



جامعة عباس لغرور خنشلة
Faculté de Sciences et Technologie
كلية العلوم والتكنولوجيا
Département de Génie Mécanique
قسم الهندسة الميكانيكية



Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention
du diplôme de **Master** (LMD)
Spécialité : Génie Mécanique
Option : Construction Mécanique

Thème

**Etude numérique de l'effet de la concentration des
nanoparticules sur le transfert conductif entre
deux cylindres verticaux et coaxiaux sous l'action
d'un champ magnétique extérieur**

Réalisé par :

LOUCIF Anouar

SAFSAF Aymen

Dirigé par :

Dr. MAACHE Mouna

Membres de jury :

CHEHHAT Abdelmadjid

Président

Université de Khenchela

ZAAMOUCHE Radia

Examineur

Université de Khenchela

Année Universitaire 2021-2022

Remerciements

*Tout d'abord nous remercions le bon Dieu tout puissant pour la santé,
la volonté et la patience qu'il nous a donné tout au long de notre cursus.*

Nous tenons à remercier très vivement :

*Notre encadreur : M^{me} *MAACHE Mouna* pour son aide
qui nous a fait aimer notre travail.*

*N'oublions pas de remercier les membres de jury pour l'intérêt
qu'ils ont porté à ce travail,*

*Un grand remerciement aux différents enseignants du département de génie
mécanique et notamment le Chef de Département : M^r BERKIA Abdelhak*

M^r KHADRAOUI Fayçal,

M^r CHITOUR Mourad

Sans oublier,

*M^{rs} : SID Nouredinne, MANSOURI Khalifa, ALLAOUI Abdelhalim,
GHILANI Laala et Tous nos enseignants.*

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

A mes très chers parents,

Nul mot ne pourra exprimer mes sentiments et ma gratitude envers vous,

Je vous remercie pour tout ce que vous avez fait pour moi.

A mes très chers frères à qui je souhaite une vie pleine de bonheur,

de prospérité et de réussite.

A tous mes amis.

Anouar LOUCIF

Dédicaces

*Je dédie ce Modeste travail,
à mes parents qui étaient si proches de moi au cours de mes études,
que dieu leur donne le bonheur et la santé et une longue vie.
Je dédie également ce travail à ma famille et à mes amis,
ainsi qu'à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin
à la réalisation de ce projet.*

Aymen SAFSAF

Résumé

Dans ce travail, nous étudions l'effet de la direction du champ magnétique sur la convection libre statique dans l'anneau cylindrique constitué de deux cylindres unis par le rayon intérieur R_i et le rayon extérieur R_o . Le champ magnétique appliqué de l'extérieur sur les cylindres coaxiaux est dirigé une fois verticalement B_z et une seconde fois horizontalement B_r . La paroi interne est maintenue à une température importante T_h et la paroi externe est réglée à une température plus faible T_c . La cavité annulaire a un rapport d'aspect $H/R_o = 3$ où H est la hauteur du cylindre rempli de solution aqueuse dans laquelle sont dispersées des nanoparticules d'Alumine (Al_2O_3). Les parois supérieure et inférieure sont isolées thermiquement. La méthode des volumes finis a été utilisée pour discrétiser les équations mathématiques. Les présents résultats sont comparés à ceux trouvés dans la littérature, qui révèlent un très bon accord. L'influence des paramètres sans dimension tels que le nombre de Hartmann ($Ha = 0, 10, 20, 30, 40$), le nombre de Rayleigh ($Ra = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$), la fraction volumique solide des nanoparticules ($\phi = 0; 0,025; 0,05; 0,075; 0,1$) et les deux directions principales du champ magnétique sur les lignes de courant, les contours des isothermes, le nombre de Nusselt moyen, est discuté. Les résultats montrent que l'augmentation du transfert de chaleur en ajoutant les nanoparticules au fluide de base dépend de l'intensité et de la direction du champ magnétique. Aussi, la valeur du nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh, mais elle diminue avec l'augmentation dans la valeur du nombre de Hartmann.

Mots clés

Convection naturelle, nanofluide, champ magnétique, nombre de Rayleigh, nombre de Nusselt, méthode des volumes finis, Simulations numériques.

Sommaire

Remerciements	2
Dédicaces	3
Résumé	5
Sommaire	6
Liste des figures et liste des tableaux	8
Nomenclature	10
Introduction Generale	13
Chapitre I	16
Généralités et synthèse bibliographique	16
1. Introduction	17
2. Notions sur la convection	17
2.1 Définition	17
2.2 Type de convection	17
2.2.1 Convection naturelle	18
2.2.2 Convection forcée	19
2.2.3 Convection mixte	19
3. Type de gradient de température dans les cavités	19
3.1 Cavité avec gradient vertical de température	19
3.2 Cavité avec gradient horizontal de température	20
4. Généralité sur les nano-fluides	20
4.1 Introduction	20
4.2 Définition d'un nano-fluide	21
4.3 Définition des nanoparticules	21
4.4 Taille des nanoparticules	23
4.5 Préparation de nano-fluide	24
4.6 Les applications des nano-fluides	27
4.7 Les avantage des nano-fluides	29
4.8 Les inconvénients des nano-fluides	29
5. Synthèse bibliographique	29
Chapitre II	39

Modèle Mathématique	39
1. Introduction	40
2. Formulation mathématique du problème	40
2. 1. Configuration étudiée	40
2. 3. Equations gouvernantes dimensionnelles	42
2. 3. 1. Equation de continuité	42
2. 3. 2. Equation de la conservation de quantité de mouvement	42
2. 4. Conditions aux limites	42
2. 5. Formules des propriétés thermo-physiques du nanofluide	43
2. 6. Equations gouvernantes adimensionnelles	44
2. 6. 1. Forme générale des équations adimensionnelles	44
2. 6. 2. Conditions aux limites adimensionnelles :	45
2. 6. 3. Nombre de Nusselt	46
2. 7. Les propriétés thermo-physiques des nanofluides	46
2. 7. 1. Conductivité thermique	46
2. 7. 2. Viscosité dynamique	47
2. 7. 3. Masse volumique	48
2. 7. 4. Chaleur spécifique :	48
CHAPITRE III	50
Modélisation numérique	50
1. Introduction	51
2. Principe de la méthode des volumes finis	51
2.1. Maillage	52
2.2. Discrétisation	53
2.3. Algorithmes de résolution	56
3. Résolution du système des équations	59
3.1. Présentation de la méthode	59
3.2. Technique de sous-relaxation :	60
4. Critère de convergence :	62
CHAPITRE IV	63
Résultats et discussion	63
Conclusion	80
Références	82
Annexe	86

Liste des figures et liste des tableaux

- **Liste des figures**

Figure 1 : Principe physique de la convection naturelle.....	19
Figure 2 : Nanotube de Carbone	23
Figure 3 : Nanoparticules d'argent	23
Figure 4 : Vue microscopique des nanoparticules dans un tube.	24
Figure 5 : Rapprochement et attraction entre nanoparticules conduisant à des ensembles plus massifs.....	26
Figure 6 : Nano-fluides, vus au microscope électronique (de gauche à droite) : éthylène glycol+ cuivre à 0,5% ; eau+alumine ; or 2nm ; eau +nanotube de carbone	26
Figure 7 : Exemples de nano-fluides aqueux opaques seulement 1% des particules de diverses natures	27
Figure 8 : Schéma du problème, Afrand et al. [18]	31
Figure 9 : Deux cylindres coaxiaux et les conditions aux limites [19]	32
Figure 10 : Description schématique du modèle physique [20]	33
Figure 11 : Schéma du modèle physique et la distribution du flux sur la surface inférieure [21]	34
Figure 12 : Géométrie du problème [22]	35
Figure 13 : Configuration expérimentale et emplacement des thermocouples et vue de dessus de la cavité [23]	36
Figure 14 : Le système coaxial du conduit annulaire cylindrique circulaire droit.....	38
Figure 15 : Géométrie du problème.....	40
Figure 16 : maillage (a) Cylindre vu en perspective (b) Section longitudinale du cylindre.....	52
Figure 17 : Volume de contrôle (de l'équation d'impulsion suivant R) de maillage entrelacé pour la composante de vitesse u: vue dans ORZ... ..	54
Figure 18 : Volume de contrôle (de l'équation d'impulsion suivant z) de maillage entrelacé pour la composante de vitesse v, vue dans OZR.	54
Figure 19 : Organigramme du code de calcul selon l'algorithme SIMPLER [42].....	58
Figure 20 : Mode d'avancement dans la méthode ligne par ligne.....	60
Figure 21 : Evolution possible des ϕ_p^K dans un processus convergent. Nécessité d'une sur-relaxation.	61
Figure 22 : Evolution possible des ϕ_p^K dans un processus divergent. Nécessité d'une sous- relaxation.....	61
Figure 23 : Nombre de Nu en fonction de Ra pour Ha=0 et pour 3 valeurs de ϕ	64
Figure 24 : Nombre de Nu en fonction de ϕ pour Ha=0 et pour (a) Ra 10^3 et 10^4 (b) Ra 10^5 et 10^6	64
Figure 25 : Nombre de Nu en fonction de ϕ pour Ha=0 et pour (a) Ra= 10^3 , 10^4 ,	

10 ⁵ et 10 ⁶	64
Figure 26: Nombre de Nu en fonction de Ra pour $\phi = 0.05$ et pour 3 valeurs de Ha (Br).....	65
Figure 27: Nombre de Nu en fonction de ϕ pour Ra=10 ³ et Ha =10 et pour (Br et Bz).....	65
Figure 28: Nombre de Nu en fonction de Ha pour (a) $\phi = 0$, (b) $\phi = 0.025$ (c) $\phi = 0.05$ et (d) $\phi = 0.1$ et pour Ra 10 ³ et pour (Br et Bz).....	66
Figure 29: Nombre de Nu en fonction de ϕ pour Ra=10 ³ et pour (Br)	67
Figure 30: Nombre de Nu en fonction de Ha pour Ra=10 ³ et pour (Br).....	67
Figure 31: Isothermes pour $\phi=0.05$ et Ha =20 pour (a) Ra=10 ³ ,(b) Ra=10 ⁴ et pour (Br)	68
Figure 32: Isothermes pour $\phi=0.05$ et Ha =20 pour (a) Ra=10 ⁵ ,(b) Ra=10 ⁶ et pour (Br)	69
Figure 33: Isothermes pour $\phi=0.05$ et Ha =40 pour (a) Ra=10 ³ ,(b) Ra=10 ⁴ et pour (Br)	70
Figure 34: Isothermes pour $\phi=0.05$ et Ha =20 pour (a) Ra=10 ³ ,(b) Ra=10 ⁴ et pour (Br)	71
Figure 35: Isothermes pour $\phi=0.05$ et Ra =10 ³ (a) Ha = 0, (b) pour (Br) avec Ha = 20	72
Figure 36: Isothermes pour $\phi=0.05$ et Ra =10 ⁵ (a) Ha=0 , et pour (Br) avec (b) Ha =20 (c) Ha=40	73
Figure 37: Isothermes pour Ra =10 ⁴ et pour Ha=0 et pour (a) $\phi=0$ (b) $\phi=0.05$ et (c) $\phi=0.1$	74
Figure 38 : Vecteurs vitesses pour $\phi = 0,05$ et Ha=0 (a) Ra=10 ⁴ (b) Ra=10 ⁵ et (c) Ra=10 ⁶	78
Figure 39 : Vecteurs vitesses pour $\phi = 0.05$ et Ha=40 et Ra=10 ⁵	78
Figure 40 : Lignes de courant pour $\phi = 0.025$, Ha=0 et (a) Ra=10 ³ (b) Ra=10 ⁴ (c) Ra=10 ⁵ (d) Ra=10 ⁶ dans la demi section radiale de la cavité	79

• **Liste des tableaux**

Tableau 1 : Les propriétés thermo-physiques de différents matériaux [5].....	23
Tableau 2 : Propriétés de l'eau et des nanoparticules en Al ₂ O ₃	41
Tableau 3 : Récapitulation des équations gouvernantes adimensionnelles.....	45
Tableau 4 : La fonction $A(P_i)$ pour les différents schémas numériques.....	56

Nomenclature

A	Rapport d'aspect.
$A(P)$	Fonction d'un schéma numérique en fonction du nombre de Peclet
B	Terme source dans système d'équations algébriques discrétisées.
B_0	Intensité du champ magnétique, (Tesla)
C_p	Chaleur spécifique, [J. kg ⁻¹ . K ⁻¹]
D	Terme diffusif dans le système d'équations algébriques discrétisées.
dr	Distance entre le nœud P et les noeuds E et W. [m]
dz	Distance entre le noeud P et les nœuds N et S, [m]
F	Terme de convection dans le système d'équations algébriques discrétisées.
g	Accélération gravitationnelle, [m. s ⁻²]
H	Hauteur du cylindre, [m]
Ha	Nombre de Hartmann adimensionnel
$i^{\rightarrow}, j^{\rightarrow}$	Composantes du vecteur unitaire dans le système de coordonnées cylindrique.
k	Conductivité thermique, [W. m. K ⁻¹].
Nu_R	Nombre de Nusselt local.
Nu_m	Nombre de Nusselt moyen.
P	Pression du fluide, [Pa]
\bar{p}	Pression modifiée, [Pa]
P	Pression adimensionnelle
Pr	Nombre de Prandtl adimensionnel
r, z	Coordonnées cylindriques, [m]
r_p	Rayon des nanoparticules, [mm]
R, Z	Coordonnées adimensionnelles
Ra	Nombre de Rayleigh adimensionnel
R_0	Rayon du cylindre, [m]
S_ϕ	Terme source dans l'équation (22)
T	Température, [K]
u, v	Vitesse radiale, axiale, [m. s ⁻¹]

U, V	Vitesse adimensionnelle radiale, axiale
ω_{nl}	Epaisseur de la nano-couche, [nm]

Lettres grecques

α	Diffusivité thermique, [m ² . s ⁻¹]
β	Coefficient d'expansion thermique, [K ⁻¹]
ϕ	Fraction volumique des nanoparticules
φ	Paramètre adimensionnel dans l'équation (22)
Γ_{φ}	Terme diffusif dans l'équation (22)
μ	Viscosité dynamique, [kg ⁻¹ .m ⁻¹ . s ⁻¹]
ν	Viscosité cinématique, [m ² . s ⁻¹]
θ	Température adimensionnelle
ρ	Masse volumique, [kg .m ⁻³]
σ	Conductivité électrique, [μ S.cm ⁻¹]
Ψ	Fonction de courant adimensionnelle

Indices / Exposants

eff	Effectif
c	Froid
E	Point à l'Est du nœud central P.
e	La face Est du volume de contrôle considéré.
fl	Fluide (eau pure)
h	Chaud
max	Maximum
N	Point au Nord du nœud central P.
n	La face Nord du volume de contrôle considéré.
nf	Nanofluide
nl	Nanocouche
P	Nœud au centre du volume de contrôle considéré.
p	nanoparticule

r, z	Direction radiale, axiale
S	Point au Sud du nœud central P.
s	La face Sud du volume de contrôle considéré.
W	Point à l'Ouest du nœud central P.
w	La face Ouest du volume de contrôle considéré.

Introduction générale

Introduction générale

L'amélioration des performances de transfert de chaleur est un sujet important du point de vue des économies d'énergie. Les faibles propriétés thermiques des fluides de travail, tels que l'eau, l'éthylène glycol et l'huile moteur, sont considérées comme une limitation principale dans l'amélioration des performances et de la compacité des systèmes thermiques. En revanche, les nanoparticules sont connues comme un moyen efficace pour améliorer la conductivité thermique des fluides de base. Le mélange résultant de l'ajout de ces nanoparticules solides au fluide de base est appelé nanofluide. Il possède une conductivité thermique sensiblement plus grande que celle des fluides traditionnels.

Dans des domaines d'industrie comme la croissance cristalline des semi-conducteurs et l'extraction de l'énergie géothermique, la convection naturelle est sous l'influence d'un champ magnétique. L'application du champ magnétique diminue le transfert thermique et l'utilisation des nanofluides l'augmente. Cependant, dans certains systèmes d'ingénierie comme les capteurs des champs magnétiques et les systèmes de refroidissement des équipements électroniques, l'application du champ magnétique est nécessaire et l'augmentation du taux de transfert de chaleur est souhaitable.

Dans cette étude, le transfert de chaleur par convection laminaire naturelle et statique dans un milieu limité par deux cylindres verticaux et coaxiaux remplis du nanofluide eau- Al_2O_3 en présence d'un champ magnétique appliqué extérieurement une fois axialement et une seconde fois radialement est numériquement étudié. Des simulations numériques sont effectuées pour prédire l'effet de la concentration des nanoparticules et l'influence de l'intensité et de la direction du champ magnétique sur l'amélioration du transfert thermique dans le cylindre. L'étude a été réalisée pour 4 valeurs de Rayleigh ($\text{Ra} = 10^3, 10^4, 10^5$ et 10^6), pour un large intervalle de paramètres comme fraction volumique des nanoparticules ($\phi = 0, 0.025, 0.05$ et 0.1) et le nombre de Hartmann ($\text{Ha} = 0, 10, 20, 30$ et 40).

Ce mémoire comporte quatre chapitres, organisés de la manière suivante :

✓ Chapitre 1:

Ce chapitre est consacré à la présentation de la théorie générale de la convection et d'une revue bibliographique des principaux travaux numériques et expérimentaux utilisant les nanofluides,

ainsi qu'une synthèse sur les techniques de production des nanofluides et leurs domaines d'application industriels.

✓ **Chapitre 2:**

Dans ce chapitre, sont présentés, les modèles mathématiques de la conductivité thermique et de la viscosité dynamique, la chaleur spécifique et la formulation mathématique du problème et les équations gouvernant l'écoulement.

✓ **Chapitre 3:**

Ce chapitre porte sur une explication détaillée de la méthode des volumes finis utilisée pour la discrétisation des équations et la modélisation numérique du problème.

✓ **Chapitre 4:**

Les principaux résultats avec leurs interprétations et les analyses des divers résultats de cette étude, sont présentés dans ce chapitre.

✓ **Conclusion:**

En dernier, ce mémoire est terminé par une conclusion générale où sont dégagés les points forts et les principaux résultats obtenus dans cette étude.

Chapitre I

Généralités et synthèse bibliographique

1. Introduction

Ce chapitre a pour but de présenter les connaissances relatives au transfert thermique par convection, les nano-fluides et leurs applications éventuelles, tant d'un point de vue théorique qu'expérimental. Il présente également une recherche bibliographique sous forme de revue synthétisant des quelques études antérieures, analytiques et numériques, ainsi qu'expérimentale sur l'influence du champ magnétique sur le transfert de chaleur, dans des conduits cylindriques coaxiaux.

2. Notions sur la convection

2.1. Définition

La convection est une mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluides adjacentes, l'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules. Ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluides et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement.

2.2. Type de convection

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre ou convection forcée ou même convection mixte. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de densité résultant des gradients de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée. Si les deux causes existent simultanément, sans que l'une soit négligeable par rapport à l'autre, la convection est dite mixte.

La quantité de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide est donnée par une relation appelée loi de Newton :

$$\Phi = h \cdot S \cdot \Delta T$$

Avec $\Delta T = T_f - T_p$

T_f : représente la température du fluide en écoulement. [K]

T_p : représente la température de la paroi du milieu considéré.[K]

h : représente le coefficient d'échange convectif [$W \cdot m^2 \cdot K^{-1}$]

2.2. 1. Convection naturelle :

En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité due au non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions à température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud. Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre. L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégié. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale.

Les effets de convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle. En outre et selon les conditions aux limites, les études relatives à la convection sont souvent menées dans les cavités.

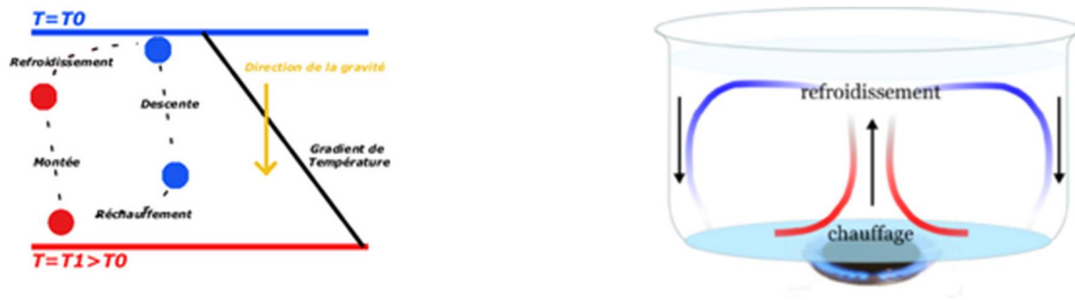


Figure 1 : Principe physique de la convection naturelle

2. 2. 2. Convection forcée

Dans cette convection, le mouvement est provoqué par un processus ou par des machines indépendantes des phénomènes thermiques (compresseurs, pompes, ventilateurs, etc...). Par conséquent, l'étude du transfert de chaleur par convection est étroitement liée à l'écoulement du fluide. Voici quelques exemples de convection forcée dans des appareillages : chauffage central avec accélérateur, chauffages électriques avec soufflerie, chauffe-eau solaire à circulation forcée et four à convection de cuisinière. Le corps humain a son propre système de convection forcée, la circulation sanguine.

2. 2. 3. Convection mixte

La convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents (convection naturelle et convection forcée). Les deux convections sont considérées séparément, et l'ordre de grandeur est le même. Parmi les exemples de cette mixité, on peut citer : les écoulements lents en canalisations (comme dans les radiateurs à eau) ou le long d'une paroi, les jets anisothermes (chauffage ou climatisation des locaux, panaches de fumée, ...), les écoulements atmosphériques et les courants marins (qui sont importants pour les questions de climatologie et de pollution), et plus généralement beaucoup d'écoulements fortement anisothermes.

3. Type de gradient de température dans les cavités

On peut distinguer plusieurs types de problèmes dans les cavités, on cite deux cas :

3. 1. Cavité avec gradient vertical de température

Quand on impose un gradient de température verticale du fond au sommet de la cavité, on a ce qu'on appelle la convection de Rayleigh- Bénard. Elle a une longue et riche histoire elle a été

étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale. Le mécanisme de base de cette convection est comme suit. Les parois horizontales de la cavité étant respectivement chauffées et refroidies, par suite de différence de température, la chaleur s'écoule entre le fluide et le corps et provoque une variation de densité des couches fluides au voisinage de la surface. La différence de densité crée un écoulement descendant pour le fluide le plus lourd et un écoulement ascendant pour le fluide le plus léger. Quand le gradient de température est vertical avec paroi supérieure chaude et paroi inférieure froide, on n'aura pas de mouvement et par conséquent pas de convection, le fluide est thermiquement stratifié et on a le cas stable.

3. 2. Cavité avec gradient horizontal de température

Dans cette configuration, les parois verticales sont chauffées et refroidie, alors que les parois horizontales sont adiabatiques. L'écoulement prend la forme d'un vortex avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide. Les premiers travaux portant sur la convection naturelle ont été entrepris, dans les années 60 du 20^{ème} siècle, par Vahl Davis [1]. Ces auteurs ont utilisé la méthode des différences finies pour résoudre le problème de convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée. Ces études ont eu le mérite de lancer une compétition internationale sur le sujet. Elles ont montré que la distribution de température à mi-hauteur de la cavité est presque linéaire et le gradient thermique vertical tend vers zéro pour les valeurs du nombre de Rayleigh inférieures à 10^4 .

4. Généralité sur les nano-fluides

4. 1. Introduction

L'efficacité d'un processus de transfert thermique est généralement limitée par les propriétés thermo-physiques des fluides utilisés. La miniaturisation de nombreuses applications est conditionnée par la possibilité d'évacuer de façon efficace les puissances thermiques dissipées au sein des appareillages. Le considérable développement récent des recherches traitant des nano-fluides est dû au fait qu'il est possible, pour certaines applications, d'accroître de façon non négligeable les transferts de chaleur en introduisant dans un fluide pure une faible concentration de nanoparticules. Cette nouvelle génération de fluides porte le nom de "Nano-fluides ". Ce terme a été introduit par Choi [2] au laboratoire d'Argonne en U.S American 1995 et reste couramment

utilisé pour caractériser ce type de suspension colloïdale. Dans cette étude on essayera de montrer la potentialité de remplacer les fluides avec des nano-fluides qui peuvent jouer le même rôle que ces fluides ordinaires mais avec une bonne efficacité du dégagement de la chaleur.

