



Université ABBES LAGHROUR Khenchela
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Industriel
جامعة عباس لغرور خنشلة
كلية العلوم والتكنولوجيا
قسم الهندسة الميكانيكية



N° Série :

Mémoire de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme de Master

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Génie Des Matériaux

THEME

**MODÉLISATION ET SIMULATION DE MONTE CARLO
POUR L'ESTIMATION DES INCERTITUDES DE
MESURE SUR UN BRAS DE MESURE**

Réalisé par :

SAHRAOUI Ahmed baha eddine

SAOUDI souhib

Soutenu le / /2022 Devant le jury composé de :

Abboudi Abd Elaziz	Président	Université Abbes Laghrour-Khenchela
Bouali hichem	Encadreur	Université Abbes Laghrour-Khenchela
Ghilani laala	Examineur	Université Abbes Laghrour-Khenchela

Promotion 2021/2022

Remerciements

Je tiens à remercier :

En premier lieu, le Bon Dieu, le Tout Puissant, de m'avoir donné autant de courage, de Patience et de volonté pour atteindre ce but.

Mon encadreur, je lui exprime ici mon attachement et ma profonde reconnaissance de m'avoir proposé un sujet de recherche très riche, puis de m'avoir laissé aller jusqu'au bout de mes idées.

Un grand remerciement à mes enseignants.

Je tiens à remercier mes collègues de travail et mes amis de faculté.

À la fin, je remercie mes parents, mes frères et sœurs et toute ma famille pour leur soutien, sans quoi ce travail n'aurait pu voir le jour.

Dédicaces

*Je dédie ce travail à ma sœur Rofayda et notre
cher ami Oussama Keziz, la miséricorde de Dieu
sur eux*

*A tous mes frères et mes sœurs. A toute ma
famille sans oublier mes chers amis.
Pour tous leurs amours, encouragements,
conseil, sacrifices, patiences et confiance.*

Sommaire

Sommaire

Remerciements	
Dédicace	
Sommaire	
Liste des figures	
Introduction générale:.....	1

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

I.1 Introduction :.....	3
I.2 Historique et définition des bras poly articulés portables :.....	3
I.3 Normalisation et étalonnage des bras poly articulés selon les constructeurs :.....	4
I.4 Constitution du bras Sigma 2025 :.....	7
I.4.1 structure des bras poly articulés :.....	7
I.4.2 structure des bras poly articulés SIGMA 2025 :.....	7
I.4.3. Matériaux utilisés :.....	8
I.4.3.1 Alliage d'aluminium :.....	8
I.4.3.2 Composite de fibres de carbone :.....	8
I.4.4 Composants internes :.....	10
I.4.4.1 Codeurs angulaires :.....	10
I.4.4.2 Roulements :.....	13
I.4.4.3 Accouplements élastiques :.....	13
I.4.4.4 Le capteur laser, infrarouge :.....	14
I.5 Démarche de l'étude pour la détermination des incertitudes de mesures des bras poly articulés portables :.....	14
I.6 Conclusion :.....	15

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

II.1 Introduction.....	17
II.2 Notion d'incertitude de mesure :.....	17
II.3 Méthode de Monte Carlo :	18
II.3.1 Détermination de la démarche de l'étude pour la détermination des incertitudes de mesures des bras poly articulés portables :.....	22
II.3.2 Niveau 1: Evaluation du porteur à mesurer les coordonnées cartésiennes d'un point :	24
II.3.2.1 Niveau 1.1 : Evaluation de la dispersion de la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point :.....	25
II.3.2.2. Niveau 1.2 : Détermination des dispersions des paramètres géométriques :.....	26
II.3.2.3. Niveau 1.3 : Evaluation incertitudes sur les coordonnées cartésiennes d'un point :.....	27
II.4 Conclusion :	29

Chapitre III: Application de la simulation de Monte Carlo

III.1. Introduction	31
III.2 Application de la mesure directe par bras de mesure :	31
III.3.1 les données de problème :	33
III.3.2 les distributions des valeurs des variables :	33
III.3.3 la distribution des valeurs de résultat :.....	40
III.5 Les facteurs d'influence pour chaque variable :.....	42
III.6 L'incertitude composée :	43
III.7 Conclusion	44
Conclusion générale	46
Bibliographie	48

Liste des figures

Chapitre I

Figure I. 1: Schéma générique d'un bras de mesure à 7 liaisons (d'après 0)

Figure I. 2: Mesure d'une pièce mécanique avec un bras poly articulé portable de type Sigma 2025

Figure I. 3: Prototypage du capteur statique utilisé par San. Et al [16]

Figure I. 4: Schéma du bras Sigma 2025

Figure I. 5: Liaison de Boys

Figure I. 6: Composite utilisé par Romer

Figure I. 7: Schématisation d'une structure interne d'un bras de type Sigma 2025

Figure I. 8: Partie optique d'un codeur angulaire

Figure I. 9: Disque d'un codeur incrémental

Figure I. 10: Disque 12 pistes d'un codeur absolu

Figure I. 11: Codeur incrémental

Figure I. 12: Roulements à billes

Figure I. 13: Accouplement élastique

Figure I. 14: Tube en fibre de carbone fixé avec la fourchette en aluminium

Figure I. 15: Vérin pneumatique

Figure I. 16: Capteur de référence utilisé dans l'étude

Figure I. 17: Schéma global du principe de la méthode de Monte Carlo

Figure I. 18: Schéma comparatif des deux méthodes pour l'estimation des incertitudes de mesure, le GUM et son Supplément 1 sur la méthode de Monte Carlo (d'après 0)

Figure I. 19: Description du Niveau 1 de la modélisation par la méthode de Monte Carlo²⁹

Figure I. 20: Barre étalon à billes

Figure I. 21: Description du Monte Carlo de Niveau 2

Chapitre II

Figure II. 1: Evolution des incertitudes-types sur X, Y et Z du point mesuré en fonction du nombre d'itérations

Figure II. 2: Positions considérées dans le processus d'étalonnage

Figure II. 3: Mesure de la bague extérieure d'un roulement à bille à mi-hauteur en plaçant une cale étalon

Figure II. 4: Processus 1 de mesure

Figure II. 5: Processus 2 de mesure

Figure II. 6: Erreur de la prise de mesure- Processus 1

Figure II. 7: Erreur de la prise de mesure - Processus 2

Figure II. 8: Relevée des écarts obtenus sur la mesure de la bague

Introduction

générale

Introduction générale

Introduction générale:

Un bras poly articulé, est une machine de mesures tridimensionnelles portables (L'acquisition des positions (X, Y, Z) d'un point fixe en extrémité du bras). L'emploi de cet appareil est de plus en plus courant dans l'industrie par rapport aux Machines à Mesurer Tridimensionnelles (MMT).

En effet, alors que pour une MMT, les coordonnées (X, Y, Z) d'un point définissent clairement la position de la machine suivant les trois axes, pour un bras poly articulé, il y a une infinité de positions et de configurations possibles de ce dernier pour atteindre un point fixe dans son volume de travail (non bijective du point mesuré).

Notre mémoire de fin d'études, s'articule autour des quatre chapitres :

Dans un premier chapitre, nous parlons des bras poly articulés d'une façon générale, et du bras Sigma 2025 en particulier, là où nous appliquons la méthode de Monte Carlo pour déterminer les incertitudes de mesures liées à ce type de bras poly articulé.

Dans le deuxième chapitre, nous procédons à parler des notions d'incertitude de mesure, et aussi des différentes étapes la méthode de Monte Carlo, et comment cette méthode puisse déterminer les incertitudes de mesures du bras poly articulé portable.

Le troisième chapitre intitulé «Modélisation et simulation de Monte Carlo», Nous parlons de l'évaluation d'un bras Sigma 2025, et nous appliquons les étapes de la méthode de Monte Carlo sur ce type de bras.

Chapitre I:

Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

I.1 Introduction :

Les bras poly articulés portables servent à mesurer les dimensions d'un objet soit en le touchant par un palpeur soit en le scannant avec un capteur à nappe laser.

Dans ce chapitre nous parlons des bras poly articulés d'une façon générale, et du bras Sigma 2025 en particulier, là où nous appliquons la méthode de Monte Carlo pour déterminer les incertitudes de mesures liées à ce type de bras poly articulé.

I.2 Historique et définition des bras poly articulés portables :

Le premier développement des bras poly articulés portables a eu lieu la première fois en 1986 par Romer qui fait partie du verset Hexagon Metrology. Ces appareils sont des dispositifs de mesures tridimensionnelles qui sont constitués de 6 ou 7 liaisons pivots [Figure I.1]. Ils réalisent des mesures à contact à l'aide d'un détecteur stable ou dynamique (dans ce cas Six (06) liaisons sont suffisantes), ou soit par contact qui est codifié à flache laser principalement (le 7ème axe sert à diriger la flache matricielle et est repéré en zénith du bras ou directement intégré sur le capteur).

Le principe de mesure consiste à réaliser l'acquisition de la position (X, Y, Z) d'un point fixe en extrémité du bras [Figure I.1] calculé par l'intermédiaire de l'indication des codeurs angulaires de chaque liaison et de la longueur des différentes parties (poutres) constituant le bras. Les coordonnées des points mesurés d'une pièce sont alors obtenues par transformations géométriques. Les points réellement mesurés sont obtenus par la connaissance des caractéristiques du capteur fixé à l'extrémité.

Il existe actuellement plusieurs bras de mesure sur le marché, on peut citer les plus utilisés : les bras de mesure Romer utilisés dans cette étude, les bras de mesure Faro et les bras de mesure Kreon Baces.

Au cours de la dernière décennie et avec l'utilisation croissante des bras de mesure dans les différents secteurs industriels, diverses améliorations ont été apportées

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

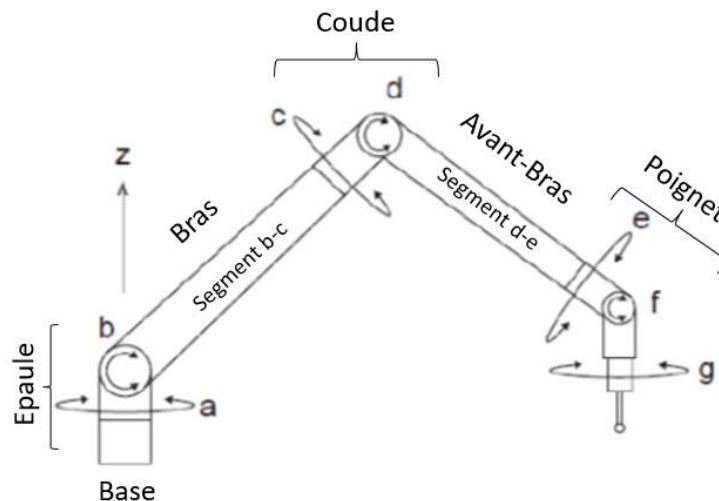


Figure I. 1: Schéma générique d'un bras de mesure à 7 liaisons (d'après 0)

I.3 Normalisation et étalonnage des bras poly articulés selon les constructeurs :

L'utilisation des bras poly articulés n'a malheureusement pas été accompagnée par des normes sur les procédures de vérification et d'étalonnage. Chaque fabricant a adopté ses propres procédures d'évaluation. Pour dépasser ce manque de normalisation, des préconisations ont été récemment développées l'ASME B89.4.22-2004 et la VDI 2617-9 à travers l'expérience accumulée lors de la définition et la réalisation des méthodes d'évaluation des différents fabricants. Ces documents représentent une étape historique dans l'évaluation des bras de mesure. Ils concernent uniquement la mesure et l'évaluation des mesures effectuées à l'aide de capteur statique et de capteur dynamique, couvrant les applications communes des bras de mesure, excluant spécifiquement les tests d'évaluation pour les bras avec des capteurs optiques sans contact. Afin d'uniformiser et d'éliminer toute ambiguïté dans les méthodes d'évaluation pour les bras de mesure, ces préconisations remplissent leur fonction, sans toutefois donner d'indication en ce qui concerne les méthodes d'identification des paramètres, d'étalonnage ou de correction.

Dans ces préconisations, les valeurs de performance sont annoncées comme la plage de mesures, l'écart maximal et l'écart-type afin d'être cohérent avec des normes nationales et internationales existantes.

Dans ce sens, Multiba *et al.* [1] ont mis en œuvre ces deux procédures, dans l'objectif de qualifier la performance de l'étalonnage de plusieurs bras de mesure.

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

Une nouvelle norme ISO 10360-12 est en préparation actuellement, elle reprend les grands principes de la norme 10360-2 (GPS, essais de réception et de vérification périodique machine à mesurer tridimensionnelles) et de l'ASME B89.4.22.

En termes d'estimation de l'incertitude des mesures par bras poly articulés, peu de travaux ont été élaborés. Santolaria et *al.* [2] ont caractérisé les erreurs de répétabilité de la mesure de différentes distances dans différentes orientations de l'espace de travail afin d'estimer les erreurs sur la base d'un modèle dépendant des paramètres géométriques. Ils ont aussi introduit l'influence de la température et établi un modèle de correction [3]. Sladeck et *al.* [4] abordent le problème de la modélisation théorique de l'erreur induite par les bras de mesure. Ils proposent une démarche d'estimation des erreurs en ligne (Virtual Articulated Arm Coordinate Measuring Machines) basée sur une simulation numérique qui permet par la suite d'effectuer une correction grâce à une matrice de compensation (Articulated Arm Computer Aided Accuracy).

Certains travaux ont intégré l'influence de la déformation des différentes parties du bras. Li et *al.* [5] ont considéré un modèle intégrant les flexions et les torsions engendrées par la gravité en considérant un bras présentant des axes de rotation parallèles (type scara). Les flexions sont mesurées avec un niveau, l'approche reste donc assez sommaire. Hamana et *al.* [6] ont intégré les flexions dans leur modèle théorique de bras type mais le fait qu'ils aient couplé l'extrémité du bras avec la tête d'une MMT avec une double ball-bar modifie le comportement mécanique du bras qui ne se trouve donc pas en condition normale d'utilisation. Les résultats obtenus indiquent d'ailleurs une faible influence des déformations en flexion.

Shimajima et *al.* ont utilisé un stylet en forme de cône. En appuyant sur la pièce mesurée avec le stylet, celle-ci change de position engendrant une incertitude importante. Les résultats ont été comparés par la suite à ceux obtenus en utilisant un capteur à 3 sphères équidistantes de 15 mm permettant un contact ponctuel avec la sphère. Ils ont donc conclu que l'incertitude obtenue était plus petite que celle obtenue avec le stylet conique d'où le capteur à trois billes assure une incertitude plus faible.

En termes d'étalonnage des bras de mesures, Santolaria et *al.* [7] se sont basés sur la méthode d'étalonnage à boucle ouverte pour définir un modèle permettant d'optimiser les paramètres géométriques d'un bras en utilisant un laser tracker. Dans une autre étude,

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

Hamana et *al.* [3] ont attaché l'extrémité de l'artefact à une MMT à la place du capteur et l'autre extrémité est attachée au bras à la place du stylet. La MMT mesure directement les coordonnées du centre de la sphère lors de l'étalonnage du bras de mesure. I. A. Sultan [8] a développé un processus d'étalonnage sur la base d'un modèle géométrique dont les paramètres sont identifiés par approximation résultant d'une perturbation aléatoire. De leur côté Kovac et *al.* [10] ont construit un système dans lequel la mesure de position est réalisée avec un système de mesure séparé de la ligne d'étalonnage. Les positions cibles le long de la ligne d'étalonnage sont mesurées avec un interféromètre laser.

Dans une autre approche se basant sur la méthode d'étalonnage en boucle fermée, Santolaria et *al.* [7] ont défini un modèle dépendant des paramètres géométriques du bras permettant d'optimiser ces paramètres. Cette étude est basée sur la méthode de Levenberg-Marquard pour minimiser la somme des erreurs quadratiques entre la distance euclidienne mesurée entre le centre de deux sphères sur une ball bar et la valeur étalon de la même distance. Dans la même approche, Shimojima et *al.* ont mesuré une plaque à billes avec 9 sphères 5 fois dans 5 configurations différentes du bras ce qui fait un total de 45 points mesurés, pour déterminer les paramètres géométriques de chaque articulation par la méthode des moindres carrés. Gao et *al.* [11] ont développé la matrice Jacobienne du modèle de Denavit Hartenberg pour développer une base théorique d'étalonnage des bras de mesure, en mettant en évidence l'effet des paramètres articulaires sur l'incertitude de mesure.

La problématique scientifique consiste à développer un modèle complet permettant la quantification des incertitudes de mesure sur un bras polyarticulé portable quelconque, en prenant en compte les paramètres les plus influents (températures, efforts exercés par l'opérateur, structure du bras considéré, matériaux utilisés, codeurs angulaires,...). Les études réalisées à ce jour, et citées dans le paragraphe précédent, ont traité chacune une problématique particulière liée aux mesures sur un bras polyarticulé portable. Ainsi, la répétabilité des mesures, l'influence des capteurs, l'effet des déformations dues au poids propre et la détermination des erreurs sur les paramètres géométriques ont été traités de manière indépendantes et sous certaines conditions. Cependant, à l'heure actuelle aucune étude n'a été présentée pour déterminer un modèle globale permettant d'évaluer les incertitudes d'une mesure de donné. Ce modèle se révèle être indispensable à l'heure actuelle, pour les fabricants de ces appareils pour pouvoir évaluer leur système de mesure et améliorer leurs performances mais aussi pour les utilisateurs de ces dispositifs afin de pouvoir évaluer la

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

qualité de leurs mesures. C'est dans ce cadre, que nous œuvrons à l'élaboration d'un modèle d'estimation des incertitudes en prenant en compte les différents paramètres intervenant sur la qualité de mesure

Notre étude se focalise principalement sur un bras de mesure Sigma 2025.

I.4 Constitution du bras Sigma 2025 :

I.4.1 structure des bras poly articulés :

Les bras de mesure sont constitués d'éléments en aluminium et en fibre de carbone montés sur des rotules qui leur confèrent six ou sept degrés de liberté.

Les nouveaux bras sont généralement en fibre de carbone, à l'exception des joints qui sont en aluminium. Le choix de la fibre de carbone se justifie par sa légèreté par rapport à l'aluminium et sa faible sensibilité à la température. En effet, le carbone se dilate très peu par rapport à l'aluminium. De plus, la fibre de carbone a huit fois le module d'élasticité de l'aluminium, ce qui lui confère une rigidité théorique beaucoup plus élevée. La rigidité globale du dépend de la construction du pli, elle est généralement inférieure à la rigidité de la fibre. Cependant, le carbone est plus sensible aux variations climatiques en termes de déformations résiduelles (relâchement des contraintes résiduelles qui provoquent des erreurs d'hystérésis). Il est donc conseillé aux fabricants de soumettre les pièces à des cycles de vieillissement avant l'étalonnage pour éviter une dérive rapide des bras fabriqués.

