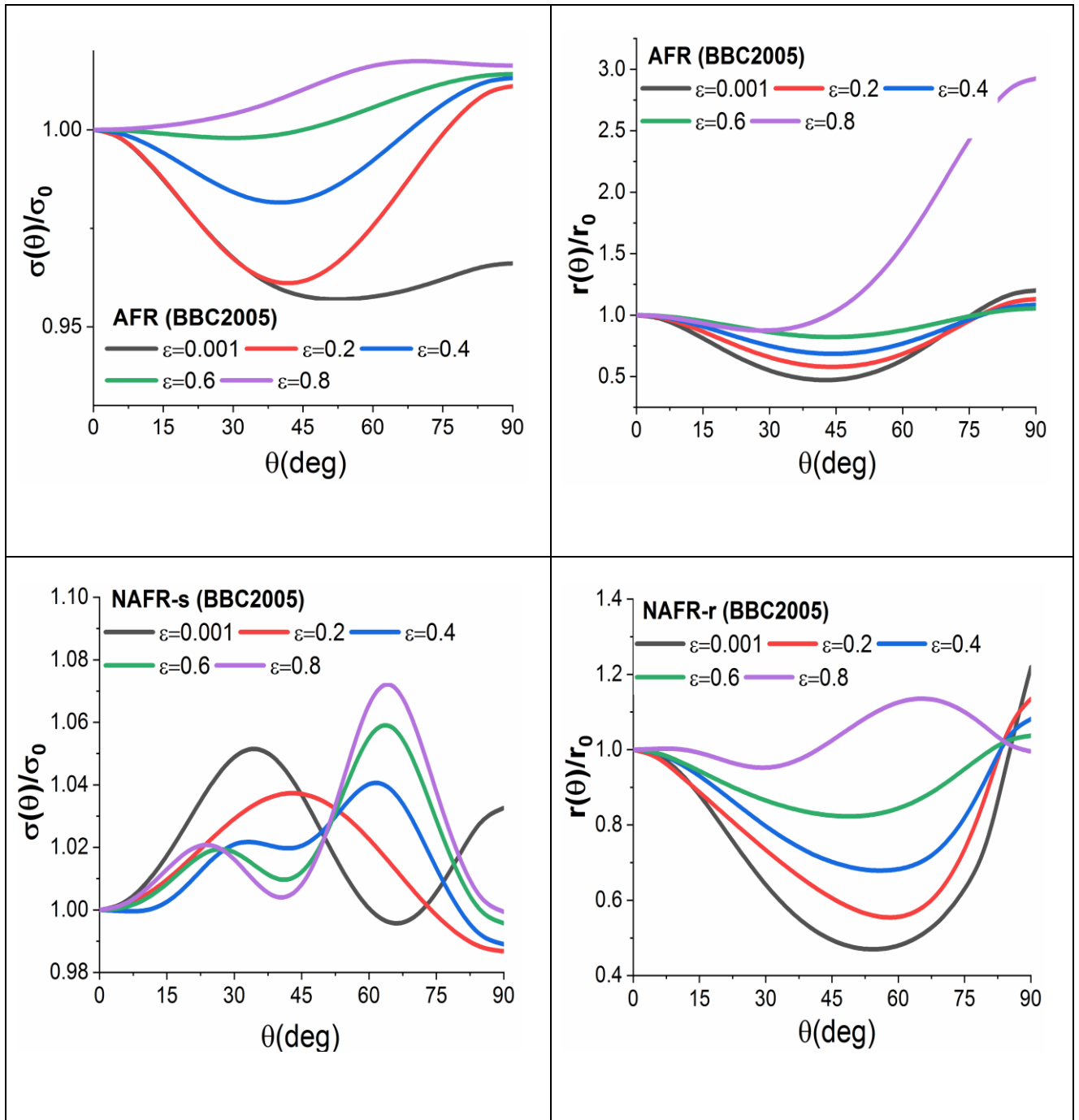


Figure II.9. Sous l’hypothèse des 02 plasticités, la prévision du critère de BBC2005 de l’évolution des propriétés mécaniques (Contrainte d’écoulement et Coefficient de Lankford) dans le plan de la tôle en fonction de déformation plastique.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail qu'on a mené durant cette contribution est focalisé sur l'étude descriptive de l'évolution des propriétés mécaniques anisotropes au cours de l'érouissage plastique constatée sur les tôles laminées destinées à la fabrication des capots moteur, garde-boue et les réservoirs des tracteurs au niveau de l'Usine ETRAG de Constantine.

