



**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de  
la Recherche Scientifique**  
**Université Abbas Laghrou de Khenchela**  
**Faculté des Sciences et Technologie**  
**Département des Sciences de la Matière**

**N° de série :.....**

**Mémoire de Fin d'Études**

**Pour l'obtention du diplôme de Master (LMD)**

**Filière : Physique**

**Spécialité : Physique des Matériaux**

**Session : 2016/2017**

**Intitulé :**

**Le Phénomène de clustering dans le noyaux atomique**

Présenté par : *Dirigé par :*

- **OUANNESwafaa - MrZOUIOUECHE mohamed**
- **KHABTHANhassiba**

Devant le jury :

**Président**     **lr. SAADAN abedaraouf**

(MAA, Université AbbèsLaghrouKhenchela)

**Examinatrice**     **Mr.LAKMIN farid**

(MAA, Université AbbèsLaghrouKhenchela)



## *Remerciements*

*Nous remercions*

*Allah*

*le tout puissant, qui nous a donné la foi, la force et la patience pour aller  
jusqu'au bout de ce travail*

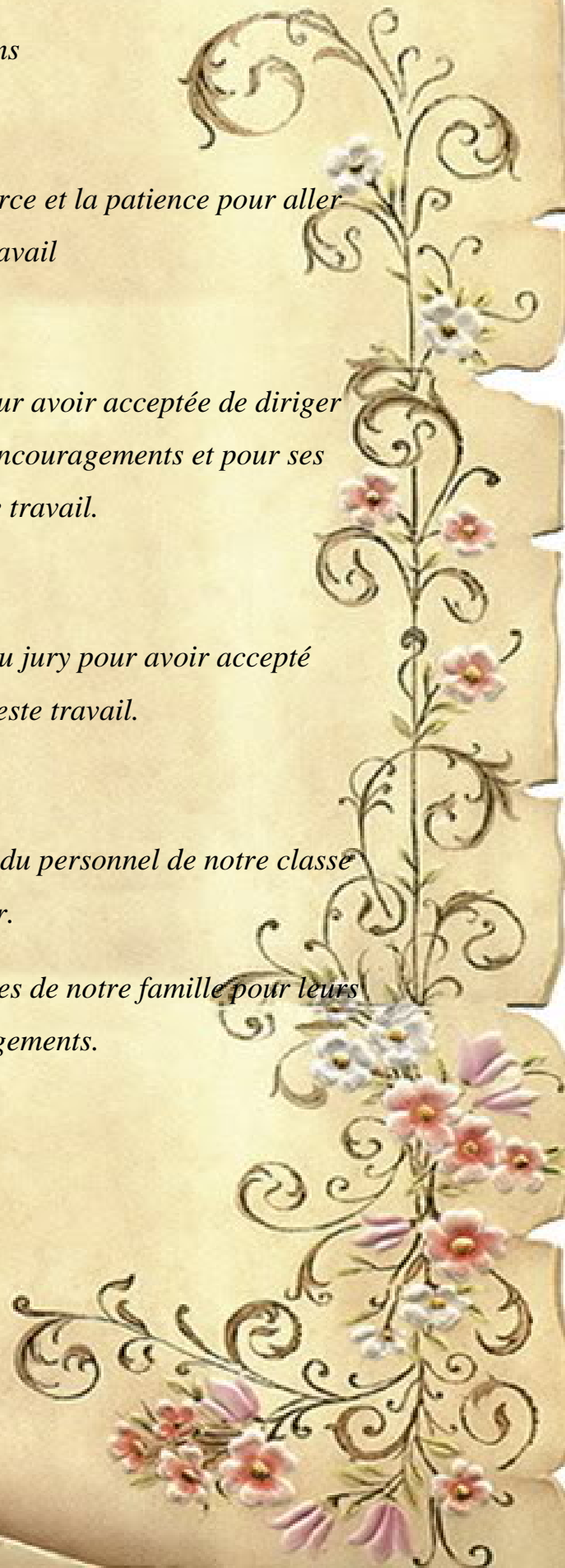
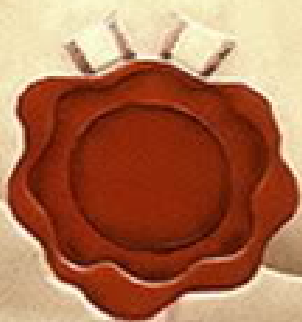
*Nous tenons à remercier Ms .Zouieouiche pour avoir acceptée de diriger  
notre travail, pour son aide précieuse, ses encouragements et pour ses  
conseils tout le long de ce travail.*

*Nous remercions également les membres du jury pour avoir accepté  
d'évaluer et de juger ce modeste travail.*

*Nous remercions également tous les membres du personnel de notre classe  
2<sup>ème</sup> années master.*

*Enfin, nous tenons à remercier tous les membres de notre famille pour leurs  
soutiens et leurs encouragements.*

*Merci...*





## *Dédicace*

Je tiens personnellement à dédicacer ce mémoire à vous mes professeurs, parents, amies et tous ceux qui ont été à mes côtés. Ces 5 années de collaboration avec vous mes professeurs dont plus particulièrement Mr. Zouiouch Mohamed, mon encadreur, m'ont permis de grandir parmi vos connaissances scientifiques et de ne jamais baisser les bras malgré les difficultés rencontrées. Ainsi pour tout ceci, je ne vous en remercierai jamais assez.

Maintenant à ma famille qui est tous les jours auprès de moi, tous d'abord je remercie mon père qui m'a accompagné tout au long de mon cycle scolaire, de m'avoir consacré autant de temps malgré que ça ne soit pas évident en parallèle de son travail, il n'a jamais ronchonné bien au contraire le sourire toujours aux lèvres, il m'a toujours encouragé à en apprendre le plus possible, m'a donné la force de pousser mon savoir parmi d'autres frontières.

A ma mère, ça n'a pas été seulement ma maman chérie ça été ma moitié durant ce long trajet scolaire, ça été ma force physique et mentale, elle m'a soutenue pendant mes heures de travail, bien que ça soit difficile pour elle, en veillant tous simplement à ce que je ne manque de rien afin que je puisse me concentrer sur mes études et ainsi concrétiser son seul souhait soit ma réussite scolaire.

Ensuite mon frère, Ramzi, qui à toujours tenu à soutenir notre père, en le déchargeant un tant soit peu en m'accompagnant lors de mes nombreux trajets. Il m'encourage chaque jour à être la grande réussite de la famille.

Puis à mes autres frères et sœurs, Bessma, Amira, Hammem, Ilies et Yousf et à mes cousines et cousins, présent chaque jours à mes côtés dont je me suis engagé auprès d'eux à les aider et à les pousser le plus loin dans leur études comme on la fait pour moi, je serais ravie de contribuer à leurs réussites prochaines. Pour ne pas oublier ma cousine Selma, toujours présentes à mes côtés malgré la distance qui nous séparent.

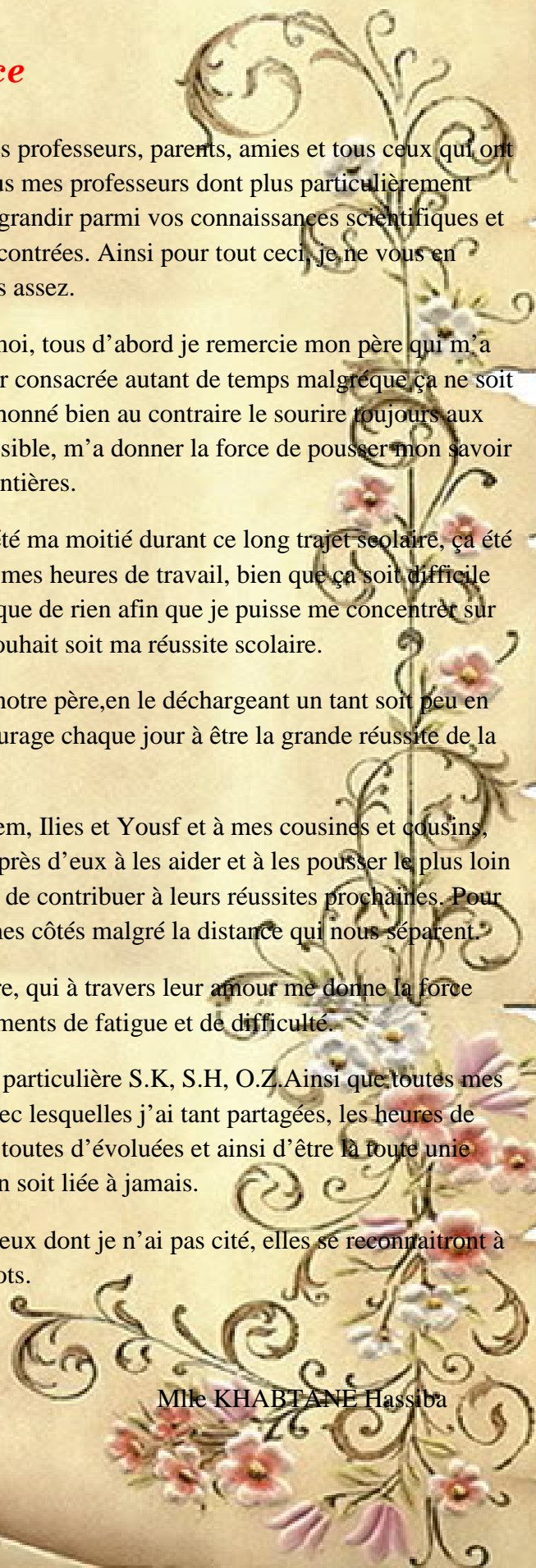
A mes tantes et oncles, à ma grand-mère que j'adore, qui à travers leur amour me donne la force d'avancer et de me relever durant mes moments de fatigue et de difficulté.

Sans oublier les personnes à qui je tiens une affection particulière S.K, S.H, O.Z. Ainsi que toutes mes amies Assia, Houda, Wafa, Wassila, Salima, Mediha avec lesquelles j'ai tant partagées, les heures de travail, les heures de rigolades... qui nous ont permis à toutes d'évoluer et ainsi d'être la toute unie aujourd'hui, en espérant qu'on soit liée à jamais.

Pour conclure, mes remerciements notamment à celles et ceux dont je n'ai pas cité, elles se reconnaîtront à travers ces mots.



Mlle KHABTANE Hassiba



## Dédicace

Dieu tout puissant merci d'être toujours auprès de moi

Je dédie cet humble travail :

A mon cher père

**Alwardi ouannes**

Malgré les grandes responsabilités que vous assumez dans vos travaux ou autant que pères de familles, vous avez été toujours près de nous, pour nous écouter, nous soutenir, nous suivre et nous encourager. Puisse ce travail diminuer vos souffrances et vous porter bonheur

A ma chère mère

**Samiha ouannes**

Pour les heures pleines de bonheur et de tendresse, Pour l'ampleur de tes sacrifices. Pour toi ma chère maman qui mis l'avenir de tes enfants en premiers et les jouissances de la vie terrestre en dernier. Votre encouragements, vos prières sont ce qui m'a poussé et me pousse à rêver et à réaliser mes rêves. Vous êtes ce que j'ai de plus cher au monde et je vous jure qu'aucun mot, ni expression ne saurait exprimer tout mon amour et toute ma gratitude. Merci de faire l'impossible pour moi

A mes chers frères et sœurs

**Aziz, marzouk, madjid, chawki et hakima, souad**

Pour toute l'ambiance dont vous nous avez entouré, pour toute la spontanéité et votre élan chaleureux, Puisse Dieu le tout puissant exhausser tous vos vœux.

A mes chers enfants de ma sœur et mes frères

**Maram, aya, siradj, alaa, ranim, chahin, rawan**

A tout ma famille : spécialement mon oncle hafessi, et ma tante rhifa pour leur affection a la mémoire

A mes chères amies **lamia, dalal, hassiba, walida,**

Avec qui j'ai partagé des moments des plus agréables. A tous ceux qui sont chères, proches de mon coure. Merci d'exister, mon monde sans vous sera sans goût

A Mon voisin « **Mariam** »

A mon Encadreur Ms « **Mouhamed Zouiouche** » qui ma encadre tout au long de mon cycle d'étude et pour le quel je garde une grande admiration.

