



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE
ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



MEMOIRE

Présentée

***AU DEPARTEMENT DE GENIE INDUSTRIELLE
FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
UNIVERSITE DE KHENCHELA***

Pour obtenir le titre de

MASTER « LMD »

Option : Génie des Procédés et Environnement

Par

MOUSSAOUI Hayette

***Modélisation et simulation du colmatage par adsorption lors de
l'ultrafiltration frontale***

Remerciement

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon encadreur Dr BEICHA Abdellah pour son suivi, sa disponibilité ses orientations et les conseils qu'il nous a prodigués et on lui dit merci d'avoir semé en nous l'amour du savoir, du savoir faire et savoir être, on le remercie jamais assez.

Je tiens à remercier les membres de jury pour avoir accepter de juger notre modeste travail.

MOUSSAOUI Hayette

Nomenclature

Notations latines

A	Perméabilités de la membrane m /Pa.s
C	Concentration% poids
C ₀	Concentration d'alimentation % poids
C _g	Concentration de gel% poids
C	Concentration molaire de soluté jmol/l
C _m	Concentration à la surface interne de la membrane% poids
C _p	Concentration de perméat% poids
D	Coefficient de diffusionm ² /s
e _m	Epaisseur de la couche active de la membrane m
k	Coefficient de transfert de masse m/s
l	L'épaisseur de la couche de gel m
L	Longueur de la membrane m
N _j	Nombre de moles de solutés jmoles
N	Paramètre cinétique d'adsorption-
n _p	Nombre des pores par unité de surface l/m ²
P ₀	Pression osmotique Pa
P ₁	Pression à l'entrée du module Pa
P ₂	Pression à la sortie du module Pa
P ₃	Pression de perméat Pa
Q _p	Débit volumétrique de perméatm ³ /s
R	Constante des gaz parfait J/mol.k
R _{ad}	Résistance d'adsorption Pa.s/m
R _g	Résistance de gel Pa.s/m
\tilde{R}_g	Résistance spécifique de gel Pa.s/m
R _m	Résistance de la membrane Pa.s/m
r ₀	Rayon de pore de la membrane propre m
r _p	Le rayon des pores m
S	Surface effective de la membrane m ²

U_0	Flux de l'eau pure de la membrane propre m/s
U_1	Flux de l'eau pure de la membrane colmatée m/s
U_e	Flux de l'eau pure m/s
U_p	Flux de perméat m/s
t	Temps S
T	Température absolue K
TR	Taux de rétention%
V	Volumem ³
x	Paramètre cinétique d'adsorption-
z	Direction axiale-

Notations grecques

ε	Fraction volumique en solide%
ε_0	Fraction volumique en solide dans la solution d'alimentation%
ε_g	Fraction volumique en solide dans la couche de gel %
$\Delta\pi$	Différence de pression osmotique Pa
ΔP	Pression transmembranaire Pa
Δ	Epaisseur de la couche de polarisation de concentration m
α, β	Les coefficients osmotiques dépendent de la température-

Abréviation

UF	Ultrafiltration
MF	Microfiltration
NF	Nanofiltration
OI	Osmose inverse
PTM	Pression transmembranaire
PEG	Polyéthylène glycol

Table de matière

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre I : recherche bibliographique

I.1. Introduction.....	4
I.2. Membrane.....	5
I.2.1. Définition de membrane.....	5
I.2.2. Les différents types des membranes de filtration.....	5
I.2.2.1. Nature par rapport au matériau de fabrication	5
I.2.2.2. la structure	6
I.2.2.3. La géométrie des modules.....	6
I.2.3. Le choix de matériau et de module	7
I.2.3.1. Choix de matériau	7
I.2.3.2. Le choix de géométrie des modules	7
I.2.4. Caractéristiques des membranes	8
I.2.4.1. Sélectivité d'une membrane	8
I.2.4.2. Seuil de coupure (SC)	8
I.2.4.3. Perméabilité d'une membrane.....	9
I.2.4.4. Résistance d'une membrane.....	9
I.2.5. Mode de fonctionnement.....	10
I.2.5.1. Filtration frontale.....	11
I.2.5.2. Filtration tangentielle	12
I.2.6. Les différents procédés de filtration membranaire.....	14
I.2.6.1. La microfiltration	14
I.2.6.2. L'Ultrafiltration (UF)	15
I.2.6.3. La nanofiltration.....	16
I.2.6.4. Osmose inverse.....	17
I.2.7. Colmatage des membranes.....	19

I.2.7.1. Mécanisme de colmatage	20
I.2.7.2. Comment limiter le colmatage ?	21
I.2.8. Modèles de l'ultrafiltration.....	22
I.2.8.1. Modèle de polarisation de gel	22
I.2.8.1.1. Polarisation de concentration	22
I.2.8.1.2. Modèle de polarisation de gel	23
I.2.8.2. Modèle de polarisation de concentration- pression osmotique	25
I.2.8.3. Modèle de croissance de gel.....	25
I.2.8.4. Modèle d'adsorption	26

Chapitre II : Modélisation numérique

II.1. Présentation du problème	27
II.2. Modèle de polarisation de concentration-pression osmotique	28
II.2.1. Equation de convection-diffusion.....	28
II.2.2. Adimensionnalisation de l'équation de convection-diffusion et des conditions aux limites.....	31
II.2.2.1. Equation de convection-diffusion.....	31
II.2.2.2. Conditions aux limites	31
II.2.3. Modèle du flux de perméat	31
II.3. Modèle de polarisation de concentration-formation d'une couche de gel	33
II.3.1. Taux de formation de la couche de gel.....	33
II.4. Résolution numérique	34
II.4.1. Discrétisation des équations	34
II.4.2. Algorithme de Thomas	36

Chapitre III : Résultats et discussion

III. Résultats et discussion.....	39
III.1. Effet de la pression osmotique	41
III.2. Effet de la concentration d'alimentation	42

III.3. Effet de la pression transmembranaire	44
III.4. Effet de la résistance spécifique de gel	45
Conclusion générale	47

Introduction générale

Les procédés membranaires font partie des nouvelles technologies qui peuvent jouer un rôle environnemental important. L'utilisation de ces procédés connaît une croissance rapide, en raison notamment de la multiplication des domaines d'application : le traitement des eaux usées et la production de l'eau potable, l'industrie laitière, des boissons, des jus et concentrés de fruits et légumes, ainsi que dans le secteur pharmaceutique, chimique et de l'environnement. Ces procédés sont en générale estimés pour leur faible consommation énergétique et leur bonne sélectivité.

L'ultrafiltration frontale est une opération de séparation membranaire dont la force de transfert est un gradient de pression. Le liquide traverse perpendiculairement la membrane sous l'effet d'une différence de pression, les entités capables de traverser la membrane se retrouvent dans le filtrat, appelé aussi perméat. Le fluide qui reste en deçà de la membrane est appelé retentât. Les composants retenus ont tendance à s'accumuler à la surface de la membrane et une couche polarisée se forme dont la concentration plus élevée que la solution d'alimentation. Le mode d'ultrafiltration frontale peut considéré comme une limite de l'écoulement tangentiel où la vitesse de circulation sera nulle, dans ce cas l'épaisseur de la couche polarisée continue alors de croître au cours du temps avec l'apport continu de matière et tend donc vers l'infinie.

La présence de la couche de polarisation de concentration a plusieurs effets négatifs. Elle réduit le taux de séparation, entraîne le colmatage des membranes, aussi elle a comme effet d'augmenter le gradient de pression osmotique à l'interface membrane-solution qui réduit la force d'entraînement de l'écoulement de perméat. La pression osmotique est d'autant plus forte que la masse moléculaire est faible et que la concentration de soluté est élevée. A concentration égale, les solutés de faible masse moléculaire vont exercer des pressions osmotiques beaucoup plus fortes que les solutés de grande masse moléculaire.

Dans certains cas la concentration sur la surface interne de la membrane augmente jusqu'à atteindre la limite de solubilité des macromolécules entraînant ainsi la formation d'un gel ou l'agrégation de colloïdes qui mène à la formation d'un dépôt. La pression osmotique, la polarisation de concentration et la formation d'une couche de gel sont parmi les résistances dominantes, qui contrôlent l'ultrafiltration frontale.

Cette étude est constituée de trois chapitres :

Le premier chapitre est une recherche bibliographique concernant le processus de la filtration membranaire.

Dans le deuxième chapitre, on présente une modélisation numérique de l'ultrafiltration frontale. L'équation de convection-diffusion a été couplée avec un modèle de pression osmotique, un modèle de formation de la couche de gel et un modèle d'adsorption pour but de décrire le comportement du procédé d'ultrafiltration frontale.

Dans le troisième chapitre, résultats de la modélisation de l'ultrafiltration frontale d'une solution de polyéthylène glycol sont présentés et discutés.

Enfin, une conclusion générale.

Chapitre I

Recherche bibliographique

I.1. Introduction

Les procédés à membrane sont utilisés pour séparer et surtout concentrer les molécules ou les espèces ioniques en solution et /ou pour séparer des particules ou des microorganismes en suspension dans un liquide ; ces procédés sont basés sur la mise en œuvre des membranes perméselectives [01,02].

Les séparations par membrane sont fondées sur le concept de déplacement sélectif de certain composant à travers une membrane, composant sur lequel, il faut appliquer une force [03,04].

Les composants de flux d'alimentation qui passent à travers la membrane sont connus sous le nom de " perméat " ; le fluide retenu appelé "retentât", constitue le flux contenant les composants qui ne peuvent pas traverser la membrane [05].

On peut classer les séparations membranaires en deux catégories selon leur principe de fonctionnement : les séparations membranaires par différence de potentielle électrique (électrodialyse..) et les séparations membranaires par différence de pression [01 ,06] , parmi cette dernière on trouve la filtration membranaire.

La filtration membranaire est de plus en plus utilisée comme procédé de séparation dans de nombreux domaines notamment dans le cycle de l'eau (potabilisation de l'eau [07], traitement des effluents, réutilisation de l'eau, adoucissement, dessalement ...). La filtration membranaire est une technique membranaire basée sur l'application d'une différence de pression hydrostatique [09] qui permet le transfert du solvant à travers une membrane dont la taille des pores assure la rétention de solutés.

Elle comprend la microfiltration (MF), l'ultrafiltration (UF), nanofiltration (NF), et l'osmose inverse (OI), la distinction entre les différentes opérations de séparations mettant en œuvre des membranes poreuses se fait généralement sur la base de la taille des espèces retenues. Pour notre thème on prend comme une technique de filtration membranaire " l'ultrafiltration".

Dans ce chapitre, on commence par des études sur les membranes (leurs définitions, leurs différents types, ainsi que leurs caractéristiques), en suite par une classification du procédé membranaire (filtration membranaire) et leur mode de fonctionnement, et en fin, on termine par les modèles de l'ultrafiltration.

I.2. Membrane

I.2.1. Définition de membrane

Les membranes sont des médiateurs filtrants possédant une barrière sélective [10] permet le passage sélectif de certains composés du fluide à traiter, sous l'action d'une force motrice : gradient de pression, de potentielle électrique [11] (Figure I.1).

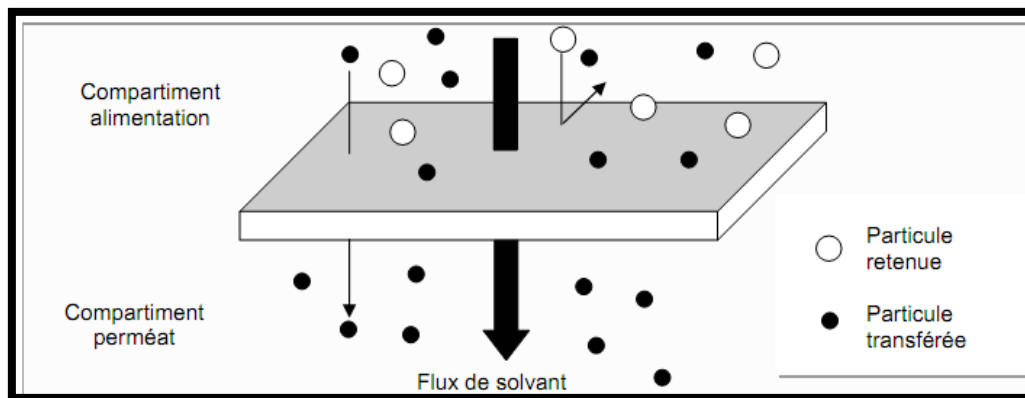


Figure I.1 : Représentation schématique de filtration par membrane.

I.2.2. Les différents types des membranes de filtration

Il existe une grande diversité des membranes qui se différencient les unes des autres par leur nature, leur structure et leur géométrie.

I.2.2.1. Nature par rapport au matériau de fabrication

Les membranes utilisées dans les procédés de filtration membranaire peuvent être de nature organique ou minérale (inorganique) :

Membranes organiques : elles sont fabriquées pour la plus part, à partir de polymères organiques tel que : polyamide, poly sulfone, acétate de cellulose, et d'autre composées polymériques.

Membranes inorganiques (minérales) : elles sont composées de corps entièrement minéraux : les matières céramiques, et les métaux.

I.2.2.2. La structure

La structure des matériaux permet de distinguer cinq types des membranes :

Membranes poreuses : Dans le cas des membranes organiques, la structure poreuse résulte des espaces entre les chaînes de polymère tandis que dans le cas des membranes inorganiques les pores sont constitués par les espaces intergranulaires [12].

Membranes denses : Lorsque les interstices entre les constituants de la matrice membranaire ont une taille voisine de celle d'un ion solvate ou d'une molécule organique simple, on ne parle plus de pores et on qualifie la membrane de dense [12].

Membranes symétriques (isotropes) : ces membranes denses ou poreuses ont la même structure sur toute leur épaisseur [13].

Membranes asymétriques (anisotropes) : la structure de la membrane varie d'une couche à une autre [12].

Membranes composites : il s'agit de membrane à structure asymétrique possédant plusieurs couches élaborées à partir de matériaux de différente nature chimique [12].

I.2.2.3. La géométrie des modules

Selon la géométrie de module on distingue quatre types des membranes :

Membrane planes : peuvent être organiques ou minérales.

