



Université ABBES LAGHROUR Khenchela  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Industriel  
جامعة عباس لغزور خنشلة  
كلية العلوم والتكنولوجيا  
قسم الهندسة الصناعية



N° Série :.....

## Mémoire de fin d'étude

*Pour l'obtention du diplôme de Master*

Filière : Télécommunications

Spécialité : Télécommunications Avancées

### THEME

**Suppression d'Interférences**

**Inter Symboles**

**Par un Filtre de Nyquist**

Réalisé par : - BELLAA Chaouki

Dirigé par : Mr. KHALFAOUI Mahiou

Promotion 2015/2016

## **Remerciement :**

*Je tiens à témoigner ma sincère et profonde gratitude et remerciement à mon encadreur Mr. Khalifaoui Mahiou pour m'avoir proposé ce thème très intéressant, ainsi que pour son aide et soutien dont j'ai bénéficié et que je ne pourrais oublier. La clarté et la précision de ses critiques et ces conseils avisés me sont d'ores et déjà précieux, je lui suis très reconnaissant.*

*J'adresse également ma gratitude et mes très sincères remerciements aux membres de mon jury de soutenance pour l'intérêt d'évaluation qu'ils ont bien voulu porter à ce travail.*

## **Résumé :**

Du fait des nombreuses réflexions que le signal peut subir en environnement urbain, le récepteur recevra une série d'échos d'amplitudes et de retards variables pouvant mener à des interférences entre symboles communément appelées IES. Nous proposons une approche pour la suppression des interférences entre symboles par le filtre de Nyquist.

## **Abstract :**

By the impact of the numerous reflections that the signal can undergo in urban environment, the receptor receives a series of amplitude echos and variable delays that could lead to intersymbol interferences commonly called ISI. We propose an approach for the removal of these intersymbol interferences by means of the Nyquist filter.

## **ملخص:**

بسبب تأثير العديد من الانعكاسات التي يمكن أن تخضع لها الإشارة الكهربائية في البيئة الحضرية، يتلقى المستقبل سلسلة من أصداء السعة والتأخرات المتغيرة التي يمكن أن تؤدي إلى ظهور التداخلات الرمزية. لإزالة هذه التداخلات نقترح استخدام فيلتر نيكويست.

# Tables des matières

Liste des figures .....	01
Liste des symboles .....	02
Introduction générale .....	04
Chapitre I- Transmission de signaux numériques .....	06
I.1 Introduction .....	07
I.2 Système de transmission numérique .....	07
I.3 Codage Binaire à Symbole .....	08
I.4 Modulation et démodulation .....	10
I.5 Filtre d'émission et de réception .....	11
I.6 Les interférences intersymboles et le critère de Nyquist .....	13
I.7 Conclusion .....	18
Chapitre II- Techniques multiporteuses avec banc de filtres .....	19
II.1 Introduction .....	20
II.2 Principe de l'OFDM/DMT .....	20
II.2.1 Fonction de filtrage remplie par la TFD .....	21
II.2.2 Effet du canal de transmission multiporteuse .....	27
II.3 Le transmultiplexeur OQAM .....	28
II.3.1 Principe des bancs des filtres .....	29
II.3.2 Banc de filtre par réseaux polyphasés et TFD .....	30
II.4 Interférence entre canaux .....	33
II.5 Conclusion .....	36
Chapitre III- Simulation et résultats .....	37
III.1 Introduction .....	38
III.1 Introduction des bancs de filtres .....	38
III.1.1Principe .....	38
III.2 Emetteur et Récepteur .....	39
III.3. Filtrage de Nyquist .....	40
III.3.1 Calcul des coefficients du filtre .....	42
III.4 Conclusion .....	50
Conclusion générale .....	51
Bibliographie .....	53



## Liste des figures

<i>Fig. 1.1. Modèle d'un système de transmission numérique</i> .....	07
<i>Fig. 1.2 Constellation MAQ 16</i> .....	08
<i>Fig. 1.3. Réception en présence d'un bruit blanc additif</i> .....	12
<i>Fig. 1.4. Réponse impulsionnelle du filtre de Nyquist</i> .....	16
<i>Fig. 1.5. Réponse en fréquence du filtre de Nyquist</i> .....	17
<i>Fig. 2.1. Schéma de principe d'une transmission DMT</i> .....	20
<i>Fig. 2.2. Fonction de filtrage de la TFD</i> .....	23
<i>Fig. 2.3. Signal élémentaire <math>x_1(n)</math></i> .....	24
<i>Fig. 2.4. Réponse en fréquence d'un filtre élémentaire de la TFD</i> .....	25
<i>Fig. 2.5. Signal à la sortie du canal de transmission</i> .....	27
<i>Fig. 2.6. Décomposition du canal en sous-canaux</i> .....	28
<i>Fig. 2.7. Recouvrement entre sous-canaux voisins</i> .....	29
<i>Fig. 2.8. Principe d'une transmission multiporteuse par banc de filtres</i> .....	30
<i>Fig. 2.9. Banc de filtres polyphasés en réception</i> .....	32
<i>Fig. 2.10. Recouvrement des sous-canaux</i> .....	33
<i>Fig. 2.11. Enveloppe spectrale du signal d'interférence</i> .....	34
<i>Fig. 3.1. Principe d'une transmission avec un banc de filtres</i> .....	39
<i>Fig. 3.2. Réponse du filtre de Nyquist</i> .....	41
<i>Fig. 3.3. Schéma équivalent en bande de base de la chaîne de transmission</i> .....	43
<i>Fig. 3.4. Filtre prototype théorique</i> .....	44
<i>Fig. 3.5. Réponse impulsionnelle d'un filtre à 129 coefficients en cosinus surélevé pour différentes valeurs du facteur d'arrondi <math>\beta</math> (1: <math>\beta=0.2</math>; 2: <math>\beta=0.5</math>; 3: <math>\beta=1</math>) avec <math>N=8</math></i> .....	46
<i>Fig. 3.6. Filtre prototype à 2047 coefficients</i> .....	48
<i>Fig. 3.7. Réponse en fréquence (FFT sur 8192 points) du filtre prototype (4 kHz correspondent à 16 points)</i> .....	48

## Liste des symboles

CBS : Codage Binaire à Symbole

M : Taille de l'alphabet de modulation

$T_b$  : Durée du bit

T : Durée du symbole

MAQ : Modulation d'Amplitude en Quadrature

$|D(f)|^2$  : Densité spectrale du signal

$d(n)$ : Symbole complexe

$s(t)$  : Signal modulé

$f_0$  : Fréquence de l'onde porteuse

$d(t)$  : Composante modulante d'amplitude

$\phi(t)$  : Composante modulante de phase

$\delta(t - nT)$  : Impulsion de Dirac

$s_e(n)$  : Symbole du signal d'émission

$h_e(n)$  : Réponse impulsionnelle du filtre d'émission

$\sigma_b^2$  : Densité spectrale de puissance

$\sigma_{b_f}^2$  : La puissance du bruit

B : la bande passante du filtre de réception

$C(f)$  : Réponse fréquentielle

$s_r(Tn)$  : L'échantillon reçu

$h_e(n)$  : Filtre d'émission

$h_r(n)$  : Filtre de réception

$\beta$ : Le paramètre de retombée ou roll-off

OFDM : Orthogonal Frequency-Division Multiplexing

DMT : Discrete Multi-Tone modulation

$b_i$  : Bits

IFFT : Inverse Fast Fourier Transform

TFD : Transformé de Fourier Discrète

$f_e$  : Fréquence d'échantillonnage

$b(t)$  : Le bruit blanc gaussien  
FFT : Fast Fourier Transform  
OQAM : Offset quadrature amplitude modulation  
BFS : Banc de Filtres de Synthèse  
BFA : Banc de Filtres d'Analyse  
 $H(z)$  : La fonction de transfert en  $Z$  du filtre de base  
 $B_m(z)$  : La fonction de transfert du filtre d'indice  $m$   
RIFF : Filtre numérique à Réponse Impulsionnelle Finie  
 $G(f)$  : Filtre d'interférence  
 $x(n)$  : La séquence des symboles à transmettre  
 $x_i(n)$  : Sous séquence  
 $s_e(n)$  : Le signal multiporteuse émis  
 $s_r(n)$  : Le signal multiporteuse reçu  
 $\Delta f$  : La bande de transition  
 $p_0$  : Constante réelle  
 $H_N(f)$  : Fonction de transfert  
IES : Interférence Entre Symboles

## **Introduction générale**

Le développement des télécommunications a conduit à multiplier le nombre des signaux émis et, par suite, l'un des problèmes essentiels est de séparer le signal désiré des autres signaux.

En télécommunications, une interférence inter-symbole (IES) est une forme de distorsion d'un signal qui a pour effet que le symbole transmis précédemment affecte le symbole actuellement reçu. C'est en principe un effet non désiré car l'effet du caractère précédent agit comme du bruit, ce qui rend la communication moins fiable.

Deux grandes familles de solutions peuvent être envisagées pour la suppression des IES : l'approche monoporteuse par filtrage de Nyquist et une approche multiporteuse à porteuse orthogonale, à base de FFT (OFDM). Ces deux techniques diffèrent essentiellement par leur distribution de l'information transmise dans le plan temps-fréquence. Dans l'approche monoporteuse, chaque symbole élémentaire d'information occupe toute la bande spectrale disponible sur un intervalle de temps minimal, tandis que l'OFDM alloue à chaque information élémentaire une petite fraction à cette bande sur une durée plus importante.

L'approche multiporteuse OFDM est meilleure pour l'introduction d'un service de diffusion numérique terrestre de télévision. Tandis que la solution monoporteuse est moins sensible aux distorsions non linéaires, elle ne fournit pas une qualité de transmission suffisante sur des canaux portables en présence d'échos forts ou d'interférence co-canal qui sont parmi les contraintes fortes pour l'introduction d'un service numérique.

Dans ce mémoire nous proposons l'étude d'une solution intermédiaire de la technique multiporteuse avec de banc de filtre.

Nous trouvons cette technique dans les normes de diffusion du son numérique dans des mobiles (DAB Digital Audio Broadcasting), de télévision numérique terrestre (DVB-T Digital Video Broadcasting terrestrial), de communications numériques hauts débits (ADSL Asynchronous Digital Subscriber Line) sur la boucle locale téléphonique, ainsi que dans l'étude des normes de communications pour réseaux locaux à l'intérieur des bâtiments (Hiperlan 2 BRAN).

