وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
نقطة التكوين
المدرسة العليا للأساتذة
جامعة عباس لغرور خنشلة

جامعة عباس لغرور - خنشلة
نقطة تكوين المدرسة العليا للأساتذة

إختبار الميكانيك

تمرين ١:

مركبات الأشعة $\vec{V}_1$، $\vec{V}_2$، $\vec{V}_3$ في الأساس المتعامد $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ هي على الترتيب:

$$(0.-3,4),\quad (-1,4,-5),\quad (1.-2,3)$$

١- أحسب مركبات الشعاعين $\vec{V}$ و $\vec{V}'$ المعرفين بـ:

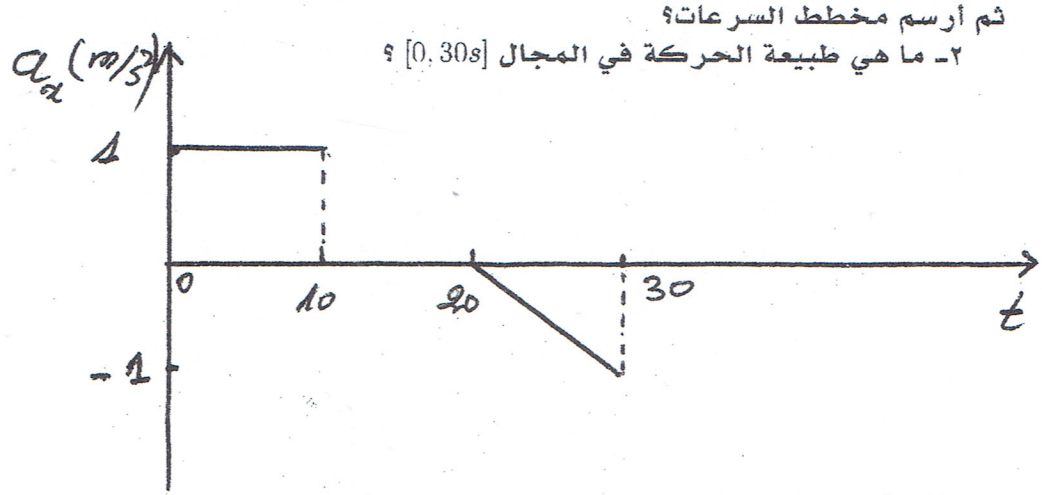
$$\vec{V} = 2\vec{V}_1 - \vec{V}_2 + 3\vec{V}_3$$
$$\vec{V}' = -\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + 2\vec{V}_3$$

٢- أحسب الجداء السلمي ثم الجداء الشعاعي بين الشعاعين $\vec{V}$ و $\vec{V}'$؟
٣- ما هي الزاوية المحصورة بين الشعاعين $\vec{V}$ و $\vec{V}'$؟
٤- أحسب الشعاعان الواحديان لكل من الشعاعين $\vec{V}$ و $\vec{V}'$؟

تمرين ٢:

يعطى في الشكل المقابل مخطط التسارع لمتحرك M في حركة مستقيمة وفق المحور ox.

١- أوجد قوانين السرعات و الفواصل للمتحرك M بين اللحظتلن $t=0$ و $t=30s$ ثم أرسم مخطط السرعات؟
٢- ما هي طبيعة الحركة في المجال $[0,30s]$ ؟



بالتوفيق

الحل النموذجي للإمتحان
مادة الميكانيك

التمرين 1/ :

1 - حساب مركبات الشعاعين $\vec{V}$ و $\vec{V'}$

لدينا الأشعة $\vec{V_1}$ ، $\vec{V_2}$ و $\vec{V_3}$ معرفة على الترتيب كما يلي

$(0,-3,4)$ ، $(-1,4,-5)$ ، $(1,-2,3)$

وبالتالي يمكننا كتابتها على الشكل

$\vec{V_1} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ (0,25)

$\vec{V_2} = -\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ (0,25)

$\vec{V_3} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$ (0,25)

لدينا الشعاع $\vec{V}$ حيث :

$$\vec{V} = 2\vec{V_1} - \vec{V_2} + 3\vec{V_3}$$

و منه :

$$\vec{V} = 2(\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) - (-\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}) + 3(-3\vec{j} + 4\vec{k})$$ (0,25)

$$= (2+1+0)\vec{i} + (-4-4-9)\vec{j} + (6+5+12)\vec{k}$$ (0,25)

$$= 3\vec{i} - 17\vec{j} + 23\vec{k}$$

$$\boxed{\vec{V} = 3\vec{i} - 17\vec{j} + 23\vec{k}}$$ (0,25)