Les forces appliquées au bras ont tendance à déplacer l'ensemble du système de mesure le long d'un axe (ou d'une combinaison d'axes) ou à faire pivoter le système de mesure autour d'un axe (ou d'une combinaison d'axes), entraînant un changement entre les axes de l'encodeur et le axes du bras et conduit par conséquent à une incertitude de mesure.

I.4.2 structure des bras poly articulés SIGMA 2025 :

Le bras de mesure SIGMA 2025 est composé d'environ 40% d'alliage d'aluminium et 60% de composite de fibres de carbone. Il possède 6 axes de rotation reliés entre eux par des liaisons pivots [Figure I.2]. Ce porteur peut être équipé de différents types de capteurs avec contact statique à bille ou à pointe, dynamique (RENISHAW TP20) ou sans contact (scanner à ligne laser et capteur CCD). Le capteur est fixé au support du bras par une liaison de type Boys par l'intermédiaire de trois rainures.

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

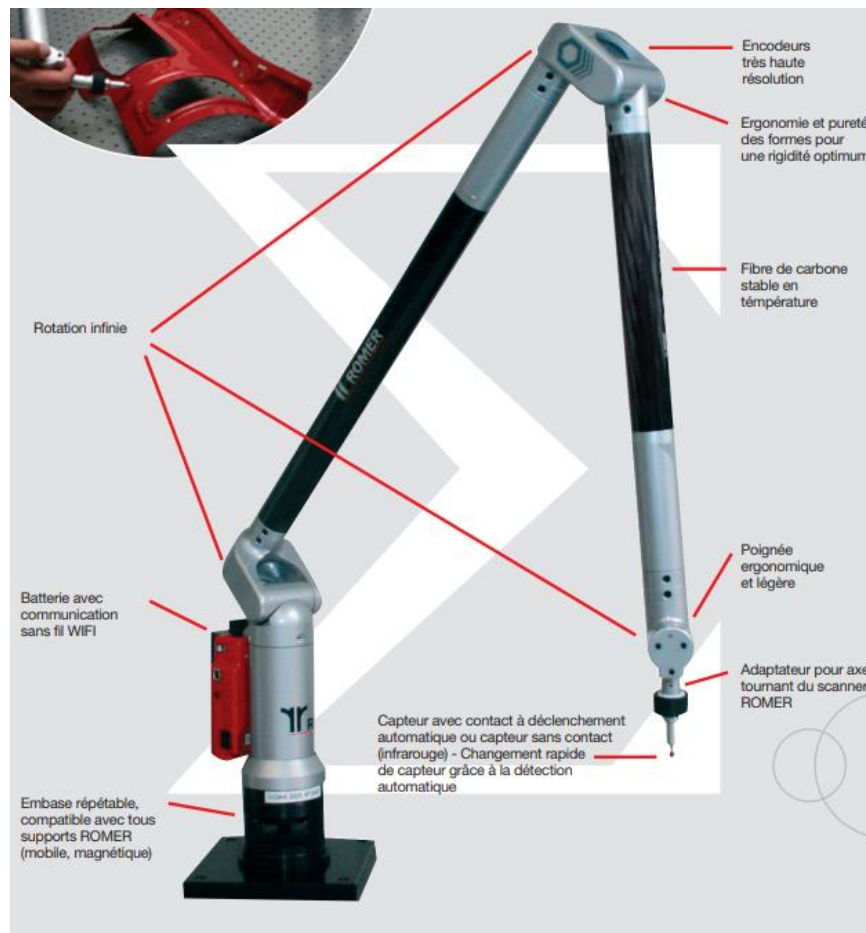


Figure I.2: Schéma du bras Sigma 2025

I.4.3. Matériaux utilisés :

Comme indiqué dans le paragraphe précédent, le bras de mesure SIGMA 2025 est composé d'environ 40% d'alliage d'aluminium et 60% de composite de fibres de carbone.

I.4.3.1 Alliage d'aluminium :

D'après les informations données par le groupe Hexagon Metrology, l'alliage d'aluminium utilisé dans la composition du bras Sigma 2025 est un AU4G dont le module d'Young est de 74 GPa.

I.4.3.2 Composite de fibres de carbone :

- Fibre de Carbone :

F

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

La fibre de carbone est un long brin fin de matériau d'environ 0,005 à 0,010 mm de diamètre. Il est constitué principalement d'atomes de carbone. Les atomes de carbone sont liés dans des cristaux microscopiques qui sont alignés plus ou moins parallèlement au grand axe de la fibre. L'orientation des cristaux rend la fibre extrêmement solide pour sa taille. Plusieurs milliers de fibres de carbone sont enroulées ensemble dans un fil qui peut être utilisé tel quel ou tissé. Ce matériau se caractérise par sa faible densité, sa haute résistance à la traction et à la compression, sa flexibilité, sa bonne conductivité électrique et thermique, sa résistance à la température et son inertie chimique (sauf à l'oxydation).

▪ Composite utilisé par ROMER sur les bras Sigma 2025 :

Le matériau utilisé dans la composition du bras Sigma 2025 est, selon les informations données par Romer, un composite à renforts en fibres unidirectionnelles [Figure I.3]. Il comporte trois couches orientées à 0° , 20° et -20° par rapport à l'axe du tube. L'épaisseur du tube est de 2 mm et le module d'Young est de 640 GPa .

Pour une couche, la résistance à la traction longitudinale est tout à fait indépendante de la liaison fibre-matrice, la résistance à la traction transversale et la résistance à la flexion (par flexion dans des directions longitudinale ou transversale) augmentent avec l'augmentation de la liaison fibre-matrice. Cela donne un comportement fortement anisotrope.



Figure I. 3: Composite utilisé par Romer

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

I.4.4 Composants internes :

Les liaisons entre les parties en fibre de carbone composé et l'alliage d'aluminium sont des liaisons pivots assurés par des roulements de type SKF. Par ailleurs des accouplements élastiques sont installés entre les roulements et les codeurs pour éliminer les problèmes de Co axialité [12].

I.4.4.1 Codeurs angulaires :

Des encodeurs optiques fournissent ses coordonnées de position (XYZ) et d'orientation (IJK) à chaque poignet. Ces codeurs sont des capteurs de position angulaire formés par un arbre relié à l'un des arbres articulés du bras. Cet arbre fait tourner un disque lorsque l'articulation est déplacée. Le disque comprend une lumière émise par des diodes électroluminescentes traverse les fentes de ce disque et génère un signal analogique dans les photodiodes réceptrices une séquence de parties opaques et transparentes. Et forme ainsi la partie optique du codeur .Le signal électrique collecté est amplifié puis converti en un signal carré qui est ensuite transmis à un système de traitement [12].

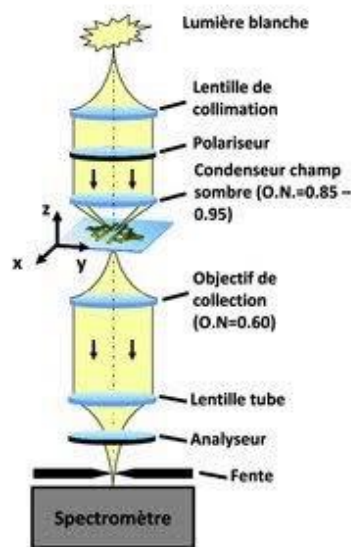


Figure I. 4: Partie optique d'un codeur angulaire

On a deux types de codeurs optiques, à savoir :

Les codeurs incrémentaux : sont des générateurs d'impulsions constitués généralement, de deux pistes externes divisées en intervalles d'angles égaux de telle sorte que les signaux

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

carrés obtenus soient déphasés de 90° , ce qui donne les sens de rotation et d'une voie avec impulsion zéro [6]. Les pistes externes sont divisées en n intervalles d'angles égaux alternativement opaques et transparents. Le nombre d'intervalles représente la résolution du codeur (dans notre cas $n= 1280000$ pour le codeur lié au repère fixe et 640000 pour les autres). Ce signal permet de définir un zéro de comptage et une position de référence.

- Les codeurs absolus : donnent la position de l'axe sous la forme d'un mot binaire. La lecture du code de sortie est unique pour chacune des positions. Le disque des codeurs absolus comporte un nombre de pistes concentriques divisées en segments égaux alternativement opaques et transparents [Figure I.5]. Pour chaque position angulaire de l'axe, le disque fournit un « code binaire » de longueur « n » correspondant à 2ème de tour. La résolution du codeur est égale à $2n$. Un codeur absolu délivre en permanence un code qui est l'image de la position réelle du mobile à contrôler. Ce qui fait que la mise sous tension ne nécessite pas la réinitialisation du codeur.

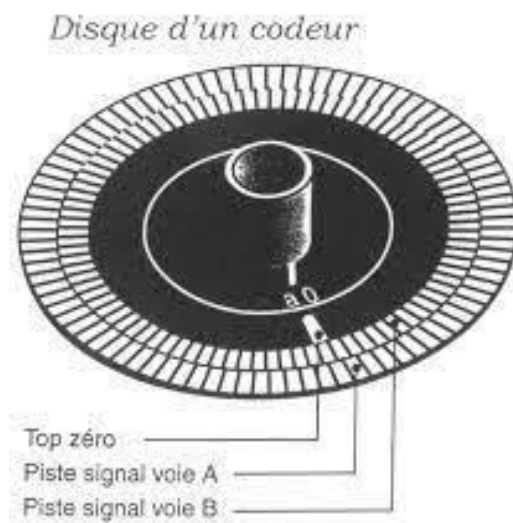


Figure I.5: Disque 12 pistes d'un codeur absolu

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

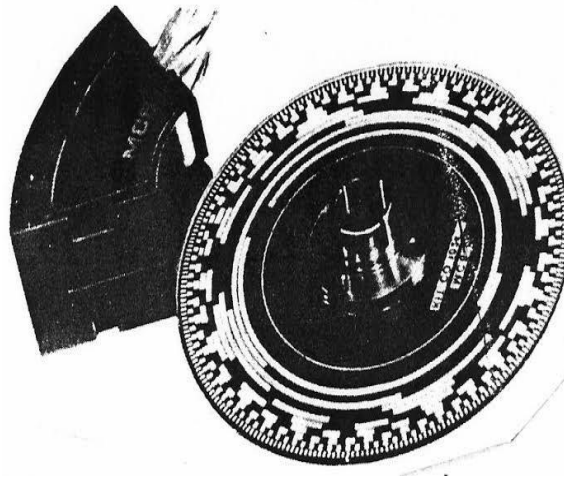


Figure I. 6:Disque d'un codeur incrémental

Les codeurs absolus ont été développés pour pallier les contraintes générées par les codeurs incrémentaux, à savoir :

- La sensibilité aux coupures de réseau : chaque coupure du courant fait perdre la position réelle du mobile. Il faut alors procéder à la réinitialisation. Ce temps de réinitialisation peut être pénalisant pour certaines applications.
- La sensibilité aux parasites en ligne : Un parasite reçu sur la ligne peut être comptabilisé par le système de traitement comme un signal d'incrément lorsque les signaux complémentaires ne sont pas pris en compte.
- Lorsque la fréquence de comptage est élevée, une erreur de positionnement peut survenir.
- Le recalage par le « top zéro » est impossible dans le cas de mouvement de type oscillant, si le codeur ne fait pas de tour complet.

Les codeurs utilisés dans le bras Sigma 2025 sont des codeurs incrémentaux .ces capteurs ont leur propre roulement et sont en version étanche. Ils sont robustes et de dimensions compactes. L'accouplement de ces capteurs rotatifs sur l'arbre moteur ou sur la broche s'effectue côté rotor à l'aide d'un accouplement d'arbre séparé qui sert à corriger le jeu axial et les erreurs d'alignement entre l'arbre du capteur et l'arbre moteur.

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

I.4.4.2 Roulements :

Pour assurer le guidage en rotation, deux roulements rigides à billes [Figure I.7] sont utilisés par axe de rotation.

Le principal avantage des roulements en acier inoxydable réside dans leur résistance à la corrosion en environnements humides et corrosifs.



Figure I. 7: Roulements à billes

I.4.4.3 Accouplements élastiques :



Figure I. 8: Accouplement élastique

Des éléments d'accouplement, dits accouplements ou accouplements élastiques, sont utilisés pour compenser les désalignements (erreurs de coaxialité) des deux pièces de connexion [Fig.I.8]. L'accouplement capteur rotatif est placé au milieu des maillons (sauf le premier maillon) et permet de relier l'arbre guidé à travers les roulements au codeur.

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

I.4.4.4 Le capteur laser, infrarouge :

Les palpeurs utilisables sur bras de mesure peuvent être de type statique, dynamique ou un scanner à nappe laser, ce qui modifie inévitablement les fluctuations du point mesuré, à savoir:

Pour un capteur statique quelconque, l'acquisition de la mesure se fait toujours par une impulsion électrique déclenchée par l'opérateur (en général, un appui sur un bouton). De ce fait, l'effort de contact est géré directement par l'opérateur et l'assiduité de celui-ci conditionne la déformation de la structure et donc la fluctuation du point mesuré. On peut considérer que l'opérateur exerce les mêmes efforts quel que soit le capteur statique utilisé.

Pour un capteur dynamique, la prise de mesure est effectuée directement par le capteur et l'effort de contact est donc maîtrisé et connu.

Pour un scanner à nappes laser, il n'y a pas de contact avec la pièce. L'opérateur, en manipulant le bras, le contraint et le déforme. Les mesures sont réalisées « à la volée » en dynamique sans contact.

I.5 Démarche de l'étude pour la détermination des incertitudes de mesures des bras poly articulés portables :

Ainsi, compte tenu de la structure des bras de mesure, l'incertitude de mesure est influencée par de nombreuses variables d'influence, principalement dues aux matériaux utilisés, aux connexions Internes, aux différents composants, aux paramètres géométriques et aux paramètres environnementaux. Notamment la température, les déformations générées par l'effort exercé par l'opérateur, les vibrations, ... Pour cela, il faut d'abord composer le avant de commencer notre étude

La méthode la plus adéquate pour la détermination des incertitudes de mesure liées au bras poly articulé portable. Cette étape fera l'objet de ce paragraphe. Nous commencerons par un rappel sur la notion d'incertitude et une présentation des différentes méthodes d'estimation des incertitudes de mesures pour aboutir à la détermination de la démarche suivie dans notre étude.

Chapitre I: Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras poly articulés portable

I.6 Conclusion :

Un Bras poly articulé portable, est une machine de mesure tridimensionnelle, dans ce premier chapitre, on a parlé de l'historique, la normalisation et l'étalonnage de cette machine, puis on a vu la structure générale du bras.

Dans ce qui suit, nous allons faire une étude des bras poly articulés portable Sigma 2025, et nous allons appliquer la méthode Monte Carlo pour éliminer le facteur d'incertitude.

Chapitre II:
L'application
théorique de la
méthode de Monte
Carlo sur un bras
poly articulé portable

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

II.1 Introduction

En industrie, chaque machine présente un pourcentage d'incertitude, et comme toute machine industrielle, le bras poly articulé a un nombre d'incertitude à éliminer, et pour cela, les scientifiques ont développé quelques méthodes pour cette élimination, dans ce chapitre, nous allons parler de la méthode de Monte Carlo, et nous allons voir comment l'appliquer théoriquement sur un bras poly articulé portable de type Sigma 2025.

II.2 Notion d'incertitude de mesure :

Incertitude de mesure selon le Vocabulaire International de Métrologie (VIM) , est un paramètre lié au résultat d'une mesure qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande (la grandeur à mesurer). Par conséquent, une incertitude type (écart type) doit être attribuée à chaque résultat de mesurande. L'incertitude élargie affichée est alors un multiple de l'incertitude type. Le résultat définit alors un intervalle dans lequel on peut s'attendre à un grand nombre de valeurs pouvant être affectées de manière significative à la variable mesurée considérée.

Même si on utilise l'appareil le plus performant au monde, les mesures ne seront jamais exactes. En effet, plusieurs paramètres interviennent sur le résultat de ces mesures en engendrant des erreurs plus ou moins importantes selon la procédure de mesure, les conditions climatiques... Hors, de très nombreuses décisions sont fondées sur des résultats de mesure, dont notamment :

- l'acceptation d'un produit ;
- la validation d'un procédé ;
- le réglage d'un paramètre (de fabrication) ;
- la validation d'une hypothèse (Recherche et développement) ;
- la surveillance (de l'environnement) ;
- la sécurité (d'un produit ou d'un système) ;
- le diagnostic (médical).

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

Prendre de bonnes décisions est impératif pour toutes les entreprises. L'incertitude associée à un résultat de mesure permet de fournir une indication quantitative sur la qualité de ce résultat. Cette information est essentielle pour estimer la fiabilité d'un résultat de mesure. Sans incertitudes, les résultats de mesure ne sont plus comparables ni entre eux, ni par rapport à des valeurs de référence spécifiées dans une réglementation ou une norme [5].

II.3 Méthode de Monte Carlo :

La méthode de Monte Carlo (MC) a été développée à Los Alamos par Von Neumann, Ulam et Metropolis à la fin de la Seconde Guerre mondiale pour étudier la diffusion des neutrons dans les matières fissiles [13,14].

Pendant ce temps, un groupe de scientifiques travaillait sur le premier ordinateur numérique : ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Computer) à l'Université de Pennsylvanie à Philadelphie pour le Ballistics Research Laboratory à Aberdeen afin d'accélérer le temps de calcul.

John Von Neumann, professeur de mathématiques à l'Institute for Advanced Study et conseiller d'Aberdeen et de Los Alamos, a reconnu le grand potentiel de l'ENIAC pour les travaux alors menés par le scientifique hongrois Edward Teller et son groupe dans le cadre de la préparation de la première bombe atomique, il a proposé de créer un modèle informatique préliminaire d'une réaction thermonucléaire pour tester l'ordinateur.

Ainsi, les premières simulations ont été réalisées par Nicolas Metropolis, Von Neumann et Ulam pour simuler directement les problèmes d'absorption et de diffusion des neutrons pour les matières fissiles.

Cette méthode a été introduite dans les années 1990 pour estimer les incertitudes de mesure et a notamment été présentée par Thierry COOREVITS au Congrès International de Métrologie en 1994[4,15] a ensuite été repris dans de nombreux articles[11,16,17,18], finalement publiés en tant que Supplément 1 du GUM en 2008 et disponible sur le site Web du BIPM.

Cette méthode, en complément du GUM, consiste à déterminer les incertitudes de mesure en se basant sur la méthode Monte Carlo d'estimation des incertitudes à l'aide d'un logiciel. La méthode de propagation de distribution selon la méthode de Monte Carlo (propagation de distribution) nécessite la simulation d'échantillons de valeurs pour chacune des variables

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

d'entrée du modèle de mesure. On définit le modèle de mesure de n variables aléatoires X_1, \dots, X_n , auxquelles on a attribué une loi de distribution, une valeur moyenne, un écart-type ou une plage de fluctuation. De cette façon, nous générons une distribution qui nous permet de calculer la moyenne et une incertitude type.