A tous mes camarades de la promotion **2016-2017** pour les quels je porte un grand respect.

Et surtout ADMV mon mariée « **Abed elghani** » qui m'ont soutenu moralement.

Sous peine de ne pas mentionner une personne, ce travail est dédié à tous qui m'ont encouragé.

**Wafaa ouannes**

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>6</b>
<b>1 Le modèle géométrique</b>	<b>8</b>
1.1 Vibrations harmoniques dans les noyaux sphériques . . . . .	8
1.1.1 Formule classique . . . . .	8
1.1.2 Quantification . . . . .	9
1.1.3 Les vibrations quadripolaires . . . . .	12
1.2 Modèle de rotation-vibration quadripolaire dans des noyaux pair-pair déformés .	14
1.2.1 Hamiltonien de Bohr . . . . .	14
1.2.2 Solution symétrique axiale de la rotation-vibration hamiltonien . . . . .	16
<b>2 Modèle de cluster Microscopique</b>	<b>18</b>
2.1 Introduction . . . . .	18
2.2 Phénomène de cluster . . . . .	18
2.3 L'évolution dynamique d'un noyau coeur-cluster . . . . .	21
2.4 Le choix coeur-cluster . . . . .	24
2.5 Cluster-coeur potentiel . . . . .	25
2.6 Diagonalisation hamiltonien . . . . .	26
2.7 Numéros quantiques et état de Windemuth . . . . .	27
<b>3 Méthode expérimentale pour l'étude de "cluster"</b>	<b>29</b>
3.1 Introduction . . . . .	29
3.2 Choix de cluster . . . . .	29

3.3	Méthode de calcul	30
3.4	Les niveaux d'énergie	33
3.5	discussion	35
	<b>Conclusion</b>	<b>37</b>
	<b>Annexe A</b>	<b>38</b>
	<b>Annexe B</b>	<b>41</b>

# Liste des tableaux

2.1	Les constituants de noyaux de nombres magiques $N$ dans les noyaux avec des formes super-déformées et hyper-déformées. . . . .	21
3.1	La décomposition cœur-cluster des isotopes $Dy$ . . . . .	33

# Liste des figures

Figure I.1 : spectre harmonique pour les modequadripole $\lambda=2$ actupole $\lambda=3$ . . . . .	12
Figure I.2 :spectre typique des bandes pour les noyaux déformé pairpair . . . . .	17
Figure II.1 : Le diagramme de seuil d'Ikeda pour les noyaux avec $\alpha$ -clustering. Les structures de clusters de vraient être proches des seuils de désintégrations associés. . . . .	20
Figure II.2 : Les niveaux d'énergie de l'oscillateur harmonique à symétrie axiale déformées représentés en fonction de la déformation quadripôle (oblateetprolaté, c'est-à-dire valeurs négatives et positives de $\varepsilon$ , respectivement). . . . .	20
Figure III.1 : calculs de $D(A_1, Z_1, A_2, Z_2)$ en fonction de la charge de cluster pour ${}^{158}_{66}Dy$ . . . . .	30
Figure III.2 : calculs de $D(A_1, Z_1, A_2, Z_2)$ en fonction de la charge de cluster pour ${}^{160}_{66}Dy$ . . . . .	31
Figure III.3 : calculs de $D(A_1, Z_1, A_2, Z_2)$ en fonction de la charge de cluster pour ${}^{162}_{66}Dy$ . . . . .	31
Figure III.4 : calculs de $D(A_1, Z_1, A_2, Z_2)$ en fonction de la charge de cluster pour ${}^{164}_{66}Dy$ . . . . .	32
Figure III.5 : calculs de $D(A_1, Z_1, A_2, Z_2)$ en fonction de la charge de cluster pour ${}^{166}_{66}Dy$ . . . . .	32
Figure III.6 : La comparaison entre les spectres d'énergie théorique et expérimentale de ${}^{158}_{66}Dy$ utiliser lecluster ${}^{14}_6C, R = 5.887800fm$ . . . . .	33
Figure III.7 : La comparaison entre les spectres d'énergie théorique et expérimentale de	

$^{162}_{66}Dy$  utiliser le cluster  $^{24}_{10}Ne, R = 9.187200 fm$ . . . . . 34

Figure III.8 : La comparaison entre les spectres d'énergie théorique et expérimentale de

$^{164}_{66}Dy$  utiliser le cluster  $^{24}_{10}Ne, R = 9.187200 fm$ . . . . . 34

Figure III.9 : La comparaison entre les spectres d'énergie théorique et expérimentale de

$^{166}_{66}Dy$  utiliser le cluster  $^{20}_8O, R = 7.891200 fm$ . . . . . 35

# Introduction

Les modèles collectifs ont été une solution pratique pour le problème nucléaire à plusieurs corps. Le point de départ a été le schéma de goutte liquide de Weizsäcker, introduit dans les années trente. La technique a évolué dans les années cinquante au modèle collectif géométrique de Bohr et Mottelson. Dans les années soixante-dix, un modèle algébrique, appelé IBM (Interacting Boson Model) Appar, reliant l'écart entre le modèle géométrique (macroscopique) et (le microscopique).

Halfstادت et Teller proposèrent le modèle des clusters, qui pouvait prédire avec un bon accord l'énergie de liaison des noyaux légers)

Le plus simple modèle nucléaire à envisager est celui du modèle de particule  $\alpha$  qui au fond traduit le fait que le noyau "*He*" est particulièrement stable.

Le but principal de ce mémoire est l'étude du phénomène de cluster dans l'état fondamental de noyau lourd et pair-pair

Ce mémoire englobe trois chapitres organisés comme suit :

Dans le premier chapitre, les différents modèles géométriques tels que les vibrations harmoniques dans Les noyaux sphériques et le modèle vibratoire rotation-quadrupôle dans des noyaux déformés sont passés en revue.

Dans le deuxième chapitre, le modèle de cluster macroscopique est bien détaillé avec l'exposition de l'équation qui le régit modèle. en clusters dans l'état fondamental des noyaux pair-pair.

Le troisième chapitre récapitule les résultats obtenus pour 158-168Dy, suivis par une interprétation de ces résultats avec une confrontation des résultats obtenus avec ceux obtenus expérimentalement ton va interpréter les résultats obtenus, et on va les comparer avec les résultats expérimentaux de Dy et leurs isotopes.

En fin le mémoire est couronné par une conclusion générale et des perspectives pour la continuation des recherches sur le sujet.

# Chapitre 1

## Le modèle géométrique

Le premier modèle nucléaire réussi était une représentation macroscopique du noyau sous forme de milieu continu, la goutte liquide chargée. Ce modèle, valable pour les noyaux moyens et lourds, décrit l'état fondamental et les excitations collectives. Selon un schéma classique, le modèle est ensuite quantifié. Les excitations collectives sont des vibrations de surface de petite amplitude autour d'une forme sphérique ou déformée et d'une rotation.

### 1.1 Vibrations harmoniques dans les noyaux sphériques

#### 1.1.1 Formule classique

Dans le modèle macroscopique, qu'ils ont proposé, le rayon du noyau  $R(\theta, \varphi)$  est développé sur la base des harmoniques sphériques, on pose :

$$R(\theta, \varphi, t) = R_0 \left( 1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right) \quad (1.1)$$

Où  $R_0$  est le rayon du noyau lorsqu'il est à l'équilibre sphérique. Pour une valeur de  $\lambda$  donnée,  $\mu$  prend  $(2\lambda + 1)$  valeur.

Les harmoniques sphériques sont donnés par :

$$Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \varphi) = (-1)^\mu Y_{\lambda, -\mu}(\theta, \varphi) \quad (1.2)$$

Où  $\alpha_{\lambda\mu}(t)$  sont les coordonnées correspondent à la déformation [1] :

$$\alpha_{\lambda\mu}^*(t) = (-1)_{\lambda,-\mu}^{\mu} (t) \quad (1.3)$$

Les déformations multipolaires des premières valeurs de  $\lambda$  peuvent être détaillées comme suivant :

$\lambda = 0$  correspond à la forme sphérique est donnée la déformation mono-polaire.

$\lambda = 1$  décrit la translation de noyaux et correspond à la déformation dipolaire.

$\lambda = 2$  correspond à une déformation quadripolaire.

$\lambda = 3$  correspond à la déformation octupolaire.

Et enfin,  $\lambda = 4$  correspond à une déformation hexadécapolaire [2].

### 1.1.2 Quantification

La quantification des vibrations de la surface nucléaire peut être réalisée en définissant les opérateurs  $\hat{\alpha}_{\lambda u}$  et  $\hat{\pi}_{\lambda\mu}$  en imposant les relations de commutation

$$[\hat{\alpha}_{\lambda u}, \hat{\alpha}_{\lambda' u'}] = 0, \quad [\hat{\pi}_{\lambda\mu}, \hat{\pi}_{\lambda' \mu'}] = 0 \quad (1.4)$$

$$[\hat{\alpha}_{\lambda u}, \hat{\pi}_{\lambda' \mu'}] = i\hbar \delta_{u\mu'} \quad (1.5)$$

Ces relations les relations de commutation peuvent être réalisées par les relations [3]

$$\hat{\pi}_{\lambda\mu} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{\alpha}_{\lambda u}} \quad (1.6)$$

ou

$$\hat{\pi}_{\lambda\mu}^* = (-1)^u \hat{\pi}_{\lambda-\mu} = i\hbar (-1)^{\mu} \frac{\partial}{\partial \alpha_{\lambda-u}} \quad (1.7)$$

Il est plus commode d'exprimer le problème en termes de création et d'anéantissement. Les opérateurs  $b_{\lambda u}^+$  et  $b_{\lambda u}$  sont définis par [3]

$$\hat{\alpha}_{\lambda u} = \left( \frac{\hbar}{2B_{\lambda}\omega_{\lambda}} \right)^{1/2} (b_{\lambda u}^+ + (-)^u b_{\lambda-u}) \quad (1.8)$$

$$\hat{\pi}_{\lambda u} = i \left( \frac{\hbar}{2} B_{\lambda} \omega_{\lambda} \right)^{1/2} \left( (-1)^u b_{\lambda - u}^+ - b_{\lambda u} \right) \quad (1.9)$$

Donc, nous pouvons écrire les opérateurs  $b_{\lambda\mu}$  et  $b_{\lambda\mu}^+$  comme

$$\hat{b}_{\lambda\mu}^+ = \left( \frac{B_{\lambda} \omega_{\lambda}}{2\hbar} \right)^{1/2} \hat{\alpha}_{\lambda\mu} + i \left( \frac{1}{2\hbar B_{\lambda} \omega_{\lambda}} \right)^{1/2} (-1)^{\mu} \hat{\pi}_{\lambda - \mu} \quad (1.10)$$

$$\hat{b}_{\lambda\mu} = \left( \frac{B_{\lambda} \omega_{\lambda}}{2\hbar} \right)^{1/2} (-1)^{\mu} \hat{\alpha}_{\lambda - \mu} + i \left( \frac{1}{2\hbar B_{\lambda} \omega_{\lambda}} \right)^{1/2} \hat{\pi}_{\lambda\mu} \quad (1.11)$$

Les relations de commutation entre les opérateurs prendre la forme ordinaire pour les bosons :

$$[b_{\lambda u}, b_{\lambda' u'}] = 0, \quad [b_{\lambda u}^+, b_{\lambda' u'}^+] = 0 \quad (1.12)$$

$$[b_{\lambda u}, b_{\lambda' u'}^+] = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{uu'} \quad (1.13)$$

Les pseudo-particules créées et anéanties par ces opérateurs  $b_{\lambda u}$  et  $b_{\lambda u}^+$  appelées phonon de moment angulaire  $\lambda$  et projection  $\mu$ , par analogie avec les quanta des vibrations dans les solides.