# **Chapitre I**

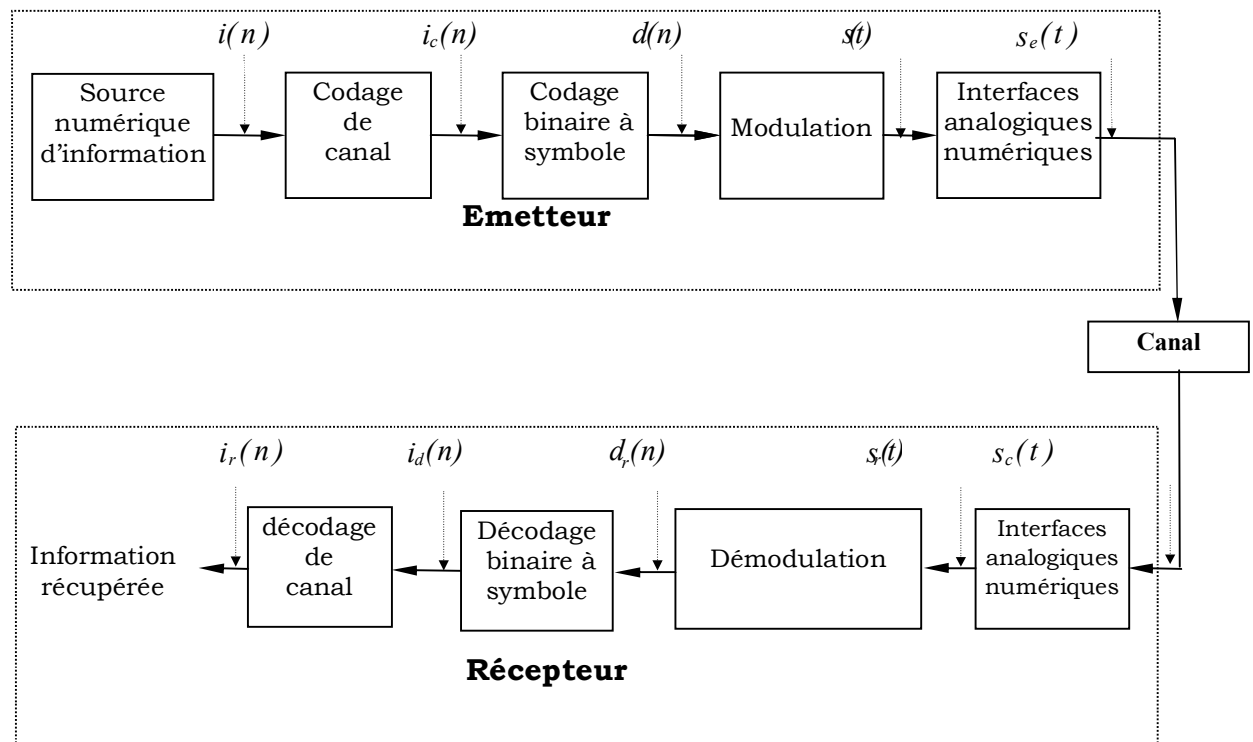
## **Transmission de signaux numériques**

## I.1 Introduction

Un système de transmission numérique transporte de l'information entre une source et un utilisateur, à travers un support physique, câble, fibre optique, canal radioélectrique. Il comporte un émetteur qui reçoit l'information de la source et la transforme pour l'adapter aux caractéristiques du canal et un récepteur qui restitue l'information initiale et la délivre à l'utilisateur [1,2,3].

## I.2 Système de transmission numérique :

L'architecture générale d'un système de transmission est donnée à la figure 1.1. L'émetteur comporte les fonctions de codage binaire à symbole, modulation et interfaces analogiques-numériques. Le récepteur effectue les opérations inverses. Parmi ces fonctions, celles qui sont importantes pour le système multiporteuse étudié sont décrites dans les paragraphes ci-dessous.



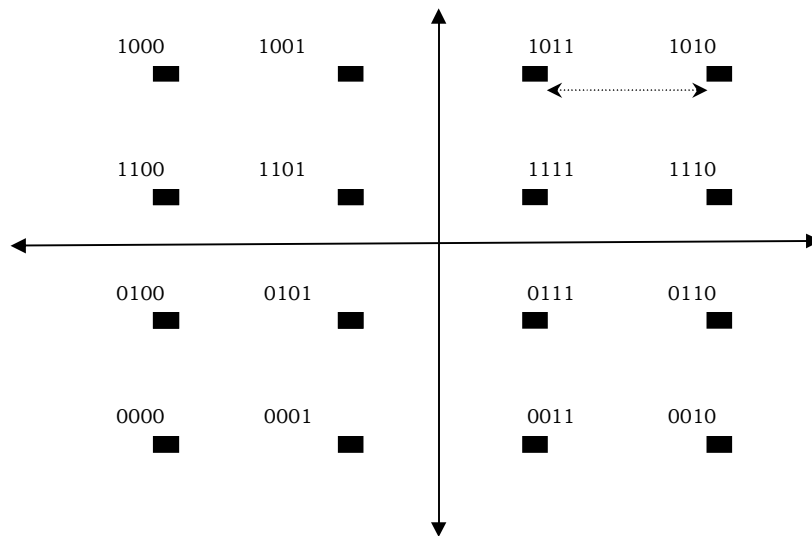
*Fig. 1.1. Modèle d'un système de transmission numérique*

### I.3 Codage Binaire à Symbole

Le Codage Binaire à Symbole (CBS) effectué à l'émission, consiste à prendre les bits par paquets de  $N$  bits et à leur affecter l'un des  $M = 2^N$  symboles de l'alphabet de modulation. Ce sont des symboles M-aires dont les niveaux sont centrés et équidistants. La durée du symbole est  $N$  fois celle de la durée d'un bit. Pour une durée de bit  $T_b$  et pour un alphabet M-aire, la durée du symbole est :

$$T = T_b \log_2 M \quad (1.1)$$

Le choix d'un alphabet se fait en fonction des perturbations dues au canal de transmission et en fonction de l'occupation spectrale désirée. Les symboles appartenant à un alphabet quelconque peuvent être représentés par un graphique appelé constellation. Généralement, la probabilité d'erreur par bit est une fonction de la probabilité d'erreur par symbole. Pour minimiser cette erreur, l'affectation des bits se fait selon un codage de Gray. Un exemple de codage de Gray est représenté sur la figure 1.2, dans le cas d'un diagramme de constellation MAQ16 [3,4]. Pour des constellations à nombre de points très élevé, le codage de Gray devient difficile à réaliser. Il convient alors d'effectuer un codage approchant au mieux la règle de Gray. L'opération inverse, en réception, extrait les bits à partir du signal reçu.



*Fig. 1.2 Constellation MAQ 16*

Avec un codage M-aire, des impulsions rectangulaires 0 ou 1 et des symboles dont les niveaux sont équidistants, la densité spectrale de puissance du signal s'écrit :

$$|D(f)|^2 = T^2 \left[ \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right]^2 \quad (1.2)$$

En remplaçant  $T$  par l'expression (1.1), la densité spectrale devient :

$$|D(f)|^2 = (T_b \log_2 M)^2 \left[ \frac{\sin(\pi f T_b \log_2 M)}{\pi f T_b \log_2 M} \right]^2 \quad (1.3)$$

D'après l'expression (1.3), la bande du signal est comprimée par un facteur  $T_b \log M$  par rapport au codage binaire. Beaucoup de systèmes de transmission utilisent la modulation MAQ (Modulation d'Amplitude en Quadrature). Cette technique permet de construire des symboles complexes. Un symbole complexe peut s'écrire comme suit :

$$d(n) = d_r(n) + j d_i(n) \quad (1.4)$$

Avec  $d_r(n)$  et  $d_i(n)$  prenant leurs valeurs dans l'ensemble :  
 $\{ \pm \delta, \pm 3\delta, \pm 5\delta, \dots, \pm (M-1)\delta \}$

## I.4 Modulation et démodulation :

La fonction de modulation a pour objectif d'adapter le signal à émettre au canal de transmission. Elle consiste à faire varier les caractéristiques de l'onde porteuse en modulant soit la phase, la fréquence et/ou l'amplitude à partir d'une ou plusieurs composantes modulantes dépendant du symbole à émettre. L'autre fonction consiste à transposer le signal de la bande de base à la fréquence de la porteuse.

Sur un canal gaussien, le choix de la modulation est un compromis entre la qualité et l'occupation spectrale. D'une manière générale, un signal modulé  $s(t)$  s'écrit :

$$s(t) = d(t)e^{j(2\pi f_0 t + \phi(t))} \quad (1.5)$$

Dans cette relation le spectre du signal est translaté autour de la fréquence  $f_0$  de l'onde porteuse, modulée en amplitude par la composante  $d(t)$  et/ou modulée en phase par la composante  $\phi(t)$ . Dans le cas de la modulation MAQ, les symboles sont arrangés sous forme complexe et utilisés dans la seule composante modulante  $d(t)$  comme suit :

$$d(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (d_r(n) + j d_i(n)) \delta(t - nT) \quad (1.6)$$

$T$  est la période d'émission des symboles (ou durée symbole) et  $\delta(t - nT)$  l'impulsion de Dirac.

Le signal modulé s'écrit alors :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (d_r(n) + j d_i(n)) \delta(t - nT) e^{j(2\pi f_0 t + \phi_0)} \quad (1.7)$$

L'opération de démodulation consiste à restituer les symboles émis à partir de la sortie du filtre de réception. Selon les systèmes de transmission, cette opération comprend un ensemble de fonction :

- . Le contrôle de gain, qui a pour but d'ajuster le niveau du signal.
- . La synchronisation du rythme, qui permet de synchroniser les instants d'échantillonnage du récepteur sur ceux de l'émetteur.
- . La synchronisation de la porteuse qui consiste à corriger la fréquence de la porteuse à la réception pour la ramener à celle de l'émission.
- . La correction des interférences entre symboles par égalisation du canal de transmission.
- . La prise de décision.

La synchronisation de la porteuse, du rythme ainsi que la correction des interférences entre symboles sont étudiées dans les chapitres suivants.

### **I.5 Filtre d'émission et de réception :**

Pour limiter l'occupation spectrale de la transmission, un filtre passe bas est nécessaire à l'émission. Le signal émis s'écrit :

$$s_e(n) = \sum_{i=0}^N d(i)h_e(n-i) \quad (1.8)$$

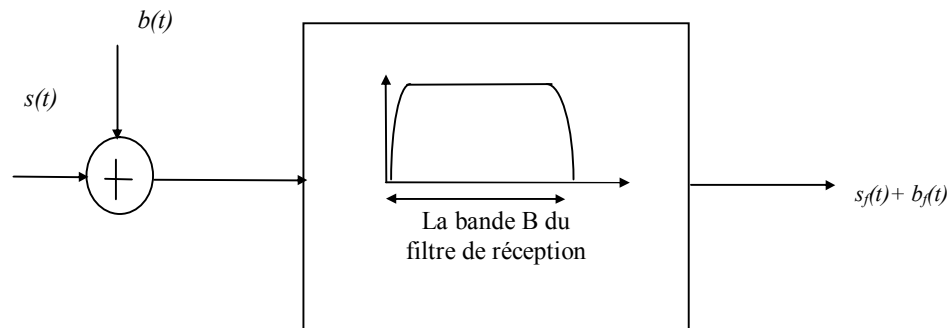
Où  $h_e(n)$  est la réponse impulsionnelle du filtre d'émission et  $N$  le nombre de coefficients.

En cas de transmission sur un canal perturbé par un bruit blanc additif gaussien de densité spectrale de puissance  $\sigma_b^2$ , la puissance du bruit, après réception, est proportionnelle à la largeur de la bande du récepteur. Plus la bande est large plus la puissance du bruit est grande. Comme le montre la figure 1.3, la puissance du bruit est donnée par :

$$\sigma_{b_f}^2 = B \sigma_b^2 \quad (1.9)$$

Où  $B$  représente la bande passante du filtre de réception.

Pour limiter la puissance de bruit, un filtrage à la réception est nécessaire. Une telle opération consiste à limiter la largeur de la bande reçue à celle du filtre d'émission. Par ailleurs, afin de maximiser le rapport signal à bruit de la transmission, le filtre de réception est adapté au filtre d'émission. La réponse de ce filtre doit respecter le critère de Nyquist pour limiter l'interférence entre symbole [1.3].



**Fig. 1.3.** Réception en présence d'un bruit blanc additif

## I.6 Les interférences intersymboles et le critère de Nyquist

Les signaux à transmettre sont considérés comme des signaux à bande illimitée, car ils sont formés par des impulsions limitées dans le temps de durée  $T_b$  pour les bits et de durée  $T$  dans le cas le plus général des signaux multiniveaux. Il se pose alors le problème de transmettre le débit le plus élevé possible dans une bande limitée et sans perdre en performance par rapport à la bande illimitée. Il faut alors satisfaire le critère de Nyquist.

En supposant que le canal de transmission est un filtre idéal, sa réponse en fréquence s'écrit :

$$C(f) = 1 \quad \text{pour } |f| \leq f_{\max} \quad (1.10)$$

$$C(f) = 0 \quad \text{pour } |f| > f_{\max}$$

Pour transmettre le symbole  $d(n)$  dans le canal il faut limiter sa bande à celle du canal de transmission. Alors :

$$s_e(n) = \int_{f=-f_{\max}}^{f_{\max}} S(f) e^{j2\pi fn} df \quad (1.11)$$

Une fois le symbole  $s_e(n)$  transmis, sa réception doit se faire sans interférences. Pour que ceci soit possible, il faut que l'échantillon reçu  $s_r(Tn)$  soit égal au symbole  $d(n)$ . Avec :

$$s_r(t = Tn) = \sum_{i=0}^{\infty} d(Tn - Ti)h(Ti) \quad (1.12)$$

et

$$h(n) = h_e * h_r(n) \quad (1.13)$$

$h_e(n)$  et  $h_r(n)$  sont respectivement les filtres d'émission et de réception. La réponse en fréquence de  $h(n)$  est égale à celle du canal de transmission. La période T est considérée égale à 1.