La méthode de Monte Carlo se décompose en quatre étapes [5,19], à savoir :

- **ETAPE 1 : Analyse du processus de mesure :**

Cette étape, est commune avec la méthode du GUM et toutes les méthodes d'évaluation de l'incertitude. Elle consiste à définir le mesurande, le processus de mesure, les paramètres d'influence et modéliser le processus de mesure. Dans cette approche le processus n'est pas modélisé par une fonction mathématique mais par un programme informatique.

- **ETAPE 2 : Quantification des sources d'incertitude :**

Il s'agit de quantifier chaque grandeur d'influence, identifiée par le diagramme 5M. Cette étape est commune avec l'étape 3 du GUM détaillée dans l'étape 2

- **ETAPE 3 : Evaluation de l'incertitude composée par simulation :**

Pour ce faire, on commence par associer à chaque grandeur d'entrée une distribution statistique. Le choix de la distribution se base sur les informations disponibles (résultats expérimentaux, certificats d'étalonnage, jugement d'expert, fiches techniques,...).

En cas de corrélation entre deux ou plusieurs variables, on attribue une distribution conjointe.

Puis, on simule numériquement N fois chaque grandeur d'entrée et on en déduit les valeurs correspondantes de la grandeur de sortie. A cet effet, il faut disposer d'un générateur de nombre pseudo-aléatoire performant.

Le nombre de tirages N recommandé par le supplément 1 du GUM est de 10^6 afin de s'assurer de la stabilité de la distribution empirique de la grandeur de sortie. Cependant, si 10^6 simulations s'avèrent trop coûteuses en temps de calcul, Désenfant et *al.* [10] Proposent de simuler des échantillons plus petits et effectuer deux séries de simulations de même taille et comparer les deux valeurs de grandeur de sortie obtenues. On réitère l'opération jusqu'à ce qu'on converge vers la précision numérique souhaitée.

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

La distribution empirique du mesurande est donc définie à partir de la moyenne empirique des N grandeurs de sorties obtenues par les simulations de Monte Carlo[13].

- **ETAPE 3': Analyse des sensibilités :**

Cette étape n'est pas indiquée dans le supplément 1 du GUM. Il s'agit d'étudier la pondération des différents paramètres d'influence, ce qui permet d'optimiser le résultat de simulation et par conséquent, le processus de mesure.

A ce jour, plusieurs méthodes d'analyse des sensibilités ont été développées, dont notamment la décomposition de Sobol [8] , la méthode de FAST[20] et la méthode de Mac Kay[4].

Dans notre étude, l'objectif n'étant pas de quantifier les incertitudes, mais, de déterminer un modèle permettant d'estimer les incertitudes d'un processus de mesure utilisant un bras poly articulé portable, nous utilisons la méthode dite de Screening pour l'analyse des sensibilités. Cette méthode a été introduite par Moris et consiste à étudier les paramètres influents un par un en annulant les autres. Pour ce faire, il suffit de réaliser des simulations en prenant en compte une seule source d'incertitudes à la fois. Ce qui nous permet de définir la pondération des différents facteurs et d'en déduire les plus influents dans l'incertitude de mesure.

- **ETAPE 4 : Expression de l'incertitude élargie et du résultat final :**

Il s'agit d'exprimer l'incertitude élargie et de déterminer l'intervalle de confiance. Cette étape est similaire à l'étape 4 de la méthode de GUM.

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

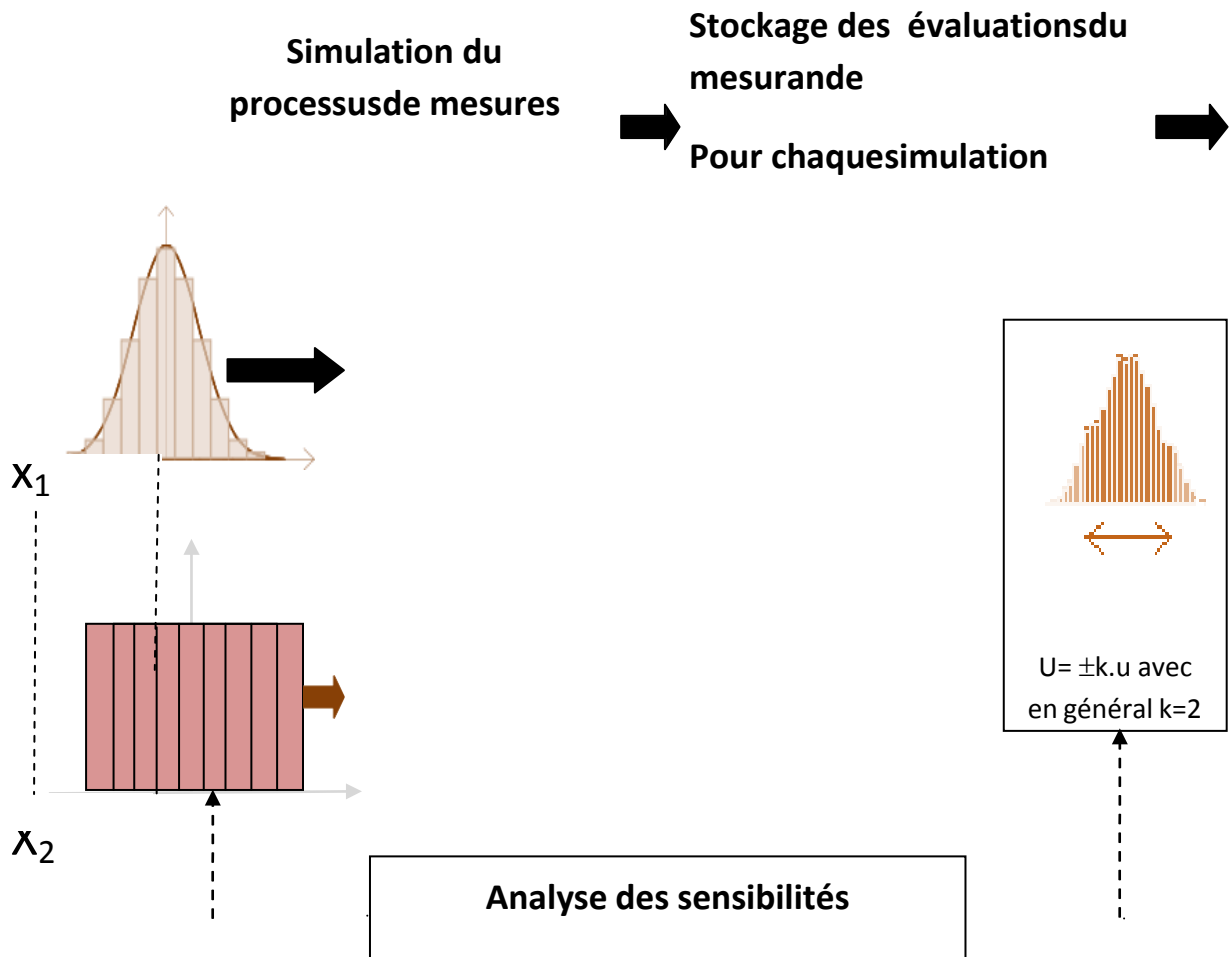


Figure II.1: Schéma global du principe de la méthode de Monte Carlo

Cette méthode présente également des inconvénients notamment :

- Un point fondamental dans la simulation est le choix du générateur de nombres aléatoires qui doit être performant et validé.
- Contrairement, à la méthode analytique du GUM où les coefficients de sensibilité sont définis et la pondération des paramètres d'influence est tirée directement de l'incertitude composée, pour la méthode de Monte Carlo on a besoin de faire une analyse de sensibilité à posteriori pour déterminer la pondération de chacun de ces paramètres en annulant les autres dans la simulation.

Pour un paramètre i ($i=1 \dots n$) : d_i est la distribution associée, \bar{x}_i est la moyenne des valeurs et $u(x_i)$ est l'incertitude-type .

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

- Cette méthode peut engendrer un temps de calcul plus ou moins long selon le type du processus et la complexité du modèle.

II.3.1 Détermination de la démarche de l'étude pour la détermination des incertitudes de mesures des bras poly articulés portables :

L'incertitude de mesure par les bras poly articulés portables est impactée par de nombreuses grandeurs d'influence. Elles peuvent être classées en deux catégories : intrinsèques et extrinsèques :

- Les facteurs intrinsèques sont de deux natures : géométriques et non géométriques :
 - les paramètres de définition géométrique sont les variables liées aux longueurs des différentes parties du bras et les angles relatifs entre les axes des différentes liaisons
 - les paramètres géométriques sont les variables liés à la structure et aux liaisons internes du bras. Ils comprennent notamment :
 - ✓ les variables articulaires liées aux liaisons pivots, intégrant notamment la résolution et les origines des codeurs
 - ✓ les variables liées aux liaisons (défaut d'alignement, liaison précontrainte sans jeu,...) et les éléments permettant l'équilibrage dynamique. Ces paramètres ne sont pas simples à déterminer.
- Les facteurs extrinsèques sont bien détaillés dans la préconisation ASME B89.4.22. Elle recense :
 - la température, qui provoque des variations des longueurs par dilatation (alliage d'aluminium) ou rétractation (fibre de carbone). Il est à noter que l'association des matériaux à base de fibres de carbone et d'alliage d'aluminium a tendance à compenser les variations dimensionnelles sans toutefois les annuler complètement.
 - Les déformations des différentes parties du bras sous l'action combinée de la gravité et de l'opérateur. Ces déformations sont essentiellement de la flexion provoquée par le poids propre mais aussi par les actions de mise en contact ainsi que de la torsion due au fait que les actions ne sont pas exercées dans un même plan (frottement) mais aussi à cause des contraintes internes (codeur/accouplement élastique) [10].

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

- Les vibrations environnantes, les bras étant souvent utilisés en atelier.

La détermination théorique des incertitudes de mesure avec un bras poly articulé est donc complexe du fait de la nature et de la variété des facteurs d'influence qui entrent en jeu, de plus cette difficulté est aggravée par le fait que la mesure d'un point est non bijective (plusieurs positions possibles du bras pour la même coordonnée mesurée).

Si vous utilisez un modèle d'incertitude selon la méthode GUM il est nécessaire de définir la modélisation du mesurande, d'intégrer les variables d'influence comme variables d'entrée du modèle et de calculer les différentielles partielles afin de réaliser la loi de propagation de l'incertitude. Pour cela, des hypothèses doivent être faites, notamment sur la dépendance mutuelle des variables d'entrée du modèle, afin de prendre en compte les covariances. Afin de pallier toutes les difficultés liées à la technique de propagation de la variance, la méthode de Monte Carlo [10],

Publiée en 2008 dans le Supplément n°1 du GUM, est utilisé comme outil pour simuler la loi de propagation de l'incertitude. Un générateur de nombres aléatoires est utilisé pour simuler le tirage d'un grand nombre de prédicteurs.

Pour le générateur de nombre aléatoires, nous utilisons le logiciel de calcul Wolfram Mathematica dont la capacité à correctement générer, statistiquement parlant, des nombres aléatoires a déjà été validée.

L'objectif de notre étude est de réaliser un modèle d'estimation d'incertitudes pour un processus de mesure utilisant un bras poly articulé portable. Ce modèle devrait permettre à un utilisateur de bras de mesure de quantifier les incertitudes de mesures quel que soit le mesurande. Pour ce faire, nous proposons dans notre étude une approche qui consiste à réaliser une simulation de Monte Carlo à deux niveaux principaux :

- un premier niveau correspondant au porteur, c'est-à-dire au bras lui-même. Etant donné que la mesure d'une pièce quelconque avec un bras de mesure consiste à la mesure d'un ensemble de points sur cette pièce pour en déduire le mesurande. Ce niveau consiste donc à mesurer les coordonnées cartésiennes du point mesuré.
- un second niveau appliqué à l'évaluation du mesurande considéré à partir des fluctuations possibles du bras et des fluctuations de la pièce dans son environnement de mesure. Ce niveau dépend du mesurande et de la pièce mesurée.

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

Cette démarche permet d'obtenir une simulation au plus près possible de la physique de la mesure. Les deux niveaux décrits sont détaillés dans les paragraphes ci-dessous.

II.3.2 Niveau 1: Evaluation du porteur à mesurer les coordonnées cartésiennes d'un point :

Le premier niveau, objet de notre étude correspond à l'évaluation du porteur. L'objectif est de pouvoir déterminer par simulation l'ensemble des configurations possibles du bras en fonction des contraintes extérieures (température, sollicitations de l'utilisateur,...). Cette simulation consiste donc à estimer les évolutions possibles de la structure et in fine à obtenir les variations des coordonnées cartésiennes du point mesuré. Ce premier niveau consiste donc à chiffrer les incertitudes sur les coordonnées cartésiennes d'un point de mesure.

Le niveau 1 est réalisé en trois phases qui représentent les trois sous niveaux des simulations de Monte Carlo, à savoir :

- le niveau 1.1, permettant de connaître la dispersion de la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point lors de la phase d'étalonnage du bras, c'est-à-dire avec l'utilisation du capteur de référence,
- le niveau 1.2 permettant à partir du niveau 1.1 de déterminer les erreurs d'étalonnage et donc de quantifier les incertitudes sur la détermination des paramètres géométriques du modèle (distances et angles du modèle géométrique).
- le niveau 1.3 qui permet de déterminer les incertitudes sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point en considérant le capteur utilisé [12].

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

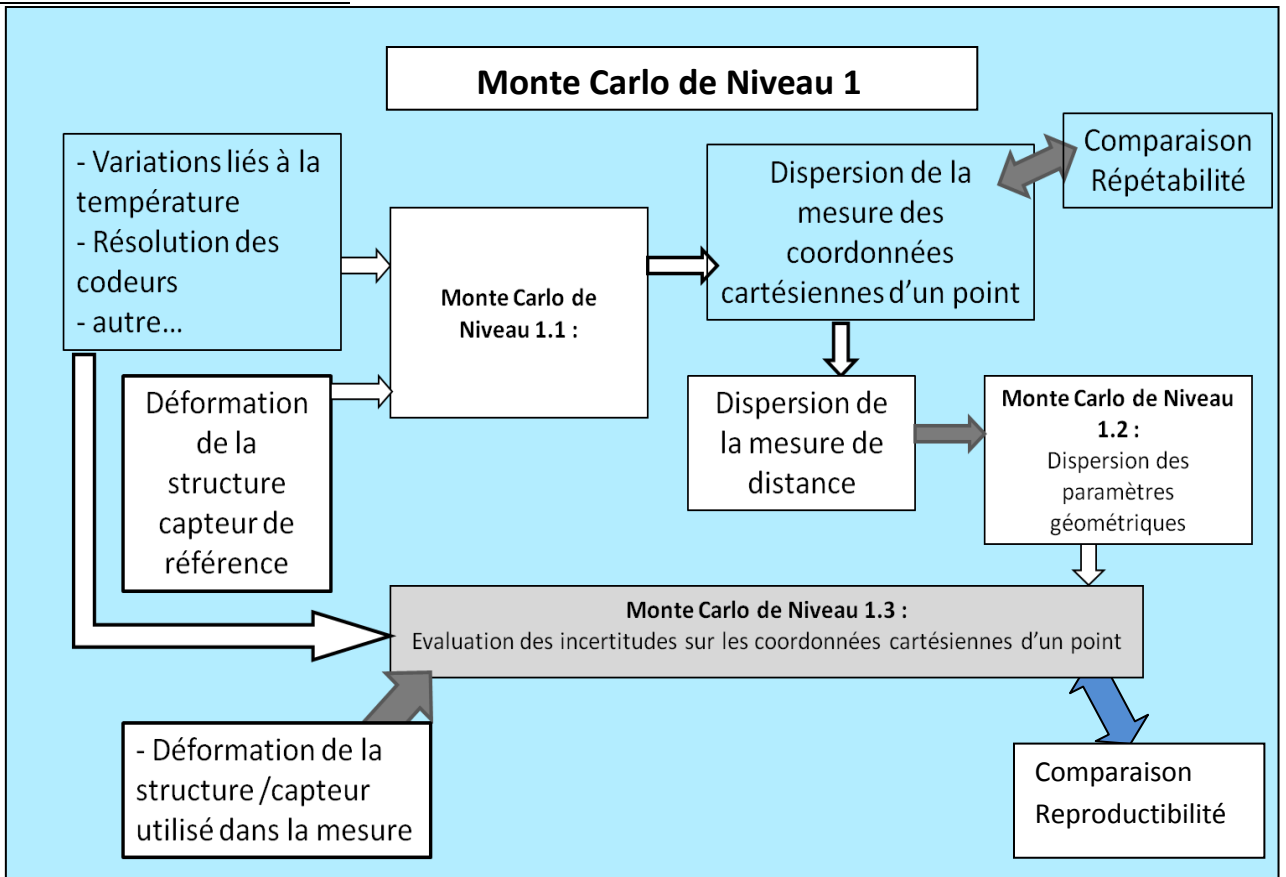


Figure II.2: Description du Niveau 1 de la modélisation par la méthode de Monte Carlo

II.3.2.1 Niveau 1.1 : Evaluation de la dispersion de la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point :

L'objectif est de quantifier la dispersion dès la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point, indépendamment de l'étalonnage du bras, des défauts de surface et de la température de la pièce.

Dans cette étape, le bras est considéré comme étalonné, c'est-à-dire que l'on n'introduit pas d'erreurs liées à l'étalonnage. Ce niveau 1.1 prend donc en considération : les fluctuations des longueurs des poutres en particulier sous l'effet des variations de température, les erreurs liées à la résolution des codeurs, les déformations de la structure sous l'action des efforts extérieurs (notamment les actions de l'opérateur : déformations de traction/compression, flexion et torsion), et des efforts internes liées aux accouplements.

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

Le capteur utilisé dans ce niveau 1.1 est le palpeur statique de référence de diamètre 15 mm. Le mesurande considéré au niveau 1 est la détermination des coordonnées cartésiennes du centre bille de ce capteur.

Si on considère que le bras est correctement étalonné, c'est-à-dire que l'étalonnage n'introduira pas d'incertitudes supplémentaires et que le modèle est correctement réalisé, c'est-à-dire prend en compte les principales causes d'incertitudes, l'ordre de grandeur de l'incertitude-type sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point obtenue par cette simulation de niveau 1.1, doit être du même ordre de grandeur que l'étude de la répétabilité sur point [14].

II.3.2.2. Niveau 1.2 : Détermination des dispersions des paramètres géométriques :

Dans le niveau 1.1, le bras est considéré étalonné. Les longueurs des différentes parties considérées dans le modèle géométrique du bras sont les longueurs nominales données par le fabricant. Les angles initiaux entre les différentes parties du bras sont déterminés approximativement. Il s'avère donc nécessaire pour compléter le modèle, de déterminer les erreurs relatives à ces paramètres géométriques.