D'après les règles habituelles de quantification canonique, on obtient la forme quantifiée [3]

$$\hat{H}_{\lambda} = \sum_{\lambda u} \hbar \omega_{\lambda} \left( b_{\lambda u}^+ b_{\lambda u} + \frac{1}{2} \right) \quad (1.14)$$

Où

$$\omega_{\lambda} = \sqrt{\left( \frac{C_{\lambda}}{B_{\lambda}} \right)}$$

Et la fréquence des vibrations  $\lambda$ -pôles.

L'opérateur de nombre de phonon est défini par

$$\hat{N}_{\lambda} = \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} b_{\lambda\mu}^+ b_{\lambda\mu} \quad (1.15)$$

Par conséquent, l'hamiltonien devient

$$\hat{H} = \sum_{\lambda} \hbar \omega_{\lambda} \left( \hat{N}_{\lambda} + \frac{2\lambda + 1}{2} \right) \quad (1.16)$$

Et, nous pouvons facilement montrer que

$$\left[ \hat{H}_\lambda, N_\lambda \right] = 0 \quad (1.17)$$

L'opérateur de moment angulaire collectif est un opérateur de tenseur sphérique qui vérifie les relations régulières de commutation de moment angulaire. On peut montrer que

$$\hat{L}_\mu = C \sum_{\mu' \mu''} \langle \lambda \lambda 1 \mid \mu' \mu'' \mu \rangle \alpha_{\lambda \mu'} \pi_{\lambda \mu''}^* \quad (1.18)$$

Avec

$$C = -i \frac{(-1)^\lambda}{\sqrt{3}} \sqrt{(2\lambda + 1)(\lambda + 1)\lambda} \quad (1.19)$$

Si le noyau n'interagit pas avec un autre système, alors

$$\left[ \hat{H}_\lambda, L^2 \right] = \left[ \hat{H}_\lambda, L_z \right] = 0 \quad (1.20)$$

Les états propres de cet hamiltonien peuvent ensuite être étiquetés par  $|NIM\rangle$ , où N est le nombre de phonons, I le moment angulaire total et M sa z-projection

Si  $N_\lambda$  est la valeur propre  $\hat{N}_\lambda$  de les énergies des states seront écrites comme suit

$$E = \sum_\lambda \hbar \omega_\lambda \left( N_\lambda + \frac{2\lambda + 1}{2} \right) \quad (1.21)$$

Où  $N_\lambda$  est le nombre total de phonons, et chaque phonon porter l'énergie quanton  $\hbar \omega_\lambda$  de l'énergie de la carie aude phonons

Pour les états phonons supérieurs, il faut introduire l'effet de parité des phonons (le moment angulaire total est nul).

Le spectre harmonique typique des vibrations quadruple et octupole est illustré à

la figure .1.

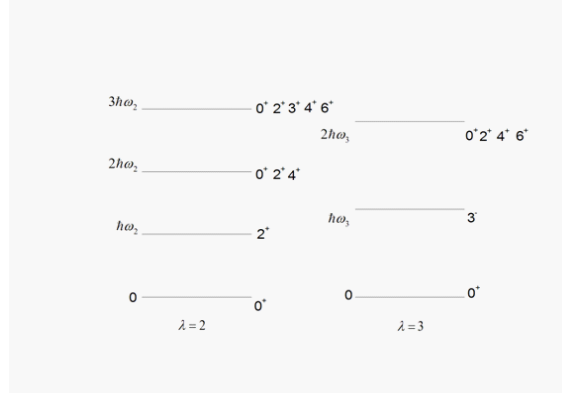


Figure I.1 : spectre harmonique pour les modequadrupole  $\lambda=2$  actupole $\lambda=3$

### 1.1.3 Les vibrations quadripolaires

Le mode avec  $\lambda = 2$ , sont les modes de symétriques principaux du noyaux et considérés comme les excitations collectives les plus importantes dans les noyaux associés à la parité positive. L'opérateur de moment angulaire devient

$$\hat{L}_\mu = -i\sqrt{10} [\hat{\alpha} \times \hat{\pi}^*]_\mu^1 \quad (1.22)$$

Sa forme de deuxième quantification est

$$\hat{L}_\mu = \sqrt{10}\hbar \sum_{\mu' \mu''} \langle 221 | \mu' \mu'' \mu \rangle (-1)^{\mu'} b_{2\mu''}^+ b_{2-\mu'} \quad (1.23)$$

$b_{2\mu}^+$  Crée un phonon avec une projection de moment angulaire  $\mu$ .

Un cas spécial est pour  $\mu = 0$ . La somme peut être ensuite évaluée pour donner le résultat

$$\hat{L}_0 = \hbar \sum_{\mu} \mu b_{2\mu}^+ b_{2-\mu} \quad (1.24)$$

Dans ce mode,on peut écrire l'hamiltonien dans la forme suivante

$$H = \hbar\omega_2 \sum_{\mu=-2}^2 b_{2\mu}^+ b_{2\mu} + \frac{5}{2} = \hbar\omega_2 \left( \hat{N}_2 + \frac{5}{2} \right) \quad (1.25)$$

Où

$$N_2 = \sum_{\mu=-2}^2 b_{2\mu}^+ b_{2\mu} \quad (1.26)$$

Est l'opérateur du nombre de phonon

L'énergie et l'état propre correspondant sont respectivement

$$E = \hbar\omega_2 \left( N_2 + \frac{5}{2} \right) \quad (1.27)$$

Et

$$|N_2, I, M\rangle$$

L'état du phonon vide est l'état fondamental

$$H_2 |N_2 = 0, I = 0, M = 0\rangle = \frac{5}{2} \hbar\omega_2 |N_2 = 0, I = 0, M = 0\rangle \quad (1.28)$$

L'état d'un seul phonon  $|N_2 = 1, I = 2, M = 0\rangle$  est le premier état excité.

$$|N_2 = 1, I = 2, M = \mu\rangle = b_{2\mu}^+ |N_2 = 0, I = 0, M = \mu\rangle \quad (1.29)$$

L'état des deux phonons est le deuxième état excité,  $I = 0, 2, 4$ .

$$|N_2 = 2, I, M = \mu\rangle = \sum_{\mu_1 \mu_2} \langle 2\mu_1 2\mu_2 | I\mu \rangle b_{2\mu_1}^+ b_{2\mu_2}^+ |0\rangle \quad (1.30)$$

L'état des trois phonons  $I = 0, 2, 3, 4, 6$ .

$$|N_2 = 3, I, M = \mu\rangle = \sum_{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \langle 2\mu_1 2\mu_2 | I_0 \mu_0 \rangle \langle I_0 \mu_0 2\mu_3 | I\mu \rangle b_{2\mu_1}^+ b_{2\mu_2}^+ b_{2\mu_3}^+ |0\rangle \quad (1.31)$$

## 1.2 Modèle de rotation-vibration quadripolaire dans des noyaux pair-pair déformés

### 1.2.1 Hamiltonien de Bohr

Le modèle de rotation-vibration traite les noyaux qui ont une configuration d'équilibre déformée et avoir un symétrie axiale dans l'énergie potentielle collective. L'hamiltonien nucléaire du quadripole collectif définir par forme

$$\hat{H} = \frac{1}{2} B_2 \sum_u \dot{\alpha}_{2u}^* \dot{\alpha}_{2u} + V(\alpha_{2u}) \quad (1.32)$$

L'énergie cinétique collective dans le système de laboratoire est donnée à l'ordre le plus bas dans les variables collectives par

$$\hat{T} = \frac{1}{2} B_2 \sum_u \dot{\alpha}_{2u}^* \dot{\alpha}_{2u} \quad (1.33)$$

Il doit être transformé en coordonnées intrinsèques en utilisant les relations

$$\alpha_{2u} = \sum_{\nu} D_{u\nu}^2 * (\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3) \alpha_{2\nu} \quad (1.34)$$

$$\alpha_{2u} = \sum_{\nu} D_{u\nu}^2 (\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3) \alpha_{2\nu} \quad (1.35)$$

L'énergie cinétique doit être exprimée en termes de moments angulaires autour des axes fixés au corps, car seulement de cette manière les moments d'inertie seront constants pendant la rotation

Les coordonnées intrinsèques peuvent être choisies de sorte que

$$a_1 = a_{-1} = 0 \quad (1.36)$$

$$a_2 = a_{-2} \quad (1.37)$$

Hill et Wheeler introduire les deux forme définissant les paramètres  $\beta$  et  $\gamma$  par

$$a_0 = \beta \cos \gamma \quad (1.38)$$

$$a_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \beta \sin \gamma \quad (1.39)$$

L'énergie potentielle  $(a_0, a_2)$  est donnée par

$$\begin{aligned} V(a_0, a_2) = & \frac{1}{2} C_2 (a_0^2 + 2a_2^2) + \sqrt{\frac{2}{35}} C_3 a_0 (6a_2^2 + 2a_0^2) \\ & + \frac{1}{5} C_4 (a_0^2 + 2a_2^2)^2 + \dots \end{aligned} \quad (1.40)$$

Pour les noyaux bien déformés, on peut développer le potentiel autour de la position d'équilibre de la position d'équilibre  $(\beta_0, \gamma_0)$  pour obtenir

$$V(\beta, \gamma) = V(\beta_0, \gamma_0) + \frac{1}{2} C_\beta (\beta - \beta_0)^2 + \frac{1}{2} C_\gamma (\gamma - \gamma_0)^2 \quad (1.41)$$

L'énergie cinétique est écrire en termes d'angles d'Euler et de variables intrinsèques

$$\hat{T} = \frac{1}{2} \sum_k \frac{I_k^2}{2J_k(\alpha_\nu)} + \frac{1}{2} B (\dot{\alpha}_0^2 + 2\dot{\alpha}_2^2) \quad (1.42)$$

Où  $J_k$  est le moment d'inertie qui est donné par

$$J_k = 4B\beta^2 \sin^2 \left( \gamma - \frac{2k\pi}{3} \right), \quad k = 1, 2, 3 \quad (1.43)$$

Ou en termes de coordonnées Hill Wheeler :

$$\hat{T} = \frac{1}{2} B \left( \dot{\beta}^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2 \right) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 J_k \omega_k^2 \quad (1.44)$$

Enfin, la forme quantifiée de l'hamiltonien (Bohr hamiltonien) peut être écrite comme

$$\hat{H} = \sum_k \frac{I_k^2}{2J_k(\beta, \gamma)} - \frac{\hbar^2}{2B} \left[ \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right] + V(\beta, \gamma) \quad (1.45)$$

Pour découper la rotation et la vibration, on peut développer les moments d'inertie comme suit

$$\frac{1}{J_i(\beta, \gamma)} = \frac{1}{J_i(\beta_0, \gamma_0)} + \frac{1}{i!} \left( \frac{\partial}{\partial \beta} \frac{1}{J_i(\beta, \gamma)} \right)_{\beta_0, \gamma_0} (\beta - \beta_0) + \frac{1}{i!} \left( \frac{\partial}{\partial \gamma} \frac{1}{J_i(\beta, \gamma)} \right)_{\beta_0, \gamma_0} (\gamma - \gamma_0) + \dots \quad (1.46)$$

L'hamiltonien du modèle de rotation-vibration se sépare en trois termes

$$\hat{H} = \hat{H}_{rot} + \hat{H}_{vib} + \hat{H}_{rot\ vib} \quad (1.47)$$

Les fonctions propres de  $I^2, I_z, I_3$ , sont données par

$$|IMK\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D_{MK}^I * (\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3) \quad (1.48)$$

Où  $I$  le moment angulaire total et ses composants  $I_z$  et  $I_3$  (dont les valeurs propres sont respectivement  $M$  et  $K$ ).

### 1.2.2 Solution symétrique axiale de la rotation-vibration hamiltonien

Dans l'hamiltonien du modèle de rotation-vibration, qui est donné par l'équation 1.47, le  $\hat{H}_{vibrot}$  c'est une petite perturbation ; On peut le traiter soit dans la théorie des perturbations, soit par la diagonalisation [4].