Membranes spiralées : cette géométrie n'est pas disponible qu'avec des matériaux organiques (les membranes céramiques étant rigides).

Membranes tubulaires : cette géométrie existe aussi bien pour les membranes organiques que minérales fibre creuse : peut être utilisée selon deux modes de fonctionnement soit en mode interne /externe (la solution à traiter pénètre par l'intérieur de la fibre et le perméat ressort par l'extérieur de la fibre) ou soit en

mode externe/interne (la solution à traiter pénètre cette fois par l'extérieur de la fibre) [11].

I.2.3 : Le choix de matériau et de module

1.2.3.1. Choix de matériau

La nature de matériau membranaire a une grande influence sur les caractéristiques de filtration et la séparation de la membrane et doit être choisie en prenant en compte plusieurs critères :

Les caractéristiques de fluide et les conditions opératoires préconisées pour la séparation : température, pH, présence des composés qui réagissent avec le matériau membranaire [14], certaines solutions peuvent en effet réagir avec des membranes organiques et les dégrader, ce qui oriente le choix vers les membranes inorganiques [15].

Lorsque la solution à traiter contient des composés abrasifs qui peuvent être dégradé les membranes, on adaptera un prétraitement adapté [1].

Après le choix de la membrane et pour que cette dernière soit utile, elle doit être montée sur des supports appelés modules.

1.2.3.2. Le choix de géométrie des modules

Le module est le motif élémentaire industriel, comportant une ou plusieurs membranes assemblées dans un élément dont la configuration définit à géométrie : plan, spirale, fibre creuse, ou tube.

Le choix de module dépend de plusieurs critères :

La viscosité de retentât ;

Membrane utilisée ;

Qualité de produit à obtenir ;

Intégration dans le procédé globale ;

La capacité des couts de fonctionnement de l'installation (énergie, nettoyage).

I.2.4. Caractéristiques des membranes

I.2.4.1. Sélectivité d'une membrane

La sélectivité d'une membrane pour une substance donnée dépend de sa nature et de sa structure, de l'environnement chimique à proximité de la membrane et des propriétés de la substance à séparer. La sélectivité s'exprime par un taux de rétention (TR) ou par un facteur de sélectivité [16] :

$$TR = 1 - \frac{C_P}{C_0} \text{ (I.1)}$$

Il y a deux valeurs particulières du TR (valeurs exprimées en pourcentages) :

TR = 0% signifie que le soluté n'est pas du tout retenu par la membrane ;

TR = 100% signifie que le soluté est entièrement retenu par la membrane.

La transmission est définie comme l'inverse du taux de rétention.

I.2.4.2. Seuil de coupure (SC)

Une autre caractéristique très utilisée est le seuil de coupure (SC). Le SC d'une membrane est la masse molaire du plus petit composé modèle retenu à 90 % par la membrane. Donc plus le SC d'une membrane est faible et plus cette membrane peut retenir de petites molécules ou colloïdes. Le SC est mesuré en Da ou kDa (1 Da = 1 g/mole). Le SC est relié principalement à la taille de pores de la membrane, mais aussi il est beaucoup influencé par la forme de la molécule à filtrer, par sa charge, par son degré d'hydratation, le pH et le pouvoir ionique de la solution à filtrer, la pression d'opération et le flux de perméat, l'élasticité et la charge de la membrane. C'est pour ces raisons qu'il existe de grandes différences entre les SC rapportés par les compagnies manufacturières de membranes et ceux observés dans la pratique, étant donné que ces compagnies donnent rarement les conditions de la mesure du SC. De plus, les SC peuvent être qualifiés comme nominal, apparent, moyen ou encore absolu. [17]. Même si le caractère du SC reste très relatif, ce paramètre est beaucoup utilisé dans la pratique car il permet de situer au moins grossièrement les membranes entre elles.

I.2.4.3. Perméabilité d'une membrane

La perméabilité (A) d'une membrane est une caractéristique intrinsèque de la membrane qui dépend de sa structure. De façon pratique, la perméabilité peut être définie comme étant le rapport entre le flux de perméat (U_P) et la pression transmembranaire effective (ΔP) :

$$A = \frac{U_P}{\Delta P} \text{(I.2)}$$

Le flux de perméat (appelée aussi vitesse de perméat) est un débit de perméat unitaire, c'est-à-dire, le rapport entre le débit volumétrique de perméat (Q_P) et la surface effective de la membrane (S) :

$$U_P = \frac{Q_P}{S} \text{(I.3)}$$

En remplaçant le flux de perméat U_p défini par l'équation (I.3), dans l'équation (I.2), on obtient :

$$A = \frac{Q_P}{S \cdot \Delta P} \text{(I.4)}$$

En pratique, la perméabilité d'une membrane, est déterminée comme la pente de la droite U_p en fonction de ΔP .

Il faut mentionner qu'il existe des différences significatives de perméabilité entre divers coupons d'une même feuille de membrane à cause des irrégularités de fabrication. Pour cette raison, c'est la perméabilité moyenne qui est utilisée pour caractériser une membrane.

I.2.4.4. Résistance d'une membrane

La résistance hydraulique (R_m) d'une membrane peut être définie comme étant sa résistance à l'écoulement du fluide à filtrer à travers cette membrane. La résistance d'une membrane est l'inverse de sa perméabilité :

$$R_m = \frac{1}{A} = \frac{S \cdot \Delta P}{Q_P} \text{(I.5)}$$

Cette relation nous permet de calculer de façon pratique la résistance d'une membrane à partir des mesures de flux de perméat et de la pression transmembranaire.

En supposant que les pores d'une membrane soient cylindriques et rectilignes, la loi de Poiseuille permet d'exprimer la résistance d'une membrane comme :

$$R_m = \frac{8 \cdot e_m}{n_p \cdot r_p^4} \quad (I.6)$$

Avec :

e_m : L'épaisseur de la couche active de la membrane ;

n_p : Le nombre de pores par unité de surface ;

r_p : Le rayon des pores.

Cette équation montre que la résistance de la membrane augmente avec l'augmentation de l'épaisseur de la membrane et diminue avec sa porosité [18].

I.2.5. Mode de fonctionnement

Il existe deux modes de filtration selon la direction de l'écoulement de la solution d'alimentation par rapport à la surface de la membrane. Lorsque la solution d'alimentation arrive perpendiculairement à la surface de la membrane, il s'agit d'une filtration frontale. Il existe dans ce cas deux courants distincts : la solution d'alimentation et le perméat (filtrat). Dans le deuxième mode de filtration, le flux d'alimentation, au lieu d'être perpendiculaire à la surface de la membrane, lui est parallèle. On parle alors de filtration tangentielle. Dans ce cas, on distingue trois courants, la solution d'alimentation, le retentât et le perméat [12]. (Figure I.2).

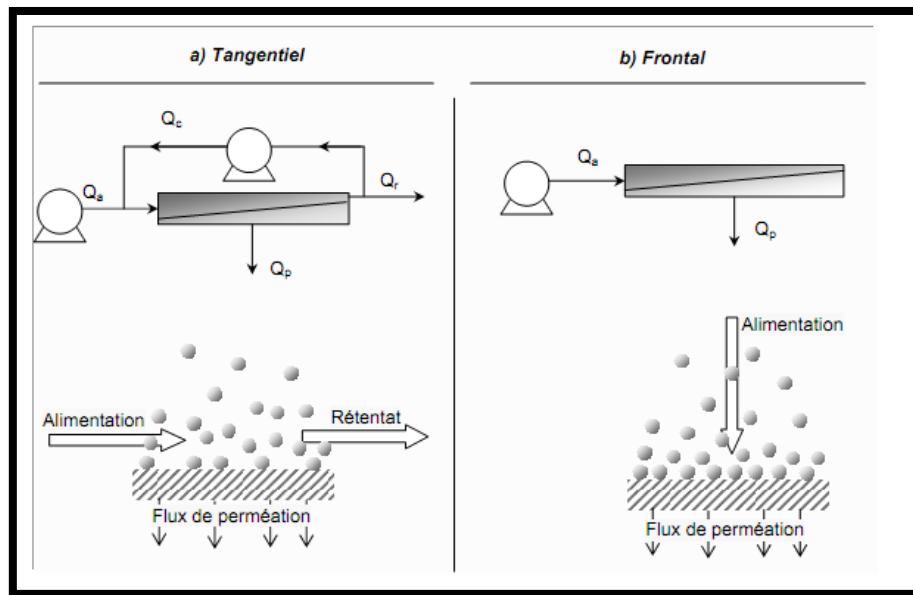


Figure I.2 : mode de fonctionnement de filtration membranaire.

I.2.5.1. Filtration frontale

En écoulement frontal, l'écoulement se fait dans une seule direction soit perpendiculairement à la surface de la membrane (Figure I.3).

Le courant à travers la membrane entraîne toutes les espèces dissoutes ou en suspension vers la surface de la membrane. Les espèces retenues par la membrane s'y accumulent très rapidement, Ceci favorise un colmatage rapide de la membrane. En effet si la solution est fortement colmatant le dépôt devient tel que les flux deviennent trop faibles pour que l'opération puisse fonctionner avec des débits raisonnables. Ce type de procédé n'atteint jamais un état stationnaire. [19]

Les principaux avantages de cette technique sont : sa simplicité [18], nécessite un faible investissement, et des coûts énergétiques de fonctionnement qui sont faibles par rapport à la filtration tangentielle. La filtration frontale est utilisée à l'échelle industrielle, mais dans une proportion beaucoup moins élevée que l'écoulement tangentiel, en traitement de l'eau pour sa potabilisation, aussi dans le secteur médical pour enlever toute trace de virus ou de bactérie d'une eau de type « eau du réseau » qui est faiblement colmatant.

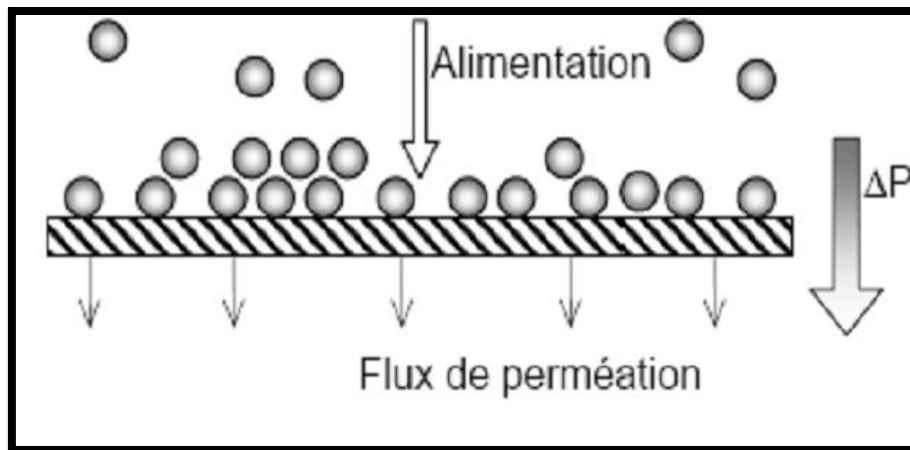


Figure I.3 : Présentation du fonctionnement de la filtration frontale.

I.2.5.2. Filtration tangentielle

En filtrations menées en mode tangentiel, le fluide circule parallèlement à la membrane avec une vitesse moyenne entraînant ainsi un gradient de cisaillement qui permet de limiter l'accumulation de matière à la surface de membrane. Ce mode opératoire peut permettre de produire de façon continue (Figure I .4).

Le principal avantage de l'écoulement tangentiel, par rapport à l'écoulement frontal, est le fait que le mouvement tangentiel de l'alimentation balaie la surface de la membrane. Ce balayage accélère la remise en suspension des particules déposées ou accumulées à proximité de la membrane. Ce l'accélère aussi le transport des solutés, qui tendent à s'accumuler à la surface de la membrane, vers le cœur de l'écoulement. C'est à cause de cela que l'écoulement tangentiel est très répandu dans les applications industrielles [20].

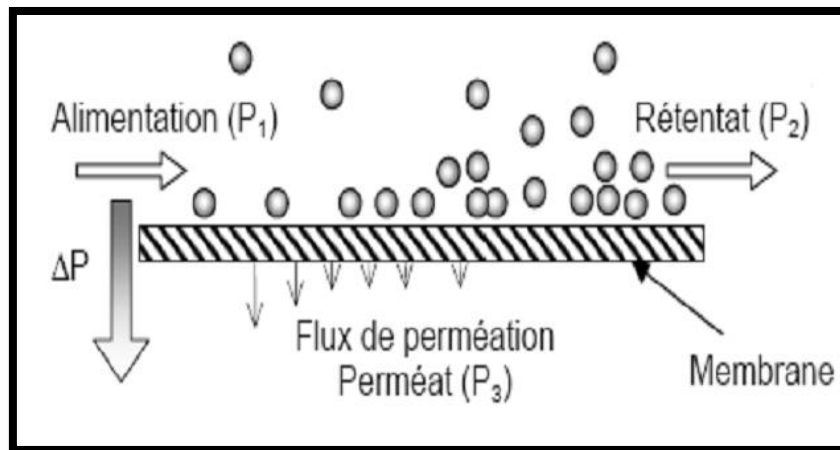


Figure I.4 : Principe de fonctionnement de la filtration tangentielle.

Dans le cas de la filtration tangentielle, la pression transmembranaire est calculée de la façon suivante :

$$\Delta P = \left(\frac{P_1 + P_2}{2} \right) - P_3 = \text{PTM} \quad (I.7)$$

Avec

ΔP : La pression transmembranaire ;

P_1 : La pression en entrée de module s'appliquant sur la membrane ;

P_2 : La pression en sortie de module (reliée à P_1 par la perte de charge dans le module) ;

P_3 : La pression dans le compartiment rétentat souvent égale à la pression atmosphérique.

Il est possible avec ce type de fonctionnement, lorsque l'opération fonctionne à des faibles pressions d'éviter l'apparition d'un dépôt à la surface de la membrane cela correspond à des conditions de fonctionnement en dessous du flux critique. En biotechnologie, dans le cas de la filtration de moûts de fermentation, ne pas former un dépôt de surface permet d'éviter l'éclatement par compression dans le dépôt des cellules vivantes. Les points faibles de ce type de fonctionnement sont le prix de l'investissement et de l'énergie consommée par les pompes de circulation.