En premier temps et pour une modélisation bien maîtrisée, on a proposé de prévoir l'évolution du comportement mécanique par une étude basée sur l'utilisation des deux critères de plasticité, quadratique de Hill 1948 et non quadratique de BBC2005, puis comparer par la suite, les résultats trouvés avec les résultats expérimentaux. Dans le cadre des deux propriétés d'anisotrope (initiale et évolutive d'érouissage) en se basant sur l'utilisation de deux logiques d'approches distinctes de plasticités : i) Plasticité Associée AFR (Associated Flow Rule). ii) Plasticité Non Associée NAFR (non Associated Flow Rule). Les grandeurs mécaniques étudiées sont : i) Le coefficient d'anisotropie de Lankford. ii) La contrainte d'écoulement plastique.

A partir des résultats modélisés, les principales conclusions de la présente contribution peuvent être résumées comme suit :

1. Concernant l'anisotropie initiale :

- i) Comportement mécanique obtenu sous le cadre de trois approches de plasticité comparée avec les résultats expérimentaux de sollicitation uniaxiale suivant les différentes orientations dans le plan de la tôle.
- ii) Les deux grandeurs mécaniques telle que la contrainte d'écoulement et le coefficient d'anisotropie sont bien ajustés et prévus par les 02 critère dans le cadre la plasticité non associée (NAFR-s et NAFR-r) en comparaison bien évidemment avec l'expérience.

2. Concernant l'anisotropie évolutive :

Pour capturer les changements de continuation anisotropes, l'évolution des propriétés mécaniques tout au long de déformation plastique longitudinale sélectionné a été investiguée :

- i) Pour l'évolution de **l'anisotropie de contraintes** et sur la base de l'extrapolation

Conclusion générale

du modèle d'écrouissage isotrope de de Hockett-Sherby est adopté.

- ii) Pour le **coefficient de Lankford**, l'évolution des courbes est assurée par la régression polynomiale de degré 3 (Poly3) du rapport de déformation longitudinale à la déformation transversale.

Bibliographie

- [1] É. Felder, Procédés de mise forme : Introduction, Techniques de l'ingénieur, M 3000, 2000.
- [2] K. Siegert, Research and Development in the Field of Sheet Metal Forming Technology of the Institute for Metal forming Technology (IFU) of the University of Stuttgart, in New Developments in Sheet Metal Forming ISBN 3-88355-292-5, Klaus Siegert (Editor) : 277-308, Fellbach, Germany, 23-24 May 2000.
- [3] Service des Études et des Statistiques Industrielles (Sessi) du Ministère de l'Economie des Finances et de l'Industrie; La sous-traitance en chiffres (métaux, plastiques, caoutchouc, électronique), Dossiers sectoriels, téléchargeable <http://www.industrie.gouv.fr/sessi/>, 2004.
- [4] Service des Études et des Statistiques Industrielles (Sessi) du Ministère de l'Economie des Finances et de l'Industrie; La sous-traitance en chiffres (métaux, plastiques, caoutchouc, électronique), Dossiers sectoriels, téléchargeable <http://www.industrie.gouv.fr/sessi/>, 2004.
- [5] Cours mise en forme des métaux, AMIR BEB RHOUMA
- [6] P. Poloukhine, V. Tiourine, P. Davidkov, D. Vitanov, Traitement des métaux par déformation. Mir Moscou, 1987.
- [7] B. Wassilieff, Emboutissage. Règles principales, calculs, exemples. Edition Dunod, Paris, 1970.
- [8] Modèles de laminage Des modèles adaptatifs pour les laminoirs à froid Frank Feldmann, Mark Gerdau, Andreas Vollme
- [9] SALENÇON. De l'élastoplasticité au calcul à la rupture. Éditions de l'École polytechnique, 2002.
- [10] Jean LEMAITRE, Jean-Louis CHABOCHE, Ahmed BENALLAL et Rodrigue DESMORAT. Mécanique des matériaux solides. 3e édition. Dunod, 2009. ISBN : 9782100516230

[11] Huy Duong BUI. « Évolution de la frontière du domaine élastique des métaux avec l'écroutissage plastique et le comportement élastoplastique d'un agrégat de cristaux cubiques ». Mémoire de l'Artillerie Française 1 (1971), pages 141–165 (cf. page 11).

[12] Rodney HILL. The Mathematical Theory of Plasticity. Clarendon Press, 1967. ISBN : 9780198503675 (cf. page 15)