L'adjonction des particules métalliques dans un fluide a mis en évidence une nette amélioration des capacités thermiques de celui-ci. Les expériences effectuées sur les fluides caloporteurs avec des particules de taille micrométrique posent des problèmes de sédimentation des particules causant des chutes de pression lors de l'écoulement. Actuellement, il est possible de fabriquer des particules de l'ordre du nanomètre qui remédient à ces problèmes.

4. 2. Définition d'un nano-fluide

Les nano-fluides sont des solutions colloïdales composées de particules de taille nanométriques en suspension dans un liquide. Les études de ces fluides composites montrent des aptitudes particulièrement intéressantes du fait d'une meilleure conductivité thermique et d'un coefficient d'échange convectif significativement accru par rapport à des liquides classiques, l'eau en particulier. Une telle augmentation de la conductivité thermique du nano-fluide ne peut pas seulement être imputée à la plus grande conductivité thermique des nanoparticules en suspension, l'amélioration vient d'une combinaison de plusieurs facteurs physiques simultanés. Le choix des liquides de base est primordial pour un nano-fluide, il permet d'assurer la stabilité de la suspension dans le temps et d'éviter tout phénomène d'agréations, la sélection d'un tel fluide se fera en fonction de la nature de nanoparticule, les solvants les plus utilisés sont :

- L'eau.
- L'éthylène glycol, EG.
- Les huiles.
- Le Toluène.
- Les fluides de réfrigération.

4.3. Définition des nanoparticules

Les nanoparticules sont des particules dont les 3 dimensions sont dans la gamme 1-100 nm environ. Les nanomatériaux sont des objets dont au moins une de leurs trois dimensions est nanométrique, c'est-à-dire inférieure à 100 nm. Cette définition est cependant encore en discussion et certaines définitions parlent de nanoparticules dès qu'une ou deux de leurs dimensions est inférieure à 100nm [3].

Les nanomatériaux peuvent être répartis selon le nombre de leurs dimensions qui se trouvent dans le domaine nanométrique comme suit :

- Trois dimensions (forme sphérique) tels que les Fullerènes (C60), nanoparticules sphériques (nano poudre de TiO₂, Ag, etc...).
- Deux dimensions (sous forme de ligne) comme les nanotubes, les nano-filaments, ...
- Une seule dimension (sous forme de plan) comme les films minces, couches minces,...

Les nanoparticules les plus utilisées pour obtenir des nano-fluides sont : [4]

- **Les nanoparticules des oxydes métalliques :**

1. L'oxyde d'aluminium (Al₂O₃).
2. L'oxyde de cuivre (CuO).
3. L'oxyde de silicium (SiO₂).
4. L'oxyde de titanium (TiO₂).

- **Les nanoparticules métalliques :**

1. L'aluminium (Al).
2. Le cuivre (Cu)
3. L'or (Au).
4. L'argent (Ag)

- **Les nanoparticules non métalliques :**

1. Les nanotubes de carbone (CNT)
2. Le diamant (C).

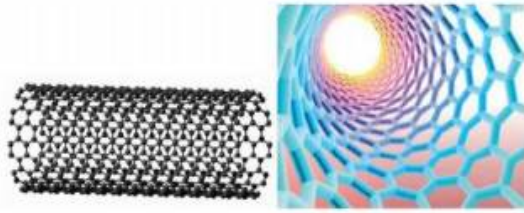


Figure 2 : Nanotube de Carbone

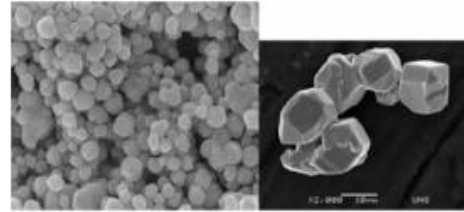


Figure 3 : Nanoparticules d'Argent

	<i>Nanoparticules et fluide de base</i>	<i>K (W/(m.K))</i>	<i>ρ (Kg /m³)</i>	<i>C_P (J/kg. K)</i>	<i>μ (Pa.s)</i>
<i>Métallique (solides)</i>	Cu	400	8954	383	
	Fe	80.2	7870	447	
	Ni	90.7	8900	444	
	Au	317	19.300	129	
	Ag	429	10.500	235	
	C (diamant)	2300	3500	509	
<i>Oxyde Métallique (solides)</i>	SiO ₂	1.38	2220	745	
	TiO ₂	8.4	4157	710	
	Al ₂ O ₃	36	3970	765	
	Cu O	69	6350	535	
	Si C	490	3160	675	
<i>Liquides non métalliques</i>	L'eau Ethylène-glycol (EG)	0.600 0.252	998.2 1111.4	4183 2349	0.0001003 0.0157

Tableau 1 : Les propriétés thermo-physiques de différents matériaux [5]

4.4. Taille des nanoparticules

Si l'idée même d'utiliser des particules solides en suspension pour perfectionner l'échange thermique est ancienne, puisqu'elle découle notamment des études analytiques de Maxwell vers 1873, ce n'est que depuis les années 1990 que l'utilisation de particules d'échelle nanométrique est

étudiée. Cela a été rendu possible grâce au développement de procédés de fabrication particuliers et novateurs.

Les études scientifiques antérieures se contentaient de tester des suspensions plus ou moins bien contrôlées, des particules de taille millimétrique ou micrométrique, donc 1000 à 1 000 000 de fois plus grosses que des nanoparticules. Celles-ci deviennent, avec le temps, malheureusement moins efficaces. En effet, elles sédimentent rapidement vu leur masse plus importante et elles réduisent l'efficacité du transfert thermique paroi-fluide en se déposant un peu partout (Figure 4).

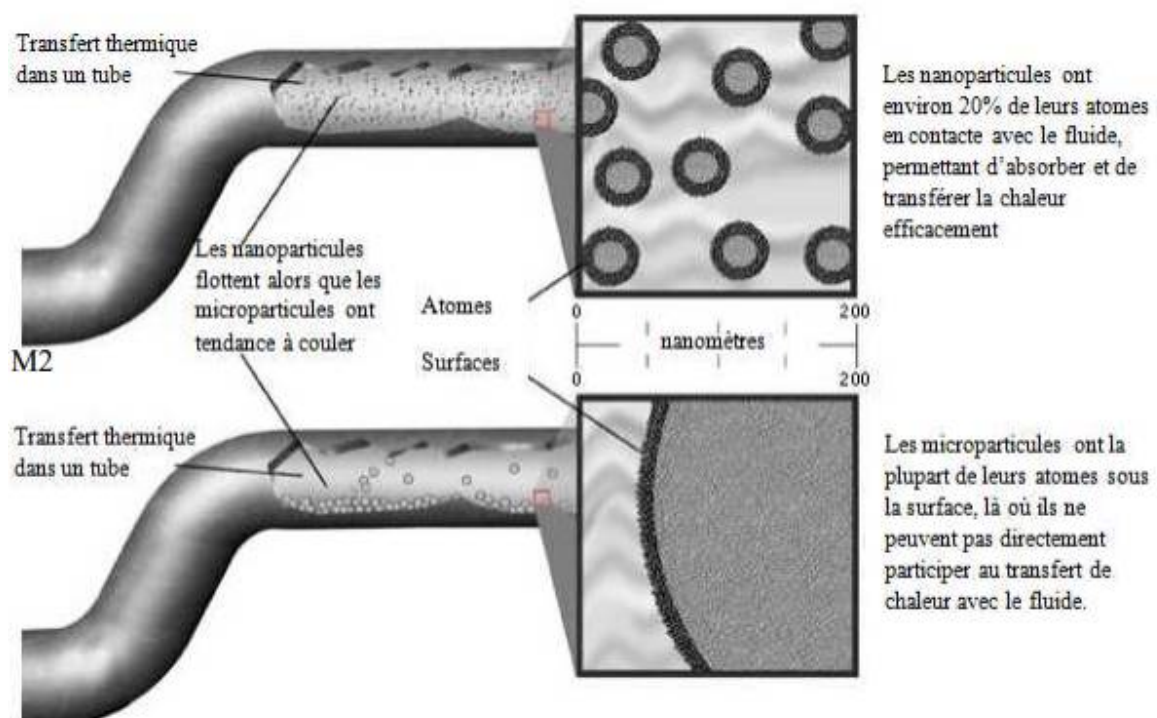


Figure 4 : Vue microscopique des nanoparticules dans un tube.

4. 5. Préparation de nano-fluides :

4. 5. 1. Procédés de fabrication de nanoparticules

Les procédés de fabrication de nanoparticules sont nombreux. Ils peuvent être classés en deux catégories :

- Les procédés physiques, comme le broyage mécanique.
- Les procédés chimiques, comme la pyrolyse ou la préparation chimique.

4. 5. 2. Procédés d'obtention d'un nano-fluide [6]

Il y a deux méthodes principales pour obtenir un nano-fluide

- en une étape : vaporisation d'un matériau solide sous vide, puis condensation directe de sa vapeur dans le liquide
- en deux étapes : d'abord la fabrication d'une nanopoudre sèche, puis mélange et dispersion de celle-ci dans le liquide Les procédés de fabrication sont de nature physique ou chimique. Ils font l'objet de beaucoup de travaux de recherche pour améliorer le coût de production qui reste parfois élevé vu les difficultés de mise en œuvre pour obtenir des particules de taille voulue. Chaque méthode a ses inconvénients et certaines ne sont pas aptes à produire de grandes quantités de nanoparticules pour une production de masse vu les contraintes inhérentes au procédé, notamment les méthodes en une étape. Les principaux moyens de fabrications peuvent être :
 - la mécano synthèse (broyage à haute énergie).
 - la précipitation chimique (réduction de sels métalliques par exemple).
 - les dépôts chimiques ou physiques en phase vapeur.
 - la condensation de vapeurs par détente brutale dans des tuyères supersoniques.
 - la sublimation par ablation laser (vaporisation d'un échantillon par impulsion laser).
 - la pyrolyse laser (interaction entre un faisceau laser continu et un flux de réactifs).

La fabrication en deux étapes présente un peu plus de risques, car le collage se produit déjà dans la nanopoudre. Les nanoparticules à base d'oxydes métalliques seraient a priori moins sujettes aux regroupements que les nanoparticules à base de métaux purs dans les procédés en deux étapes. L'intégration en une seule étape directe minimise ces agglomérations, mais l'inconvénient de ces techniques de vaporisation sous atmosphère est de ne pouvoir utiliser que des liquides à faible pression de vapeur saturante (pour éviter qu'ils ne se vaporisent eux même trop vite dans l'enceinte) et le contrôle sur la taille des nanoparticules formées est limité. Cependant, elle est recommandée pour des métaux purs afin d'éviter l'oxydation rapide des nanoparticules par l'air ambiant.

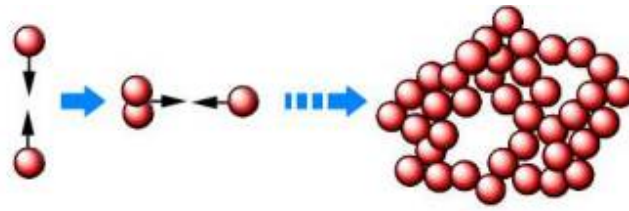


Figure 5 : Rapprochement et attraction entre nanoparticules conduisant à des ensembles plus massifs

4. 5. 3. Nature du mélange obtenu

Les nanoparticules sont principalement mises en suspension dans de l'eau, de l'huile ou de l'éthylène glycol (l'un des composés du LDR couramment employé dans les water-coolings), même si tout liquide peut être utilisé. La fraction volumique de ces nanoparticules est généralement entre 0.1 à 10 % à pour éviter la saturation du fluide et la sédimentation

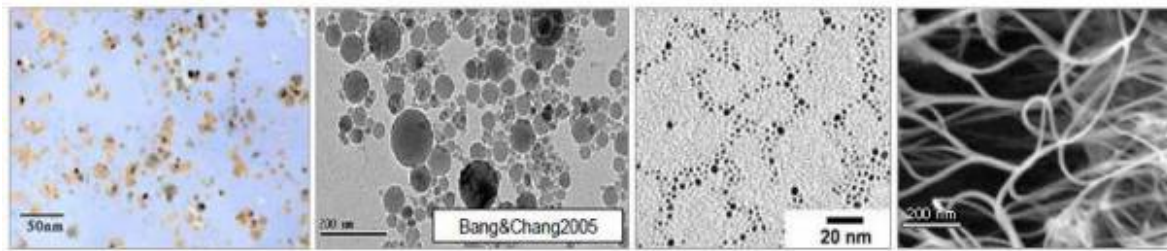


Figure 6 : Nano-fluides, vus au microscope électronique (de gauche à droite) : éthylène glycol+ cuivre à 0,5 % ; eau +alumine ; eau +or à 2nm ; eau +nanotubes de carbone

En ce qui concerne l'aspect visuel du nano-fluide, il varie principalement selon la technique de fabrication, la nature du matériau, ainsi que la taille des nanoparticules et des agglomérats. Même avec une très faible fraction volumique, le mélange d'une nanopoudre dans de l'eau (méthode en deux étapes), celui-ci devient presque à coup sûr opaque à cause des nanoparticules qui empêchent les ondes lumineuses de le traverser, puisqu'il est pratiquement impossible d'éviter les regroupements de matière en paquets avec cette méthode, même avec des produits dispersants (Figure 7). Cette opacité se manifeste quand les dimensions des nanoparticules ne sont pas suffisamment réduites par rapport aux longueurs d'ondes présentes dans la lumière visible (400 à 700 nm). L'opacité n'est donc pas simplement liée à la concentration des nanoparticules dans le liquide.

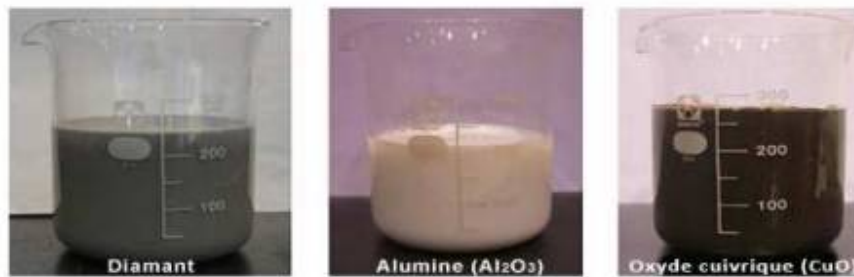


Figure 7 : Exemples de nano-fluides aqueux et opaques avec seulement 1 % des particules de diverses natures

4.6. Les applications de nanofluides

• L'industrie

L'industrie au sens large (moteur thermique, climatisation, composant de puissance, installation nucléaire, accélérateur de particules, domaine aéronautique ou spatial, etc.), car ça permet de réduire la taille des équipements de refroidissement ou leur consommation électrique puisqu'on gagne en efficacité sans trop se fatiguer. On estime en effet que pour doubler le coefficient d'échange, il faut multiplier la puissance de pompage par 10, ce qui est énorme et non rentable. Un nanofluide permet de s'en affranchir partiellement en améliorant ce coefficient jusqu'à 80 % en régime turbulent sans modifier la puissance nécessaire au fonctionnement.

• Refroidissement des systèmes électroniques

Dans les circuits intégrés, les nanofluides ont été considérés comme fluides de refroidissement. Pour cela plusieurs études ont été effectuées. Tsai et col [7] ont employé un nanofluide à base d'eau pour refroidir une unité centrale de traitement dans un microordinateur. De leur côté, Ma et col [8] ont étudié l'effet du nanofluide sur les possibilités de transport de la chaleur d'un caloduc d'oscillation, ils ont prouvé qu'à la puissance d'entrée de 80 W, et seulement pour une concentration volumique de $\phi = 1\%$, la différence de température entre le vaporisateur et le condenseur est de 16.6°C.

• Refroidissement des systèmes thermiques

Le mélange d'éthylène-glycol et l'eau, sont utilisés comme liquide de refroidissement dans les moteurs des véhicules. L'addition des nanoparticules dans ces liquides améliore le taux de refroidissement. Ce point est étudié par plusieurs groupes de chercheurs, Tzeng et col [9] ont

dispersé les nanoparticules de CuO et Al₂O₃ dans l'huile de refroidissement du moteur de transmission. Dans une application, Zhang et Que [10] ont rapporté une étude pour réduire l'usure (lubrification) à l'aide des nanoparticules, et améliorer les propriétés tribologiques, et la résistance à l'usure avec la réduction du frottement entre les éléments mécaniques mobiles.

- **Refroidissement des systèmes spatiaux**

Pour les applications dans l'espace, You et col [11], Vassallo et col [12] ont effectué des études pour montrer que la présence des nanoparticules dans le fluide de refroidissement en électronique générale joue un rôle très important dans les applications de l'espace où la densité de puissance est très élevée.

- **Refroidissement des systèmes militaires**

Les exemples des applications militaires incluent le refroidissement de l'électronique de puissance et les armes d'énergie dirigée. Ces derniers impliquent des flux thermiques très élevés ($q > 500$ à 1000 W/cm^2), où les nano-fluides ont montré leur efficacité pour refroidir ces systèmes, et aussi les autres systèmes militaires, y compris les véhicules militaires, les sous-marins, et les diodes lasers à haute puissance.

- **Refroidissement des systèmes nucléaires**

L'institut de technologie de Massachusetts a réservé un centre interdisciplinaire uniquement pour la nouvelle nanotechnologie (nano-fluide) dans l'industrie de l'énergie nucléaire. Actuellement, ils évaluent l'impact potentiel de l'utilisation des nano-fluides sur la sûreté neutronique, et de la performance économique des systèmes nucléaires.

- **La biomédecine**

Les nano-fluides et les nanoparticules ont beaucoup d'applications en biomédicale. Par exemple, pour éviter quelques effets secondaires des méthodes traditionnelles du traitement du cancer, les nanoparticules à base de fer ont été employées comme transporteur des drogues. Aussi pour une chirurgie plus sûre en produisant le refroidissement efficace autour de la région chirurgicale, Jordan et col [13] ont effectué une étude où les nano-fluides pourraient être employés pour produire une température plus élevée autour des tumeurs pour tuer les cellules cancéreuses sans affecter les

cellules saines voisines. Autres applications (piles à combustible, le chauffage solaire de l'eau, refroidisseurs, réfrigérateurs domestiques, combustion, forage, stockage thermique, etc..).

4. 7. Les avantages des nano-fluides

Il est indéniable qu'un bon nano-fluide apporte un coup de pouce à l'efficacité d'un système de refroidissement liquide quelconque sans avoir plus de bruit et sans consommer plus. Au contraire, l'efficacité générale étant améliorée, on peut penser à réduire la ventilation ou à prendre une pompe moins puissante, tout en gardant un niveau de performance identique si le silence de fonctionnement est la priorité. Cependant les nano-fluides offrent les avantages suivants : Une grande surface de transfert de chaleur entre les particules et les fluides. Volume réduit par rapport au liquide pur pour obtenir une équivalence d'intensification de transfert de chaleur. Particules réduites de colmatage par rapport aux fluides conventionnelles, favorisant ainsi la miniaturisation du système. Propriétés ajustables, dont la conductivité thermique et la mouillabilité de la surface, en faisant varier les concentrations de particules en fonction de différentes applications.

4. 8. Les inconvénients des nano-fluides

On a vu que l'érosion des surfaces et la sédimentation sont des effets que l'on peut négliger avec un nano-fluide. La corrosion reste un point à vérifier, mais si on le choisit bien en prenant quelque chose d'inerte ou en l'adaptant à son circuit, alors il n'y aura aucun souci. Mais il présente pas mal d'inconvénients tels que:

- Le manque de l'accord des résultats obtenus par différents chercheurs.
- Le manque de compréhension théorique des mécanismes responsables de changements des propriétés.
- L'instabilité des nanoparticules (dispersion).
- La chute de pression accrue lors du pompage.
- Le coût élevé des nano-fluides.
- Les difficultés dans le processus de production.

5. Synthèse bibliographique

Cette recherche bibliographique présente une revue synthétisée des études analytiques et numériques, ainsi qu'expérimentale sur l'influence du champ magnétique sur le transfert de

chaleur, dans des conduits cylindriques coaxiaux. En suivant globalement un ordre chronologique on a résumé ces différentes études avec leurs auteurs.

L'amélioration des performances de transfert de chaleur est un sujet important du point de vue des économies d'énergie. Les faibles propriétés thermiques des fluides de travail, tels que l'eau, l'éthylène glycol et l'huile moteur, sont considérées comme une limitation principale dans l'amélioration des performances et de la compacité des systèmes thermiques. En revanche, les nanoparticules sont connues comme un moyen efficace pour améliorer la conductivité thermique des fluides de base. Le mélange résultant appelé nano-fluide possède une conductivité thermique sensiblement plus grande que celle des fluides traditionnels. La revue de la littérature montre que plusieurs études ont été publiées sur la convection naturelle des nano-fluides dans une enceinte chauffée avec et sans champ magnétique. Khanafer et al. [14] ont mené une étude numérique sur l'amélioration du transfert de chaleur due à l'ajout de nanoparticules Cu dans une enceinte chauffée de façon différentielle. Ils ont testé différents modèles de densité de nano-fluides, de viscosité et de coefficients de dilatation thermique. Il a été constaté que le nombre de Nusselt est considérablement augmenté avec l'augmentation de la fraction volumique à tout nombre de Grashof donné. Putra et al. [15] ont étudié la convection naturelle de nanofluides à l'intérieur d'un cylindre horizontal rempli de nanofluide à base d'eau fait de nanoparticules de Al_2O_3 et de CuO. Ils ont découvert expérimentalement que la présence de nanoparticules dans l'eau diminuait systématiquement le transfert de chaleur. La nature de la détérioration du transfert de chaleur dépendait de la densité et de la concentration des nanoparticules. Abouali et Falahatpisheh [16] ont simulé numériquement le flux de convection naturelle du nanofluide d'eau Al_2O_3 dans les anneaux verticaux. Leurs résultats sont validés par les données expérimentales de Putra et al [15]. Ghasemi et al. [17] ont étudié l'influence du champ magnétique horizontal sur la convection naturelle dans une cavité carrée remplie de nanofluide Al_2O_3 -eau. Leurs résultats ont montré que le taux de transfert de chaleur augmente avec une augmentation du nombre de Rayleigh mais il diminue avec une augmentation du nombre de Hartmann. Cependant, ils ont constaté que l'augmentation de la fraction volumique solide peut entraîner une amélioration ou une détérioration des performances de transfert de chaleur en fonction des nombres de Hartmann et Rayleigh.

La convection naturelle dans la géométrie annulaire verticale a fait l'objet d'une grande attention des chercheurs ces dernières années car elle peut potentiellement être utilisée dans plusieurs applications industrielles.

Afrand et al. [18] ont présenté une étude de la convection naturelle à l'intérieur d'un anneau vertical rempli de gallium en présence d'un champ magnétique horizontal. Le système de modélisation est un anneau cylindrique vertical constitué de deux cylindres coaxiaux de rayons interne et externe. Les parois interne et externe sont maintenues isothermes mais à des températures différentes. Les parois supérieure et inférieure de l'anneau sont considérées adiabatiques. Les équations gouvernantes sont permanentes, laminaires et newtoniennes en utilisant l'approximation de Boussinesq. Les résultats impliquent que l'existence du champ magnétique conduit à générer la force de Lorentz dans la direction opposée des forces de flottabilité. De plus, la force de Lorentz et son champ électrique correspondant sont respectivement plus significatifs dans la couche de Hartmann et dans la couche de Roberts. Le champ magnétique élevé est nécessaire pour obtenir des produits de meilleure qualité dans le processus de coulée d'un métal liquide avec un nombre de Prandtl plus élevé (figure 8).

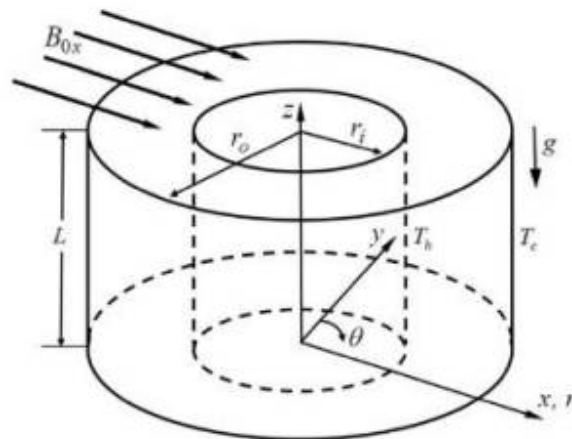


Figure 8 : Schéma du problème, Afrand et al. [18]

Kakarantzas et al. [19] ont simulé numériquement l'écoulement d'un métal liquide magnétohydrodynamique (MHD) et le transfert de chaleur dans un anneau vertical. Les parois des cylindres extérieur et intérieur sont isothermes, la température du cylindre extérieur étant plus élevée et, par conséquent, la poussée d'Archimède est la force motrice. Ils ont trouvé que le

mouvement du fluide augmente à mesure que le rapport d'aspect et l'espace annulaire deviennent plus grands. La présence du champ magnétique entraîne la décélération du fluide et, par conséquent, la stabilisation de l'écoulement. De plus, des modèles d'écoulement non symétriques se développent, en raison du champ magnétique. Pour tous les espaces annulaires considérés, le taux de transfert thermique le plus élevé est obtenu pour un rapport d'aspect égal à 1 (Figure 9).