En développant l'expression (1.12), elle s'écrit :

$$s_r(n) = h(0)d(n) + \sum_{i=1}^{\infty} d(n-i)h(i) \quad (1.14)$$

La condition pour que  $s_r(n)$  soit égale à  $d(n)$  est :

$$\sum_{i=1}^{\infty} d(n-i)h(i) = 0 \quad \text{et} \quad h(0) = 1 \quad (1.15)$$

Etant donné que le filtre  $h(n)$  est idéal et sa bande est limitée, alors il peut se représenter par :

$$h(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(Tn) \frac{\sin \pi \frac{1}{T}(t - Tn)}{\pi \frac{1}{T}(t - Tn)} \quad (1.16)$$

Avec

$$h(nT) = \int_{f=-f_{max}}^{f_{max}} H(f) e^{j2\pi f T n} df \quad (1.17)$$

Pour une transmission sans interférences, il faut que les termes  $h(nT)$  soient tous nuls sauf pour  $n$  égal 0.

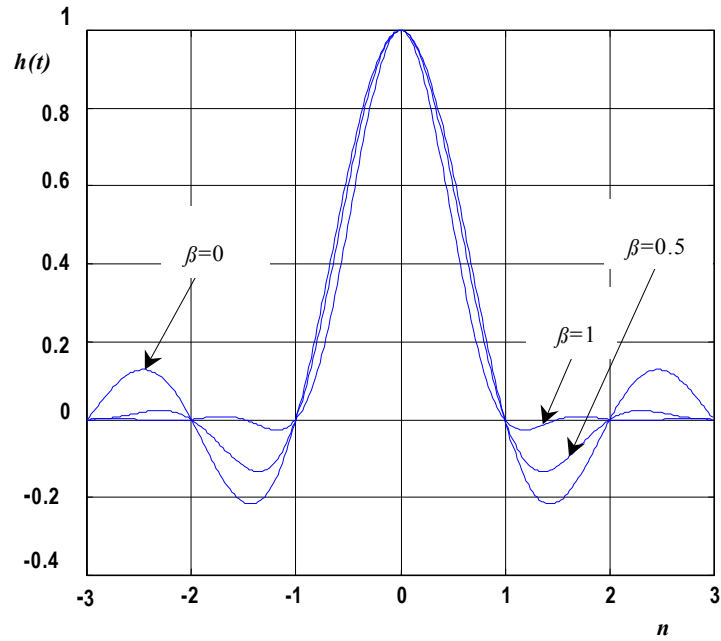
Alors, le filtre émission/réception s'écrit :

$$h(t) = \frac{\sin \pi \frac{t}{T}}{\pi \frac{t}{T}} \quad (1.18)$$

Le filtre  $h(t)$  est physiquement irréalisable. Cependant l'annulation des termes  $h(nT)$  est obtenue également avec le filtre de Nyquist dont la réponse en fréquence s'écrit :

$$H(f) = \begin{cases} T & 0 \leq |f| \leq (1 - \beta)/2T \\ \frac{T}{2} \left[ 1 - \sin \pi T \left( f - \frac{1}{2T} \right) / \beta \right] & (1 - \beta)/2T \leq |f| \leq (1 + \beta)/2T \\ 0 & (1 + \beta)/2T < |f| \end{cases} \quad (1.19)$$

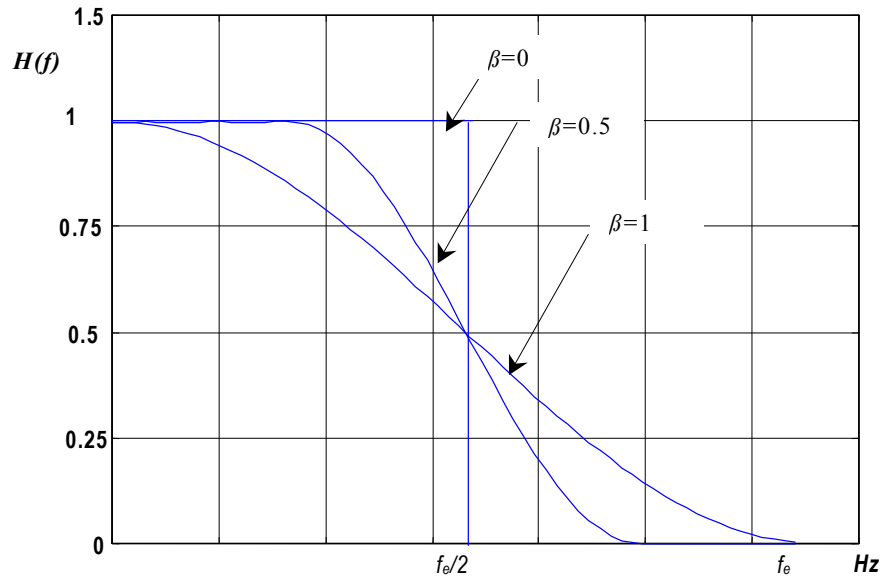
Où  $T$  représente la période symbole et  $\beta$  le paramètre de retombée ou roll-off.



*Fig. 1.4. Réponse impulsionnelle du filtre de Nyquist.*

La réponse impulsionnelle de ce filtre est donnée par la transformée de Fourier inverse de l'expression (1.19), qui s'écrit :

$$h(t) = \frac{\sin \pi t/T}{\pi t/T} \frac{\cos \beta \pi / T}{1 - 4 \beta^2 t^2 / T^2} \quad (1.20)$$



*Fig. 1.5. Réponse en fréquence du filtre de Nyquist.*

Le paramètre  $\beta$  permet de définir la bande supplémentaire par rapport à la bande de Nyquist. Pour  $\beta$  égal à 0, on retrouve le filtre idéal. La figure 1.4 montre que la réponse impulsionnelle décroît proportionnellement à  $\beta$ . Plus  $\beta$  est grand, plus la décroissance est rapide. Le choix de  $\beta$  est un compromis entre la facilité à réaliser un filtre et la bande occupée. La figure 1.5 représente des réponses en fréquence de filtres de Nyquist.

## **I.7 Conclusion :**

Pour résoudre le problème de la transmission d'un signal à large bande sur un canal perturbé on peut utiliser plusieurs porteuses simultanément. Ceci se fait par la distribution du signal à transmettre sur plusieurs voies régulièrement espacées en fréquence. Alors le signal se trouve partagé en plusieurs signaux indépendants, peu sensibles à la sélectivité du canal. Ainsi la distorsion du canal est constante dans la bande occupée par le signal. Cette approche, appelée transmission multiporteuse, permet des transmissions numériques à débits élevés sur des canaux très perturbés.

## **Chapitre II**

### **Techniques multiporteuses avec banc de filtres**

## II.1 Introduction :

Le principe d'une modulation multiporteuse repose sur le fait que la bande limitée allouée au signal est partagée en plusieurs sous-bandes. Ceci rend le canal moins sélectif. De plus, le canal est considéré comme constant dans chacune des sous-bandes et pendant la durée de transmission d'un symbole. Alors, l'information numérique à transmettre est répartie sur chacune de ces sous-bandes en parallèle, individuellement modulées à bas débit [5]. Cela permet d'une part d'augmenter la durée du symbole, sans modifier le débit transmis et d'autre part de rendre constante l'action du canal sur chacun des sous-canaux. L'action du canal sur une sous-bande quelconque, est modélisée par un multiplicateur complexe.

Une approche efficace pour la transmission multiporteuse est celle dite OFDM/DMT [6,7].

## II.2 Principe de l'OFDM/DMT :

Le principe de la DMT est illustré sur la figure 2.1. Les bits sont codés et arrangés en blocs de  $N$  symboles réels.

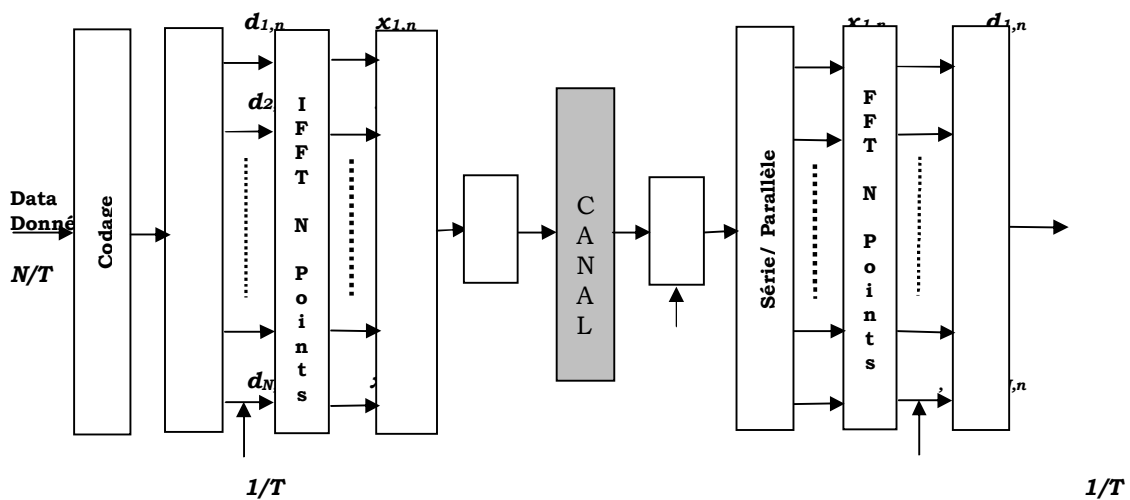


Fig. 2.1. Schéma de principe d'une transmission DMT

Chaque symbole réel est formé par un ou plusieurs bits  $b_i$ . Alors les valeurs que peut prendre un symbole sont  $2^{b_i}$ . Les  $N$  symboles sont codés en QAM donnant ainsi  $N/2$  symboles complexes. Ensuite une IFFT de  $N$  points combine les  $N/2$  symboles complexes pour donner un ensemble de  $N$  valeurs réelles dans le domaine temporel.

Avec la DMT les spectres des sous-bandes individuelles se recouvrent [8] [9]. Ceci n'est réalisable que sous certaines conditions et contraintes d'orthogonalité, afin de permettre, lors de la démodulation, la séparation des sous-bandes en réception [10].