Eliminer le terme  $\hat{H}_{vibrot}$ , L'hamiltonien d'un noyau bien déformé qui est symétrique axiale

$$H = \frac{I^2 - I_3^2}{2J_0} + T_\nu + \frac{1}{2} C_\beta (\beta - \beta_0)^2 + \frac{1}{2} C_\gamma (\gamma - \gamma_0)^2 \quad (1.49)$$

Les états propres sont symétriques en utilisant les opérateurs  $R_1$  et  $R_2$  de rotation et pour obtenir

$$|\psi_{MK}^I\rangle + g_K(\beta, \gamma) \left\{ |IMK\rangle + (-)^I |IM(-K)\rangle \right\} \quad (1.50)$$

Où  $K$  un entier pair et

$$I = \begin{cases} 0, 2, 4, \dots \text{ for } K = 0 \\ K, K + 1, K + 2, \dots \text{ for } K \neq 0 \end{cases} \quad (1.51)$$

L'énergie totale associée aux fonctions de l'onde totale est donnée par

$$E_{I,K,n_\beta,n_\gamma} = \hbar\omega_\beta \left( n_\beta + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_\gamma \left( 2n_\gamma + \frac{1}{2} |K| + 1 \right) + \frac{\hbar^2(I(I+1)-K^2)}{2J_0} \quad (1.52)$$

$$n_\beta = 0, 1, 2, \dots \text{ et } n_\gamma = 0, 1, 2, \dots \quad (1.53)$$

Les bandes du spectre de la figure I.2 sont caractérisées par des nombres quantiques  $(K, n_\beta, n_\gamma)$  et suivent la règle  $I(I+1)$  du rotor rigide. Les bandes inférieures sont définies comme suit :

1. La bande de l'état fondamental, contenant les états  $|IM000\rangle$  avec  $I$  paire.
2. La bande  $\beta$ , composée des états avec un quantum de vibration ajouté dans la direction  $\beta$  et lié à l'énergie  $\hbar\omega = \hbar(C_0/B)^{1/2} = E_\beta$  au-dessus des états fondamentaux.
3. La bande de vibration  $\gamma$ , est définie comme  $|IM200\rangle$
4. Les bandes  $\gamma$  supplémentaires existent avec différentes combinaisons de  $K, n_\beta$  et  $n_\gamma$

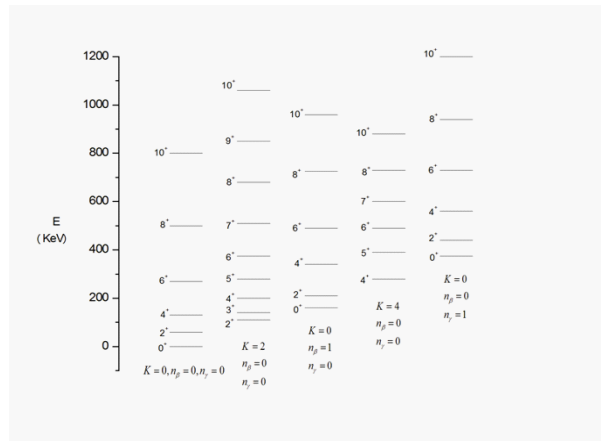


Figure I.2 : spectre typique des bandes pour les noyaux déformés pair-pair

## Chapitre 2

# Modèle de cluster Microscopique

### 2.1 Introduction

L'étude de la structure nucléaire en clusters dans l'état fondamental des noyaux et plus précisément dans les noyaux pair-pair a fait l'objet de nombreuses recherches aussi bien expérimentales que théoriques.

Au cours de ce chapitre, nous détaillerons les multiples aspects théoriques, Phénoménologiques de l'étude de la structure dite en clusters dans les noyaux.

### 2.2 Phénomène de cluster

La formation de cluster est un aspect fondamental de la dynamique nucléaire de plusieurs corps avec un champ moyen. Les aspects de cluster apparaissent considérablement dans de nombreux problèmes notamment sur la structure nucléaire ainsi que les collisions nucléaires. La coexistence de l'aspect clustering et l'aspect des particules single est une propriété unique des systèmes nucléaires de plusieurs corps [5].

L'hypothèse fondamentale de ce modèle est tel que les noyau peuvent être décrits précisément en terme de système de deux composants de noyau, qui interagissent par un potentiel local approfondi. Récemment, Buck et Al a proposé que le choix soit effectué à partir de l'énergies de liaison du cluster et du cœur [6].

Dans les noyaux légers stable, il est bien connu que la structure de cluster avoir une impor-

tance fondamentale. La région des noyaux stables très légers où  $A$  est à peu près moins de 10, la structure de cluster apparaît dans les états fondamentaux. Dans la région de noyaux stables de masse très lourde, cependant, le champ moyen est formé en l'état fondamental et la structure de cluster apparaît dans des états excités.

Les états dont les noyaux ont des clustérisations de  $\alpha$ -particules avec  $N = Z$  ne sont pas trouvés typiquement dans les états fondamentaux, mais sont observés comme des états excités proches des seuils de désintégration à cluster, comme c'était le cas proposé en 1968 par Ikeda. Le diagramme d'Ikeda est illustré à la Fig. 1, représente l'énergie d'excitation pour les différents constituants de clusters de noyau. Sa fonction leur nombre massique. La claire prédiction est que les structures de cluster sont principalement proches des seuils de désintégration à cluster.

le phénomène de clustering expliqué des états dans les noyaux légers qui ne sont pas reproduits par le modèle de couche.

Cependant, le modèle de couche joue un rôle important dans l'émergence de cluster et notamment dans la description des

formes nucléaires de déformation spéciales.

Cette connexion est illustrée par la propriété des niveaux d'énergies dans l'oscillateur harmonique déformé, représenté sur la Fig II.2. Les nombres dans les cercles correspondent aux nombres des nucléons, qui peuvent être placés dans les points de croisement des orbites. La déformation nulle, il y a la familière séquence de nombres magiques qui serait associée à des couches sphériques fermées et la dégénérescence associée.

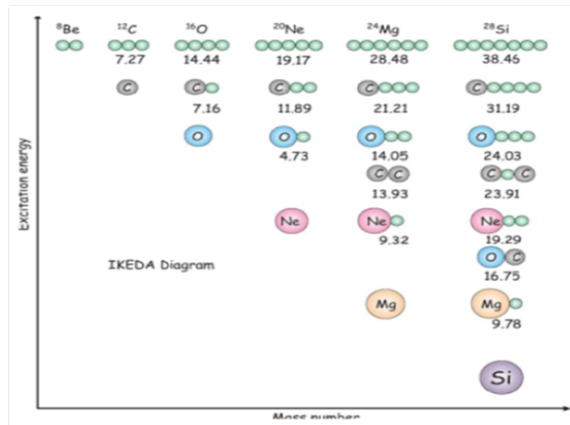


Figure II.1 : Le diagramme d'Ikeda : Différentes sous-structures prédites par le modèle d'Ikeda les énergies des seuil, i.e. Les énergies de séparation en sous-structures, sont indiquées sur la figure en (MeV).

C'est énergies sont nécessaires pour la séparation du noyau normal dans les structures indiquées dans MeV [7].

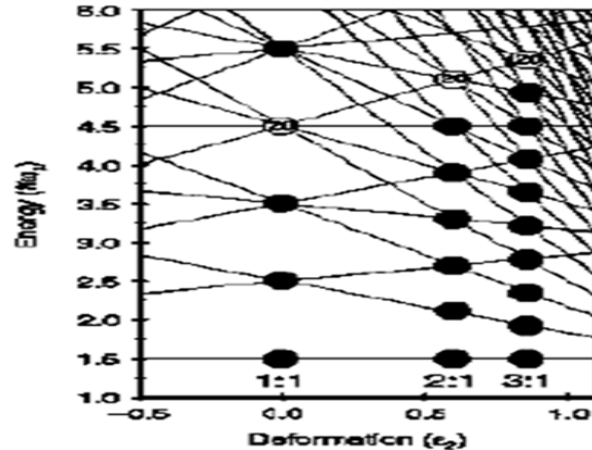


Figure II.2 : Les niveaux d'énergie de l'oscillateur harmonique à symétrie axiale déformées représentés en fonction de la déformation quadripôle (oblateetprolaté, c'est-à-dire valeurs négatives et positives de  $\epsilon$ , respectivement).

Les nombres dans les cercles correspondent au nombre de nucléons, qui peut être placés dans les points de croisement.

- A la déformation (1 :1) il y a une groupe des nombres magiques de, 2, 8, 20, 28, 50,...etc
- A la déformation de (2 :1) super-déformé est lié à la structure de noyau et composé de deux clusters, par exemple :  $2 + 2 = 4$ ,  $2 + 8 = 10$ ,  $8 + 8 = 16$ ... , dont il y a un groupe des nombres magiques 4, 10, 16, 28, 40,... etc (table2-1).
- A la déformation de (3 :1) hyperdéformé est lié à la structure de noyau et composé de trois clusters, dont il y a un groupe des nombres magiques 6, 12, 18, 24, 36,..... etc [8]

nbr magiques des 2 :1	Sphériques nbr magiques	configuration de cluster	nbr magiques des 3 :1	Sphériques nbr magiques	configuration de cluster
4	2 + 2	$\alpha + \alpha$	6	2 + 2 + 2	$\alpha + \alpha + \alpha$
10	8 + 2	$\alpha + \frac{16}{8} O$	12	2 + 8 + 2	$\alpha + \frac{16}{8} O + \alpha$
16	8 + 8	$\frac{16}{8} O + \frac{16}{8} O$	18	8 + 2 + 8	$\frac{16}{8} O + \alpha + \frac{16}{8} O$
28	20 + 8	$\frac{40}{20} Ca + \frac{16}{8} O$	24	8 + 8 + 8	$\frac{16}{8} O + \frac{16}{8} O + \frac{16}{8} O$
40	20 + 20	$\frac{40}{20} Ca + \frac{40}{20} Ca$	36	8 + 20 + 8	$\frac{16}{8} O + \frac{40}{20} Ca + \frac{16}{8} O$

Table 2.1 – Les constituants de noyaux de nombres magiques  $N$  dans les noyaux avec des formes super-déformées et hyper-déformées.

### 2.3 L'évolution dynamique d'un noyau cœur-cluster

Le plus simple calcul de possible couple de cluster model a été montré pour beaucoup caractéristiques observées des noyaux léger

L'hypothèse basique de ce modèle est que ces noyaux peut-être décrit avec précision en fonction d'un système deux composants de noyaux. Nous considérons d'abord un noyau.  $(ZT; AT)$  décomposé dans la configuration de cœur cluster  $(Z1; A1) + (Z2; A2)$  qui Interagissant par un potentiel local approfondi. Si le noyau parent peut se diviser en un cluster et cœur qui sont à la fois doublement magiques, alors ce sera la combinaison la plus favorisée. Dans le cas présent, où une ou les deux noyaux peuvent être excités, nous devons résoudre un ensemble de l'équation de Schrodinger couplée pour trouver les fonctions d'onde souhaitées et les valeurs propres correspondante. Considérons la réaction de deux corps décrite par la Hamiltonien

$$H = T + H_1(r_1) + H_2(r_2) + V(r_1, r_2) \quad (2.1)$$

Où  $T$  est l'opérateur de l'énergie cinétique pour le mouvement relatif,  $V$  est l'interaction de couplage et  $H_1$  et  $H_2$  sont le Hamiltonien de deux noyaux.

pour le cluster, on trouve :

$$H_1(r_1)\Phi_{In Kn}(r_1) = \varepsilon_{na}\Phi_{In Kn}(r_1) \quad (2.2)$$

Où  $\Phi_{In Kn}(r_1)$  est la fonction d'onde de cluster dans l'état  $n$  de l'énergie  $\varepsilon_{na}$ , où  $Kn$  est le Spin et  $In$  est le projection. On trouve les états liés de l'hamiltonien de l'équation (2.1).