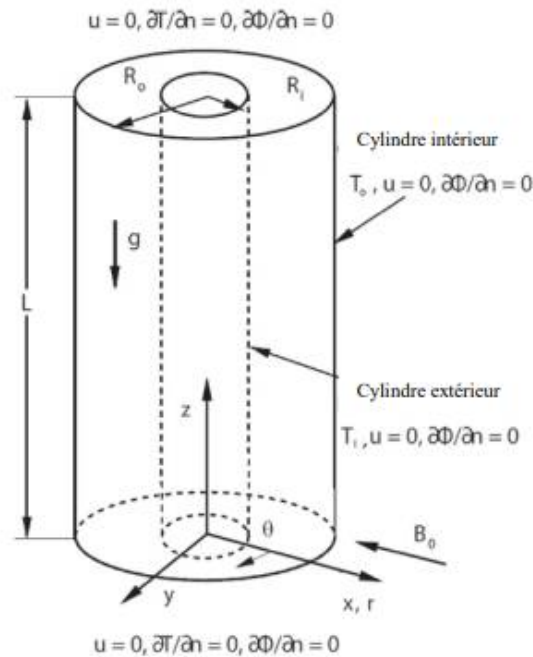


Figure 9 : Deux cylindres coaxiaux et les conditions aux limites [19]

Ces dernières années, les nanofluides ont attiré l'attention des chercheurs dans presque tous les domaines de recherche. La plupart des travaux de recherche sur les nanofluides sont numériques. La raison pourrait être le temps de sédimentation des nanoparticules dans le fluide de base. Aussi, si le volume requis est important, préparer une grande quantité de nano-fluides et maintenir leur stabilité est une tâche assez délicate et fastidieuse. La plupart des chercheurs ont observé une amélioration du transfert de chaleur avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules.

La convection naturelle dans un anneau à section horizontale rempli de nanofluide CuO-eau formé par deux surfaces isothermes sous l'influence d'un champ magnétique incliné a été étudiée numériquement par Selimefendigil et Öztöp [20]. Une cloison conductrice avec une épaisseur et

une conductivité thermique variables a été placée à l'intérieur de l'anneau. L'influence des nombres de Rayleigh (entre 10^4 et 10^6), de Hartmann (entre 0 et 40), de l'angle d'inclinaison du champ magnétique (entre 0° et 90°), de la conductivité thermique (entre 0,06 et 60) et des nanoparticules (entre 0 et 0,04) sur l'écoulement du fluide et les caractéristiques du transfert de chaleur a été étudiée pour différentes valeurs d'épaisseur de la cloison. Il a été constaté que les nombres de Nusselt local et moyen le long de la surface interne augmentent à mesure que la valeur de l'épaisseur de la cloison, le nombre de Rayleigh et l'angle d'inclinaison du champ magnétique (supérieur à 45°) augmentent, et lorsque le nombre de Hartmann diminue. L'influence de l'épaisseur de la cloison conductrice est plus prononcée dans le régime dominé par la conduction quand le nombre de Rayleigh est faible et le nombre de Hartmann est élevé. Le nombre de Nusselt moyen augmente avec la conductivité thermique de la cloison et ceci est plus efficace pour une cloison plus épaisse (Figure 10).

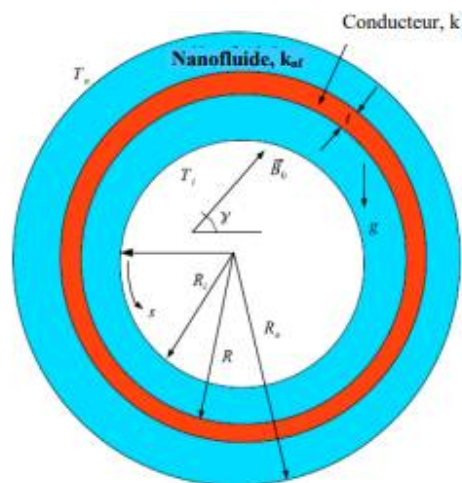


Figure 10 : Description schématique du modèle physique [20]

Matin et Vaziri [21] ont présenté une étude numérique sur la convection naturelle d'un nanofluide Al_2O_3 dans une enceinte circulaire verticale. L'enceinte est exposée par le bas à un flux de chaleur non uniforme. La paroi inférieure de l'enceinte est divisée en six bandes annulaires dont chacune reçoit une partie de la chaleur totale, c'est-à-dire que le flux appliqué sur chaque bande est différent. La paroi latérale est maintenue à une température constante et la paroi supérieure est supposée adiabatique. L'objectif est de trouver la distribution du flux de chaleur pour laquelle le coefficient

de transfert thermique est optimal. En plus de la distribution du flux thermique, les effets du nombre de Rayleigh ($104 \leq Ra \leq 10^6$), de la fraction volumique des nanoparticules ($\phi < 0,08$) et du rapport d'aspect ($A = 0,5, 1$ et $1,5$) sur les isothermes et le nombre de Nusselt ont été analysés. Ils ont observé qu'il existe des conditions physiques pour lesquelles la caractéristique de transfert de chaleur est optimisée (Figure 11).

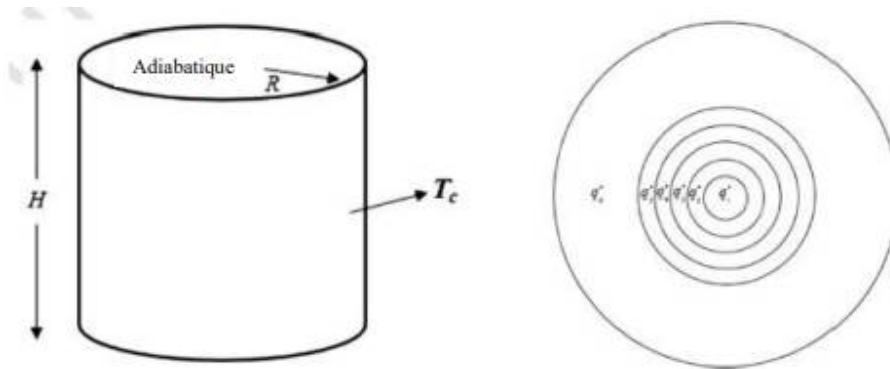


Figure 11 : Schéma du modèle physique et la distribution du flux sur la surface inférieure [21]

La convection naturelle dans un cylindre vertical rempli d'un nanofluide (Al_2O_3) en présence de deux champs magnétiques externes différents (Br, Bz) soit dans le sens radial ou axial a été étudiée numériquement par Battira (Maache) et Bessaïh [22]. Le cylindre ayant un rapport d'aspect $H/R=1$ est fermé par les disques supérieur et inférieur respectivement, à des températures T_h et T_c , et par une paroi latérale adiabatique. Les effets de la fraction volumique des nanoparticules ($0 \leq \phi \leq 0,1$), du nombre de Hartmann ($0 \leq Ha \leq 80$) et de la direction de l'application du champ magnétique (Br et Bz), pour deux valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra = 10^3$ et 10^4), sur le transfert de chaleur ont été étudiés. Les résultats indiquent que pour des petites valeurs du nombre de Hartmann, le nombre de Nusselt moyen diminue quand on augmente la fraction volumique des nanoparticules et cette diminution est plus importante si le champ magnétique est appliqué dans la direction axiale. L'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules augmente les performances du transfert de chaleur dans le nano-fluide (Figure 12)

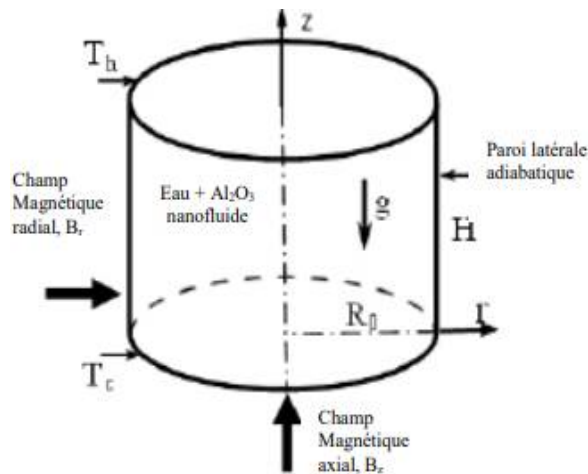


Figure 12 : Géométrie du problème [22]

Cadena-de la Pena et al., (2017) ont réalisé une étude expérimentale de la convection naturelle dans une géométrie annulaire verticale en utilisant des nanoparticules de TiO_2 et de AlN dispersées dans des nano-fluides à base d'huile minérale avec trois concentrations différentes, à savoir 0,01, 0,1 et 0,5 % en poids. Le nombre de Nusselt n'a augmenté que dans le cas où la concentration de nano-fluides était de 0,01% en poids et diminue dans les autres concentrations plus élevées. La détérioration du transfert de chaleur à des concentrations plus élevées était principalement due à la sédimentation des nanoparticules et à une viscosité plus élevée. Mais en général, une amélioration plus élevée a été trouvée à un faible rapport d'aspect. Le coefficient de transfert de chaleur le plus élevé a été trouvé pour l' AlN traité avec de l'acide oléique (agent tensioactif ajouté). La figure 23 montre la configuration expérimentale, l'emplacement des thermocouples et la vue de dessus de la cavité utilisée dans l'analyse.

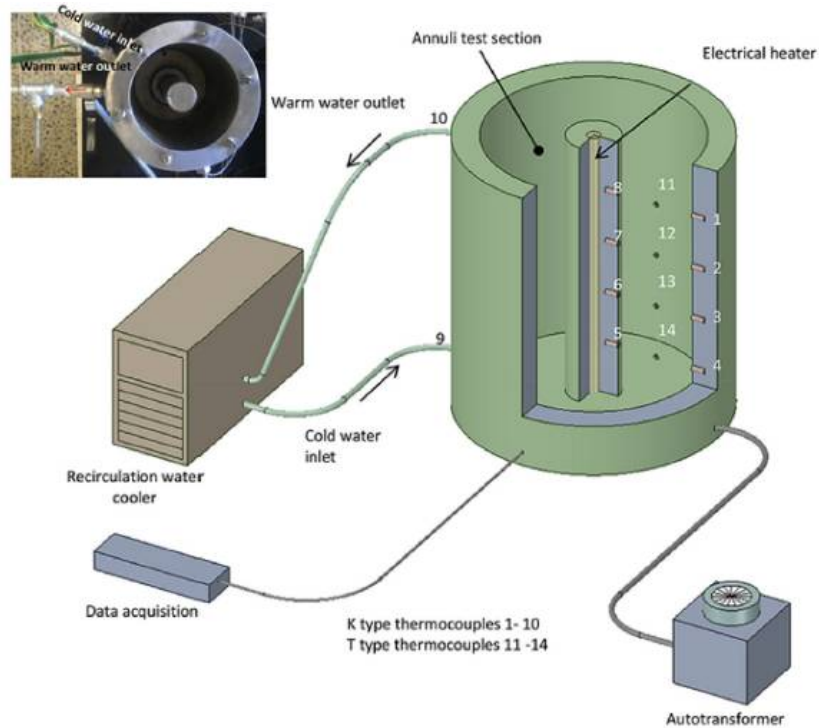


Figure 13 : Configuration expérimentale et emplacement des thermocouples et vue de dessus de la cavité [23]

Mebarek-Oudina [24] a réalisé une analyse numérique pour étudier les caractéristiques thermiques et hydrodynamiques des nano-fluides de Titania remplissant un anneau cylindrique. De l'huile moteur, de l'eau et de l'éthylène glycol ont été utilisés comme fluides de base. Dans le même temps, le modèle de Maxwell pour le transfert de chaleur par convection a été incorporé pour capturer les effets de la distribution de la fraction volumique des nanoparticules sur les équations gouvernantes. Les résultats ont été présentés sous forme d'isothermes et de lignes de courant pour divers nombres de Rayleigh, type de fluide de base et fraction volumique de nanoparticules. De plus, l'étude a montré les effets de différents paramètres sur le nombre de Nusselt local car il semble varier avec le type de fluide de base.

Usmani et al. [25] ont effectué une analyse numérique 2D de la convection naturelle en géométrie annulaire verticale avec $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-MWCNT}/\text{eau}$ comme fluide de travail. Ils ont observé une amélioration de 73,6 % du transfert de chaleur à une concentration de 4 %.

Khan et al., [26] ont effectué une analyse numérique de NC dans VAG avec le nano-fluide Al_2O_3 . Ils ont observé une amélioration de 10,86 % du transfert de chaleur avec le modèle Brinkman et une amélioration de 3,91 % avec le modèle Buongiorno.

L'utilisation de la technique de l'application d'un champ magnétique perpendiculaire à l'écoulement peut aider à réduire la convection naturelle. Le fluide de travail doit avoir des propriétés magnétiques. Le transfert de chaleur et le débit de fluide peuvent être facilement contrôlés en modifiant le champ magnétique appliqué. De nombreux chercheurs ont étudié l'effet du champ magnétique lors de la convection naturelle en géométrie annulaire verticale.

Al-Nimr et Alkam [27]) ont présenté une solution analytique pour l'effet du champ magnétique lors de la convection naturelle dans une géométrie annulaire verticale remplie de matériau poreux et ont étudié quatre conditions aux limites fondamentales. Ils ont développé des expressions pour le débit volumétrique, le nombre de Nusselt local et la température du bol de mélange. Sankar et al., [28] ont étudié numériquement l'influence du champ magnétique sur la convection naturelle dans la géométrie annulaire verticale d'un fluide à faible nombre de Prandtl (0,054). Un champ magnétique axial a freiné le flux et le transfert de chaleur dans les cavités peu profondes. Cependant, le champ magnétique radial semble être le plus efficace dans les cavités plus hautes. Les oscillations de débit se sont avérées supprimées lorsqu'un champ magnétique externe était appliqué. Le nombre de Nusselt (moyen) montre une tendance à la hausse avec le rapport des rayons mais une tendance à la baisse avec le nombre de Hartmann (Ha).

Bakalis et al. [29] ont étudié l'écoulement laminaire de ferrofluide pleinement développé et les phénomènes de transfert de chaleur d'un fluide autrement magnétique dans un conduit annulaire vertical de section circulaire et de températures uniformes sur des parois soumises à un champ magnétique externe transversal. Un algorithme de calcul a été utilisé, qui a couplé la continuité, la quantité de mouvement, l'énergie, la magnétisation et les équations de Maxwell, accompagnées des conditions appropriées, en utilisant la méthode de continuité-vorticité-pression (C.V.P.) et une grille non uniforme. Les résultats ont été obtenus pour différentes valeurs d'intensité de champ et de concentration volumétrique des particules, où les effets du champ magnétique sur le flux de ferrofluide et la température sont révélés. Il ont montré que la distribution de la vitesse axiale est fortement affectée par l'intensité du champ et la concentration volumétrique, le gradient de pression axiale dépend presque linéairement de l'intensité du champ, tandis que le transfert de chaleur augmente considérablement en raison du flux secondaire généré.

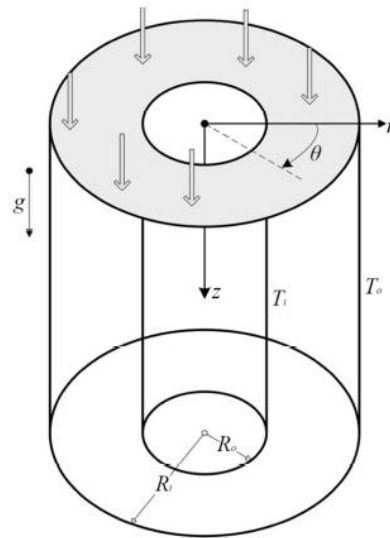


Figure 14 : Le système coaxial du conduit annulaire cylindrique circulaire droit.

E. Belahmadi et R. Bessaih [30] ont étudié l'effet d'un champ magnétique sur la génération d'entropie due à la convection naturelle du flux de nanofluid Al_2O_3 -eau entre des cylindres coaxiaux de rapport d'aspect $H/D = 2$. Les cylindres intérieur et extérieur sont maintenus à des températures chaudes et froides, respectivement. Les parois supérieure et inférieure sont isolées thermiquement. La méthode des volumes finis a été utilisée pour discrétiser les équations mathématiques. Leurs résultats ont été comparés à ceux trouvés dans la littérature, ils ont révélé un très bon accord. L'influence des paramètres sans dimension tels que le nombre de Hartmann, le nombre de Rayleigh, la fraction volumique solide des nanoparticules, ϕ , et l'angle d'inclinaison du champ magnétique sur les lignes de courant, les contours des isothermes, la génération d'entropie locale, le nombre de Nusselt moyen, la génération d'entropie totale, St et le nombre de Bejan a été discuté. Les résultats ont montré que la génération d'entropie locale est fortement influencée par l'application du champ magnétique. L'augmentation du transfert de chaleur et de la génération d'entropie en ajoutant les nanoparticules au fluide de base dépend de l'intensité et de la direction du champ magnétique.

Chapitre II

Modèle Mathématique

1. Introduction

Les phénomènes de la convection sont décrits par les équations générales de la dynamique des fluides, complétées par l'équation déduite de l'application du premier principe de la thermodynamique et des équations d'état.

2. Formulation mathématique du problème

2. 1. Configuration étudiée

Le modèle physique adopté est un réservoir cylindrique vertical de rayon R , et de hauteur H , ayant un rapport d'aspect $H/R_0 = 3$ est rempli d'un nano-fluide eau- Al_2O_3 . Le disque inférieur est maintenu à une température chaude T_h , tandis que le disque supérieur est à une température froide T_c ($T_c < T_h$). La paroi latérale du cylindre est supposée adiabatique (figure 15). Un champ magnétique est appliqué extérieurement, une fois dans la direction radiale (B_r) et une seconde fois dans la direction axiale (B_z). Le fluide de base utilisé est Newtonien, incompressible et satisfait l'hypothèse de Boussinesq. Le nano-fluide est supposé incompressible et l'écoulement est laminaire, stationnaire et bidimensionnel.

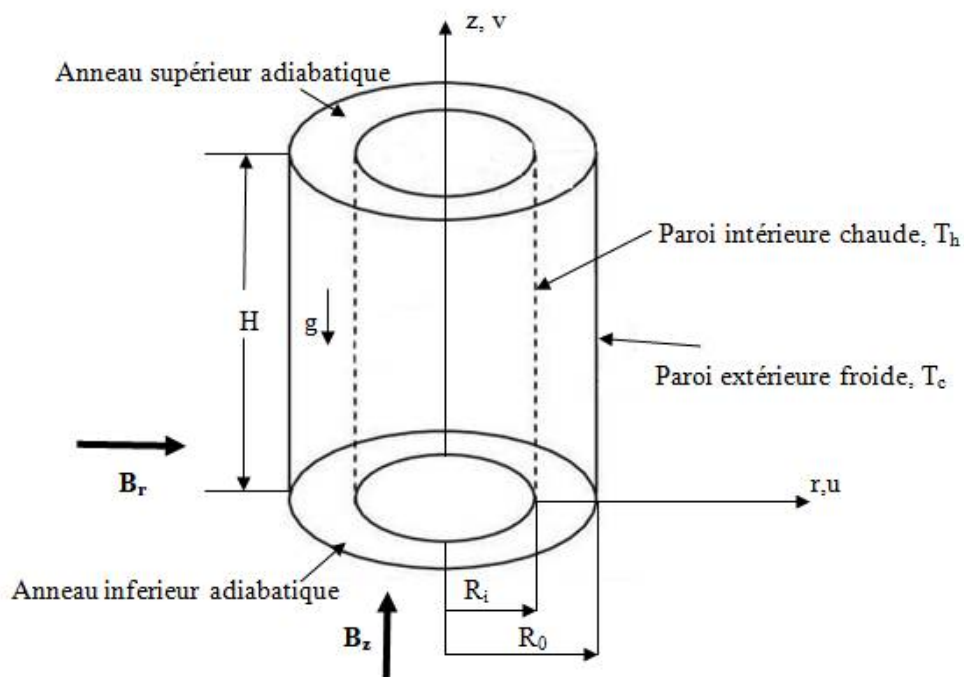


Figure 15 : Géométrie du problème.

Les valeurs de propriétés thermo-physiques constantes du fluide de base et des nanoparticules sont données dans le tableau 1.

	Eau pure	Al_2O_3
Pr	6.2	
ρ ($kg \cdot m^{-3}$)	997.1	3970
C_p ($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)	4179	765
k ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$)	0.613	25
β (K^{-1})	21×10^{-5}	8.5×10^{-5}

Tableau 2 : Propriétés de l'eau et des nanoparticules Al_2O_3

2. 2. Hypothèses simplificatrices

Les hypothèses simplificatrices retenues dans notre étude sont les suivantes :

- ✓ Le fluide de base utilisé est un fluide newtonien, incompressible.
- ✓ Le nanofluide est supposé incompressible.
- ✓ L'écoulement est supposé comme étant laminaire, stationnaire et bidimensionnel.
- ✓ La dissipation visqueuse et le terme de pression dans l'équation de chaleur sont négligeables.
- ✓ Les propriétés thermo-physiques du nanofluide (k : la conductivité thermique, α : la diffusivité thermique, μ : la viscosité dynamique, C_p : chaleur spécifique) sont supposées constantes, sauf la masse volumique, qui obéit à l'approximation de Boussinesq dans le terme de poussée d'Archimède.

Rappelons que l'approximation de Boussinesq stipule que les différentes propriétés thermo physiques du fluide sont indépendantes de la température et de la pression. De plus le fluide est supposé incompressible, aussi la masse volumique du fluide est supposée constante, égale à sa valeur moyenne ρ_0 , dans tout le formalisme à l'exception du terme de poussée d'Archimède.

La variation de ρ en fonction de la température est donnée comme suit :

$$\rho = [1 - (T - T_0)] \quad (1)$$

Avec β là le coefficient d'expansion thermique définie par l'expression suivante :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) p \quad (2)$$

2. 3. Equations gouvernantes dimensionnelles

Après l'application des hypothèses de simplification précédentes, les équations générales régissant l'écoulement deviennent

2. 3. 1. Equation de continuité

$$\frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial(rv)}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

2. 3. 2. Equation de la conservation de quantité de mouvement

Quand le champ magnétique est dirigé radialement

Equation de quantité de mouvement suivant la direction radiale r

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial P}{\partial r} + \mu_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \sigma_{nf} B_0^2 u \right) \right] \quad (4)$$

Equation de quantité de mouvement suivant la direction axiale z :

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + (\rho\beta)_{nf} g(T - T_c) \right) \right] \quad (5)$$

Quand le champ magnétique est dirigé axialement

Equation de quantité de mouvement suivant la direction radiale r

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial P}{\partial r} + \mu_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right] \quad (6)$$

Equation de quantité de mouvement suivant la direction axiale z

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + (\rho\beta)_{nf} g(T - T_c) - \sigma_{nf} B_0^2 v \right) \right] \quad (7)$$

2. 3. 3. Equation de la conservation d'énergie

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_{nf} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (8)$$

2. 4. Conditions aux limites

Axe de symétrie

$$A \quad r = 0 \quad u = \frac{\partial v}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (9)$$

Paroi latérale adiabatique

$$A \quad r = R_0 \quad u = v = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (10)$$

Disque inférieur chaud

$$A \quad z=0 \quad u = v = 0 \quad T = T_h \quad (11)$$

Disque supérieur froid

$$A \quad z = H \quad u = v = 0 \quad T = T_2 \quad (12)$$

2. 5. Formules des propriétés thermo-physiques du nanofluide

La diffusivité thermique est donnée par

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (13)$$

La conductivité électrique du nanofluide est donnée par

$$\sigma_{nf} = (1 - \varphi)\sigma_f + \varphi\sigma_p \quad (14)$$

La masse volumique effective du nanofluide est exprimée par

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_p \quad (15)$$

La capacité calorifique du nanofluide est exprimée par

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_p \quad (16)$$

Le coefficient d'expansion thermique du nanofluide est donnée par

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_p \quad (17)$$

La viscosité dynamique effective et la conductivité thermique du nanofluide sont modélisées par Brinkman [31] et Maxwell [32].