## II.2.1 Fonction de filtrage remplie par la TFD :

La technique OFDM/DMT est basée sur la transformée de Fourier discrète. Examinons la relation qu'établit la transformée de Fourier discrète entre une séquence  $x(n)$  appliquée à son entrée et la séquence  $d(k)$  fournie par sa sortie. La TFD de  $x(n)$  s'écrit :

$$d(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi \frac{kn}{N}} \quad (2.1)$$

A l'origine, pour  $k = 0$ , l'expression (2.1) devient :

$$d(0) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \quad (2.2)$$

Le symbole  $d(0)$  peut être interprété comme la convolution du signal  $x(t)$  par la distribution  $\varphi_0(t)$  telle que :

$$\varphi_0(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \delta(t - nT) \quad (2.3)$$

Pour la sortie  $d(k)$ , la relation (2.1) s'écrit :

$$d(k) = x(t) * \varphi_k(t) \quad (2.4)$$

Avec

$$\varphi_k(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi \frac{nk}{N}} \delta(t - nT) \quad (2.5)$$

La transformé de Fourier de l'expression (2.4) donne :

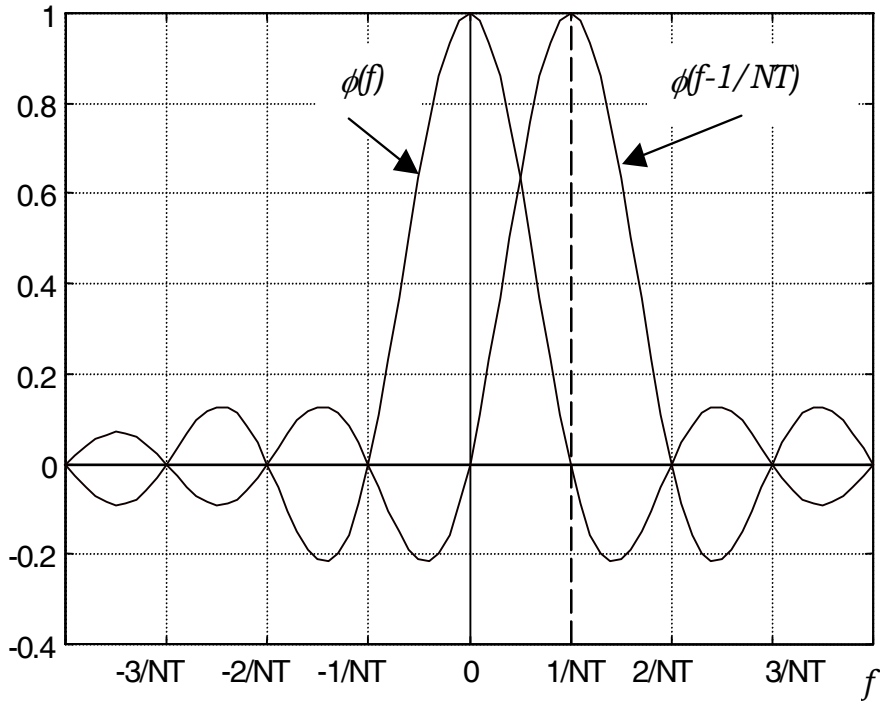
$$D_k(f) = D(f) \Phi_k\left(f - \frac{k}{NT}\right) \quad (2.6)$$

Avec

$$\Phi_k\left(f - \frac{k}{NT}\right) = e^{-j\pi\left(f + \frac{k}{NT}\right)(N-1)T} \frac{\sin \pi NT \left(f - \frac{k}{NT}\right)}{N \sin \pi \left(f - \frac{k}{NT}\right)} \quad (2.7)$$

Ainsi le signal  $d(k)$  est obtenu par filtrage du signal d'entrée par  $\Phi_k(f)$ . Le module de la fonction de transfert  $\Phi_k(f)$  s'annule aux multiples entiers de  $1/NT$ , sauf aux multiples de  $1/T$ .

Finalement, la Transformée de Fourier Discrète constitue un ensemble de  $N$  filtres identiques ou banc de filtres, répartis uniformément dans le domaine des fréquences  $[0, fe]$  avec le pas  $1/NT$ .



**Fig. 2.2.** Fonction de filtrage de la TFD

Comme il a été dit au paragraphe (II.2), dans une transmission multiporteuse DMT, l'application d'un bloc de  $N/2$  données complexes à la TFD inverse d'ordre  $N$ , donne l'ensemble de  $N$  valeurs réelles  $x(n)$  suivantes :

$$x(n) = d(0) + \sum_{k=1}^{N/2} d(k) e^{j2\pi \frac{kn}{N}} + \sum_{k=1}^{N/2-1} d^*(k) e^{j2\pi \frac{(N-k)n}{N}} \quad (2.8)$$

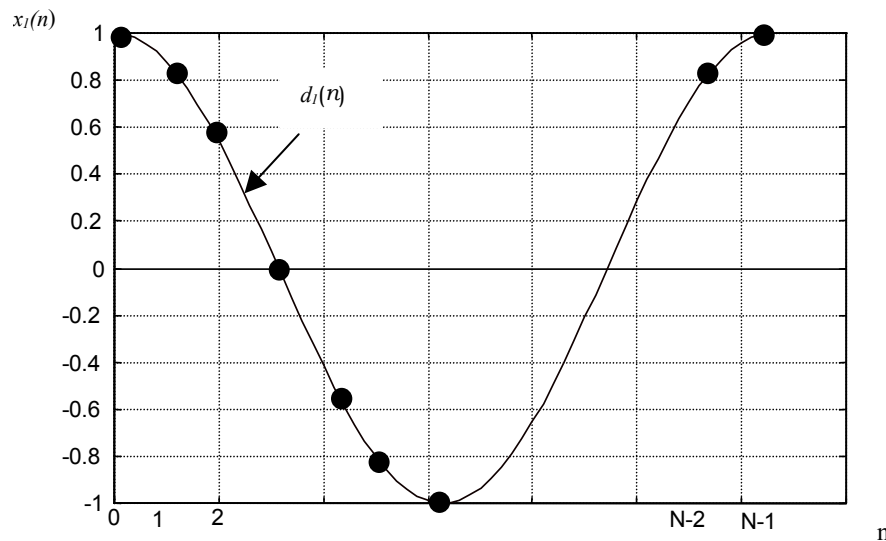
Le signal transmis est obtenu par entrelacement des valeurs  $x(n)$ , ce qui donne le signal  $s_e(t)$  avec l'échantillonnage à la fréquence  $f_e = 1/T$  :

$$s_e(t) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\delta(t - nT) \quad (2.9)$$

Pour restituer les données, il suffit d'appliquer la transformée de Fourier aux valeurs  $x(n)$ .

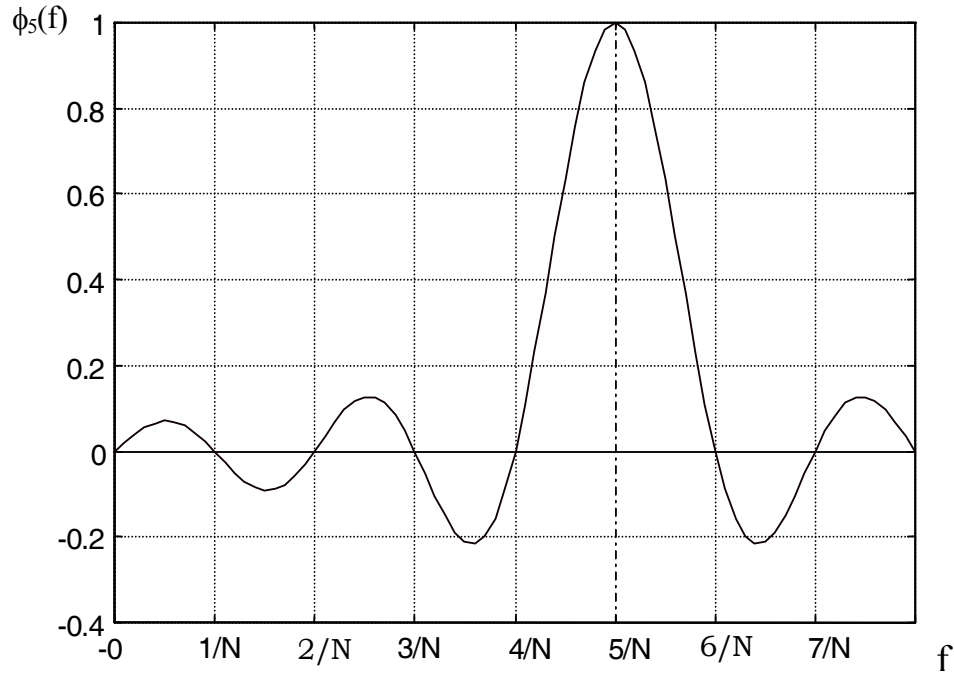
$$d(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi \frac{kn}{N}} \quad (2.10)$$

Ainsi pour un bloc de longueur  $N$ , le signal  $x(n)$  donné par l'expression (2.8) est constitué de  $N/2$  signaux élémentaires qui portent chacun une donnée  $d(k)$  et sont orthogonaux. En fait chaque signal élémentaire  $x_k(n)$  est une sinusoïde d'amplitude de  $|d(k)|$  et de fréquence  $k/N$ , comme le montre la figure 2.3. La sinusoïde est représentée par  $N$  échantillons. Dans ces conditions les signaux élémentaires sont orthogonaux et la relation (2.10) restitue les données, sans interférences.



**Fig. 2.3.** Signal élémentaire  $x_l(n)$

Dans le domaine des fréquences, l'expression (2.10) correspond à un filtrage par la fonction de transfert  $\phi_k(f)$  donnée par la relation (2.5) et dont l'amplitude  $|\phi_s(f)|$  est représentée sur la figure 2.4.



**Fig. 2.4.** Réponse en fréquence d'un filtre élémentaire de la TFD

Le système de transmission qui effectue les opérations (2.8) à l'émission et l'opération (2.10) à la réception permet en théorie une transmission parfaite des données. Il faut bien noter cependant les contraintes pratiques imposées par ce principe. D'abord, il faut une synchronisation en fréquence du récepteur sur l'émetteur.

Dans le domaine du temps, le principe de l'OFDM nécessite également une synchronisation puisqu'il faut que la transformation (2.10) utilise exactement le bloc de signaux  $x(n)$  émis. En pratique, un canal a toujours une réponse impulsionnelle  $c(t)$ , liée à sa réponse en fréquence  $C(f)$  par la relation :

$$C(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} c(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.11)$$

Généralement un canal est modélisé par sa réponse impulsionnelle discrète. Alors l'expression (2.11) devient :

$$C(f) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i e^{-j2\pi fi} \quad (2.12)$$

Dans ces conditions, il n'est pas possible de traiter en réception le même bloc de signal que celui qui a été émis puisque le signal reçu s'écrit :

$$r(n) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i x(n-i) \quad (2.13)$$

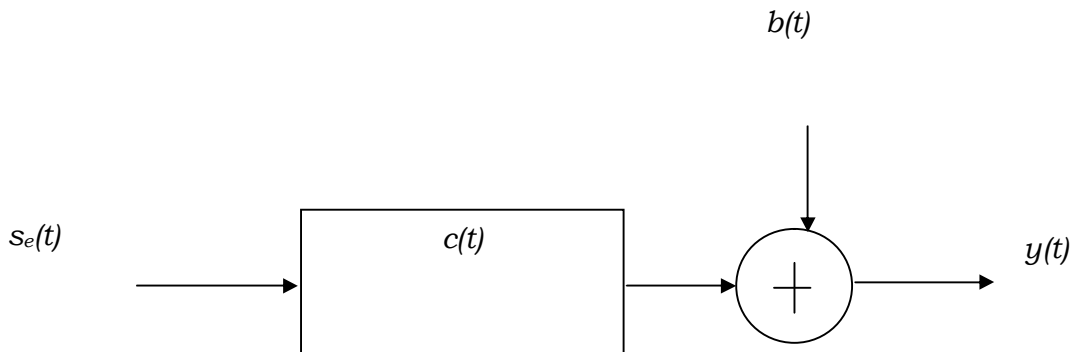
Finalement la technique OFDM/DMT, dans son principe, permet d'exploiter pleinement les possibilités d'un canal, puisqu'elle utilise un ensemble de porteuses uniformément réparties. Cependant, elle n'est efficace que sur des canaux de qualité relativement bonne et elle manque de robustesse.

Ses principaux inconvénients sont les suivant :

- il faut introduire un temps de garde entraînant une réduction de débit.
- une synchronisation précise est nécessaire, en fréquence pour conserver l'orthogonalité des signaux élémentaires et en temps pour éviter l'interférence entre les symboles.
  - la faible séparation entre les sous-canaux entraîne une faible protection contre les brouilleurs et ne permet pas d'exploiter les fortes variations de densité spectrale de bruit.
  - l'introduction d'un égaliseur temporel amène une grande complexité de calculs.
  - pour initialiser les dispositifs de synchronisation et l'égaliseur temporel, il faut de longues séquences d'apprentissage, en début de communication ou après une interruption.