I.2.6. Les différents procédés de filtration membranaire

Les procédés membranaires utilisant un gradient de pression hydrostatique comme force de transfert sont qualifiés des procédés baro membranaire ou mécano membranaire. Ils sont au nombre de quatre : microfiltration(MF), ultrafiltration(UF), nanofiltration(NF) et osmose inverse(OI). Ces quatre procédés sont en générale classés en fonction de la taille des espèces à séparer[21].

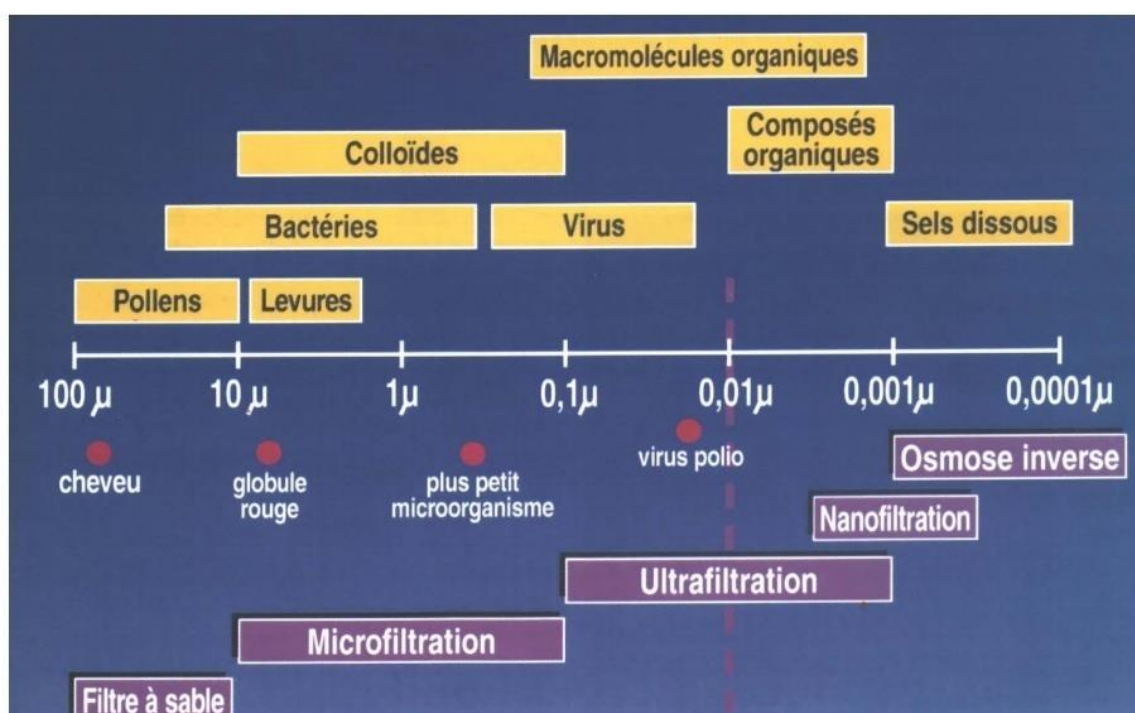


Figure I.5 : classification des différents procédés de filtration en fonction du type de solutés.

I.2.6.1. La microfiltration

Ce procédé de séparation solide-liquide met en œuvre des membranes dont les diamètres de pores sont compris entre 0,1 et 10 μm . Il permet donc la rétention des particules en suspension, des bactéries et indirectement des colloïdes et de certains ions après fixation de ces derniers sur des plus grosses particules obtenues par complexations, précipitation ou floculation.

Les membranes les plus utilisées sont poreuses en polyamide ou polypropylène, ou encore inorganiques (en oxyde métallique ou céramique).

Les membranes de MF utilisées dans le domaine de l'eau potable sont capables de retenir des particules plus grandes que $0,1\mu\text{m}$. Ces membranes permettent donc de retenir en bonne partie les particules à l'origine de la turbidité. L'utilisation principale de la MF reste la clarification c'est-à-dire l'enlèvement des particules en suspension. La pression d'opération en MF est relativement basse ($< 350\text{ kPa}$). La MF se prête non seulement à la séparation solide-liquide [22] mais aussi liquide-liquide des émulsions huile dans l'eau [23].

I.2.6.1. L'ultra filtration

La taille des pores des membranes d'UF est moins élevée que celles des membranes de MF et plus élevée que celles des membranes de NF. La pression d'opération en UF reste assez basse ($50\text{-}500\text{kPa}$) et les flux de perméatations sont moins élevés qu'en MF.

Les membranes sont les plus fréquemment asymétriques poreuses pour permettre une adaptation facile des caractéristiques membranaires aux conditions physiques et chimiques souhaitées. Les membranes d'UF permettent d'enlever les colloïdes, les particules, et les macromolécules. Étant donné la taille des pores des membranes d'UF, qui se situe entre quelques nm et une centaine de nm, certaines membranes d'UF (dans le domaine qui est le plus proche de la NF) sont capables d'enlever aussi les virus. L'UF est habituellement utilisée dans le cours des procédés de fractionnement, de concentration et de purification : le produit peut être le filtrat, le concentré ou même les deux.

L'UF est habituellement utilisée dans le cours de procédés de fractionnement, de concentration et de purification : le produit peut être le filtrat, le concentré ou même les deux. L'UF est utilisée par exemple pour éliminer les contaminants et recycler les eaux de procédé dans la fabrication de jus de fruits. Elle sert aussi à récupérer les enzymes dans la production de bière [4] Citons son emploi dans

l'industrie textile pour le recyclage des eaux de lavage [24] ou la récupération de tensioactif ou d'enduit pour les fibres [25]. L'UF est aussi employée pour réduire la toxicité des effluents dans les usines de blanchiment de pâte à papier [26].et même leur couleur. Une fois l'opération d'UF effectuée, avec des membranes au seuil de coupures adaptées, un ou plusieurs composés de taille très proche sont séparés. Le retentât d'UF génère souvent des quantités importantes de boues pour lesquelles il faut trouver un mode de retraitement. Leur composition est souvent complexe, mal définie ce qui décourage toute valorisation. Tant que la mise en décharge est autorisée, elle est choisie dans la grande majorité des cas. A terme, et les recherches vont dans ce sens, l'UF s'appliquera sur des petites unités afin d'obtenir un recyclage avant le rejet et le mélange des effluents qui deviennent ensuite trop complexes. En réduisant la toxicité et le volume de l'effluent final, l'usage en boucle fermée du perméat et du concentré serait possible. Se dessine en fait l'emploi de l'UF comme un outil de prévention et, à défaut si la pollution existe, comme un moyen de tri des effluents afin d'envoyer des solutions moins chargées vers les stations classiques.

I.2.6.3. La nanofiltration

Cette technique se situe entre l'osmose inverse et l'ultrafiltration. Elle permet la séparation des composants ayant une taille en solution voisine de celle du nanomètre. Les sels ionisés multivalents (calcium, magnésium, aluminium, sulfates...) et les composés organiques non ionisés de masse molaire supérieure à environ 250 g/mol sont fortement retenus par ce type des membranes. Une conséquence de la rétention des ions multivalents est une augmentation de la pression osmotique qui peut être significative par rapport à la pression d'opération.

Les membranes de NF sont fabriquées habituellement à partir de polymères et ont des seuils de coupure entre 300 et 1000 Da. La NF peut trouver des applications dans la séparation entre ions monovalents et divalents [27] ou plus

généralement au dessalement d'effluents [28] et plus récemment à la désacidification [29] La séparation ionique est alors en concurrence avec les procédés électro dialytiques mais dès que le milieu devient complexe sa composition joue sur la sélectivité et l'efficacité des membranes.

I.2.6.4. Osmose inverse

L'osmose inverse (OI) est née de la réversibilité de l'osmose naturelle. Lorsque l'on place dans deux compartiments séparés par une membrane semi-perméable, la même quantité d'une solution d'eau pure (B) et d'une solution aqueuse contenant des sels (A), on constate le transfert de l'eau pure de (B) vers (A) jusqu'à ce que la pression due au liquide contenu en (A) empêche le transfert. La différence de niveau entre les deux compartiments est la pression osmotique, notée P_0 .

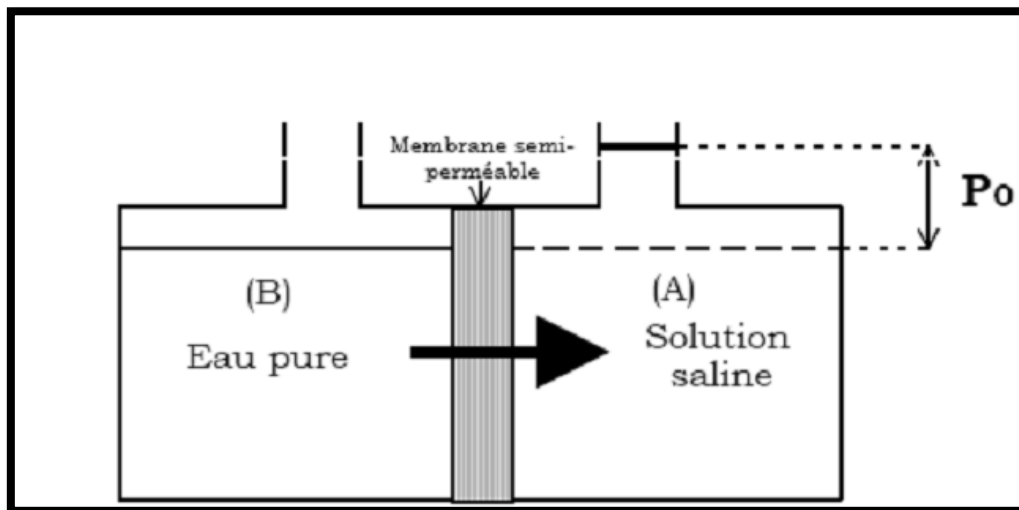


Figure I.6 : Osmose directe.

En première approximation, la pression osmotique d'une solution peut être calculée avec la loi de Van't Hoff. Elle exprime que la pression osmotique P_0 exercée par le soluté est égale à la pression que le corps aurait exercé à l'état gazeux parfait dans le même volume et à la même température.

$$P_0.V = N_j .R. T \text{ (I.8)}$$

Avec :

N_j : Nombre de moles de soluté ;

R : Constante des gaz parfaits ;

T : Température absolue.

Si le soluté est dissocié en i ions, la pression est i fois supérieure. En notant que

$C_j = N_j/V$, on a :

$$P_0 = i \cdot C_j \cdot R \cdot T$$

Cette loi n'est valable que pour les solutions diluées et donc les pressions osmotiques faibles.

Osmose inverse :

Si l'on applique à la solution (A) une pression $P > P_0$, l'eau pure s'écoule en sens inverse de (A) vers (B) à travers la membrane semi-perméable (permet seulement le passage de l'eau): c'est l'osmose inverse.

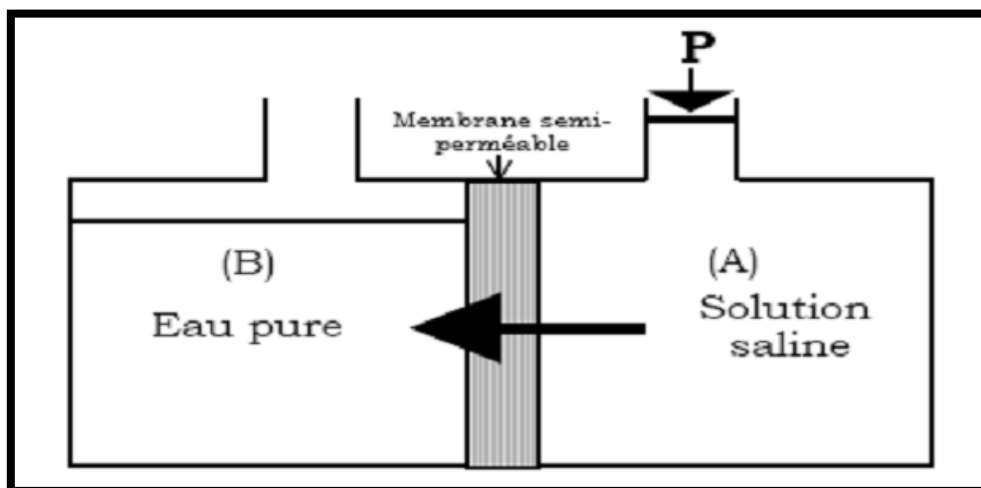


Figure I.7: Osmose inverse.

L'eau (ou le liquide) est ainsi débarrassée des contaminants type bactéries, colloïdes fins, molécules de petite taille et les ions qui sont bloqués par la structure membranaire.

Les membranes couramment employées sont asymétriques, constituées de feuilles plates en acétate de cellulose, de fibres creuses en polyamide aromatique ou d'un film mince composite où une couche extrêmement fine de polymère très hydrophobe est placée sur un support microporeux usuellement fait en poly sulfone. Les performances d'un module d'osmose inverse sont non seulement déterminées par la structure de la membrane mais aussi par la nature et la

concentration des solutés à séparer qui déterminent, en fonction de la pression osmotique, la pression à appliquer. De plus, il faut veiller à la température et au pH. Le rendement est déterminé par la quantité de fluide traversant la membrane par rapport à la quantité pompée en direction du système.

La plus commune des utilisations pour l'osmose inverse est le dessalement de l'eau de mer et des eaux saumâtres. Le but est de supprimer les sels dissous et les matières organiques de l'eau. A cause de la forte pression osmotique de ces solutions, les unités d'osmose inverse doivent fréquemment opérer à forte pression (jusqu'à 70 bars) et les composants annexes doivent être beaucoup plus robustes que pour d'autres techniques membranaires.

I.2.7. Colmatage des membranes

Le colmatage est l'un des problèmes les plus importants que l'on rencontre lors de la mise en œuvre des techniques à membrane ; ce phénomène s'explique par des modifications de comportement physique et chimique des macromolécules [30] qui conduit à une diminution progressive du flux du perméat avec le temps [31] associé en générale à une variation de sélectivité.