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 - \varphi)^{-2.5} \quad (18)$$

$$k_{nf} = k_f \left[\frac{(k_p + 2k_f) - 2\varphi(k_f - k_p)}{(k_p + 2k_f) + \varphi(k_f - k_p)} \right] \quad (19)$$

2. 6. Equations gouvernantes adimensionnelles

La formulation adimensionnelle permet généralement de réduire le nombre de paramètres nécessaires à la résolution de système mathématique et de déterminer le nombre de paramètres sans dimension qui contrôlent le problème.

Pour obtenir la formulation adimensionnelle de ce problème on introduit les variables sans dimensions suivantes R, Z, U, V, P, θ e en fonction des grandeurs dimensionnelles r, z, u, v, p, T

$$\begin{aligned} R &= \frac{r}{R_0} & Z &= \frac{z}{R_0} & U &= \frac{u}{(\alpha_f/R_0)} & V &= \frac{v}{(\alpha_f/R_0)} \\ P &= \frac{p^- R_0^2}{\rho_{nf} \alpha_f^2} & \theta &= \frac{T - T_C}{T_h - T_C} \end{aligned} \quad (20)$$

Ainsi que les nombres sans dimensions suivants

$$Ra = \frac{g \beta_f R_0^3 (T_h - T_C)}{v_f \alpha_f} \quad Ha = B_0 R_0 \sqrt{\frac{\alpha_{nf}}{\rho_{nf} v_f}} \quad Pr = \frac{v_f}{\alpha_f} \quad (21)$$

2. 6. 1. Forme générale des équations adimensionnelles

Les équations adimensionnelles régissant l'écoulement données par (3), (4), (5), (6), (7) et (8), peuvent s'écrire selon la forme suivante de l'équation généralisée de transport d'une variable indépendante ϕ (u, v et T)

$$\frac{\partial(U\phi)}{\partial R} + \frac{\partial(V\phi)}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial R} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) + S_\phi \quad (22)$$

Où :

$\frac{\partial(U\phi)}{\partial R} + \frac{\partial(V\phi)}{\partial Z}$: représente le transport par convection de ϕ .

$\frac{\partial}{\partial R} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right)$: représente la diffusion de ϕ

S_ϕ : représente le terme source.

Où ϕ remplace les paramètres adimensionnels U, V, θ tandis que Γ_ϕ, S_ϕ sont respectivement les termes diffusion et source. Ces variables sont données dans le tableau suivant :

Equation	φ	Γ_φ	$S_\varphi(B_r)$	$S_\varphi(B_z)$
Continuité	1	0	0	0
Quantité de mouvement suivant R	U	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f}$	$-\frac{\partial P}{\partial R} + Ha^2 Pr U$	$-\frac{\partial P}{\partial R}$
Quantité de mouvement suivant Z	V	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f}$	$-\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} + Ra Pr \theta$	$-\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} + Ra Pr \theta - Ha^2 Pr V$
Energie	T	$\frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f}$	0	0

Tableau 3 : Récapitulation des équations gouvernantes adimensionnelles.

2. 6. 2. Conditions aux limites adimensionnelles :

Les équations gouvernantes adimensionnelles sont accompagnées avec les conditions aux limites adimensionnelles suivantes

Axe de symétrie

$$A \quad R=0 \quad U = \frac{\partial v}{\partial R} = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad (23)$$

Paroi latérale adiabatique

$$A \quad R=1 \quad U = V = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad (24)$$

Disque inférieur chaud

$$A \quad Z = 0 \quad U = V = 0 \quad \theta = 1 \quad (25)$$

Disque supérieur froid

$$A \quad Z = \frac{H}{R_0} \quad U = V = 0 \quad \theta = 0 \quad (26)$$

2. 6. 3. Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt local au disque supérieur est définie par

$$Nu_R(R) = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{Z=H/R_0} \quad (27)$$

Le nombre de Nusselt moyen (Nu_m) est déterminé par intégration du nombre de Nusselt local le long du disque supérieur

$$Nu_m = \int_0^1 Nu_R(R) dR \quad (28)$$

2. 7. Les propriétés thermo-physiques des nanofluides

L'introduction des nanoparticules dans un fluide modifie ses propriétés physiques (masse volumique, chaleur spécifique, conductivité thermique, viscosité dynamique, etc.).

On supposera dans toute la suite de notre travail que les nanoparticules dans le fluide de base peuvent être facilement fluidisées et par conséquent, Le modèle à une seule phase, où la phase fluide et les nanoparticules sont en état d'équilibre thermodynamique et se déplacent à la même vitesse locale, est adopté. Les propriétés thermo-physiques efficaces du fluide dépendent de la concentration, de la température et du volume des nanoparticules.

2. 7. 1. Conductivité thermique

De nombreux travaux traitant l'augmentation de la conductivité thermique peuvent être trouvés dans la littérature. Nous retenons dans la suite de ce travail les différents modèles :

a) Modèle de Maxwell (1873)

Maxwell [32] a été l'un des premiers qui a étudié analytiquement la conduction thermique d'un fluide contenant des particules sphériques en suspension en ignorant les effets d'interaction entre ces particules. L'équation qui en résulte est

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_p + 2k_f + 2(k_p - k_f)\phi}{k_p + 2k_f - (k_p - k_f)\phi} \quad (29)$$

Où k_{nf} , k_f et k_p désignent respectivement les conductivités thermiques du nanofluide, du fluide porteur et des particules solides et ϕ la fraction volumique des particules.

b) Modèle de Hamilton-Crosser (1962)

Le modèle de Hamilton [33] est une extension du modèle de Maxwell. Il concerne les particules de forme quelconque. Il prend en compte de la non-sphéricité des particules.

La conductivité thermique est donnée par l'expression suivante

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_p + (n-1)k_f - (n-1)(k_f - k_p)\phi}{k_p + (n-1)k_f + (k_f - k_p)\phi} \quad (30)$$

Où n est un facteur de forme empirique donné par $n = \frac{3}{\Psi}$ (n=3 pour les particules sphériques)

avec Ψ est la sphéricité définie comme étant le rapport de la surface de la sphère ayant le même volume que les nanoparticules sur la surface d'une nanoparticule et ϕ la concentration volumique des nanoparticules dans le fluide.

c) Modèle Yu et Choi (2001)

La conductivité thermique équivalente du nanofluide donnée par le modèle de Yu et Choi [34].

Ce modèle prend en considération le diamètre de la nanoparticule $2r_p$, qui est supposée entourée d'une nano-couche d'épaisseur ω_{nt}

$$k_{nf} = k_f \left[\frac{(k_{eff} + 2k_f) - 2\phi(k_f k_{eff}) + (1+\delta)^3}{(k_{eff} + 2k_f) + \phi(k_f - k_{eff}) + (1+\delta)^3} \right] \quad (31)$$

$$\delta = \frac{\omega_{nt}}{r_p} \quad (32)$$

$$k_{eff} = k_p \left[y \frac{2(1-y) + (1-2y)(1+\delta)^3}{-(1-y) + (1+2y)(1+\delta)^3} \right] \quad (33)$$

$$y = \frac{k_{nf}}{k_p} \quad (34)$$

2. 7. 2. Viscosité dynamique

• Modèle d'Einstein (1906)

Einstein [35] a étudié la viscosité dynamique d'un nanofluide pour un mélange contenant des suspensions diluées de particule fine, sphérique. L'expression qui caractérise ce modèle est la suivante

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5\phi) \quad (35)$$

Avec μ_{nf} et μ_f désignent respectivement les viscosités dynamiques du nanofluide, du fluide de base et ϕ la fraction volumique des nanoparticules. Cette relation n'est valable que pour $\phi < 0.03$.

- **Modèle de Brinkman (1952)**

Pour le modèle de Brinkman [31] la viscosité dynamique est définie par l'expression suivante

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}} \quad (36)$$

On remarque que pour les faibles fractions volumiques, la relation de Brinkman conduit exactement à celle d'Einstein.

D'ailleurs ce ne sont pas les seules, on trouve de nombreuses autres corrélations approximant de façon satisfaisante la viscosité du nanofluide dans certaines gammes de variation de la concentration volumique. Pak et Choi [36] ont obtenu une corrélation spécifique pour le nanofluide (eau+Cu):

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 + 39.11\phi + 533.9\phi^2) \quad (37)$$

2. 7. 3. Masse volumique

Nous revenons à la définition de la masse volumique du mélange :

$$\rho = \left(\frac{m}{v}\right)_n = \frac{m_f+m_p}{v_f+v_p} = \frac{\rho_f v_f + \rho_p v_p}{v_f+v_p} \quad (38)$$

Or la fraction volumique des nanoparticules notée ϕ , désigne le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (fluide +solide).

$$\phi = \frac{\text{Volume solide}}{\text{Volume totale du nanofluide}} = \frac{v_p}{v_p+v_f} \quad (39)$$

On en déduit alors la masse volumique du nanofluide pour une température donnée

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (40)$$

Où ρ_{nf} : la masse volumique du nanofluide.

ρ_f : la masse volumique de fluide de base.

ρ_p : la masse volumique des nanoparticules solides.

2. 7. 4. Chaleur spécifique :

La chaleur spécifique d'un nanofluide est donnée par deux formules où la première est estimée par Pak et Choi [36] comme suit :

$$(C_p)_{nf} = (1 - \phi)(C_p)_f + \phi(C_p)_p \quad (41)$$

Et la deuxième est estimée par Xuan et Roetzel [37] comme suit :

$$(C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_p \quad (42)$$

Où $(C_p)_{nf}$, $(C_p)_f$ et $(C_p)_p$, désignent respectivement les chaleurs spécifiques du nanofluides, du fluide de base et des nanoparticules.

Pour ce travail, la corrélation proposée par Maxwell [32] a été utilisée pour la conductivité thermique (équation (29)) et la relation donnée par Brinkman [31] pour la viscosité dynamique (équation (36)) et en ce qui concerne la chaleur spécifique c'est la relation donnée par Xuan et Roetzel [37] qui a été adoptée (équation (42)).

Chapitre III

Modélisation numérique

1. Introduction

Les équations régissant le phénomène étudié sont des équations aux dérivées partielles non-linéaires dont la résolution analytique au moyen d'outils mathématiques est impossible. Cependant, il est possible de les résoudre numériquement tout en les transformant, par une méthode de discrétisation, en un système d'équations algébriques linéaires. Ce dernier est par la suite résolu soit par des méthodes directes ou par itérations. La méthode choisie pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles est celle des volumes finis.

Le choix de la méthode des volumes finis est basé sur les arguments suivants :

- ✓ Son idée de base est facile à comprendre et aboutit directement à des interprétations physiques réelles du problème envisagé.
- ✓ Simple à concevoir et précise pour les géométries simples.
- ✓ L'approche d'une solution convergente du problème implique que les intégrales des équations de conservation telles que l'équation de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie sont satisfaites dans le volume de contrôle typique et dans tout le domaine.

La méthode des volumes finis est basée sur l'intégral des équations de transport sur un ensemble de volumes finis adjacents balayant le domaine physique étudié. Les équations de conservation sont appliquées à chaque volume de contrôle (VC). Au centre de chaque VC se trouve un nœud auquel les quantités variables doivent être calculées. L'interpolation est employée pour exprimer des valeurs variables à la surface du volume en termes des valeurs au nœud du VC. Les intégrales de surface et de volume sont approchées en employant des formules de quadrature appropriées.

2. Principe de la méthode des volumes finis

Dans son ensemble, la méthode des volumes finis consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de points appelés nœuds. Chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel on va intégrer les équations aux dérivées partielles. Pour deux points voisins, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un côté commun. Il s'ensuit que la réunion de tous les volumes de contrôle couvre l'ensemble du domaine de calcul. Cette propriété fondamentale va permettre la mise en évidence des propriétés de conservation des flux locaux et globaux.

2.1. Maillage

Le domaine physique est divisé en un certain nombre de volumes finis, le volume est limité par six plans, notés par les lettres minuscules correspondant à leur directions (e, w, n, s, t et b) par rapport au nœud central 'P'. E, W, N, S, T et B sont les centres des volumes adjacents situés respectivement à l'Est, Ouest, Nord, Sud, amont et aval de celui contenant P.

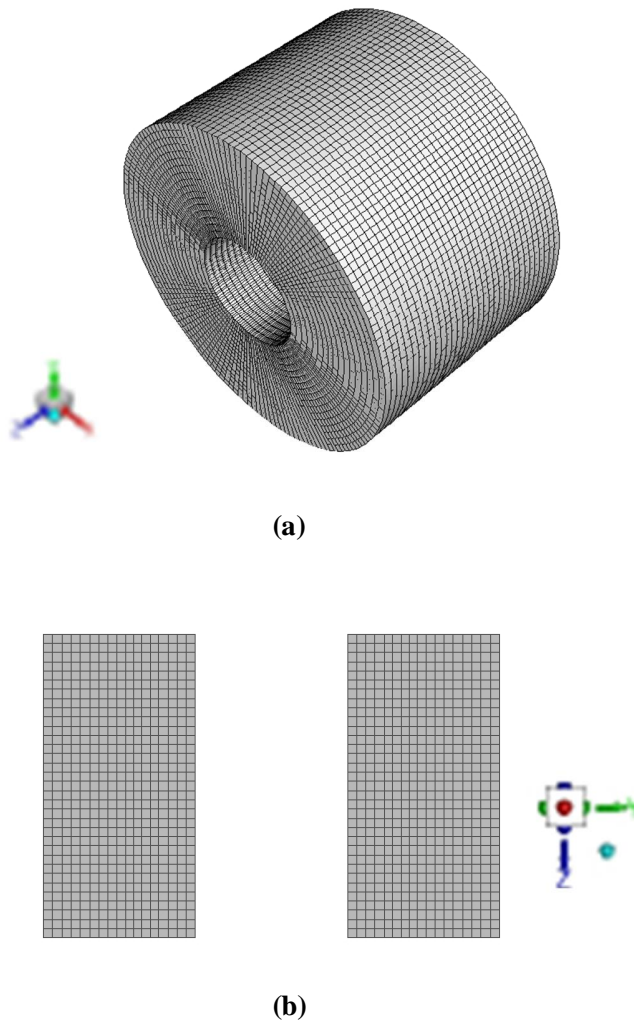


Figure 16 : Maillage (a) Cylindre vu en perspective (b) Section longitudinale du cylindre

Les quantités scalaires : pression et température sont stockées aux centres des volumes finis. Par contre les composantes de la vitesse sont localisées aux faces des volumes finis.

Les équations aux dérivées partielles à intégrer sur les volumes de contrôle sont en coordonnées cylindriques et dont les dérivées des grandeurs physiques suivant la troisième coordonnée θ sont nulles. Le domaine est donc discrétisé suivant les deux axes r et z .

Les incréments Δr et Δz du maillage utilisé sont irréguliers. Ils ont été choisis selon une progression géométrique de 1.05, ce qui permet un raffinement du maillage près des parois du cylindre où de forts gradients de vitesse et de température existent.

2.2. Discrétisation

Les équations régissant l'écoulement en question ont été écrites selon la forme de l'équation généralisée de transport (22) (Voir chapitre II) de la variable indépendante φ (u , v et T) :

$$\frac{\partial(U\varphi)}{\partial R} + \frac{\partial(V\varphi)}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial R} \left(\Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right) + S_{\varphi} \quad (43)$$

Où : $\frac{\partial(U\varphi)}{\partial R} + \frac{\partial(V\varphi)}{\partial Z}$ représente le transport par convection de φ .

$\frac{\partial}{\partial R} \left(\Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right)$ représente la diffusion de φ .

S_{φ} : représente le terme source.

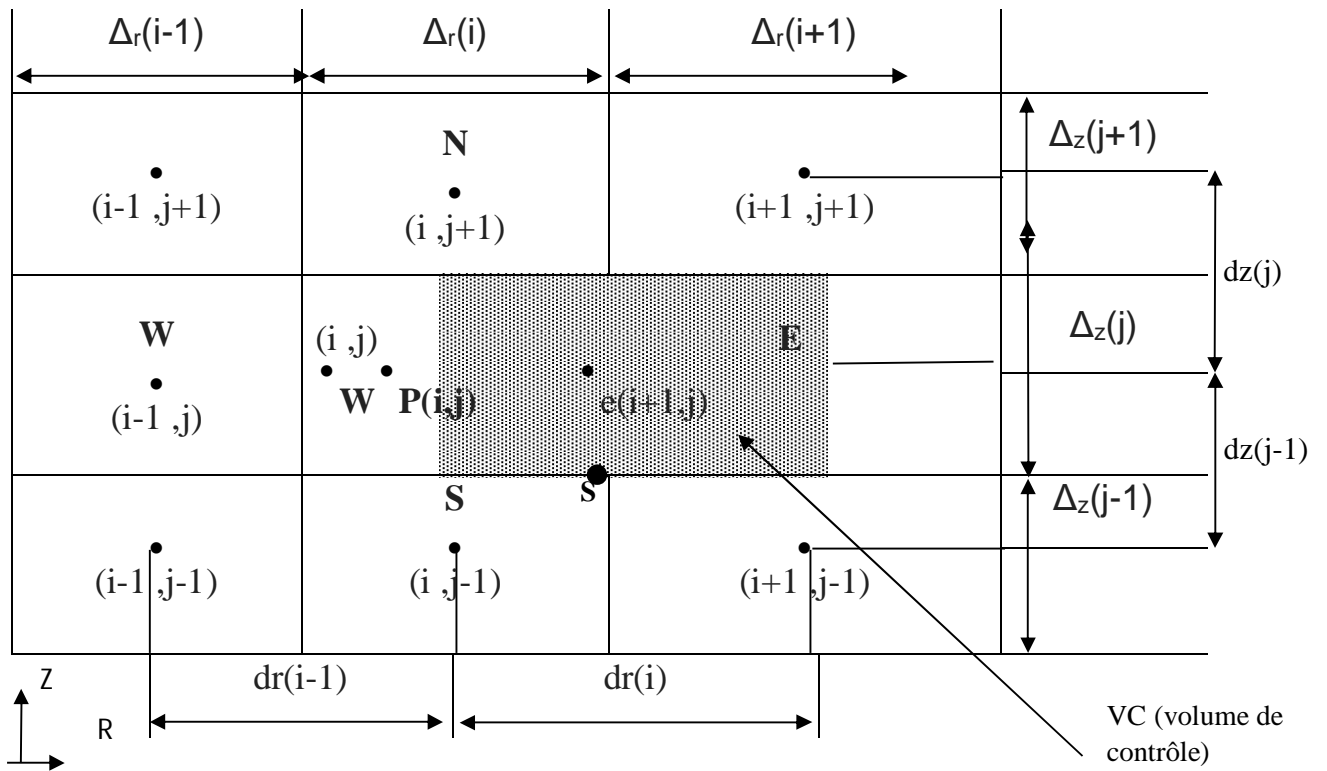


Figure 17 : Volume de control (de l'équation d'impulsion suivante R) de maillage entrelacé pour la composante de vitesse u : vue dans ORZ

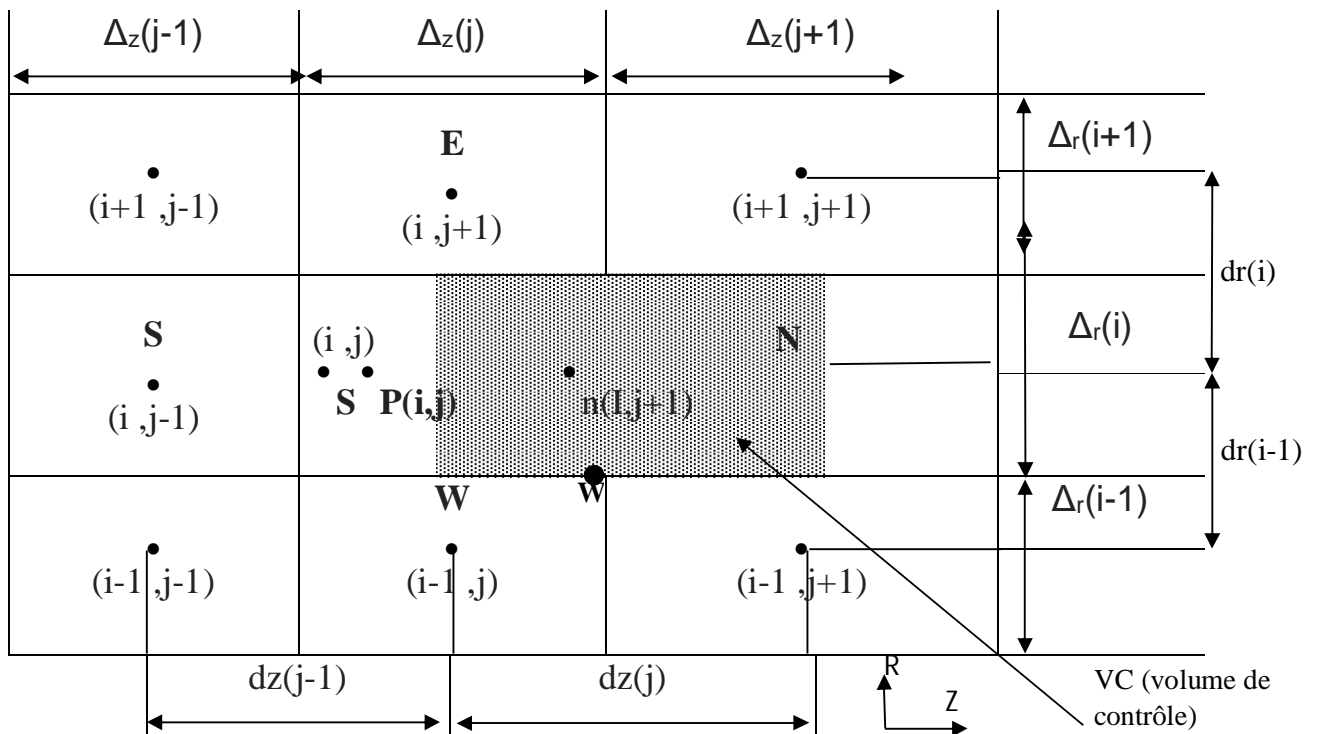


Figure 18 : Volume de control (de l'équation d'impulsion suivante z) de maillage entrelacé pour la composante de vitesse u : vue dans OZR

Pour discrétiser l'équation de la variable φ , on intègre l'équation générale de transport sur un volume de contrôle fini de dimensions $\Delta R \times \Delta Z$, on obtient :

$$A_P \varphi_P = A_E \varphi_E + A_W \varphi_W + A_N \varphi_N + A_S \varphi_S + b \quad (44)$$

$$A_E = D_E A (|P_e| + \max[-F_e, 0]) \quad (44-1)$$

$$A_W = D_W A (|P_w| + \max[F_w, 0]) \quad (44-2)$$

$$A_N = D_N A (|P_n| + \max[-F_n, 0]) \quad (44-3)$$

$$A_S = D_S A (|P_s| + \max[F_s, 0]) \quad (44-4)$$

$$b = (S_\varphi + S_P \varphi_P) \Delta r \Delta z \quad (44-5)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S - S_p \Delta r \Delta z \quad (45)$$

Avec A_P , A_E , A_W , A_N et A_S sont respectivement les coefficients correspondants aux noeuds: central (point P), Est, Ouest, Nord et Sud, du volume de contrôle. Le terme source b englobe tous les termes constants dans le volume de contrôle. D_e , D_w , D_n et D_s et F_e , F_w , F_n et F_s , sont respectivement les termes diffusifs et convectifs aux faces Est, Ouest, Nord et Sud du volume de contrôle, qui sont exprimés par :

$$D_e = \frac{r_e}{(dr)_e} \Delta z \quad (45-1)$$

$$D_w = \frac{r_w}{(dr)_e} \Delta z \quad (45-2)$$

$$D_n = \frac{r_n}{(dz)_n} \Delta r \quad (45-3)$$

$$D_s = \frac{r_s}{(dz)_s} \Delta r \quad (45-4)$$

$$F_e = u_e \Delta y \quad (45-5)$$

$$F_w = u_w \Delta y \quad (45-6)$$

$$F_n = v_n \Delta r \quad (45-7)$$

$$F_s = v_s \Delta r \quad (45-8)$$

P_e , P_w , P_n et P_s , sont appelés nombres de Peclet, ils désignent les rapports des flux convectifs aux flux diffusifs aux différentes faces du volume de contrôle, et sont donnés par :

$$P_i = \frac{F_i}{D_i} \quad \text{avec } i = e, w, n, s \quad (46)$$

Type du schéma numérique	La fonction $A(P_i)$
Schéma aux différences centrées	$1-0,5 P_i $
Schéma Upwind	1
Schéma Hybrid	$\text{Max}(0, 1-0,5 P_i)$
Schéma Power- law	$\text{Max}(0, (1-0,1 P_i)^5)$
Schéma exponentiel	$ P_i / (\exp P_i - 1)$

Tableau 4 : La fonction $A(|P_i|)$ pour les différents schémas numériques.