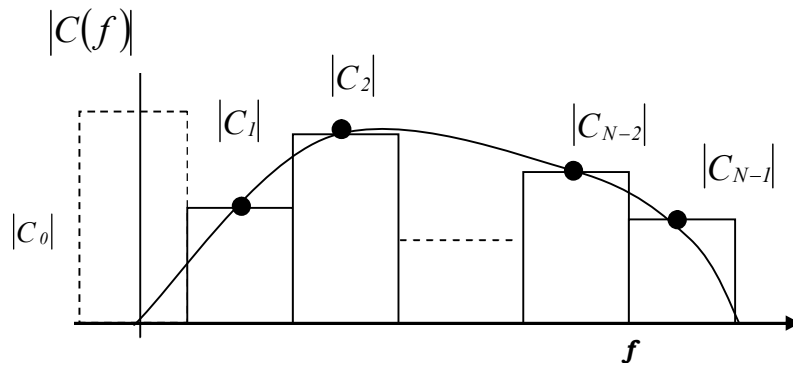
## II.2.2 Effet du canal de transmission multiporteuse :

La figure 2.5 illustre le canal de transmission avec sa réponse impulsionnelle et le bruit blanc gaussien  $b(t)$ . Le but est de connaître les interférences intersymbole dues au canal de transmission en transmission multiporteuse.



*Fig. 2.5. Signal à la sortie du canal de transmission*

Lorsque le nombre des sous-canaux  $N$  est grand, la fonction de transfert du canal  $C(f)$  peut être approximée par des rectangles comme illustré sur la figure 2.6. Chacun de ces rectangles représente une bande de fréquences de largeur  $1/T$ . La valeur de chaque fonction de transfert est approchée par celle de son centre  $C(f_i)$ . La notation utilisée par la suite est  $C_i$ . Dans le cas de la DMT, les  $f_i$  sont les fréquences centrales de chaque sous-bande. La fonction de transfert  $C(f_i)$  a  $|C_i|$  comme amplitude et  $\varphi_i$  comme phase.



**Fig. 2.6.** Décomposition du canal en sous-canaux

Le signal à la sortie du sous-canal  $i$  peut s'écrire :

$$y_i(n) = C_i x_i(n) + B_i(n) \quad (2.14)$$

où les valeurs  $y_i(n), i = 1, \dots, N$  sont les  $N$  sorties complexes de la FFT et  $B_i(n)$  est le bruit à la sortie du sous-canal  $i$ .

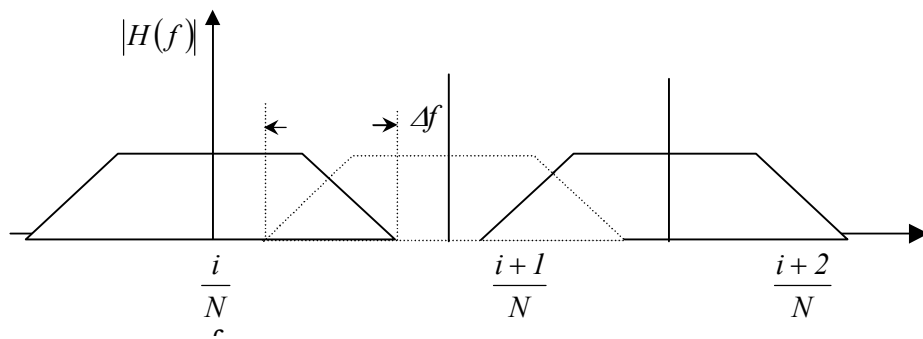
### II.3 Le transmultiplexeur OQAM

L'approche idéale pour une transmission multiporteuse est celle qui rend les sous-canaux indépendants, c'est-à-dire qui permet de diviser le canal en  $N$  sous-canaux et d'effectuer des transmissions indépendantes dans chacun de ces sous-canaux [11]. Ceci peut être réalisé avec un banc de filtres. Une méthode efficace pour réaliser un tel banc de filtres est celle qui consiste à associer un calculateur de Transformée de Fourier Discrète (TFD) avec un réseau polyphasé, l'ensemble étant dénommé Transmultiplexeur.

### II.3.1 Principe des bancs des filtres :

Un banc de  $N$  filtres uniforme est basé sur un filtre prototype, décalé en fréquence de valeurs multiples entières du pas  $\frac{1}{N}$ . La bande de transition de ce filtre correspond au recouvrement entre sous-canaux voisins, comme indiqué à la figure 2.7. Pour que ce recouvrement soit limité à deux sous-canaux il faut satisfaire la condition :

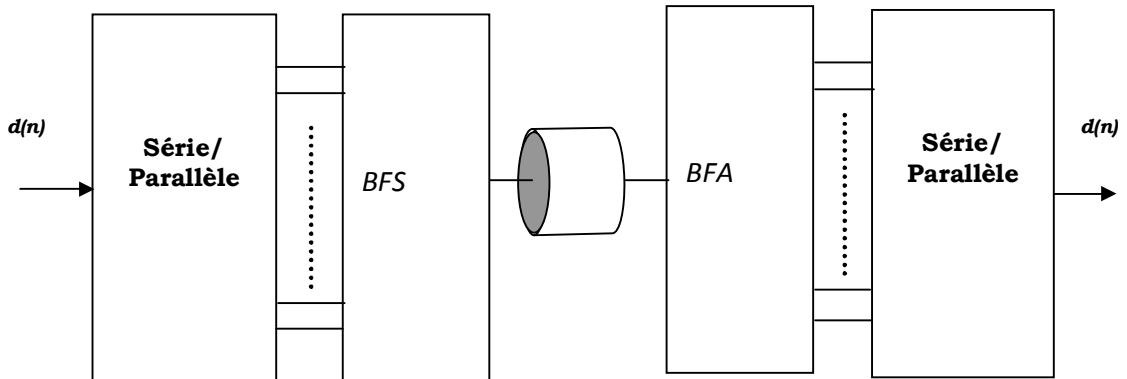
$$\Delta f < \frac{1}{N} \quad (2.15)$$



**Fig. 2.7.** Recouvrement entre sous-canaux voisins

De plus, comme dans tous les systèmes de transmission numérique, il faut que l'ensemble des deux filtres d'émission et de réception satisfasse le premier critère de Nyquist qui garantit l'absence d'interférence entre symboles. En fait, il faut utiliser deux bancs de filtres à décomposition- reconstitution parfaite ou quasi-parfaite, comme dans l'analyse d'un signal réel en sous-bandes et la synthèse du signal à partir des sous-bandes. Le schéma de principe de la liaison numérique est donné à la figure 2.8. Les données sont réparties en  $N$  flux parallèles qui ont chacun une cadence d'échantillonnage divisée par  $N$  et sont appliqués à un banc de filtre de synthèse (BFS) qui forme le signal à transmettre.

En sortie de canal, le récepteur comprend un banc de filtres d'analyse (BFA) qui restitue les  $N$  flux parallèles, qui sont ensuite utilisés pour restituer les données d'origine.



*Fig. 2.8. Principe d'une transmission multiporteuse par banc de filtres*

### II.3.2 Banc de filtre par réseaux polyphasés et TFD :

Un calculateur de transformé de Fourier constitue un banc de filtres. Cependant, il faut remarquer que les filtres ainsi réalisés présentent des recouvrements importants. Pour améliorer la séparation entre les bandes et réduire les recouvrements, on effectue un filtrage par un banc de filtres réalisé par un réseau polyphasé et TFD [11].

Soit à réaliser un banc de  $N$  filtres qui couvrent la bande  $[0, f_e]$ , et sont obtenus par translation en fréquence d'un filtre passe-bas de base des valeurs  $m \frac{f_e}{N}$  avec  $1 \leq m \leq N - 1$ .

Si  $H(z)$  est la fonction de transfert en  $Z$  du filtre de base, une translation de fréquence de  $\frac{m}{N} f_e$  se traduit par un changement de variable de  $z$  en  $ze^{j2\pi\frac{m}{N}}$  ; c'est-à-dire que le filtre d'indice  $m$  a pour fonction de transfert  $B_m(z)$  telle que :

$$B_m(z) = H\left(ze^{j2\pi\frac{m}{N}}\right) \quad (2.16)$$

En appliquant la décomposition d'un filtre RIF à  $KN$  coefficients, on peut écrire :

$$H(z) = \sum_{i=1}^{KN} h_i z^{-i} = \sum_{n=0}^{N-1} z^{-n} H_n(z^N) \quad (2.17)$$

Avec

$$H_n(z^N) = \sum_{k=0}^{K-1} h_{kN+n} (z^{-N})^k \quad (2.18)$$

Cette représentation du filtre  $H(z)$  est dite décomposition polyphasée et elle peut être introduite dans l'expression des filtres après translation. Il vient alors :

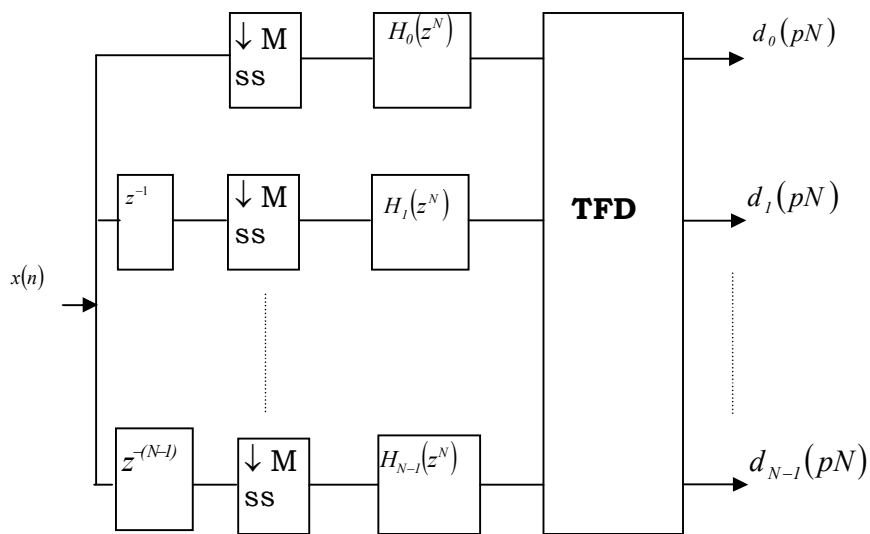
$$B_m(z) = \sum_{n=0}^{N-1} z^{-n} e^{-j2\pi\frac{mn}{N}} H_n(z^N) \quad (2.19)$$

En tenant compte du fait que les fonctions  $H_n(z^N)$  sont les mêmes pour tous les filtres, une factorisation globale peut intervenir, conduisant à l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \vdots \\ B_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & I & \dots & I \\ I & W & \dots & W^{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I & W^{(N-1)} & \dots & W^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_0(z^N) \\ z^{-1}H_1(z^N) \\ \vdots \\ z^{-(N-1)}H_{N-1}(z^N) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

où  $W = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$ .

La matrice carrée est la matrice de la TFD. Le banc de filtres est réalisé par mise en cascade d'un réseau polyphasé et d'un calculateur de Transformation de Fourier Discrète. Comme la cadence des symboles transmis dans chaque canal est de  $\frac{1}{N}$ , il suffit d'échantillonner la sortie des filtres à la cadence  $\frac{1}{N}$  et le schéma du filtre en réception est donné à la figure 2.9. La réduction par N de la fréquence d'échantillonnage peut s'effectuer après les retards  $z^{-i}$  et tous les calculs se font alors à la cadence  $\frac{1}{N}$ .