Si la fonction d'onde du système total est  $\psi_{JM}(r, R)$ , l'équation Schrödinger est :

$$H\psi_{JM}(r, R) = E_j\psi_{JM}(r, R) \quad (2.3)$$

Où  $E_j$  est l'énergie totale de système à l'état  $\psi_{JM}(r, R)$ . Cette fonction d'onde totale peut être développée dans les termes des fonctions radiales et des sphériques harmoniques

$$\psi_{JM}(r, R) = \sum_{nlm} \chi_{nl}(r) y_{lm}(\theta, \phi) \quad (2.4)$$

Si nous substituons le développement de l'équation (2.3) à l'équation de Schrödinger. Les énergies et des fonctions d'ondes du mouvement relatif sont obtenues en résolvant le radial de Schrödinger [9]

$$\frac{-\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 X_{nl}}{dr^2} + \left[ \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} + V_N(r) + V_C(r) \right] X_{nl} = E_{nl} X_{nl}(r) \quad (2.5)$$

La description de modèle de cluster d'un noyau donné est l'identité du cluster et du noyau à utiliser, Qui suggère d'apparaître une structure semblable à une molécule nucléaire, son énergie d'excitation doit être près ou au-dessus de l'énergie de seuil pour la dissolution dans les clusters constitutives (et également en dessous de haut de la barrière potentielle)

Afin de résoudre l'équation de Schrödinger un système de base  $\{|u_i\rangle\}$  est nécessaire. Cette base est inconnue donc nous avons choisi la base isotopique qui est l'oscillateur harmonique  $|Nlm\rangle$  représenté par une matrice dont les éléments sont donnés par [4] :

$$H_{ij} = \langle u_i | u_j \rangle \quad (2.6)$$

Où

$$u = \sum_{Nlm} C_{Nlm} \chi_{Nl}(r) Y_{Nl}(\Omega) \quad (2.7)$$

et

$$H_{ij} = \int \chi_{N_i l_i}^*(r) Y_{l_i m_i}^*(\theta, \phi) H \chi_{N_i l_i}(r) Y_{l_j m_j}(\theta, \phi) r^2 dr d\Omega_j \quad (2.8)$$

En appliquant la base  $\{|u_i\rangle\}$  sur  $H$  hamiltonien on trouve :

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \int \chi_{N_i l_i}^*(r) Y_{l_i m_i}^*(\theta, \phi) \left[ \frac{-\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 \chi_{Nl}}{dr^2} + \left( \frac{\vec{L}^2}{2\mu r^2} + V_N(r) + V_C(r) \right) \right] \chi_{N_i l_i}(r) Y_{l_j m_j}(\theta, \phi) r^2 dr d\Omega_j \\ &= \int \chi_{N_i l_i}^*(r) \left[ \frac{-\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 \chi_{Nl}}{dr^2} + \left( \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} + V_N(r) + V_C(r) \right) \right] \chi_{N_i l_i}(r) r^2 dr \int Y_{l_i m_i}(\theta, \phi) Y_{l_j m_j}(\theta, \phi) d\Omega \end{aligned} \quad (2.9)$$

où

à partir de la condition de normalisation :

$$\sum_{Nlm} |C_{Nlm}|^2 = 1 \text{ où } N = 2(n-1) + l \quad (2.11)$$

les valeur propre de  $\vec{L}^2$  dans l'état  $\psi$  est :

$$\vec{L}^2 \psi = \hbar^2 l(l+1) \psi \quad (2.12)$$

$d\Omega$  l'angle solide où

$$d\Omega = \sin(\theta) d\theta d\Phi \quad (2.13)$$

À partir l'orthogonalition d' harmonique sphérique :

$$\int Y_{l_i m_i}^*(\theta, \phi) Y_{l_j m_j}(\theta, \phi) d\Omega = \delta_{l_i l_j} \delta_{m_i m_j} \quad (2.14)$$

Si

$$l_i = l_j = L \text{ et } m_i = m_j \quad II.31$$

On trouve :

$$H_{ij} = \int \chi_{N_i l_i}^*(r) \left[ \frac{-\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 \chi_{Nl}}{dr^2} + \frac{\hbar^2 L(L+1)}{2\mu r^2} + V_N(r) + V_C(r) \right] \chi_{N_i l_i}(r) r^2 dr \quad (2.15)$$

Finalement, la diagonalisation de l'Hamiltonien nous donne les états propres (fonctions d'onde) et les valeurs propres (leur énergie de liaison).

## 2.4 Le choix coeur-cluster

Le choix de la décomposition appropriée du coeur-cluster d'un noyau donné est clairement importance fondamentale quand d'application d'un modèle de cluster à ce noyau. Nous supposons que les modes préférés de clustérisassions binaire sont associés aux plus grandes stabilités de coeur et de cluster. Sur toutes les partitions possibles d'un noyau de charge totale et de masse  $(Z_T; A_T)$  dans un coeur  $(Z_1; A_1)$  et un cluster  $(Z_2; A_2)$ , nous cherchons donc les maximum de la quantité [9]

$$D(1, 2) = [B_A(A_1, Z_1) - B_M(A_1, Z_1)] + [B_A(A_2, Z_2) - B_M(A_2, Z_2)] \quad (2.16)$$

Où, BA est l'énergie de liaison réelle et BM est une l'énergie donnée par le modèle de goutte liquide

L'énergie de liaison BM est calculée à partir de la formule de Weizsäcker

$$B_M = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N - Z)^2}{A} + \delta(A) \quad (2.17)$$

$$\alpha_v = 15.56 \text{ Mev}, \quad \alpha_s = 17.23 \text{ Mev}, \quad \alpha_c = 0.7 \text{ Mev}, \quad \alpha_a = 23.285 \text{ Mev} \quad (2.18)$$

Pour un noyau donné, lorsque les conditions  $A_1 = A_T - A_2$  et  $Z_1 = Z_T - Z_2$  sont appliquées,  $D(1, 2)$  reste une fonction de deux variables indépendantes, de la masse et de la charge du cluster  $(A_2, Z_2)$ . Un plus simple forme de  $D(1, 2)$  résultant de l'observation que les transitions de dipôle électrique entre les états de parités opposé dans les bassebandes dans les noyaux lourds sont très faibles. Une contrainte supplémentaire découle de la petitesse observée des rapports  $B(E1)/B(E2)^{***}$  dans les noyaux lourds. Cela exige que

$$\frac{Z_1}{A_1} = \frac{Z_2}{A_2} = \frac{Z_T}{A_T} \quad (2.19)$$

Dans l'équation générale (2.9), on obtient des valeurs non entier de  $(A_1, Z_1)$  et  $(A_2, Z_2)$  qui

peuvent être Interprétées comme des moyennes du convenablement mélange pondérés de cœur et de cluster. Alor D reste une fonction d'un seul variable, la charge de cluster moyenne  $\langle Z_2 \rangle$ . Dans les calculs actuels, pour chaque charge de cluster  $Z_2$ , les masses,  $A_2$  et  $A_2 + 2$ , sont satisfaires cette contrainte non dipôle [10]

$$\frac{Z_2}{A_2} \geq \frac{Z_T}{A_T} \geq \frac{Z_2}{(A_2 + 2)} \quad (2.20)$$

Le critère de stabilité maximum a été appliqué avec succès à certaines parties du tableau périodique où le choix de cœur et de cluster n'est pas évident. Cependant, pour les noyaux de demi-couche, cette méthode donne des résultats pauvres, peut-être en raison des changements de forme du noyau ou du cluster [11].

## 2.5 Cluster-cœur potentiel

La forme adoptée pour le potentiel de cluster-cœur  $V(r)$  [12]

$$V_{int}(r, R) = V_N(r, R) + V_c(r, R) + \frac{2(l + 1/2)^2}{2\mu r} \quad (2.21)$$

Où,  $V_N$  est le potentiel modifié de Wood-Saxon nucléaire

$$V_N(r, R) = -\frac{A_1 A_2}{A} V_0 \frac{F(r, R, x, a)}{F(0, R, x, a)} \quad (2.22)$$

$V_0, x$  et  $a$  sont les valeurs des paramètres indiquées dans la section (II-9-1-1)

Où

$$F(r, R, x, a) = \left[ \frac{x}{1 + \exp[(r - R)/a]} + \frac{1 - x}{(1 + \exp[(r - R)/3a])^3} \right] \quad (2.23)$$

Les analyses d'une diffusion élastique ont montré que les potentiels optiques utilisant la forme de Saxon-wood ( $SW$ ) ne permettent pas de produire les détails des sections efficaces expérimentales. Pour les noyaux légers, Des variantes basées sur la forme ( $SW$ )<sup>2</sup> ont été utilisées dans les études états lié de  $\alpha$ -cluster. Dans des analyses similaires impliquant les noyaux du tableau périodique, plusieurs auteurs ont trouvé mieux d'employer la forme mixte de ( $SW$ ) +

(SW) 3 [13]

$$Vr = V_0 \left[ \frac{x}{1+\exp[(r-R)/a]} + \frac{1-x}{(1+\exp[(r-R)/3a])^3} \right] = V_0 F(r, R, x, a) \quad (2.24)$$

En outre,  $V_C$  est le potentiel général de Coulomb pris pour être celui qui agit entre une uniformité le noyau sphérique chargé du rayon  $R$  et un groupe de points, définit complètement le cœur-cluster interaction [14].

$$V_C = C/r \quad r \geq R \quad (2.25)$$

$$V_C = C \frac{3 - (r/R)^2}{2R} \quad r \leq R \quad (2.26)$$

## 2.6 Diagonalisation hamiltonien

Afin de résoudre numériquement l'équation de Schrodinger, un système de la base d'états  $\{|u_i\rangle\}$  est nécessaire. Nous avons choisi les états propres l'oscillateur harmonique isotopique  $N_{lm}$  (voir l'annexe A).  $H$  est alors représenté par une matrice dont les éléments sont donnés par

$$H_{ij} = \{\langle u_i | H | u_j \rangle\} \quad (2.27)$$

$$H_{ij} = \int \chi_{N_i l_i}(r) Y_{l_i m_i}(\theta, \phi) H \chi_{N_j l_j}(r) Y_{l_j m_j}(\theta, \phi) r^2 dr d\Omega \quad (2.28)$$

$$\psi = \sum_{Nlm} C_{Nlm} \chi_{Nl}(r) Y_{Nl}(\Omega) \quad (2.29)$$

La fonction radiale  $\chi_{N_j l_j}(r)$  sont donnés par (I-9) et  $N = 2(n-1) + l$ .