Les principaux agents colmatant peuvent se répartir en trois principales catégories:

Les composés minéraux parmi lesquels on compte les argiles et limons sous forme colloïdale, mais aussi des métaux (aluminium, fer, manganèse) et des sels dont les sulfates et carbonates de calcium.

Les composés biologiques : micro-organismes qu'ils soient morts, vivants ou sous forme de débris qui peuvent donner lieu au colmatage par effet stérique et à la formation de biofilms.

Les composés organiques d'origine naturelle (acides humiques et protéines, polysaccharides).

I.2.7.1. Mécanisme de colmatage

L'accumulation de matière peut se faire à la surface d'une membrane, Les solutés et les particules peuvent également colmater la membrane de façon plus ou moins irréversible du fait d'interactions physiques et/ou chimiques spécifiques entre la membrane et les composés présents en solution, ou entre les composés eux-mêmes, entraînant ainsi une résistance additionnelle au transfert. Ces interactions sont généralement attribuées à un ou plusieurs mécanismes suivants : (a) formation de dépôt ou de gel, (b) blocage des pores, (c) adsorption. (Figure I.7)

La prépondérance relative de chacun de ces phénomènes peut dépendre tant de la membrane (matériau, seuil de coupure) que de la nature des solutés, des caractéristiques du milieu (pH, température, force ionique, etc.) ou encore des conditions opératoires.

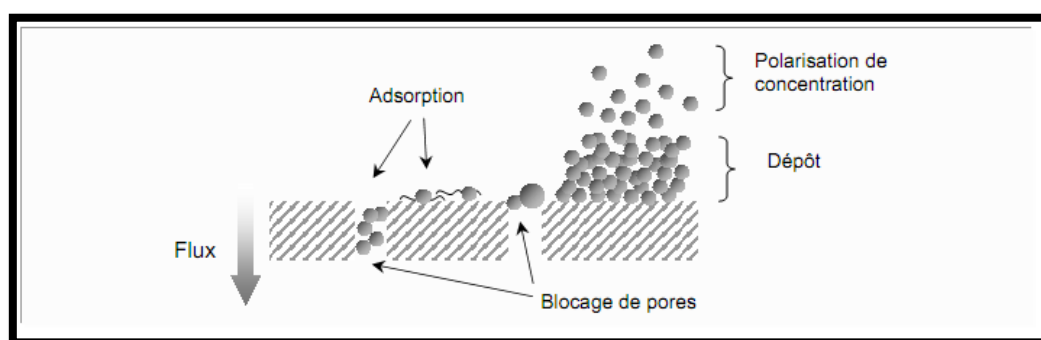


Figure I.8: Mécanisme de colmatage.

Il existe plusieurs types de colmatages :

Le colmatage "rapide" est un phénomène d'adsorption. Il peut intervenir en un temps très court : un moyen de détection simple est de mouiller la membrane avec le liquide d'alimentation sans appliquer de pression. Si une décroissance marquée du flux est observée en sortie, cela indique une forte probabilité de colmatage "rapide" causé par des composés présents dans l'alimentation et rapidement adsorbés dans les pores de la membrane testée.

Le colmatage "cumulatif" est la lente dégradation du flux transmembranaire pendant une série d'expériences. Il peut réduire le flux du perméat de moitié à plus ou moins longue échéance. C'est souvent le résultat de la décomposition

progressive de composés au contact de la membrane et d'un réarrangement en une couche stable difficile à supprimer.

Enfin, le colmatage "destructif" est, comme son nom l'indique, totalement irréversible. Une substance présente dans l'alimentation, parfois même à très faible concentration, ayant une affinité pour le matériau de membrane, est habituellement coupable. Certains composés peuvent lentement s'adsorber dans la membrane et dans les plus mauvais cas changer irréversiblement la structure de la membrane.

I.2.7.2. Comment limiter le colmatage ?

Limiter le colmatage est actuellement un des grands axes de la recherche appliquée en techniques membranaires. Pour le colmatage de type adsorption, les solutions technologiques sont liées à la préparation des solutions à filtrer (comme par l'ajustement du pH), mais aussi par l'ajustement des propriétés de la membrane [32] (propriétés structurales et physicochimiques).

Pour limiter le développement de la couche de polarisation, plusieurs méthodes mécaniques existent : promoteurs de turbulence à la surface de la membrane, vibrations mécaniques [33], infrasons [34], etc. Par ailleurs, la création de vortex en faisant faire des torons à la membrane [35], augmente de façon importante le transfert de matière. L'agitation par le biais de bulles d'air est aussi une possibilité pour limiter le colmatage [36]. Le développement de la couche limite et l'amélioration du transfert peuvent aussi être liés à la conception des membranes comme les membranes à gradient de porosité.

Pour limiter le colmatage, il est nécessaire de choisir des conditions opératoires adaptées à un couple donné fluide-membrane. L'anticipation du colmatage peut être améliorée en caractérisant expérimentalement (en filtration) un couple fluide-membrane afin de pallier les problèmes d'interactions physicochimiques entre ces deux derniers.

I.2.8. Modèles de l'ultrafiltration**I.2.8.1. Modèle de polarisation de gel****I.2.8.1.1. Polarisation de concentration**

La polarisation de concentration est un phénomène de tous les procédés de séparation par membrane [11] C'est une accumulation de la matière sous forme dispersée au voisinage de surface membranaire [37,01] le composant retenu par la membrane s'accumule à sa surface et une couche de solution plus concentrée que la solution d'alimentation se forme [38]. Par définition la polarisation de concentration est réversible et se produit toujours quand on effectue une séparation de substance macromoléculaire ou ionique [39] par l'ultrafiltration, elle est fonction des conditions hydrodynamiques des systèmes membranaires et indépendante des propriétés physiques de la membrane, la taille des pores et la porosité des membranes ne sont pas directement affectés par ce phénomène de polarisation de concentration [39].

On parle de polarisation de concentration, lorsque la concentration en soluté à la membrane, est supérieure à la concentration dans le retentât (Figure.9) ce qui engendre un flux de diffusion des solutés de la membrane vers la couche liquide ce phénomène n'a que des conséquences défavorables.

L'accumulation de soluté au voisinage de la membrane entraîne une surconcentration qui se traduit par une augmentation de la viscosité, donc une diminution de flux membranaire [40,41].

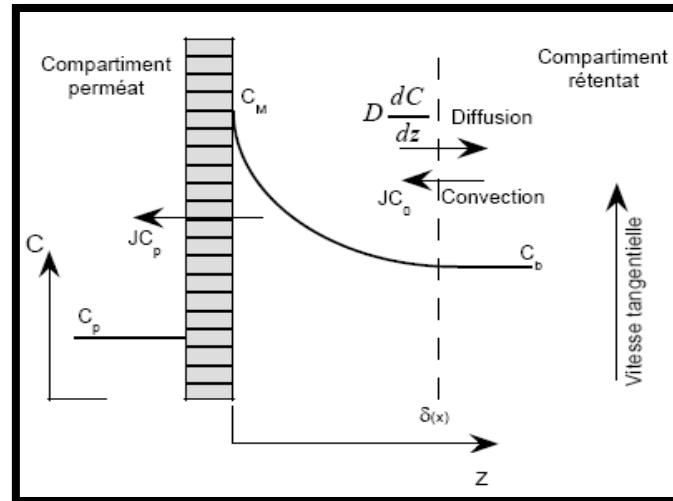


Figure I.9 : phénomène de polarisation de concentration

I.2.8.1.2. Modèle de polarisation de gel

Dans le cas de l'ultrafiltration, les solutés sont des macromolécules ou des colloïdes qui tendent à former la couche de gel sur la surface interne de la membrane [42]. Les solutés sont transportés par le flux de perméat vers la surface de la membrane, une partie traverse la membrane, le reste est rejeté par la membrane et se diffuse de nouveau dans la solution d'alimentation. A l'état stationnaire, la quantité de solutés transportés vers la surface de la membrane est égale à la somme de ceux qui traversent par la membrane et de ceux qui diffusent en arrière.

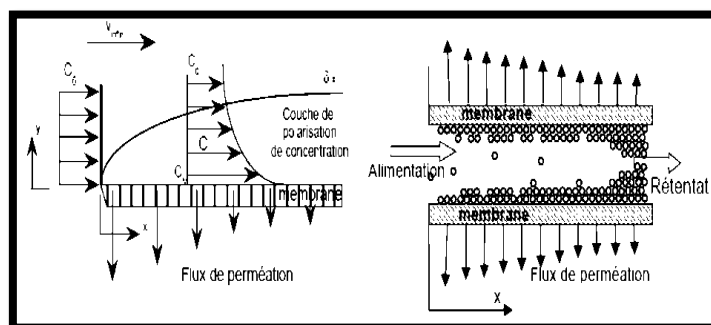


Figure I. 10 : Représentation schématique de l'évolution du profil de concentration et de l'accumulation de matière le long d'une membrane dans le cas de la filtration tangentielle.

$$U \cdot C_p = U \cdot C + D \frac{dC}{dy} \quad (I.10)$$

Dans le modèle conventionnel de polarisation de gel, la concentration de la couche de gel, est assumée constante. Ainsi, les conditions aux limites à l'état stationnaire après formation de couche de gel sont :

$$\begin{cases} y = 0 \rightarrow C = C_g \\ y = \delta \rightarrow C = C_0 \end{cases} \text{(I.11)}$$

En utilisant ces conditions aux limites, l'équation (1.10) est intégrée dans la couche limite d'épaisseur δ :

$$\begin{cases} U = k \ln \left(\frac{C_g - C_p}{C_0 - C_p} \right) \\ k = \frac{D}{\delta} \end{cases} \text{(I.12)}$$

Avec

U : Flux à travers la membrane ;

C_p : Concentration de perméat ;

C_0 : Concentration d'alimentation ;

C_g : Concentration de gel à la surface de la membrane ;

D : Coefficient de diffusion ;

k : Coefficient de transfert de masse.

Lorsque la concentration de perméat tend vers zéro ($C_p \rightarrow 0$), l'équation (I.12) devient :

$$U = k \ln \left(\frac{C_g}{C_0} \right) \text{(I.13)}$$

L'équation (I.12) montre que le soluté ne peut traverser la membrane et le flux du dissolvant (l'eau) dépend seulement de la diffusivité D , de la concentration C_g et

de l'épaisseur de la couche du gel δ . Cette équation est souvent employée pour l'analyse des flux de perméat en ultrafiltration.

I.2.8.2. Modèle de polarisation de concentration- pression osmotique

Ces modèles considèrent le flux comme étant limité par la pression osmotique élevée survenant dans la couche de polarisation de concentration, sans formation de gel.

Le flux du solvant (eau) à travers une membrane de perméabilité constante est rapporté par Merten [43] :

$$U = A(\Delta P - \Delta \pi) \quad (1.14)$$

Avec

A : Perméabilité de la membrane, dépendant uniquement de la température ;

ΔP : Pression transmembranaire ;

$\Delta \pi$: Différence de pression osmotique à travers la membrane

$$\Delta \pi = (\pi_m - \pi_p).$$

I.2.8.3. Modèle de croissance de gel

La résistance du gel peut être exprimée comme suit :

$$R_g = \tilde{R}_g \cdot l \quad (1.15)$$

Avec :

\tilde{R}_g : La résistance spécifique du dépôt ;

l : L'épaisseur de la couche gel.

Le taux de croissance de gel est donné par la théorie de filtration frontale :

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_g - \varepsilon_0} U_p \quad (1.16)$$

Avec

ε_0 Fraction volumique en solide dans la solution d'alimentation ;

ε_g Fraction volumique en solide dans le gel formé ;

U_p Flux de perméat ;

t temps.

Cette loi a été établie pour décrire l'ultrafiltration dynamique frontale. La théorie suppose que la fraction volumique du solide dans la solution au-dessus de la couche de gel est constante et égale à celle de la solution d'alimentation ε_0 , et que la fraction volumique du solide dans le gel formé ε_g est également constante.

I.2.8.4. Modèle d'adsorption

Le modèle d'adsorption suppose que la diminution de flux est due à la restriction des pores pendant la filtration, par exemple :

$$\frac{U_1}{U_0} = \frac{(r_0 - \Delta r)^4}{r_0^4} \quad (\text{I.17})$$

Avec :

U_1 : Flux de l'eau pure de la membrane colmatée ;

U_0 : Flux de l'eau pure de la membrane propre ;

r_0 : Rayon de pore de la membrane propre ;

Δr : Diminution de rayon de pore.

L'équation (I.17) basée sur l'équation de Hagen-Poiseuille, indique que la diminution du rayon est due à l'adsorption du soluté.

Chapitre II

Modélisation numérique

Dans ce chapitre, nous allons présenter, un modèle mathématique capable de prédire le comportement de l'ultrafiltration frontale qui prend en considération le couplage polarisation de concentration-formation d'une couche de gel sur la surface de la membrane.

II.1. Présentation du problème

Le processus de l'ultrafiltration frontale à travers une membrane plane est schématisé sur la figure (II.1), où au temps $t = 0$, la solution a une concentration en soluté uniforme, C_0 .

On suppose que la membrane soit parfaitement imperméable aux solutés et initialement propre, elle peut être caractérisée par une résistance hydraulique R_m . Lors de la filtration et sous l'effet de la pression transmembranaire, solutés et solvant sont entraînés par convection vers la membrane. Alors que le solvant passe au travers, les solutés sont partiellement ou intégralement retenus et s'accumulent à la surface de la membrane en conséquence, une polarisation de concentration est développée sur la surface de la membrane. Après un certain temps de filtration t , la concentration en soluté dans le module plane est $C(y, t)$. Les macromolécules retenues sur la surface de la membrane sont, soit adsorbées sur la surface et dans les pores, causant un colmatage de la membrane, soit accumulées sur cette surface, formant ainsi une couche de gel [19]. Une pression osmotique élevée pourrait se développer dans la couche polarisée à l'interface membrane-solution qui réduit la force d'entraînement de l'écoulement de perméat. la polarisation de concentration, La pression osmotique et la formation de couche de gel sont parmi les résistances dominantes, qui contrôlent l'ultrafiltration.

Dans notre modèle on prend en considération la formation d'une couche de gel et l'effet de pression osmotique. Une fois que le régime stationnaire est établi, le flux de perméat atteindrait sa valeur stationnaire.