Le mesurande considéré dans ce niveau 1.2 est la distance entre deux points situés sur la barre en invar étalonnée par Romer [Figure I.21]. L'étalonnage d'un bras est classiquement réalisé à partir de différentes positions/orientations d'un étalon dans l'espace de travail. Les longueurs mesurées sont ensuite évaluées par rapport aux longueurs étalons et on estime ainsi les longueurs des différents composants de la structure et la position correspondante des codeurs. Aucune évaluation d'incertitudes n'est réellement effectuée à cette étape par les fabricants, l'étalonnage correspond à une détermination moyenne des composantes nominales du bras sur la plage de mesure effectuée.

L'objectif du Niveau 1.2 est de réaliser une modélisation de Monte Carlo sur l'étalonnage lui-même. Dans la mesure où une évaluation de l'incertitude sur les coordonnées cartésiennes d'un point mesuré a été effectuée au niveau 1.1, il est alors possible de simuler l'ensemble des mesures de longueurs possibles pour chacune des positions. On obtient donc un ensemble de configurations possibles d'étalonnage, ce qui permet de déterminer les incertitudes sur les longueurs des composants du bras et l'orientation des codeurs liées à la phase d'étalonnage.

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

Le capteur utilisé dans ce niveau 1.2 est le capteur statique de référence de diamètres 15mm.



FigureII. 3: Barre étalon à billes

II.3.2.3. Niveau 1.3 : Evaluation incertitudes sur les coordonnées cartésiennes d'un point :

Ce niveau consiste à effectuer la simulation de Monte Carlo finale du Niveau 1, c'est-à-dire à:

- Reprendre l'ensemble des paramètres de la simulation de niveau 1.1 en prenant en compte le capteur utilisé.
- Injecter les valeurs des paramètres géométriques corrigées et leurs dispersions respectives selon les résultats de la détermination des erreurs d'étalonnage effectuée au niveau 1.2.
- De ce fait, on arrive à la détermination l'incertitude de mesure sur notre mesurande considéré, à savoir : les coordonnées cartésiennes du centre bille du capteur de référence.

Ce niveau 1.3 est donc réalisé avec le capteur statique de référence de diamètre 15 mm ou tout autre capteur. Comme indiqué plus haut, les capteurs utilisables sur bras de mesure peuvent être de type statique, dynamique ou un scanner à nappe laser, ce qui modifie inévitablement les incertitudes sur les coordonnées cartésiennes du point mesuré, à savoir :

- Pour le capteur de référence, les résultats du niveau 1.1 peuvent être repris en intégralité puisque l'on utilise le même capteur

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

- Pour un capteur statique quelconque, l'acquisition de la mesure se fait toujours par une impulsion électrique déclenchée par l'opérateur (en général, un appui sur un bouton). De ce fait, l'effort de contact est géré directement par l'opérateur et l'assiduité de celui-ci conditionne la déformation de la structure et donc l'incertitude sur les coordonnées cartésiennes du point mesuré. On peut considérer que l'opérateur exerce les mêmes efforts quel que soit le capteur statique utilisé. Les résultats du niveau 1.1 peuvent être repris en intégralité. Par contre, il faudra rajouter le paramètre de flexion du stylet du capteur dans la simulation de Monte Carlo si le capteur utilisé est long et de faible section. Pour caractériser la flexion du stylet, il est possible de faire mesurer par l'opérateur le plateau d'une balance électronique et de relever les masses donc les efforts exercés. Un modèle mécanique simple de flexion d'une poutre sous effort suffit[17,20].
- Pour un capteur dynamique, la prise de mesure est effectuée directement par le capteur et l'effort de contact est donc maîtrisé et connu. Les résultats du niveau 1.1 ne peuvent pas être récupérés en intégralité. En effet tous les paramètres, dépendant de l'effort de contact exercé, sont à déterminer de nouveau, notamment la flexion et la torsion de la structure qui sont moins importants. Les défauts du palpeur dynamique (répétabilité et erreurs liés à la liaison de type boys du capteur) et du stylet utilisé (longueur, forme) interviennent aussi dans l'incertitude sur les coordonnées cartésiennes du point mesuré et doivent être pris en compte. Il est possible tout de même de conserver les paramètres du niveau 1.1 mais les incertitudes seront surestimées.
- Pour un scanner à nappes laser, il n'y a pas de contact avec la pièce. L'opérateur, en manipulant le bras, le contraint et le déforme. Les mesures sont réalisées « à la volée » en dynamique sans contact. Il n'est pas possible de conserver les paramètres du niveau 1.1, il faut réévaluer les déformations de la structure en dynamique sans contact. [21] Il faut rajouter également les incertitudes liées à la nappe laser.

Chapitre II: L'application théorique de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable

I.4 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté le contexte et la démarche de l'étude pour la détermination des incertitudes de mesures des bras poly articulés portables. Et qu'il existe plusieurs méthodes pour éliminer ces incertitudes. Parmi ces méthodes, nous allons présenter la méthode Monte Carlo qui a été développée à Los Alamos par Von Neumann, Ulam et Metropolis à la fin de la Seconde Guerre mondiale. Cette méthode consiste à faire une estimation des incertitudes à l'aide d'un logiciel. La méthode de Monte Carlo se décompose en quatre étapes (Analyse du processus de mesure, Evaluation de l'incertitude composée par simulation, Evaluation de l'incertitude composée par simulation, Analyse des sensibilités, Expression de l'incertitude élargie et du résultat final). Après cela, nous avons procédé à l'application théorique de cette méthode sur les bras poly articulés, selon le premier niveau de cette méthode.

Chapitre III:

Application de la simulation de Monte Carlo

III.1. Introduction

Le but de ce chapitre est de déterminer l'incertitude de mesure d'un paramètre mécanique par l'utilisation de la méthode de Monte Carlo sur un bras poly articulé portable de type Sigma 2025. Nous allons procéder à faire cette simulation à l'aide du logiciel Excel. Ainsi que la présentation de la différence entre une méthode directe par mesure et une méthode indirecte sans faire des mesures.

III.2 Application de la mesure directe par bras de mesure :

Soit une éprouvette rectangulaire de longueur L , de largeur l et d'épaisseur ep soumis à une force de traction F . cette force est exercée par le bras de mesure lui-même qui est au même temps mesure cette force par un capteur monter en tête de bras de mesure.

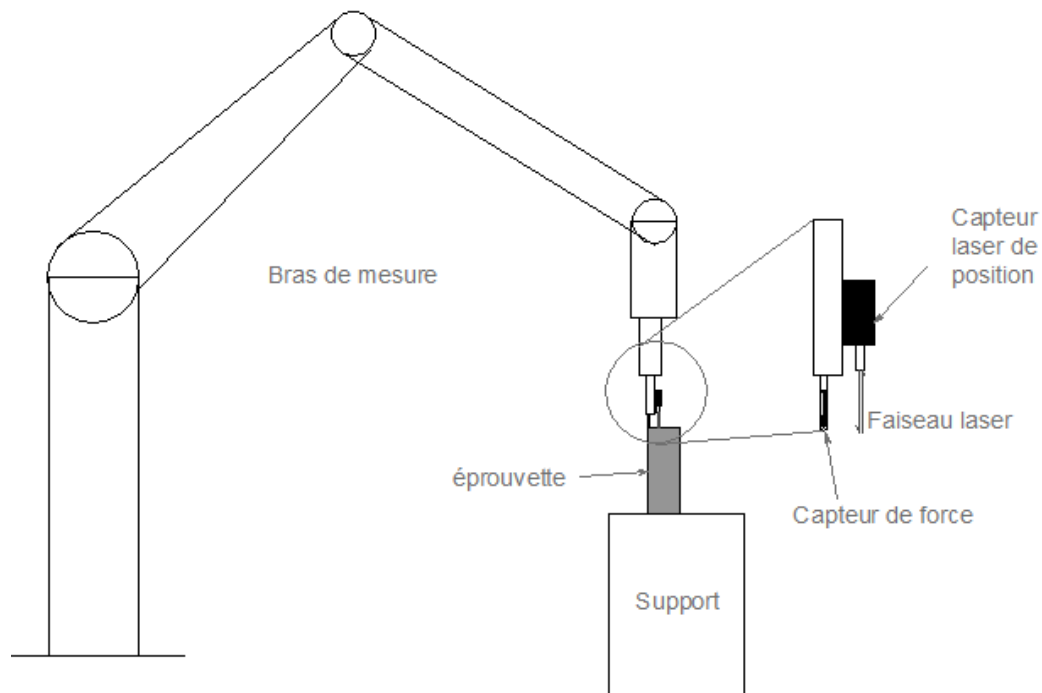


Figure III.1 : principe de mesure directe des paramètres géométriques et force par un bras de mesure

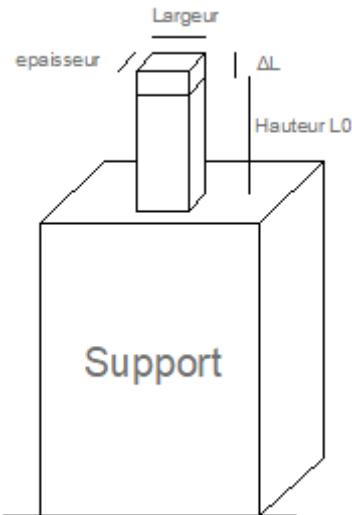


Fig. III.2 : les paramètres géométriques à mesurer

dans cette application, Les paramètres géométriques tel que la largeur l , l'épaisseur ep et l'allongement ΔL sont mesurés sur le bras de mesure par un capteur laser sans contact .et par conséquent, on peut calculer la déformation de l'éprouvette par la relation suivante :

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \dots\dots\dots III.1$$

D'autre part la force sera mesurer par un capteur de force (en contact) le tableau suivant illustre l'arrangement des mesures lors d'une opération de mesure directe par bras de mesure. **(Un exemple à remplir lors des essais de mesures (N essais))**

Tableau III.1 : Opération de mesure directe en N teste de mesure

N° de teste de mesure	la largeur l	l'épaisseur ep	l'allongement ΔL	$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$	La Force F
1, 2, 3 ...N					

En réalité, il est impossible de faire un nombre suffisant des tests de mesure pour obtenir la fiabilité et la confiance désiré à cause des facteurs suivants :

- Le changement naturel des caractéristiques des éprouvettes et des appareils de mesure
- L'influence de la fatigue sur l'opérateur
- L'effet de changement climatique sur les matériaux et le processus de mesure

Chapitre III: Application de la simulation de Monte Carlo

- La durée importante pour chaque opération de mesure
-

Par conséquent, il est intéressant de remplacer les méthodes de mesure directes par d'autres processus indirectes sans opération de mesure.

III.3 Application de la simulation de Monte Carlo (simulation de la mesure)

III.3.1 les données de problème :

L'application de la simulation de Monte Carlo consiste à simuler le processus de mesure par l'introduction des distributions des différents paramètres dans la formule de mesurande dont on cherche l'incertitude.

Le tableau suivant englobe les données de notre problème tel que les moyennes et les incertitudes type de chaque variable.

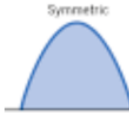


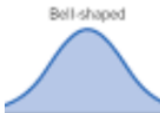

	déformation ϵ (%)	Épaisseur e_p (mm)	Largeur (mm)	Force F (N)
moyenne : μ	0,000251	0,000996	0,01999	1000
σ : incertitude-type	0,000001	0,0000011	1,3E-05	2

Tableau III.2 : donnée de problème

III.3.2 les distributions des valeurs des variables :

L'étape préliminaire de la méthode consiste à associer chaque variable à une loi de distribution. Les lois de distributions ne sont pas de la même forme pour toutes les variables. On peut trouver la loi de distribution normale, uniforme, triangulaire, symétrique et même une loi antisymétrique.

Tableau III.3 : les lois de distribution pour chaque variable

	déformation ϵ (%)	Épaisseur e_p (mm)	Largeur (mm)	Force F (N)	Module de Young
loi de Distribution des valeurs mesuré					

D'après le tableau III.2 et le tableau III.3 et à l'aide de logiciel Excel on peut simuler le

Chapitre III: Application de la simulation de Monte Carlo

processus de mesure. Cette simulation à nous permet d'obtenir les graphes de distributions suivantes pour chaque variable :

1- Graphe de distribution de la variable déformation :

D'après les valeurs aléatoires obtenus par la simulation en Excel (voir l'annexe 01) on fait classer les valeurs suivant des intervalles donnés comme indiqué dans le tableau suivant :

Tableau III.4 : Classement des valeurs de la variable déformation selon les intervalles

N° d'intervalle	Intervalles	Nombre des valeurs	Pourcentage des valeurs
01	0,000248406427536059-0,000249406427536059	24	6,00%
02	0,000249406427536059-0,000250406427536059	80	20,00%
03	0,000250406427536059-0,000251406427536059	158	39,50%
04	0,000251406427536059-0,000252406427536059	110	27,50%
05	0,000252406427536059-0,000253406427536059	23	5,75%
06	0,000253406427536059-0,000254406427536059	5	1,25%
Total général		400	100,00%

Après la classification des valeurs dans le tableau précédent on peut exprimer ce rangement sous forme d'un graphe des barres

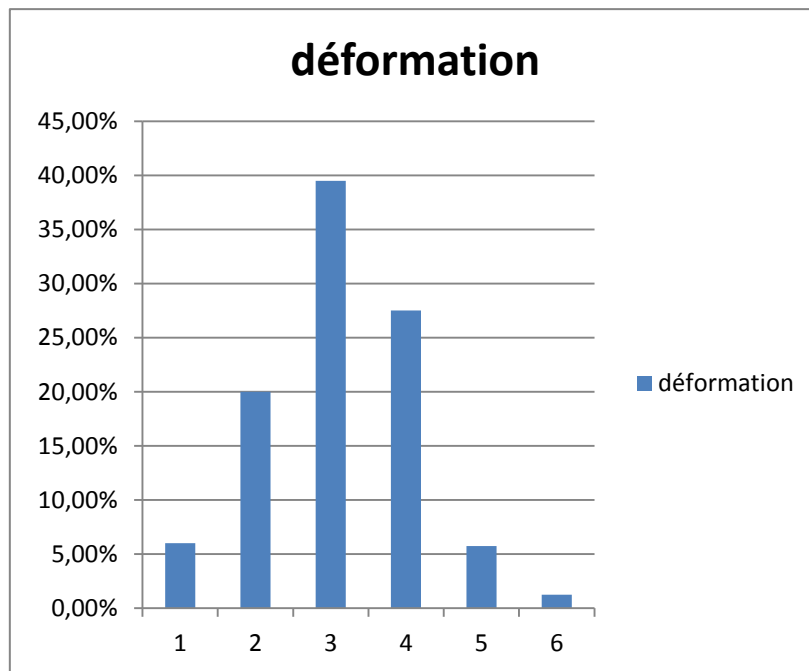


Figure III.3 : distribution Normale de la variable déformation

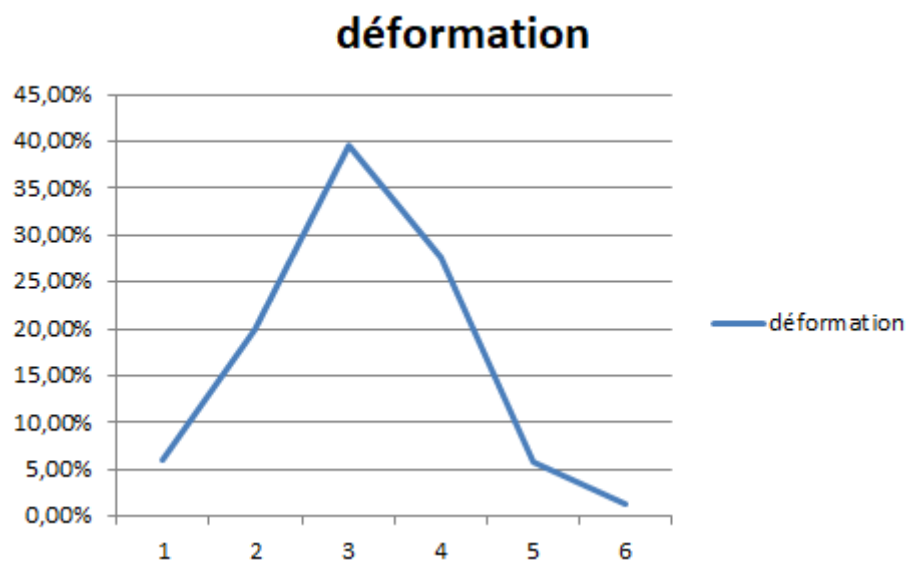


Figure III .4: distribution Normale de la variable Largeur

De la même manière on obtient les résultats suivants pour chaque variable

2- Graphe de distribution de la variable largeur :

N° d'intervalle	Intervalles	Nombre des valeurs	Pourcentage des valeurs
01	0,0199551326836158-0,0199651326836158	10	2,50%
02	0,0199651326836158-0,0199751326836158	37	9,25%
03	0,0199751326836158-0,0199851326836158	93	23,25%
04	0,0199851326836158-0,0199951326836158	129	32,25%
05	0,0199951326836158-0,0200051326836158	80	20,00%
06	0,0200051326836158-0,0200151326836158	40	10,00%
07	0,0200151326836158-0,0200251326836158	10	2,50%
08	0,0200251326836158-0,0200351326836158	1	0,25%
Total général		400	100,00%

Tableau III. 5: classement des valeurs de la variable largeur selon les intervalles

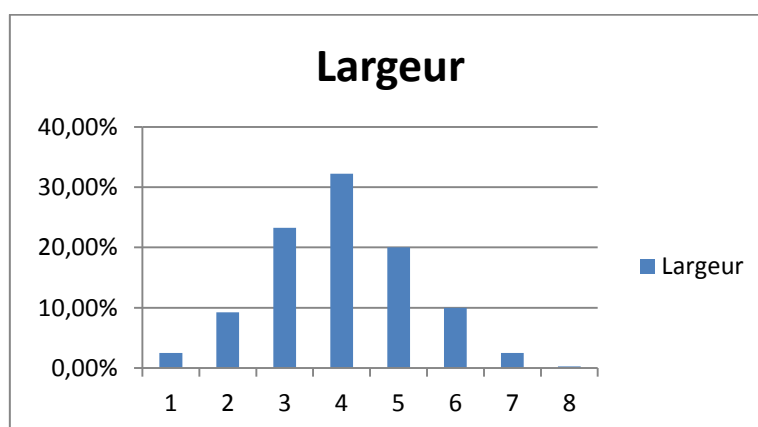


Figure III.5: distribution Normale de la variable Largeur

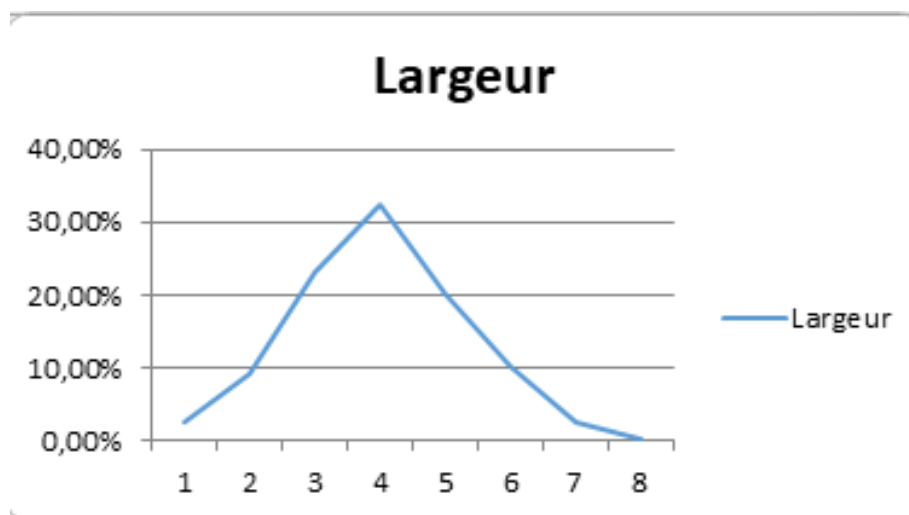


Figure III.6 : distribution Normale de la variable Largeur

3- Graphe de distribution de variable Force :