بنفس الطريقة نجد الشعاع $\vec{V'}$:

$$\vec{V'} = -\vec{V_1} + \vec{V_2} + 2\vec{V_3}$$

$$= -(\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) + (-\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}) + 2(-3\vec{j} + 4\vec{k})$$ (0,25)

$$= (-1-1+0)\vec{i} + (2+4-6)\vec{j} + (-3-5+8)\vec{k}$$ (0,25)

$$= -2\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} \Rightarrow \boxed{\vec{V'} = -2\vec{i}}$$ (0,25)

2) حساب الجداء السلمي للشعاعين $\vec{V}$ و $\vec{V'}$

0,5 $\vec{V}.\vec{V'} = (3\vec{i} - 17\vec{j} + 23\vec{k}).(-2\vec{i})$

0,5 $= -6\,\vec{i}.\vec{i}$

$= -6$

$\boxed{\vec{V}.\vec{V'} = -6}$ 0,25

حساب الجداء الشعاعي للشعاعين $\vec{V}$ و $\vec{V'}$

$$\vec{V} \times \vec{V'} = \begin{vmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -17 & 23 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$ 0,5

0,5 $= \vec{i}\begin{vmatrix} -17 & 23 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 3 & 23 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 3 & -17 \\ -2 & 0 \end{vmatrix}$

0,5 $= \vec{i}[-17\times 0 - 0\times 23] - \vec{j}[3\times 0 - (-2)\times 23]$

$+ \vec{k}[3\times 0 - 2\times 17]$

0,5 $= 0\vec{i} - 46\vec{j} - 34\vec{k}$

$\boxed{\vec{V} \times \vec{V'} = -46\vec{j} - 34\vec{k}}$

3) الزاوية المحصورة بين الشعاعين $\vec{V}$ و $\vec{V'}$

لدينا $\vec{V}.\vec{V'} = |\vec{V}|.|\vec{V'}|\cos\alpha$

0,5 $\Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{\vec{V}.\vec{V'}}{|\vec{V}|.|\vec{V'}|}$

لدينا $\vec{V}\cdot\vec{V'} = -6$

(0,5) $|\vec{V}| = \sqrt{3^2+(-17)^2+23^2} = 28,75$

$|\vec{V'}| = 2$

$\cos\alpha = \dfrac{-6}{28,75\times 2} = -0,1$

(0,5) $\Rightarrow \boxed{\alpha = 95,68^\circ}$ ومنه

4) الشعاعان الوحديان للشعاعين $\vec{V}$ و $\vec{V'}$

يعرف الشعاع الوحدي للشعاع $\vec{V}$ بـ:

(0,5) $\vec{v} = \dfrac{\vec{V}}{|\vec{V}|}$

(0,5) $\vec{v} = \dfrac{3\vec{i}-17\vec{j}+23\vec{k}}{28,75}$ ومنه

(0,5) $\boxed{\vec{v} = 0,1\vec{i} - 0,59\vec{j} + 0,8\vec{k}}$

أما الشعاع الوحدي للشعاع $\vec{V}$ يعرف بـ:

(0,5) $\vec{v'} = \dfrac{\vec{V'}}{|\vec{V'}|}$

(0,5) $\vec{v'} = \dfrac{-2\vec{i}}{2} = -\vec{i}$ ومنه

(0,5) $\boxed{\vec{v'} = -\vec{i}}$

التمرين هو:

1) قوانين السرعات والفواصل للمتحرك M.

$t \in [0,10]$:

$$a_x = 1 = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow \int_{v_{x0}=0}^{v_x} dv_x = \int_0^t dt$$ (0,25) (0,25)

$$\Rightarrow \boxed{v_x(t) = t}$$ (0,25)

$$v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_{x_0=0}^{x} dx = \int_0^t v_x\,dt = \int_0^t t\,dt$$ (0,25) (0,25)

$$\Rightarrow \boxed{x(t) = \frac{1}{2}t^2}$$ (0,25)

$t \in [10,20]$:

$$a_x = 0 = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow \int_{v_x(10)}^{v_x} dv_x = 0$$ (0,25) (0,25)

$$\Rightarrow v_x(t) - v_x(10) = 0$$ (0,25)

$$\Rightarrow v_x(t) = v_x(10) = 10$$

$$\Rightarrow \boxed{v_x(t) = 10\ m/s}$$ = ثابتة

$$v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_{x(10)}^{x} dx = \int_{10}^{t} 10\,dt$$ (0,25) (0,25)

$$\Rightarrow x(t) - x(10) = 10t - 100$$

$$\Rightarrow x(t) - 50 = 10t - 100 + 50$$

$$\Rightarrow \boxed{x(t) = 10t - 50}$$ (0,25)