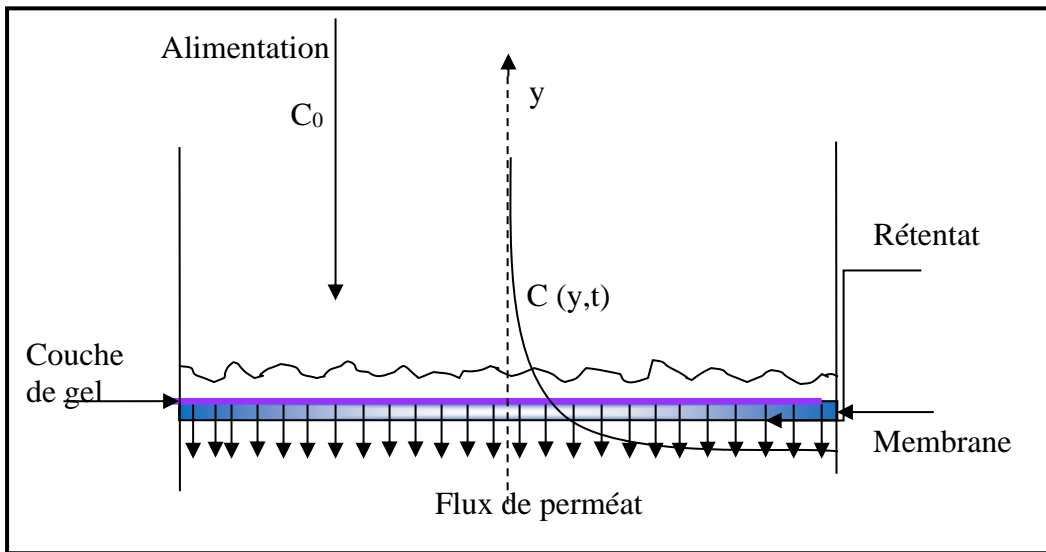


Figure II.1: membrane plane

II.2. Modèle de polarisation de concentration-pressure osmotique

II.2.1. Equation de convection-diffusion

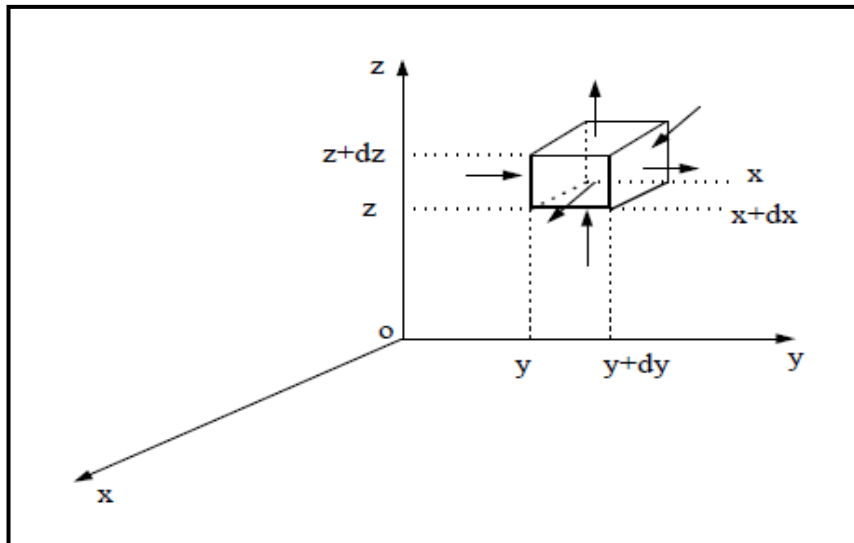


Figure II.2 : bilan de matière dans un volume élémentaire

L'équation générale de bilan de matière dans un volume élémentaire (dx, dy, dz) de la membrane est exprimée commesuit

$$U_y C|_y dx dz dt + U_x C|_x dy dz dt + U_z C|_z dx dy dt - D \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_y dx dz dt -$$

$$D \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_x dy dz dt - D \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_z dx dy dt = C|_{y+dy} dx dz dt + U_x C|_{x+dx} dy dz dt +$$

$$U_z C|_{z+dz} dx dy dt - D \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y+dy} dx dz dt - D \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x+dx} dy dz dt -$$

$$D \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z+dz} dx dy dt + (C(t + dt) - C(t)) dx dy dz \text{ (II. 1)}$$

En réarrangeant les termes et en divisant la dernière équation par (dx, dy, dz, dt) , on

$$\text{obtient} \left[D \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y+dy} - D \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_y \right] / dy +$$

$$\left[D \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x+dx} - D \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_x \right] / dx + \left[D \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z+dz} - D \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_z \right] / dz =$$

$$(U_y C|_{y+dy} - U_y C|_y) / dy + (U_x C|_{x+dx} - U_x C|_x) / dx + (U_z C|_{z+dz} - U_z C|_z) / dz +$$

$$(C(t + dt) - C(t)) / dt \text{ (II. 2)}$$

Finalement on obtient l'équation générale en coordonnées cartésiennes :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[D \frac{\partial C}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D \frac{\partial C}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[D \frac{\partial C}{\partial z} \right] = \frac{\partial}{\partial x} (U_x C) + \frac{\partial}{\partial y} (U_y C) + \frac{\partial}{\partial z} (U_z C) + \frac{dC}{dt} \text{ (II. 3)}$$

Qui peut être exprimée sous forme compacte :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{D} \overrightarrow{\text{grad}} C) = C \text{div} \vec{U} + \vec{U} \overrightarrow{\text{grad}} C + dC/dt \text{ (II. 4)}$$

L'équation de convection-diffusion en ultrafiltration frontale peut être écrite comme suit :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_p \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \text{ (II.5)}$$

Avec :

C concentration du corps dissous (kg/m^3), qui dépend de y et de t

t temps (s)

U_p vitesse de perméat (m/s)

D coefficient de diffusion (m^2/s)

y distance sur la couche de polarisation (m)

L'équation (II.5) peut être résolue en utilisant les conditions initiales et aux limites suivantes :

Conditions à l'état initial

Pour $t=0 \rightarrow C(y, 0) = C_0$ (II.6)

Avec C_0 la concentration initiale, qui est égale à la concentration dans la solution initiale.

Conditions aux limites

Pour $y=0, C(0, t) = C_0$ (II.7)

Cependant, dans la cellule de filtration, le seul point dont la concentration est toujours C_0 est celui dont la distance à la membrane est ∞ [44] ; dans ce cas-ci, le δ , l'épaisseur de la couche de polarisation, ne peut pas être considéré comme valeur constante.

L'autre condition aux limites se compose d'un équilibre de matière dans la membrane. Pour une membrane parfaitement sélective, la condition est :

$$y = \delta \rightarrow U_p C(\delta, t) = D \frac{\partial C(\delta, t)}{\partial y} \text{ (II.8)}$$

Avec $C(\delta, t)$ est la concentration du corps dissous sur la surface de la membrane.

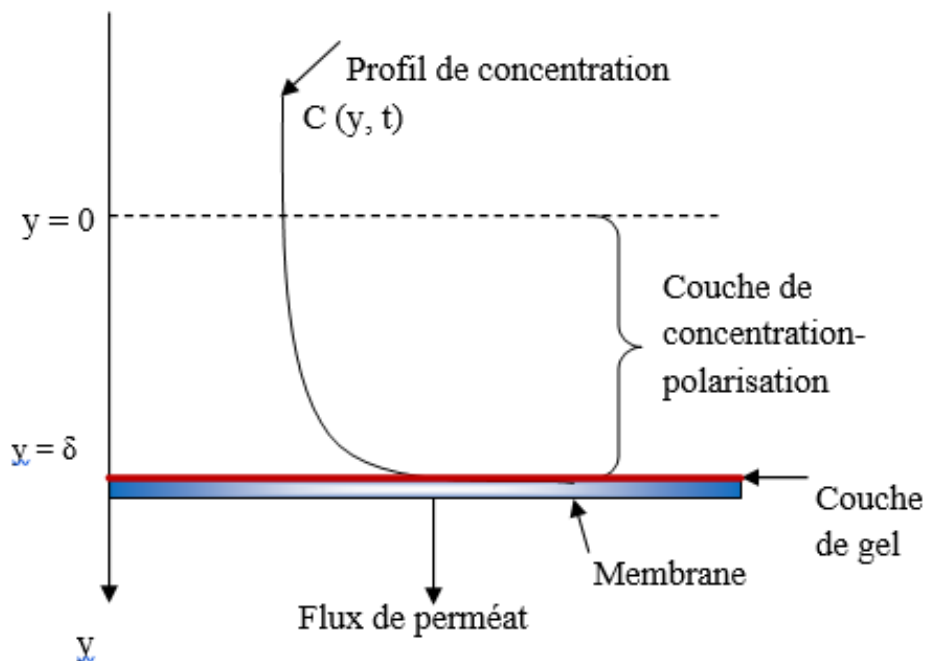


Figure II.3: représentation de la couche de la polarisation de concentration

II.2.2. Adimensionnalisation de l'équation de convection-diffusion et des conditions aux limites

II.2.2.1. Equation de convection-diffusion

Il est possible de réécrire l'équation (II.5) sous forme adimensionnelle, en définissant les variables adimensionnelles d'une manière suivante :

$$C^* = \frac{c}{c_0}, y^* = \frac{y}{\delta}, t^* = \frac{tu_p}{\delta}, U_p^* = \frac{U_p}{U_e} \quad (\text{II.9})$$

On remplace les termes de la relation (II.9) dans l'équation de convection-diffusion (II.5), on obtient :

$$\frac{\partial C^*}{\partial t^*} + U_p^* \frac{\partial C^*}{\partial y^*} = \frac{1}{p_e} \frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} \quad (\text{II.10})$$

Avec

$$p_e = \frac{U_e \delta}{D} \quad (\text{II.11})$$

$$U_e = \frac{\Delta P}{R_m} \quad (\text{II.12})$$

II.2.2.2. Conditions aux limites

L'équation de convection-diffusion adimensionnelle (II.10) peut être résolue numériquement en définissant les conditions aux limites suivantes :

$$p_e U_p^* C = \frac{\partial C^*}{\partial y^*} \text{ pour } y = \delta \quad (\text{II.13})$$

La présence de la polarisation de concentration près de la surface de la membrane aurait comme conséquence le développement de la pression osmotique dans la couche polarisée. L'importance de la pression osmotique dépendrait du poids moléculaire du soluté. Généralement en ultrafiltration de macromolécules, la pression osmotique est habituellement assez petite et peut être négligée [45,46].

II.2.3. Modèle du flux de perméat

La plupart des membranes se colmatent au cours de la filtration. Une accumulation de matière peut se faire à la surface d'une membrane, les particules peuvent bloquer ses pores, et dans le cas d'une membrane ayant des pores

suffisamment grands par rapport aux substances présentes dans la solution à filtrer, il peut y avoir une adsorption et / ou dépôt de substances colmatantes sur la paroi des pores, phénomène plutôt complexe. Il dépend d'un certain nombre de facteurs tels que la concentration des solutés, la température, le pH, la concentration ionique et les interactions spécifiques telles que la liaison d'hydrogène et les interactions dipôle-dipôle [47]. Il s'agit de considérer que chacun des mécanismes conduit à une résistance au transfert s'ajoutant à la résistance de la membrane elle-même.

$$U_p = \frac{\Delta P - \Delta \pi}{R_m + R_g + R_{ad}} \quad (\text{II.14})$$

Avec :

R_{ad} : résistance d'adsorption

R_g : résistance de gel

R_m : résistance de membrane

ΔP : pression transmembranaire

$\Delta \pi$: différence de pression osmotique

Pour les solutions aqueuses de polyéthylène glycol (PEG) de masse moléculaire relative moyenne (M_r) entre 200 et 10000, la pression osmotique est liée à la masse moléculaire de polymère et la concentration. Les relations entre la concentration et π ont été décrits par des polynômes du second ordre de forme suivante :

$$\pi = \alpha C + \beta C^2 \quad (\text{II.15})$$

Avec α et β sont les coefficients osmotiques dépendent de la température

C : la concentration massique sur la surface de la membrane (g.Kg^{-1})

Pour PEG-6000, la pression osmotique (MPa) est écrite sous la forme suivante : [51]

$$\pi = 5,1 \cdot 10^{-5} C + 9,8 \cdot 10^{-6} C^2 \quad (\text{II.16})$$

II.3. Modèle de polarisation de concentration-formation d'une couche de gel

Dans ce modèle, l'effet de la formation de couche de gel au lieu de la pression osmotique est considéré. Des équations pour le développement de la polarisation de concentration similaires aux équations décrites dans la section II.2.1 sont encore applicables dans ce modèle.

II.3.1. Taux de formation de la couche de gel

La présence d'une couche de gel sur la surface de la membrane offre une résistance additionnelle à l'écoulement de perméat. En se basant sur l'hypothèse des résistances en série, résistance de gel R_g et résistance de la membrane R_m , le flux de perméat résultant peut être exprimé comme suit :

$$U_p = \frac{\Delta P - \Delta \pi}{R_m + \tilde{R}.l} \quad (\text{II.17})$$

Avec

\tilde{R}_g : résistance spécifique de gel

l : épaisseur du gel

Le taux de formation de gel est donné par la théorie de filtration frontale :

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\varepsilon_0 U_p}{\varepsilon_g - \varepsilon_0} \quad (\text{II.18})$$

ε_g : la fraction volumique des particules solides dans la couche de gel

ε_0 : la fraction volumique en solide de la solution d'alimentation

U_p : le flux de perméat instantané

t : le temps

La théorie suppose que la fraction volumique en solide de la solution au-dessus de la couche du gel est constante et égal à la fraction volumique de la solution d'alimentation, et que ε_g est également constante.

La fraction volumique en solide ε peut être exprimée en fonction de la concentration C par la relation suivante [48] :

$$\varepsilon = \frac{0.01 R_d C}{1 + 0.01 C (R_d - 1)} \quad (\text{II.19})$$

R_d est le rapport de la densité de soluté à celle du solvant.

Dans ce travail, la fraction volumique en solide dans la couche de gel ϵ_g est supposée être constante et indépendante des conditions de fonctionnement. Sa valeur, aussi bien que celle de ϵ (la fraction volumique en solide dans la couche polarisée) ont été obtenues en substituant les valeurs appropriées de la concentration de gel C_g , et la concentration de soluté dans la couche polarisée C respectivement dans l'équation II.19. La concentration de soluté dans la couche polarisée C est calculée numériquement en utilisant l'équation (II.10). C_g peut être obtenu à partir de l'intersection de courbe représentant le flux de perméat en régime permanent $U_{p,st}$ en fonction de $\ln(C_0)$.

II.4. Résolution numérique

Dans le domaine de l'analyse numérique, il existe plusieurs méthodes numériques comme par exemple les différences finies, les volumes finis et les éléments finies...etc., qui permettent de trouver la solution d'une équation aux dérivées partielles. Parmi les méthodes de résolution couramment pratiquées, la méthode des différences finies est la plus facile d'accès, puisqu'elle repose sur deux notions : la discrétisation des opérateurs de dérivation/différentiation d'une part, et la convergence du schéma numérique ainsi obtenu d'autre part. On utilise dans notre projet la méthode des différences finies pour discrétiser les différents termes de l'équation (II.10) et de l'équation (II.18).

II.4. 1. Discrétisation des équations

Les termes de l'équation (II.10) sont discrétisés en appliquant les schémas suivants :

$$\frac{\partial C^*}{\partial t^*} = \frac{C_i^{*n+1} - C_i^{*n}}{\Delta t^*} \quad (\text{II.20})$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial y^*} = \frac{C_{i+1}^{*n} - C_i^{*n}}{\Delta y^*} \quad (\text{II.21})$$

$$\frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} = \frac{C_{i+1}^{*n+1} - 2C_i^{*n+1} + C_{i-1}^{*n+1}}{(\Delta y^*)^2} \quad (\text{II.22})$$

En remplaçant l'ensemble des termes (II.20), (II.21) et (II.22) dans l'équation (II.10), on obtient :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{p_e (\Delta y^*)^2} C_{i+1}^{*n+1} - \left[\frac{2}{p_e (\Delta y^*)^2} + \frac{1}{\Delta t^*} \right] C_i^{*n+1} + \frac{1}{p_e (\Delta y^*)^2} C_{i-1}^{*n+1} \\ &= \frac{U_p^{*n}}{\Delta y^*} C_{i+1}^{*n} - \left[\frac{U_p^{*n}}{\Delta y^*} + \frac{1}{\Delta t^*} \right] C_i^{*n} \quad (\text{II. 23}) \end{aligned}$$

On peut l'écrire aussi sous la forme suivante :

$$A C_{i+1}^{*n+1} + B C_i^{*n+1} + E C_{i-1}^{*n+1} = F C_{i+1}^{*n} + G C_i^{*n} \quad (\text{II. 24})$$

Avec

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{p_e (\Delta y^*)^2} \\ B &= - \left[\frac{2}{p_e (\Delta y^*)^2} + \frac{1}{\Delta t^*} \right] \\ E &= \frac{1}{p_e (\Delta y^*)^2} \\ F &= \frac{U_p^{*n}}{\Delta y^*} \\ G &= - \left[\frac{U_p^{*n}}{\Delta y^*} + \frac{1}{\Delta t^*} \right] \end{aligned}$$

La discrétisation des conditions aux limites est donnée par :

$$\frac{\partial C^*}{\partial y^*} = \frac{C_m^{*n} - C_{m-1}^{*n}}{\Delta y^*} \quad (\text{II.25})$$

En remplaçant dans l'équation (II.13), on obtient :

$$P_e \Delta y^* C_m^{*n} = \frac{C_m^{*n} - C_{m-1}^{*n}}{\Delta y^*} \quad (\text{II. 26})$$

Les équations (II.24) et (II.26) forment un système d'équation à matrice tri diagonale, qui peut être résolu, en incorporant les conditions initiales et les conditions aux limites, directement par l'algorithme de TDMA (algorithme de Thomas).

Pour $i = 1$

$$AC^*[2, n + 1] + BC^*[1, n + 1] = -EC^*[0, n + 1] + FC^*[2, n] + GC^*[1, n] \text{ (II.27)}$$

Pour $2 \leq i \leq m-1$

$$AC^*[i + 1, n + 1] + BC^*[i, n + 1] + EC^*[i - 1, n + 1] = FC^*[i + 1, n] + GC^*[i, n] \text{ (II.28)}$$

Pour $i = m$

$$(1 - P_e \Delta y^* U_p^*[n + 1])C^*[m, n] - C^*[m - 1, n + 1] = 0 \text{ (II.29)}$$

On peut écrire les équations (II.27), (II.28) et (II.29) sous forme linéaire $A\vec{C}=\vec{B}$ ou sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{pmatrix} B & A & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ E & B & A & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & E & B & A & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & E & B & A \dots 0 \\ 0 \dots \dots \dots E & B & A \\ 0 \dots \dots \dots -1 & y \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} C_1^* Z_0 \\ C_2^* Z_1 \\ C_i^* \\ \dots \\ C_{m-1}^* Z_{m-1} \\ C_m^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_i \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec

$$\begin{cases} Z_0 = -EC^*[0, n + 1] + FC^*[2, n] + GC^*[1, n] ; \\ Z_i = FC^*[i + 1, n] + GC^*[i, n]; Y = 1 - P_e \Delta y^* U_p^*[n + 1]. \end{cases} \text{ (II.30)}$$

II.4.2. Algorithme de Thomas

Pour la résolution de système linéaire $A\vec{C}=\vec{B}$ à matrice tridiagonale, on utilise le cas spécial de l'algorithme de TDMA [49], qui est l'algorithme de Thomas suivant deux étapes, donc :

Première étape

Dans cette étape la matrice tri diagonale devient bi diagonale à partir des opérations suivantes :

$$\gamma_1 = \frac{A_1}{B_1} \text{(II.31)}$$

$$\beta_1 = \frac{Z_1}{B_1} \text{(II.32)}$$

Pour $2 \leq i \leq n - 1$

$$\beta_i = \frac{Z_i - E_i \beta_{i-1}}{B_i - E_i \gamma_{i-1}} \text{(II.33)}$$

Deuxième étape

Dans cette étape, on continue la résolution de la matrice bi diagonale (cas particulier d'un système à matrice triangulaire supérieure) par les opérations suivantes :

$$\text{Pour } i = n, C_n = \beta_n \text{(II.34)}$$

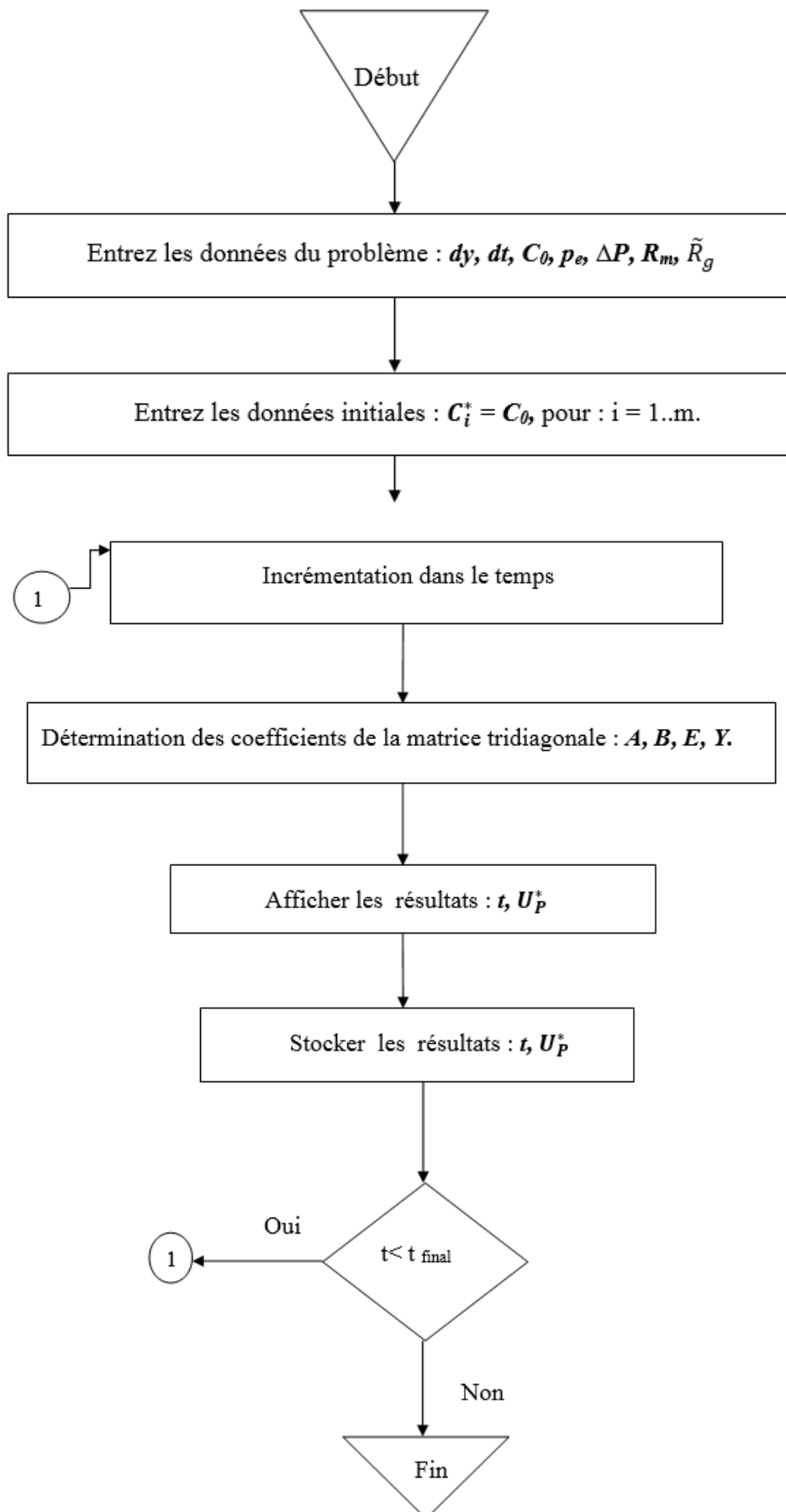
$$\text{Pour } i = n-1, n-2, \dots, 1, C_i = \beta_i - \gamma_i C_{i+1} \text{(II.35)}$$

Chapitre III

Résultats et Discussion

III. Résultats et discussion

Toutes les équations discrétisées ont été résolues en utilisant les deux programmes suivants : Matlab et Turbo Pascal. Les données de la simulation ainsi obtenues pour les deux modèles ont été discutées. L'algorithme de calcul est le suivant :



III.1. Effet de la pression osmotique

L'évolution de flux de perméat en fonction du temps est présentée sur la Fig.III.1. Sur la même figure deux modèles sont schématisés : modèle polarisation de concentration – couche de gel et modèle polarisation de concentration – pression osmotique.

Dans le cas du modèle polarisation de concentration - pression osmotique, le flux de perméat diminue dans les premières secondes, et ensuite se stabilise à une valeur stationnaire qui est approximativement égale à 5.4×10^{-5} m/s. Cette valeur est très proche de la valeur initiale à l'instant $t = 0$. Nous pouvons conclure que l'effet de la pression osmotique sur le flux de perméat est négligeable pendant l'ultrafiltration frontale des solutions macromoléculaires. Les raisons pour lesquelles le flux de perméat n'est pas contrôlé par la pression osmotique sont en effet les macromolécules en solution possédant une faible valeur du coefficient de diffusion (D) et que leur pression osmotique est relativement faible.

Dans le cas du modèle polarisation de concentration – couche de gel, le flux de perméat diminue rapidement, et au temps $t = 100$ s, il commence à diminuer légèrement jusqu'à ce qu'il atteigne une valeur faible. Pour un temps assez grand de filtration, cette valeur est presque égale à 0. L'épaisseur de la couche de gel formée sur la surface de la membrane augmente au fur et à mesure avec le temps et par conséquent le flux de perméat diminue de son tour. Cette observation indique que le modèle polarisation de concentration – couche de gel décrit bien le comportement de la filtration frontale de la solution macromoléculaire

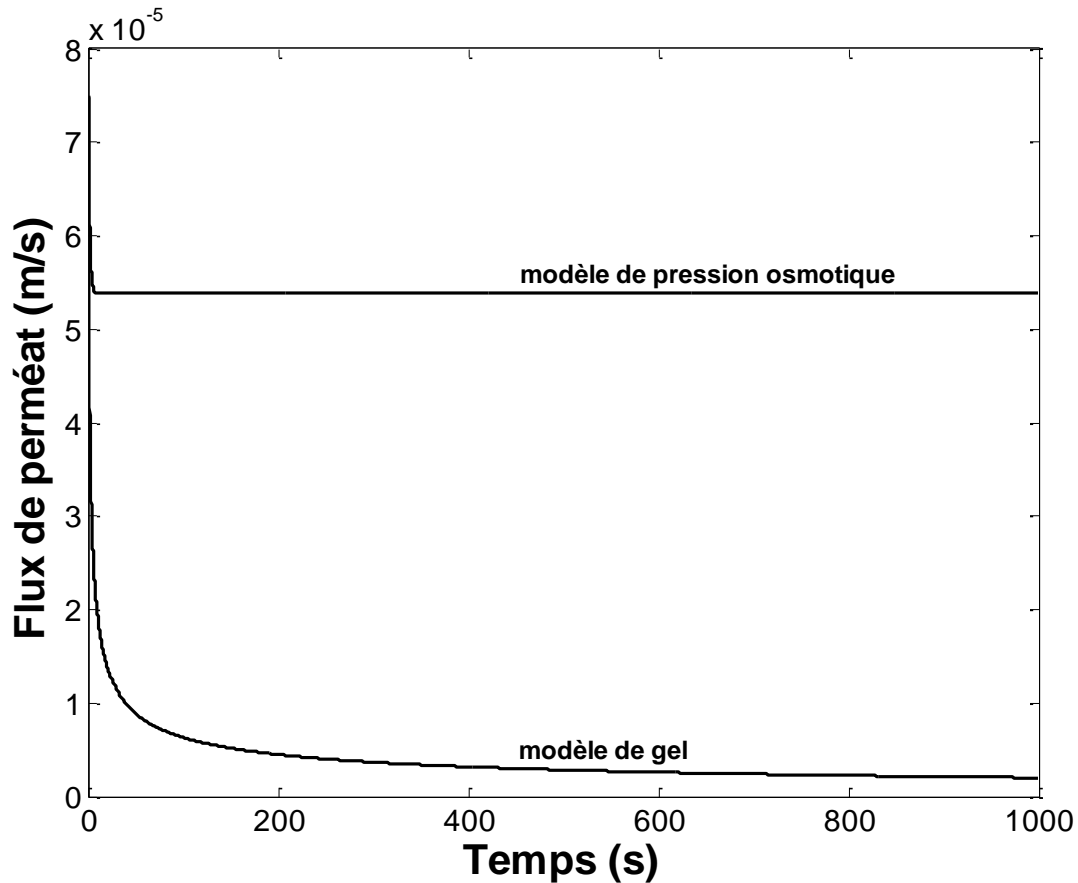


Figure. III. 1 : Variation du flux de perméat en fonction du temps pour le model de pression osmotique et le model de formation de gel dans les conditions : $\tilde{R}_g = 3e9 \text{ Pa} \cdot \text{s} / \text{m}^2$, $R_m = 40000 \text{ bar} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$, $C_g = 7.5\%$, $C_0 = 8\%$ poids, $PTM = 3 \text{ bar}$.

III.2. Effet de la concentration d'alimentation

La Fig.III. 2 montre la variation du flux de perméat en fonction du temps pour différentes valeurs de concentration. Le flux de perméat diminue avec le temps jusqu'à ce qu'il atteigne une valeur stationnaire. Cette valeur stationnaire diminue avec l'augmentation de la concentration des macromolécules dans la solution d'alimentation. Pour expliquer cette observation pour les concentrations élevées des solutés dans la solution d'alimentation le flux de perméat devient plus faible, suite à l'augmentation de viscosité de la solution par accumulation des particules dans la couche de polarisation de concentration qui limite le passage de solvant à travers les pores de membrane. La concentration élevée des solutés favorise la

formation de la couche de gel sur la surface de la membrane. La résistance à l'écoulement due aux couches de macromolécules, augmente significativement ce qui conduit à la diminution de flux de perméat.

La couche de polarisation de concentration juste au-dessus de la couche de gel joue un rôle important dans l'évolution du flux de perméat au cours du temps. Un certain couplage entre la polarisation de concentration et le gel existe. L'accumulation de macromolécules dans la couche de polarisation réduit davantage le flux de perméation.

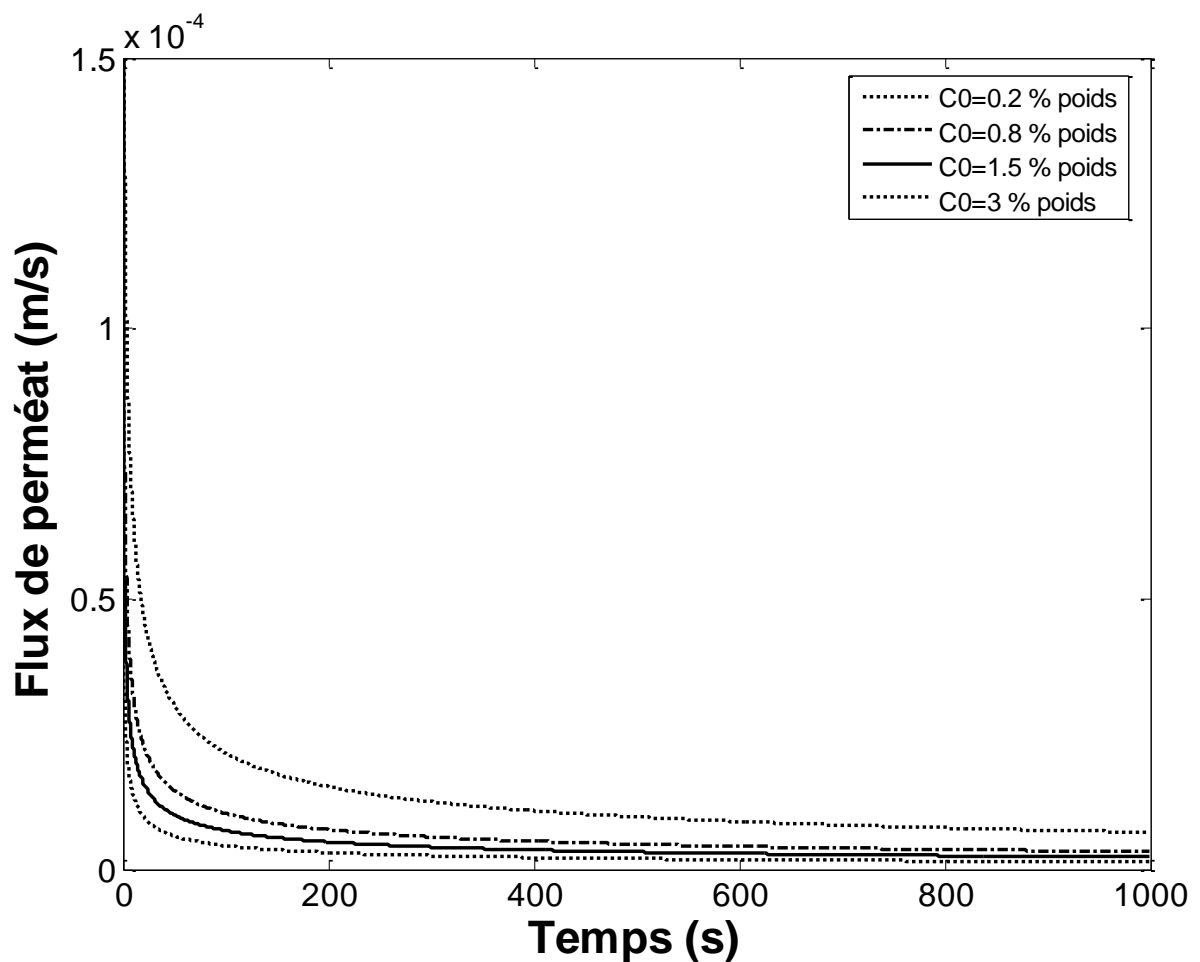


Figure. III.2 : Variation du flux de perméat en fonction du temps pour déferrant valeurs de concentration dans les conditions : $\tilde{R}_g = 3e9 Pa \cdot s / m^2$, $R_m = 40000 bar \cdot s \cdot m^{-1}$, $C_g = 7.5\%$, $PTM = 8bar$.

III.3. Effet de la pression transmembranaire

L'effet de la pression transmembranaire (PTM) sur l'évolution du flux de perméat est montré sur la Fig. III.3. On observe que le flux de perméat décroît rapidement pendant les premières secondes quelque soit la valeur de la pression transmembranaire, puis diminue lentement avec le temps jusqu'à une valeur proche de zéro, ceci est dû au dépôt des macromolécules sur la surface interne de la membranaire et la formation d'une couche importante de gel.

La valeur de flux de perméat au temps 1000s augmente avec l'augmentation de la PTM (Fig. III.4), à cause de l'augmentation des forces d'entraînement qui entraîne une variation des conditions hydrodynamiques dans la couche de gel et ainsi dans les pores de la membrane, ce qui favorisent le passage de liquide à travers la membrane.

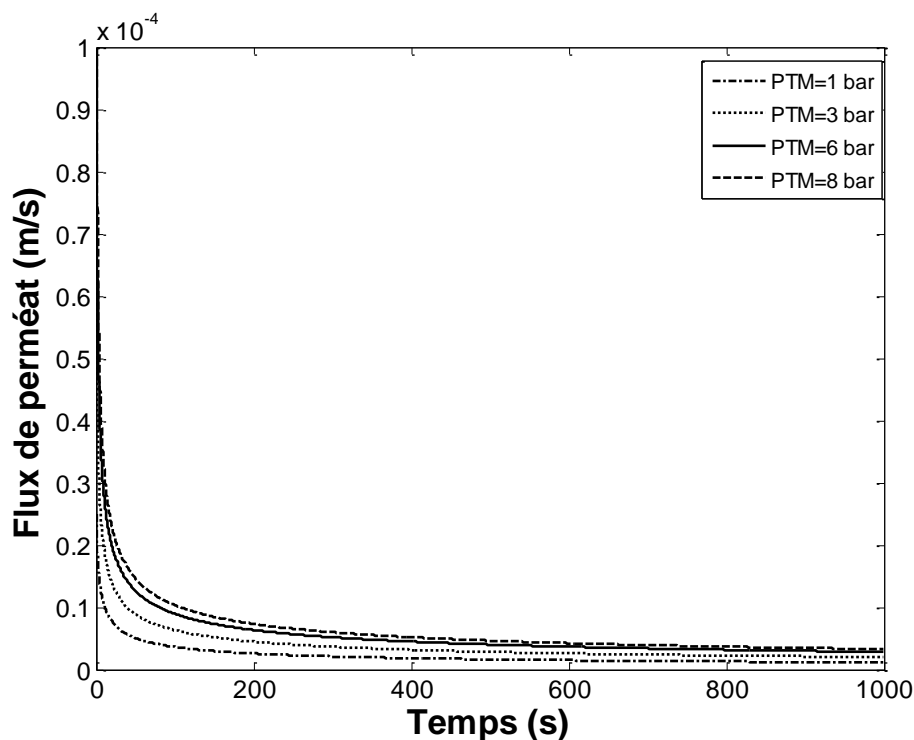


Figure. III.3 : Variation du flux de perméat en fonction du temps pour déferrant valeurs de concentration dans les conditions : $\tilde{R}_g = 3e9 Pa \cdot s / m^2$, $R_m = 40000 bar \cdot s \cdot m^{-1}$, $C_g = 7.5\%$, $C_0 = 0,8\%$ poids.

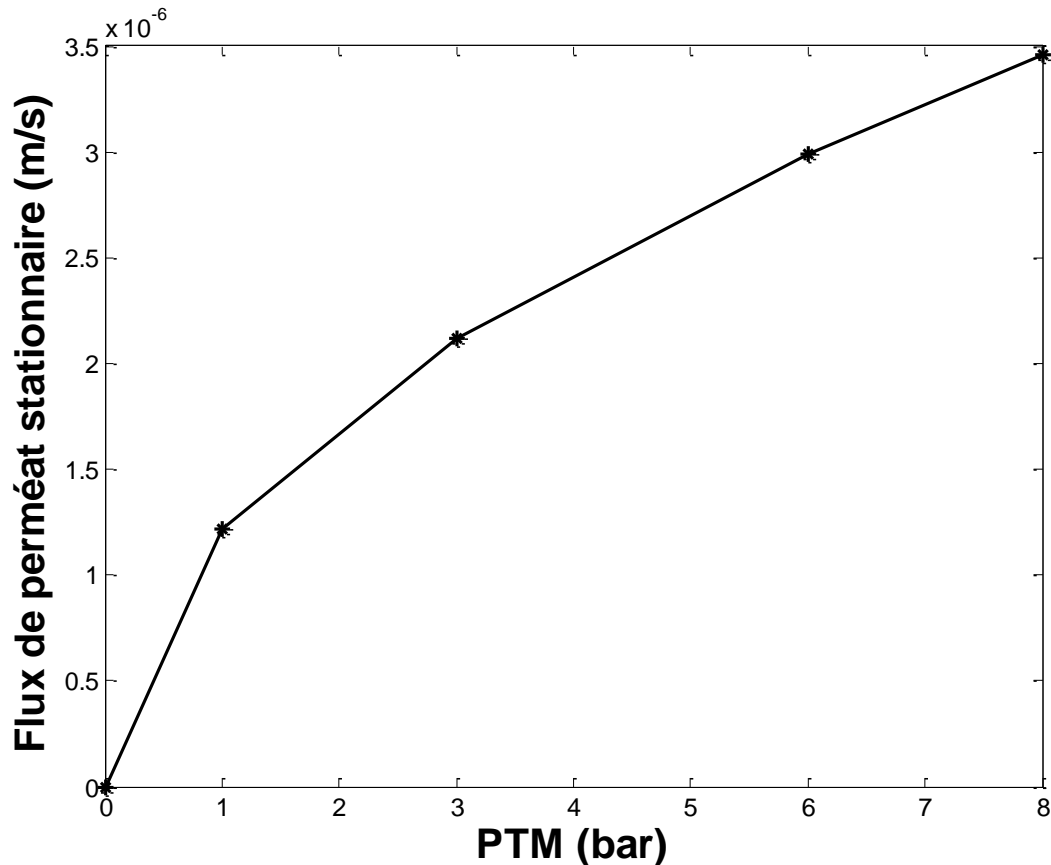


Figure. III.4: Variation du flux de perméat en fonction du temps pour déferrant valeurs de concentration dans les conditions : $\tilde{R}_g = 3e9 \text{ Pa} \cdot \text{s} / \text{m}^2$, $R_m = 40000 \text{ bar} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$, $C_g = 7.5\%$, $C_0 = 0,8\%$ poids.

III.4. Effet de la résistance spécifique de gel

La résistance spécifique, \tilde{R}_g , est une propriété intrinsèque du gel déposé sur la membrane. Elle caractérise la résistance hydraulique du gel. La résistance hydraulique spécifique de gel a un effet très fort sur le flux de perméation. Cet effet a été montré sur la Fig. III.5. Le flux de perméat diminue avec le temps jusqu'à ce qu'il atteigne une valeur stationnaire. Cette valeur diminue avec l'augmentation de la résistance spécifique de gel. A la vue de ces résultats, il semble que la résistance spécifique soit un paramètre important de la filtration de la solution macromoléculaire puisqu'elle modifie de façon importante le flux de perméation.