N° d'intervalle	Intervalles	Nombre des valeurs	Pourcentage des valeurs
01	994,697156852565-995,697156852565	4	1,00%
02	995,697156852565-996,697156852565	8	2,00%
03	996,697156852565-997,697156852565	37	9,25%
04	997,697156852565-998,697156852565	55	13,75%
05	998,697156852565-999,697156852565	78	19,50%
06	999,697156852565-1000,69715685257	85	21,25%
07	1000,69715685257-1001,69715685257	58	14,50%
08	1001,69715685257-1002,69715685257	38	9,50%
09	1002,69715685257-1003,69715685257	26	6,50%
10	1003,69715685257-1004,69715685257	6	1,50%
11	1004,69715685257-1005,69715685257	3	0,75%

12	1005,69715685257-1006,69715685257	2	0,50%
Total général		400	100,00%

Tableau III.6 : Classement des valeurs de la variable Force selon les intervalles

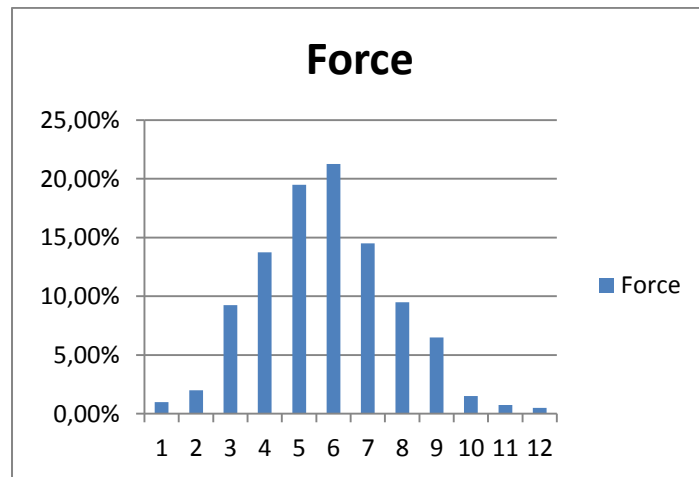


Figure III.6 : distribution Normale de la variable Force

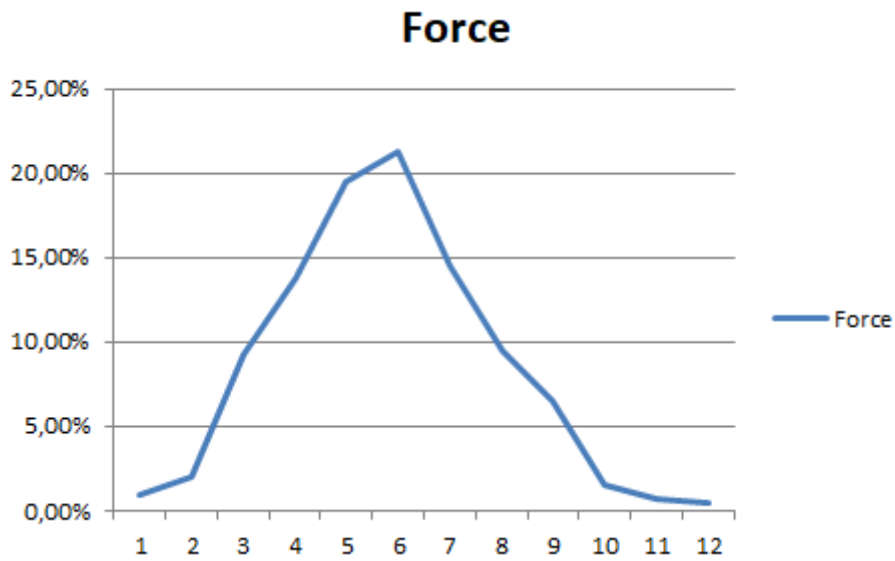


Figure III.7 : distribution Normale de la variable Force

4- Graphe de distribution de variable Force :

N° d'intervalle	Intervalles	Nombre des valeurs	Pourcentage des valeurs
01	0,000992921625394891-0,00099392162539489	14	3,50%
02	0,00099392162539489-0,00099492162539489	44	11,00%
03	0,000994921625394891-0,00099592162539489	143	35,75%
04	0,00099592162539489-0,00099692162539489	131	32,75%
05	0,000996921625394891-0,000997921625394891	56	14,00%
06	0,000997921625394891-0,00099892162539489	10	2,50%
07	0,00099892162539489-0,00099992162539489	2	0,50%
Total général		400	100,00%

Tableau III.7 : Classement des valeurs de la variable Epaisseur selon les intervalles

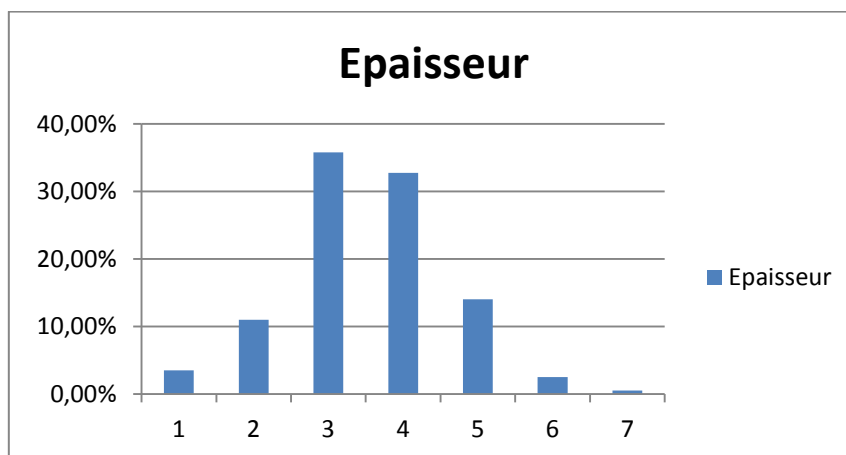


Figure III.8: distribution Normale de la variable Epaisseur

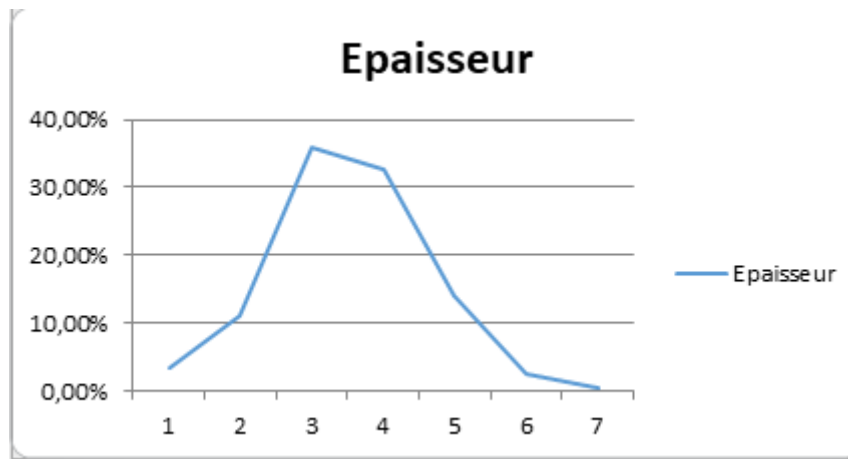


Figure III.9: distribution Normale de la variable Epaisseur

III.3.3 la distribution des valeurs de résultat :

Soit un mesurande de sortie y qui se calcul en fonction de plusieurs variables d'entrée X_i
 Selon la formule suivante :

$$y = F(X_i) = F(X_1, X_2, X_3, \dots)$$

$$E = \frac{F}{L e_p \varepsilon}$$

E : Module de Young en N/mm^2

F : Fore en N

e_p : épaisseur de l'éprouvette en mm

L : Largeur de l'éprouvette en mm

ε : déformation

N° d'intervalle	Intervalles	Nombre des valeurs	Pourcentage des valeurs
01	197304346467,392-198304346467,392	7	1,75%
02	198304346467,392-199304346467,392	70	17,50%
03	199304346467,392-200304346467,392	156	39,00%
04	200304346467,392-201304346467,392	128	32,00%
05	201304346467,392-202304346467,392	36	9,00%
06	202304346467,392-203304346467,392	3	0,75%
Total general		400	100,00%

Tableau III.8 : classement des valeurs de la résultante Module E selon les intervalles

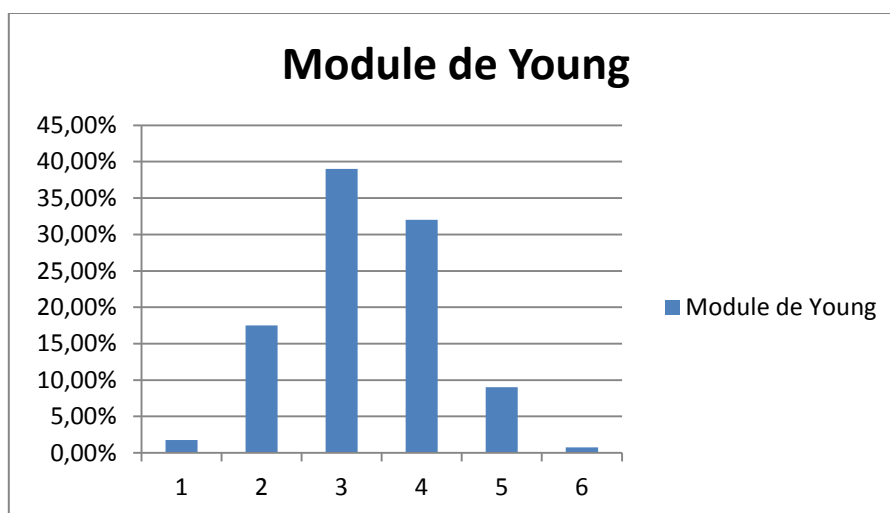


Figure III.10: distribution Normale de la variable Module de Young

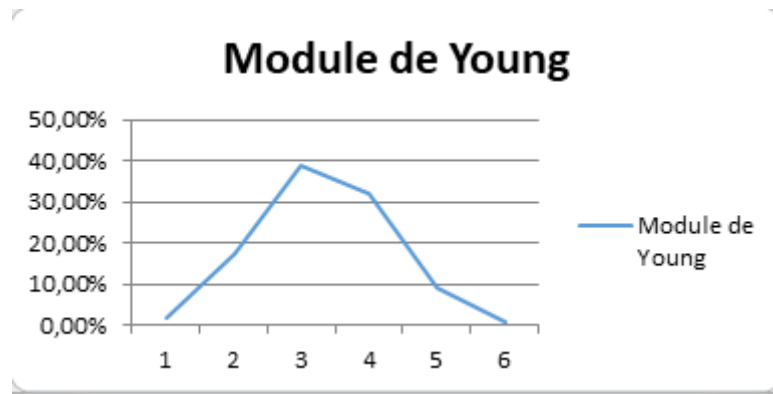


Figure III.11: distribution Normale de la variable Module de Young

III.4. Les moyennes et les facteurs d’influence :

Les moyenne de chaque paramètre se calcule de la manière suivante tel que le N c’est le nombre des tests effectués

La moyenne des déformation : $M_{\epsilon} = \frac{\sum_{i=1}^N \epsilon_i}{N}$

La moyenne des épaisseur : $M_{ep} = \frac{\sum_{i=1}^N ep_i}{N}$

La moyenne des Forces : $M_F = \frac{\sum_{i=1}^N F_i}{N}$

La moyenne des Largeurs : $M_L = \frac{\sum_{i=1}^N L_i}{N}$

Le tableau suivant présente les résultats obtenus par la simulation Monté Carlo sous Excel

les moyennes			
Mdef	Mep	ML	MF
0,000251031	0,000995963	0,019990008	1000

Tableau III. 9 : les moyennes des différentes variables

III.5 Les facteurs d’influence pour chaque variable :

Les facteur d’influence sont calculer selon les relations suivantes :

Facteur d’influence de la déformation : $C_{\epsilon} = \frac{\partial E}{\partial \epsilon} = - \frac{F}{L e_p \epsilon^2}$

Chapitre III: Application de la simulation de Monte Carlo

$$\text{Facteur d'influence de l'épaisseur : } C_{e_p} = \frac{\partial E}{\partial e_p} = -\frac{F}{L \varepsilon e_p^2}$$

$$\text{Facteur d'influence de la largeur : } C_L = \frac{\partial E}{\partial L} = -\frac{F}{\varepsilon e_p L^2}$$

$$\text{Facteur d'influence de la force : } C_F = \frac{\partial E}{\partial F} = \frac{1}{L e_p \varepsilon}$$

Les résultats de ces facteurs d'influences obtenus par la simulation de Monte Carlo sont présentés dans les tableaux suivants :

les dérivées partielles les facteurs d'influence			
Cdef	Cep	CL	CF
-7,97057E+14	-2,00897E+14	-1,00093E+13	200086172

Tableau III. 10 : les facteurs d'influences des différentes variables

III.6 L'incertitude composée :

L'incertitude composée de module de Young obtenue par cette simulation est donnée selon la formule suivante :

$$\mu(E) = \sqrt{M_\varepsilon^2 \sigma_\varepsilon^2 + M_L^2 \sigma_L^2 + M_{e_p}^2 \sigma_{e_p}^2 + M_F^2 \sigma_F^2}$$

$$\mu(E) = 9.28 E + 08$$

Et le module de Young moyenne : $E_{moy} = 2.00E + 11$

On peut écrire finalement l'expression de module de Young comme suit : $E = E_{moy} \pm \mu(E)$

III.7 Conclusion

La méthode de monte Carlo sert à remplacer la méthode de mesure directe et pour éviter les inconvénients de ces méthodes (la perte de temps, de précision et des moyennes...).

D'après les résultats de notre simulation on peut citer les remarques suivantes :

- La simulation sur Excel est facile à exécuter surtout pour les variables des simples formules (en cas des formules compliquées la simulation sera plus compliquée)
- La distribution de la majorité des variables est une courbe de loi normale (loi de distribution gaussienne)
- D'après les facteurs d'influence on remarque que le facteur le plus grand est lié à la variable qui a une grande influence sur les résultats (variable déformation) et la dernière variable de l'influence minimale c'est la Force.

Conclusion générale

Conclusion générale

Conclusion générale

Comme conclusion pour ce mémoire de fin d'étude, on peut conclure que les bras poly articulés ont une grande importance dans le domaine industriel, cette machine de mesures tridimensionnelles portables (L'acquisition des positions (X, Y, Z) d'un point fixe en extrémité du bras) l'emploi de cet appareil est de plus en plus courant dans l'industrie par rapport aux Machines à Mesurer Tridimensionnelles (MMT).

L'un des bras poly articulés portable le plus fréquent est le type Sigma 2025, ce type possède 6 axes de rotation reliés entre eux par des liaisons pivots et à l'aide d'un codeur angulaire qui fournit ses coordonnées de position (XYZ) et d'orientation (IJK) à chaque poignet, le codeur est un capteur de position angulaire formés par un arbre relié à l'un des arbres articulés du bras.

Comme toute machine industrielle, les bras poly articulés portables ont un certain pourcentage d'incertitude, pour éliminer ce facteur, il existe plusieurs méthodes, l'une de ces méthodes, est la méthode Monte Carlo, cette dernière possède quatre étapes (Analyse du processus de mesure, Evaluation de l'incertitude composée par simulation, Evaluation de l'incertitude composée par simulation, Analyse des sensibilités, Expression de l'incertitude élargie et du résultat final), pour appliquer cette méthode sur le bras Sigma 2025, il faut appliquer les trois niveaux de cette méthode, à chaque niveau il faut faire une comparaison précise.

Dans la partie pratique de notre étude, nous avons fait une simulation sur Excel de la méthode Monte Carlo, on a constaté que l'utilisation de ce logiciel de Microsoft Office est plus facile par rapport aux formules compliquées, cette simulation nous a montré que les courbes de distribution des variables sont des courbes de loi normale, et que le facteur le plus grand est lié à la variable qui a une grande influence sur le résultats (variable déformation) et la dernière variable de l'influence minimale c'est la Force.

Bibliographies

Bibliographies

Bibliographie

[1].E.TRAPET. "Measuring with Vision Systems: Industry Standards for Acceptance and Verification tests"- Proceedings – 3rd EMVA Business Conference - Palermo. (2005).

[2]. H. SCHWENKE, B.R. L. SIEBERT, F. WÄLDELE, H. KUNZMANN. "Assessment ofUncertainties in Dimensional Metrology by Monte Carlo Simulation: Proposal of a Modular and Visual Software" – Annals of the CIRP Vol. 49/1/2000.

[3]. Salma EL ASMAI, François HENNEBELLE ,Jean-François FONTAINE.

Le2i FRE 2005 CNRS UBFC Art et métiers campus auxere ,IUT Dijon auxerre et UFR Science et technique université de Bourgogne.

[4]. I.M. Sobol. "Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates". Mathematics and Computers in Simulation 55, pp 271–280. (2001).

[5]. Cahier de formation – Polyworks I Inspector forfait premium (26/7/2016).

[6]. M. Priel,"Incertitude de mesure et tolérances ,"Technique de l'ingénieur , traité mesures et controle, vol.R-285,1999.

[7]. Bernard SCHATZ Ingenieur CNAM en métrologie PDG SA Metroqual (Nimes).

[8]. LI. XH, B. CHEN, Z.R. QIU. "The calibration and error compensation techniques for an Articulated Arm CMM with two parallel rotational axes". Measurement 46, pp 603–609. (2013).

[9]. Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure .ISO(1995).

[10]. M LAOUAR Fodhil INGENIEUR en mécanique au sein de l'entreprise nationale des grands travaux petroliers. Rapport de stage (du 17/12/2020) Page 20-36

[11]. N. FISHER. "Méthode d'évaluation : L'avenir des incertitudes de mesure passe par Monte-Carlo ». Mesures 837 pp 42-45. (2011).

[12]. N. METROPOLIS. "The beginning of the Monte Carlo Method". Los Almos Science Special Issue, pp 125-130. (1987)

[13]. PRIEL (M), GAZAL (L.P) et SCHATZ –Organisation d'un laboratoire d'étalonnage.