Si  $H$  a une symétrie sphérique alors

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \int \chi_{N_i l_i}(r) Y_{l_i m_i}^*(\theta, \phi) \left[ \frac{-\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 \chi_{Nl}}{dr^2} + \left[ \frac{\hbar^2 \bar{L}^2}{2\mu r^2} + V_N(r) + V_C(r) \right] \right] \chi_{N_j l_j}(r) Y_{l_j m_j}(\theta, \phi) r^2 dr \\ &= \int \chi_{N_i l_i}(r) \left[ \frac{-\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 \chi_{N_i l_i}}{dr^2} + \left[ \frac{\hbar^2 l_i(l_i+1)}{2\mu r^2} + V_N(r) + V_C(r) \right] \right] \chi_{N_j l_j}(r) r^2 dr Y_{l_i m_i}^*(\theta, \phi) Y_{l_j m_j}(\theta, \phi) \end{aligned}$$

De l'orthogonalité des harmoniques sphériques

$$\int Y_{l_i m_i}^*(\theta, \phi) Y_{l_j m_j}(\theta, \phi) d\Omega = \delta_{l_i l_j} \delta_{m_i m_j} \quad (2.30)$$

Si

$$l_i = l_j = L \text{ et } m_i = m_j \quad II.31 \quad (2.31)$$

$$H_{ij} = \int \chi_{N_i l_i}(r) \left[ \frac{-\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2 L(L+1)}{2\mu r^2} + V_N(r) + V_C(r) \right] \chi_{N_j l_j}(r) r^2 dr \quad (2.32)$$

$$\psi = \sum_{Nlm} C_{Nl} \chi_{Nl}(r) Y_{lm}(\Omega) \quad (2.33)$$

La base de l'oscillateur harmonique est infinie, une troncature est alors nécessaire. Pour un  $L$  donné,  $H_{ij}$  est calculé. La valeur maximum de  $N$  est liée à la convergence du calcul

## 2.7 Numéros quantiques et état de Wildermuth

Pour simplifier, nous considérons d'abord un noyau  $(Z_T, A_T)$  décomposé dans le configuration cœur et cluster  $(Z_1, A_1) + (Z_2, A_2)$ . Les états possibles de ce système classifié en bandes, avec chaque bande indiquée par le valeur du nombre quantique global  $G = 2N + L$ , où  $N$  est le nombre de nœuds et  $L$  le moment angulaire d'un état dans la bande. Une valeur paire de  $G$  correspond à une bande d'états de parité positive.

$$L\pi = 0^+, 2^+, 4^+, \dots, G^+ \quad (2.34)$$

les conditions semi-classique pour les états d'une bande caractérisé par une valeur fixe de  $G$  est [7]

$$\int_{r_2}^{r_1} dr \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - V_{int}(r, R)] = (G - L + 1) \frac{\pi}{2} \quad (2.35)$$

Où,  $r_1$  et  $r_2$  sont les deux points de retournement classiques intérieur et  $\mu$  est la masse réduite de la décomposition du cœur-cluster.  $V$  est le potentiel d'interaction entre le cluster et le cœur qui dépend de la distance relative  $r$  et du rayon de cœur  $R$ .

Le choix de la valeur  $G$  est mené par la condition de Wildermuth et le modèle de couche. Si nous décrivons les orbitales du nucléon de cluster et cœur par une fonction d'onde de oscillateur harmonique, la valeur minimale possible de  $G$  pourrait être obtenu en exigeant que tous les nucléons du cluster occupent des états au-dessus de la surface de Fermi du noyau de cœur.

les Condition Wildermuth, pour les noyaux légers avec  $N < 82$  en utilisant, par exemple,

$G = 4, 8, 12$  et  $16$  pour la bande des états fondamentaux de  $\alpha$  plus cœur fermés  $8Be$ ,  $20Ne$ ,  $44Ti$  et  $94Mo$ , respectivement.

Pour la plus faible de ces bandes dans la région de masse  $A_T \approx 150$ , elles ont utilisé  $G = 4A_2$  et où  $A_2$  est le nombre de masse du cluster. Cette prescription pour  $G$  pour la bande de l'état fondamental est compatible avec les traitements des noyaux d'actinides, où les noyaux de cluster étaient en dehors de couches  $Z = 82$ ,  $N = 126$ .

Pour  $A_T \approx 230$  et a été prendre [15]  $G = 5A_2$ . Ici, les noyaux du cluster sont en dehors des couches  $Z = 50$ ,  $N = 82$ , et a donc réduit la valeur  $G$  d'une unité par cluster noyau.

Pour le cluster super-déformé, les systématiques proposent que les valeurs  $G$  pour différents binaires Les clusters dans le même noyau sont approximativement proportionnelles à  $A_1A_2$ . Prendre des valeurs de  $G$  de bande d'état fondamental en  $194Hg$ ,  $236U$  et  $240Pu$  pour être dans l'intervalle  $14 - 18$ ,  $116 - 120$  et  $126 - 140$ , Respectivement, s'est attendu à ce que les valeurs de  $G$  dans les clusters super-déformées soient dans le varie de  $140$  à  $180$ ,  $312$  à  $322$  et  $302$  à  $336$ , respectivement.

Les valeurs  $G$  pour différentes décompositions binaires de différents noyaux dans des considérations similaires sont obtenu comme :

$$G\alpha \frac{RA_1A_2}{(A_1 + A_2)} \approx \frac{0.88A_1A_2}{(A_1 + A_1)^{2/3}} \quad (2.36)$$

Lorsque  $R$  est un rayon potentiel.

Cela indique que l'arrondi Eq. (2.33) à l'entier pair le plus proche donne une juste approximation à  $G$  pour des bandes positives de parité dans des noyaux même formes. De cette conséquence, il est donc possible d'évitez de traiter  $G$  comme paramètre réglable

## Chapitre 3

# Méthode expérimentale pour l'étude de "cluster"

### 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent on a étudié comment choisir le cluster théoriquement, maintenant on va appliquer cette étude expérimentale. Pour obtenir les niveaux d'énergie de ce noyau qui contienne de couplage de "cœur-cluster", Nous allons étudier la structure d'  $Dy$  et leur isotopes à l'état fondamental du noyau pair-pair et lourd et nous allons comparer les résultats avec ceux obtenus dans l'étude expérimentale (étude précédente), dans ce travail on va choisir le Dysprosium qu'est l'élément chimique de numéro atomique  $Z = 66$  et des isotopes 158 – 168 de symbole  $Dy$  et un noyau lourd, naturel et stable.

### 3.2 Choix de cluster

On choisit le cluster de charge  $Z_2$  et des masses  $A_2$  et  $A_2 + 2$  et on applique l'équation ( ) pour expliquer la valeur de  $D(Z_1, A_1, Z_2, A_2)$  pour chaque masse à part, la masse haute et la masse basse qui nous donnerais les figures (III.1, III.2, III.3, III.4, III.5) on observe les pics maximaux de  $Z_2$  dans la région  $158 \leq A \leq 168$  de noyau de  $Dy$  et leur isotope pour deux masses.

Le potentiel dépend de paramètre  $R$  et de nombre quantique  $G$ , dans cette étude on trouve le nombre quantique  $G$  où  $G = 4A_2$  (dans la région des noyaux rares, terres et actinides). La

valeur de rayon de potentielle  $V(r, R)$  est déterminée à partir de relation de Bohr –Sommerfeld Eq (), cette combinaison de  $R$  et  $G$  donne l'énergie la plus proche de l'énergie expérimentale.

### 3.3 Méthode de calcul

Dans ce modèle chaque noyau de cœur et de cluster néglige le spin, les informations de spectre d'énergie sont bien précisées dans l'état fondamental (GS band) et se diffèrent pour chaque isotope.

On utilise la solution de l'équation de Schrödinger pour obtenir la valeur numérique de  $L$ . on utilisant la fonction d'onde associée à la base d'oscillation harmonique, dans cette méthode on applique le paramètre de la fréquence qu'est libre, Où chaque valeur de ce paramètre détermine les niveaux d'énergie convenable à l'état fondamental.

Concernant l'interaction nucléaire, on utilise le potentiel de Wood-saxon  $V_N(r, R)$  (voir l'équation) avec les paramètres fixes,  $V_0 = 54\text{Mev}$ ,  $a = 0,73\text{Fm}$  et  $x = 0,33$  et le potentiel coulombien  $V_c(r, R)$  définie par l'équation () où ( $c = Z_1Z_22,3077213.10^{-28}\text{J.m}$ )

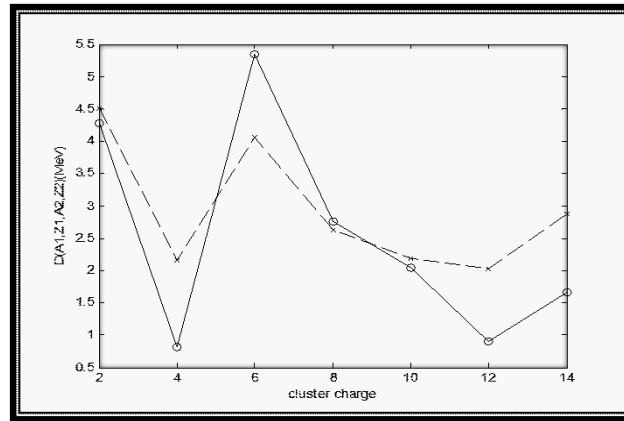
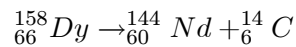


Figure III.1 : calculs de  $D(A_1, Z_1, A_2, Z_2)$  en fonction de la charge de cluster pour  $^{158}_{66}\text{Dy}$

A partir de Figure III.1 on choisit le cluster à  $Z_2 = 6$  qui est montré dans l'équation suivante



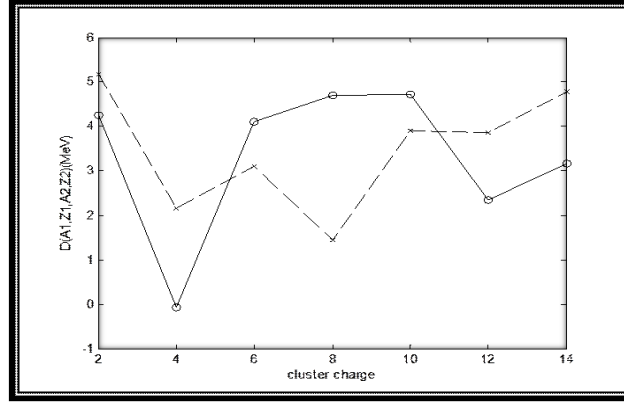


Figure III.2 : calculs de  $D(A_1, Z_1, A_2, Z_2)$  en fonction de la charge de cluster pour  $^{160}_{66} Dy$

A partir de Figure (III.2) on choisit le cluster à  $Z_2 = 2$  qui est montré dans l'équation suivante :

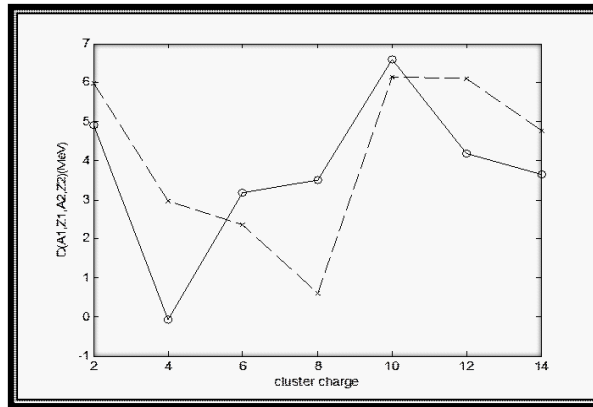
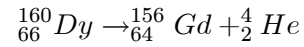
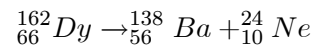


Figure III.3 : calculs de  $D(A_1, Z_1, A_2, Z_2)$  en fonction de la charge de cluster pour  $^{162}_{66} Dy$

A partir de Figure III.3 on choisit le cluster à  $Z_2 = 10$  qui est montré dans l'équation suivante :



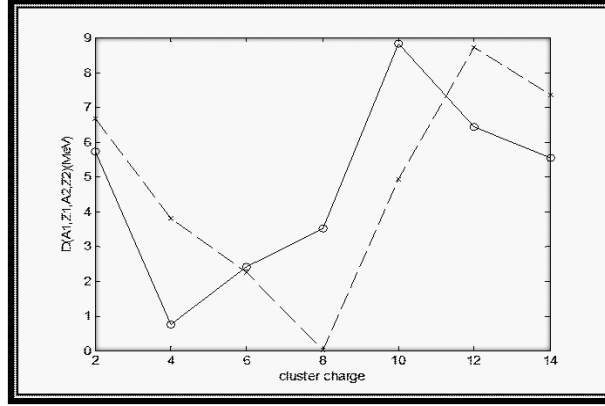


Figure III.4 : calculs de  $D(A_1, Z_1, A_2, Z_2)$  en fonction de la charge de cluster pour  $^{164}_{66}\text{Dy}$

A partir de Figure III.4 on choisit le cluster à  $Z_2 = 10$  qui est montré dans l'équation suivante :

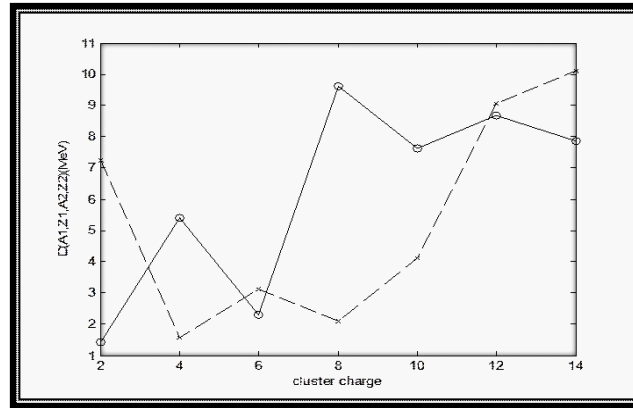
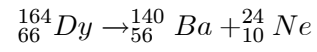
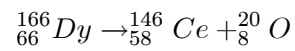


Figure III.5 : calculs de  $D(A_1, Z_1, A_2, Z_2)$  en fonction de la charge de cluster pour  $^{166}_{66}\text{Dy}$

A partir de Figure III.5 on choisit le cluster à  $Z_2 = 8$  qui est montré dans l'équation suivante :



Isotope (A,Z)	Cœur (A1,Z1)	Cluster (A2,Z2)	R (fm)	G
(158,66)	(144,66)	(14,6)	5.887800	56
(160,66)	(156,64)	(4,2)	4.505400	16
(162,66)	(138,56)	(24,10)	9.187200	96
(164,66)	(140,56)	(24,10)	9.187200	96
(166,66)	(146,58)	(20,8)	7.891200	80

Table 3.1 – La décomposition cœur-cluster des isotopes  $Dy$ .