2.3. Algorithmes de résolution

Pour la résolution des systèmes algébriques avec les conditions aux limites par la méthode de volumes finis, l'utilisation de l'algorithme SIMPLER [38] permet la résolution du couplage vitesse-pression. Le schéma numérique du type différences centrées est utilisé pour évaluer les flux convectifs et diffusifs à l'interface de chaque volume de contrôle. Finalement, les équations algébriques discrétisées sont résolues par l'algorithme à matrice tridiagonale ligne-par-ligne (TDMA) voir Annexe.

2.3.1. Algorithme SIMPLER [42]

L'algorithme SIMPLER est composé des étapes de calcul suivantes :

- 1- Initialiser le champ de vitesse.
- 2- Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement et les pseudo-vitesses \hat{u} , \hat{v} et \hat{w} données par les équations suivantes :

$$\hat{u}_{(i,j)} = \sum_{nb=E,W,N,S} (A_{nb(i,j)} u_{nb(i,j)} + b_{(i,j)}^u) / A_{P(i,j)} \quad (46-1)$$

$$\hat{v}_{(i,j)} = \sum_{nb=E,W,N,S} (A_{nb(i,j)} v_{nb(i,j)} + b_{(i,j)}^v) / A_{P(i,j)} \quad (46-2)$$

$b_{(i,j)}^u$ et $b_{(i,j)}^v$ sont les termes sources ne contenant pas les gradients de pression.

Ainsi les vitesses s'écrivent:

$$u_{(i,j)} = \hat{u}_{(i,j)} + P_{u(i,j)}(P_{(i,j)} - P_{(i+1,j)}) \quad (46-3)$$

$$v_{(i,j)} = \hat{v}_{(i,j)} + P_{v(i,j)}(P_{(i,j)} - P_{(i,j+1)}) \quad (46-4)$$

Où :

$$P_{u(i,j)} = \frac{\Delta z(j)}{A_{P(i,j)}} \quad (46-5)$$

$$P_{v(i,j)} = \frac{\Delta r(i)}{A_{P(i,j)}} \quad (46-6)$$

3- Calculer les coefficients de l'équation de pression résultante de la substitution des vitesses déterminées à partir des équations (44) dans l'équation de continuité discrétisée; et la résoudre.

Cette équation est:

$$A_{P(i,j)}P = \sum_{nb=E,W,N,S} (A_{nb(i,j)}P_{nb(i,j)} + b_{(i,j)}) \quad (47)$$

4- Considérer le champ de pression obtenu comme une estimation P' et l'utiliser pour résoudre les équations de quantité de mouvement discrétisées pour obtenir u, v et w estimées.

$$A_{P(i,j)}u_{(i,j)}^* = \sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb(i,j)}u_{nb(i,j)}^* + (P_{(i,j)} - P_{(i+1,j)})\Delta z(j) + b_{(i,j)}^u \quad (47.1)$$

$$A_{P(i,j)}v_{(i,j)}^* = \sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb(i,j)}v_{nb(i,j)}^* + (P_{(i,j)} - P_{(i,j+1)})\Delta r(i) + b_{(i,j)}^v \quad (47.2)$$

5- Résoudre l'équation discrétisée de la pression P'

6- Corriger le champ des vitesses.

$$u_{(i,j)} = u_{(i,j)}^* + u'_{(i,j)} \quad (47.3)$$

$$v_{(i,j)} = v_{(i,j)}^* + v'_{(i,j)} \quad (47.4)$$

Les termes avec prime (') sont les corrections.

7- Résoudre l'équation algébrique discrétisée d'énergie, pour obtenir T.

8- Résoudre l'équation du potentiel électrique pour avoir ϕ

9. Considérer le champ des vitesses comme une nouvelle estimation et retourner à l'étape 2 jusqu'à convergence.

L'ensemble de ces étapes est récapitulé dans l'organigramme illustré dans la figure 18.

2.3.2. Organigramme de l'algorithme SIMPLER:

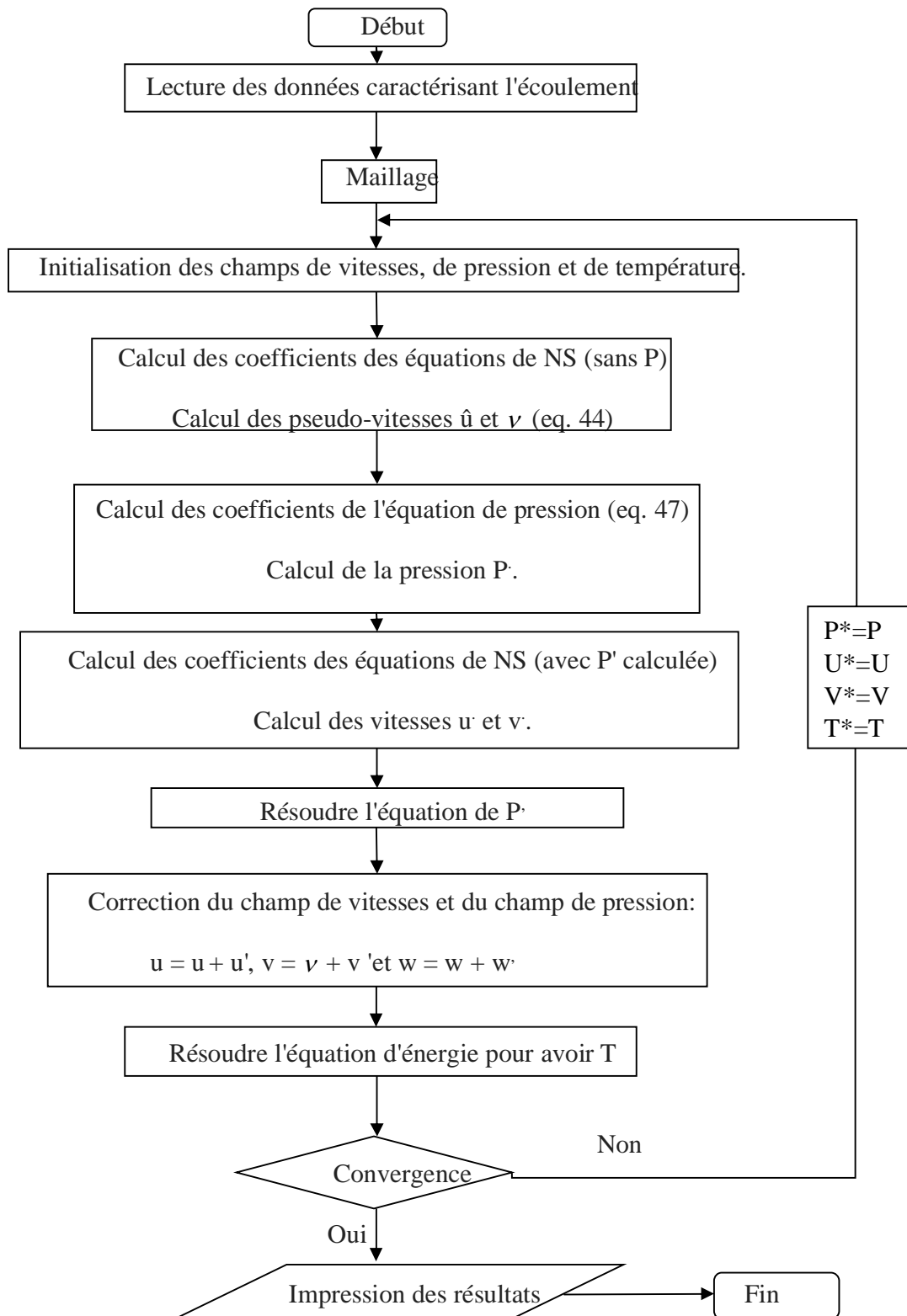


Figure 19 : Organigramme du code de calcul selon l'algorithme SIMPLER [42]

3. Résolution du système des équations

Le système d'équations obtenu après discrétisation de l'équation (43) est non linéaire. Pour le résoudre on fait appel à des méthodes itératives où les coefficients des équations sont considérés comme connus à chaque itération. Parmi les méthodes itératives on distingue la résolution ligne par ligne.

3.1. Présentation de la méthode

A l'itération $k + 1$, le système peut s'écrire :

$$a_P \phi_P^{(k+1)} - a_W \phi_W^{(k+1)} - a_E \phi_E^{(k+1)} = a_N \phi_N^{(k)} + a_S \phi_S^{(k)} + b \quad (48)$$

$\phi^{(k)}$ Désigne des valeurs connues à l'itération précédente. Cette équation ne contient que trois inconnues $\phi_P^{(k+1)}$, $\phi_E^{(k+1)}$ et $\phi_W^{(k+1)}$. On peut ainsi former une équation sur chaque nœud suivant la direction $E \rightarrow W$.

En utilisant la notation indicielle, cette équation aura la forme suivante :

$$\alpha_i \phi_i^{(k+1)} - \beta_i \phi_{i-1}^{(k+1)} - \gamma_i \phi_{i+1}^{(k+1)} = \lambda_i \quad (49)$$

$$\alpha_i = a_p \quad (49.1)$$

$$\beta_i = a_w \quad (49.2)$$

$$\gamma_i = -a_E \quad (49.3)$$

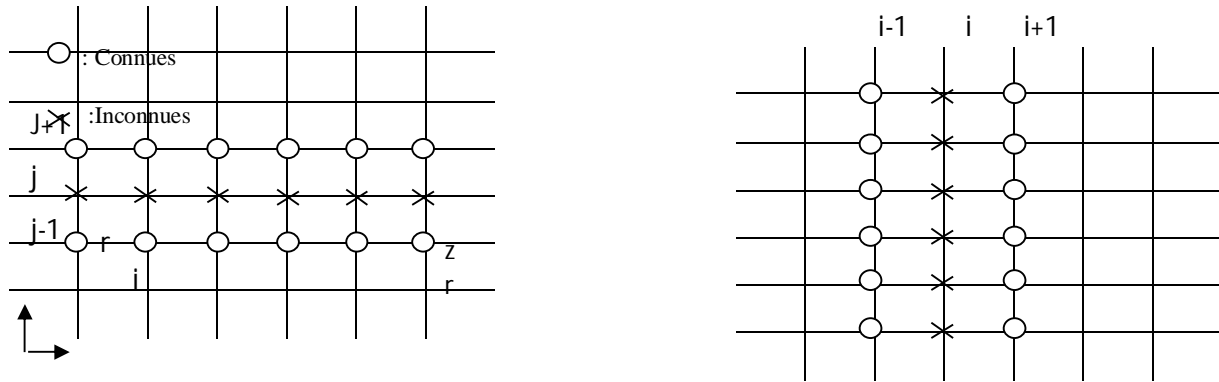
$$\lambda_i = a_n \phi_n^{(k)} + a_s \phi_s^{(k)} + b \quad (49.4)$$

L'ensemble de ces équations constitue un système d'équations dont la matrice des coefficients est tri-diagonale :

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \gamma_1 & & & & & & \\ \alpha_2 & \beta_2 \gamma_2 & & & & & \\ & \alpha_i & \beta_i \gamma_i & & & & \\ & & & \alpha_n & \beta_n \gamma_n & & \\ & & & & & & \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \cdot \\ \lambda_i \\ \cdot \\ \lambda_n \end{bmatrix}$$

Où : n désigne le nombre d'équations (nombre de nœuds dans une direction donnée). Le système ainsi obtenu va être résolu par l'algorithme **T.D.M.A** de Thomas (Tri Diagonal Matrix Algorithm) (**Annexe**). Une fois les valeurs de ϕ , sur une ligne de la direction r , sont déterminées, on passe à la ligne suivante en appliquant la même procédure, tout en considérant les variables suivant l'autre

direction (direction z) constantes. Le même cheminement est utilisé pour les autres variables dépendantes



(a) : Procédé d'avancement vertical
 (b) : Procédé d'avancement horizontal

Figure 20 : Mode d'avancement dans la méthode ligne par ligne.

On obtient donc, au bout de chaque itération complète, les valeurs approchées de toutes les variables dépendantes.

3.2. Technique de sous-relaxation :

Parmi les méthodes de résolution des systèmes d'équations, on distingue les méthodes itératives. Ces dernières sont généralement plus utilisées pour :

- ✓ Des systèmes de grande taille.
- ✓ Des systèmes dont les équations algébriques sont à caractère non linéaire et couplé.

Dans cette catégorie de méthodes, on utilise la technique de relaxation pour contrôler la convergence du processus itératif (ralentir ou accélérer la convergence). Elle se présente comme suit :

Soit l'équation discrétisée de la variable ϕ

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \tag{50}$$

Ou encore :

$$\phi_p = \frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p} \tag{51}$$

A l'itération (k+1), on peut écrire

$$\phi_p^{(k+1)} = \phi_p^{(k)} + \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p} - \phi_p^{(k)} \right] \tag{52}$$

La quantité entre crochets, dans l'équation (52) représente la variation de ϕ produite par une itération courante ou tout simplement le résidu. La technique de relaxation a pour but de diminuer les résidus d'une première approximation puisque ces résidus sont nuls pour la solution exacte, ce qui revient à introduire un facteur de relaxation α_ϕ :

$$\phi_p^{(k+1)} = \phi_p^{(k)} + \alpha_\phi \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{\alpha_\phi} + \phi_p^{(k)} \right] \tag{53}$$

Ou bien :

$$\frac{\alpha_\phi}{\alpha_\phi} \phi_p^{k+1} = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b + \frac{\alpha_\phi}{\alpha_\phi} (1 - \alpha_\phi) \phi_p^k \tag{54}$$

On pratique α_ϕ est défini tel que : $0 < \alpha_\phi < 2$

Si : $2 > \alpha_\phi$ le processus diverge souvent.

Deux cas sont généralement rencontrés :

- ✓ $0 < \alpha_\phi < 2$: on est en présence d'une sur-relaxation. Cette valeur de α_ϕ est utilisée pour accélérer la convergence d'un processus itératif déjà convergent (figure suivante).

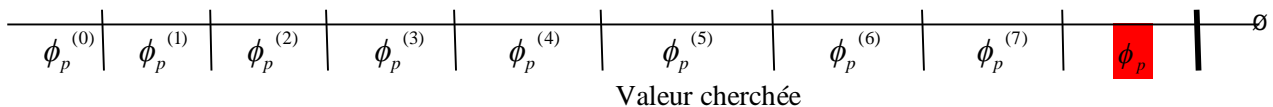


Figure 21 : Evolution possible des ϕ_p^k , dans un processus convergent. Nécessité d'une sur-relaxation

- ✓ $0 < \alpha_\phi < 1$: il s'agit d'une sous-relaxation. Dans ce cas, la valeur de α_ϕ permet souvent de faire converger un processus divergent ou encore de diminuer les variations des variables dépendantes d'une itération à l'autre (figure suivante).

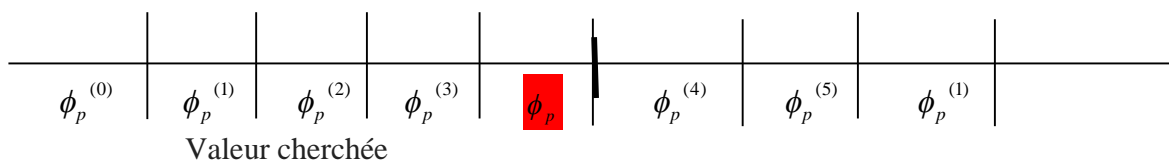


Figure 22 : Evolution possible des ϕ_p^k dans un processus divergent. Nécessité d'une sous-relaxation

La technique de sous-relaxation est très conseillée pour les problèmes non linéaires afin d'éviter la divergence. Dans notre cas, les variables, U, V et T. sont sous-relaxées tels que donné par l'équation (52). Par contre, la pression est sous-relaxée comme suit :

$$P = P' + \alpha_\varphi P$$

4. Critère de convergence :

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence c'est-à-dire se rapprocher au mieux de la solution stable du système d'équations en un nombre optimal d'itérations, lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif dans les valeurs des variables dépendantes ϕ . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé aussi 'critère de convergence' qui dépend de la nature du problème et des objets du calcul. Un critère approprié est celui qui porte sur les résidus de quantité de mouvement, de masse et de température. Ces résidus sont définis par :

$$R_\varphi = \sum_{nb} \alpha_{nb} \varphi_{nb} + b - \alpha_p \varphi_p \quad (55)$$

$$\varphi = U, V, T$$

Evidemment, quand l'équation discrétisée est satisfaite et tendra vers zéro. Mathématiquement, cela se traduit par l'inégalité suivante :

$$\sum_{\psi} R_\varphi < \varepsilon_\varphi \quad (56)$$

ψ : Domaine de calcul.

ε_φ : Valeur petite caractérisant l'erreur sur la solution obtenue.

Chapitre IV

Résultats et discussion

Résultats et discussion

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus sous forme de courbes présentant la variation du nombre de Nusselt qui traduit le taux de transfert thermique enregistré au sein de nos cylindres coaxiaux, ainsi que les contours des isothermes et les lignes de courant reflétant le comportement du nanofluide à l'intérieur de l'espace étudié. Les résultats mettent en évidence les effets des deux directions principales du champ magnétique considérées, de la fraction de nanoparticules sur la convection naturelle du nanofluide Al_2O_3 dans l'espace annulaire. Tous les calculs ont été effectués pour : les fractions volumiques solides ($0 \leq \phi \leq 0,1$), le nombre de Rayleigh ($10^3 \leq \text{Ra} \leq 10^6$) et le nombre de Hartmann ($0 \leq \text{Ha} \leq 40$).

La figure 23 illustrent la variation du nombre de Nusselt par rapport au nombre de Rayleigh avant l'application du champ magnétique et pour l'eau pure ($\phi = 0$) et pour deux fractions volumique des nanoparticules ($\phi = 0.05$ et $\phi = 0.1$). La première caractéristique notable de la figure 23 est que le nombre de Nusselt moyen augmente linéairement avec l'augmentation de la valeur de du nombre de Rayleigh, ceci est due au fait qu'une augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une augmentation des forces de flottabilité. L'augmentation du nombre de Nusselt est également enregistrée avec l'augmentation de la fraction volumique solide des nanoparticules, et ceci est le résultat de la croissance de la valeur de la conductivité thermique du nanofluide avec l'ajout des nanoparticules au liquide de base (eau). Les résultats déduits de la figure 23 sont confirmés par les allures des courbes représentées sur les figures 24 et 25 et ce pour les 4 valeurs du nombre du Ra considérées dans cette étude. L'augmentation du taux de transfert thermique remarqué avant l'application du champ magnétique est également souligné après application du champ magnétique dans la direction radiale et ce pour $\text{Ha}=20$ et pour $\text{Ha}=40$ (figure 26). Par contre sur cette même figure on peut constater que l'augmentation du nombre de Hartmann amortit l'écoulement dans le cylindre par la force de Lorentz, ce qui se traduit par un transfert de chaleur plus faible c-à-d une réduction dans la valeur du nombre de Nusselt. Sur les figures 27 et 28, on peut voir l'effet de la direction du champ magnétique sur le taux de transfert thermique à travers la variation du nombre de Nusselt. Il est a noter que pour les trois valeurs de ϕ , ($\phi = 0, 0.025$ et 0.05), l'application du champ magnétique réduit plus le transfert thermique quand il est appliqué radialement et ceci pour $\text{Ha} \leq 20$. Au-delà de cette valeur la réduction la plus importante est enregistrée quand le champ magnétique est axial. Mais pour $\phi = 0.1$, pour toutes les valeurs de Ha la réduction du transfert thermique est plus prononcée quand le champ magnétique est radial. La figure 29 schématise le

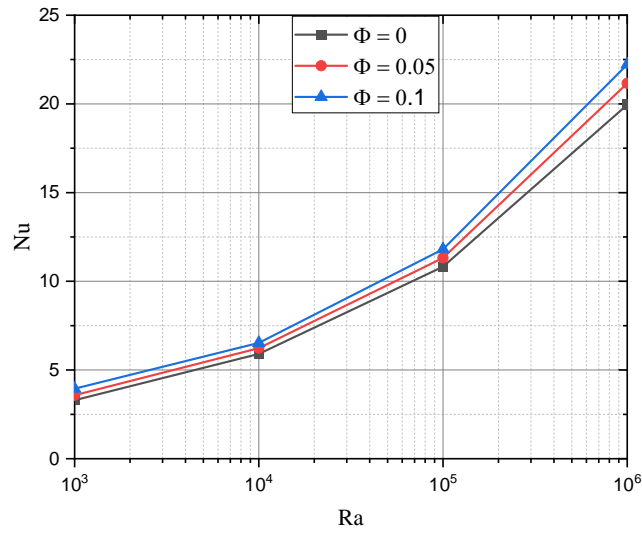


Figure 23 : Nombre de Nu en fonction de Ra pour Ha = 0 et pour 3 valeurs de phi

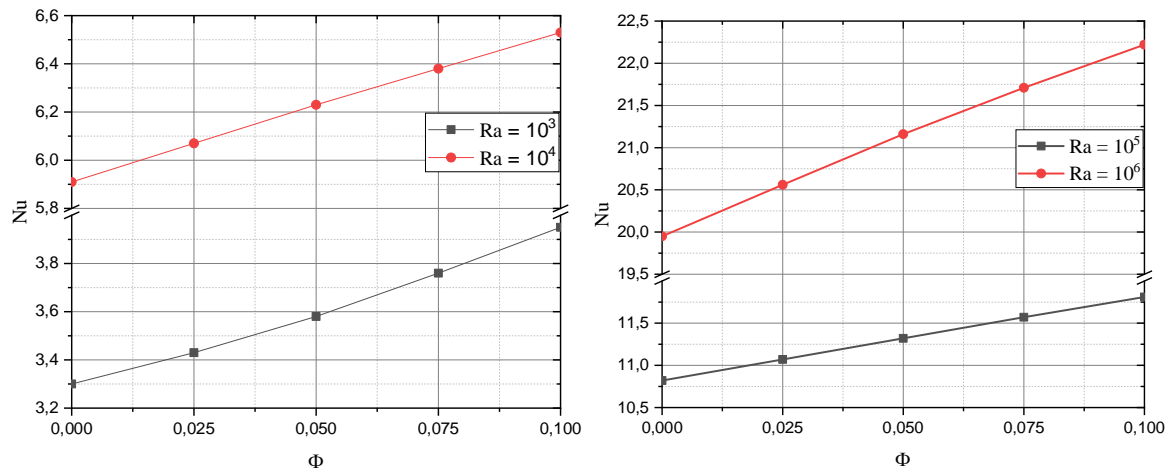


Figure 24 : Nombre de Nu en fonction de phi pour Ha = 0 et pour (a) Ra = 10³ et 10⁴ (b) Ra = 10⁵ et 10⁶

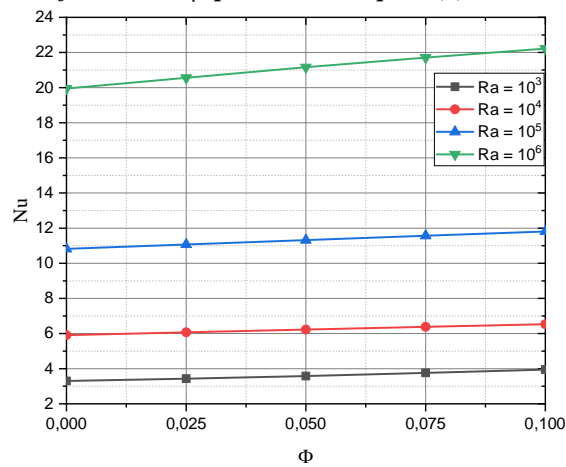


Figure 25 : Nombre de Nu en fonction de phi pour Ha = 0 et pour (a) Ra = 10³, 10⁴, 10⁵ et 10⁶

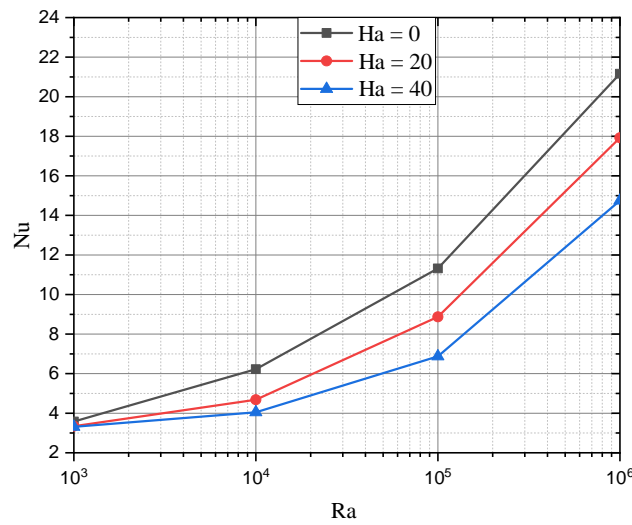


Figure 26 : Nombre de Nu en fonction de Ra pour $\varphi=0.05$ et pour 3 valeurs de Ha (Br)

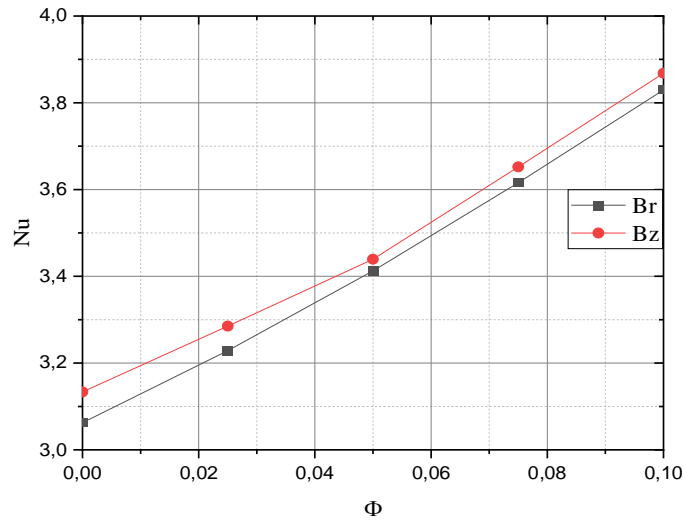


Figure 27 : Nombre de Nu en fonction de φ pour $Ra=10^3$ et $Ha=10$ et pour les deux directions du champ magnétique (Br et Bz)

comportement du nombre de Nusselt en fonction de φ pour $Ra=10^3$ et pour un champ magnétique radial (Br). Il est clair que les forces de Lorentz résultant de l'application de champ magnétique freinent l'écoulement des nanoparticules ce qui provoque une réduction dans l'intensité du transfert de chaleur avec l'augmentation de l'intensité du champ magnétique à travers l'augmentation du nombre de Ha. La variation du nombre de Nu en fonction de Ha pour $Ra=10^3$ et pour un champ magnétique radial (Br) est présentée sur la figure 30 pour toute les valeur de φ .