R 1 215, traité mesures et Controle ,Avril 1995.

Bibliographies

- [14]. LIPINSKI .-Mesures dimensionnelles par interférométrie .R 1 320, traité Mesures et controle , Juil 1995.
- [15]. P.Bourdet ,”Logiciels des machines à mesurer tridimensionnelles” Technique de l’ngénieur , traité mesures et controle, R 1 316? 1999.
- [16]. R. I. CUKIERT, C. M. FORTUIN, K. E. SHULER. "Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. I Theory". The Journal of Chemical Physics Vol 59, Number 8. (1973).
- [17]. T. COOREVITS, J.M. DAVID. "Incertitudes de mesures sur machines à mesurer tridimensionnelles: approche par une méthode de Monte Carlo". Proceedings - Congrès International de Métrologie. (2001)
- [18]. T. COOREVITS, F. HENNEBELLE, B. CHARPENTIER. "Behavior of touch trigger dynamic probes: correction and calibration methods". Transverse disciplines in Metrology- Proceeding of the 13th International Metrology Congress. French College of Metrology, pp 329-340. (2010)
- [19]. Transformation dans les aciers, micrographie des aciers, document M1115D. Page 2, 4,5 Février 1999.

ANNEXES

Résumé :

Comme résumé, on peut dire que le bras poly articulé Portable , qui est un appareil de mesure tridimensionnel (X,Y,Z), a une certaine incertitude comme toute machine industrielle, dans notre étude, on a appliqué la méthode Monte Carlo sur ce type de bras, cette dernière qui consiste à enregistrer les résultats à l'aide d'un logiciel (Microsoft Excel dans notre cas) pour éliminer ou réduire ces incertitudes, les résultats de l'étude ont montré que toutes les courbes obtenues des différents paramètres étudiés sont des courbes de Gausse normales, et aussi que le logiciel Excel est plus pratique pour obtenir ces résultats par rapport à la méthode directe.

As a summary, we can say that the Portable poly articulated arm, which is a three-dimensional measuring device (X,Y,Z), has some uncertainty like any industrial machine, in our study, the Monte Carlo method was applied to this type of arm, the latter which consists of recording the results using software (Microsoft Excel in our case) to eliminate or reduce these uncertainties, the results of the study showed that all the curves obtained from the different parameters studied are normal Gausse curves, and also that Excel software is more convenient for obtaining these results compared to the direct method.

ملخص:

كخلاصة ، يمكننا القول أن الذراع المحمولة متعددة المفاصل ، وهي جهاز قياس ثلاثي الأبعاد (X ، Y ، Z) ، لديها قدر معين من عدم اليقين مثل أي آلة صناعية ، في دراستنا ، طبقنا طريقة مونت كارلو على هذا النوع من الأذرع ، وهو الأخير الذي يتكون من تسجيل النتائج باستخدام برنامج (Microsoft Excel في حالتنا) لإزالة أو تقليل هذه الشكوك ، أظهرت نتائج الدراسة أن جميع المنحنيات التي تم الحصول عليها من المعلمات المختلفة التي تمت دراستها هي منحنيات غاوسية عادية ، وأيضاً أن برنامج Excel أكثر عملية للحصول على هذه النتائج مقارنة بالطريقة المباشرة

Annexe 01

Etude des incertitude de mesure de module de Young par la méthode de Monte Carlo

Données de probleme

Résultat

	déformation ϵ	Epaisseur e_p	Largeur L	Force F		Module E
moyenne : μ	0,000251	0,000996	0,01999	1000		2,00E+11
σ : incertitude-type	0,000001	0,0000011	0,000013	2		9,28E+08

Nombre d'itération : n=400

Essai	Nombre Aléatoire entre [0 1]				Loi de distribution normale (Gaussienne) données aléatoire suivant une loi normale				Modele de calcul
									$E = F / L * e * d$
	déformation ϵ	Epaisseur e_p	Largeur L	Force F	déformation ϵ	Epaisseur e_p	Largeur L	Force F	Module E
1	0,243704296	0,906156944	0,263616418	0,952671015	0,000250306	0,000997449	0,019981781	1003	2,01119E+11
2	0,696709381	0,631103731	0,542933915	0,418763633	0,000251515	0,000996368	0,019991402	1000	1,99524E+11
3	0,361784088	0,888789991	0,613818877	0,578481165	0,000250646	0,000997342	0,019993761	1000	2,00158E+11
4	0,470171720	0,316628429	0,414822231	0,840878524	0,000250925	0,000995475	0,019987203	1002	2,00696E+11
5	0,747956272	0,053687676	0,576104200	0,170804465	0,000251668	0,000994229	0,019992495	998	1,99522E+11
6	0,021852769	0,464783938	0,488995412	0,733345041	0,000248983	0,000995903	0,019989641	1001	2,01999E+11
7	0,424085938	0,682758195	0,109399934	0,167469757	0,000250809	0,000996523	0,019974014	998	1,99925E+11
8	0,414932998	0,191196502	0,063850424	0,766300834	0,000250785	0,000995039	0,019970198	1001	2,00959E+11
9	0,067993581	0,910215057	0,788135878	0,374787051	0,000249509	0,000997476	0,020000400	999	2,00768E+11
10	0,351880804	0,346395082	0,702777022	0,876128208	0,000250620	0,000995565	0,019996921	1002	2,00888E+11
11	0,901314993	0,778189767	0,912298723	0,926006212	0,000252289	0,000996843	0,020007616	1003	1,99312E+11
12	0,566956374	0,064631274	0,574625157	0,990015133	0,000251169	0,000994331	0,019992446	1005	2,01212E+11
13	0,908803516	0,361936314	0,837367970	0,592390822	0,000252333	0,000995611	0,020002788	1000	1,99089E+11
14	0,075007393	0,010361120	0,722338017	0,375250844	0,000249561	0,000993456	0,019997667	999	2,01567E+11
15	0,942413148	0,012371091	0,438426747	0,036697083	0,000252575	0,000993530	0,019987986	996	1,98656E+11
16	0,479794969	0,246724117	0,735460523	0,063438029	0,000250949	0,000995247	0,019998182	997	1,99602E+11
17	0,171388253	0,380990109	0,802415246	0,354447958	0,000250051	0,000995667	0,020001054	999	2,00669E+11
18	0,844570973	0,455639120	0,793400828	0,521002933	0,000252013	0,000995877	0,020000638	1000	1,99238E+11
19	0,005790000	0,821428271	0,223866430	0,873910527	0,000248475	0,000997013	0,019980130	1002	2,02494E+11
20	0,901651586	0,860122631	0,320942832	0,437292850	0,000252291	0,000997189	0,019983954	1000	1,98839E+11
21	0,674987019	0,713538578	0,175349442	0,626600178	0,000251454	0,000996620	0,019977868	1001	1,99868E+11
22	0,457044972	0,447893574	0,502601953	0,977090422	0,000250892	0,000995856	0,019990085	1004	2,01017E+11
23	0,813375575	0,257950503	0,860700263	0,015289535	0,000251890	0,000995285	0,020004085	996	1,98536E+11
24	0,479180747	0,499665392	0,474846933	0,958883529	0,000250948	0,000995999	0,019989180	1003	2,00849E+11
25	0,028934632	0,087697629	0,988561397	0,026313185	0,000249103	0,000994509	0,020019581	996	2,00849E+11
26	0,586158224	0,285736714	0,899426737	0,373497477	0,000251218	0,000995378	0,020006618	999	1,9976E+11
27	0,074790368	0,002358303	0,780368529	0,298928359	0,000249559	0,000992892	0,020000055	999	2,01574E+11
28	0,890352581	0,348597098	0,196290752	0,410628638	0,000252228	0,000995572	0,019978886	1000	1,99235E+11
29	0,941332003	0,735584684	0,145287255	0,046912788	0,000252566	0,000996693	0,019976261	997	1,98195E+11
30	0,407592053	0,533776486	0,290175090	0,063947893	0,000250766	0,000996093	0,019982813	997	1,99733E+11
31	0,383577354	0,300769629	0,234319432	0,269190176	0,000250704	0,000995426	0,019980579	999	2,00303E+11
32	0,689510943	0,915230937	0,707136787	0,438269143	0,000251494	0,000997511	0,019997086	1000	1,99275E+11
33	0,142408901	0,037658508	0,490393149	0,027415261	0,000249930	0,000994044	0,019989687	996	2,00585E+11
34	0,794055919	0,089210968	0,382394907	0,153041656	0,000251821	0,000994520	0,019986110	998	1,99378E+11
35	0,004330645	0,690716293	0,925101925	0,683495282	0,000248375	0,000996548	0,020008723	1001	2,02111E+11
36	0,340186040	0,295004171	0,977155354	0,221099620	0,000250588	0,000995407	0,020015977	998	1,99983E+11
37	0,928164219	0,914230650	0,319876290	0,678483616	0,000252462	0,000997504	0,019983915	1001	1,98889E+11
38	0,619387484	0,135390610	0,159079660	0,487411251	0,000251304	0,000994789	0,019977023	1000	2,00222E+11
39	0,760194565	0,775176984	0,297349376	0,179689429	0,000251707	0,000996832	0,019983083	998	1,99078E+11
40	0,010110968	0,613513329	0,820097781	0,222928202	0,000248678	0,000996317	0,020001905	998	2,0148E+11
41	0,612812760	0,086261149	0,985113140	0,200793193	0,000251287	0,000994499	0,020018250	998	1,99559E+11
42	0,761250973	0,750652195	0,310604461	0,325657384	0,000251710	0,000996744	0,019983576	1003	2,00023E+11
43	0,999253613	0,236179388	0,022823424	0,965777856	0,000254176	0,000995209	0,019964018	1004	1,98739E+11
44	0,779350109	0,133679266	0,847000403	0,909892412	0,000251770	0,000994780	0,020003307	1003	2,00138E+11
45	0,576763611	0,920104395	0,534894261	0,550566805	0,000251194	0,000997546	0,019991139	1000	1,99678E+11
46	0,483899143	0,697938007	0,496930223	0,129364015	0,000250960	0,000996570	0,019989900	998	1,9957E+11
47	0,320460195	0,501147552	0,185383503	0,607253597	0,000250534	0,000996003	0,019978365	1001	2,00701E+11
48	0,766451810	0,746219033	0,901951116	0,490126900	0,000251727	0,000996729	0,020006806	1000	1,99202E+11
49	0,123360084	0,475469641	0,700589187	0,683699443	0,000249842	0,000995932	0,019996839	1001	2,01168E+11
50	0,883921831	0,533189009	0,083250948	0,691503741	0,000252195	0,000996092	0,019972014	1001	1,99516E+11
51	0,796114098	0,512363446	0,299080033	0,856758922	0,000251828	0,000996034	0,019983148	1002	1,99932E+11
52	0,102202188	0,185743550	0,005357541	0,325657384	0,000249731	0,000995017	0,019956826	999	2,01471E+11
53	0,243266425	0,607869799	0,064488946	0,356626320	0,000250304	0,000996301	0,019970264	999	2,0065E+11
54	0,134428412	0,262104637	0,225351188	0,879064154	0,000249894	0,000995299	0,019980195	1002	2,017E+11
55	0,457624543	0,507563680	0,840157301	0,877113342	0,000250894	0,000996021	0,020002936	1002	2,00519E+11
56	0,367271661	0,524054580	0,749085930	0,229647299	0,000250661	0,000996066	0,019998731	999	1,99977E+11
57	0,761813574	0,947666886	0,746667619	0,753000888	0,000251712	0,000997785	0,019998633	1001	1,99367E+11
58	0,723071573	0,964620946	0,887716911	0,375265617	0,000251592	0,000997988	0,020005788	999	1,98951E+11
59	0,027090991	0,018834822	0,992476096	0,235105216	0,000249075	0,000993714	0,020021606	999	2,01504E+11
60	0,896254929	0,024257465	0,060851547	0,877927770	0,000252260	0,000993830	0,019969880	1002	2,00204E+11
61	0,960751562	0,891867514	0,539990890	0,807387950	0,000252759	0,000997360	0,019991305	1002	1,98771E+11
62	0,765190466	0,472333995	0,468376459	0,847751380	0,000251723	0,000995924	0,019988968	1002	1,99964E+11
63	0,198793538	0,772971052	0,492934965	0,646602904	0,000250154	0,000996824	0,019989770	1001	2,00767E+11
64	0,879828040	0,461167774	0,745205108	0,493371701	0,000252174	0,000995893	0,019998573	1000	1,99101E+11
65	0,759988590	0,418514573	0,234252447	0,447412212	0,000251706	0,000995774	0,019980576	1000	1,99628E+11
66	0,777528823	0,735886954	0,340824139	0,372374912	0,000251764	0,000996694	0,019984667	999	1,99281E+11

67	0,415214782	0,270537696	0,894014989	0,471439247	0,000250786	0,000995328	0,020006226	1000	2,00218E+11
68	0,997044329	0,819603358	0,061754816	0,482557402	0,000253753	0,000997005	0,019969977	1000	1,97914E+11
69	0,403840702	0,843540628	0,054438864	0,534974355	0,000250757	0,000997110	0,019969158	1000	2,00319E+11
70	0,901870727	0,259935319	0,402751340	0,786519199	0,000252292	0,000995292	0,019986799	1002	1,99568E+11
71	0,902714055	0,743801151	0,326616325	0,313308310	0,000252297	0,000996721	0,019984159	999	1,98795E+11
72	0,560910518	0,599381874	0,216310672	0,066561675	0,000251153	0,000996277	0,019979799	997	1,99427E+11
73	0,922652467	0,566884055	0,090085874	0,668533613	0,000252423	0,000996185	0,019972577	1001	1,99285E+11
74	0,628753635	0,452586845	0,925995513	0,779081083	0,000251329	0,000995869	0,020008806	1002	1,99987E+11
75	0,382843960	0,194138417	0,750586761	0,186272031	0,000250702	0,000995051	0,019998792	998	2,00087E+11
76	0,332070795	0,043956548	0,321348178	0,246076467	0,000250566	0,000994123	0,019983969	999	2,00613E+11
77	0,133677989	0,789843084	0,949795847	0,067654410	0,000249891	0,000996886	0,020011357	997	1,99999E+11
78	0,706347599	0,474731930	0,293099020	0,312161506	0,000251543	0,000995930	0,019982923	999	1,99561E+11
79	0,242261675	0,559215372	0,384866338	0,595699204	0,000250301	0,000996164	0,019986195	1000	2,00765E+11
80	0,596406174	0,685500475	0,210668548	0,788971845	0,000251244	0,000996531	0,019979547	1002	2,00228E+11
81	0,932462190	0,151154108	0,789678212	0,121618172	0,000252494	0,000994865	0,020000469	998	1,98577E+11
82	0,078073108	0,279097084	0,151546633	0,142919875	0,000249582	0,000995356	0,019976612	998	2,01075E+11
83	0,307787811	0,022017506	0,412686109	0,575060382	0,000250498	0,000993785	0,019987132	1000	2,01056E+11
84	0,999421521	0,084056475	0,390777388	0,713746301	0,000254249	0,000994484	0,019986395	1001	1,98106E+11
85	0,028412627	0,217729703	0,843231819	0,830653253	0,000249095	0,000995142	0,020003102	1002	2,02061E+11
86	0,745080286	0,064489112	0,675737535	0,887427972	0,000251659	0,000994330	0,019995926	1002	2,0034E+11
87	0,050177567	0,340048732	0,544382302	0,810422772	0,000249357	0,000995546	0,019991449	1002	2,01853E+11
88	0,176945929	0,833483705	0,298197532	0,515698936	0,000250073	0,000997065	0,019983115	1000	2,00715E+11
89	0,629603514	0,007812389	0,216568142	0,216147539	0,000251331	0,000993341	0,019979810	998	2,00162E+11
90	0,393640249	0,342473576	0,749744069	0,483464156	0,000250730	0,000995554	0,019998758	1000	2,00304E+11
91	0,139739265	0,765206736	0,283815956	0,318768369	0,000249919	0,000996795	0,019982570	999	2,00694E+11
92	0,256828259	0,813218921	0,220109349	0,924051781	0,000250347	0,000996979	0,019979966	1003	2,01104E+11
93	0,907292491	0,995414292	0,721467215	0,547902024	0,000252324	0,000998866	0,019997634	1000	1,98454E+11
94	0,822899049	0,115431199	0,941643343	0,489017383	0,000251926	0,000994682	0,020010393	1000	1,99417E+11
95	0,794715799	0,629769077	0,697209231	0,319724570	0,000251823	0,000996364	0,019996713	999	1,99123E+11
96	0,868014459	0,408934046	0,609875487	0,709964997	0,000252117	0,000995747	0,019993627	1001	1,99452E+11
97	0,104540734	0,383418626	0,303037046	0,095986874	0,000249744	0,000995674	0,019983296	997	2,00718E+11
98	0,620718925	0,248500156	0,411114478	0,207139983	0,000251307	0,000995253	0,019987079	998	1,99711E+11
99	0,487484473	0,238530780	0,849495834	0,504712687	0,000250969	0,000995218	0,020003446	1000	2,00156E+11
100	0,713154865	0,939087746	0,234738923	0,826065677	0,000251563	0,000997702	0,019980597	1002	1,99783E+11
101	0,203934829	0,669323217	0,220424728	0,773211212	0,000250172	0,000996482	0,019979980	1001	2,0107E+11
102	0,506827952	0,147571019	0,704986282	0,837693431	0,000251017	0,000994848	0,019997004	1002	2,00646E+11
103	0,887640109	0,131050448	0,131826710	0,826709887	0,000252214	0,000994766	0,019975469	1002	1,99908E+11
104	0,975435032	0,650772711	0,867760895	0,465356517	0,000252967	0,000996426	0,020004506	1000	1,98284E+11
105	0,512989930	0,676416708	0,543881540	0,509071341	0,000251033	0,000996503	0,019991433	1000	1,99971E+11
106	0,749192984	0,985184092	0,855316098	0,747377936	0,000251672	0,000998392	0,020003774	1001	1,99219E+11
107	0,199665364	0,301650308	0,207768246	0,526739644	0,000250157	0,000995428	0,019979416	1000	2,01026E+11
108	0,240870554	0,896178918	0,914146347	0,038231040	0,000250296	0,000997386	0,020007768	996	1,99499E+11
109	0,772891133	0,735344307	0,580112116	0,770489486	0,000251748	0,000996692	0,019992628	1001	1,99639E+11
110	0,715456772	0,438549429	0,211805456	0,312553078	0,000251569	0,000995830	0,019979598	999	1,99593E+11
111	0,318201701	0,344507300	0,844200937	0,977564273	0,000250527	0,000995560	0,020003154	1004	2,01242E+11
112	0,542288970	0,570685972	0,013808643	0,613119753	0,000251106	0,000996196	0,019961365	1001	2,00381E+11
113	0,645938105	0,948947162	0,802784604	0,939620640	0,000251374	0,000997798	0,020001071	1003	1,99953E+11
114	0,077379634	0,708269771	0,101644870	0,774656634	0,000249577	0,000996603	0,019973461	1002	2,01592E+11
115	0,271721831	0,721731564	0,846304306	0,118246680	0,000250392	0,000996647	0,020003269	998	1,99851E+11
116	0,637868536	0,101206906	0,007295869	0,894060792	0,000251353	0,000994598	0,019958249	1002	2,00923E+11
117	0,075449963	0,616183439	0,923458004	0,563849202	0,000249564	0,000996325	0,020008573	1000	2,01067E+11
118	0,832988632	0,551848384	0,618850843	0,512267272	0,000251966	0,000996143	0,019993932	1000	1,9928E+11
119	0,613642857	0,552248713	0,109222862	0,983761662	0,000251289	0,000996144	0,019974001	1004	2,0086E+11
120	0,000794830	0,694399938	0,091234847	0,377403748	0,000247842	0,000996559	0,019972669	999	2,02588E+11
121	0,479348707	0,579331517	0,153881361	0,214181323	0,000250948	0,000996220	0,019976741	998	1,99916E+11
122	0,448721728	0,214106613	0,140816105	0,161422144	0,000250871	0,000995129	0,019976003	998	2,00125E+11
123	0,683884039	0,104196465	0,856380170	0,146715634	0,000251479	0,000994616	0,020003835	998	1,99442E+11
124	0,525579844	0,941857508	0,498864697	0,931249836	0,000251064	0,000997728	0,019989963	1003	2,00299E+11
125	0,546367115	0,640321746	0,782961328	0,463244311	0,000251116	0,000996395	0,020000169	1000	1,99793E+11
126	0,954635865	0,967251836	0,451095085	0,735882360	0,000252692	0,000998026	0,019988402	1001	1,98626E+11
127	0,061833814	0,778430943	0,260907166	0,910299937	0,000249460	0,000996844	0,019981673	1003	2,01792E+11
128	0,349953555	0,606707586	0,898595555	0,673188314	0,000250615	0,000996298	0,020006557	1001	2,00365E+11
129	0,734885118	0,937217908	0,924536923	0,883263658	0,000251628	0,000997685	0,020008671	1002	1,99555E+11
130	0,197404249	0,763212918	0,470730371	0,084292340	0,000250149	0,000996788	0,019989045	997	2,00082E+11
131	0,872988187	0,708127279	0,958285960	0,883318349	0,000252141	0,000996603	0,020012505	1002	1,99328E+11
132	0,251513824	0,719304376	0,058401416	0,386350596	0,000250330	0,000996639	0,019969612	999	2,00599E+11
133	0,340413814	0,472997737	0,039886622	0,322666688	0,000250589	0,000995925	0,019967224	999	2,00491E+11
134	0,284367479	0,083108165	0,806863636	0,053331351	0,000250430	0,000994477	0,020001263	997	2,00105E+11
135	0,834468045	0,998563202	0,992487592	0,072066959	0,000251972	0,000999279	0,020021613	997	1,97784E+11
136	0,846013823	0,686548747	0,374596898	0,062686298	0,000252019	0,000996535	0,019985844	997	1,98618E+11
137	0,137560632	0,293976901	0,182011414	0,493965158	0,000249909	0,000995404	0,019978200	1000	2,0121E+11
138	0,538724814	0,076250412	0,909347101	0,491731277	0,000251097	0,000994426	0,020007378	1000	2,0016E+11
139	0,077417239	0,980470889	0,423894601	0,029463931	0,000249577	0,000998270	0,019987505	996	2,00053E+11
140	0,587166284	0,656446553	0,147860121	0,338686018	0,000251220	0,000996443	0,019976406	999	1,99808E+11
141	0,258308355	0,400426282	0,678880066	0,828599034	0,000250351	0,000995723	0,019996039	1002	2,00998E+11
142	0,081325365	0,025470438	0,763093729	0,385741031	0,000249604	0,000993853	0,019999312	999	2,01446E+11
143	0,558878840	0,984799187	0,633455185	0,348979986	0,000251148	0,000998381	0,019994433	999	1,99309E+11
144	0,348577480	0,156291736	0,712364415	0,548833018	0,000250611	0,000994889	0,019997284	1000	2,00614E+11
145	0,751049119	0,816206778	0,050806776	0,620304760	0,000251678	0,000996991	0,019968718	1001	1,99701E+11
146	0,861875616	0,472216455	0,525696111	0,662822784	0,000252089	0,000995923	0,019990838	1001	1,99413E+11
147	0,451647886	0,414668282	0,392866882	0,044164915	0,000250879	0,000995763	0,019986466	997	1,99601E+11
148	0,421046680	0,494733663	0,342755160	0,204280040	0,000250801	0,000995985	0,019984736	998	1,99987E+11
149	0,299305710	0,816233281	0,081192553	0,569678270	0,000250474	0,000996991	0,019971838		