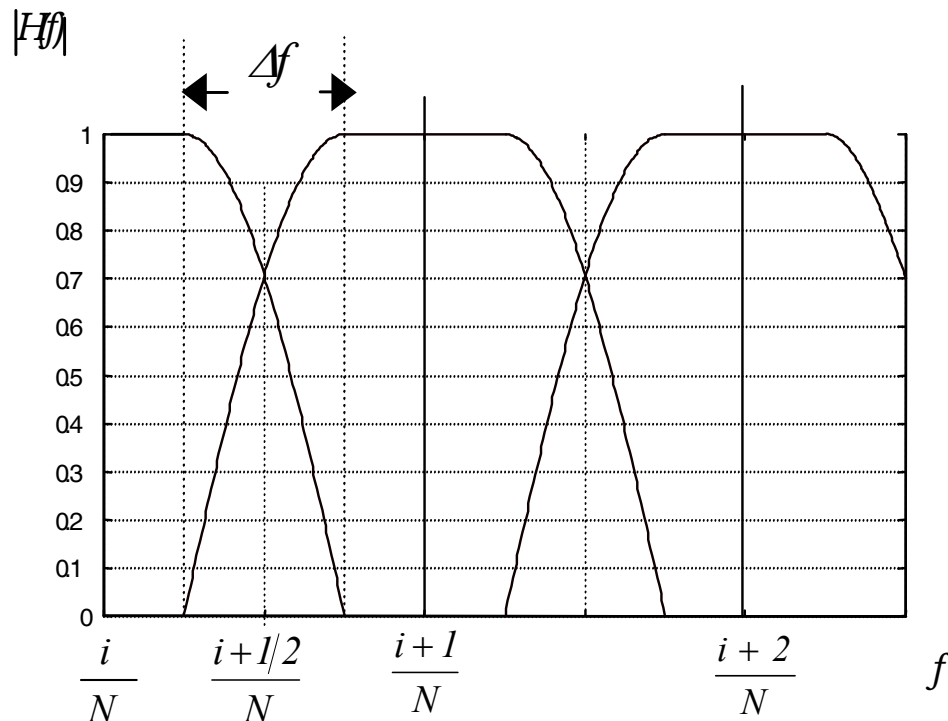


**Fig. 2.9.** Banc de filtres polyphasés en réception.

## II.4 Interférence entre canaux :

Après réception, les données doivent être les plus proches possibles de celles de l'émission. Pour ce faire, il faut que le filtre résultant du produit du filtre d'émission et de réception soit un filtre RIF à phase linéaire. Le choix de ce filtre se fait de telle sorte que les interférences soient limitées uniquement aux canaux voisins, comme le montre la figure 2.11. Si l'on considère le signal présent dans la sous-bande  $i$ , il constitue l'interférence entre les deux sous-canaux voisins et il a une enveloppe spectrale qui est le produit  $G(f)$  des filtres de synthèse et d'analyse, et il est à coefficients réels.  $G(f)$  est symétrique par rapport à la fréquence  $\frac{i+1/2}{N}$ . Dans ces conditions et lorsque  $i$  égale à 0, la réponse impulsionnelle  $g(t)$  du filtre d'interférence  $G(f)$  peut s'écrire sous la forme :

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H^{1/2}(f) H^{1/2}\left(f - \frac{1}{N}\right) e^{-j2\pi ft} df \quad (2.21)$$



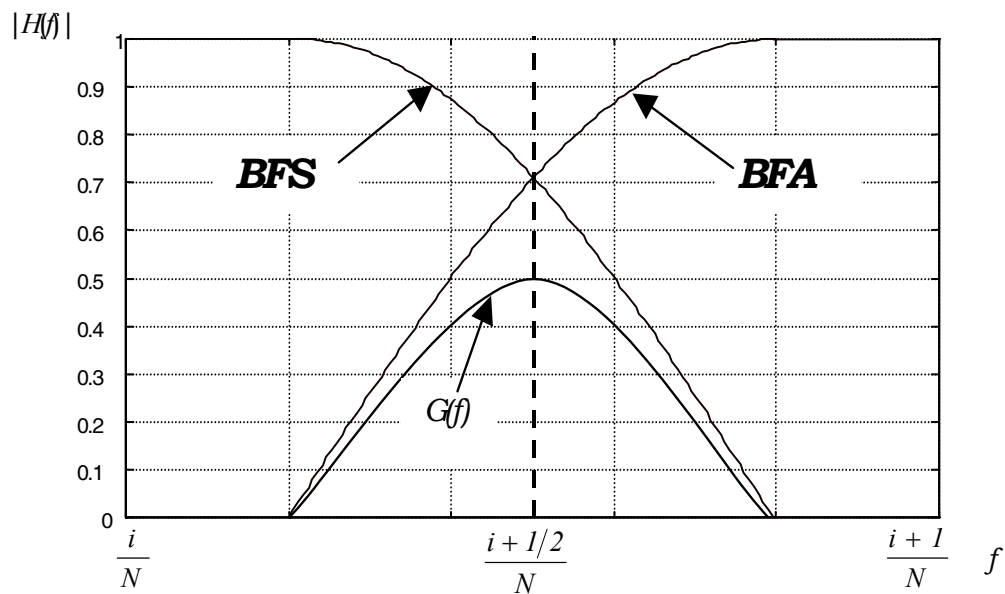
**Fig. 2.10.** Recouvrement des sous-canaux.

Dans ce cas, l'interférence entre le canal  $i$  et le canal  $i+1$  s'écrit :

$$g(t) = K(t)e^{j2\pi\frac{i+1/2}{N}t} \quad (2.22)$$

Où  $K(t)$  est une fonction réelle et symétrique. Pour un échantillonnage à la fréquence  $\frac{2}{N}$ , il vient :

$$g(n) = K(n)e^{j\frac{\pi n}{2}} \quad (2.23)$$



**Fig. 2.11.** Enveloppe spectrale du signal d'interférence.

Par suite les parties réelles et imaginaires du signal d'interférence s'annulent alternativement. Dans ces conditions, l'interférence entre sous-canaux disparaît si les données dans un sous-canal sont transmises alternativement sur la partie réelle et la partie imaginaire du sous-canal, en alternant pour les données des sous-canaux voisins.

Globalement, on peut considérer que la cadence d'échantillonnage à l'entrée de chaque sous-canal est égale à  $\frac{2}{N}$ , les données étant transmises alternativement par les parties réelle et imaginaire du sous-canal.

## **II.5 Conclusion :**

L'approche basée sur le transmultiplexeur OQAM n'est pas soumise à la contrainte d'orthogonalité des sous-canaux, c'est le filtre prototype qui va déterminer le niveau d'interférence entre les sous-canaux. Il n'est plus nécessaire d'introduire un temps de garde entre les symboles, la synchronisation et l'égalisation sont considérablement simplifiées.

L'approche est robuste et elle est capable de s'adapter à des conditions de transmission difficiles. Sur le plan des performances, par rapport à l'OFDM/DMT, sa principale contrepartie est l'introduction d'un retard en fonction du nombre de coefficients du filtre prototype des bancs de filtres d'émission et de réception.

## **Chapitre III**

### **Simulation et résultats**

### III.1 Introduction

Le recouvrement des sous-canaux dans la technique OFDM limite l'efficacité de cette approche en raison des temps de garde qu'il faut introduire entre les symboles. De plus, il faut garantir l'orthogonalité entre toutes les porteuses pour éviter les interférences, ce qui introduit des contraintes sévères sur les récepteurs pour la synchronisation des horloges et des instants d'échantillonnage. Pour un récepteur ADSL, on cite par exemple un temps d'établissement pouvant atteindre 20 secondes, ce qui réduit la disponibilité des liaisons. Par contre, la technique OFDM permet de réduire considérablement les besoins d'égalisation.

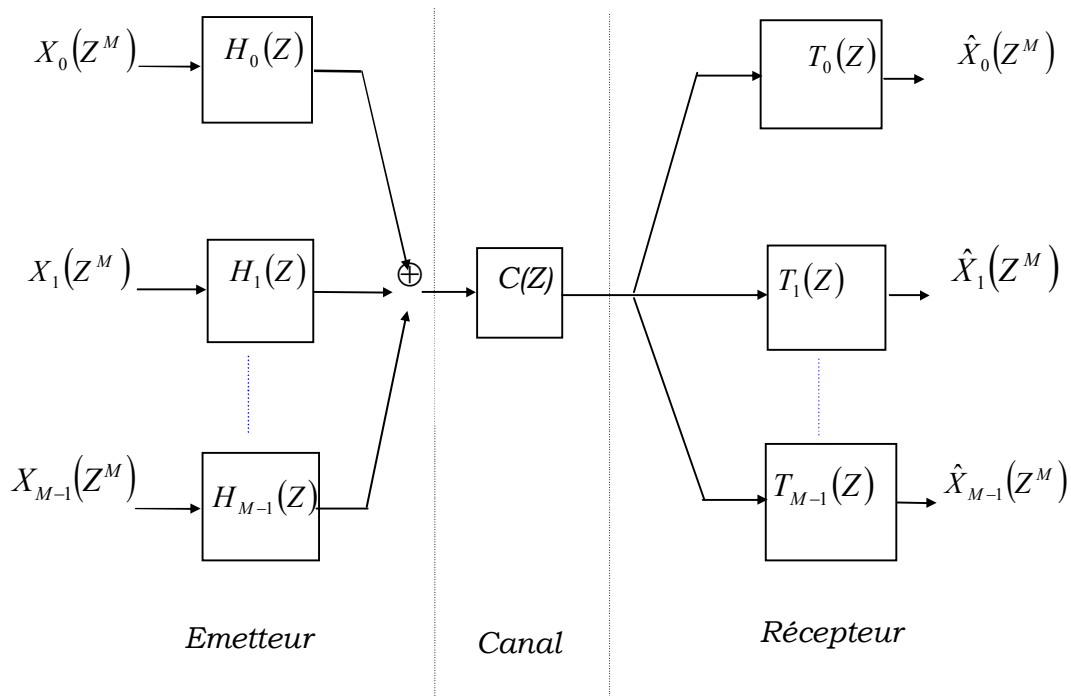
Les progrès de l'électronique intégrée et l'augmentation des capacités de calcul qui en résulte, permettent d'envisager des approches qui pourraient être plus exigeantes en complexité arithmétique, mais qui devraient accroître l'efficacité de transmission et faciliter la réalisation des récepteurs. Les bancs de filtres se situent dans cette voie, leur apport principal étant la séparation des canaux et l'ouverture vers l'égalisation adaptative des sous-canaux.

### III.1 Introduction des bancs de filtres

Le but est de diviser un canal transmission en  $N$  sous-canaux pour effectuer des transmissions indépendantes dans chacun de ces sous-canaux appelées transmissions mutiporteuses. Les deux avantages essentiels des techniques mutiporteuses est d'ajuster le débit au rapport signal à bruit en chaque point de l'axe des fréquences et la simplification des problèmes d'égalisation.

#### III.1.1 Principe

Pour présenter le principe, on considère la séquence des symboles à transmettre  $x(n)$ , qui représente les données. Cette séquence est divisée en  $N$  sous-séquences  $x_i(n)$  qui ont une cadence d'échantillonnage divisée par  $N$  et qui sont appliquées chacune à un filtre, caractéristique du sous canal utilisé. Les sorties de ces filtres sont ajoutées pour former le signal composite. L'opération est représentée à la figure 3.1, qui fait apparaître les transformées en  $Z$  des séquences et les fonctions de transfert en  $Z$  des filtres.



**Fig. 3.1.** Principe d'une transmission avec un banc de filtres.

Après transmission dans le canal  $C(z)$ , le signal composite est appliqué à un ensemble de  $N$  filtres qui restituent les  $N$  sous-séquences de données. Cette méthode combine deux techniques classiques en transmission : la transmission de données dans un canal et le multiplexage en fréquence.

### III.2 Emetteur et Récepteur :

Une fois définie l'organisation temporelle, la structure de l'émetteur et du récepteur peut être présentée. Les données d'entrée sont appliquées à un convertisseur série/parallèle, qui fournit 256 symboles élémentaires au modulateur OQAM. Le symbole élémentaire est constitué de 0 à 7 bits suivant la capacité attribuée au sous-canal qui transportera cette séquence.

Le modulateur OQAM fournit les échantillons complexes de signal affectés à chaque sous-canal, à la cadence de 8 kHz et appliqués aux entrées utilisées du banc de filtres de synthèse.