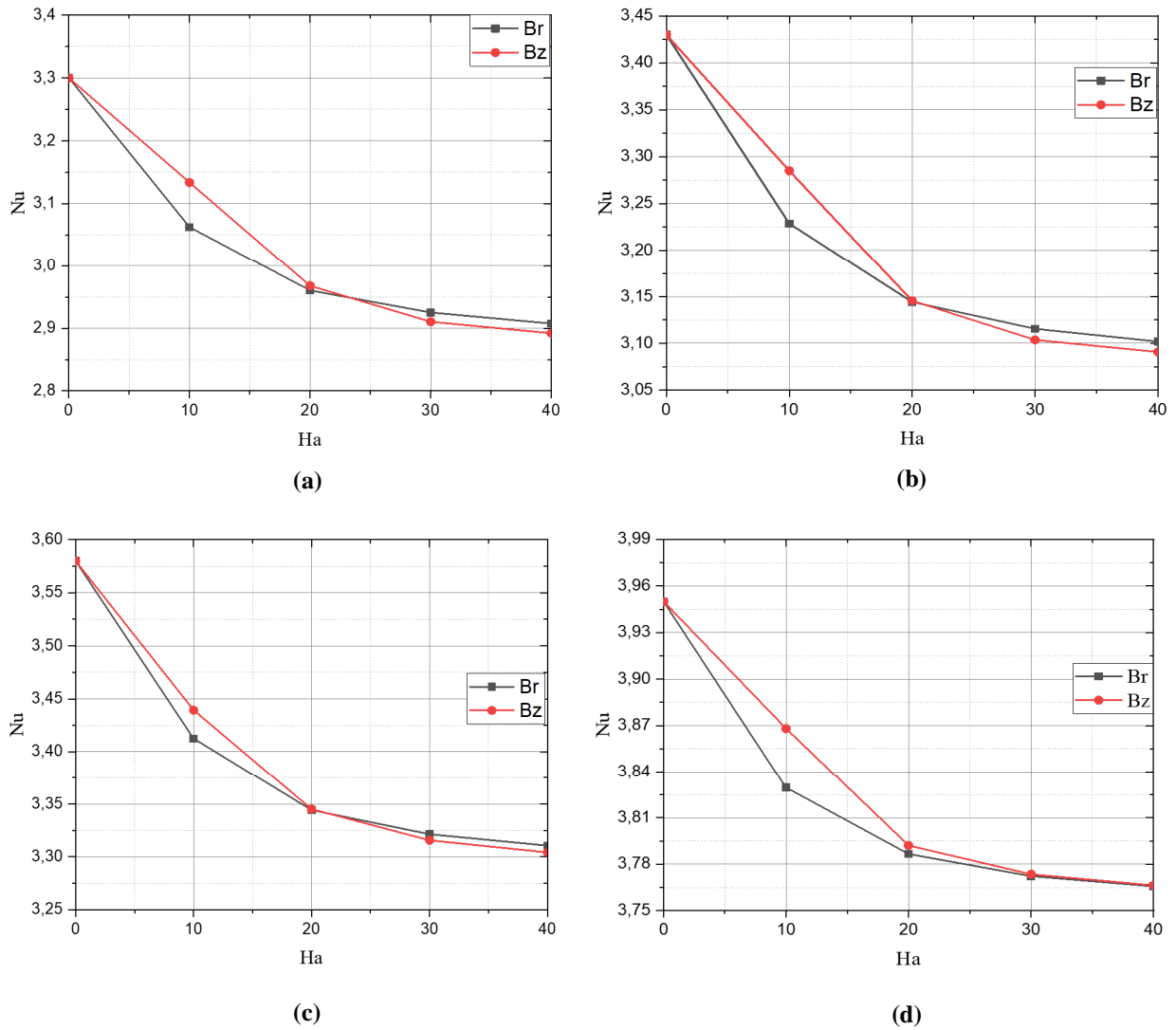


Figure 28 : Nombre de Nu en fonction de Ha pour (a) $\phi=0$, (b) $\phi=0.025$, (c) $\phi=0.05$ et (d) $\phi=0.1$ et pour $Ra=10^3$ et pour les deux directions du champ magnétique (Br et Bz)

Les lectures faites ci-dessus sont confirmées par cette allure, Nu diminue avec l'augmentation de Ha et augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules dans la solution aqueuse. Sur les figures 31 et 32 sont représentées les isothermes pour $\phi = 0.05$ et sans application du champ magnétique. Les isothermes uniformément réparties à l'intérieur des deux cylindres coaxiaux montrent la dominance du régime conductif (isothermes parallèles aux paroi chaude et froide) pour la faible valeur de Ra ($Ra=10^3$ figure 31 (a)). Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, la force de poussée devient plus importante, les isothermes ont tendance à devenir de

plus en plus perpendiculaires aux parois chaude et froide jusqu'à la dominance du régime convectif pour $Ra = 10^6$ (figure 32(b)). Même cas d'isothermes sont représentées sur les figures 33 et 34, cette fois avec application du champ magnétique dans la direction radiale ($Ha = 40$). En comparant les figure 32 (b) et 34 (b) en remarque que pour $Ra = 10^6$, la convection se prononce plus importante en absence du champ magnétique car les forces de Lorentz résultantes du champ magnétique estompent les forces de flottabilité ce qui favorise la conduction.

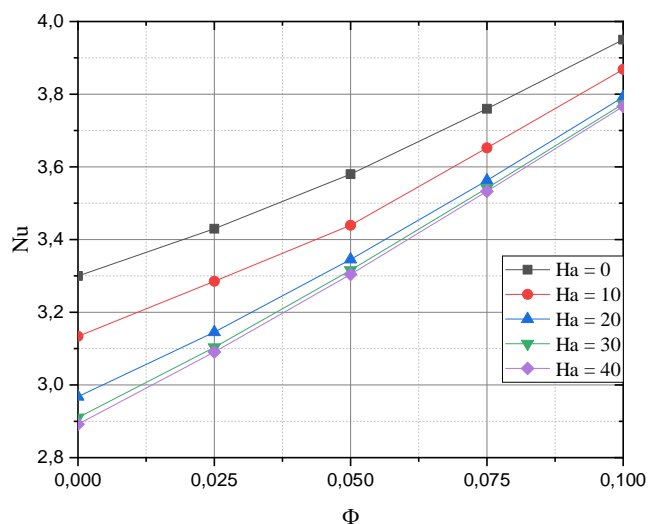


Figure 29 : Nombre de Nu en fonction de ϕ pour $Ra=10^3$ et pour un champ magnétique radial (Br)

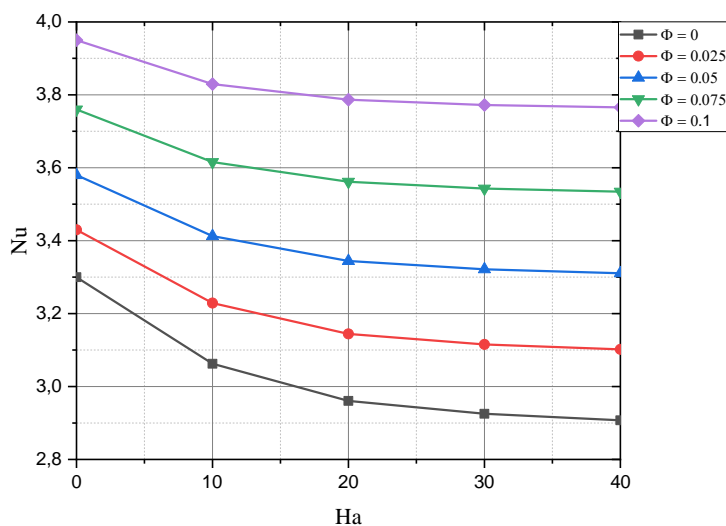
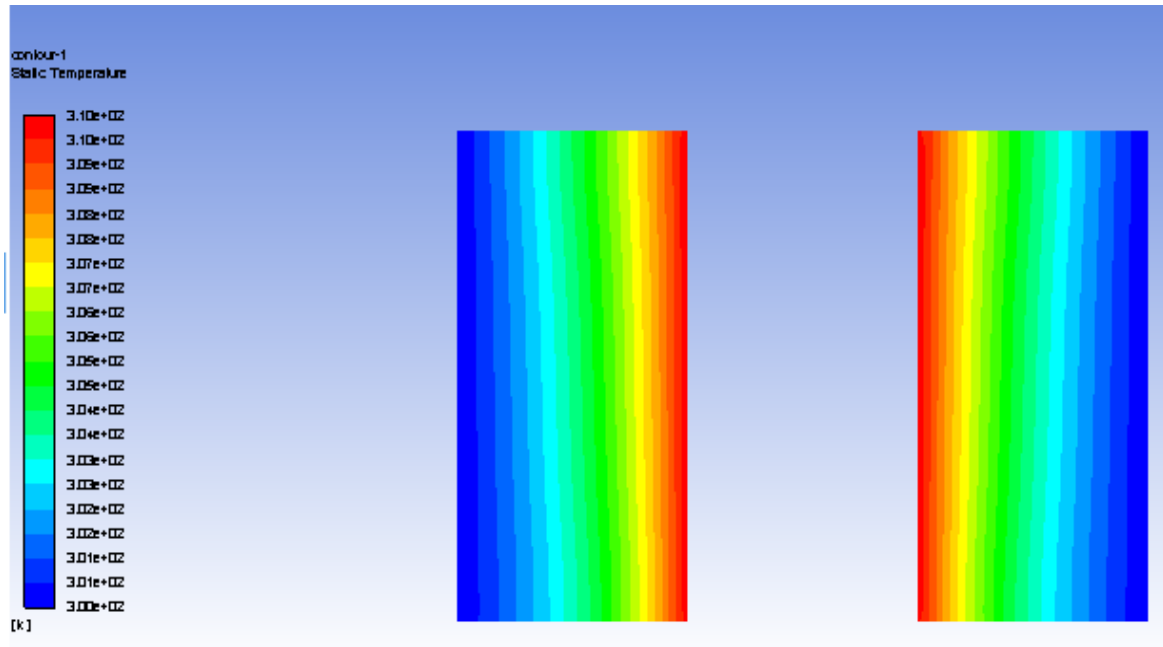


Figure 30 : Nombre de Nu en fonction de Ha pour $Ra=10^3$ et pour un champ magnétique radial (Br)

Les courbes représentées sur les figures de 31 à 40 sont sur des mi-sections radiales de la cavité

a. $Ra = 10^3$



(b) $Ra = 10^4$

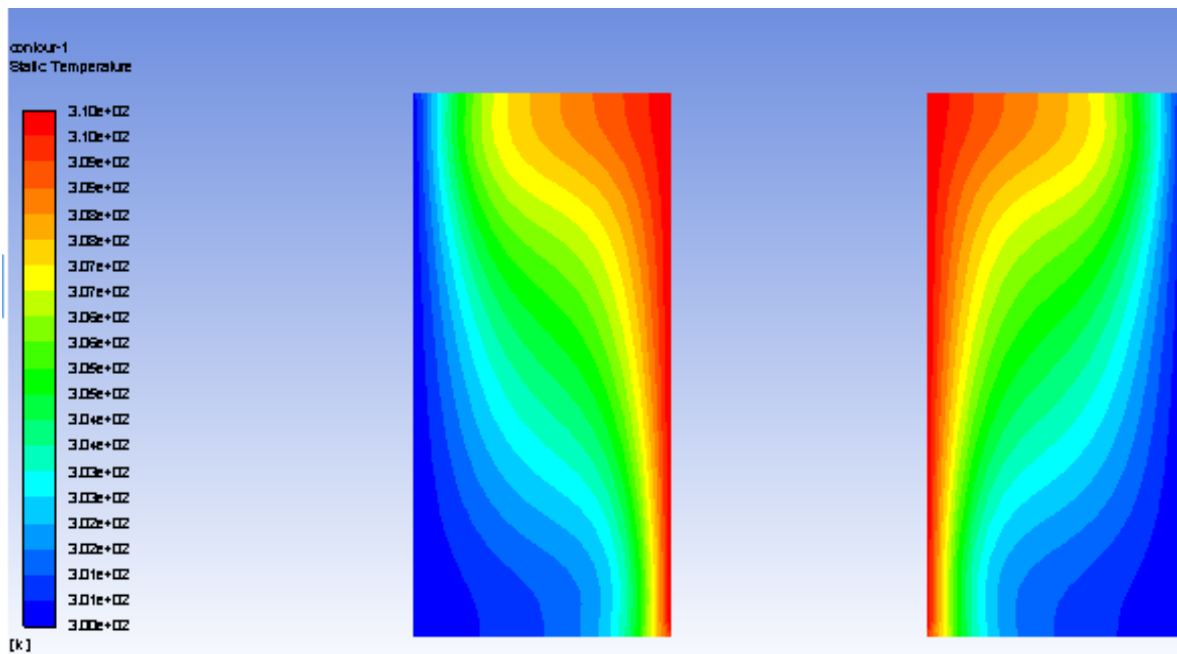


Figure 31 : Isothermes pour $\phi = 0.05$ et $Ha=20$ pour (a) $Ra=10^3$, (b) $Ra=10^4$ et pour un champ magnétique radial (Br)

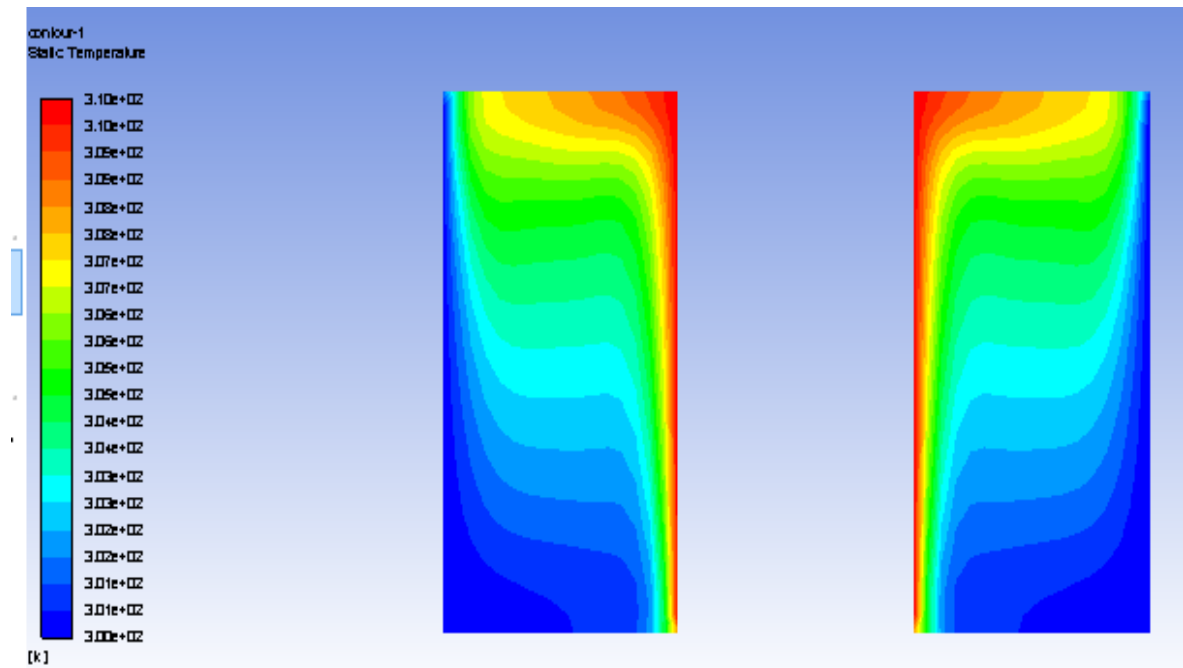
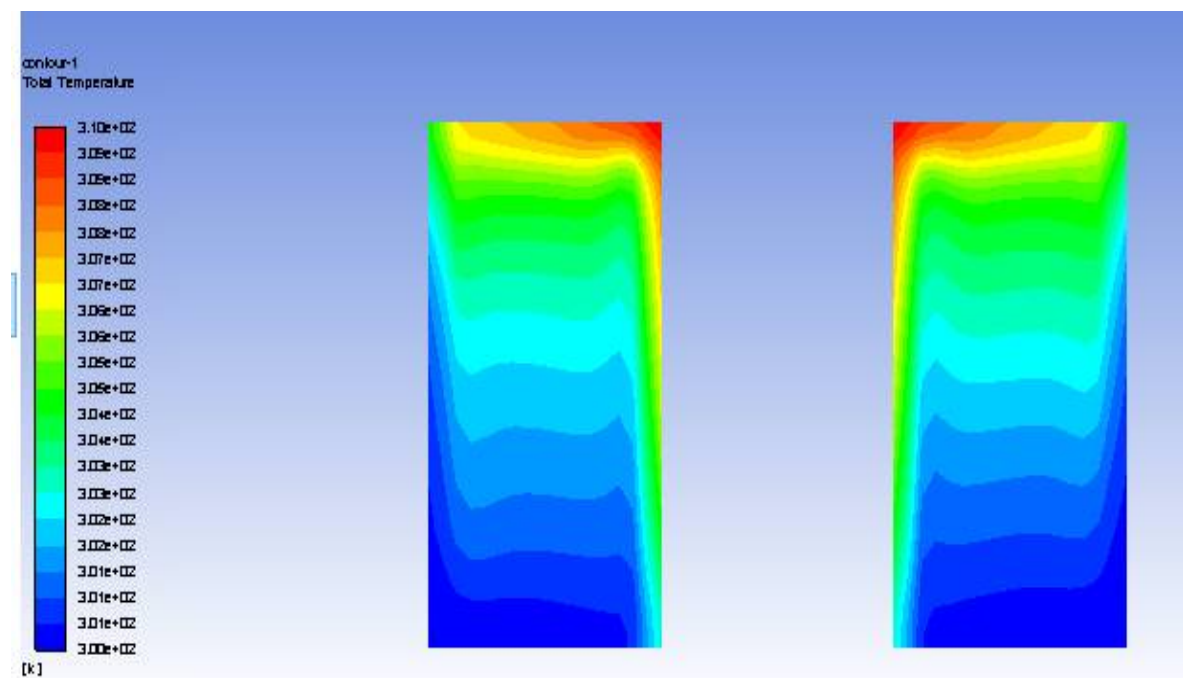
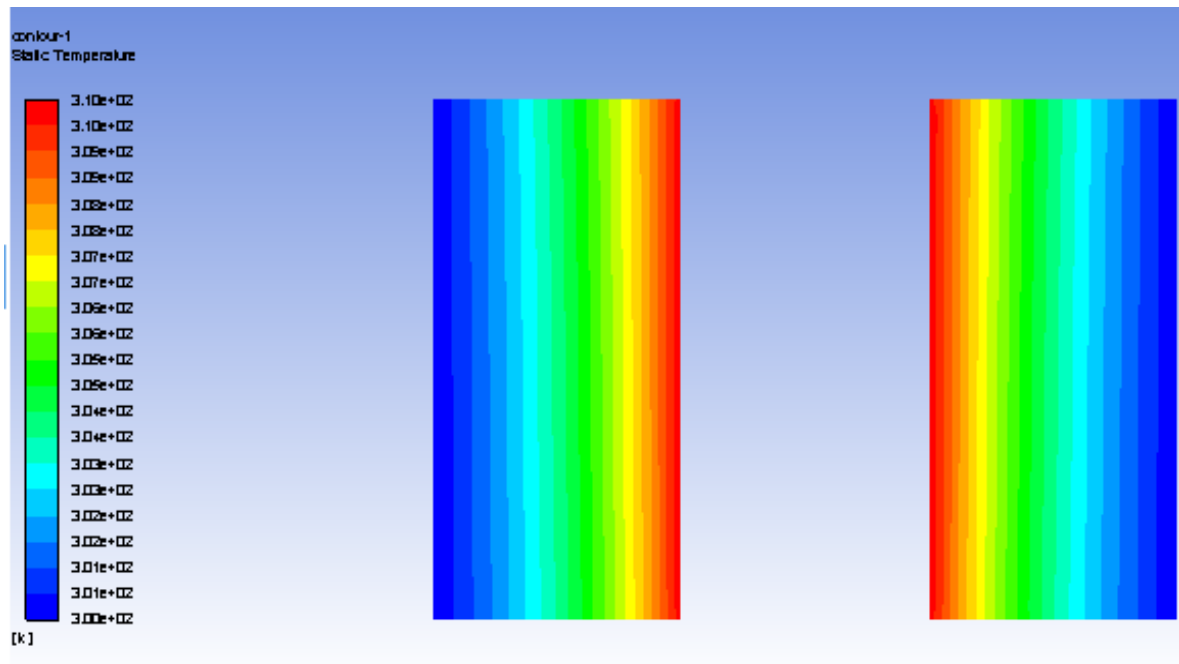
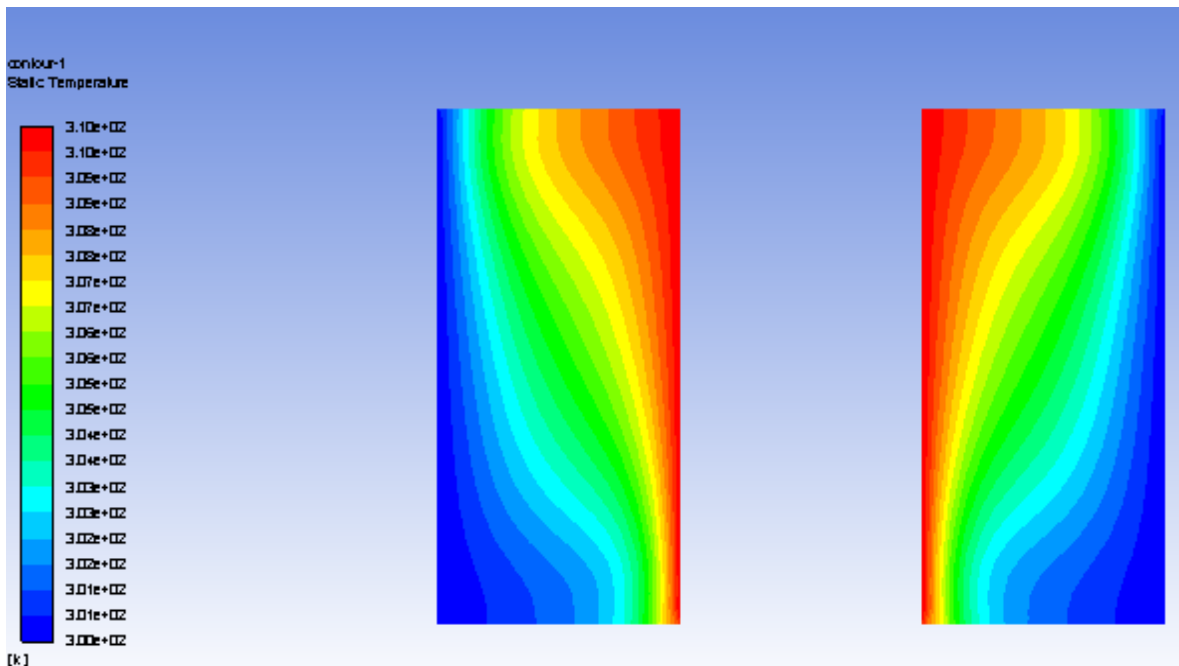
(a) $Ra = 10^5$ (b) $Ra = 10^6$ 