### 3.4 Les niveaux d'énergie

L'énergie de l'état fondamental (GS band) pour tous noyaux de  $Dy$  (isotopes) considéré est obtenue directement à partir de la solution de l'équation de Schrödinger, avec le potentiel  $V(r, R)$  qui contient le potentiel nucléaire  $V_N(r, R)$ , coulombien  $V_C(r, R)$  et centrifuge  $V_{cf}$  on applique la condition de nombre quantique  $G = 4A_2$ .

À partir des courbes précédentes on choisit le  $\alpha$ -cluster où  $G = 16$ .

Les spectres d'énergie des isotopes de  $Dy$  sont donnée par :

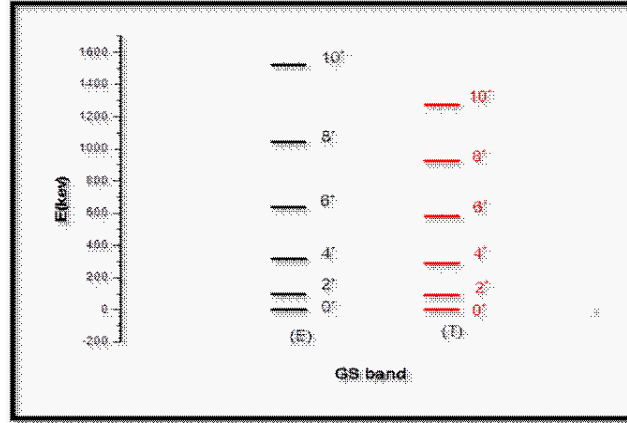


Figure III.6 : La comparaison entre les spectres d'énergie théorique et expérimentale de  $^{158}_{66}Dy$  utiliser le cluster  $^{14}_6C$ ,  $R = 5.887800 fm$

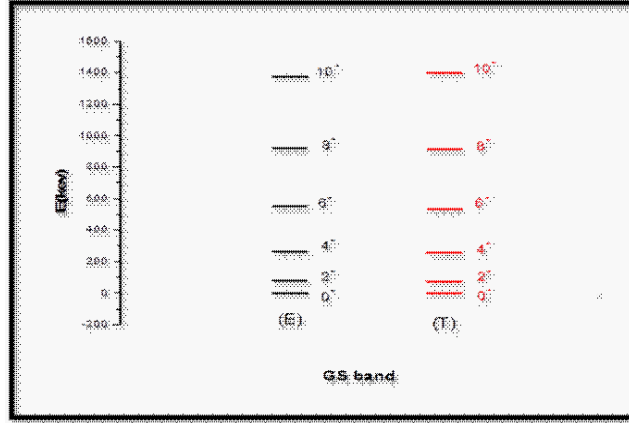


Figure III.7 : La comparaison entre les spectres d'énergie théorique et expérimentale de  $^{162}_{66}Dy$  utiliser le cluster  $^{24}_{10}Ne$ ,  $R = 9.187200 fm$

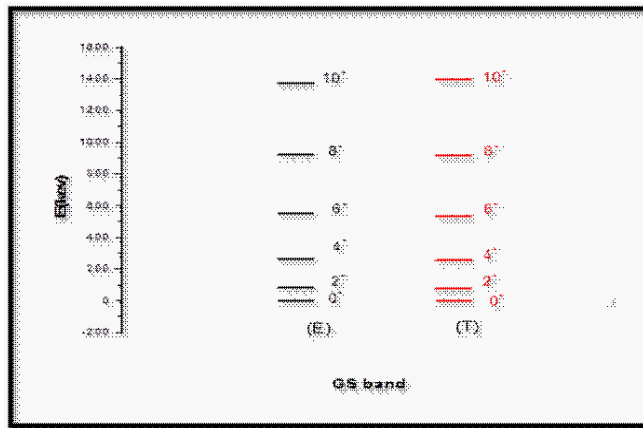


Figure III.8 : La comparaison entre les spectres d'énergie théorique et expérimentale de  $^{164}_{66}Dy$  utiliser le cluster  $^{24}_{10}Ne$ ,  $R = 9.187200 fm$

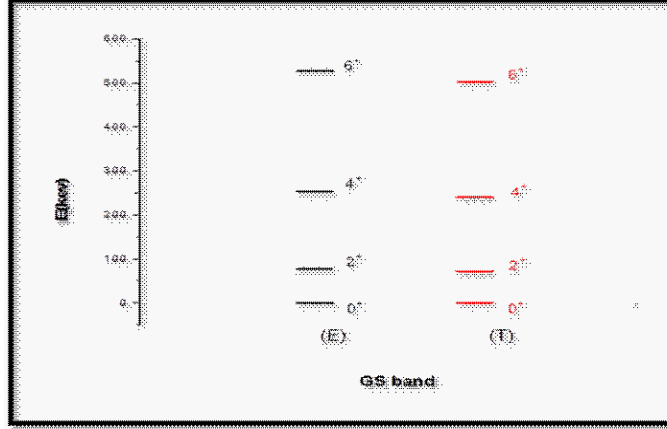


Figure III.9 : La comparaison entre les spectres d'énergie théorique et expérimentale de  $^{166}_{66}Dy$  utiliser le cluster  $^{20}_8O, R = 7.891200fm$

### 3.5 discussion

Les figures ci-dessus représentent la valeur  $D(A_1, Z_1, A_2, Z_2)$  en fonction de la charge du cluster pour  $^{185-166}_{72}DY$ , dont la ligne continue représente les clusters avec le nombre de masse atomique bas et la ligne discontinue représente les clusters avec le nombre de masse atomique haut.

On peut observer la différence entre les courbes de chaque isotope de  $Dy$  concernant les pics, Dans les courbes des figures (III.1,III.2) de  $^{185-166}_{72}DY$  on peut remarquer qu'il ya deux pics maximaux appropriées de  $Z_2 = 6$  et  $Z_2 = 2$  dans la région  $158 \leq A \leq 160$  pour ces deux masses appropriées à  $^{12}_6C$  et  $^4_2He$  et dans less courbes (III.3, III.4, III.5) on peut observer qu'il y a tris pics maximaux appropriées de  $Z_2 = 10, Z_2 = 10$  et  $Z_2 = 8$  dans la region  $162 \leq A \leq 166$  pour ces trois masses appropriées à  $^{24}_{10}Ne$  et  $^{20}_8O$ . Dans ce courbe, on considérant les grands pics appropries les meilleurs clusters .alors à partir des figures ci-dessus pour chaque isotope de  $Dy$  on choisit  $\alpha$ -cluster, et ensuite on trouve leur niveaux d'énergie dans L'état fondamental .chaque noyau de l'isotope contient des binaires (cœur-cluster) .Les résultats théoriques est comparés avec les résultats expérimentaux , les moments angulaires des états d'énergie  $J^\pi = 0^+, 2^+, 4^+ \dots$  sont différents entre les isotopes à raison de la spécificité de masse à chaque isotope et dans le même isotope entre les états expérimentaux -théoriques à cause de potentiel . OÙ dans cette étude on ne trouve pas le potentiel réel (on prend le potentiel

approximatif).

Les figures (III.6, III.7, III.8, III.9) expliquent les résultats théoriques et expérimentaux des niveaux énergétiques de l'état fondamental des isotopes de *Dy*. Dans ces figures on peut observer que les études théoriques et les résultats expérimentaux sont très rapprochés.

# Conclusion

Dans ce travail on a étudié le modèle de cluster qui correspond à l'étude de la structure nucléaire en clusters dans l'état fondamental des noyaux pair-pair et lourd. Pour arriver aux deux objectifs, à savoir : choisir le cluster et calculer les états d'énergies de  $Dy$  et leur isotope on a fourni une description du modèle de cluster de la bande de l'état fondamental dans les 4 isotopes pair- pair même  $^{158-162-164-166}Dy$ .

On commence par le modèle géométrique, où on a étudié les noyaux sphériques, les noyaux déformés, le mouvement vibrationnel et rotationnel et les deux derniers sont basés sur le mouvement des nucléons dans le noyau.

Premièrement étudié la décomposition de cœur-cluster où la méthode générale trouve un noyau pair-pair et lourd ( $Dy$ ), de masse et de charge ( $A_T, Z_T$ ) divisé à un cœur ( $A_1, Z_1$ ) et cluster ( $A_2, Z_2$ ). Où ( $A_1, Z_1$ ) désigne le nombre de masse et la charge du noyau de cœur et ( $A_2, Z_2$ ) désigne le nombre de masse et la charge de cluster. Quant on applique la fonction  $D(A_1, Z_1, A_2, Z_2)$  et on prend les pics maximaux, le cluster choisi de chaque isotope est  $^{14}_6C; ^4_2He; ^{24}_{10}Ne; ^{24}_{10}Ne$ ; et  $^{20}_8O$

deuxièmement étudié les états énergétiques de l'état fondamentale (GS band) pour le noyau de  $Dy$  et leur isotopes étudiés, ils sont obtenus directement à partir de la solution de l'équation de Schrödinger, en utilisant le potentiel  $V_0 = 54.0MeV$ ,  $a = 0.73fm$ ,  $x = 0.33$  et le nombre quantique global  $G$  où  $G = 4A_2$  dans cette méthode on applique le paramètre de la fréquence qui est libre, ce qui nous conduit à préciser les spectres d'énergies et les comparer avec les résultats expérimentaux, ça nous permet de conclure que les résultats sont très approchés.

