Correction de l'examen d'AF 2021

Ex N°01 :

1] $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ (1) en appliquant la Transformée de Fourier sur les deux membres de l'équation on obtient : $\mathcal{F}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) - \mathcal{F}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) = 0$.

Mais on a : $\begin{cases} \mathcal{F}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) = \frac{\partial^2 \mathcal{F}u}{\partial t^2} \\ \mathcal{F}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)(k) = -k^2 \mathcal{F}(u)(k) \end{cases}$ (1)

Alors l'équation (1) devient : $\frac{\partial^2 \mathcal{F}u}{\partial t^2} + k^2 \mathcal{F}u(k) = 0$ (1)

2] Résolution de l'équation (2) :

l'équation (2) peut s'écrire : $\ddot{y} + k^2 y = 0$ (1)

Son Polynôme caractéristique est : $x^2 + k^2$ (0,5)

Ses racines sont : $\begin{cases} x_1 = ik \\ x_2 = -ik \end{cases}$ (1)

Donc la solution de (2) s'écrit :

$$\mathcal{F}u(t,k) = C_1(k)\, e^{ikt} + C_2\, e^{-ikt} \quad (*)$$ (1)

Détermination de $C_1(k)$ et $C_2(k)$:

Correction de l'examen d'AF 2021

Ex N°01 :

1] $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ (1) en appliquant la Transformée de Fourier sur les deux membres de l'équation on obtient : $\mathcal{F}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) - \mathcal{F}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) = 0$.

Mais on a : $\begin{cases} \mathcal{F}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) = \frac{\partial^2 \mathcal{F}u}{\partial t^2} \\ \mathcal{F}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)(k) = -k^2 \mathcal{F}(u)(k) \end{cases}$ (1)

Alors l'équation (1) devient : $\frac{\partial^2 \mathcal{F}u}{\partial t^2} + k^2 \mathcal{F}u(k) = 0$ (1)

2] Résolution de l'équation (2) :

l'équation (2) peut s'écrire : $\ddot{y} + k^2 y = 0$ (1)

Son Polynôme caractéristique est : $x^2 + k^2$ (0,5)

Ses racines sont : $\begin{cases} x_1 = ik \\ x_2 = -ik \end{cases}$ (1)

Donc la solution de (2) s'écrit :

$$\mathcal{F}u(t,k) = C_1(k)\, e^{ikt} + C_2\, e^{-ikt} \quad (*)$$ (1)

Détermination de $C_1(k)$ et $C_2(k)$: