



Université ABBES LAGHROUR Khenchela  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Industriel  
جامعة عباس لغزور خنشلة  
كلية العلوم والتكنولوجيا  
قسم الهندسة الصناعية



N° Série : .....

## Mémoire de fin d'étude

*Pour l'obtention du diplôme de Master*

**Filière : Télécommunications**

**Spécialité : Télécommunications Avancées**

### THEME

**SYNTHESE ET SIMULATION DE FILTRES  
NUMERIQUES AVEC UNE CONCEPTION  
OPTIMALE PAR ALGORITHME GENETIQUE**

Réalisé par : - Arrif Mohamed Amine  
- Sakhria Messaoud

Dirigé par : Dr Allouani Fouad

Promotion 2015/2016

*Nous adressons nos remerciements*

*A notre Professeur et encadreur de mémoire*

*Le Docteur ALLOUANI FOUAD*

*Nous avons eu le privilège de travailler avec vous,*

*Nous avons apprécié vos qualités et vos valeurs.*

*Votre sérieux, votre compétence et votre sens du devoir nous ont énormément marqués.*

*Veillez trouver ici l'expression de notre respectueuse considération et notre profonde admiration pour toutes vos qualités scientifiques et humaines.*

*Ce travail est pour nous l'occasion de vous témoigner notre profonde gratitude.*

*Nous tenons à remercier les membres du jurys .ainsi que tous nos professeurs, nos camarades de la promotion et aux personnes qui nous ont aidé dans la réalisation de ce mémoire.*

Je dédie ce mémoire à

Mes parents , Mon frère , ma sœur et à tous les membres de ma famille.

A tous les étudiants et le personnel de l'université Abbess Laghrour Khenchela..

**Arrif Mohamed Amine**

Je dédie ce mémoire à

Mes parents, Ma femme,

Mes enfants : Manel, Saad eddine, Abdelbaset et Sajid Ayet Arrahmane

Ainsi mon beau frère Mahmoud et ma belle sœur Nadjet

A tous les membres de ma famille .

A tous les professeurs et mes collègues

**Sakhria Messaoud**

عموماً، في مجال معالجة الإشارات، وبشكل أكثر تحديداً في مجال الاتصالات السلكية واللاسلكية، تصفية -  
تلعب دوراً هاماً، والغرض الرئيسي منها هو استخراج أكبر قدر من المعلومات المفيدة بنجاح )  
(الرقمية موثوق بها و اعدادتها التي تميز تميز الم افي الرقمية  
على مرشحات التناظرية. وهي العديد من ) : (...  
في هذه الم ، يحاول تقديم أكبر قدر من المعلومات حول هذا الموضوع الهام جداً في عالم معالجة الإشارات. يتم إعطاء اهتمام  
خاص لاثنين من الم نبضية (RIF) نبضية لا محدودة (RII).  
هذا الاهتمام المتجدد تركيب هذه الأخيرة من خلال طريقتين مختلفتين .  
نبضية : حية : مصفاة ذات استجابة نبضية لا محدودة , الخورزمية الجينية ,  
الرقمية

#### Résumé :

Généralement, dans le domaine du traitement du signal, et plus précisément dans le champ des télécommunications, le filtrage -au sens général- joue un rôle important, son principal but est de réussir à extraire un maximum d'informations utile d'un signal perturbé par du bruit (ex : émission, réception). En effet, les filtres numériques sont d'une grande fiabilité et souplesse au niveau de la manipulation des paramètres caractérisant les filtres numériques par rapport aux filtres analogiques. Ils sont utilisés dans de nombreux domaines (tel que : multimédia, radiologie, radars...). Le travail présenté dans ce manuscrit, tente à présenter le maximum d'information relative à ce sujet très important dans le monde du traitement du signal. Un intérêt particulier est apporté aux deux filtres, (i) Filtre à Réponse Impulsionnelle Finie (RIF) et (ii) Filtre à Réponse Impulsionnelle Infinie (RII). Cet intérêt, est incarné par une synthèse de ces derniers à travers deux méthodes différentes associée à une validation par simulation.

Mots clés : RIF, RII, AG, filtre numérique.

#### Abstract :

Generally, in the field of signal processing, and more specifically in the telecommunications field, filtering -in general- sense plays an important role, its main purpose is to successfully extract the maximum useful informations from a disturbed signal by noise (ex: transmission, reception). In fact, digital filters are of great reliability and flexibility in the handling of the parameters characterizing the digital filters over analog filters. They are used in many areas (such as: multimedia, radiology, radar ...). The work presented in this manuscript, tries to present as maximum information on this very important subject in the world of signal processing. Special interest is given to two filters, (i) Filter Finite Impulse Response (FIR) and (ii) filter and Infinite Impulse Response (IIR) . This interest is played by a synthesis of the latter through two different methods associated with validation through simulation.

Keywords : FIR, IIR, GA, digital filter

Tables des matières .....	VI
Liste des figures .....	VIII
Liste des tableaux .....	XIII
Liste des abréviations .....	XIV
Introduction Générale .....	XV

## **Chapitre I : Le Filtrage : Généralités**

I.1. Introduction .....	1
I.2. Un peu d'historique sur les filtres électriques .....	1
I.3. Définition.....	1
I.4. Le filtrage .....	2
I.4.1. Fenêtrage temporel .....	2
I.4.2. Filtrage fréquentiel .....	3
I.5. Objectif de l'utilisation des filtres .....	4
I.6. Types des filtres .....	5
I.6.1. Classement suivant l'action sur le spectre .....	5
A) Filtre passe-bas .....	5
B) Filtre passe-haut .....	5
C) Filtre passe-bande .....	6
D) Filtre coupe-bande ou réjecteur de bande .....	6
E) Le filtre passe-tout ou déphaseur pur .....	6
I.6.2. Classement suivant l'efficacité .....	7
I.6.3. Classement suivant le matériel utilisé .....	7
I.6.4. Classement suivant le domaine d'application .....	7
I.7. Méthodes de filtrage du signal .....	8
I.7.1. Filtre adapté .....	8
I.7.2. Filtrage de Widrow .....	9
I.7.3. Filtrage homo-morphique .....	9
I.8. Caractéristiques des filtres .....	10
I.8.1. Réponse impulsionnelle d'un filtre .....	10
I.8.2. Linéarité d'un filtre .....	10
I.8.3. Fonction de transfert d'un filtre .....	11
I.8.4. Gabarit de filtre .....	11
I.8.5. Fréquence de coupure .....	12
I.9. Applications des filtres .....	12
I.10. Conclusion .....	13

## **Chapitre II : Filtrage Analogique**

II.1. Introduction .....	14
--------------------------	----

II.2. Définition .....	14
II.3. Types de filtres analogiques .....	14
II.4. Avantages et inconvénients des filtres passifs .....	14
II.5. Avantages et inconvénients des filtres actifs .....	15
II.6. Implémentation pratique .....	15
II.6.1. Filtre passifs .....	15
II.6.2. Filtre actifs .....	17
II.7. Caractéristiques principales des filtres analogiques .....	18
II.8. Fonctions d'approximation .....	18
II.8.1. Définition .....	18
II.8.2. Propriétés .....	19
II.9. Filtres polynomiaux .....	19
II.9.1 Filtres de Butterworth .....	20
II.9.2. Filtres de Tchebychev .....	21
II.9.3. Filtres de Bessel .....	21
II.10. Filtres non-polynomiaux .....	22
II.10.1. Filtres de Caueur .....	22
II.11. Méthodes de conception d'un filtre analogique .....	23
II.12. Conclusion .....	23

## Chapitre III : Filtrage Numérique

III.1. Introduction .....	24
III.2. Définition .....	24
III.3. Représentation d'un filtre numérique .....	27
III.3.1. Fonction de transfert en $z$ .....	27
III.3.2. Réponse impulsionnelle .....	27
III.3.3. Équation aux différences .....	28
III.3.4. Classification des filtres numériques .....	28
III.4. Filtres récursifs RII .....	29
III.5. Filtres non récursifs RIF .....	30
III.6. Caractérisations d'un système numérique à coefficients constants .....	31
III.6.1. Équation aux différences .....	31
III.6.2. Convolution numérique .....	31
III.6.3. Fonction de transfert d'un système numérique .....	32
III.6.4. Stabilité d'un système numérique .....	32
III.6.5. Correspondances entre plan P et plan Z .....	33
III.6.6. Représentation d'une fonction de transfert $H(z)$ par ses pôles et ses zéros .....	33
III.6.6.a. Décomposition d'une fonction de transfert $H(z)$ .....	33

III.6.6.b. Étude graphique de la réponse en fréquence d'un filtre numérique .....	34
III.6.6.c. Propriétés .....	34
III.6.7. Estimation graphique de la bande passante d'un filtre à pôle dominant .....	34
III. 7. Filtrage numérique simple : lissage temporel .....	35
III. 8. Techniques avancées de filtrage numérique .....	35
III. 8.1. Filtres numériques non linéaires (valeur médiane) .....	35
III. 8.2. Filtres numériques multi-cadence .....	36
III. 9. Réalisation des filtres numériques .....	37
III. 9.1. Filtres numériques synthétisés par $H(z)$ .....	37
III. 9.1.a. Structure directe .....	37
III. 9.1.b. Structure canonique .....	37
III. 9.1.c. Structure en composants simples .....	38
III. 9.2 Filtres numériques basés sur la convolution .....	40
III. 10. Conclusion .....	41
<b>Chapitre IV : Synthèse des Filtres Numérique type RIF</b>	
IV.1. Introduction .....	43
IV.2. Paramétrage du filtre RIF synthétisé .....	43
IV.3. Résultats de filtrage obtenus par tâtonnement .....	44
IV.4. Synthèse du filtre RIF par utilisation d'un algorithme génétique .....	51
IV.4.1. Algorithmes génétiques .....	51
IV.4.2. Méthode de synthèse du filtre RIF en utilisant un algorithme génétique .....	52
IV.5. Conclusions .....	59
<b>Chapitre V : Synthèse des Filtres Numérique type RII</b>	
V.1. Introduction .....	60
V.2. Paramètres de conception .....	60
V.3. Résultats de filtrage obtenus par tâtonnement .....	60
V.4. Synthèse du filtre RII par l'utilisation d'un algorithme génétique .....	70
V.5. Conclusion .....	81
Conclusion Générale .....	82
Références Bibliographie .....	83

Figure 1.1.Schéma d'un filtre .....	2
Figure 1.2.Filtrage du domaine temporel/fréquentiel .....	4
Figure 1.3.Filtre passe-bas.....	5
Figure 1.4. Filtre passe-haut .....	6
Figure 1.5.Filtre passe bande .....	6
Figure 1.6.Filtre coupe-bande .....	6
Figure 1.7.Filtre passe-bas d'ordres différent .....	7
Figure 1.8.Principe de la méthode de soustraction de bruit de Widrow (Filtre adapté) .....	8
Figure 1.9.Principe du filtrage homo-morphique.....	10
Figure 1.10.Représentation d'un filtre .....	10
Figure 1.11.définition du gabarit d'un filtre passe-bas .....	12
Figure 2.1. Trois haut-parleurs avec leur filtre passifs .....	16
Figure 2.2. Filtres actif à base des cellules du 1 <sup>ER</sup> ou du 2 <sup>e</sup> ordre .....	17
Figure 2.3. Filtre actif à base de cellule de Sallen-Key .....	17
Figure 2.4. Filtre actif à base de cellule de rauch .....	18
Figure 2.5. Filtre de Butterworth passe-bas de troisième ordre .....	20
Figure 2.6. Méthode de synthèse des filtres analogiques .....	23
Figure 3.1.Représentation schématique d'un filtre numérique .....	25
Figure 3.2. Filtres non-récurrents et récurrents .....	26
Figure 3.3. Représentations sous forme de fonctions de transfert en z .....	28
Figure 3.4.Fonction d'un filtre numérique .....	31
Figure 3.5.Définition de la réponse impulsionnelle d'un filtre numérique .....	32
Figure 3.6.Réponse impulsionnelle stable .....	32
Figure 3.7 Réponse impulsionnelle instable .....	33
Figure 3.8.correspondance entre les P et Z .....	33

Figure 3.9.Pôle dominant .....	35
Figure 3.10.Effet d'un filtre numérique non linéaire de la valeur médiane sur un signal «échelon unité » et sur impulsion de durée unité .....	36
Figure 3.11. structure directe d'un filtre numérique non récursif .....	38
Figure 3.12.Structure directe d'un filtre numérique récursif .....	38
Figure 3.13.Structure canonique d'un filtre numérique récursif .....	39
Figure 3.14.Structure série ou cascade à partir d'éléments de base du premier .....	40
Figure 3.15.Structure parallèle à partir d'éléments de base du premier ou du Second ordre .....	41
Figure 3.16.Structure directe du filtre à convolution .....	41
Figure 3.17.Structure transposée du filtre à convolution .....	42
Figure 4.1. Gabarit et allure du filtre désiré .....	44
Figure 4.2.(a) Gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 80, cas $x_1(t)$ .....	45
Figure 4.3Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 80 (81 échantillons), cas $x_1(t)$ .....	45
Figure 4.4.Filtre d'ordre 80 (a) signal test et (b) signal filtré avec un retard de 20ms, cas $x_1(t)$ .....	46
Figure 4.5.(a) Gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 80, cas $x_2(t)$ .....	46
Figure 4.6. Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 80 (81 échantillons), cas $x_2(t)$ .....	47
Figure 4.7. Filtre d'ordre 80 (a) signal test et (b) signal du filtre avec un retard de 20ms, cas $x_2(t)$ .....	47
Figure 4.8.(a) Gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 80, $x_3(t)$ .....	48
Figure 4.9.Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 80 (81 échantillons), cas $x_3(t)$ .....	48
Figure 4.10.Filtre d'ordre 80 (a) signal test et (b) signal filtré avec un retard de 20ms, cas $x_3(t)$ .....	49
Figure 4.11.(a) Gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 80, cas $x_4(t)$ .....	49
Figure 4.12.Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 80 (81 échantillons), cas $x_4(t)$ .....	50
Figure 4.13.Filtre d'ordre 80 (a) signal test et (b) signal du filtre avec un retard de 20ms, cas $x_2(t)$ .....	50
Figure 4.14. Evolution de la fonction objectif (retard) ; cas $x_1(t)$ .....	53
Figure 4.15(a) gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 20 du signal $x_1(t)$ après optimisation .....	53
Figure 4.16.Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 20 utilisé avec le signal $x_1(t)$ après optimisation .....	54

Figure 4.17. Filtre d'ordre 20 (a) signal test et (b) signal filtré avec un retard de 2ms obtenu après optimisation .....	54
Figure 4.18. Evolution de la fonction objectif (retard) ; cas signal $x_2(t)$ .....	55
Figure 4.19. (a) gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 20 du signal $x_2(t)$ optimisé .....	55
Figure 4.20. Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 20 utilisé avec le signal $x_2(t)$ après optimisation ...	56
Figure 4.21. (a) signal test et (b) signal filtré avec un retard de 2ms obtenu après optimisation .....	56
Figure 4.22. Evolution de la fonction objectif (retard), cas $x_3(t)$ .....	57
Figure 4.23. (a) Gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 20, cas $x_3(t)$ .....	57
Figure 4.24. Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 20 utilisé pour le signal $x_3(t)$ après optimisation ...	57
Figure 4.25. Signal test et (b) signal filtré avec un retard de 2ms obtenu après optimisation .....	57
Figure 4.26. Evolution de la fonction objectif (retard), cas $x_4(t)$ .....	58
Figure 4.27. (a) Gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 20, cas $x_4(t)$ .....	58
Figure 4.28. Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 20 utilisé pour le signal $x_4(t)$ après optimisation ...	58
Figure 4.29. Signal test et (b) signal filtré avec un retard de 2ms obtenu après optimisation .....	58
Figure.5.1. Réponses fréquentielle du filtre gain et phase pour le signal, cas $x_1(t)$ .....	61
Figure.5.2. Signal d'entrée et réponse du filtre, cas $x_1(t)$ .....	62
Figure.5.3. Pôles et zéros dans le plan complexe : (a) coefficients calculés et (b) coefficients tronqués, cas $x_1(t)$ .....	63
Figure.5.4. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués à $10^{-1}$ , cas $x_1(t)$ .....	63
Figure.5.5. Réponses fréquentielle du filtre gain et phase, cas $x_2(t)$ .....	64
Figure.5.6. Signal d'entrée et réponse du filtre, cas $x_2(t)$ .....	64
Figure.5.7. Pôles et zéros dans le plan complexe : (a) coefficients calculés et (b) coefficients tronqués, cas $x_2(t)$ .....	65
Figure.5.8. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués, cas $x_2(t)$ .....	65
Figure.5.9. Réponses fréquentielle du filtre gain et phase, cas $x_3(t)$ .....	66
Figure.5.10. Signal d'entrée et réponse du filtre, cas $x_3(t)$ .....	66

Figure.5.11.Pôles et zéros dans le plan complexe : (a) coefficients calculés et (b) coefficients tronqués, cas $x_3 t$ .....	67
Figure.5.12.Réponse du filtre avec les coefficients tronqués, cas $x_3 t$ .....	67
Figure.5.13.Réponses fréquentielle du filtre gain et phase, cas $x_4 t$ .....	68
Figure.5.14.Signal d'entrée et réponse du filtre, cas $x_4 t$ .....	68
Figure.5.15.Pôles et zéros dans le plan complexe : (a) coefficients calculés et (b) coefficients tronqués, cas $x_4 t$ .....	69
Figure.5.16.Réponse du filtre avec les coefficients tronqués, cas $x_4 t$ .....	69
Figure.5.17. Evolution de la fonction objectif (retard) ; cas $x_1 t$ .....	70
Figure.5.18. Réponses fréquentielle du filtre après optimisation, (a) gain et (b) phase, cas $x_1 t$ .....	71
Figure.5.19. Signal d'entrée et réponse du filtre après optimisation, cas $x_1 t$ .....	71
Figure.5.20. Pôles et zéros dans le plan complexe : (a) coefficients calculés et (b) coefficients tronqués, obtenus après optimisation, cas $x_1 t$ .....	72
Figure.5.21. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués, cas $x_1 t$ .....	73
Figure.5.22. Evolution de la fonction objective (retard), cas $x_2 t$ .....	73
Figure.5.23. Réponses fréquentielle du filtre gain et phase après optimisation, cas $x_2 t$ .....	74
Figure.5.24. Signal d'entrée et réponse du filtre après optimisation, cas $x_2 t$ .....	74
Figure.5.25. Pôles et zéros dans le plan complexe : coefficients calculés et coefficients tronqués signal, cas $x_2 t$ .....	75
Figure.5.26. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués signal, cas $x_2 t$ .....	75
Figure.5.27. L'évolution de la fonction objective (retard) signal, cas $x_3 t$ .....	76
Figure.5.28. Réponses fréquentielle du filtre gain et phase obtenus après optimisation, cas $x_3 t$ .....	76
Figure.5.29. Signal d'entrée et réponse du filtre optimisé, cas $x_3 t$ .....	77
Figure.5.30. Pôles et zéros dans le plan complexe : coefficients calculés et coefficients tronqués, cas signal $x_3 t$ .....	77
Figure.5.31. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués, cas signal $x_3 t$ .....	78
Figure.5.32. Evolution de la fonction objective (retard) signal, cas $x_4 t$ .....	78

Figure.5.33.Réponses fréquentielle du filtre gain et phase, cas  $x_4 t$  .....79

Figure.5.34. Signal d'entrée et réponse du filtre optimisé, cas  $x_4 t$  .....79

Figure.5.35.Pôles et zéros dans le plan complexe : coefficients calculés et coefficients tronqués,  
cas  $x_4 t$  .....80

Figure.5.36.Réponse du filtre avec les coefficients tronqués, cas  $x_4 t$  .....80

Tableau 4.1. Paramètres du filtre RIF obtenus après l'ensemble des essais ( tâtonnement) .....	51
Tableau 4.2. Spécificités caractérisant l'algorithme GA utilisé pour synthétiser le filtre en question (RIF). .....	52
Tableau 4.3. Paramètres du filtre RIF obtenus après optimisation .....	58
Tableau 5.1 Filtre RII ordre 15 (A, B) coefficients en pleine résolution et (A1, B1) coefficients tronqués à $10^{-1}$ . .....	62
Tableau.5.2. Paramètres du filtre RII obtenus après l'ensemble des essais ( tâtonnement) .....	69
Tableau 5.3. Filtre RII d'ordre 5 (A,B) coefficients en pleine résolution et (A1,B1) coefficients tronqués .....	72
Tableau 5.4. Paramètres du filtre RIF obtenus après optimisation .....	81
Tableau 5.5. Comparaison entre filtres RIF et RII en termes de stabilité, phase linéaire et quantité de calcul .....	81

<b>ADSL</b>	Asymmetric Digital Subscriber Line
<b>AIL</b>	Amplificateur Intégré Linéaire.
<b>AOP</b>	Amplificateur Opérationnel Parfait
<b>BF</b>	Basse Fréquence
<b>CD</b>	Compact Disc
<b>EPROM</b>	Erasable Programmable Read Only Memory
<b>GA</b>	Genetic Algorithm
<b>GSM</b>	Global System for Mobile Communications
<b>HF</b>	Haute Fréquence
<b>HiFi</b>	High Fidelity
<b>IP</b>	Internet Protocol
<b>RIF</b>	Réponse Impulsionnelle Finie
<b>RII</b>	Réponse Impulsionnelle Infinie
<b>TFD</b>	Transformation de Fourier Discrète
<b>TV</b>	Télévision

Le filtrage est une opération courante et très importante en traitement du signal. En effet, le filtrage permet de rejeter la partie inutile (parfois perturbation) du signal tout en conservant la partie porteuse de l'information utile. En effet, un exemple très clair sur ce processus est apparu au niveau d'une chaîne classique de transmission de l'information.

A l'origine de la chaîne, on trouve le système physique que l'on observe. Des capteurs vont enregistrer son évolution et délivrer un message correspondant aux mesures observées. Ce message est contenu la plupart du temps, dans un signal électrique qui est envoyé sur un canal de transmission. Déjà à niveau, on va trouver des opérations de filtrage correspondant à la mise en forme de ce signal pour l'adapter au canal de transmission. En effet, on ne pourra pas envoyer le même type de signal selon que le canal est une ligne téléphonique, un faisceau hertzien, une fibre optique ...

Lors de l'acquisition de ce signal tout comme lors de sa transmission puis de sa réception, du bruit peut venir s'y ajouter. Il sera donc nécessaire de mettre en œuvre des opérations de filtrage lors de la phase de récupération du signal. Ces opérations auront deux objectifs essentiels : éliminer au maximum le bruit qui perturbe le signal puis une fois le signal filtrés, il conviendra d'en extraire l'information utile.

L'importance du filtrage n'étant plus à démontrer, on peut tout de même se poser la question du choix du filtrage numérique par rapport au filtrage analogique. Beaucoup de travaux ont été réalisés sur le filtrage analogique. Néanmoins la tendance actuelle pousse les traiteurs de signaux à travailler de plus en plus numérique afin de profiter des énormes progrès. le filtrage numérique a connu ces dernières années un grand développement.

Dans le domaine du filtrage numérique, deux grandes familles de filtres sont très connues et très utilisées par les débiteurs dans leurs études de conception de se genres de filtrage ; Il s'agit des filtres à Réponse Impulsionnelle Finie (RIF) et les Filtres à Réponse Impulsionnelle Infinie (RII).

Dans le présent mémoire nous avons pris ces deux types de filtre comme des exemples de référence pour la réalisation d'une étude complète du filtrage numérique. Plus précisément, nous avons synthétisé et simuler ces deux types de filtres en utilisant deux approches différentes ; la première est basée sur un choix tâtonné des paramètres du filtre traité, alors que la seconde est basée sur l'utilisation d'un algorithme évolutionnaire dit Algorithme Génétique (Genetic Algorithms GAs) [24]. La validation de ces deux méthodes est effectuée en utilisant quatre signaux bruités comme exemples.

L'emploi des AGs dans cette étude, a pour but d'optimiser ces deux filtres à travers un choix optimal de quelques paramètres clés de ces derniers. Comme nous le verrons par la suite, la seconde méthode à permettre d'avoir de bons résultats de filtrage.

Le présent mémoire est organisé en cinq chapitres : dans le premier, nous rappelons un certain nombre de notions de base de filtrage (définition, types des filtres, classement, caractéristiques des filtres, applications des filtres,...). Dans le second chapitre nous parlerons sur le filtrage analogique et ses principes de bases. Le troisième chapitre a pour but d'illustrer les fondements théoriques du filtrage numérique.

Le quatrième et le cinquième chapitre, sont similaires en termes d'objectif ; dans le premier nous présentons tous les résultats obtenus à travers l'application du filtre RIF synthétisé en utilisant deux approches différentes (tâtonnement et optimisation) alors que dans le second nous montrerons également tous les résultats obtenus à travers l'application du filtre RII synthétisé en utilisant les mêmes approches présentées.

Enfin, nous terminons par une conclusion générale.

# Chapitre I : Le Filtrage : Généralités

## I.1. Introduction

Dans ce premier chapitre nous présentons un aperçu général sur les filtres utilisés dans le domaine de génie électrique. En effet, cette présentation comprend un peu d'histoire sur les filtres électriques, la définition d'un filtre ainsi que l'opération de filtrage, les types des filtres, les différentes méthodes, et les différentes caractéristiques principales de ces derniers.

## I.2. Un peu d'histoire sur les filtres électriques

Les opérations de filtrage (on désigne ici filtrage dans les systèmes électriques) ont un long historique. Nous présentons dans ce qui suit quelques faits sur ce dernier.

Les premiers filtres électriques ont été développés durant la seconde décennie du 19<sup>ème</sup> siècle par les deux ingénieurs Campbell et Wagner au moyen de bobines et condensateurs. Par la suite, en 1939, Darlington a présenté, un procédé de synthèse d'un quadripôle réactif entre terminaisons résistives. La méthode proposée pose de redoutables problèmes d'analyse numérique, qui n'ont été résolus que par l'arrivée des calculateurs suffisamment puissants.

En parallèle avec les progrès des connaissances théoriques, une tendance à élargir le choix des composants est développée. En 1953 Linvill a montré, qu'il est possible théoriquement de réaliser un filtre au moyen de résistances, de capacités et d'un élément actif. Ce schéma théorique s'est heurté à une difficulté pratique inattendue : la fonction de réponse de ce filtre présente une sensibilité trop élevée aux valeurs des éléments. En effet, cette déception a fait prendre conscience du phénomène inverse dans les filtres à condensateurs et bobines : il est possible de montrer qu'ils sont anormalement insensibles aux valeurs de leurs composants. Entre les années 1968 et 1978, une approche de simulation des filtres classiques en utilisant des composants nouveaux a été achevée. Par ailleurs, depuis 1978, les filtres électriques (implémentés sous forme de filtre numérique) ont commencé à apparaître sous forme de circuit intégré [1].

## I.3. Définition

Un filtre est un circuit électronique qui permet de réaliser une opération de traitement du signal. Autrement dit, il atténue certaines composantes d'un signal et en laisse passer d'autres. Un exemple connu du grand public est l'égaliseur audio. Le filtre modifie certaines parties d'un signal d'entrée dans le domaine temporel ou fréquentiel. D'après la théorie de Fourier, tout signal réel peut être considéré comme composé d'une somme de signaux sinusoïdaux (en nombre infini si nécessaire) à des fréquences différentes [2].

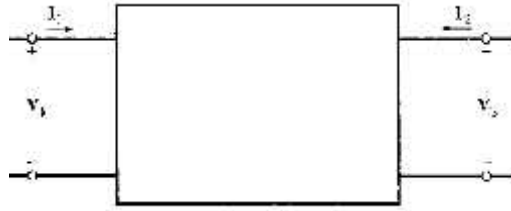


Figure 1.1. Schéma d'un filtre[3].

## I.4. Le filtrage

### I.4.1. Fenêtrage temporel

L'opération dite filtrage temporel, peut être définie comme le mécanisme qui permet à prélever, interrompre ou seulement atténuer un signal dans le domaine temporel. Ainsi, le signal de sortie  $s(t)$  est le produit du signal d'entrée  $e(t)$  et de la fonction temporelle du filtre ou de la fenêtre  $g(t)$  :

$$s(t) = e(t) \cdot g(t) \quad (1.1)$$

La modification qu'entraîne ce fenêtrage temporel au niveau du spectre de  $e(t)$  est donnée en appliquant le théorème de Plancherel à la relation précédente :

$$s(t) = e(t) \cdot g(t) \xrightarrow{F} S(f) = E(f) * G(f) \quad (1.2)$$

Par conséquent, pour un filtre de fonction temporelle  $g(t)$  quelconque, le spectre du signal de sortie sera différent de celui du signal d'entrée conséquence du produit de convolution. Ainsi les actions temporelles telles que le prélèvement d'un signal (cas de toutes mesures réalisées pendant un temps fini) ou l'interruption (interrupteur monté sur le circuit d'un haut-parleur) ou encore l'atténuation (atténuation réalisée pendant un temps fini à l'aide d'un potentiomètre réglant le volume du son) sont des filtres ou fenêtrages temporels qui permettent de changer le spectre du signal.

Dans le premier cas (découpage d'une tranche temporelle d'un signal), si la durée  $\Delta t$ , dite durée de la mesure, tend vers l'infini, il est possible de vérifier la cohérence de la relation 1.2.

**Exemple** ; Si on considère que  $g(t) = 1$  pour tout  $t$ , il vient:

$$g(t) = 1 \xrightarrow{F} G(f) = \delta(f)$$

donc  $s(t) = e(t) \cdot g(t) = e(t)$  pas de modification du signal  
 et  $S(f) = E(f) * \delta(f) = E(f)$  pas de modification du spectre

### I.4.2. Filtrage fréquentiel

De la même manière que dans le domaine temporel, nous parlerons de filtrage fréquentiel comme l'opération qui permet à prélever, interrompre ou seulement atténuer tout ou une partie des composantes fréquentielles d'un signal. Ainsi, le spectre  $S(f)$  du signal de sortie  $s(t)$  est le produit du spectre  $E(f)$  signal d'entrée  $e(t)$  et de la fonction fréquentielle du filtre  $H(f)$ :

$$S(f) = E(f) \cdot H(f) \quad (1.3)$$

La modification qu'en traîne ce type de filtrage au niveau de la représentation temporelle  $e(t)$  est donnée en appliquant le théorème de Plancherel à la relation précédente:

$$S(f) = E(f) \cdot H(f) \xleftrightarrow{F} s(t) = e(t) * h(t) \quad (1.4)$$

Le théorème fondamental des filtres s'appuie sur la définition même des filtres comme systèmes de convolution. Le filtre est défini par sa réponse impulsionnelle, notée  $h(t)$ , et par sa fonction de transfert, notée  $H(f)$  ou  $H(p)$  réciproquement transformée de Fourier ou de Laplace de  $h(t)$ . La réponse  $s(t)$  d'un tel filtre à un signal d'entrée  $e(t)$  est donnée par la relation suivante :

Convolution dans l'espace-temps

$$s(t) = e(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(\tau) \cdot h(t - \tau) \cdot d\tau \quad (1.5)$$

Produit dans l'espace des fréquences (transformée de Fourier ou de Laplace):

$$S(f) = E(f) \cdot H(f) \quad \text{ou} \quad S(p) = E(p) \cdot H(p) \quad (1.6)$$

De plus, dans la pratique, un filtre sera souvent caractérisé par sa réponse indicielle  $s_{ind}(t)$ , c'est-à-dire sa réponse à un échelon unité  $u(t)$  :

$$s_{ind}(t) = u(t) * h(t) = \int_0^{+\infty} u(\tau) \cdot h(t - \tau) \cdot d\tau \quad (1.7)$$

La relation de base 1.5 peut prendre différentes formes suivant les caractéristiques temporelles des signaux  $e(t)$  et  $h(t)$  :

- $h(t)$  causal (filtre réalisable):

$$s(t) = \int_{-\infty}^t e(\tau) \cdot h(t - \tau) \cdot d\tau \quad (1.8)$$

- $e(t)$  causal (exemple du signal  $u(t)$  «échelon unité»):

$$s(t) = \int_0^{+\infty} e(\tau) \cdot \delta(t - \tau) d\tau \quad (1.9)$$

- $e(t)$  et  $\delta(t)$  causaux :

$$s(t) = \int_0^t e(\tau) \cdot \delta(t - \tau) d\tau \quad (1.10)$$

À partir de toutes ces relations, on observe qu'il est possible de déterminer la réponse à une action ou signal d'entrée quelconque. Mais il peut être très intéressant de passer dans le domaine fréquentiel pour déterminer la réponse, car l'opération à réaliser est alors un produit simple. Le passage du domaine temporel au domaine fréquentiel pour le signal d'entrée se fait par transformée de Fourier ou de Laplace, de même le retour dans le domaine temporel pour le signal de sortie se fait par les transformations inverses (le calcul de ces transformées se faisant à partir des tables des fonctions usuelles, des propriétés et des règles opératoires de base). Soit le chemin de calcul suivant :

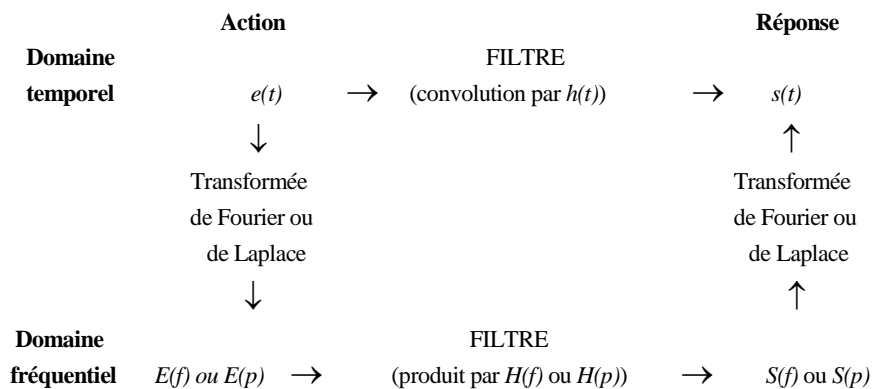


Figure 1.2. Filtrage du domaine temporel/fréquentiel[4].

Une des applications les plus importantes de ce processus est le calcul de la réponse de filtres en chaîne. Si  $n$  filtres, caractérisés par leur réponse impulsionnelle  $\delta_i(t)$  et leur fonction de transfert  $H_i(f)$  ou  $H_i(p)$ , sont mis en série, on peut les remplacer par un filtre équivalent dont la réponse impulsionnelle peut être calculée par: [4]

$$\delta(t) = \delta_1(t) * \delta_2(t) * \dots * \delta_n(t) \quad (1.11)$$

### I.5. Objectif de l'utilisation des filtres

Le rôle essentiel d'un filtre consiste à modifier le spectre des signaux qui vont y transiter afin d'obtenir des caractéristiques particulières. Citons, par exemple, le cas des filtres qualifiés de correcteurs, qui amplifient

les signaux de fréquences basses et laissent passer les signaux de fréquences élevées sans les modifier, afin de pallier à la déficience des haut-parleurs dans le domaine des basses fréquences. Bien que le filtrage concerne principalement l'amplitude des signaux, les filtres ne se contentent pas d'agir sur l'amplitude des signaux, leur action s'exerce aussi sur la phase. Si l'on n'y prend pas garde, cette seconde action peut être catastrophique sur le plan des résultats obtenus. C'est pour cette raison qu'un filtre doit être caractérisé par deux courbes représentant respectivement l'action du filtre sur l'amplitude et sur la phase des signaux [5].

### I.6. Types des filtres

La diversité des filtres, de leurs domaines d'application, de leurs performances sont autant de facteurs qui rendent leur classification une chose difficile.

#### I.6.1. Classement suivant l'action sur le spectre

On peut effectivement classer les filtres suivant leur façon d'agir sur un domaine particulier de fréquences. On rencontre ainsi quatre structures fondamentales : les filtres de type *passse-bas*, *passse-haut*, *passse-bande* et *coupe-bande*. Les allures des courbes de gains de ces filtres sont illustrés sur les figures 1.3, 1.4, 1.5, 1.6 respectivement [6].

##### A) Filtre passe-bas

Ce filtre élimine les fréquences supérieures à la sa fréquence de coupure  $f_c$  son allure est présentée sur la figure ci-dessous. [7]

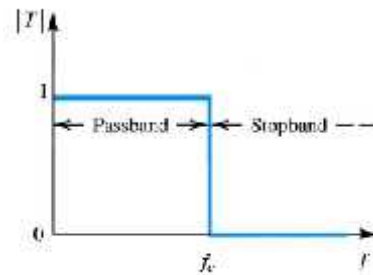


Figure 1.3. Filtre passe-bas. [6]

##### B) Filtre passe-haut

Par définition ce filtre ne laisse passer que les fréquences supérieures à la fréquence de coupure  $f_c$  figure (1.4).

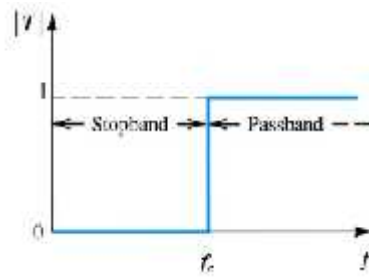


Figure 1.4. Filtre passe-haut. [6]

**C) Filtre passe-bande**

Concernant ce type de filtre, il est nécessaire de définir une fréquence de coupure basse  $f_{c1}$  est une fréquence de coupure haute  $f_{c2}$  ce filtre conserve toutes les fréquences situées entre ces fréquences figure (1.5). [7]

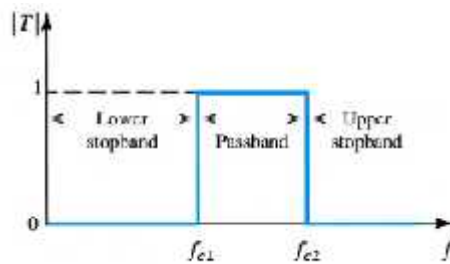


Figure 1.5. Filtre passe bande. [6]

**D) Filtre coupe-bande ou réjecteur de bande**

C'est un filtre complémentaire du filtre passe-bande. Il élimine les fréquences intermédiaires entre les fréquences de coupures basse et haute.

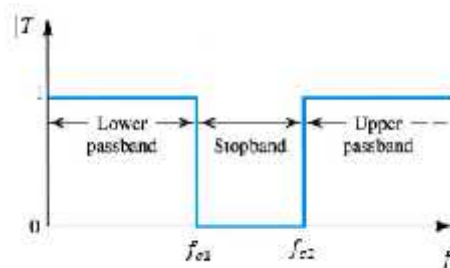


Figure 1.6. Filtre coupe-bande. [6]

**E) Le filtre passe-tout ou déphaseur pur**

Comme son nom l'indique, ce filtre n'a pas pour vocation d'éliminer telle ou telle composante fréquentielle. En effet, le gain fréquentiel de ce filtre est constant quelle que soit la fréquence par contre, il

engendre un déphasage .Si on le combine avec d'autres types de filtre, il permet de rendre la réponse en phase linéaire dans la bande passante. [7]

### I.6.2. Classement suivant l'efficacité

On peut classer les filtres suivant leur "force", car il n'existe pas un seul type de filtre passe-bas mais plusieurs, auxquels on attribue un "ordre" d'autant plus élevé que leur atténuation dans la zone atténuée est plus importante (et (ou) plus rapide). Cette remarque vaut aussi pour les passe-haut, passe-bande et filtres coupe-bande. On trouve donc des filtres d'ordre 1, 2 et même beaucoup plus (3... 7, 9, etc.).

La Figure (1.7) illustre la courbe de gain des filtres passe-bas d'ordre 1, 2, 3.

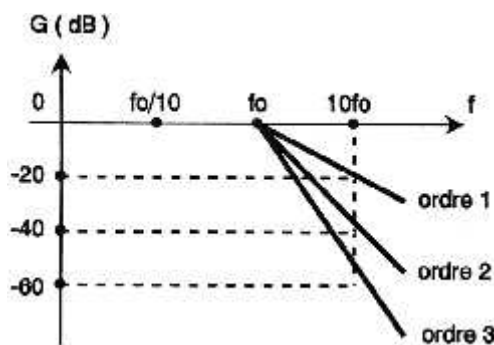


Figure 1.7. Filtre passe-bas d'ordres différent. [6]

### I.6.3. Classement suivant le matériel utilisé

On appelle filtre passif, un filtre dans lequel n'interviennent que des composants R, L, C. Pour ceux qui utilisent des AOP ou des transistors, on les qualifie de filtres actifs.

Les filtres passifs sont utilisés aussi bien en BF (filtres pour enceintes acoustiques, par exemple) qu'en HF (passe-bande en général). L'avantage de ces filtres est qu'ils sont rarement limités au niveau de l'amplitude des signaux traités, ce qui n'est pas le cas des filtres actifs.

Le domaine d'activité des filtres actifs, qui se sont énormément développés avec l'utilisation des AOP, va du continu à plusieurs mégahertz. De nombreuses familles de filtres aux propriétés multiples et variées sont apparues grâce aux AOP.

### I.6.4. Classement suivant le domaine d'application

En HiFi (High Fidelity) « haute-fidélité », on trouve les correcteurs, les égaliseurs dont la technologie fait généralement intervenir des AOP et qui, de ce fait, en font des filtres actifs. Pour ce qui concerne les asservissements, les filtres utilisés ont pour rôle d'améliorer la précision et (ou) la stabilité, d'où leur nom de correcteurs. En domotique, les filtres sont tout aussi présents que dans les autres domaines puisqu'on rencontre ceux-ci sur les lignes d'alimentations des variateurs électroniques de vitesse ou sur celles des gradateurs pour l'éclairage. Dans ces applications, on s'arrange généralement pour éliminer les harmoniques dus aux découpages des sinusoïdes secteurs.

En HF, et en particulier pour les émetteurs dont la puissance commence à devenir importante, on utilise fréquemment des filtres coupe-bande destinés à supprimer d'éventuels harmoniques dont la présence pourrait perturber une bande de fréquence sur laquelle l'émetteur ne doit absolument pas se trouver. Ce classement, qui permet en fait de répertorier les domaines d'application des filtres, n'est qu'indicatif, mais suffisamment évocateur pour qu'on entrevoit l'intérêt que présente ce domaine particulier de l'électronique. Les filtres numériques que l'on rencontre de plus en plus fréquemment dans les nouveaux systèmes comme les lecteurs de CD feront l'objet d'un article. [6]

### I.7.Méthodes de filtrage du signal

Les méthodes de filtrage dans le traitement du signal s'appliquent dans de nombreux domaines, elles permettent d'imaginer des méthodes plus sûres, fiables, rapides pour analyser et transmettre des signaux.

Dans le domaine des communications ; étalement de spectre, GSM, etc. sont tous des exemples. Dans ce qui suit, nous citons quelques exemples :

#### I.7.1. Filtre adapté

Cette méthode très connue de traitement du signal permet de détecter la présence d'un signal connu  $s(t)$  dans un bruit. Elle est utilisée dans de nombreux systèmes. Par exemple, dans le cas d'un radar, on cherche à détecter la présence d'un objet. Pour cela, une antenne émettrice envoie un signal  $s(t)$ . En présence d'un objet à une distance  $d$ , le signal  $s(t)$  est réfléchi par l'objet. En effet, sur l'antenne réceptrice, on obtient donc un signal  $r(t)$ :

$$r(t) = A_s s(t - 2\tau) + b(t) \quad (1.12)$$

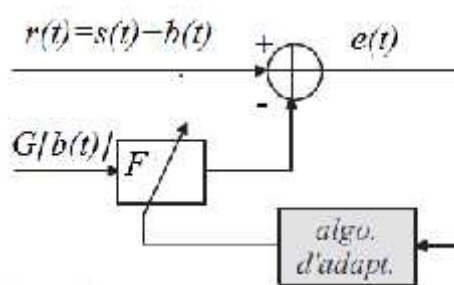


Figure 1.8.Principe de la méthode de soustraction de bruit de Widrow (Filtre adapté). [8]

Où  $A$  représente l'atténuation qui varie en  $\frac{1}{d^2}$ ,  $b(t)$  est un bruit et  $\tau$  représente le trajet aller-retour du signal, c'est-à-dire :

$$\tau = \frac{2d}{c}$$

Avec  $c$  représente la vitesse de la lumière dans l'air.

Le signal  $s(t)$  étant connu, la solution consiste à filtrer le signal reçu  $r(t)$  avec un filtre dont la réponse impulsionnelle  $h(t)$  a une forme adaptée au signal. On montre que la réponse impulsionnelle  $h(t)$  doit être égale à: [8]

$$h(t) = s(-t)$$

### I.7.2. Filtrage de Widrow

On mesure un signal  $s(t)$  pollué par un bruit additif  $b(t)$ , non corrélé avec  $s(t)$ :

$$r(t) = s(t) + b(t) \quad (1.13)$$

On suppose que l'on dispose d'une référence  $G(b(t))$ , version filtrée du bruit  $b(t)$ . Pour retrouver le signal  $s(t)$ , Widrow a proposé de procéder par soustraction, On ajuste pour cela un filtre  $F$  qui permet d'estimer une approximation  $\hat{b}(t)$  de sorte que l'erreur  $e(t) = r(t) - \hat{b}(t)$  ne dépende plus de  $b(t)$ . En pratique, on ajuste les paramètres du filtre  $F$  de sorte que l'erreur  $e(t)$  et le bruit  $b(t)$  soient dé-corrélés, c'est-à-dire que :

$$R_{eb}(\tau) = E\{e(t)b(t-\tau)\} = 0, \forall \tau \quad (1.14)$$

### I.7.3. Filtrage homo-morphique

La luminance  $L_r(x,y)$  d'un point  $(x,y)$  d'un objet illuminé par une lumière incidente  $L_i(x,y)$ , s'exprime comme le produit de deux quantités positives:

$$L_r(x,y) = p(x,y) L_i(x,y) \quad (1.15)$$

Où  $p(x,y)$  est la réflectance du point de coordonnée  $(x,y)$  de l'objet. Fréquemment, la luminance de la lumière incidente n'est pas uniforme sur l'objet, et on observe un gradient de luminance dû à la position de la source. Pour isoler la réflectance, il faut donc éliminer la composante  $L_i(x,y)$ .

Considérons le logarithme de  $L_r$ :

$$\ln L_r(x,y) = \ln p(x,y) + \ln L_i(x,y) \quad (1.16)$$

En supposant que  $L_i(x,y)$  varie lentement spatialement par rapport à la réflectance, on peut en suite appliquer un filtre passe-haut spatial  $F$  sur le signal  $\ln L_r(x,y)$ . Après filtrage, on obtient alors:

$$F \ln L_r(x,y) = F \ln p(x,y) + F \ln L_i(x,y) \approx F \ln p(x,y) \approx \ln p(x,y) \quad (1.17)$$

Pour retrouver la réflectance, il suffit ensuite d'appliquer une transformation non linéaire exponentielle. La méthode en question appelée filtrage homo-morphique, est illustrée à la figure 1.9. [9]

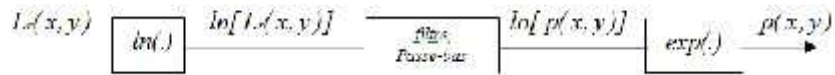


Figure 1.9.Principe du filtrage homo-morphique. [9]

## I.8. Caractéristiques des filtres

### I.8.1.Réponse impulsionnelle d'un filtre

La réponse, en régime permanent d'un filtre linéaire à une excitation, est la convolution de cette excitation avec une fonction caractéristique du filtre appelée réponse impulsionnelle. Soit  $h(t)$  la réponse impulsionnelle d'un filtre linéaire (en générale représenté comme sur la figure (1.10) et  $x(t)$  le signal d'entrée. La réponse  $y(t)$  du filtre à ce signal d'entrée est donnée par :

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{\mathbb{R}} h(u)x(t - u)du \quad (1.18)$$

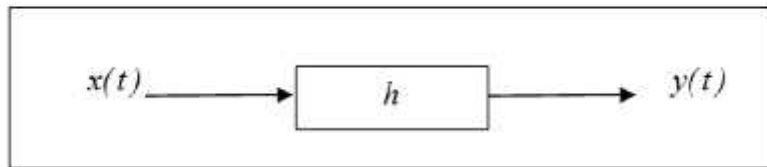


Figure 1.10.Représentation d'un filtre.[7]

On peut remarquer que si l'entrée  $x(t)$  est l'impulsion de Dirac  $\delta(t)$ , alors la relation 1.18 vaut  $y(t) = h(t)$ . La réponse impulsionnelle d'un filtre est donc sa réponse à une impulsion de Dirac; d'où le nom de réponse impulsionnelle.

### I.8.2.Linéarité d'un filtre

Deux conditions sont nécessaires à la réalisation d'un filtre linéaire ; il s'agit de :

- La *stabilité* qui garantit que la réponse du filtre à un signal borné est aussi un signal borné. C'est une condition nécessaire et suffisante pour que la réponse impulsionnelle du filtre soit du module sommable.
- La *causalité* qui dit que le filtre n'est pas à anticipation, c'est-à-dire qu'avant l'instant  $t_0(t_0 = 0)$  où l'on excite le filtre, il n'y a pas de réponse et on obtient une réponse qu'à partir de cet instant  $t_0$ . La réponse impulsionnelle est donc nulle avant  $t_0$ .

### I.8.3.Fonction de transfert d'un filtre

En vertu des propriétés de la transformée de Fourier. On déduit de l'équation 1.18 que la TF  $Y(f)$  de  $y(t)$  vaut  $Y(f) = H(f) \cdot X(f)$  où  $H(f)$  et  $X(f)$  sont les TF respectives de  $\mathfrak{z}(t)$  et  $x(t)$ . La fonction  $H(f)$  qui permet de calculer le gain du filtre est appelée fonction de transfert du filtre.

### I.8.4.Gabarit de filtre

Le gabarit d'un filtre définit le comportement caractéristique de sa réponse fréquentielle.

A partir de la fonction de transfert d'un filtre qui est de la forme  $F(f) = |F(f)|e^{j\varphi(f)}$  avec  $|F(f)|$

Le gain et  $\varphi(f)$  la phase, on définit le gain en  $dB$  de la façon suivante :

$$G_{dB}(f) = 20 \log_{10}(|F(f)|) \quad (1.19)$$

Pour introduire les paramètres importants définissant le gabarit d'un filtre, nous allons prendre notre filtre comme un exemple : le filtre passe-bas. Le gabarit à réaliser a l'allure de la figure 1.11.

- La fréquence de coupure  $f_c$  correspondant au gain fréquentiel  $-3dB$ . La connaissance de  $f_c$  détermine la largeur de la zone appelée bande passante.
- L'atténuation maximale  $R_p$  (ou  $A_{max}$ ) dans la bande passante ; l'atténuation ne doit pas dépasser cette valeur dans la bande passante.
- La fréquence  $f_a$  qui correspond à la limite de la zone appelée bande coupée : c'est la fréquence atténuée.
- L'atténuation minimale  $R_s$  (ou  $A_{min}$ ) dans la bande coupée ; l'atténuation ne doit pas être inférieure à cette valeur dans la bande coupée.

La zone délimitée par les fréquences  $f_c$ ,  $f_a$ ,  $R_p$ ,  $R_s$  détermine la pente d'atténuation du filtre dans la bande de transition.

Enfin un autre paramètre important vis-à-vis des performances d'un filtre est le temps de propagation de groupe ( $\tau_g$ ) défini par :

$$\tau_g(f) = - \frac{d\varphi(f)}{2\pi df} \quad (1.20)$$

Le temps de propagation de groupe (ou retard de groupe) est en fait, la mesure du retard induit sur chaque composante spectrale par le filtrage.

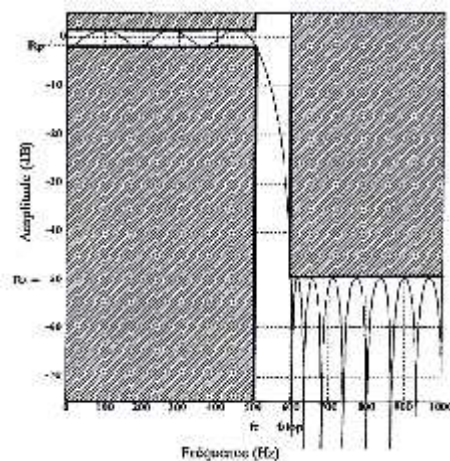


Figure 1.11. définition du gabarit d'un filtre passe-bas. [7]

### I.8.5. Fréquence de coupure

On définit la fréquence de coupure  $f_c$  d'un système donné est généralement par l'expression suivante :

$$G_{f_c} = G_{\max} \sqrt[3]{2}$$

Or  $\log \sqrt[3]{2} = 0.1505 \approx 3/20$ . On peut donc aussi définir la fréquence de coupure comme la fréquence qui correspond à une diminution de 3dB du gain maximum. [10]

$$G'_{f_c} = G_{\max} - 3dB \tag{1.21}$$

### I.9. Applications des filtres

Les filtres sont aujourd'hui présents dans pratiquement n'importe quel équipement de télécommunication. L'application la plus importante est celle liée au multiplexage fréquentiel de signaux, opération qui consiste à combiner en un seul signal une multitude de signaux indépendants, qui occupent dans le signal multiplexé une plage spectrale déterminée. C'est le principe de la transmission hertzienne des signaux radio-TV : le champ électromagnétique qui nous entoure porte la somme de toutes les émissions radio-TV. C'est aussi le principe de la transmission analogique longue distance de signaux téléphoniques sur paires cuivrées : afin de minimiser le nombre de câbles à poser, on fait passer plusieurs communications sur le même câble. A la réception, il est donc nécessaire de dé-multiplexer le signal transmis, afin de reconstituer les signaux de départ. Ceci s'effectue en deux étapes :

1. Translation du spectre multiplexé, afin de faire correspondre le signal à extraire à une fenêtre spectrale fixée une fois pour toutes.

2. Filtrage du signal translaté en fréquence, par un filtre (fixé une fois pour toutes) permettant d'éliminer les composantes spectrales en dehors de cette fenêtre.

On trouve par ailleurs des filtres électriques dans un grand nombre d'appareils électroniques du grand-public par exemple : [11]

- Les filtres ADSL : Un filtre ADSL permet de séparer le signal entre les basses fréquences utilisées par les appareils téléphoniques classiques (téléphone analogique, Fax, Minitel, etc.) et les hautes fréquences consacrées à la navigation Internet, la téléphonie illimitée IP, le flux TV. C'est un composant essentiel pour disposer d'une connexion fiable.[12]

- Les filtres passe-bande de Wien (réception de la radio): Comme une antenne reçoit de très nombreux signaux, il est nécessaire de recourir à des filtres pour se débarrasser des signaux indésirables. Le plus souvent, on fait appel à des filtres passe-bande, qui laissent passer les signaux dont la fréquence se trouve dans la fenêtre » du filtre. Caractéristiques principales de ces filtres : la fréquence centrale (le milieu de la « fenêtre ») et la largeur de bande (la largeur de la « fenêtre »). [ 3]

- Les Filtres passe-haut (la démodulation) : Un signal modulé en amplitude contient une information (le signal modulant) « caché ».La démodulation consiste à extraire de la tension modulée, une tension de même fréquence que le signal modulant.[13]

### **I.10. Conclusion**

Ce chapitre nous a permis de prendre une simple idée sur ce champ de traitement du signal ; le filtrage dans le domaine de génie électrique. Néanmoins, une connaissance préliminaire de ce domaine nécessite autant de temps et de documentation puisque c'est un champ hyper vaste. Dans le chapitre suivant nous parlerons en détail sur les filtres analogiques autant que des éléments clés dans le domaine du traitement du signal.

# Chapitre II : Filtrage Analogique

## II.1. Introduction

Le présent chapitre a pour but de présenter les différents concepts de base des filtres analogiques; à savoir leur définition, leurs types générales, leurs différentes configurations pratiques possibles. Aussi, il porte une citation de quelques exemples de filtres analogiques les plus célèbres.

## II.2. Définition

Les filtres analogiques ont joué un rôle important dans le développement de l'électronique. Surtout dans le domaine des télécommunications, ces filtres ont été d'une importance cruciale dans un certain nombre de percées technologiques et ont été la source d'énormes profits pour les entreprises de télécommunications.

Les filtres analogiques sont des blocs de construction de base de traitement de signal[3]. Ils sont utilisés comme des circuits électroniques analogiques fabriqués à partir de composants tels que : des résistances, des condensateurs et des amplificateurs opérationnels pour produire l'effet de filtrage nécessaire.

Parmi leurs nombreuses applications : la réduction du bruit, l'amélioration du signal vidéo[14], la sélection d'une station de radio choisie dans un récepteur radio et le rejet des autres [3].

## II.3. Types de filtres analogiques

Généralement, les filtres analogiques se divisent en plusieurs catégories :

- Les filtres passifs qui font appel essentiellement à des inductances de haute qualité et des condensateurs. Ils sont actuellement utilisés pour les hautes fréquences. (Utilisation de quartz),
- Les filtres actifs sont constitués de condensateurs, de résistances et d'éléments actifs qui sont essentiellement des AIL. Ils sont moins encombrants, faciles à concevoir et moins coûteux que les filtres passifs mais restent limités en fréquence( $< 1\text{MHz}$  à cause de l'AIL). Ils consomment plus et nécessitent une source d'alimentation. [15]

## II.4. Avantages et inconvénients des filtres passifs

Le filtrage passif a déjà largement fait ses preuves dans le milieu industriel grâce à son coût faible, son efficacité et son adaptation pour des réseaux de forte puissance. Il présente ce pendant les inconvénients suivants :

- La présence sur un même réseau de deux filtres passifs accordés sur un rang théoriquement égal, mais en pratique légèrement différent, provoque entre eux la circulation de courants harmoniques très importants qui provoque rapidement leur destruction. Ce cas se rencontre facilement en raison du fait que la fréquence d'accord varie lentement avec le vieillissement des éléments du filtre. Il faut absolument éviter de raccorder des filtres harmoniques de même rang sur un même réseau.

- La mise en parallèle d'un filtre anti-harmonique et d'une batterie de condensateurs provoque une contrainte pouvant amener la destruction des condensateurs.

- Lorsqu'il y a plusieurs rangs harmoniques à filtrer, il est nécessaire de mettre autant de filtres accordés sur les rangs correspondants. Ce problème peut être résolu en adoptant un filtre à large bande qui atténue plusieurs rangs harmoniques ; avec un facteur d'atténuation moindre.

- L'implantation de filtres passifs sur un réseau nécessite une étude poussée et précise. En outre, il n'est pas toujours possible de connaître tous les paramètres du réseau, nécessaire à l'étude, lorsqu'il est de grande dimension.

Finalement, l'amortissement de la résonance dans les systèmes de puissance par les filtres passifs peut introduire des résonances additionnelles indésirables pouvant conduire à la destruction de ces filtres.

L'amortissement utilisant la commande et l'électronique de puissance se présente comme solution pour améliorer efficacement le mode opératoire du réseau.

### II.5. Avantages et inconvénients des filtres actifs

Le filtre actif offre de nombreux avantages :

- Il s'adapte automatiquement à l'évolution des charges et du réseau.
- Il peut compenser plusieurs rangs harmoniques (dans la limite de sa bande passante).

Il ne passe pas en surcharge lorsque le courant harmonique à compenser dépasse le dimensionnement du filtre actif. Il limite son émission de compensation harmonique au maximum de ses capacités, mais il n'y a aucun risque de destruction.

- Le risque de résonance entre le filtre et l'impédance du réseau ne se présente pas comme dans le cas du filtre passif.

- Il peut protéger des condensateurs de compensation par élimination des courants harmoniques générés par une charge.

Toutefois, le filtrage actif présente quelques inconvénients :

- Le filtrage actif n'est possible que dans le cas des réseaux de faible puissance.
- Il permet la compensation de l'énergie réactive, mais à un coût très élevé par rapport au filtrage passif.

Son coût est beaucoup plus élevé que celui du filtrage passif[16].

### II.6. Implémentation pratique

#### II.6.1. Filtre passifs

Les filtres passifs sont réalisés à partir de composants R (résistances), L (selfs, ou bobines), C (condensateurs). Ils sont utilisés par exemple dans les enceintes acoustiques. Par exemple, dans le cas d'une enceinte à 3 voies dont le schéma est :

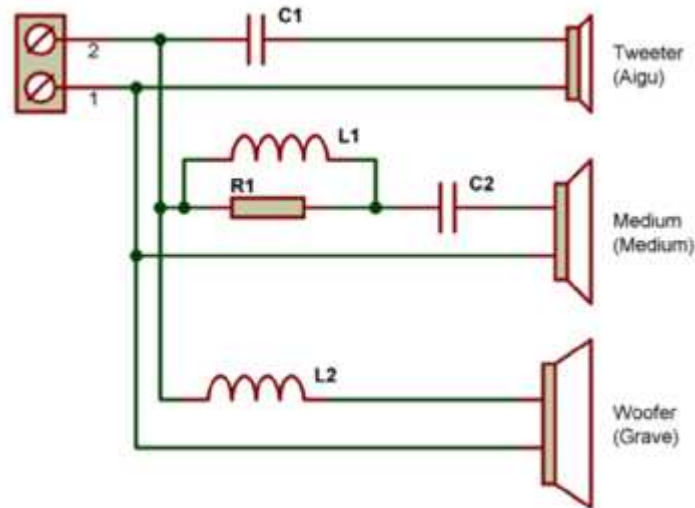


Figure 2.1. Trois haut-parleurs avec leur filtre passifs[17].

L'impédance de chacun des haut-parleurs est assimilable à une résistance R les tensions aux bornes de chacun des haut-parleurs sont donnés par les relations :

Pour les graves :

$$\frac{V_g}{u} = \frac{1}{1 + 2\xi_1 \frac{p}{\omega_1} + \left(\frac{p}{\omega_1}\right)^2} \quad \text{avec} \quad \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \quad \text{et} \quad \xi_1 = \frac{1}{2R} \cdot \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \quad (2.1)$$

Pour les mediums

$$\frac{V_m}{u} = \frac{2\xi_0 \frac{p}{\omega_0}}{1 + 2\xi_0 \frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad \text{et} \quad \xi_0 = \frac{1}{2R} \cdot \sqrt{\frac{C_0}{L_0}} \quad (2.2)$$

Pour les aigus

$$\frac{V_a}{u} = \frac{\left(\frac{p}{\omega_2}\right)^2}{1 + 2\xi_2 \frac{p}{\omega_2} + \left(\frac{p}{\omega_2}\right)^2} \quad \text{avec} \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad \text{et} \quad \xi_2 = \frac{1}{2R} \cdot \sqrt{\frac{L_2}{C_2}} \quad (2.3)$$

On choisit les pulsations de coupure  $\omega = 1, 2, 3$  de façon à ce que la somme des spectres d'amplitude soit la plus plate possible, dans le but que toutes les fréquences se trouvent restituées avec la même puissance sonore. On choisit ensuite les valeurs de composants adéquates.

II.6.2. Filtre actifs

Les filtres actifs sont basés sur l'utilisation d'amplificateurs opérationnels. Ces derniers se présentent sous la forme de circuits intégrés. Il existe plusieurs structures de base permettant d'obtenir des cellules du 1<sup>ER</sup> ou du 2<sup>e</sup> ordre. Pour le 1<sup>ER</sup> ordre, on peut utiliser les 2 cellules suivantes :

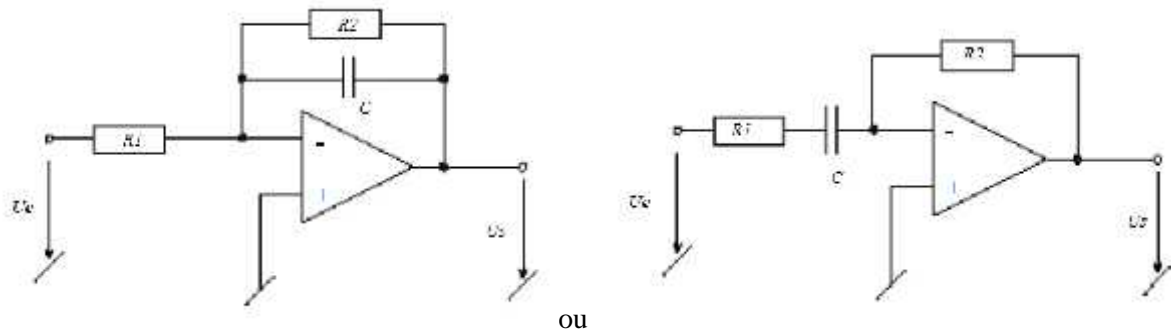


Figure 2.2. Filtres actif à base des cellules du 1<sup>ER</sup> ou du 2<sup>e</sup> ordre [17].

Pour le 2<sup>e</sup> ordre, il existe la cellule dite de Sallen-Key :

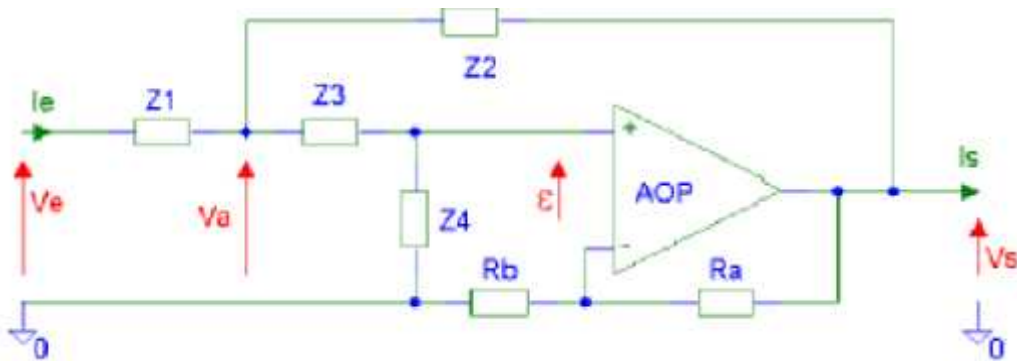


Figure 2.3. Filtre actif à base de cellule de Sallen-Key [17].

Les éléments d'impédance  $Z_i$  sont remplacés par des condensateurs d'impédance  $1/jC_i\omega$ , ou des résistances d'impédance  $R_i$ .

La fonction de transfert de cette cellule est :

$$H = \frac{V_s}{V_e} = \frac{kZ_2Z_4}{Z_1Z_4(1-k) + Z_1Z_2 + Z_3 + Z_2Z_3 + Z_4} \tag{2.4}$$

Il existe également la structure de rauch:

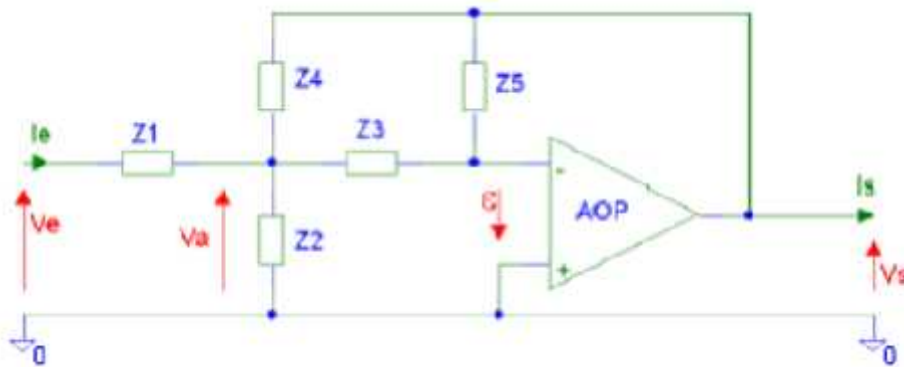


Figure 2.4. Filtre actif à base de cellule de rauch[17].

$$H = \frac{V_s}{V_e} = \frac{-Y_1 Y_3}{Y_1 Y_5 + Y_2 Y_5 + Y_3 Y_4 + Y_3 Y_5 + Y_4 Y_5} \quad (2.5)$$

Ils permettent tous les deux d'obtenir des filtres passe-bas, passe-bande et passe-haut. comme pour tous les quadripôles électroniques, il faut prendre en compte leur impédance d'entrée et de sortie lors de leur raccordement en cascade[17].

## II.7.Caractéristiques principales des filtres analogiques

Un filtre analogique est caractérisé généralement par sa fonction de transfert  $H(s)$  qui est la transformée de Laplace de sa réponse impulsionnelle  $\mathfrak{Z}(t)$ . Le gain complexe  $H(j\omega)$  est obtenu en posant  $s = j\omega$ . D'où  $\omega = 2\pi f$  est la pulsation correspondant à la fréquence  $f$ . d'une façon générale  $H(s)$  s'écrit sous la forme :

$$H(s) = \frac{\sum_{l=0}^M a_l s^l}{\sum_{j=0}^N a_j s^j} \quad \text{avec} \quad M \leq N \quad (2.6)$$

L'ordre de filtre est donné par le degré  $N$  du polynôme du dénominateur. Il définit le comportement asymptotique du filtre quand  $\omega$  tend vers  $+\infty$ [7].

## II.8.Fonctions d'approximation

### II.8.1. Définition

Par définition, une fonction d'approximation d'un filtre analogique est une fonction de la fréquence réduite qui :

- S'inscrit dans le gabarit,
- est le carré du module d'un gain complexe de la fréquence réduite.

Elle représente donc le carré de gain complexe du filtre passe bas prototype à réaliser. Comme pour la fonction de transfert, la fonction d'approximation  $F(\omega)$  peut s'écrire :

$$F(\omega) = \frac{N(\omega)}{D(\omega)} \quad (2.7)$$

Si  $N(\omega)$  est constant alors que  $D(\omega)$  est un polynôme, le filtre est dit polynomial. Le numérateur de la fonction d'approximation ne possède pas de zéros et le gain complexe ne s'annule qu'à l'infini. Sinon, il est non polynomial et la fonction d'approximation possède des zéros.

### II.8.2. Propriétés

Étant le carré du module d'un gain complexe, qui est lui-même une fraction rationnelle à coefficients réels de  $\omega$ , la fonction d'approximation est :

- Une fraction rationnelle à coefficients réels de  $\omega$ ,
- Une fonction paire de  $\omega$ , c'est-à-dire  $F(\omega) = F(-\omega)$ .
- Une fonction qui tend vers 0 à l'infini (PB prototype) : le degré du numérateur est inférieur au degré du dénominateur.
- Une fonction qui doit s'inscrire dans le gabarit.[18]

### II.9. Filtres polynomiaux

Un filtre est polynomial si l'inverse de sa fonction de transfert peut s'écrire sous la forme d'un polynôme. Lorsqu'un filtre doit être placé en entrée ou sortie d'un appareil de mesure, il est nécessaire que son gain soit le plus constant possible dans la bande passante du dispositif de manière à ne pas perturber la mesure. Une première catégorie de filtres satisfait à ces exigences: Leur gain, maximum à la fréquence nulle, est relativement constant dans la bande passante,

- Ils obéissent au critère du méplat (maximally flat in english),
- La courbe de gain présente un maximum de dérivées nulles pour  $f = 0$ ,
- Ils appartiennent à la famille des filtres de Butterworth.

Lorsque le signal utile est présent à une fréquence donnée, mais se trouve bruité par des fréquences plus élevées, la constance du gain dans la bande passante devient un critère moins important que celui de la décroissance du filtre au-delà de la fréquence de coupure. Les filtres de Tchebychev possèdent un gain susceptible de varier de quelques dB dans leur bande passante, mais assurent une décroissance forte du signal au-delà de leurs fréquences de coupure. Lorsque le critère recherché concerne une minimisation de la distorsion, le filtre doit posséder une variation linéaire de la phase en fonction de la fréquence. Les fonctions de Bessel possèdent, pour un degré donné, une phase la plus linéaire possible. Cette qualité est obtenue au détriment de la chute du gain au-delà de la fréquence de coupure.

### II.9.1 Filtres de Butterworth

Les filtres de Butterworth ont les courbes de réponse les plus plates dans la bande passante. Dans le cas du filtre de Butterworth, la pulsation caractéristique  $\omega_0$  est généralement égale à la pulsation de coupure à  $-3dB$ . La figure 2.5, nous montre un exemple d'un filtre de Butterworth passe-bas de troisième ordre.

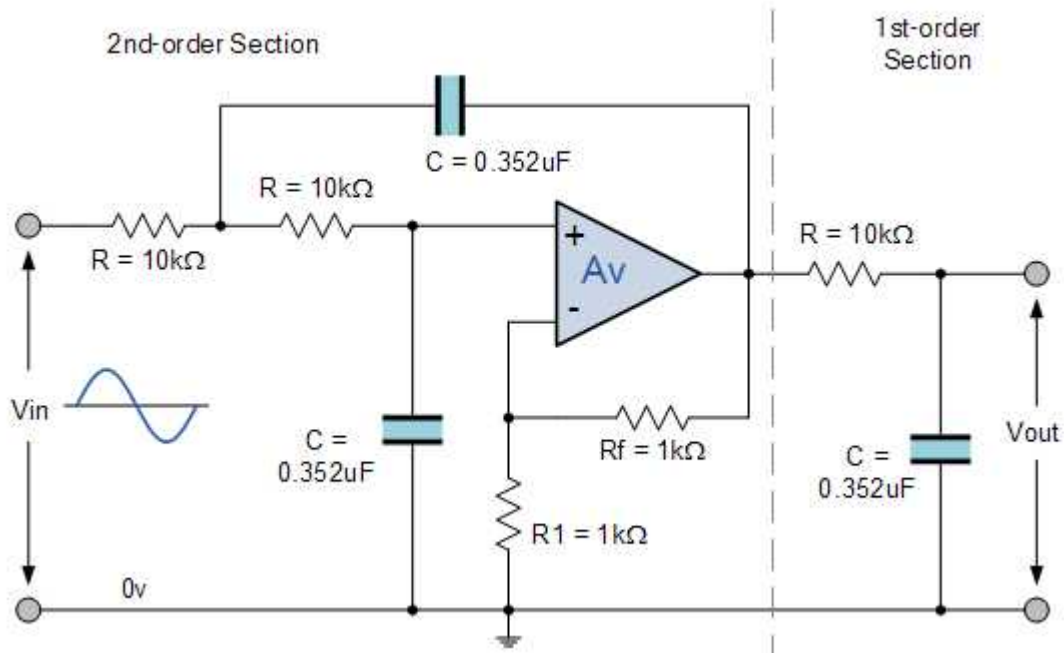


Figure 2.5. Filtre de Butterworth passe-bas de troisième ordre [19]

Généralement, la fonction caractéristique d'un filtre de Butterworth est donnée par:

$$K j\omega = \varepsilon \omega^N$$

et donc sa réponse en atténuation s'écrit :

$$A j\omega = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \omega^{2N}} \quad (2.8)$$

Nous avons aussi ;

$$|H j\omega| = \frac{K}{\sqrt{\omega^{2n} + 1}} \quad (2.9)$$

Par conséquent,

- Si  $\omega \ll 1$  , la fonction de transfert est constante.
- Si  $\omega \gg 1$  , la fonction de transfert décroît en  $-20n \log(\omega)$ .
- Le déphasage est égal à  $-90n^\circ$  pour la fréquence infinie et  $-45n^\circ$  pour la fréquence de coupure.

Les filtres de Butterworth de degré  $n$  peuvent être réalisés à partir de composants

$L$  et  $C$  définis par :

$$C_l = 2 \sin \frac{2l-1}{2n} \pi, \quad \text{pour } l \text{ impair} \quad (2.10)$$

$$L_l = 2 \sin \frac{2l-1}{2n} \pi, \quad \text{pour } l \text{ pair} \quad (2.11)$$

### II.9.2. Filtres de Tchebychev

Les fonctions de transfert des filtres de Tchebychev dépendent d'un paramètre  $\epsilon$ . Il existe donc, pour un ordre donné, une infinité de filtres de Tchebychev. Dans la bande passante, le gain possède une évolution sinusoidale entre 1 et  $\frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}$ . En décibel, l'oscillation vaut  $\Delta dB = 10 \log(1 + \epsilon^2)$ .

Pour les hautes fréquences et à même ordre, la courbe d'un filtre de Tchebychev est en dessous de celle d'un filtre de Butterworth de :  $A = -20 \log(\epsilon) - 6(n-1)$ .

L'amplitude des oscillations est couramment appelée *ronflement*. Il existe des tables fournissant les coefficients polynomiaux du dénominateur de la fonction de transfert des filtres de Tchebychev, fonctions du ronflement autorisé. Pour  $i$  pair et  $C_i = G_i$  pour  $i$  impair, avec :

$$G_1 = \frac{2a_1}{\gamma}, G_l = \frac{4a_{l-1} a_l}{b_{l-1} G_{l-1}} \quad (2.12)$$

$$a_l = \sin \frac{2l-1}{2n} \pi, \quad \text{pour } l = 1 \dots n \quad (2.13)$$

$$b_l = \gamma^2 \sin^2 \frac{l\pi}{n}, \quad \text{pour } l = 1 \dots n-1 \quad (2.14)$$

$$\gamma = \sin \frac{\pi}{2n} \frac{\ln \coth \frac{\Delta dB}{40 \log \epsilon}}{2n}, \quad (2.15)$$

$$\epsilon = 10^{\frac{\Delta dB}{10}} - 1. \quad (2.16)$$

### II.9.3. Filtres de Bessel

La fonction de transfert possédant une phase rigoureusement linéaire avec la fréquence est la suivante:

$$F(p) = Ae^{-Tp} \quad (2.17)$$

Où  $\tau$  est le retard infligé au signal d'entrée. Il ne s'agit cependant pas d'une fonction rationnelle en  $p$  et un tel filtre n'est donc pas réalisable. Les filtres de Bessel sont des filtres dont la fonction de transfert, pour un degré donné, est la meilleure approximation possible de l'exponentielle 2.17. Les dénominateurs des fonctions de transfert des filtres de Bessel sont donnés par la relation de récurrence suivante :

$$B_n(p) = 2n - 1 B_{n-1}(p) + p^2 B_{n-2}(p) \quad (2.18)$$

Avec  $B_0(p) = 1$ , et  $B_1(p) = p$ . À titre d'exemple, la fonction de transfert d'un filtre de Bessel du troisième ordre est :

$$F(p) = \frac{15}{p^3 + 6p^2 + 15p + 15} \quad (2.19)$$

Le facteur 15 au numérateur est présent pour assurer un gain de 1. Le dénominateur correspond au développement limité de  $e^{-p}$ .

Pour les grandes fréquences, le gain de la fonction précédente tend vers  $15/p^3$ . Il est donc 15 fois supérieur à celui d'un filtre de Butterworth du même degré. Les filtres de Bessel possèdent une atténuation qui varie beaucoup plus lentement, au de là de la fréquence de coupure, que ceux de Butterworth. Par conséquent, ils ne sont utilisés que lorsque la linéarité de la phase est un critère essentiel.

## II.10. Filtres non-polynomiaux

Un filtre est non polynomial si l'inverse de sa fonction de transfert ne peut s'écrire sous la forme d'un polynôme. De façon générale, la fonction de transfert  $F(p)$  d'un tel filtre s'écrit :

$$F(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{b_0 + b_1 p + \dots + b_n p^n}{a_0 + a_1 p + \dots + a_m p^m} \quad (2.20)$$

### II.10.1. Filtres de Cauer

Un filtre de Cauer ou filtre elliptique est un filtre non polynomial possédant dans un comportement de type Tchebychev, aussi bien en bande passante qu'en bande affaiblie. La fonction de transfert  $F(p)$  d'un filtre de Cauer s'écrit :

$$F(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{b_0 + b_1 p + \dots + b_n p^n}{a_0 + a_1 p + \dots + a_m p^m} \quad (2.21)$$

Cauer a montré que les filtres elliptiques sont optimaux en ce sens qu'aucun filtre, à ordre donné, ne présente une coupure plus raide. Noter que les ordres du numérateur et du dénominateur sont égaux.

La coupure d'un filtre de Causer est donc très raide mais la phase n'est pas linéaire. Les calculs permettent d'obtenir les coefficients  $a_i$  et  $b_i$  sont relativement compliqués[19].

### II.11. Méthodes de conception d'un filtre analogique

Tous les cas que nous venons de traiter montrent que l'on peut généralement ramener la réalisation d'un filtre réel quelconque à celle de son prototype, c'est-à-dire du filtre passe-bas possédant les trois mêmes paramètres fondamentaux :  $A_{max}$ ,  $A_{min}$  et  $k$ .

D'autre part, la synthèse d'un filtre analogique répondant aux spécifications revient à chercher la fonction de transfert  $H(j\omega)$  "optimisant au mieux" les contraintes imposées. En particulier, l'utilisation du prototype passe-bas limite ce problème d'optimisation à la recherche de la fonction de transfert  $H_B(j\omega)$  du prototype.

Le choix de  $H_B(j\omega)$  s'effectue selon certains critères (ordre du filtre, raideur de coupure, ondulation, distorsion, réponse temporelle, etc.) et passe par le choix d'une fonction d'approximation qui satisfait la majorité des contraintes. Une fois la fonction de transfert du prototype obtenue, il suffit d'appliquer la transposition pour retrouver le schéma du filtre recherché initialement. La figure 2.6 décrit les différentes étapes à suivre pour la conception d'un filtre analogique[20].

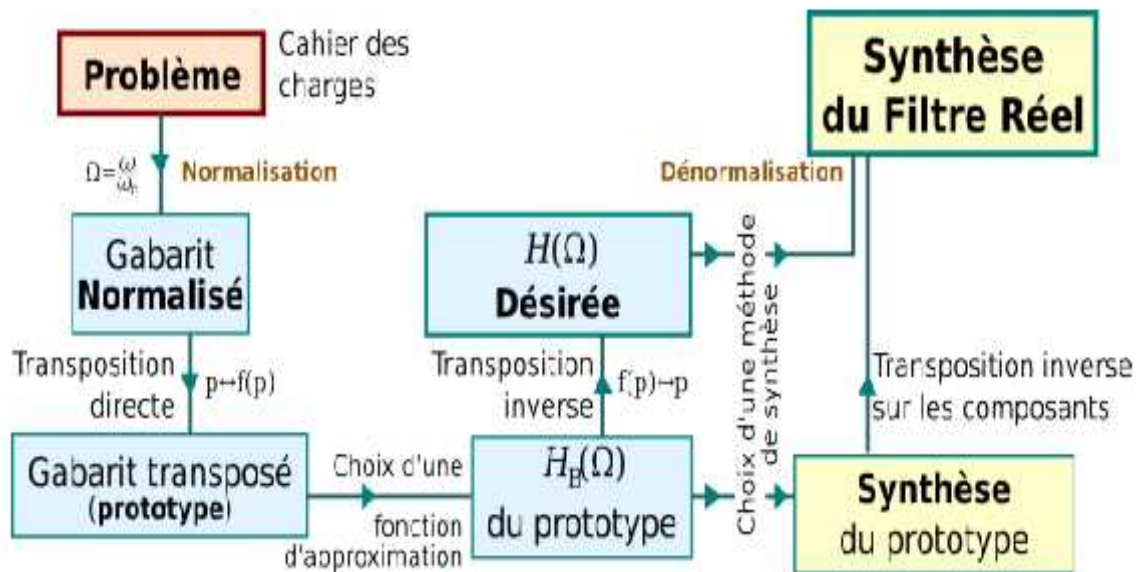


Figure 2.6. Méthode de synthèse des filtres analogiques[20].

### II.12. Conclusion

Le chapitre présenté, nous permet de prendre une simple idée sur le filtrage analogique. En effet, ce dernier présente une importance primordiale dans plusieurs domaines de génie électrique. Il est à noter aussi, que une bonne conception de ce dernier nécessite une maîtrise parfaite de l'électricité et de l'électronique analogique. Dans le chapitre suivant, nous présentons presque tous ce qui concerne les filtres numériques.

# Chapitre III : Filtrage Numérique

## III.1. Introduction

Nous présentons dans ce chapitre les différents éléments de base relatifs au filtrage numérique, une opération très importante dans le domaine du traitement du signal. Ce chapitre porte une série de définitions, des présentations et des citations des différents types des filtres numériques.

## III.2. Définition

On appelle « **filtre numérique** » un système utilisé pour modifier la distribution fréquentielle d'un signal numérique selon des spécifications données. Un filtre numérique peut être vu comme un procédé de calcul permettant de transformer un signal numérique d'entrée (séquence de nombres) en un signal numérique de sortie (seconde séquence de nombres) pour obtenir la modification voulue du signal. Le problème du filtrage numérique consiste donc à déterminer l'équation régissant cette transformation des signaux numériques qui d'une part doit représenter la réponse fréquentielle spécifiée et d'autre part peut être effectivement réalisée. La transformation peut être implantée sous forme de logiciel (algorithme) ou matériel (circuits électroniques).

Les filtres numériques sont, pour les signaux échantillonnés, les équivalents des filtres analogiques pour les signaux continus. En raison du développement des circuits intégrés rapides, les filtres numériques deviennent plus intéressants que les filtres analogiques en apportant de nombreux avantages : précision, fiabilité, stabilité, adaptabilité et facilité de commande.

Le problème se pose de la même manière que pour les filtres analogiques. Il consiste à réaliser un filtre donnant une réponse fréquentielle  $H(f)$  donnée (prédéfinie à l'aide d'un gabarit : plan de Bode, etc.), une réponse impulsionnelle  $\mathfrak{R}(t)$  fixée ou éventuellement une réponse indicielle voulue.

Dans le cas général de ces filtres, la valeur de la sortie numérique  $y_{kT_e} = y_k$  à l'instant  $kT_e$  est fonction de l'entrée  $x_{kT_e} = x_k$  au même instant  $kT_e$ , des  $n$  entrées numériques précédentes  $x_{iT_e} = x_i$  pour tout  $i \in k-1, \dots, k-N$  et de plus des sorties numériques précédentes  $y_{jT_e} = y_j$  pour tout  $j \in k-1, \dots, k-N$  (figure 3.1) :

$$y_k = \text{Fonction } x_k, x_{k-1}, x_{k-2}, \dots, x_{k-N}, y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-N}$$

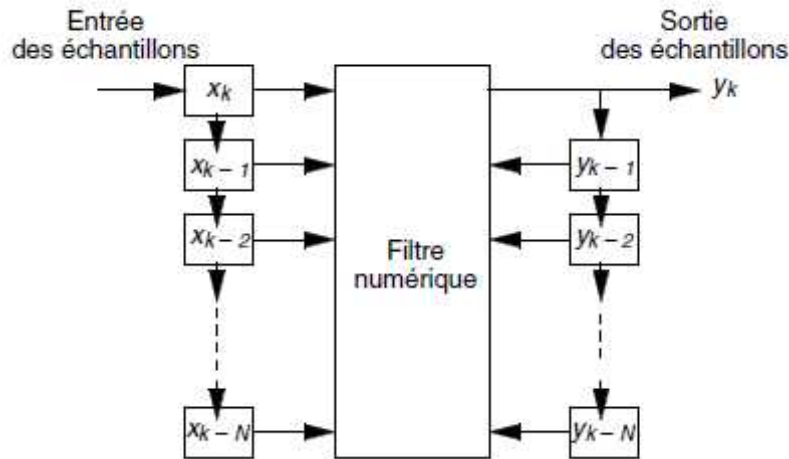


Figure 3.1. Représentation schématique d'un filtre numérique [21]

Les notions de filtrage numérique abordées concerneront principalement des systèmes linéaires invariants : la sortie d'un tel système est liée à l'entrée par l'opération de convolution. Cela impose que la fonction générale précédente donnant les échantillons de sortie  $y_k$  soit une combinaison linéaire de  $n$  éléments d'entrée ou de sortie précédents  $x_l$  et  $y_l$  :

$$y_k = \sum_{i=0}^N a_i \cdot x_{k-i} - \sum_{j=1}^N b_j \cdot y_{k-j} \quad (3.1)$$

Cette équation générale des filtres numériques est appelée équation aux différences.

À partir de cette expression, nous pouvons distinguer deux grandes familles de filtres (Figure 3.2): les filtres non récurrents pour lesquels tous les coefficients  $b_j$  sont nuls et les filtres récurrents pour lesquels au moins un coefficient  $b_j$  est non nul. Ces derniers sont encore définis comme des filtres possédant une boucle de contre-réaction.

Pour les filtres non récurrents, l'équation est donc limitée à :

$$y_k = \sum_{i=0}^N a_i \cdot x_{k-i} \quad (3.2)$$

Mais dans le cadre des systèmes linéaires invariants, nous pouvons utiliser l'équation de convolution discrète, qui est liée aux échantillons de la réponse impulsionnelle  $h_i$  :

$$Y_k = \sum_{-\infty}^+ h_i \cdot x_{k-i} \quad (3.3)$$

Cette équation de convolution amène à définir deux types de filtres numériques :

Les filtres à réponse impulsionnelle finie (*RIF*) ou filtres à moyenne ajustée (*MA*) pour lesquels il sera possible d'utiliser l'équation 3.3 qui doit être alors limitée au domaine d'existence de la réponse impulsionnelle ; soit la forme :

$$y_k = \sum_{i=0}^N h_i \cdot x_{k-i} \quad (3.4)$$

Ainsi les filtres à réponse impulsionnelle finie pourront être réalisés directement à partir de filtres non récursifs. En effet l'équation 3.4 correspond à l'équation 3.2 pour laquelle les coefficients  $a_i$  sont les valeurs échantillonnées  $h_i$  de la réponse impulsionnelle  $h(t)$ . Il est important de noter que ces filtres peuvent aussi être réalisés à partir de filtres récursifs.

L'autre catégorie de filtres numériques est celle des filtres dits à réponse impulsionnelle infinie (*RII*) ou filtres généraux (*ARMA*), pour lesquels la relation 3.4 ne sera pas applicable ; il sera nécessaire d'utiliser l'équation générale 3.1. Il est possible de définir une catégorie particulière des filtres numériques à réponse impulsionnelle infinie, appelés filtres autorégressifs (*AR*) pour lesquels nous avons la relation suivante (cas particulier de la relation 3.1) :

$$y_k = x_k - \sum_{j=1}^N b_j \cdot y_{k-j} \quad (3.5)$$

Enfin il ne faut pas oublier que, comme pour les filtres analogiques et puisque nous disposons d'une transformée de Fourier discrète (*TFD*), il est possible d'appliquer le produit dans l'espace des fréquences discrètes après une *TFD* et un retour dans l'espace des temps discrets par une transformée de Fourier discrète inverse. [21]

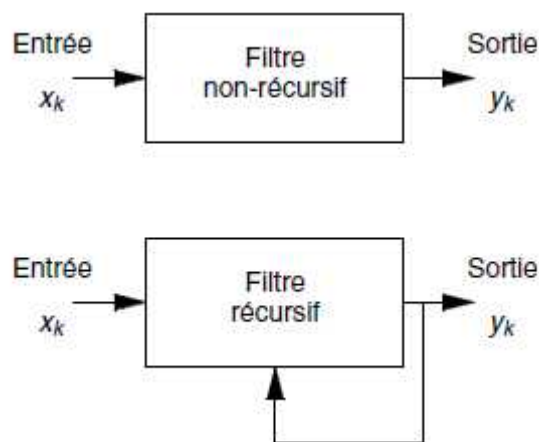


Figure 3.2. Filtrage non-récurifs et récursifs [21]

### III.3. Représentation d'un filtre numérique

Un filtrage numérique peut être représenté en utilisant plusieurs types de spécifications à savoir ;

#### III.3.1. Fonction de transfert en $z$

Ce mode de représentation est le plus usuel. Il permet de lier l'entrée et la sortie dans le plan  $z$  par  $Y(z) = H(z) \cdot X(z)$ . On posera dans la suite :

$$H(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{\sum_{l=0}^N b_l \cdot z^{-l}}{1 + \sum_{l=1}^N a_l \cdot z^{-l}} \quad (3.6)$$

Où  $N(z)$  est le polynôme du numérateur de la fonction de transfert, tandis que  $D(z)$  est son dénominateur.  $N$  est ici l'ordre du filtre. Dans le cas où  $H(z)$  possède des pôles, on parlera de filtres RII (pour Réponse Impulsionnelle Infinie). Si  $z = 1$ , on parlera de filtre tous-pôles. Dans le cas où  $z = 1$ , le filtre ne possède que des zéros. Cette famille de filtre correspond au cas des filtres RIF (pour Réponse Impulsionnelle Finie). Celle-ci n'a pas d'équivalent en filtrage analogique, et nous verrons que ses propriétés en font une fonction très utilisée en traitement numérique du signal.

L'équation 3.6 peut également être représentée en mettant en avant les pôles et les zéros.

$$H(z) = L_0 \frac{\prod_{l=1}^N (z - z_l)}{\prod_{l=1}^N (z - p_l)} \quad (3.7)$$

Où  $p_l$  sont les pôles et  $z_l$  sont les zéros de  $H(z)$ . On rappelle ici que la stabilité du filtre sera déterminée par l'appartenance des pôles au cercle unité (i.e.  $|p_l| < 1$ ), et que des zéros appartenant au cercle unité caractériseront un filtre à minimum de phase.

La figure 3.3 montre plusieurs versions de représentations de  $H(z)$ . La forme directe (figure 3.3.a) peut être décomposée en produit ou en somme de fonctions de transfert d'ordre inférieur, généralement d'ordre 2. L'équation 3.8 et la figure (3.3.b) représentent la forme parallèle, tandis que l'équation 3.9 et la figure (3.3.c) représentent la forme cascade.

$$H(z) = \sum_{l=1}^M H_l(z) = \sum_{l=1}^M \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2}} \quad (3.8)$$

$$H(z) = \prod_{l=1}^M H_l(z) = \prod_{l=1}^M \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2}} \quad (3.9)$$

#### III.3.2. Réponse impulsionnelle.

La réponse impulsionnelle est la fonction en  $z$  inverse de  $H(z)$ .

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n) \cdot z^{-n} \quad (3.10)$$

Comme en filtrage analogique, la sortie d'un filtre  $y[nT]$  est le résultat de la convolution du signal d'entrée représenté de manière temporelle  $x[nT]$  avec la réponse impulsionnelle du filtre  $h[nT]$ . On a alors  $y[nT] = x[nT] * h[nT]$ , ou, si on fait abstraction de la période d'échantillonnage  $T$  :

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) \cdot h(n - k) = \sum_{k=0}^{\infty} x(n - k) \cdot h(k) \quad (3.11)$$

Dans le cas où  $x(n)$  est une impulsion  $\delta(n)$ , on retrouve bien  $y[n] = h[n]$ .

Selon les cas où  $h(n)$  est à support infini ou fini, on retrouvera respectivement les deux types de filtres (RII) et (RIF).

### III.3.3. Équation aux différences.

Une transformation en  $z$  inverse de l'équation 3.6 permet d'aboutir à la forme suivante :

$$y(n) = \sum_{l=0}^N b_l \cdot x(n - l) - \sum_{l=0}^N a_l \cdot y(n - l) \quad (3.12)$$

On identifie ici deux parties distinctes : une partie fonction de la valeur courante et des valeurs précédentes de l'entrée  $x[n]$ , et une partie fonction des valeurs précédentes de la sortie  $y[n]$ . Selon si les  $a_l$  sont non nuls ou nuls, on parlera donc de filtres récurrents ou de filtres non récurrents.

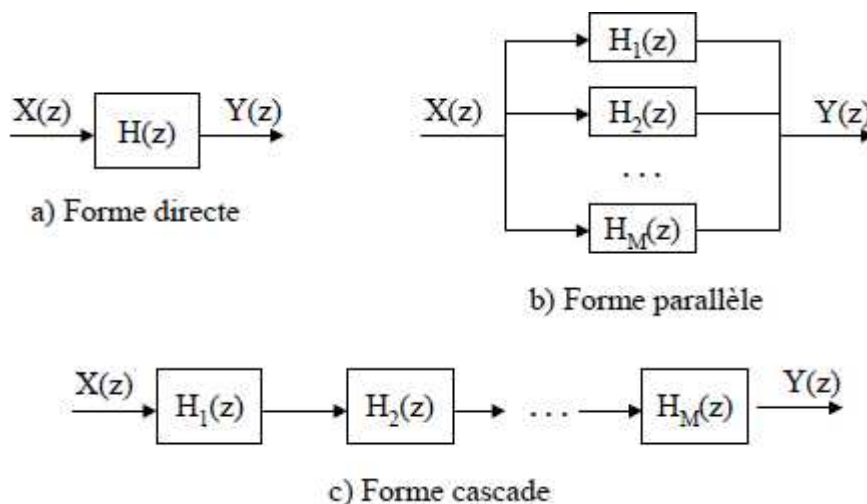


Figure 3.3. Représentations sous forme de fonctions de transfert en  $z$ [22]

### III.3.4. Classification des filtres numériques

Les filtres numériques peuvent être classés selon plusieurs critères :

1. La longueur de la réponse impulsionnelle implique deux types de filtres RII et RIF,

2. Le type de représentation, ou de structure, implique deux types de filtres récursifs et non récursifs. Nous verrons qu'à l'exception d'un cas particulier, les filtres récursifs et non récursifs sont respectivement équivalents aux filtres RII et RIF.

### III.4. Filtres récursifs RII

Les filtres analogiques ont nécessairement une réponse impulsionnelle infinie. Les filtres numériques RII se comportent de manière similaire, mis à part les effets dus à la discrétisation.

Cette catégorie de filtre est également caractérisée par une fonction de transfert en  $z$  contenant des pôles, et une équation aux différences récursives, c'est à dire lorsque la sortie  $y(n)$  dépend à la fois des entrées et des sorties précédentes.

Les équations 3.13 et 3.14 montrent la fonction de transfert en  $z$  et l'équation aux différences correspondante de la forme générale d'un filtre RII.  $N$  est appelé ici l'ordre du filtre.

$$H(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{\sum_{l=0}^N b_l \cdot z^{-l}}{1 + \sum_{l=1}^N a_l \cdot z^{-l}} \quad (3.13)$$

$$y(n) = \sum_{l=0}^N b_l \cdot x(n-l) - \sum_{l=1}^N a_l \cdot y(n-l) \quad (3.14)$$

A partir de l'équation 3.13, deux cas se présentent :

4.1. Si  $N(z)$  n'est pas divisible par  $D(z)$ , on a un nombre infini de termes dans la division polynomiale de  $N(z)$  par  $D(z)$  :

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot z^{-n}$$

$$h(n) = c_n \text{ pour } n = 0 \dots \infty$$

$H(z)$  est un filtre RII,

4.2. si  $N(z)$  est divisible par  $D(z)$ , on a un nombre fini de termes dans la division polynomiale de  $N(z)$  par  $D(z)$  :

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n \cdot z^{-n}$$

$$h(n) = c_n \text{ pour } n = 0 \dots N-1$$

$H(z)$  est un filtre RIF.

Les principales caractéristiques des filtres RII sont :

1. Une bande de transition qui peut être étroite.

2. Des méthodes de synthèse par transposition des méthodes pour les filtres analogiques.
3. Une instabilité potentielle due à des pôles situés en dehors du cercle unité ( $|p_i| \geq 1$  quelque soit  $i$ ).
4. Une instabilité numérique (après quantification des coefficients et du signal) potentielle due au re-bouclage.

### III.5. Filtres non récursifs RIF

Les filtres RIF ne peuvent pas être dérivés des filtres analogiques. Ils sont cependant très largement utilisés car ils possèdent des propriétés uniques (phase linéaire, stabilité, flexibilité).

Les équations 3.15 et 3.16 montrent la fonction de transfert en  $z$  et l'équation aux différences correspondante de la forme générale d'un filtre RII.  $N$  est appelé ici la longueur de la réponse impulsionnelle du filtre.

$$H(z) = \sum_{l=0}^{N-1} b_l z^{-l} \quad (3.15)$$

$$y(n) = \sum_{l=0}^{N-1} b_l \cdot x(n-l) = \sum_{l=0}^{N-1} \mathfrak{h}(l) \cdot x(n-l) \quad (3.16)$$

On remarque en exploitant l'équation 3.16 que les coefficients  $b_l$  du filtre sont également les valeurs de la réponse impulsionnelle  $\mathfrak{h}(n)$ , qui se trouve donc être limitée dans le temps.

$$H(z) = \sum_{l=0}^{N-1} b_l z^{-l} \Leftrightarrow \mathfrak{h}(n) = \sum_{l=0}^{N-1} b_l \cdot \delta(n-l) \quad (3.17)$$

$$\mathfrak{h}(n) = \begin{cases} b_n & \text{pour } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.18)$$

Les principales caractéristiques des filtres RIF sont :

1. Une bande de transition qui sera toujours plus large qu'un filtre RII ayant le même nombre de coefficients,
2. Des méthodes de synthèse permettent de dériver n'importe quelle réponse fréquentielle,
3. Une stabilité inhérente  $\sum_{n=0}^{n-1} |\mathfrak{h}(n)| < \infty$ ,
4. Une plus grande stabilité numérique que les RII,
5. Une phase qui peut être exactement linéaire, par conséquent un temps de propagation de groupe constant et une absence de distorsion harmonique dans le signal,
6. Une plus grande facilité d'implantation dans un système numérique de traitement. [22]

### III.6. Caractérisations d'un système numérique à coefficients constants

#### III.6.1. Équation aux différences

Nous considérons un algorithme permettant de calculer une suite de valeurs numériques  $y_k$  à partir d'une suite  $x_k$  figure (3.4).

Ce système obéit à l'équation aux différences générales 3.18 suivante :

$$y_k = \sum_{m=0}^M b_m \cdot x_{k-m} + \sum_{n=1}^N a_n y_{k-n} \quad (3.19)$$

D'où  $a_n$ ,  $b_m$  sont des coefficients réels constants.

L'algorithme est qualifié de linéaire car il ne comporte pas d'exposant différent de 1 sur les différentes valeurs d'échantillons. Ceci implique que l'on peut lui appliquer le principe de superposition : la réponse à une somme d'excitations est égale à la somme des réponses aux excitations isolées.

Le terme  $\sum_{n=1}^N a_n y_{k-n}$  est appelé la partie récursive de l'algorithme car celle-ci fait intervenir des valeurs de la sortie précédemment calculées.

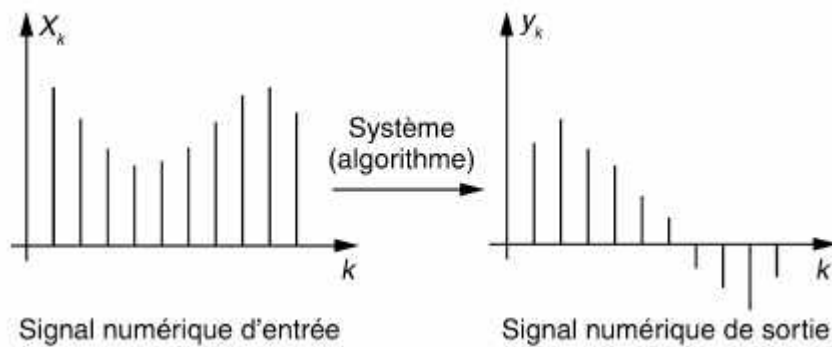


Figure 3.4. Fonction d'un filtre numérique. [23]

#### III.6.2. Convolution numérique

Nous notons  $h_k$  : la réponse impulsionnelle d'un filtre numérique figure( 3.5).

Un signal d'entrée quelconque peut être écrit sous la forme :  $x_k = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} x_l \delta_{k-l}$  Le système étant linéaire et invariant, nous avons :

$$y_k = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} x_l h_{k-l} = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h_l x_{k-l} \quad (3.20)$$

On reconnaît un produit de convolution numérique entre le signal d'entrée et la réponse impulsionnelle du filtre. Le produit de convolution est généralement utilisé pour la réalisation des filtres RIF. Ces filtres présentent en effet une réponse impulsionnelle de durée limitée ce qui permet d'exploiter l'algorithme équation 3.20. Les filtres à réponse impulsionnelle de durée infinie (RII) exploitent quant à eux une équation récursive de type (3.19).

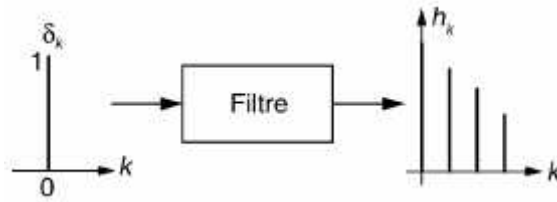


Figure 3.5. Définition de la réponse impulsionnelle d'un filtre numérique[23]

### III.6.3. Fonction de transfert d'un système numérique

La fonction de transfert est définie comme le rapport de la transformée en  $z$  du signal de sortie sur celle du signal d'entrée. Cette définition, appliquée aux équations 3.19 et 3.20 donne :

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{m=0}^M b_m z^{-m}}{1 - \sum_{n=1}^N a_n z^{-n}} = H(z) \quad (3.21)$$

Dans le cas général, la fonction de transfert d'un filtre numérique se présente comme une fonction rationnelle, à coefficients réels, de la variable complexe  $z$ . Les zéros de  $H(z)$  sont les valeurs de  $z$  qui annulent le numérateur ; les pôles sont celles qui annulent son dénominateur. Les pôles et zéros sont réels ou complexes conjugués par paire.

### III.6.4. Stabilité d'un système numérique

L'instabilité d'un algorithme numérique se manifeste par la divergence plus ou moins rapide des calculs successifs des échantillons de sortie. La réponse impulsionnelle d'un système instable est caractérisée par une croissance de type exponentielle. Le cas limite entre stabilité et instabilité concerne les oscillateurs.

Considérons par exemple les deux algorithmes suivants :

$$y_k = x_k - x_{k-1} + 0.8 y_{k-1} - y_{k-2} \quad \text{et} \quad y_k = x_k - x_{k-1} + 1.1 y_{k-1} - y_{k-2}$$

Leurs réponses impulsionnelles respectives sont représentées en figures 3.6 et 3.7 Le premier algorithme est stable, le second ne l'est pas.

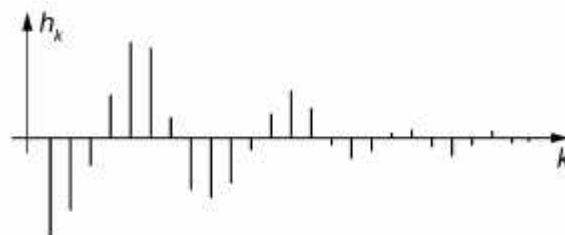


Figure 3.6. Réponse impulsionnelle stable. [23]



Figure 3.7 Réponse impulsionnelle instable. [23]

### III.6.5. Correspondances entre plan P et plan Z

Les variables complexes  $p$  et  $z$  sont liées par la relation  $z = e^{T_e p}$ . Cette relation implique les correspondances entre plans P et Z illustrées en figure 3.8.

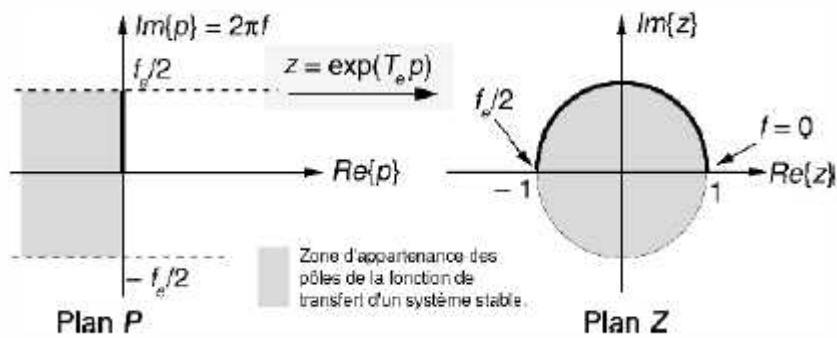


Figure 3.8. correspondance entre les Plan P et Plan Z [23]

### III.6.6. Représentation d'une fonction de transfert $H(z)$ par ses pôles et ses zéros

#### III.6.6.a. Décomposition d'une fonction de transfert $H(z)$

Après avoir déterminé les zéros  $z_j$  et les pôles  $q_l$  de  $H(z)$ , nous pouvons écrire celle-ci sous la forme suivante :

$$H(z) = H_0 \frac{\prod_j (z - z_j)}{\prod_l (z - q_l)} \quad (3.22)$$

Où  $H_0$  est un réel supposé ici positif

Notons :

- $M$  : le point d'affixe  $z$  dans le plan .
- $A_j$  : les points d'affixe  $z_j$  dans le plan .
- $B_l$  : les points d'affixe  $q_l$  dans le plan .

Nous pouvons alors écrire :

$$|H(z)| = H_0 \frac{\prod_l \overline{A_l M}}{\prod_l \overline{B_l M}} \quad \text{et} \quad \varphi = \arg(H(z)) = \sum_j \theta_j - \sum_l \varphi_l \quad (3.23)$$

Où  $\theta_j$  et  $\varphi_l$  sont les angles respectifs des vecteurs par rapport à l'horizontale.

### III.6.6.b. Étude graphique de la réponse en fréquence d'un filtre numérique

Pour l'étude graphique de la réponse en fréquence, nous posons  $z = e^{j\omega}$  avec  $\omega = 2\pi f / f_e = 2\pi F$ . Pour  $0 \leq F \leq 0,5$ , il suffit de faire parcourir  $M$  sur le demi-cercle supérieur de rayon unitaire.

### III.6.6.c. Propriétés

- Un zéro placé sur le demi-cercle unitaire supérieur  $Z_j = e^{j2\pi F_j}$  conduit à un filtre qui élimine la fréquence correspondante  $F_j$ , (filtre coupe-bande par exemple).
- Un pôle très proche du cercle unité (appelé pôle dominant) conduit à un filtre qui présente une résonance à la fréquence correspondante à l'argument de ce pôle, (filtre passe-bande par exemple).
- Un oscillateur numérique est caractérisé par deux pôles conjugués sur le cercle unitaire

### III.6.7. Estimation graphique de la bande passante d'un filtre à pôle dominant

Par définition un pôle dominant est très proche du cercle unitaire. Son écart avec celui-ci est directement lié au facteur de qualité du filtre et permet d'évaluer graphiquement la bande passante des filtres passe-bande et coupe bande. Considérons que  $q_1$  est un pôle dominant de la fonction de transfert  $H(z)$ . Il est représenté dans le plan complexe par le point  $B_1$  (figure 3.9). Notons  $\varepsilon = 1 - |q_1|$ .

Le passage de  $M$  à proximité du point  $B_1$  engendre une grande variation de  $\overline{B_1 M}$  relativement à celle des autres vecteurs. La résonance est obtenue à la fréquence  $f_0 = 0$ .

$2\pi f_e$  pour laquelle la distance  $\overline{B_1 M}$  est minimale et vaut  $\varepsilon$ . Pour les fréquences proches de  $f_0$ , nous pouvons assimiler  $|H(j\omega)|$  à  $K \overline{B_1 M}$  où  $K$  est un facteur peu variable par rapport aux variations de  $\overline{B_1 M}$ . Aux fréquences  $f -$  et  $f +$ , le vecteur  $\overline{B_1 M}$  vaut  $2\varepsilon$  ce qui correspond à une atténuation de 3 dB du gain du filtre. L'écart angulaire  $\omega$  caractérise la demi-bande passante du filtre ; il est donné par :

$$\omega = \arctg \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon} \right) \quad \square$$

D'où l'expression de la bande passante du filtre :

$$BF_{-3dB} = 2 \frac{\Omega}{2\pi} f_e \frac{\varepsilon f_e}{\pi}$$

Cette approximation peut également être utilisée pour estimer la bande rejetée d'un filtre coupe-bande sélectif. [23]

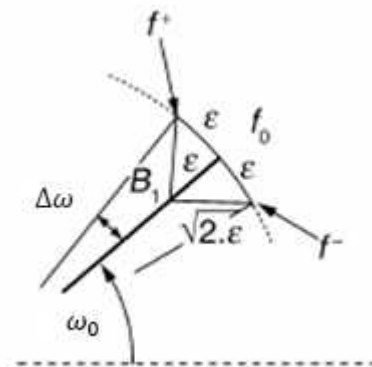


Figure 3.9. Pôle dominant. [23]

### III. 7. Filtrage numérique simple : lissage temporel

Avant d'étudier la mise en place de filtre numérique à partir des relations 3.1 et 3.4, la capacité de calcul qu'offrent les systèmes numériques permet de réaliser des opérations numériques de filtrage linéaire simple comme la moyenne temporelle glissante d'ordre  $N$ . Ce type de traitement numérique va permettre de réaliser un « lissage » du signal d'entrée conduisant par exemple à la suppression d'un bruit résiduel ou à l'atténuation d'un bruit de type impulsif. Par contre ce type de traitement peut modifier fortement le signal informatif. La plus courante de ces techniques est donc la moyenne temporelle glissante d'ordre  $N$  qui s'exprime par :

$$y_k = \frac{1}{N} \cdot \sum_{l=0}^{N-1} x_{k-l} \quad (3.24)$$

Nous pouvons remarquer que cette opération correspond à l'équation aux différences 3.2 des filtres non récursifs pour laquelle les coefficients sont tous égaux à  $1/N$ .

### III. 8. Techniques avancées de filtrage numérique

Le domaine du filtrage numérique est très vaste car il repose uniquement sur les capacités de calcul des systèmes informatiques. Lorsque les possibilités des filtres classiques, vus précédemment, ne sont pas suffisantes pour un problème donné, il existe des extensions possibles du « filtrage numérique ».

#### III. 8.1. Filtres numériques non linéaires (valeur médiane)

Les filtres numériques classiques linéaires ont pour fonction de base d'éliminer certaines composantes fréquentielles qui gênent l'interprétation du signal informatif. Pour cela il est nécessaire que les fréquences à éliminer se situent dans une zone de fréquences hors de la zone occupée par le signal utile. Pour répondre à cette limitation, il est possible de mettre en place des traitements non linéaires, appelés abusivement

« filtres » numériques non linéaires.

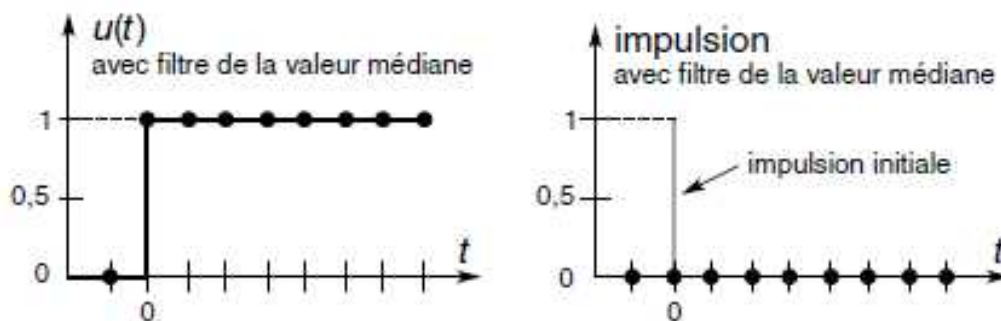
Un de ces traitements non linéaires est le filtre de la valeur médiane.

Étant donné  $2N + 1$  échantillons  $x_k$ , la valeur médiane  $x_{med,k}$  de cet ensemble est l'échantillon qui se trouve au milieu de l'ensemble ordonné selon un ordre croissant :

$$x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-2N} \quad \text{ordre croissant} \quad x_{k^*}, x_{k^*-1}, \dots, x_{k^*-2N} ; \text{ avec } x_l < x_{l+1}$$

d'où  $x_{med,k} = x_{k^*-N}$

Ce type de filtre numérique non linéaire permet de conserver les transitions rapides mais maintenu d'un signal et d'éliminer complètement des transitions de type impulsion courte. Le signal « échelon unité » est conservé sans modification et l'impulsion de durée unité est éliminée ( figure 3.10). De façon plus générale, le calcul de la valeur médiane s'effectuant sur  $2N + 1$  échantillons, cette technique permettra de sauvegarder toutes transitions rapides suivies par un plateau dont la durée est supérieure ou égale à  $N \cdot T_e$  ( $T_e$  : période des échantillons). Dans le cas contraire cette transition sera éliminée.



**Figure 3.10.** Effet d'un filtre numérique non linéaire de la valeur médiane sur un signal «échelon unité » et sur impulsion de durée unité[4]

### III. 8.2. Filtrage numériques multi-cadence

Les systèmes étudiés jusqu'à présent ne mettaient en œuvre qu'une seule fréquence ou cadence d'échantillonnage  $1/T_e$ . Il est possible de trouver certaines applications où le signal d'entrée du filtre et le signal de sortie ne fonctionnent pas à la même cadence (système multi-cadence). Considérons deux exemples:

- Filtrage passe-bas : le signal de sortie aura par définition même du traitement effectué une fréquence plus basse et donc pourra être échantillonné à une cadence plus faible ;
- Modulation : le signal de sortie qui sera l'onde porteuse du signal informatif va avoir une fréquence plus élevée que le signal informatif d'entrée.

Dans les deux cas, on cherchera à adapter le filtre à la cadence la plus petite afin de minimiser les temps de calcul. Dans le cas où il sera réalisé une réduction de la fréquence d'échantillonnage, l'opération est appelée « **décimation** » et dans le cas où une augmentation de la fréquence d'échantillonnage sera réalisée, l'opération est appelée « **interpolation** ».

Les opérations de décimation (enlever un échantillon sur  $n$  échantillons) ou d'interpolation (rajouter  $n$  échantillons entre 2 échantillons) vont conduire à des déformations spectrales. Considérons l'exemple inverse de la décimation. Soit un signal  $x_k(t)$  échantillonné à la fréquence  $T_{e1}$  et le signal de sortie  $y_k(t)$  dont nous voulons diminuer la fréquence d'échantillonnage jusqu'à  $T_{e2}$  (avec  $T_{e2} = T_{e1}/4$ ). Cette opération ne sera possible que si le spectre du signal initial est limité a priori ou par une opération de filtrage à la fréquence  $1/2T_{e2}$ , i.e. à la fréquence  $1/4T_{e1}$ . En effet la décimation est équivalente à une opération d'échantillonnage et, si le spectre du signal à échantillonner à cette nouvelle cadence  $T_{e2}$  n'a pas son spectre limité à la fréquence  $1/2T_{e2}$ , le phénomène de repliement va se produire. [4]

### III. 9. Réalisation des filtres numériques

À partir de l'expression de la transmittance en  $z$  du filtre numérique ou de l'équation de convolution, il faut concevoir l'algorithme du calcul ou la structure matérielle permettant de réaliser ce filtre. La réalisation des filtres numériques peut être faite en utilisant les trois éléments de base (matériel ou logiciel) suivants :

Additionneur, { symbolisé par  $+$  } ;

Multiplieur, { symbolisé par  $\times$  } ;

Retard de  $T_e$  : échantillon  $k$  par rapport à  $k-1$ , { symbolisé par  $T$  }.

Cette opération sera réalisée matériellement par des registres à décalage.

#### III. 9.1. Filtres numériques synthétisés par $H(z)$

À partir de la fonction de transfert  $H(z)$ , obtenue selon les différentes transformations possibles, diverses structures peuvent être utilisées : structure directe (implémentation de l'équation aux différences), structure canonique (structure directe avec minimisation des composants) et structure en éléments simples.

##### III. 9.1.a. Structure directe

Cette structure est l'application directe des expressions de la transmittance  $H(z)$ .

Dans le cas d'un filtre non-récurif, une des structures possibles est celle représentée sur le schéma de la figure 3.11 qui traduit l'équation 3.2.

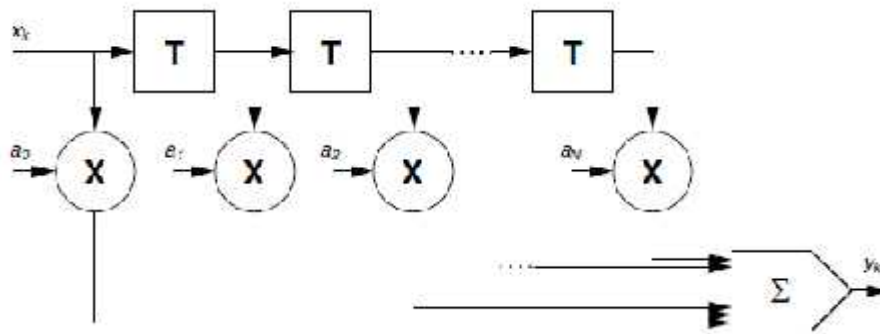


Figure 3.11. structure directe d'un filtre numérique non récursif[21]

De même, la traduction directe de l'expression de  $H(z)$  pour un filtre récursif donne le schéma de la figure 3.12, page suivante, qui traduit l'équation générale 3.1.

### III. 9.1.b. Structure canonique

Cette forme permet de minimiser le nombre d'éléments utilisés dans la réalisation du filtre. L'équation générale peut s'écrire sous la forme :

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z) = W(z) \cdot V(z)$$

Avec  $W(z) = \sum_{l=0}^N a_l z^{-l}$  système non récursif

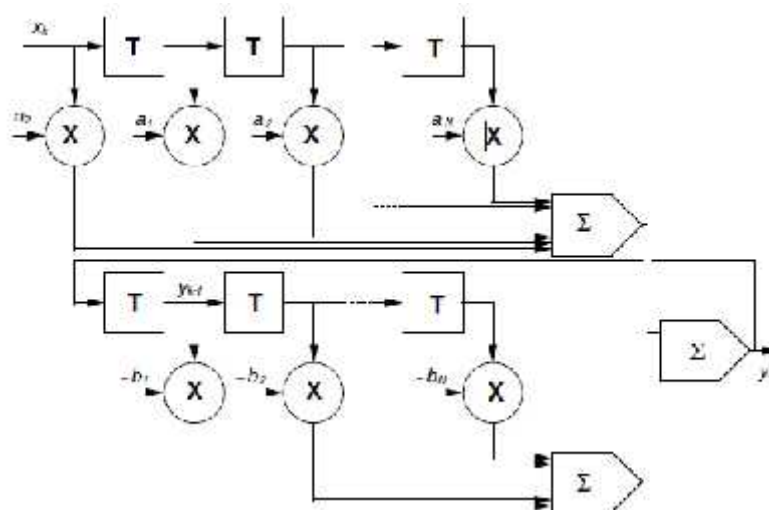


Figure 3.12. Structure directe d'un filtre numérique récursif. [21]

Et  $V(z) = \frac{X(z)}{\sum_{l=0}^M b_l \cdot z^{-l}}$

L'expression de  $Y(z)$  est donc :

$$Y(z) = \sum_{j=0}^N \bar{a}_j \cdot z^{-j} \cdot V(z)$$

En prenant la transformée en  $z$  inverse, on obtient l'expression de  $y_k$  en fonction de la valeur intermédiaire  $v_k$  qui est utilisée pour construire la structure de ce filtre (figure 3.13) :

$$y_k = \sum_{j=0}^N \bar{a}_j \cdot v_{k-j}$$

Le résultat montre qu'une seule structure retard est nécessaire pour la réalisation de ce filtre numérique.

### III. 9.1.c. Structure en composants simples

Il est possible d'exprimer  $H(z)$  à partir d'éléments de base ou de composants simples du premier ou du second ordre  $H_l(z)$  :

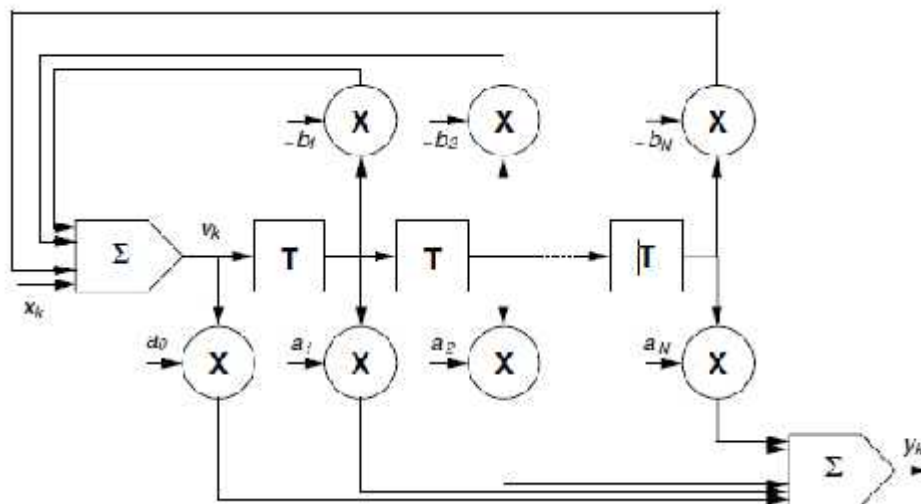


Figure 3.13. Structure canonique d'un filtre numérique récursif. [21]

Premier ordre :

$$H_l(z) = \frac{a_1}{1 - \beta_1 \cdot z^{-1}}$$

Second ordre :

$$H_l(z) = \frac{\alpha_{l1} \cdot z^{-1} + \alpha_{l0}}{\beta_{l2} \cdot z^{-2} + \beta_{l1} \cdot z^{-1} + \beta_{l0}}$$

Ces deux éléments simples peuvent facilement se traduire en structure directe ou canonique. Pour une fonction de transfert quelconque, il suffit de l'exprimer en fonction de ces éléments de base pour réaliser ensuite une composition « produit » ou « somme » de ces éléments.

La fonction de transfert  $H(z)$  peut s'écrire sous deux formes :  
produit de composants simples

$$H(z) = K_2 \cdot \prod_{l=1}^r H_l(z)$$

somme de composants simples

$$H(z) = K_1 + \sum_{l=1}^r H_l(z)$$

Dans le cas d'une écriture sous la forme « produit », nous obtenons une structure série ou dite en cascade (figure 3.14) et dans le cas d'une formulation « somme », nous obtenons une structure parallèle (figure 3.15).

Comme nous l'avons vu dans le domaine analogique, cette adjonction de composants de base n'est réalisable, aussi directement, uniquement parce que nous sommes dans le domaine numérique où il n'y a pas de problème d'adaptation d'impédance

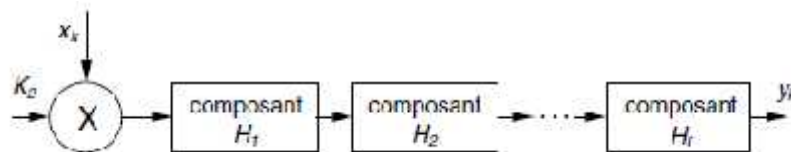


Figure 3.14. Structure série ou cascade à partir d'éléments de base du premier. [21]

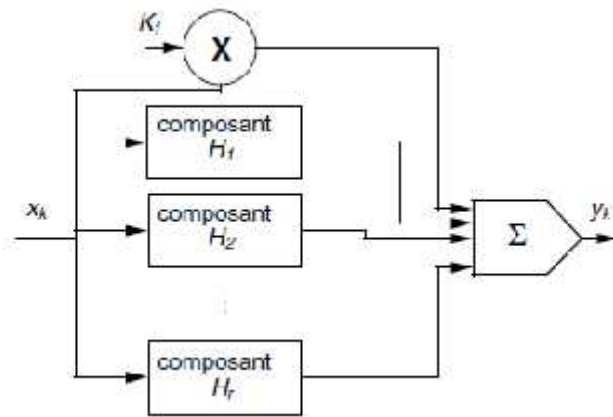


Figure 3.15. Structure parallèle à partir d'éléments de base du premier ou du Second ordre [21]

### III. 9.2 Filtres numériques basés sur la convolution

Pour réaliser ces filtres à convolution, les coefficients du filtre, qui sont représentés par les N valeurs de la réponse impulsionnelle discrétisée, sont des constantes dans l'algorithme de calcul ou stockés en mémoire (EPROM) dans le cas d'une réalisation matérielle du filtre. Dans ce dernier cas, deux structures peuvent être adoptées :

Structure directe (figure 3.16)

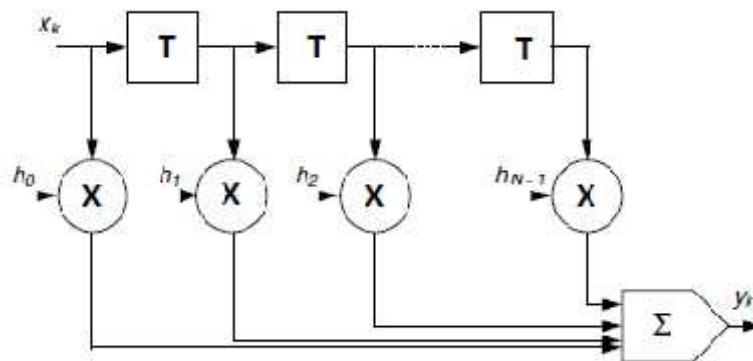


Figure 3.16. Structure directe du filtre à convolution. [21]

Structure transposée [21] (figure 3.17).