Les données de capacité des sous-canaux à introduire sont fournies par le récepteur local. Le banc de filtre de synthèse fournit le signal multiporteuse émis  $s_e(n)$  à l'interface analogique d'émission. Le signal multiporteuse reçu  $s_r(n)$  est appliqué à un banc de filtres d'analyse qui restitue les signaux  $x_{ir}$  des 256 sous-canaux. Les bancs de filtres de synthèse en émission et d'analyse en réception ont pour fonction de séparer les sous-bandes. Ils sont obtenus par combinaison d'une Transformée de Fourier Discrète TFD et d'un réseau polyphasé, dont les coefficients sont ceux d'un filtre prototype. En modulation OQAM, les filtres d'émission et de réception doivent être identiques. Comme le filtre global doit au moins satisfaire le premier critère de Nyquist et doit être à phase linéaire, il en résulte que le filtre prototype doit être à phase linéaire et en racine de Nyquist.

### III.3. Filtrage de Nyquist

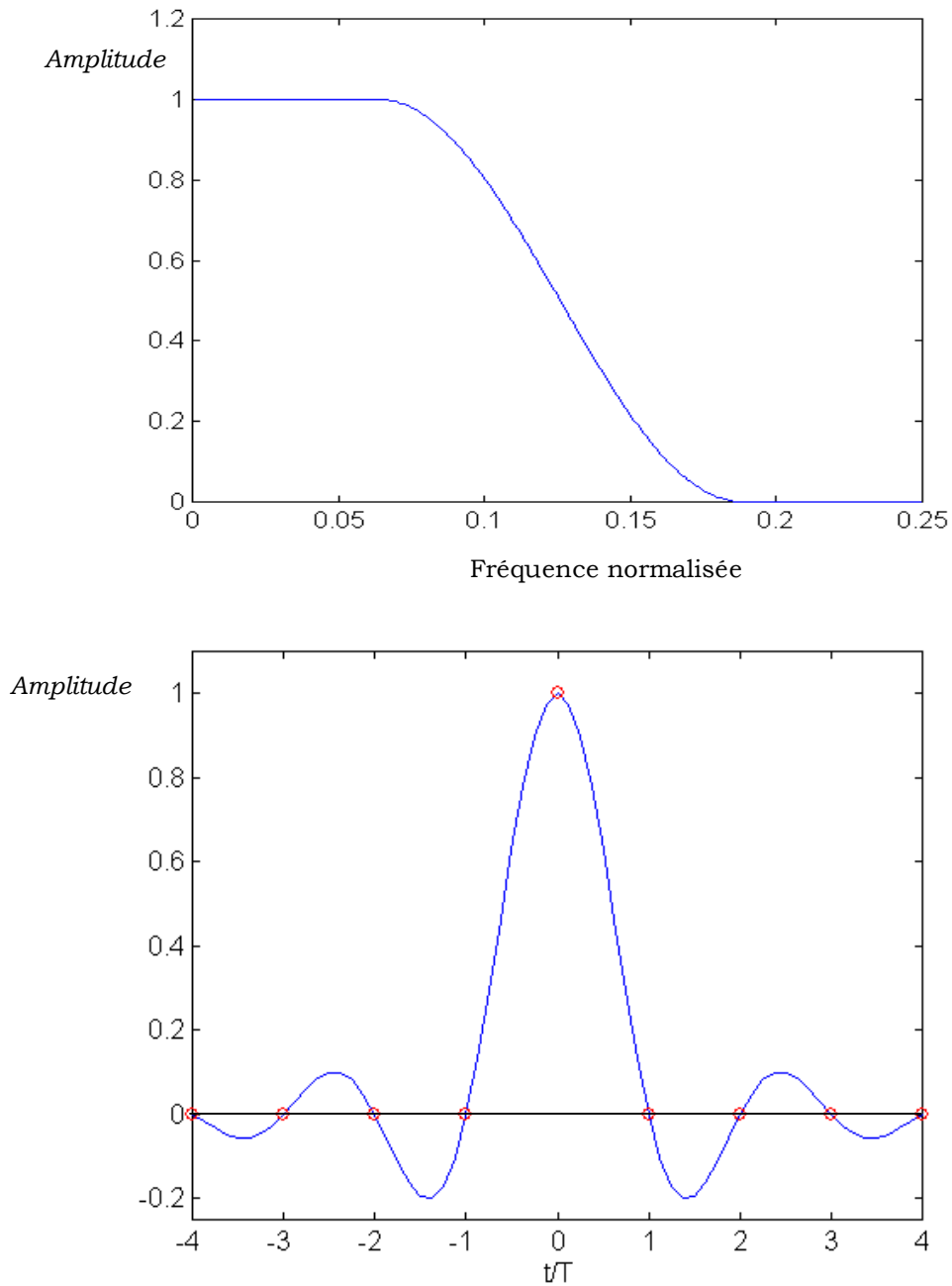
La transmission de donnée dans un canal nécessite que le filtre global, depuis l'entrée de l'émetteur jusqu'à la sortie du récepteur, satisfasse le critère de Nyquist. Si nous considérant  $T$  l'espacement entre symboles et  $\beta$  le facteur d'arrondi, ou "roll off"; il est important de noter que la bande de transition  $\Delta f$  de ce filtre a pour expression :

$$\Delta f = \frac{\beta}{T} \quad (3.1)$$

La réponse impulsionnelle correspondante  $h(t)$  s'écrit :

$$h(t) = \frac{1}{T} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{T}\right)}{\frac{\pi}{T}} \frac{\cos(\pi\Delta f t)}{1 - 4\Delta f^2 t^2} \quad (3.2)$$

On vérifie qu'elle s'annule pour  $t = nT$  avec  $n \neq 0$ , ce qui permet donc la transmission des symboles sans interférence à la cadence  $\frac{1}{T}$ . Le filtre est représenté à la figure 3.2.



**Fig. 3.2.** Réponse du filtre de Nyquist

Dans les systèmes de transmission de données, le filtre de Nyquist est généralement réparti en deux facteurs égaux, l'un à l'émission, l'autre à la réception, les filtres correspondants sont dits "demi-Nyquist".

Il faut bien souligner l'importance du facteur d'arrondi  $\beta$ , qui commande la complexité du filtre. Dans l'étude présente, ce sera un paramètre essentiel pour la complexité du système et une des grandes options à prendre.

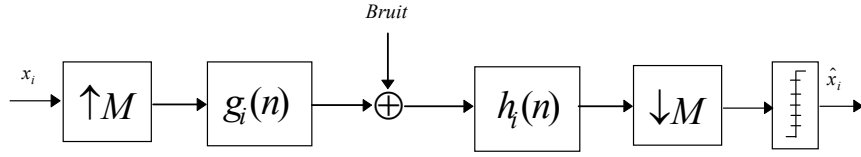
### III.3.1 Calcul des coefficients du filtre :

Le filtre prototype détermine un ensemble de performances du système et notamment le niveau d'interférence entre sous-canaux, la protection contre les brouilleurs et le retard apporté par le système.

Etant du type « demi-Nyquist », il doit présenter un affaiblissement de 3 dB au milieu de la bande de transition, c'est-à-dire à la fréquence  $f_e/2N$  puisque l'espacement entre les sous-canaux est égal à  $f_e/N$ .

Pour que le filtre d'interférence entre sous-canaux voisins  $G(f)$  soit symétrique, il faut que les filtres d'émission et de réception aient un retard égal à un nombre entier de périodes d'échantillonnage, ce qui impose un nombre de coefficients impair  $M = 2P+1$ . Le retard apporté par l'ensemble du système est alors au moins égal à cette valeur  $N$  pour une fréquence d'échantillonnage  $f$  égale à  $f_e$ .

On peut utiliser directement une formule algébrique pour calculer les coefficients du filtre. Le principe de cette méthode de calcul est basé sur la répartition équitable du filtrage entre l'émission et la réception. Considérons la chaîne de transmission de la figure 3.3, dans laquelle on suppose que la fonction de transfert totale équivalente en bande de base est égale à  $p_0 H_N(f)$ , où  $p_0$  est une constante réelle et  $H_N(f)$  une fonction de transfert, fixée, qui vérifie le critère de Nyquist.



**Fig. 3.3.** Schéma équivalent en bande de base de la chaîne de transmission

La valeur du signal en l'absence de bruit à l'entrée du circuit de décision est imposée par la contrainte sur la fonction de transfert globale, et ne dépend donc pas des fonctions de transfert en émission et réception, mais seulement de leur produit. La contrainte en un sens d'IES nulle que doivent satisfaire  $G_i(f)$  et  $H_i(f)$  s'écrit:

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H_i(W^k z) G_i(W^k z) = p_0 H_N(f) \quad (3.3)$$

Dont la réponse impulsionnelle associée vaut:

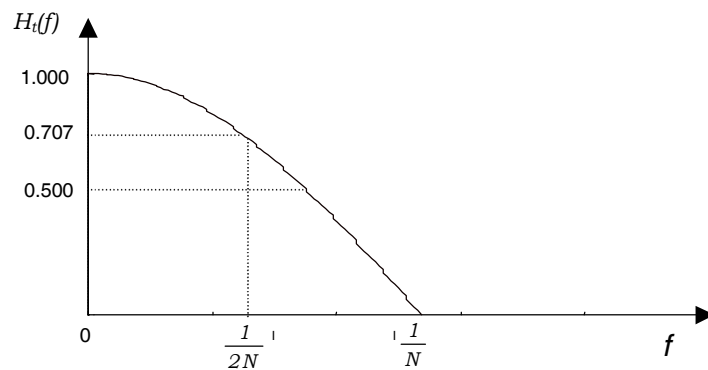
$$h_N(n) = \begin{cases} 1 & \text{pour } n=0 \\ 0 & n = kM (k \neq 0) \end{cases} \quad (3.4)$$

Dans le cas présent, comme l'interférence doit être limitée à l'espacement entre sous-canaux voisins, la bande de transition est limitée à l'espacement entre sous-canaux, c'est-à-dire :  $\Delta f \leq \frac{1}{N}$ .

Dans ces conditions, une approche directe peut être envisagée en considérant, la fonction suivante :

$$H_t(f) = \cos(\pi N f / 2 f_e) \quad ; \quad 0 \leq |f| \leq \frac{f_e}{N} \quad (3.5)$$

$$H_t(f) = 0 \quad ; \quad \frac{f_e}{N} \leq |f| \leq \frac{f_e}{2}$$



**Fig. 3.4.** *Filtre prototype théorique.*

La fonction  $H_t^2(f)$  est une cosinusoïde surélevée et elle satisfait les deux premiers critères de Nyquist.

$$H_t^2(f) = \frac{1}{2} (1 + \cos \pi N f / f_e) \quad (3.6)$$

La réponse impulsionnelle associée à la fonction  $H_i(f)$  s'écrit, en posant  $f_e$  égale à 1 :

$$h(t) = \frac{4}{N\pi} \frac{\cos \frac{2\pi}{N}t}{1 - \left(\frac{4t}{N}\right)^2} \quad (3.7)$$

Cette fonction s'annule pour  $t = k \frac{N}{4}$  avec  $k$  entier, et son enveloppe décroît comme  $t^2$ . Il en résulte pour le filtre numérique la suite infinie des coefficients suivants :

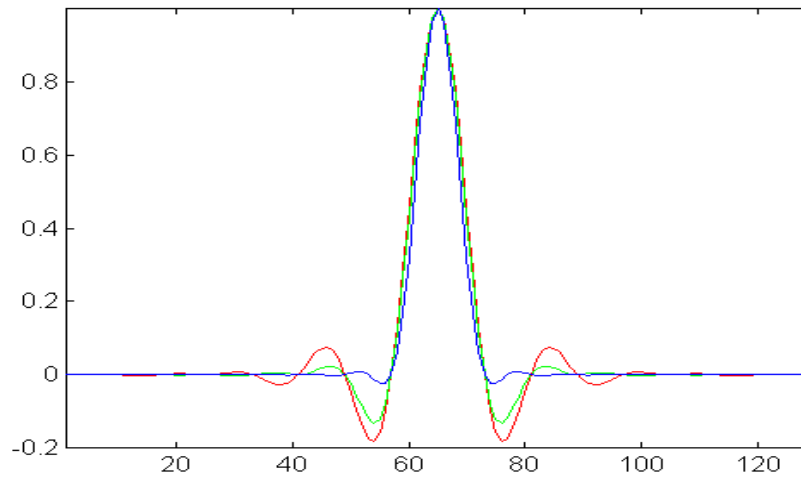
$$h_i = \frac{4}{N\pi} \frac{\cos 2\pi \frac{i}{N}}{1 - \left(\frac{4i}{N}\right)^2} \quad (3.8)$$

Et pour  $N = 512$  :

$$h_i = \frac{1}{128\pi} \frac{\cos \frac{\pi}{2} \frac{i}{128}}{1 - \left(\frac{i}{128}\right)^2} \quad (3.9)$$

Dans la réalisation, il faut limiter le nombre de coefficients à la valeur  $M = 2P + 1$ , c'est-à-dire imposer  $h_i = 0$  pour  $|i| > P$ . Il en résulte alors un filtre non idéal dont la réponse en fréquence s'écarte de la fonction désirée dans la bande  $\left[0, \frac{1}{N}\right]$  et présente des ondulations dans la bande  $\left[\frac{1}{N}, \frac{f_e}{2}\right]$ . Ces écarts entraînent d'une part de l'interférence entre les symboles dans chaque sous-canal et d'autre part de l'interférence entre les sous-canaux.