156	0,330242866	0,175737983	0,744952736	0,858402166	0,000250561	0,000994975	0,019998563	1002	2,01005E+11
157	0,711291335	0,790038539	0,109872792	0,020951130	0,000251557	0,000996887	0,019974046	996	1,98829E+11
158	0,763661118	0,060859463	0,002508166	0,951144739	0,000251718	0,000994298	0,019953522	1003	2,00903E+11
159	0,729227458	0,309223899	0,169026247	0,099487230	0,000251610	0,000995452	0,019977546	997	1,99339E+11
160	0,833998279	0,499485022	0,200717825	0,330193749	0,000251970	0,000995999	0,019979092	999	1,99267E+11
161	0,275522050	0,961619891	0,930061990	0,268299358	0,000250404	0,000997947	0,020009191	999	1,99749E+11
162	0,812145045	0,264451620	0,874403665	0,829659564	0,000251886	0,000995307	0,020004917	1002	1,99769E+11
163	0,107253201	0,377205286	0,868742507	0,125131977	0,000249759	0,000995656	0,020004566	998	2,00559E+11
164	0,076833421	0,614183325	0,891822782	0,279432325	0,000249573	0,000996319	0,020006072	999	2,00786E+11
165	0,706631066	0,184259679	0,544162308	0,703285506	0,000251544	0,000995011	0,019991442	1001	2,00068E+11
166	0,529637038	0,218006294	0,025668684	0,421702581	0,000251074	0,000995143	0,019964668	1000	2,00391E+11
167	0,513182813	0,566442812	0,681795743	0,470157706	0,000251033	0,000996184	0,019996145	1000	1,99949E+11
168	0,798024654	0,565204377	0,161824651	0,621239571	0,000251835	0,000996181	0,019977169	1001	1,99655E+11
169	0,034243150	0,259310333	0,247924627	0,623840412	0,000249178	0,000995290	0,019981147	1001	2,01927E+11
170	0,424647187	0,923113798	0,655067839	0,324076780	0,000250810	0,000997569	0,019995188	999	1,99706E+11
171	0,183176850	0,798378913	0,337478511	0,384922733	0,000250097	0,000996919	0,019984548	999	2,00578E+11
172	0,833197831	0,799142590	0,040651435	0,166880765	0,000251967	0,000996922	0,019967339	998	1,98992E+11
173	0,058762539	0,822759548	0,282061116	0,966054885	0,000249435	0,000997019	0,019982503	1004	2,01963E+11
174	0,172418278	0,159769166	0,054009567	0,999742048	0,000250055	0,000994905	0,019969107	1007	2,02689E+11
175	0,287598003	0,089915592	0,996201195	0,505433634	0,000250440	0,000994525	0,020024703	1000	2,00506E+11
176	0,585540561	0,661834944	0,747711709	0,007168651	0,000251216	0,000996459	0,019998675	995	1,98774E+11
177	0,698413603	0,300485900	0,594070614	0,057440089	0,000251520	0,000995425	0,019993094	997	1,99144E+11
178	0,034768495	0,751893820	0,817811066	0,866406027	0,000249185	0,000996749	0,020001792	1002	2,01737E+11
179	0,247474393	0,536668578	0,404099106	0,114016083	0,000250318	0,000996101	0,019986844	998	2,00176E+11
180	0,243421760	0,287427826	0,566987941	0,673728250	0,000250305	0,000995383	0,019992193	1001	2,00942E+11
181	0,911948045	0,664504082	0,081985609	0,035291019	0,000252353	0,000996467	0,019971906	996	1,98397E+11
182	0,029951688	0,063138497	0,994272332	0,593698186	0,000249118	0,000994318	0,020022870	1000	2,0172E+11
183	0,246496560	0,639133871	0,137275554	0,098581920	0,000250314	0,000996392	0,019975796	997	2,00197E+11
184	0,526794725	0,264141739	0,146570582	0,062487282	0,000251067	0,000995306	0,019976334	997	1,99711E+11
185	0,573411532	0,443512835	0,269398784	0,680486480	0,000251185	0,000995844	0,019982010	1001	2,00255E+11
186	0,642249302	0,099319425	0,961727559	0,611161792	0,000251364	0,000994586	0,020013024	1001	1,9998E+11
187	0,153688531	0,656556314	0,288440685	0,324883483	0,000249979	0,000996443	0,019982747	999	2,00721E+11
188	0,206049984	0,765641953	0,437846895	0,468287766	0,000250180	0,000996797	0,019987966	1000	2,00587E+11
189	0,203161206	0,521345472	0,892291853	0,156739445	0,000250170	0,000996059	0,020006105	998	2,0019E+11
190	0,286529180	0,234075528	0,586518822	0,209780210	0,000250436	0,000995202	0,019992842	998	2,00362E+11
191	0,673451896	0,380984376	0,723567960	0,821350197	0,000251449	0,000995667	0,019997715	1002	2,00103E+11
192	0,105730425	0,450957850	0,366007115	0,490636262	0,000249750	0,000995864	0,019985548	1000	2,01167E+11
193	0,912445818	0,396936001	0,735809988	0,328499509	0,000252356	0,000995713	0,019998196	999	1,98827E+11
194	0,567270395	0,327142954	0,304062293	0,800775512	0,000251169	0,000995507	0,019983334	1002	2,00472E+11
195	0,326629558	0,797352326	0,012189283	0,455323608	0,000250551	0,000996915	0,019960736	1000	2,00527E+11
196	0,834495941	0,360236566	0,688063067	0,606369904	0,000251972	0,000995606	0,019996375	1001	1,99454E+11
197	0,657669172	0,311863279	0,018780370	0,216852376	0,000251406	0,000995460	0,019962965	998	1,99846E+11
198	0,659700963	0,928017010	0,441997129	0,305365450	0,000251412	0,000997607	0,019988103	999	1,9927E+11
199	0,214914739	0,289929785	0,079023194	0,724638112	0,000250211	0,000995391	0,019971648	1001	2,01282E+11
200	0,444603350	0,088518505	0,312226783	0,420541195	0,000250861	0,000994515	0,019983636	1000	2,00497E+11
201	0,902661598	0,750799930	0,935216037	0,098703656	0,000252297	0,000996745	0,020009706	997	1,98218E+11
202	0,769084583	0,157990562	0,544717853	0,869905775	0,000251736	0,000994897	0,019991460	1002	2,00175E+11
203	0,457795586	0,091724078	0,861568105	0,423988623	0,000250894	0,000994537	0,020004136	1000	2,00264E+11
204	0,037405671	0,336453179	0,470819472	0,680016604	0,000249218	0,000995536	0,019989048	1001	2,01826E+11
205	0,116779362	0,253480032	0,461290559	0,575852576	0,000249809	0,000995270	0,019988737	1000	2,01295E+11
206	0,059715994	0,489752548	0,885023616	0,922239831	0,000249443	0,000995972	0,020005606	1003	2,01773E+11
207	0,725494447	0,794232106	0,367479156	0,588687492	0,000251599	0,000996903	0,019985599	1000	1,99579E+11
208	0,468069148	0,804053184	0,122714565	0,045136737	0,000250920	0,000996942	0,019974900	997	1,99451E+11
209	0,608705031	0,413995716	0,484732716	0,470695817	0,000251276	0,000995761	0,019989502	1000	1,99907E+11
210	0,222779494	0,956500088	0,342404106	0,504332213	0,000250237	0,000997883	0,019984723	1000	2,00392E+11
211	0,293485626	0,533971080	0,512708478	0,931731887	0,000250457	0,000996094	0,019990414	1003	2,01111E+11
212	0,715948808	0,048880871	0,873373799	0,352585545	0,000251571	0,000994179	0,020004852	999	1,99715E+11
213	0,259183058	0,523700780	0,121728992	0,618146814	0,000250354	0,000996065	0,019974837	1001	2,00879E+11
214	0,405555247	0,892971968	0,573093874	0,010170309	0,000250761	0,000997367	0,019992395	995	1,99068E+11
215	0,478084262	0,620916625	0,208172094	0,822072726	0,000250945	0,000996339	0,019979434	1002	2,00555E+11
216	0,648341676	0,006976799	0,634927699	0,161282522	0,000251381	0,000993296	0,019994484	998	1,99903E+11
217	0,270223050	0,429045763	0,902929099	0,620832889	0,000250388	0,000995803	0,020006880	1001	2,00586E+11
218	0,511790566	0,044338003	0,244182717	0,576196858	0,000251030	0,000994127	0,019980992	1000	2,00624E+11
219	0,230551146	0,643154274	0,403588972	0,177707492	0,000250263	0,000996404	0,019986827	998	2,00272E+11
220	0,938827743	0,145982103	0,370418284	0,010124285	0,000252545	0,000994841	0,019985700	995	1,98229E+11
221	0,397616990	0,054339209	0,878236818	0,322797568	0,000250740	0,000994235	0,020005161	999	2,00329E+11
222	0,764974374	0,758401844	0,926447964	0,712897237	0,000251722	0,000996771	0,020008848	1001	1,99411E+11
223	0,796400186	0,690331947	0,567537207	0,842108356	0,000251829	0,000996546	0,019992211	1002	1,99713E+11
224	0,439875111	0,088638163	0,283433090	0,361894869	0,000250849	0,000994516	0,019982555	999	2,00456E+11
225	0,831218560	0,152476640	0,623625956	0,548633153	0,000251959	0,000994872	0,019994095	1000	1,99576E+11
226	0,532375448	0,284588534	0,843203297	0,959592976	0,000251081	0,000995374	0,020003100	1003	2,00732E+11
227	0,382936252	0,059240037	0,877449036	0,408750224	0,000250702	0,000994283	0,020005110	1000	2,00443E+11
228	0,123460564	0,370958068	0,822845065	0,353702016	0,000249842	0,000995638	0,020002041	999	2,00832E+11
229	0,587770810	0,964397849	0,572916505	0,713549953	0,000251222	0,000997985	0,019992389	1001	1,9973E+11
230	0,195641624	0,492707528	0,432664421	0,237705288	0,000250143	0,000995980	0,019987795	999	2,00529E+11
231	0,379953902	0,686825772	0,778803683	0,206542711	0,000250694	0,000996536	0,019999986	998	1,99812E+11
232	0,300998756	0,335408746	0,086298179	0,333403940	0,000250478	0,000995532	0,019972269	999	2,00619E+11
233	0,369718701	0,993986184	0,920621493	0,377323638	0,000250667	0,000998762	0,020008320	999	1,99507E+11
234	0,228632139	0,600242909	0,127785970	0,203955912	0,000250257	0,000996279	0,019975220	998	2,00457E+11
235	0,298792911	0,245424771	0,688226490	0,089609851	0,000250472	0,000995242	0,019996381	997	2,00075E+11
236	0,750045982	0,145693334	0,567415989	0,739780577	0,000251675	0,000994839	0,019992207	1001	2,00034E+11
237	0,120378346	0,956941642	0,141581739	0,072704678	0,000249827	0,000997888	0,019976048	997	2,00218E+11
238	0,982344058	0,635904400	0,577225187	0,331962698	0,000253105				