# Annexe A

## Le potentiel de l'oscillation harmonique

On utilise la base cartésienne :

$$u(r) = -u_0 + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2)$$

Les trois coordonnées  $(x, y, z)$  spécifiques des fonctions propres d'oscillation harmonique d'une seule dimension

$$\left[ \frac{dy}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E_1 + \frac{u_0}{3} - \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \right) \right] \varphi_1(x) = 0$$

$$\left[ \frac{d^2}{dy^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E_2 + \frac{u_0}{3} - \frac{1}{2}m\omega^2 y^2 \right) \right] \varphi_2(y) = 0$$

$$\left[ \frac{d^2}{dz^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E_3 + \frac{u_0}{3} - \frac{1}{2}m\omega^2 z^2 \right) \right] \varphi_3(z) = 0$$

avec

$$E = E_1 + E_2 + E_3$$

Les trois valeurs propres sont :

$$E_1 = \hbar\omega \left( n_1 + \frac{1}{2} \right) - \frac{u_0}{3}$$

$$E_2 = \hbar\omega \left( n_2 + \frac{1}{2} \right) - \frac{u_0}{3}$$

$$E_3 = \hbar\omega \left( n_3 + \frac{1}{2} \right) - \frac{u_0}{3}$$

ou

$$E_1 = \hbar\omega \left( n_1 + \frac{1}{2} \right) - \frac{u_0}{3}$$

( $N = n_1 + n_2 + n_3$  avec  $n_1, n_2, n_3$  les trois chiffres entiers positifs  $0, 1, \dots$  la fonction d'onde d'oscillation harmonique d'une seule dimension est polynome de Hermite, caractrisée par le nombre quantique radial characterized by the radial  $n_i$

où

$$\varphi_1(x) = N_1 \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right) H_{n_1}(Vx),$$

$$V = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$$

et

$$\varphi(x, y, z) = \varphi_1(x) \varphi_2(y) \varphi_3(z)$$

On utilisant la relation :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{L^2}{\hbar^2 r^2}$$

$L^2$  L'opérateur de moment angulaire :

$$L^2 = - \left[ \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} \right] \hbar^2$$

Avec la fonction propre  $Y_l^m(\theta, \varphi)$  et les valeurs propres correspond  $l(l+1)\hbar^2$ .

$$L_l^2 y_{lm}(\theta, \varphi) = l(l+1)\hbar^2 y_{lm}(\theta, \varphi)$$

La partie radiale et angulaire de fonction  $u_{nlm}$  on peut écrire :

$$U_{nlm}(r, \theta, \varphi) = \frac{R_{nl}(r)}{r} y_{lm}(\theta, \varphi)$$

La partie radiale devient :

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E_{nl} - \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) \right] R_{nl}(r) = 0$$

Pour les coordonnées sphériques d'oscillation harmonique la fonction d'onde doit être connue

de la mécanique quantique, ils sont donnés par :

$$U_{nlm}(r, \theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2^{n+l+2}}{n!(2n+2l+1)\sqrt{\pi}x_0}} \frac{r^l}{x_0^l} L_n^{l+1/2}\left(\frac{r^2}{x_0^2}\right) e^{-\frac{r^2}{2x_0^2}} y_{lm}(\Omega)$$

avec

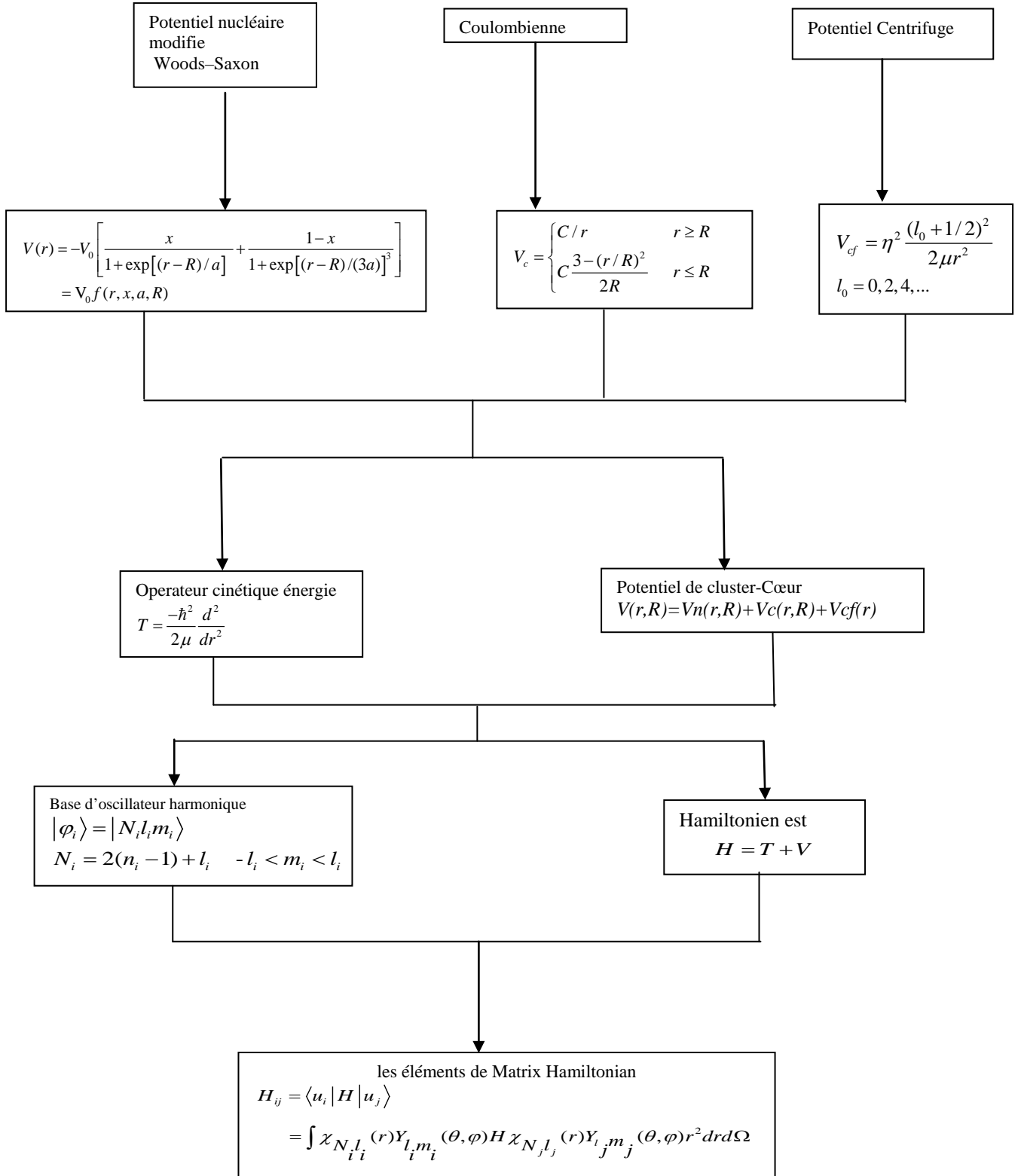
$$X_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

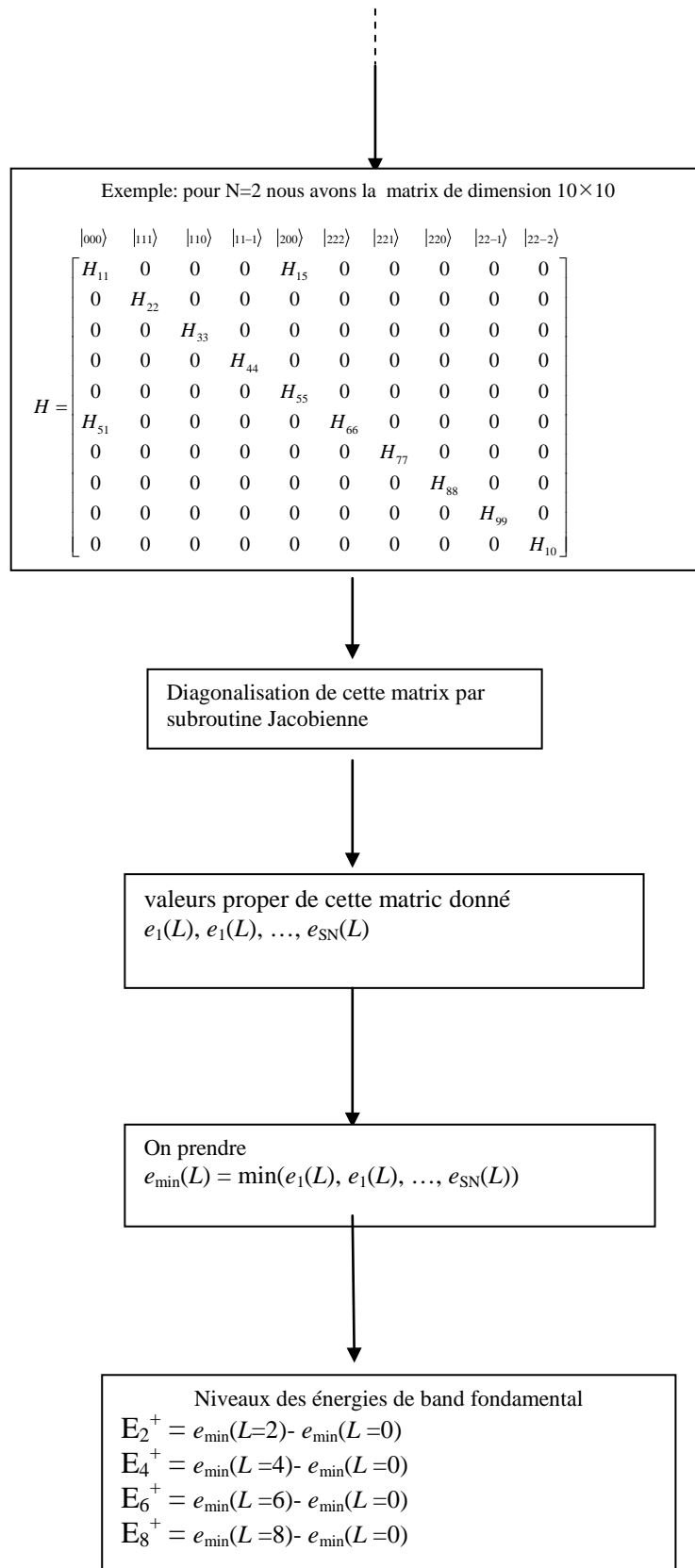
# Bibliographie

- [1] J.D.Walecka” Theoretical nuclear and subnuclear physics” ,World Scientific,2004
- [2] B. Povh ,K.Rith ,C. Scholz , F.Zetsche “ Particlesand Nuclei” Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1999.
- [3] K.Heyde.” Basic Ideas and Concepts in Nuclear Physics” ,Publishing Ltd, 1999
- [4] ZOUIOUECHE MOHAMED, Le phénomène de clustering dans le noyau atomique, batna, 2009.
- [5] G. Rosensteel , D.J. Rowe,Nuc.Phys. 759 (2005) 92
- [6] H. Feshbach , F. Iachello,Ann. Phys. 84 ( 1974). 211.
- [7] P.Van.Isacker ,D. D .Wam ,J.phys.G. 20 (1994) 853-890.
- [8] A.Arima,F.Iachello,Ann.Phys. 111,201-238(1978)
- [9] B.Buck, P.D.B.Hopkins,A.C.Merchant, Nucl. Phys .A513(1990) 75.
- [10] B.Buck,A.C.Merchant,B.S.Perez,Nucl .phys .A657(1999) 267.
- [11] B.Buck, A.C. Merchant, S.M. Perez, Nucl. Phys. A614 (1997) 129.
- [12] B.Buck,A.C.Merchant,B.S.Perez, Nucl .Phys.A593(1995).
- [13] B.Buck,A.C.Merchant,S.M.Perez , P.Tripe .Phys .Rev.C47 (1998).
- [14] B.Buck,A.C.Merchant.B.S.Perez. Nucl .Phys.A617(1997) 195.
- [15] B.Buck, A.C. Merchant, S.M. Perez, Nucl. Phys.A625 (1997) 554.

## Annexe B

### Algorithme de calcul numérique de niveaux d'énergies





## **Abstract**

The clustering phenomenon is field of research in nuclear physics. the cluster model that reduces many bodies problem to a tow bodies one, known as microscopic cluster model, has been applied to the structure (energy levels) of  $^{158-166}\text{Dy}$  isotopes. The corresponding Schrödinger equation has been solved numerically after a projection on a harmonic oscillation basis

## **Resume**

Le phénomène du clustering est un nouveau champ de recherche en physique nucléaire. Le modèle du clustering, un modèle qui réduit le système de plusieurs corps à celui deux corps, connu sous le nom « le modèle du clustering microscopique » a été appliqué à la structure des isotopes  $^{158-166}\text{Dy}$  (les niveaux d'énergie). L'équation de Schrödinger correspondante été résolu numériquement après la projection sur la base de l'oscillateur harmonique.