Le choix du nombre de coefficients est un compromis entre, d'une part le retard introduit par les bancs de filtres et la complexité des calculs et d'autre part les objectifs de débit maximal.



**Fig. 3.5.** Réponse impulsionnelle d'un filtre à 129 coefficients en cosinus surélevé pour différentes valeurs du facteur d'arrondi  $\beta$  (1:  $\beta=0.2$ ; 2:  $\beta=0.5$ ; 3:  $\beta=1$ ) avec  $N=8$ .

Sur la figure 3.5, nous avons représenté la réponse impulsionnelle pour différentes valeurs du paramètre  $\beta$ . On constate que l'amplitude des oscillations de la fonction  $h(n)*h(n)$  est d'autant plus faible que le facteur d'arrondi  $\alpha$  est grand, et donc que la largeur de la bande de transition est grande. Ceci a une conséquence importante dans la pratique sur la sensibilité du récepteur aux imprécisions de l'instant d'échantillonnage : en effet, un décalage  $\varepsilon T_s$  de l'instant d'échantillonnage va induire une quantité d'IES d'autant plus importante que l'amplitude des oscillations est grande. Lorsque le facteur de retombée  $\beta$  est égal à 1, la fonction  $h_{src}(n)*h_{src}(n)$  s'annule aux instants  $\{kT+T/2\}$ , pour  $k \neq 0, -1$  et l'amplitude des oscillations est faible.

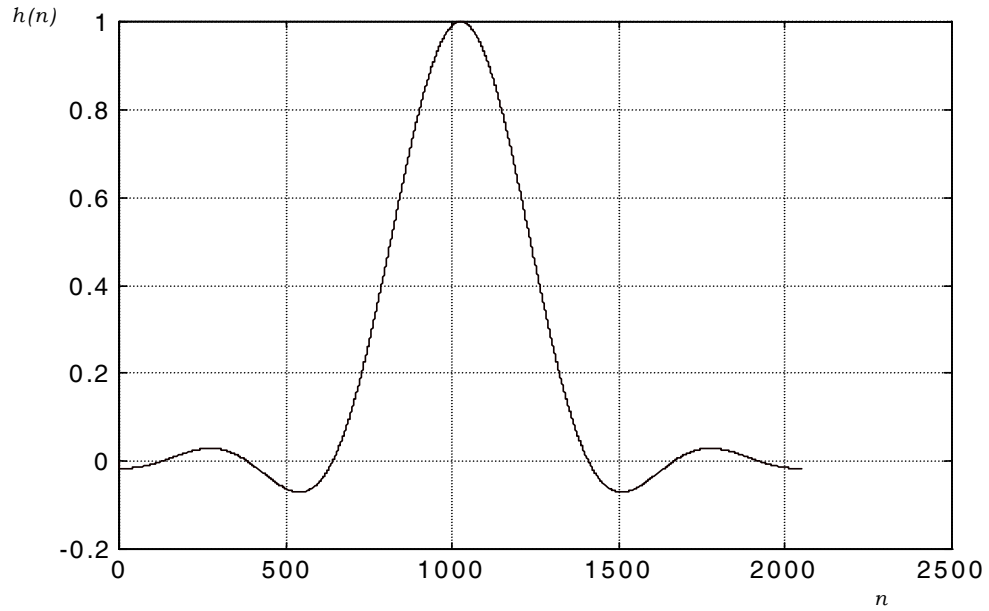
La réponse impulsionnelle  $h_{src}(n)$  est infinie et il faut la limiter pour obtenir un filtre réalisable. Cette limitation introduit une altération de la réponse en fréquence qui reste faible si le nombre de coefficients est élevé. L'utilisation de fonction de fenêtrage du type Hamming ou Blackman est possible mais délicate, car il faut corriger la réponse en fréquence obtenue.

Le filtre prototype possède en fait  $N-1$  coefficients. Le choix du nombre de coefficients du filtre prototype est basé sur les 2 objectifs suivants :

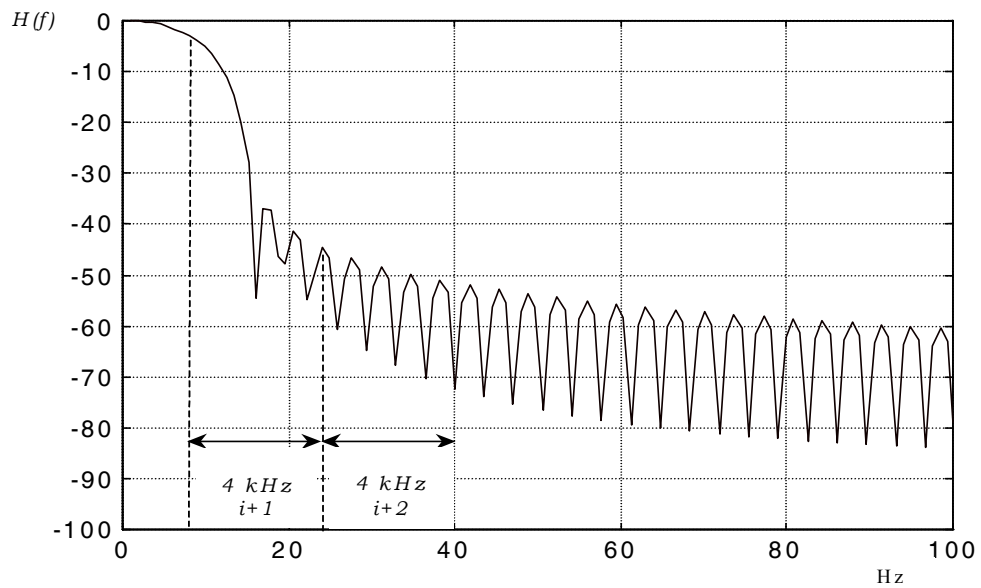
- retard apporté par les 2 bancs de filtre de 1 ms au maximum.
- limite de rapport signal à distorsion moyen supérieur à 35 dB, ce qui correspond à une capacité de transmission maximale de l'ordre de 7 Mbit/s avec plusieurs décibels de marge.

La valeur retenue est alors :  $M = 2047$ .

La réponse impulsionnelle du filtre est donnée par la figure 3.6 et sa réponse en fréquence par la figure 3.7. On observe que les ondulations du filtre correspondent à un affaiblissement de 35 dB dans la sous-bande adjacente, 45 dB dans la bande suivante et plus de 50 dB au-delà.



**Fig. 3.6.** *Filtre prototype à 2047 coefficients*



**Fig . 3.7.** *Réponse en fréquence (FFT sur 8192 points) du filtre prototype (4 kHz correspondent à 16 points)*

A partir d'un filtre prototype à  $N = 2047$  coefficients satisfaisant au critère de Nyquist, avec un facteur d'arrondi  $\beta = 1.0$ , on construit un banc de  $N = 512$ .

Le point remarquable est que les interférences sont nulles aux instants de décision dans le sous-canal. Cette propriété provient des rotations de phase introduites dans les bancs de filtres d'analyse et de synthèse.

### **III.4 Conclusion :**

Les techniques multiporteuses avec bancs de filtres ont été étudiées et l'analogie avec la décomposition et la reconstruction d'un signal a été soulignée. En fait, les nombreux résultats obtenus dans ce domaine sont applicables directement, la différence essentielle résidant dans l'inversion des sous-ensembles. En transmission multiporteuse, le filtre de synthèse se place à l'émission et le filtre d'analyse en réception.

Le choix du nombre des coefficients du filtre prototype dépend des débits à transmettre. Ce dernier dépend des perturbations. Parmi ces perturbations, figurent les interférences co-canal et entre sous-canaux voisins. Les interférences entre canaux voisins peuvent être éliminées en utilisant une technique de modulation OQAM. Les interférences co-canal et les interférences dues aux autres sous-canaux de même parité peuvent être réduites en faisant un choix judicieux du nombre de coefficients du filtre prototype et en respectant les critères de Nyquist. Dans le cas de cette étude, le filtre prototype émission /réception retenu possède 2047 coefficients et donne un rapport signal à bruit de l'ordre de 36 dB dans chaque sous-canal.

## **Conclusion générale**

Par une modélisation, sous forme de bancs de filtres, de toute la chaîne de transmission, nous aboutissons, pour l'OFDM/OQAM, à une forme explicite de la relation de transfert entre les données en entrée du modulateur et celles en sortie du démodulateur. L'association à chacune des porteuses d'une modulation d'amplitude en quadrature, sans ou avec "offset", produit, respectivement, les modulations OFDM/QAM et OFDM/OQAM. Cette dernière modulation peut fonctionner sans intervalle de garde et offre également une possibilité de choix plus étendue en ce qui concerne la fonction prototype. Nous établissons ainsi, pour les filtres de mise en forme, des conditions en temps discret équivalentes aux conditions d'orthogonalité définies pour le temps continu. En respectant les critères de Nyquist, ces conditions nous garantissent une transmission sans interférences entre symboles (IES), ni interférences entre canaux.

## **Bibliographie**

- [1] J. C. Bic, D. Duponteil, J.C. Imbeaux, « Eléments de communications numériques », Tome 1, édition dunod 1986.
- [2] J.G. Proakis, « Digital communication », Second Edition, McGraw Hill, New York, 1989
- [3] I. A. Glover and P. M. Grant, « Digital communication », Second Edition, Prentice Hall, Europe, 1998.
- [4] W. T. Webb and L. Henzo, « A Modern Quadrature Amplitude Modulation », IEEE Press Edition 1995.
- [5] J. B. Anderson, T. Aulin and C.E. Sundberg, « Digital phase modulation », Plenum Press, New York, 1986.
- [6] M. Bellanger, « Traitement numérique du signal », Edition Masson, 5 édition 1996.
- [7] T. Starr, J. M. Cioffi and P. Silverman, « Understanding Digital Subscriber Line Technology », Prentice Hall, Upper Saddle River, N.I., 1999
- [8] A. Peled and A. Ruiz, « Frequency Domain data Transmission Using Reduced Computational Complexity Algorithms », In International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing, April 1980. Denver, pp. 964-967.
- [9] A. Ruiz and J.M. Cioffi, « Frequency Domain Approach to Combined Spectral Shaping and Coding », In ICC'87, pages 1711-1715, Seattle WA, June 1987.
- [10] R. Li, G. Stette, « Time Limited Orthogonal Multicarrier Modulation Schemes », IEEE Trans. Commun., Vol. 43, N° 2/3/4, pp. 1269-1272, Feb./Mar./Apr. 1995.
- [11] R. G. Gallager, « Information theory and reliable communication », Wiley New York, NY, 1968.