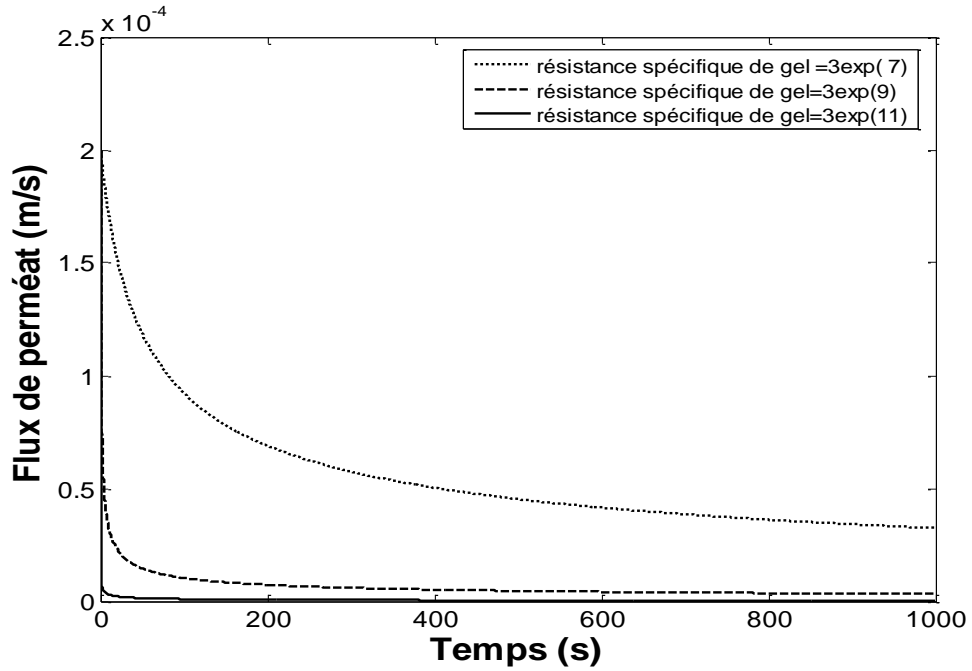


Figure. III.5: Variation du flux de perméat en fonction du temps pour déferrant valeurs de résistance spécifique du gel dans les conditions : $C_0 = 0.8\%$ poids, $R_m = 40000 \text{ bar} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$, $C_g = 7.5\%$, $PTM = 8 \text{ bar}$.

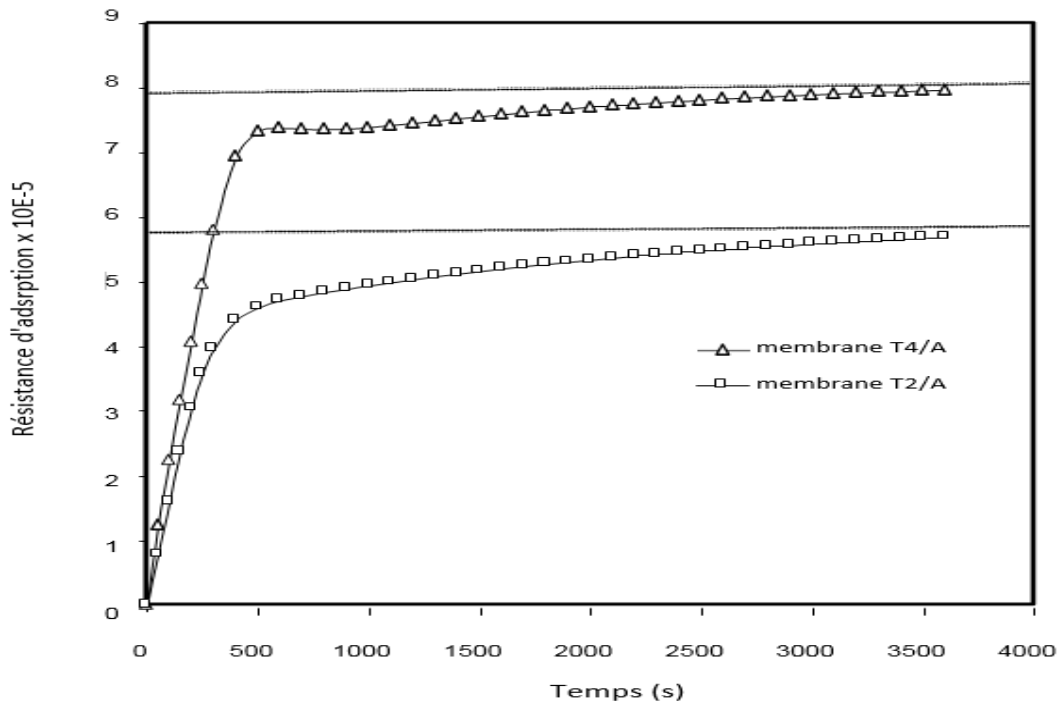


Figure III.6 : Résistance d'adsorption (R_{ads}) en fonction du temps pour les deux membranes

Conclusion générale

Le présent projet s'est inscrit dans le cadre d'un programme de recherche sur la modélisation des phénomènes de transfert de matière dans l'ultrafiltration frontale.

L'équation de convection-diffusion générale exprimée en coordonnées cartésiennes couplée avec les mécanismes suivants : formation de la couche de gel et de l'adsorption, peut prédire le comportement de l'ultrafiltration frontale.

Les résultats obtenus par simulation ont montré que le flux de perméat diminue avec le temps jusqu'il atteint une valeur négligeable. Selon les valeurs de la concentration du soluté dans la solution d'alimentation et la résistance spécifique de gel, on observe un développement d'un effet de polarisation qui provoque une augmentation de la concentration à la surface de la membrane. Les résultats de simulation montrent que l'effet de la pression osmotique de polyéthylène glycol pendant l'ultrafiltration frontale est négligeable.

REFERENCES

- [1] Aptel.P.Moulin.P., Quemeneur.F. ; Microfiltration et ultrafiltration : conduite des essais pilotes', Ed, club français des membranes ;2002.
- [2] Bimbenet J.J ;Albertd. ;Gillest. ;génie des procédé alimentaires ;des bases aux application ;© Dunod ,Paris,2002 ;547.
- [3] BourocheAnnik-Michel Le Bras;techniques de séparation par membranes, vocabulaires Français –Anglais-Allemand, INRA Paris 1994 ;62p.
- [4] Technotendances, technologiques et applications des membranes de filtration ; Paris : Innovation 128, 1993, 441p
- [5] Noble R.D,Sterns. A ;membrane separations technology, Elsevier science B. V ;1995.
- [6] Technotendances, étude technologique, le traitement des eaux résiduaires urbaines et industrielles, 1992. Innovation 128.SA. Paris-Boston-Tokyo.
- VIGNOLA CAROLEL. :science et technologie du lait ; transformation du lait, école polytechnique de Montréal,2002 ,571p
- [07] Brandhuber, P., Amy G. Desalination 117.1998.1.
- [08] Lyko S., WintgensT., Al Halbouni D., Dott W., Baugarten S., Take D., Ostrowski R., Pinnekamp J., Janot A, Melin T. Desalination 199.2006.480.
- [09] Crini. G. , Badot. P, Traitement et épuration des eaux industrielles polluées, Quatrième trimestre 2007
- [10] BRUN J.P. ;procédé de séparation par membrane ; transport, techniques membranaires;application ;Masson Paris Milan Barcelone Mexico 1989,242p)
- [11] Aimar .P . , Daufin . G . , RENE .F ; les séparations à membranes dans les procédés de l'industrie alimentaire .technique et documentation, Lavoisier ;1998 ;1,592p)
- [12] GrégorioCrini et Pierre-Marie Badot ; traitement et épuration des eaux industrielles polluées :procédés membranaires, bioadsorption et oxydation chimique

- [13] Yolaine .B. ; filtration frontale sur membrane : mise en évidence du volume filtre critique pour l'anticipation et le contrôle du colmatage , Université PoulSbatrier, Toulouse III
- [14] Bacchin.P.Mereles., Aimar.P.; modeling of filtration from the polarized layer to deposit formation and compaction ; desalination, 145 (2002), pp139-147
- [15] CharcossetCathrine. Membrane processes in biotechnology : an overview. Biotechnologyadvances 24(2006), 482-492
- [16] Pontié, M. et coll., « Les techniques séparatives à membranes – Théorie, applications et perspectives », Paris : Union Internationale pour les applications de l'électricité, pp. 212, 2001.
- [17] Anselme, C., Jacobs, E.P., “Ultrafiltration”, Int. Water Treatment Membrane Process, Chapitre 10, McGraw-Hill, 1996.
- [18] Belfort, G., Davis, R.H., Zydney, A.L., “The behaviour of suspensions and macromolecular solutions in crossflow microfiltration”, Int. Journal of Membrane Science, vol. 961, pp. 1-58, 1994.
- [19] Zaamouche, R. “modélisation basée sur le concept hydrodynamique de la couche formée sur la surface d'une membrane d'ultrafiltration.”, Université de Batna.
- [20] Adrian.P.T.,étude comparée du colmatage en nanofiltration et en ultrafiltration d'eau du surface ;université Laval
- [21] Crini. G. , Badot. P, Traitement et épuration des eaux industrielles polluées, Quatrième trimestre 2007.
- [22] Squires, R.C., “Removal of heavy metals from industrial effluent by crossflow microfiltration”, Wat. Sci. Tech., vol. 25(10), pp. 55-67, 1992.
- [23] Menjeaud C., “Treatment and regeneration of wastewater produced by industrial laundry with inorganic membranes”, Key Eng. Materials, vol. 61(62), pp. 589-592, 1991.

- [24] Gaeta SN., “Application of membrane processes to textile industry: development of specific membrane and process”, 4th Brite-EuRam Conference Processing, Séville, pp.86-89, 1992.
- [25] Lin, S.H., Lan, W.J., “Polyvinylalcohol recovery by ultrafiltration: effects of membrane type and operating conditions”, Sep. Tech., vol. 5, pp. 97-103, 1995.
- [26] Zaidi, A., “Ultra and nanofiltration in advanced effluent treatment schemes for pollution control in pulp and paper industry”, Wat. Sci. Tech., vol. 25(10), pp. 263-276, 1992.
- [27] Pontalier, P.Y., Ismail, A., Ghoul, M., « Etude de l'influence des conditions opératoires sur la séparation sélective des ions par des membranes de nanofiltration », Cahier scientifique IAA, vol. 112, pp. 642-646, 1995.
- [28] Nielsen, C.E., “Membrane filtration for strong effluents”, Water Management International (Water and Wastewater Treatment), pp. 77-80, 1995.
- [29] Alkhatim, H.S., “Treatment of whey effluents from dairy industries by nanofiltration membranes”, Desalination, vol. 119, pp. 177-183, 1998.
- [30] Aïmar Pierre, Duafin Georges ;séparation par membrane dans l'industrie alimentaires ; technique de l'ingénieur F3250 ;2004 .
- [31] Marshall A., Munro P.A., Tragardh and G ; the effect of proteins fouling in MF and UF on permeate flux, protein retention and selectivity. A literature review, Desalination, 91(1993),pp65-108
- [32] Shen, L.Q., Xu, Z.K., Liu, Z.M., Xu, Y.Y., “Ultrafiltration hollow fiber membranes of sulfonated polyetherimide/polyetherimide blends: preparation, morphologies and anti-fouling properties”, Journal of Membrane Science, vol. 218, pp. 279-293, 2003.
- [33] Al Akoum, O., Ding, L.H., Jaffrin, M.Y., “Microfiltration and ultrafiltration of UHT skim milk with a vibrating membrane module”, Separation and Purification Technology, vol. 28, pp.219-234, 2002.

- [34] Czekaj, P., Mores, W., Davis, R.H., Guell, C., “Infrasonic pulsing for foulant removal in crossflow microfiltration”, *Journal of Membrane Science*, vol. 180, pp. 157-169, 2000.
- [35] Ghogomu, J.N., Guigui, C., Rouch, J.C., Clifton, M.J., “Hollow-fibre membrane module design: comparison of different curved geometries with Dean vortices”, *Journal of Membrane Science*, vol. 181, pp. 71-80, 2001.
- [36] Ghosh, R., Cui, Z.F., “Mass transfer in gas-sparged ultrafiltration: upward slug flow in tubular membranes”, *Journal of Membrane Science*, vol. 162, pp. 91-102, 1999.
- [37] Gekas V..terminology for pressure-driven membrane operations .*Desalination*, 68(1988), 77-92.
- [38] BourocheAnnik-Michelle Bras ;techniques de séparation par membranes, vocabulaire francais-Anglais-Allemand,INRA Paris 1994 ;62p.
- [39] Marchall Rhone – Poullenc A Word lecture. Nutritional and functional characteristics of whey proteins in foods products. *journal. dairyscience* 81(1998),pp 597-608
- [40] Marfard P. ;Belliarde. ; génie industriel alimentaire, Tome II ,techniques séparatives, techniques et documentation-Lavoisier ;1992.273P.
- [41] Ziman,L .J Zydney,A.L. microfiltration and ultrafiltration principales and application(1996) ;Marcel. DAKKER .New-York .
- [42] Michaels, A.S., “New separation technique for the CPI.”, *Chem. Eng. Prog.*, vol. 64, pp. 31-43, 1968.
- [43] Merten, U., “Flow relationships in reverse osmosis”, *Ind. Eng. Chem. Fund.*, vol. 2, pp. 229-232, 1936.
- [44] Menjeaud C., “Treatment and regeneration of wastewater produced by industrial laundry with inorganic membranes”, *Key Eng. Materials*, vol. 61(62), pp. 589-592, 1991.
- [45] Porter, M. C., “Concentration Polarization with Membrane Ultrafiltration”, *Ind. Eng. Chem. Prod. Res. Develop.*, vol. 11, pp. 234-248, 1972.

- [46] Leung, W. F., Probstein, R. F., “Low Polarization in Laminar Ultrafiltration of Macromolecular Solutions”, *Ind. Eng. Chem. Fund.*, vol. 18, pp. 274-277, 1979
- [47] Mulder, M., “Basic Principles of Membrane Technology”, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 1991.
- [48] Sulaiman M. Z., Sulaiman N. M. and A. Beicha; “Prediction of dynamic permeate flux during cross-flow ultrafiltration of polyethyleneglycol using concentration polarization-gel layer model”, *J. membrane Sci.*, vol. 189, pp. 151-165, 2001.
- [49] Michel, R. et al, “modélisation numérique en science et génie des matériaux”, presses polytechniques et universitaires romandes, première édition, 1998.