245	0,376530999	0,293544370	0,136917516	0,905068489	0,000250685	0,000995403	0,019975774	1003	2,01143E+11
246	0,585155731	0,317657749	0,853744593	0,778440028	0,000251215	0,000995478	0,020003684	1002	2,00206E+11
247	0,219063668	0,892080213	0,651297353	0,883429406	0,000250225	0,000997361	0,019995055	1002	2,00877E+11
248	0,416911030	0,085694756	0,254199124	0,114028089	0,000250790	0,000994495	0,019981403	998	2,00176E+11
249	0,385044113	0,168304956	0,098700976	0,560078399	0,000250708	0,000994943	0,019973243	1000	2,00778E+11
250	0,744271800	0,630299899	0,892029397	0,784415408	0,000251657	0,000996366	0,020006086	1002	1,99661E+11
251	0,371389519	0,773719751	0,701315457	0,734912975	0,000250672	0,000996826	0,019996866	1001	2,00382E+11
252	0,185017037	0,880972755	0,312774034	0,989093914	0,000250104	0,000997298	0,019983656	1005	2,01543E+11
253	0,777579538	0,905165750	0,265047040	0,179765492	0,000251764	0,000997443	0,019981838	998	1,98924E+11
254	0,577439417	0,564848531	0,762054826	0,177833584	0,000251195	0,000996180	0,019999268	998	1,9945E+11
255	0,026988244	0,740917091	0,677727171	0,090733664	0,000249073	0,000996711	0,019995998	997	2,00909E+11
256	0,280550827	0,138202368	0,540835647	0,919511714	0,000250419	0,000994803	0,019991333	1003	2,01359E+11
257	0,882858636	0,388620748	0,351410413	0,820302249	0,000252189	0,000995689	0,019985040	1002	1,99636E+11
258	0,587916899	0,132379906	0,070551662	0,757331087	0,000251222	0,000994773	0,019970868	1001	2,00644E+11
259	0,711990795	0,394992349	0,757787503	0,794770351	0,000251559	0,000995707	0,019999090	1002	1,99955E+11
260	0,609372018	0,296435668	0,280208872	0,010219216	0,000251278	0,000995412	0,019982431	995	1,99148E+11
261	0,656021177	0,338913783	0,867267992	0,608153080	0,000251402	0,000995543	0,020004476	1001	1,9984E+11
262	0,980946234	0,926484017	0,764855381	0,130522218	0,000253074	0,000997595	0,019999386	998	1,97608E+11
263	0,049089883	0,739828729	0,528110574	0,926154444	0,000249346	0,000996707	0,019990917	1003	2,01861E+11
264	0,951803196	0,310682660	0,620067097	0,030762246	0,000252663	0,000995457	0,019993974	996	1,98112E+11
265	0,907426130	0,929231035	0,082201225	0,242977697	0,000252325	0,000997617	0,019971925	999	1,98632E+11
266	0,201298398	0,528486154	0,166032394	0,184979942	0,000250163	0,000996079	0,019977390	998	2,00523E+11
267	0,950442128	0,706706510	0,821263049	0,068785805	0,000252649	0,000996598	0,020001962	997	1,97969E+11
268	0,561787631	0,595559462	0,750917235	0,785631050	0,000251156	0,000996266	0,019998806	1002	2,00154E+11
269	0,930444062	0,931182220	0,760406077	0,940153766	0,000252479	0,000997633	0,019999199	1003	1,99132E+11
270	0,471583181	0,440837330	0,354040274	0,716103764	0,000250929	0,000995836	0,019985132	1001	2,00471E+11
271	0,946135303	0,981878118	0,572554145	0,235033734	0,000252608	0,000998304	0,019992377	999	1,9806E+11
272	0,091056445	0,830351511	0,711899639	0,210995601	0,000249666	0,000997051	0,019997266	998	2,00565E+11
273	0,122992355	0,633033121	0,788096169	0,558236072	0,000249840	0,000996374	0,020000398	1000	2,00911E+11
274	0,111372892	0,938991348	0,884148636	0,171618389	0,000249781	0,000997701	0,020005548	998	2,00201E+11
275	0,093016730	0,994970524	0,834642878	0,365685891	0,000249678	0,000998831	0,020002645	999	2,00328E+11
276	0,254211229	0,801457087	0,964923509	0,021524493	0,000250339	0,000996932	0,020013542	996	1,99398E+11
277	0,757370528	0,239684561	0,954988361	0,589509592	0,000251698	0,000995222	0,020012039	1000	1,99575E+11
278	0,465271104	0,185425688	0,370123090	0,107990804	0,000250913	0,000995016	0,019985690	998	1,99918E+11
279	0,365444924	0,829035421	0,712785008	0,992255023	0,000250656	0,000997045	0,019997300	1005	2,01063E+11
280	0,397010448	0,675098323	0,335316390	0,584155729	0,000250739	0,000996499	0,019984471	1000	2,00352E+11
281	0,976009303	0,447717621	0,282832975	0,250899103	0,000252978	0,000995855	0,019982532	999	1,98375E+11
282	0,358167481	0,771354953	0,145781400	0,911763346	0,000250637	0,000996818	0,019976289	1003	2,00908E+11
283	0,073967062	0,745712546	0,103613617	0,438016050	0,000249553	0,000996727	0,019973604	1000	2,01219E+11
284	0,207525233	0,343138601	0,194958500	0,357545343	0,000250185	0,000995556	0,019978823	999	2,0081E+11
285	0,946838383	0,576764949	0,462537033	0,616110583	0,000252615	0,000996213	0,019988777	1001	1,98911E+11
286	0,851046225	0,555438302	0,789148194	0,889055811	0,000252041	0,000996153	0,020000445	1002	1,99629E+11
287	0,573598769	0,746309084	0,813929355	0,018871614	0,000251186	0,000996729	0,020001602	996	1,98863E+11
288	0,042900438	0,629199125	0,384292992	0,250670147	0,000249282	0,000996363	0,019986175	999	2,01177E+11
289	0,749957603	0,659914486	0,059080059	0,843949704	0,000251674	0,000996453	0,019969687	1002	2,00083E+11
290	0,486951627	0,541539215	0,320571427	0,398054257	0,000250967	0,000996115	0,019983941	999	2,00064E+11
291	0,985781793	0,773479029	0,261026483	0,189970439	0,000253191	0,000996825	0,019981678	998	1,97942E+11
292	0,279795722	0,576623717	0,432335865	0,058430145	0,000250417	0,000996213	0,019987784	997	1,9992E+11
293	0,821177206	0,725998398	0,055574521	0,961237460	0,000251920	0,000996661	0,019969290	1004	2,00151E+11
294	0,452250834	0,701814681	0,137865248	0,318897687	0,000250880	0,000996583	0,019975831	999	2,00035E+11
295	0,829611055	0,167126921	0,168722480	0,650858264	0,000251953	0,000994938	0,019977530	1001	1,99839E+11
296	0,316677650	0,347498734	0,289794138	0,784417216	0,000250523	0,000995569	0,019982798	1002	2,00959E+11
297	0,344386809	0,358512772	0,525445108	0,637190440	0,000250599	0,000995601	0,019990830	1001	2,00636E+11
298	0,694319373	0,068216585	0,232639978	0,086330035	0,000251508	0,000994362	0,019980508	997	1,99577E+11
299	0,010653308	0,065661643	0,023555768	0,228904107	0,000248697	0,000994340	0,019964191	999	2,02254E+11
300	0,741815892	0,389951742	0,503331259	0,950874853	0,000251649	0,000995693	0,019990109	1003	2,00308E+11
301	0,474260358	0,219813367	0,252884712	0,548760688	0,000250935	0,000995150	0,019981349	1000	2,00462E+11
302	0,381752093	0,403437106	0,814568711	0,571788407	0,000250699	0,000995731	0,020001633	1000	2,00353E+11
303	0,887441818	0,251247885	0,890512121	0,424733648	0,000252213	0,000995262	0,020005980	1000	1,99054E+11
304	0,621723983	0,667878466	0,852709125	0,041085601	0,000251310	0,000996477	0,020003626	997	1,98931E+11
305	0,402670188	0,641071465	0,030796733	0,849068498	0,000250754	0,000996397	0,019965700	1002	2,00878E+11
306	0,822471995	0,549553769	0,901504386	0,510883014	0,000251925	0,000996137	0,020006772	1000	1,99185E+11
307	0,549525361	0,967891285	0,865203406	0,017151714	0,000251124	0,000998036	0,020004352	996	1,98609E+11
308	0,793142908	0,385458175	0,641769001	0,574403387	0,000251817	0,000995680	0,019994721	1000	1,99546E+11
309	0,759148802	0,708724789	0,244923151	0,365723428	0,000251704	0,000996605	0,019981023	999	1,99376E+11
310	0,745240296	0,163487669	0,697421842	0,543753804	0,000251660	0,000994922	0,019996721	1000	1,99772E+11
311	0,257168914	0,908771550	0,296622831	0,785229142	0,000250348	0,000997467	0,019983056	1002	2,00716E+11
312	0,394827711	0,880401564	0,877178777	0,335618285	0,000250733	0,000997295	0,020005093	999	1,99735E+11
313	0,282134316	0,476279575	0,820572913	0,363904779	0,000250423	0,000995935	0,020001928	999	2,00318E+11
314	0,547841196	0,965558583	0,293389984	0,109504469	0,000251120	0,000998001	0,019982934	998	1,99186E+11
315	0,510588883	0,927843505	0,592418038	0,672598972	0,000251027	0,000997606	0,019993039	1001	1,99908E+11
316	0,157608223	0,708861222	0,000881933	0,748651319	0,000249996	0,000996605	0,019949344	1001	2,01464E+11
317	0,750745415	0,237790849	0,570626818	0,672542541	0,000251677	0,000995215	0,019992314	1001	1,99878E+11
318	0,820733482	0,166417469	0,261325372	0,605892029	0,000251918	0,000994935	0,019981690	1001	1,99778E+11
319	0,622478516	0,823214549	0,901111547	0,482903436	0,000251312	0,000997020	0,020006743	1000	1,99466E+11
320	0,834008945	0,730608973	0,788403323	0,528842547	0,000251970	0,000996676	0,020000412	1000	1,99123E+11
321	0,852400171	0,569728528	0,014525796	0,209720808	0,000252047	0,000996193	0,019961624	998	1,99195E+11
322	0,080400742	0,421673053	0,453001363	0,704453230	0,000249598	0,000995783	0,019988465	1001	2,01503E+11
323	0,521453977	0,836359026	0,384848865	0,976897028	0,000251054	0,000997078	0,019986194	1004	2,00679E+11
324	0,069407833	0,519313590	0,560029368	0,270071720	0,000249520	0,000996053	0,019991964	999	2,01013E+11
325	0,022919840	0,573943057	0,890282904	0,391351525	0,000249003	0,000996205	0,020005964	999	2,01394E+11
326	0,696458627	0,315746628	0,771526241	0,802400167	0,000251514	0,000995472	0,019999670	1002	2,00043E+11
327	0,370045746	0,918176621	0,806279579	0,195853843	0,000250668</				

334	0,353517722	0,235473986	0,916815961	0,678069317	0,000250624	0,000995207	0,020007992	1001	2,00568E+11
335	0,187077661	0,784369543	0,743453357	0,717573911	0,000250111	0,000996866	0,019998502	1001	2,00785E+11
336	0,200041276	0,397012305	0,565804178	0,303052880	0,000250159	0,000995713	0,019992154	999	2,00606E+11
337	0,815007602	0,520571942	0,942163022	0,976638755	0,000251897	0,000996057	0,020010452	1004	1,99968E+11
338	0,320273675	0,120960280	0,367199559	0,276968609	0,000250533	0,000994713	0,019985589	999	2,00542E+11
339	0,167559247	0,002212369	0,118489519	0,164277190	0,000250036	0,000992869	0,019974627	998	2,01269E+11
340	0,069124883	0,732002198	0,710876811	0,814430950	0,000249518	0,000996681	0,019997227	1002	2,01442E+11
341	0,685518864	0,998413854	0,420507731	0,296985099	0,000251483	0,000999246	0,019987392	999	1,98884E+11
342	0,070682921	0,684603299	0,652114302	0,358175388	0,000249529	0,000996529	0,019995083	999	2,00979E+11
343	0,200481239	0,826902688	0,050696712	0,253439198	0,000250160	0,000997036	0,019968704	999	2,00514E+11
344	0,215377711	0,167126329	0,106572202	0,733274765	0,000250212	0,000994938	0,019973815	1001	2,01361E+11
345	0,209467310	0,145361827	0,291804010	0,363919180	0,000250192	0,000994838	0,019982874	999	2,00916E+11
346	0,701091532	0,541354871	0,742128211	0,692186798	0,000251528	0,000996114	0,019998449	1001	1,99777E+11
347	0,475287805	0,692536241	0,486255985	0,983202515	0,000250938	0,000996553	0,019989552	1004	2,00896E+11
348	0,160297239	0,649198108	0,304645983	0,712031982	0,000250007	0,000996421	0,019983356	1001	2,01105E+11
349	0,031372081	0,512112624	0,666206539	0,237322770	0,000249139	0,000996033	0,019995583	999	2,01247E+11
350	0,139517736	0,281156235	0,054470478	0,501919699	0,000249918	0,000995363	0,019969161	1000	2,0131E+11
351	0,023550543	0,247009785	0,476066010	0,136959619	0,000249015	0,000995248	0,019989220	998	2,01417E+11
352	0,537720266	0,760158657	0,977896605	0,454730313	0,000251095	0,000996777	0,020016158	1000	1,99565E+11
353	0,300480431	0,301065564	0,099602860	0,783001848	0,000250477	0,000995427	0,019973310	1002	2,01118E+11
354	0,061805006	0,915362148	0,792750459	0,325731581	0,000249460	0,000997512	0,020000608	999	2,00745E+11
355	0,271481784	0,308403469	0,509498538	0,718136710	0,000250392	0,000995450	0,019990310	1001	2,00929E+11
356	0,825995763	0,899905742	0,614382763	0,849457786	0,000251938	0,000997409	0,019993780	1002	1,9945E+11
357	0,782486744	0,262344220	0,247648970	0,873186569	0,000251781	0,000995300	0,019981135	1002	2,00168E+11
358	0,226103433	0,037626918	0,247541391	0,254191879	0,000250248	0,000994043	0,019981131	999	2,00923E+11
359	0,545608326	0,371014464	0,035259563	0,520838405	0,000251115	0,000995638	0,019966489	1000	2,00341E+11
360	0,604346521	0,357685031	0,301825317	0,495610280	0,000251265	0,000995599	0,019983251	1000	2,00036E+11
361	0,685963379	0,240832339	0,041460046	0,581260836	0,000251484	0,000995226	0,019967458	1000	2,00181E+11
362	0,799782089	0,180686378	0,019748688	0,147163520	0,000251841	0,000994996	0,019963233	998	1,99485E+11
363	0,333082332	0,288885438	0,799575072	0,000988617	0,000250569	0,000995388	0,020000921	994	1,99221E+11
364	0,928004167	0,478996991	0,752914026	0,087018566	0,000252461	0,000995942	0,019998888	997	1,98328E+11
365	0,137736575	0,754807941	0,970392687	0,810747266	0,000249909	0,000996759	0,020014526	1002	2,00931E+11
366	0,609447842	0,039229571	0,665702527	0,140632697	0,000251278	0,000994064	0,019995565	998	1,99784E+11
367	0,115663609	0,746549943	0,575084858	0,064865392	0,000249803	0,000996730	0,019992461	997	2,00281E+11
368	0,375102158	0,018526019	0,523352604	0,354496943	0,000250682	0,000993706	0,019990761	999	2,00662E+11
369	0,470328515	0,303358289	0,132189645	0,272915517	0,000250926	0,000995434	0,019975491	999	2,0018E+11
370	0,387742641	0,839962884	0,556964803	0,405774313	0,000250715	0,000997094	0,019991863	1000	1,99997E+11
371	0,415947956	0,219707771	0,791219186	0,889763036	0,000250788	0,000995150	0,020000539	1002	2,00829E+11
372	0,800940004	0,440756281	0,308242117	0,384413758	0,000251845	0,000995836	0,019983489	999	1,99412E+11
373	0,718907855	0,275241349	0,996258470	0,176546510	0,000251580	0,000995343	0,020024769	998	1,99057E+11
374	0,821800309	0,962697300	0,536092744	0,877524189	0,000251922	0,000997961	0,019991178	1002	1,9943E+11
375	0,186869697	0,396924921	0,741048464	0,387568781	0,000250111	0,000995713	0,019998406	999	2,00674E+11
376	0,463275975	0,484424416	0,485164186	0,998207884	0,000250908	0,000995957	0,019989516	1006	2,01356E+11
377	0,165698219	0,524950555	0,231348181	0,958340451	0,000250029	0,000996069	0,019980453	1003	2,01659E+11
378	0,002325208	0,625734411	0,543045701	0,740965961	0,000248170	0,000996353	0,019991405	1001	2,02561E+11
379	0,618824796	0,848522041	0,093960500	0,720699803	0,000251302	0,000997133	0,019972882	1001	2,0004E+11
380	0,135306655	0,092935631	0,743957617	0,769508410	0,000249898	0,000994545	0,019998523	1001	2,00149E+11
381	0,588206826	0,964568693	0,498828193	0,493814939	0,000251223	0,000997987	0,019989962	1000	1,99522E+11
382	0,908545196	0,291610839	0,803199364	0,738194629	0,000252332	0,000995396	0,020001090	1001	1,99311E+11
383	0,243739204	0,090415082	0,801871838	0,294461364	0,000250306	0,000994528	0,020001028	999	2,00627E+11
384	0,983676935	0,587664989	0,728034188	0,816459719	0,000253136	0,000996244	0,019997889	1002	1,98645E+11
385	0,182881319	0,185527829	0,808643176	0,256549869	0,000250096	0,000995016	0,020001348	999	2,00649E+11
386	0,183926556	0,852939335	0,237545013	0,610139829	0,000250099	0,000997154	0,019980715	1001	2,00797E+11
387	0,981289324	0,790350908	0,419248159	0,797276675	0,000253081	0,000996888	0,019987350	1002	1,98637E+11
388	0,276275524	0,449476207	0,968161342	0,418090345	0,000250406	0,000995860	0,020014108	1000	2,00282E+11
389	0,220037834	0,456687145	0,951449300	0,063836255	0,000250228	0,000995880	0,020011568	997	1,99917E+11
390	0,461942076	0,208594363	0,433731380	0,280215025	0,000250904	0,000995108	0,019987831	999	2,00147E+11
391	0,808480182	0,370729444	0,710562971	0,445156413	0,000251872	0,000995637	0,019997215	1000	1,99356E+11
392	0,262982868	0,413268146	0,800072912	0,034401325	0,000250366	0,000995759	0,020000944	996	1,99819E+11
393	0,686562928	0,745200894	0,400797884	0,770239932	0,000251486	0,000996725	0,019986733	1001	1,99899E+11
394	0,733607172	0,507664360	0,037831695	0,629989251	0,000251624	0,000996021	0,019966907	1001	1,99966E+11
395	0,178940314	0,424248053	0,687617888	0,641453716	0,000250081	0,000995790	0,019996358	1001	2,00963E+11
396	0,527033122	0,415444798	0,539133969	0,090248640	0,000251068	0,000995765	0,019991277	997	1,99548E+11
397	0,091769070	0,937417928	0,864983045	0,564112555	0,000249670	0,000997687	0,020004339	1000	2,0075E+11
398	0,662652259	0,539495533	0,154080830	0,590685392	0,000251420	0,000996109	0,019976752	1000	1,99971E+11
399	0,318794747	0,338403418	0,464129443	0,632776687	0,000250529	0,000995541	0,019988830	1001	2,0072E+11
400	0,387863519	0,949291000	0,144484488	0,701650689	0,000250715	0,000997802	0,019976215	1001	2,00319E+11

les moyennes			
Mdef	Mep	ML	MF
0,000250948	0,000996012	0,01999005	1000

les dérivées partielles les facteurs d'influence			
Cdef	Cep	CL	CF
-7,9749E+14	-2,0093E+14	-1,00114E+13	200142054,4

composition d'incertitude	
$\mu(E)$	9,28E+08

la moyenne de E	
	2,00E+11

Résumé :

Comme résumé, on peut dire que le bras poly articulé Portable , qui est un appareil de mesure tridimensionnel (X,Y,Z), a une certaine incertitude comme toute machine industrielle, dans notre étude, on a appliqué la méthode Monte Carlo sur ce type de bras, cette dernière qui consiste à enregistrer les résultats à l'aide d'un logiciel (Microsoft Excel dans notre cas) pour éliminer ou réduire ces incertitudes, les résultats de l'étude ont montré que toutes les courbes obtenues des différents paramètres étudiés sont des courbes de Gausse normales, et aussi que le logiciel Excel est plus pratique pour obtenir ces résultats par rapport à la méthode directe.

As a summary, we can say that the Portable poly articulated arm, which is a three-dimensional measuring device (X,Y,Z), has some uncertainty like any industrial machine, in our study, the Monte Carlo method was applied to this type of arm, the latter which consists of recording the results using software (Microsoft Excel in our case) to eliminate or reduce these uncertainties, the results of the study showed that all the curves obtained from the different parameters studied are normal Gausse curves, and also that Excel software is more convenient for obtaining these results compared to the direct method.

ملخص:

كخلاصة ، يمكننا القول أن الذراع المحمولة متعددة المفاصل ، وهي جهاز قياس ثلاثي الأبعاد (X ، Y ، Z) ، لديها قدر معين من عدم اليقين مثل أي آلة صناعية ، في دراستنا ، طبقنا طريقة مونت كارلو على هذا النوع من الأذرع ، وهو الأخير الذي يتكون من تسجيل النتائج باستخدام برنامج (Microsoft Excel في حالتنا) لإزالة أو تقليل هذه الشكوك ، أظهرت نتائج الدراسة أن جميع المنحنيات التي تم الحصول عليها من المعلمات المختلفة التي تمت دراستها هي منحنيات غاوسية عادية ، وأيضاً أن برنامج Excel أكثر عملية للحصول على هذه النتائج مقارنة بالطريقة المباشرة