في هذا المجال $t \in [20, 30]$ ؛ ومنه خلال مجال السقوط الحر

معادلة السقوط عبارة عن معادلة خط مستقيم ؛

(0,25) $a_x = At + a_0$

(0,25) $A = -\frac{1}{10}$: ميل المستقيم وسالب ؛

a_0 : هي نقطة تقاطع المستقيم مع المحور a_x ، حيث أن النقطة $(20, 0)$ تنتمي لهذا المستقيم ، ومنه نجد ؛

(0,25) $0 = -\frac{1}{10} \times 20 + a_0$

$\Rightarrow a_0 = 2$

(0,25) $\boxed{a_x(t) = -\frac{1}{10}t + 2}$: ومنه عبارة السقوط الحر هي ؛

$a_x = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow \int_{v_x(20)}^{v_x} dv_x = \int_{20}^{t} \left(-\frac{1}{10}t + 2\right) dt$

(0,25) (0,25)

$\Rightarrow v_x(t) - v(20) = \left(-\frac{t^2}{20} + 2t\right) - \left(-\frac{20^2}{20} + 2 \times 20\right)$

(0,25) $\Rightarrow v_x(t) - 10 = -\frac{t^2}{20} + 2t - 20$

(0,25) $\Rightarrow \boxed{v_x(t) = -\frac{t^2}{20} + 2t - 10}$

$v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_{x(20)}^{x} dx = \int_{20}^{t} \left(-\frac{t^2}{20} + 2t - 10\right) dt$

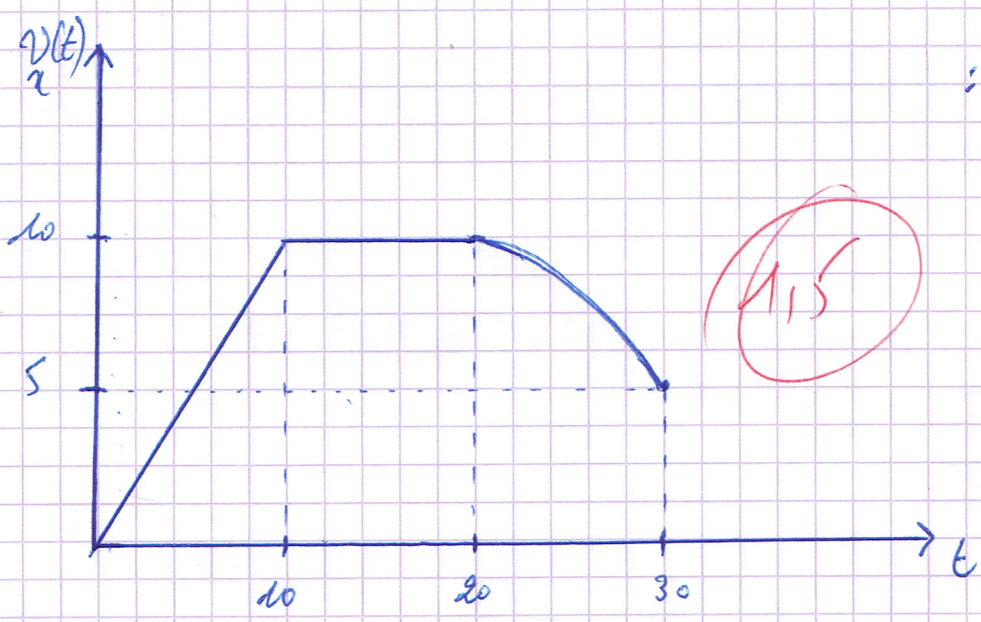
(0,25) (0,25)

(0,5) $\Rightarrow x(t) - x(20) = \left(-\frac{t^3}{60} + t^2 - 10t\right) - \left(-\frac{20^3}{60} + 20^2 - 10 \times 20\right)$

$\Rightarrow x(t) - 150 = \left(-\frac{t^3}{60} + t^2 - 10t\right) - 466,66$

(1) $\Rightarrow \boxed{x(t) = -\frac{t^3}{60} + t^2 - 10t - 316,66}$

مخطط السرعات :



1,5

ج) طبيعة الحركة في المجال $[0, 30s]$

$a_x = 1 > 0, v_x > 0 \Rightarrow$ (0,5) الحركة مستقيمة متسارعة ؛ $t \in [0, 10]$

$a_x = 0, v_x =$ ثابت (0,5) الحركة مستقيمة منتظمة ؛ $t \in [10, 20]$

$a_x < 0, v_x > 0$ (0,5) الحركة مستقيمة متباطئة ؛ $t \in [20, 30]$