Figure 32 : Isothermes pour $\phi = 0.05$ et $Ha=20$ pour (a) $Ra=10^5$ et (b) $Ra=10^6$ et pour un champ magnétique radial (Br)

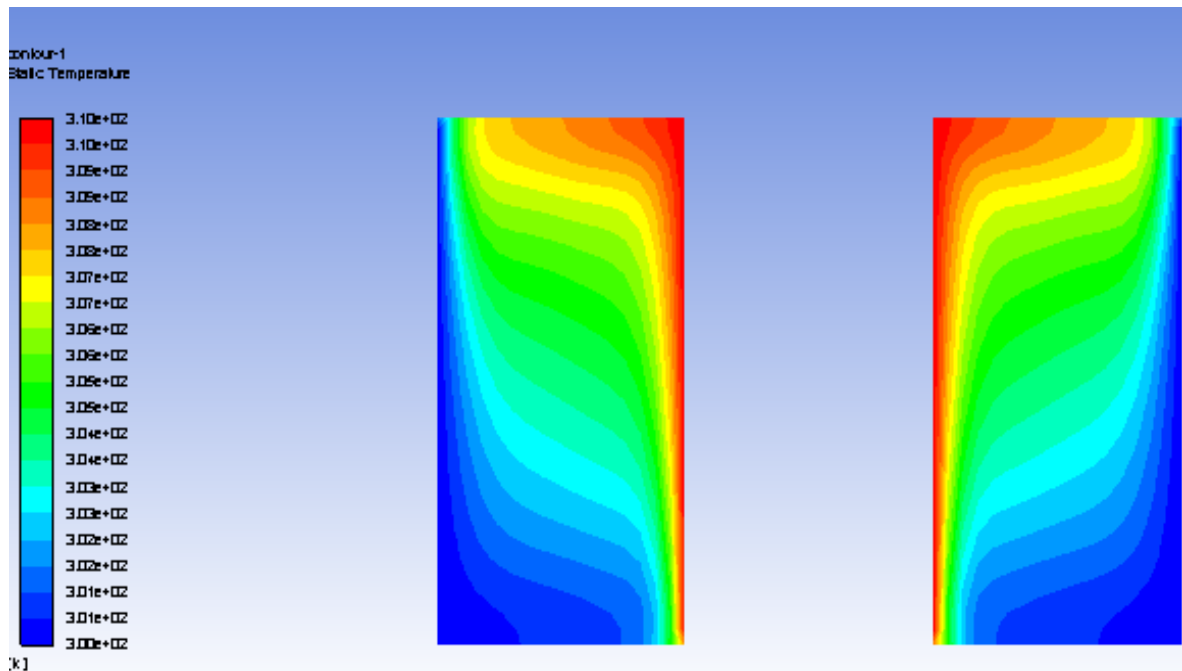


(a) $Ra = 10^3$

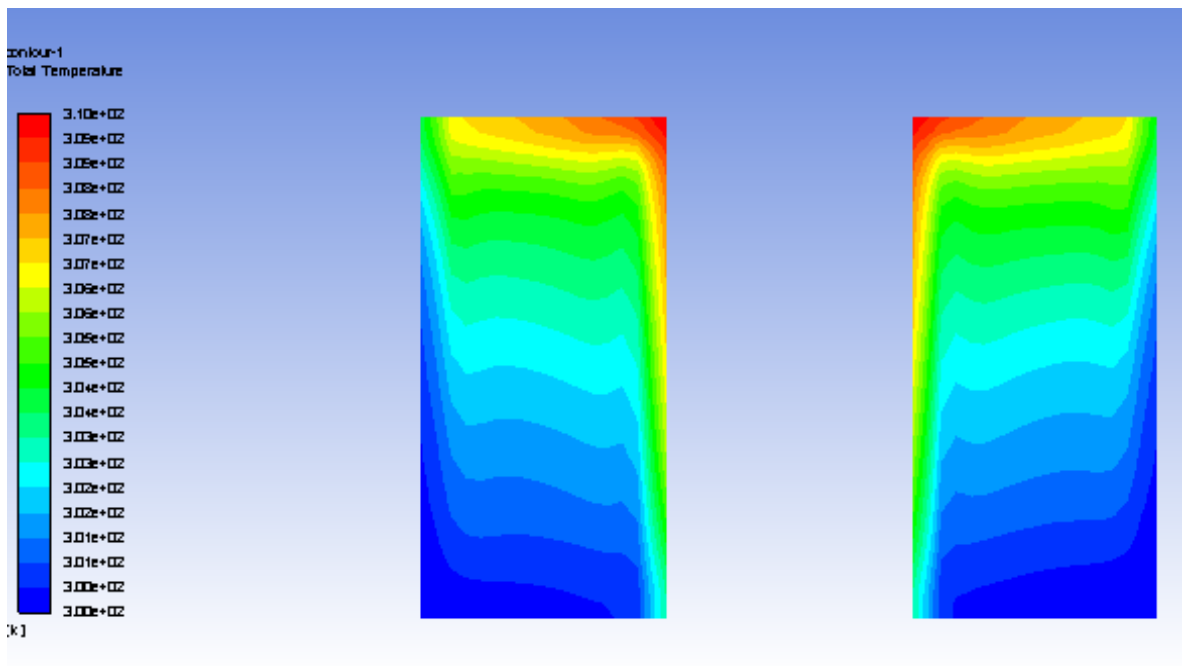


b. $Ra = 10^4$

Figure 33 : Isothermes pour $\phi = 0.05$ et $Ha=40$ pour (a) $Ra=10^3$, (b) $Ra=10^4$ et pour un champ magnétique radial (Br)

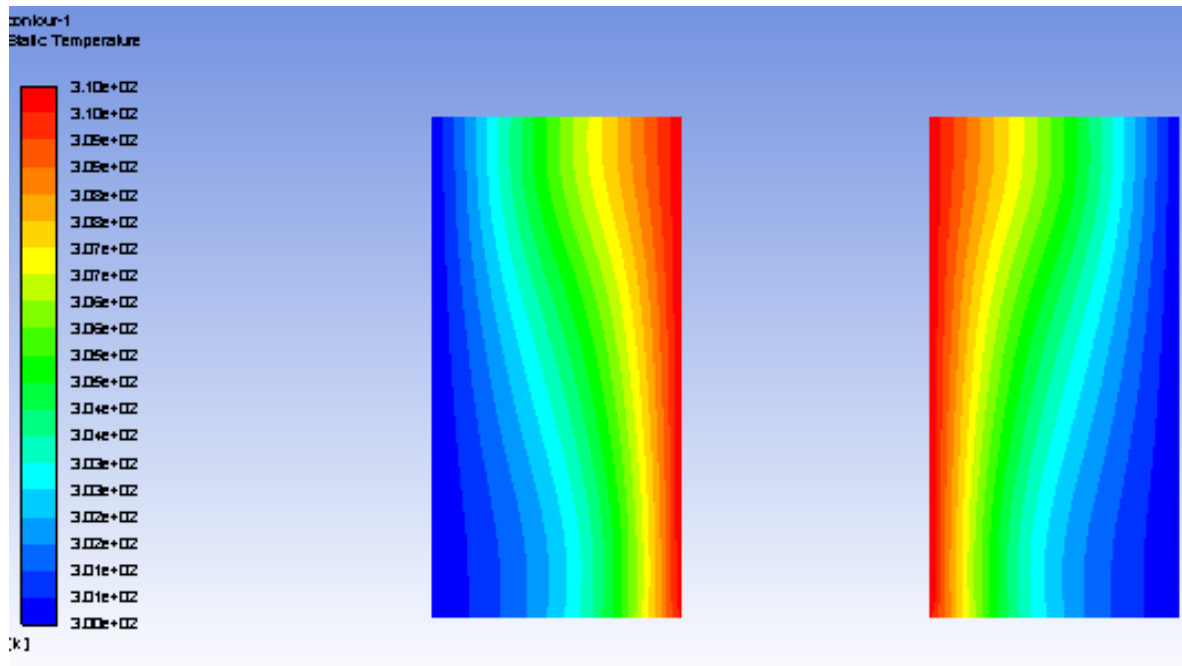


(a) $Ra = 10^5$

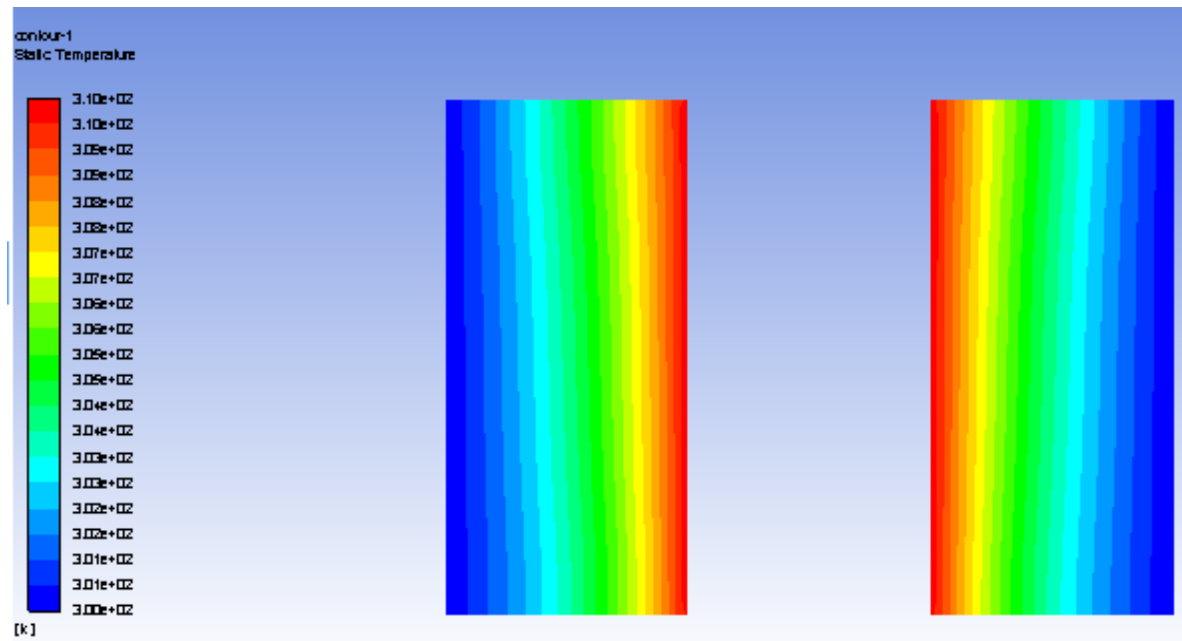


(b) $Ra = 10^6$

Figure 34 : Isothermes pour $\phi = 0.05$ et $Ha=40$ pour (a) $Ra=10^5$ et (b) $Ra=10^6$ et pour un champ magnétique radial (Br)



(a) $Ha = 0$



(b) $Ha = 20$

Figure 35 : Isothermes pour $\phi = 0.05$ et $Ra=10^3$ (a) sans champ magnétique, (b) pour un champ magnétique radial (Br) avec $Ha=20$

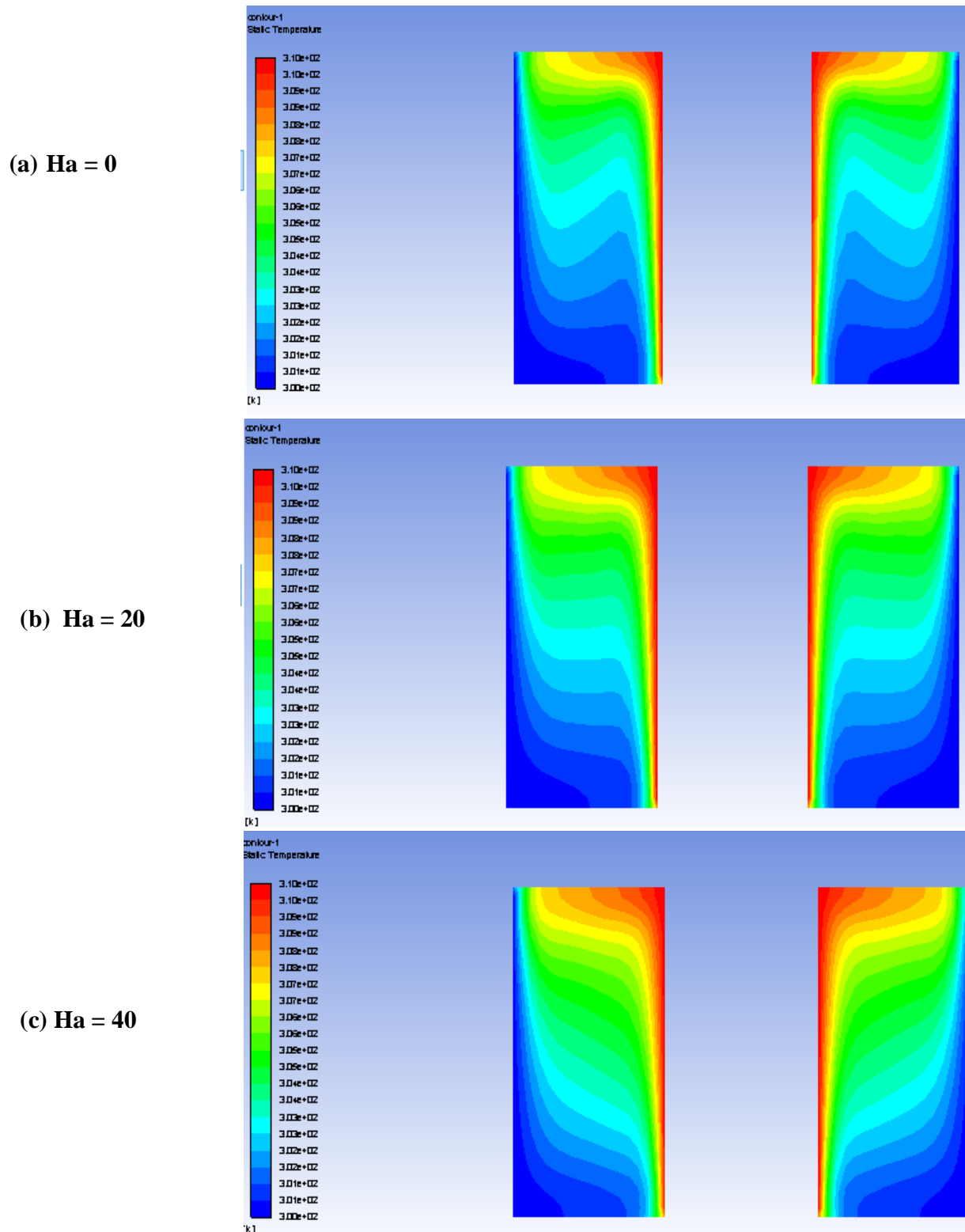


Figure 36 : Isothermes pour $\phi = 0.05$ et $Ra=10^5$ (a) sans champ magnétique ($Ha=0$), et pour un champ magnétique radial (Br) avec (b) $Ha=20$ (c) $Ha=40$

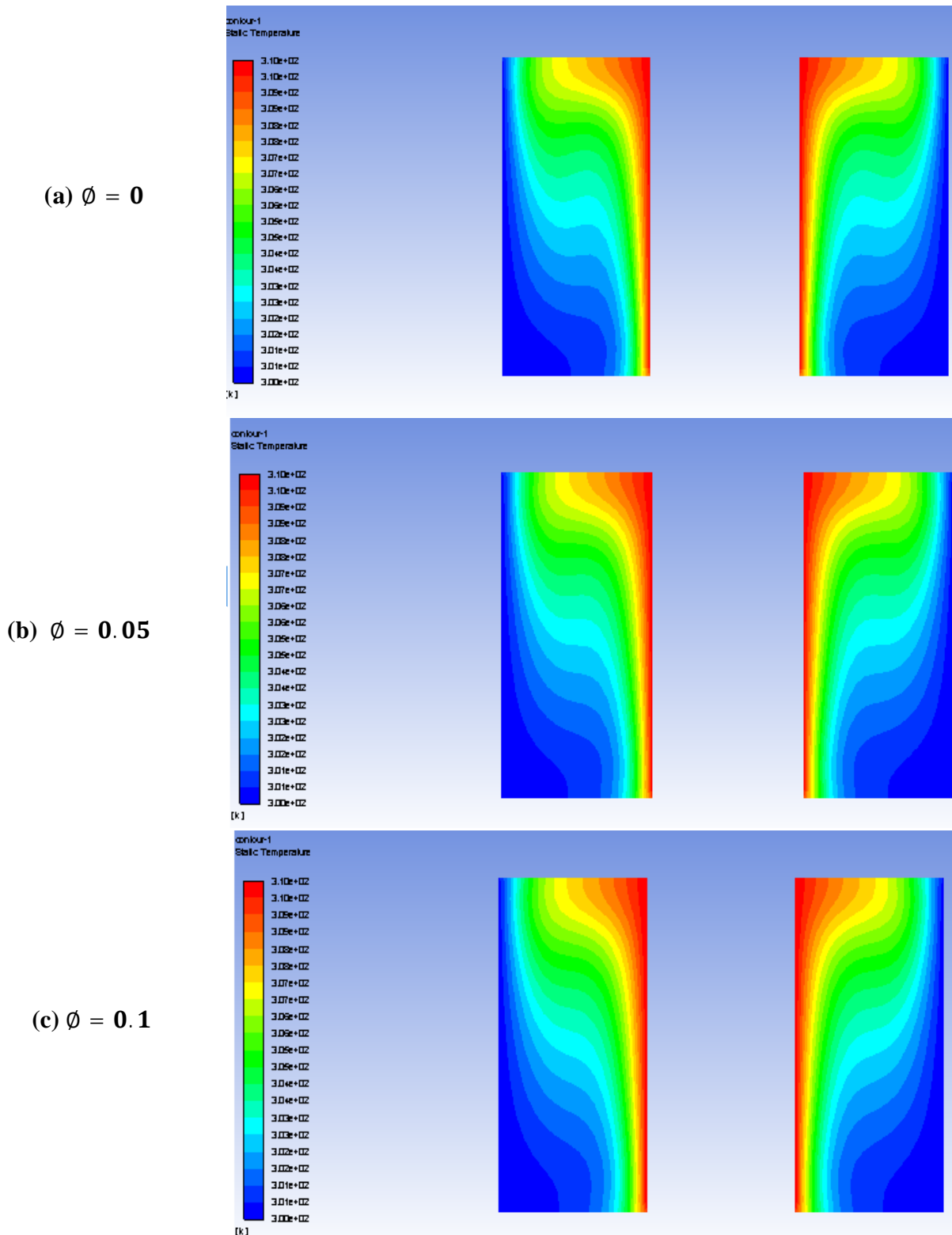
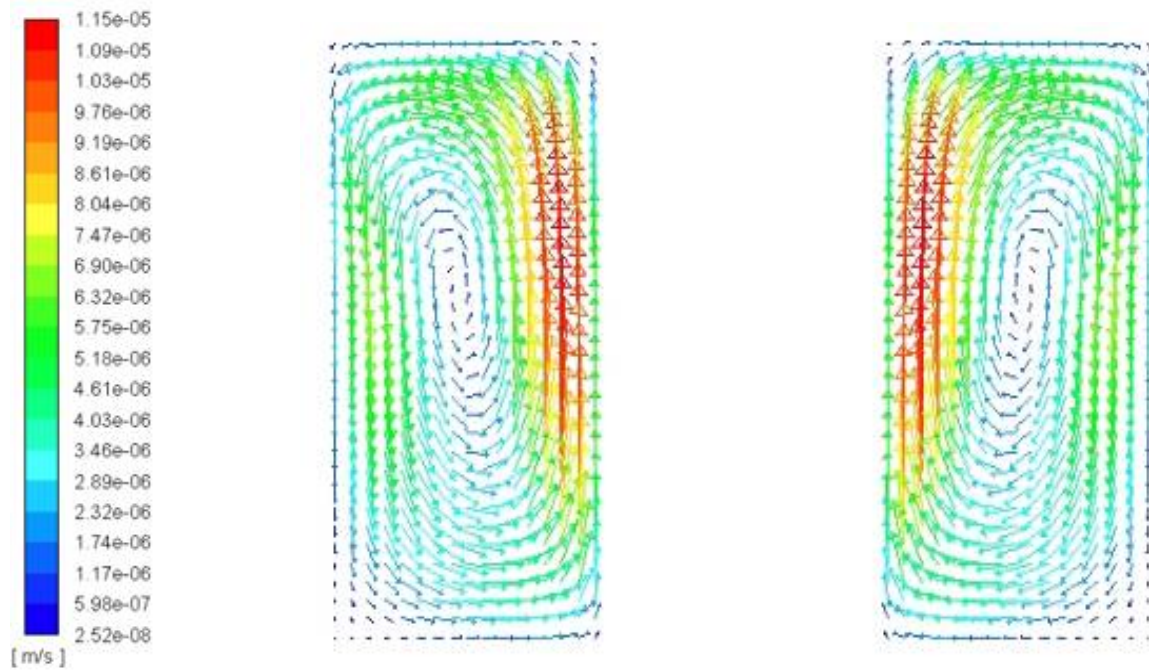
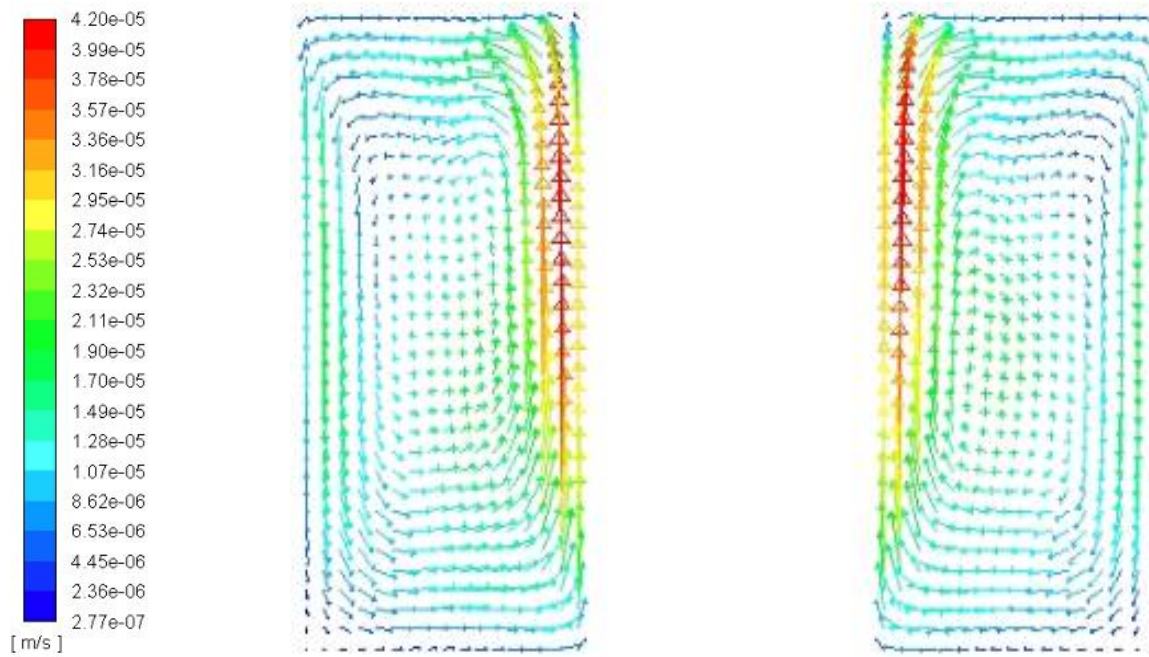


Figure 37 : Isothermes pour $Ra=10^4$ et pour $Ha=0$ et pour (a) $\phi = 0$, (b) $\phi = 0.05$ et (c) $\phi = 0.1$



(a)



(b)

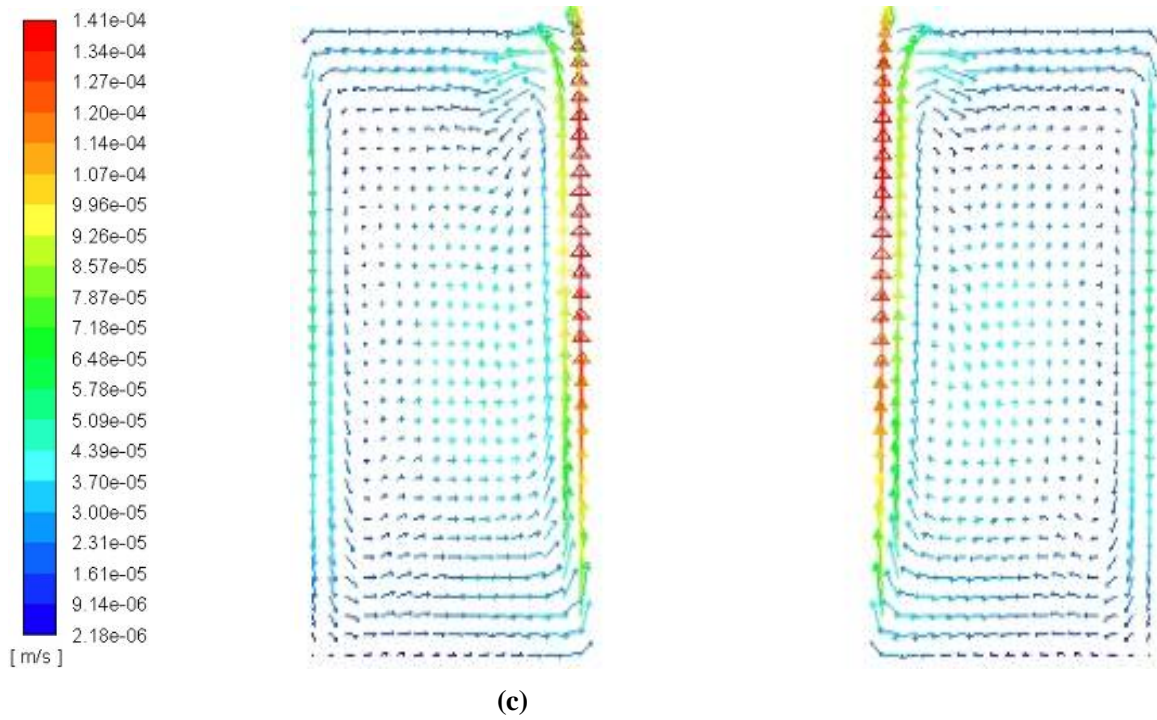


Figure 38 : Vecteurs vitesses pour $\phi = 0.05$ et $Ha=0$ (a) $Ra=10^4$ (b) $Ra=10^5$ et (c) $Ra=10^6$

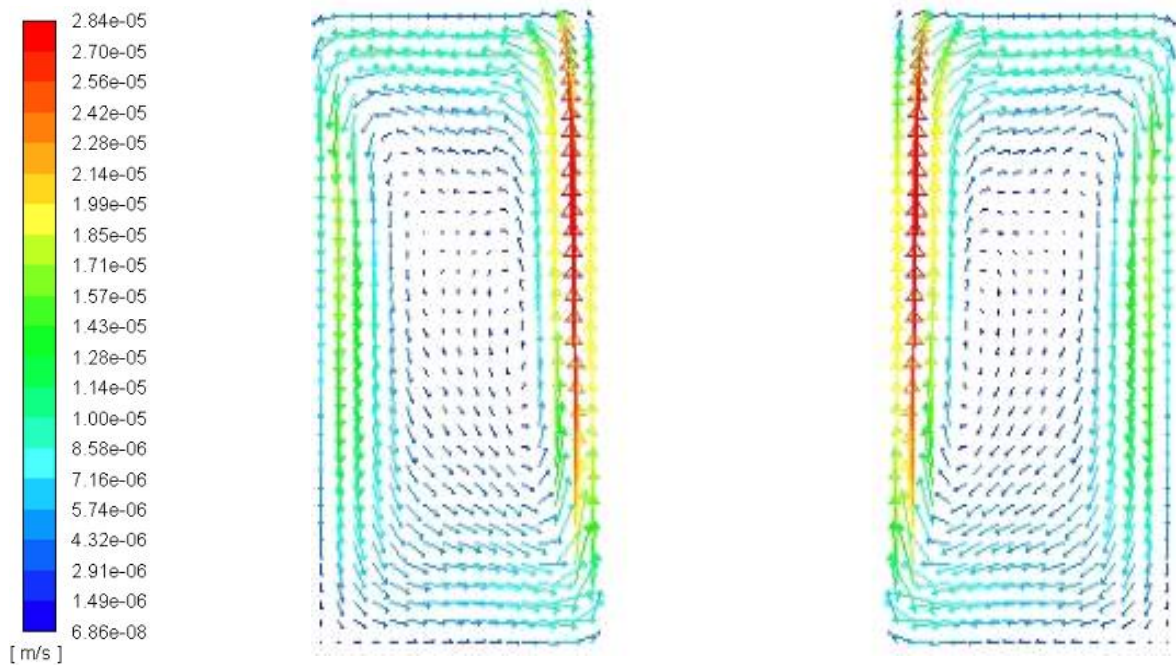


Figure 39 : Vecteurs vitesses pour $\phi = 0.05$ et $Ha=40$ et $Ra=10^5$

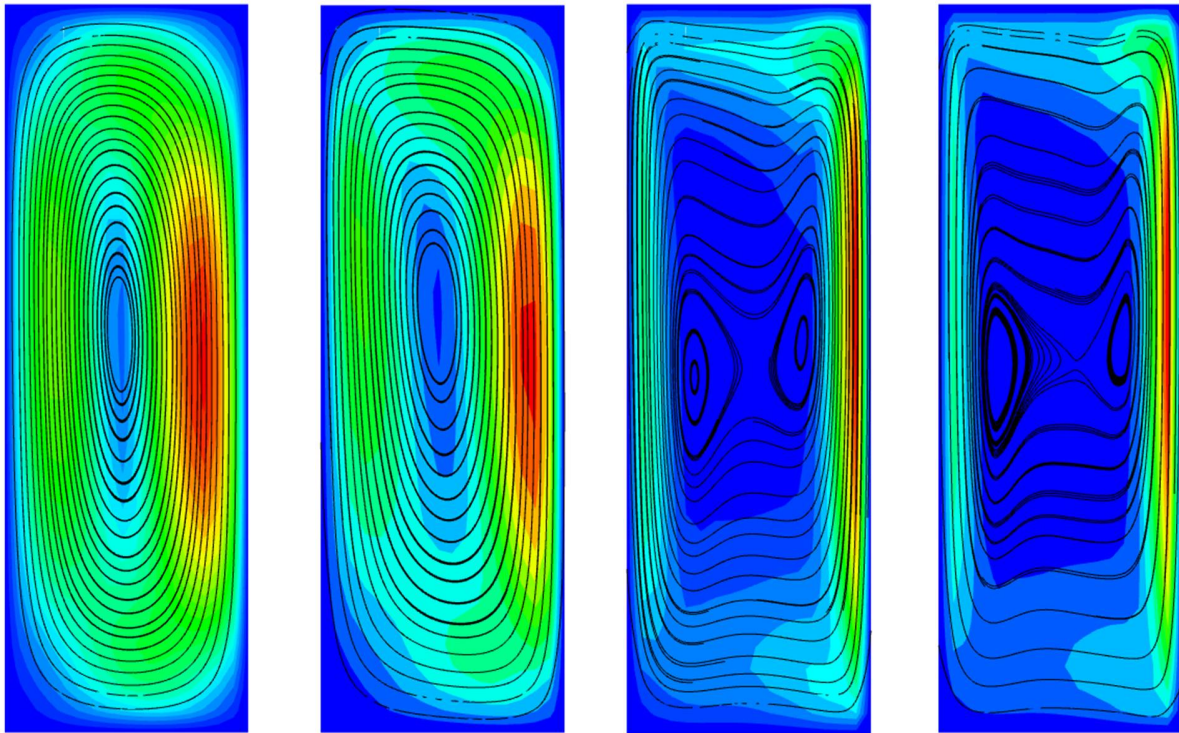


Figure 40 : Lignes de courant pour $\phi = 0.025$, $Ha=0$ et (a) $Ra=10^3$ (b) $Ra=10^4$ (c) $Ra=10^5$ (d) $Ra=10^6$
Demi section radiale de la cavité

La figure 35 présente les isothermes pour $\phi = 0.05$ et $Ra = 10^3$ et ce pour deux valeurs de Hartmann ($Ha = 0$ et $Ha = 20$). La dominance de la conduction en présence du champ magnétique est nettement claire (figure 35 (b)). Pour $Ra = 10^5$, le régime convectif domine pour $Ha = 0$ (figure 36 (a)) et $Ha = 20$ (figure 36 (b)), vu la présence des forces de flottabilité intenses, les isothermes sont affectées par la variation du nombre de Ha et la conduction commence à dominer à partir de $Ha = 40$ (figure 36 (c)). Avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules dans le nanofluide, on remarque la tendance à la dominance du régime conductif et ceci est due à l'augmentation de la valeur de la conductivité thermique du nanofluide (figure 37 (a), (b) et (c)).

La figure 38 présente l'allure des vecteurs vitesses pour $\phi = 0.05$ et $Ha = 0$ et ce pour $Ra = 10^4$ (figure 38 (a)), $Ra = 10^5$ (figure 38 (b)) et $Ra = 10^6$ (figure 38 (c)). La figure montre l'importante élévation dans l'amplitude des vecteurs vitesses avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et ceci est due à l'accroissement de la force de flottabilité. L'allure de la circulation unicellulaire du nanofluide de la paroi intérieure chaude à la paroi extérieure froide montre également que le transfert s'opère uniquement par conduction pour $Ra = 10^4$, tandis que pour les deux autres valeurs

de Ra ($Ra = 10^5$ et $Ra = 10^6$) c'est la convection naturelle qui devient prépondérante. Ce qui est également confirmé par la lecture des lignes de courant représentées sur la figure 40. En comparant la figure 38 (b) et la figure 39 qui représentent les vecteurs vitesses pour $\phi = 0.05$ et $Ra = 10^5$, respectivement pour $Ha = 0$ et $Ha = 40$, on remarque l'importante réduction dans l'amplitude des vecteurs vitesses après application du champ magnétique après application du champ magnétique et ceci est un résultat de l'existence des forces de Lorentz qui freinent partiellement l'écoulement.

Conclusion

Conclusion

Le travail présenté dans ce mémoire a permis d'étudier numériquement la convection naturelle dans un espace délimité par deux cylindres coaxiaux rempli de nanofluide est soumis à l'action d'un champ magnétique externe appliqué une fois axialement et une seconde fois radialement. L'effet de la direction du champ magnétique et de la fraction volumique des nanoparticules dans le nanofluide et le nombre de Hartmann sur les champs hydrodynamique et thermique à l'intérieur de la cavité cylindrique coaxiale a été examiné.

Les principaux résultats constatés sont :

- Le champ magnétique réduit la circulation dans la cavité cylindrique coaxiale.
- L'augmentation de l'intensité du champ magnétique augmente la grandeur des forces de Lorentz et par conséquent la grandeur de vitesse est réduite.
- L'application du champ magnétique réduit plus le transfert thermique quand il est appliqué radialement et ceci pour $Ha \leq 20$. Au-delà de cette valeur la réduction la plus importante est enregistrée quand le champ magnétique est axial.
- Le taux de transfert de chaleur augmente linéairement avec l'augmentation de la valeur de du nombre de Rayleigh.
- Le taux de transfert de chaleur diminue avec l'augmentation de Ha et augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules dans le fluide de base.

Il est souhaitable d'étudier l'influence de la nature de quelques nanofluides hybrides aux quels est tirée l'attention des scientifiques du domaine ces dernières années sur les champs thermiques et hydrodynamiques dans ce type de cavités. Il serait aussi intéressant d'augmenter davantage le nombre de Rayleigh et de faire varier le rapport d'aspect de la cavité cylindrique coaxiale pour voir leurs effets sur la convection libre du nanofluide remplissant la cavité en question.

Références

- [1] G. de Vahl Davis, Laminar natural convection in an enclosed rectangular cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 11, Issue 11, November (1968), pp. 1675-1693.
- [2] Stephan U. S. Choi and Jeffrey A. Eastman, Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles, *ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, November 12-17, (1995), San Francisco, CA.
- [3] E.E. (Stathis) Michaelides, *Nanofluidics: Thermodynamic and Transport Properties*, Springer International Publishing Switzerland. (2014).
- [4] Stéphane FOHANNO, Guillaume POLIDORI, Catalin POPA. Nanofluides et transfert de chaleur par convection naturelle (journée thématique : SFT-Paris 2012). Université de Reims Champagne-Ardenne, France (2012).
- [5] Mouassi Ammar. Intensification des échanges de chaleur par l'utilisation des nanofluides. *Hydrocarbure et Chimie*. Université M'hamed Bougara (Boumerdes) (2012).
- [6] Amin Behzadmehr, Hassan Azarkish, *An Introduction to the NanoFluid: universty of Sistan and Baluchestan*, (2000).
- [7] Tsai C.Y, H.T, P.P Ding, B Chan, T.Y, P.H, Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluid on heat pipe thermal performance, *Material Letters* 58(2004) pp. 1461- 1465.
- [8] Ma H.B, C Wilson, B Borgmeyer, K Park, Q Yu, S.U.S Choi, M Tirumala, Effect of nanofluid on the heat transport capability in an oscillating heat pipe, *Applied Physics Letters* 88 (14) (2006) pp.143116.
- [9] Tzeng S.C, C.W Lin and K.D Huang, Heat Transfer enhancement of nanofluids in rotary blade coupling for Four-Wheel-Drive Vehicles. *Ac ta Mechanic a* 179(2005) pp. 11-23.
- [10] Zhang Z and Q Que, Synthesis, Structure and Lubricating Properties of Dialkydithiophosphate-Modified Mo-S Compound Nanoclusters, *Wear* 209(1997) pp. 8-12.
- [11] You S.M, J.H Kim and K.H Kim, Effect of Nanoparticles on Critical Heat Flux of Water in Pool Boiling Heat Transfer. *Applied Physics Letters* 83(2003) pp. 3374-3376.

- [12] Vassallo P,R Kumar and S D'Amico,Pool Boiling Heat Transfer Experiments in SilicaWater Nano-fluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47(2004) pp. 407-411.
- [13] Jordan A., A. Scholz, Regina, Wust, Peter, Fahling, Horst, Felix, Roland, Magnetic Fluid Hypothermia (MFH): Cancer Treatment with AC Magnetic Field Induced Excitation of Biocompatible Superparamagnetic Nanoparticles. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 201(1999) pp. 413-419.
- [14] K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 16 (2003) pp. 3636-3653.
- [15] N. Purta, W. Roetzel, S. K. Das, Natural Convection of Nano-Fluids, *Heat Mass Transfer*, 39 (2003) pp. 775-784.
- [16] O. Abouali, A. Falahatpisheh, Numerical investigation of natural convection of Al_2O_3 nanofluid in vertical annuli, *Heat Mass Transfer*, 46 (2009) pp. 15-23.
- [17] B. Ghasemi, S. M. Aminossadati, A. Raisi, Magnetic field effect on natural convection in a nanofluid-filled square enclosure, *Int. J. Thermal Sciences*, 50 (2011) pp. 1748-1756
- [18] Afrand M., Toghray D., Karimipoura A., Wongwisesc S., A numerical study of natural convection in a vertical annulus filled with gallium in the presence of magnetic field, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 430 (2017), pp. 22-28.
- [19] Kakarantzas, S. C., BenosL. Th., Sarris I. E., Knaepen B., Grecos A., Vlachos N. S., MHD liquid metal flow and heat transfer between vertical coaxial cylinders under horizontal magnetic field, *International Journal of Heat and Fluid Flow* (2017) vol. 65, pp. 342-351
- [20] Selimefendi, F., Oztop, H., F., Conjugate natural convection in a nanofluid filled partionel horizontal annulus formed by two isothermal cylinder surfaces under magnetic field, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, (2017) vol. 108, pp. 156-171.
- [21] Matin, M., H., Vaziri, S., Natural convection of Al_2O_3 -Water nanofluid inside a vertical circular enclosure exposed to a non-uniform heat flux, *International Communication in Heat and Mass Transfer*, (2016) vol. 76, pp. 337-347.

- [22] Battira, M., Bessaih, R., Radial and Axial Magnetic Fields Effects on Natural Convection in a Nanofluid-filled Vertical Cylinder, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, (2016) Vol. 9, pp. 407-418.
- [23] Cadena-de la Peña, N. L., Rivera-Solorio, C. I., Payán-Rodríguez, L. A., García-Cuéllar, A. J., López-Salinas, J. L., Experimental analysis of natural convection in vertical annuli filled with AlN and TiO₂/mineral oil-based nanofluids. *Int. J. Therm. Sci.* (2017) 111, pp. 138–145.
- [24] Mebarek-Oudina, F., Convective heat transfer of Titania nanofluids of different base fluids in cylindrical annulus with discrete heat source. *Heat Tran. Res.* (2019) 48, pp. 135–147.
- [25] Usmani, R., Hussain, F., Khan, S., Khan, N., Khan, U., Husain, S., Numerical investigation on natural convection of hybrid nanofluid Al₂O₃–MWCNT/water inside a vertical annulus. *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* (2021) pp. 1146, 012018
- [26] Khan, S.A., Altamush Siddiqui, M., Husain, S., Numerical studies on thermally induced flow of nanofluid in a vertical annulus. *In: Smart Innovation, Systems and Technologies.* (2020) Springer, pp. 87–100.
- [27] Al-Nimr, M.A., Alkam, M.K., Magnetohydrodynamics transient free convection in open-ended vertical annuli. *J. Thermophys. Heat Tran.* (1999) 13, pp. 256–265.
- [28] Sankar, M., Venkatachalappa, M., Shivakumara, I.S., Effect of magnetic field on natural convection in a vertical cylindrical annulus. *Int. J. Eng. Sci.* (2006), 44, pp. 1556–1570.
- [29] Panteleimon A. Bakalis, Polycarpos K. Papadopoulos, Panayiotis Vafeas, Heat Transfer Study of the Ferrofluid in a Vertical Annular Cylindrical Duct under the Influence of a Transverse Magnetic Field, *Fluids* (2021), 6, 120.
- [30] E. Belahmadi, R. Bessaih, Entropy generation analysis of nanofluid natural convection in coaxial cylinders subjected to magnetic field, *THERMAL SCIENCE* (2019), vol. 23, N° 6A, pp. 3467-3479.
- [31] Brinkman, The viscosité of concentrated suspensions and solution, *J. Chem. Phys* 20, 571-581 , 1952

-
- [32] J. C. Maxwell, Treatise on electricity and magnetism, Clarendon press, U, K, 1891.
- [33] R. L. Hamilton and O. K. Crosser, Thermal conductivity of heterogeneous two component systems industrial and Engineering Chemistry Fundamentals 1(3), 187-191, 1962.
- [34] S.U.S Choi Z. G. Zhang W. YU, F. E. Lockwood ,and E.A Grulke (2001), Anomalous thermal conductivity enhancement in nanotube suspension. Applied physics Letters 79(14), pp. 2252-2254, 2001
- [35] A .Einstein. Investigations on the theory of the Brownian movement. Dover Publication New York, 1956
- [36] B. C. Pack et Y. I. Cho, Hydrodynamic and heat Transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles Experimental heat transfer 11(2), 151-170, 1998
- [37] Y . Xuan and W. Roetzel, Conception for heat transfer correlation of nanofluids International journal of heat and Mass transfer 43(19), 3701-3703, 2000
- [38] Patankar. S. V. (1967), Numerical Heat transfer and fluid flow, Taylor and Francis, 1980

Annexe

Algorithme de Thomas (TDMA)

L'algorithme des matrices tri-diagonales connu aussi sous le nom de Thomas est une forme simplifiée de l'élimination de Gauss. Elle est applicable aux matrices diagonalement dominantes c - à - d. $|b_i| > |c_i| + a_i$ ($i=1, \dots, n$).

$a_i x_{i-1} + b_i x_i + c_i x_{i+1} = d_i$ ($i = 1, \dots, n$) avec $a_1 = 0$ et $c_n = 0$

$$A X = D \begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_n & b_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \cdot \\ d_{n-1} \\ d_n \end{bmatrix}$$

L'algorithme est le suivant :

Première étape :

- 1- On multiplie La 1^{ère} ligne par a_2 .
- 2- On multiplie La 2^{ème} ligne par b_1 .
- 3- On soustrait la 2^{ème} ligne de la 1^{ère} ligne.

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 b_1 - c_1 c_2 & c_2 b_1 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_n & b_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \cdot \\ d_{n-1} \\ d_n \end{bmatrix}$$

On refait avec la même procédure pour la 3^{ème} ligne avec la 2^{ème} ligne, etc... jusqu' à l'arrivée à la n^{ième} ligne où $b_n^k x_n = d_n^k$ ce qui donne $x_n = \frac{d_n^k}{b_n^k}$; d_n^k et b_n^k sont les composantes de a_{nn} et de de A et D.

après $k = n-1$ opérations :

Deuxième étape :

On fait la remontée :

A la $(n-1)$ ^{ième} ligne $x_{n-1} = \frac{d_n^{k-1}}{b_n^{k+1}} - \frac{c_n^{k-1}}{b_n^{k-1}} x_n$

En faisant de même jusqu'à la i ^{ième} ligne.

La forme générale pour trouver les x_{i-1} peut être :

$$x_{i-1} = \gamma_i x_i + \beta_i \quad (i = 1, \dots, n-1) \quad (1)$$

et en faisant intervenir $a_i x_{i-1} + b_i x_i + c_i x_{i+1}$ cela donnera :

$$x_{i-1} = \frac{-c_i}{a_i \gamma_i + b_i} x_{i+1} + \frac{d_i - a_i \beta_i}{a_i \gamma_i + b_i} \quad (i = 1, \dots, n-1) \quad (2)$$

En faisant l'analogie entre (1) et (2)

$$x_i = \gamma_{i+1} x_{i+1} + \beta_{i+1} \quad (i=1, \dots, n-1) \quad (3)$$

avec: $\gamma_{i-1} = \frac{-c_i}{a_i \gamma_i + b_i} x_{i+1} + \frac{d_i - a_i \beta_i}{a_i \gamma_i + b_i} \quad (i=1, \dots, n-1)$

a) Soit $x_0 = \gamma_1 x_1 + \beta_1 = 0 \rightarrow \gamma_1 = 0$ et $\beta_1 = 0$.

b) Soit $I = n$ (dernière ligne) $x_{n+1} = 0$ donc $x_n = \gamma_{n+1}$

$$x_{n+1} + \beta_{n+1} = \frac{d_n - a_n \beta_n}{a_n \gamma_n + b_n}$$

pour $i = 1$ (première ligne) $x_1 = \frac{-c_1}{b_1} x_2 + \frac{d_1}{b_1} \Rightarrow \gamma_2 = \frac{-c_1}{b_1}$ et $\beta_2 = \frac{d_1}{b_1}$

et on fait de même pour $i = 2$ jusqu'à $i = n-1$