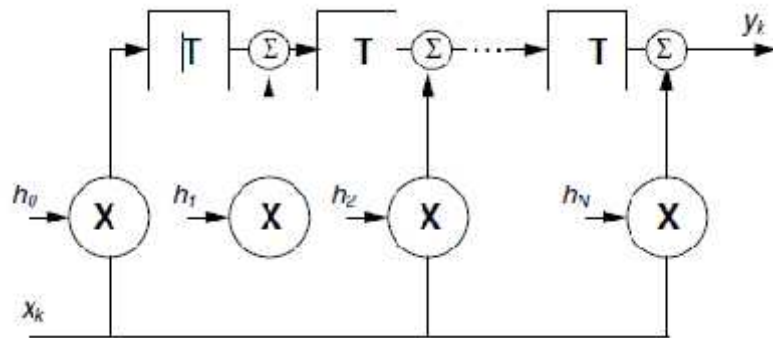


Figure 3.17. Structure transposée du filtre à convolution. [21]

### III. 10. Conclusion

Ce chapitre nous a permis de prendre une idée convenable sur la signification du filtrage numérique dans le domaine de génie électrique. La matière présentée dans ce dernier montre l'importance de ce champ de traitement du signal dans la vie pratique académique. Dans le chapitre suivant nous nous montrerons à travers une série des travaux réalisés par simulation, comment synthétiser et simuler les deux filtres numériques RIF et RII. Nous montrerons aussi comment adapter leurs paramètres pour avoir un bon filtrage.

# Chapitre IV : Synthèse des Filtres Numérique type RIF

## IV.1. Introduction

Le présent chapitre à pour but de présenter les différents résultats obtenus par simulation lors de l'application d'un filtre type RIF sur quatre signaux différents. De plus, et afin d'atteindre de bon résultats de filtrage nous avons utilisé un algorithme évolutionnaire dit : algorithme génétique (Genetic Algorithms GAs) pour optimiser quelques paramètres calés de ce type de filtre. La méthode présentée, implique l'introduction de quelques proposition (Exemple : choix de la fonction objectif). En effet, comme nous verrons de ce chapitre, la méthode de synthèse présentée à permettre d'améliorer significativement la qualité de filtrage.

## IV.2. Paramétrage du filtre RIF synthétisé

Dans ce qui suit, on présente la synthèse d'un filtre passe-bas de type RIF a le gabarit présenté sur la figure 4.1 qui est défini par les paramètres suivants :

- Atténuation maximale dans la bande passante :  $A_{max} = 3dB$  (ou  $A_{max} = 0,7079$ ),
- Atténuation minimale dans la bande atténuée :  $A_{min} = 40dB$  (ou  $A_{min} = 0,01$ ),
- Fréquence de coupure  $f_c = 500 Hz$ ,
- Fréquence atténuée  $f_a = 600 Hz$ .

Pour répondre à ces conditions, nous avons :

- Choisi une fréquence d'échantillonnage  $f_e = 2KHz$
- Défini une fonction filtre RIF ayant pour paramètre, le nombre  $N$  d'échantillons de la réponse impulsionnelle  $h[n]$  du filtre,
- Choisi d'utiliser la fonction Matlab `fir2` dont les paramètres d'entrée sont : l'ordre  $N - 1$  du filtre, les valeurs du gain du filtre désiré et la fenêtre de pondération (rectangulaire dans notre cas).

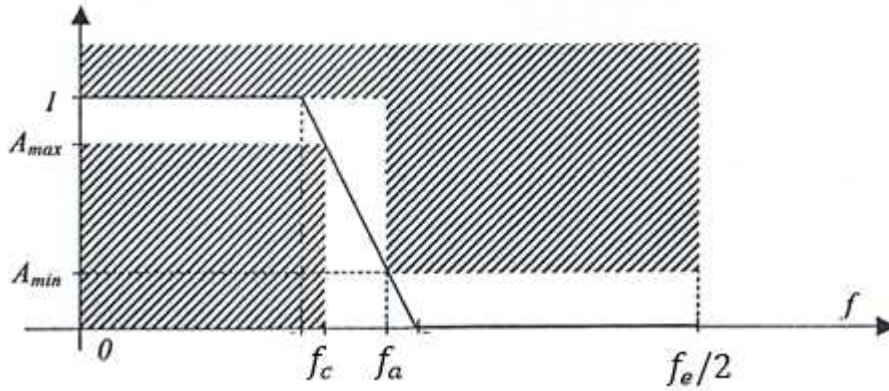


Figure 4.1. Gabarit et allure du filtre désiré.

Pour évaluer correctement le filtre en question, nous avons utilisé des signaux tests  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_3(t)$  et  $x_4(t)$  qui sont en somme la composition de deux sinusoïdes des fréquences  $f_1 = 10 \text{ Hz}$  et  $f_2 = 800 \text{ Hz}$ . le filtrage de ces signaux ne doit conserver que la sinusoïde d'une seule fréquence  $f_1$  ou  $f_2$  comme on peut le voir sur les figures 4.4 ,4.11, 4.18 et 4.25. Comme l'indique l'équation (4.1), le retard  $\tau_d$  de la réponse du filtre par rapport à l'entrée se détermine aisément dans le cas d'une phase linéaire par :

$$\tau_d = \frac{\Delta\varphi}{2\pi\Delta f} = \frac{N-1}{2} T_e \quad (4.1)$$

Où  $\Delta\varphi$  est l'écart de la phase en radians et  $\Delta f$  l'écart de fréquence en Hz.

Dans le cas d'un filtre RIF à phase linéaire (avec une réponse impulsionnelle symétrique), le déphasage est dû uniquement au retard introduit pour rendre la réponse impulsionnelle causale. Dans ce cas, si l'on connaît la fréquence d'échantillonnage, le retard  $\tau_d$  de la réponse est donné par la relation suivante :

$$\tau_d = \frac{N}{2} \frac{1}{F_e} \quad (4.2)$$

Où  $\frac{N}{2}$  désigne la partie entière de  $\frac{N}{2}$ . Dans ce contexte, le retard pour les réponses des figures 4.4 ; 4.7, 4.10 et 4.13 est donné par :  $\tau_d = \frac{81}{2} \frac{1}{2000} = 20\text{ms}$  pour un filtre d'ordre 80 et une fréquence d'échantillonnage de 2KHz.

### IV.3. Résultats de filtrage obtenus par tâtonnement

Dans ce qui suit nous présentons les résultats obtenus après un ensemble d'essais par tâtonnement. Pour le signal d'entrée (**1<sup>er</sup> cas**)  $x_1(t) = \sin(2\pi f_1 t) + 0.5 * \sin(2\pi f_2 t)$  avec  $f_1 = 10 \text{ Hz}$  et  $f_2 = 800 \text{ Hz}$  nous avons obtenu les résultats illustrés sur toutes les figures relatives à ce cas. La figure 4.2. (a) montre le gain du filtre obtenu (pour une longueur de filtre 81 échantillons) qui est superposé au gain du filtre idéal désiré.

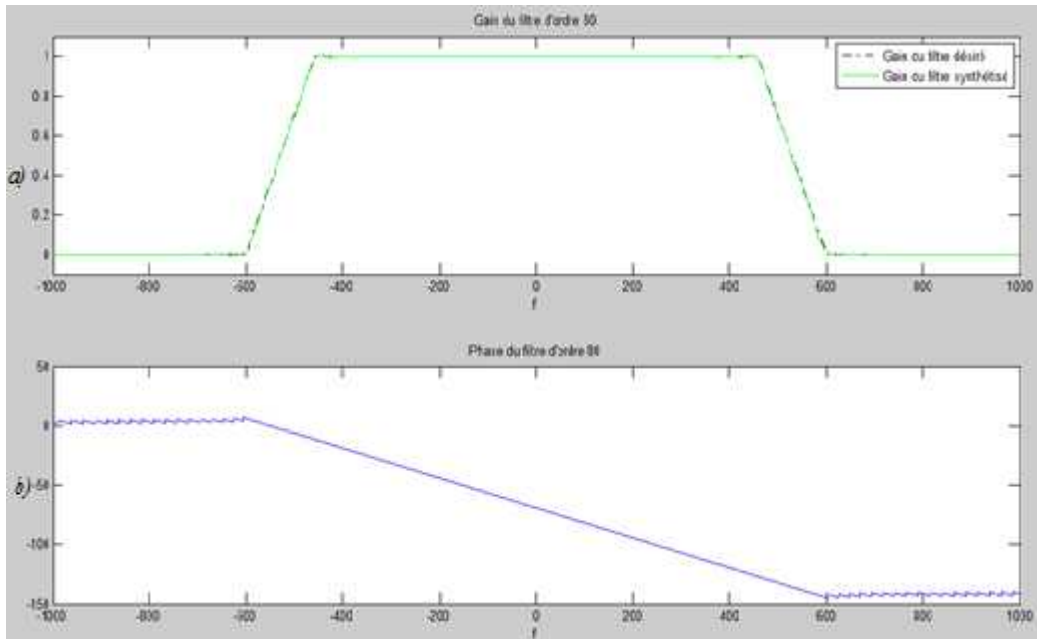


Figure 4.2. (a) Gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 80, cas  $x_1 t$ .

Sur la figure 4.2 (b), on peut voir la phase du filtre obtenu : on notera alors que celle-ci est linéaire dans la bande passante exprimant ainsi un retard  $\tau_d$  constant.

La figure 4.3 montre les 81 échantillons  $\varpi(n)$  de la réponse impulsionnelle du filtre généré

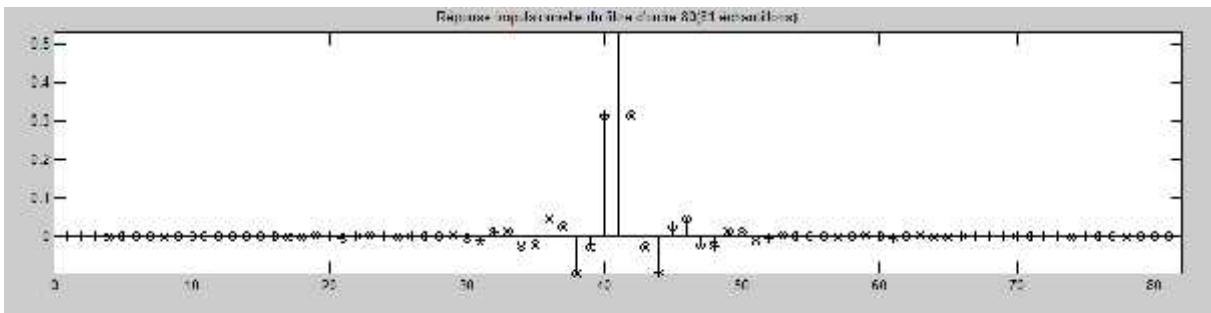


Figure 4.3 Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 80 (81 échantillons), cas  $x_1 t$ .

Sur la figure 4.4, on représente en (a) le signal d'entrée bruité, la figure 4.4 (b) montre la réponse du filtre à pour le signal. Cette réponse est superposée au signal sinusoïdal de fréquence  $f_1 = 10 \text{ Hz}$  qu'on cherche à extraire du signal d'entrée. Il apparaît nettement que cette sinusoïde est bien restituée exception faire du retard introduit par le filtre.

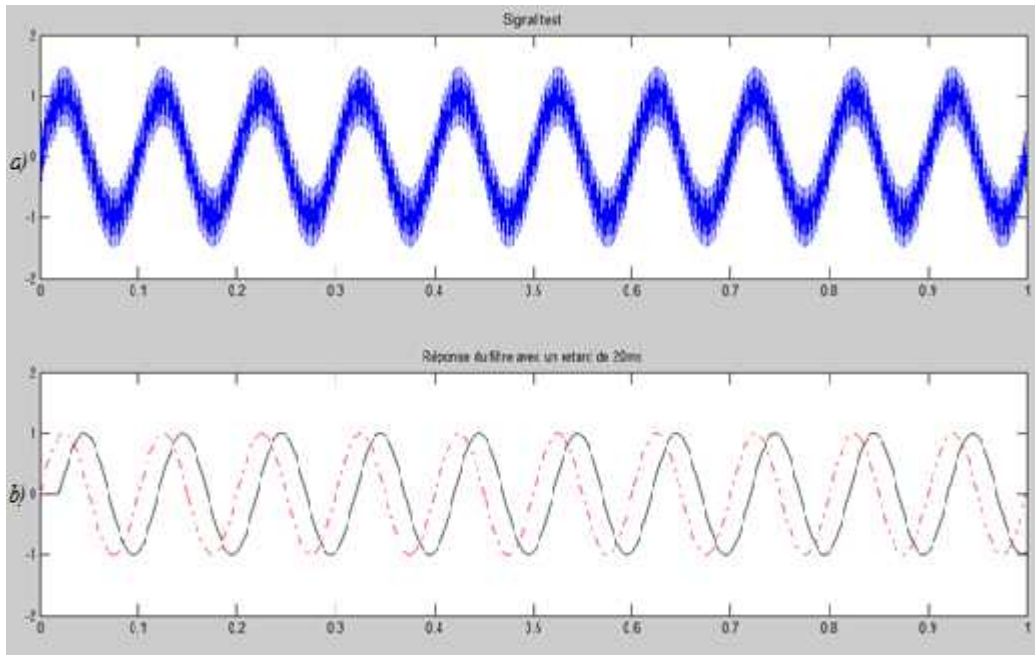


Figure 4.4. Filtre d'ordre 80 (a) signal test et (b) signal filtré avec un retard de 20ms, cas  $x_1(t)$ .

(2<sup>ème</sup> cas) Signal d'entrée  $x_2(t) = x_{f2}(t) + 0.5 * \cos(2\pi f_2 t)$  avec  $x_{f2}(t) = \sin 2\pi f_1 t + \cos 2\pi 50 t$

La figure 4.5 (a) montre le gain du filtre obtenu (pour une longueur de filtre 81 échantillons) et qui est superposé au gain du filtre idéal désiré.

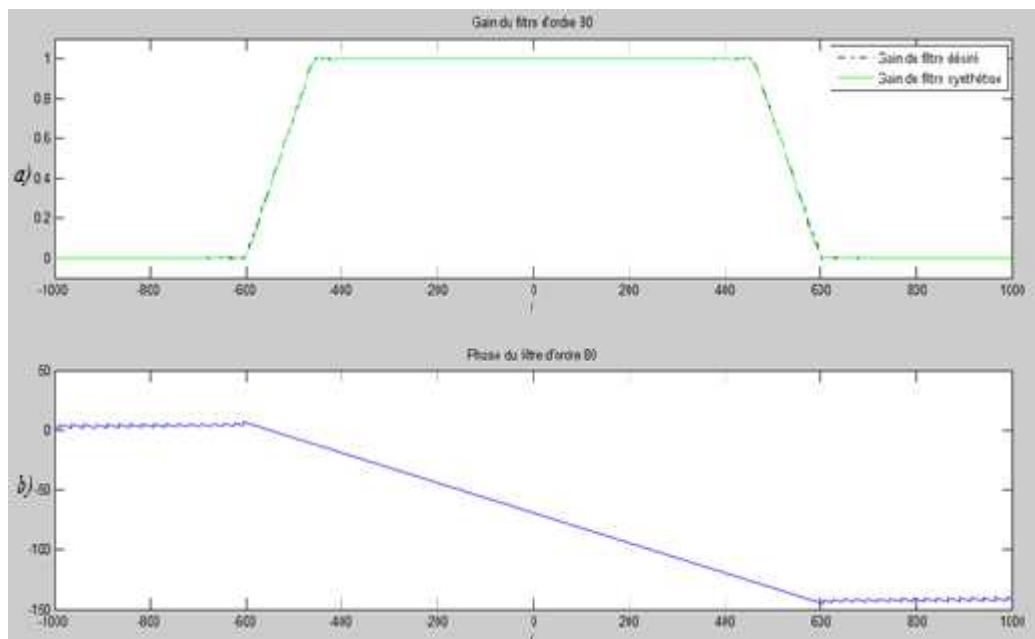


Figure 4.5. (a) Gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 80, cas  $x_2(t)$ .

Sur la figure 4.5 (b), on peut voir la phase du filtre obtenu : on notera alors que celle-ci est linéaire dans la bande passante exprimant ainsi un retard  $\tau_d$  constant.

La figure 4.6 montre les 81 échantillons  $h[n]$  de la réponse impulsionnelle du filtre généré

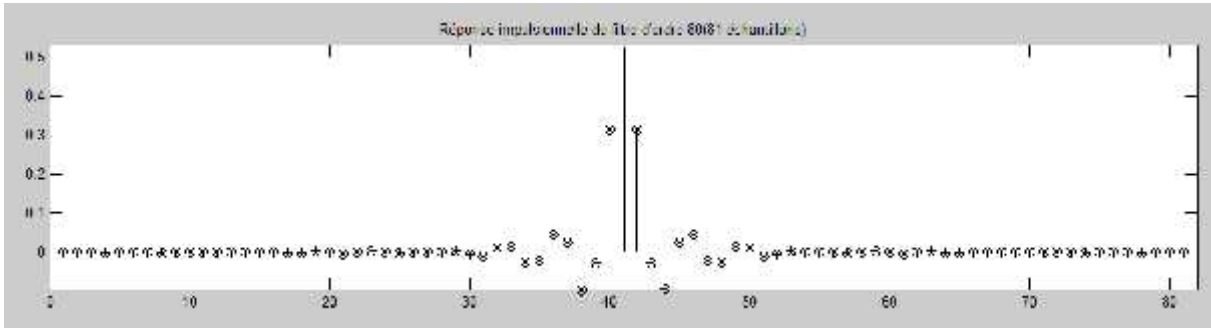


Figure 4.6. Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 80 (81 échantillons), cas  $x_2(t)$ .

Sur la figure 4.7, est représentés en (a) le signal d'entrée et en (b) la réponse du filtre. Cette réponse est superposée au signal sinusoïdal de fréquence  $f_2 = 800 \text{ Hz}$  qu'on cherche à extraire du signal d'entrée. Il apparaît nettement que cette sinusoïde est bien restituée avec l'exception du retard introduit par le filtre.

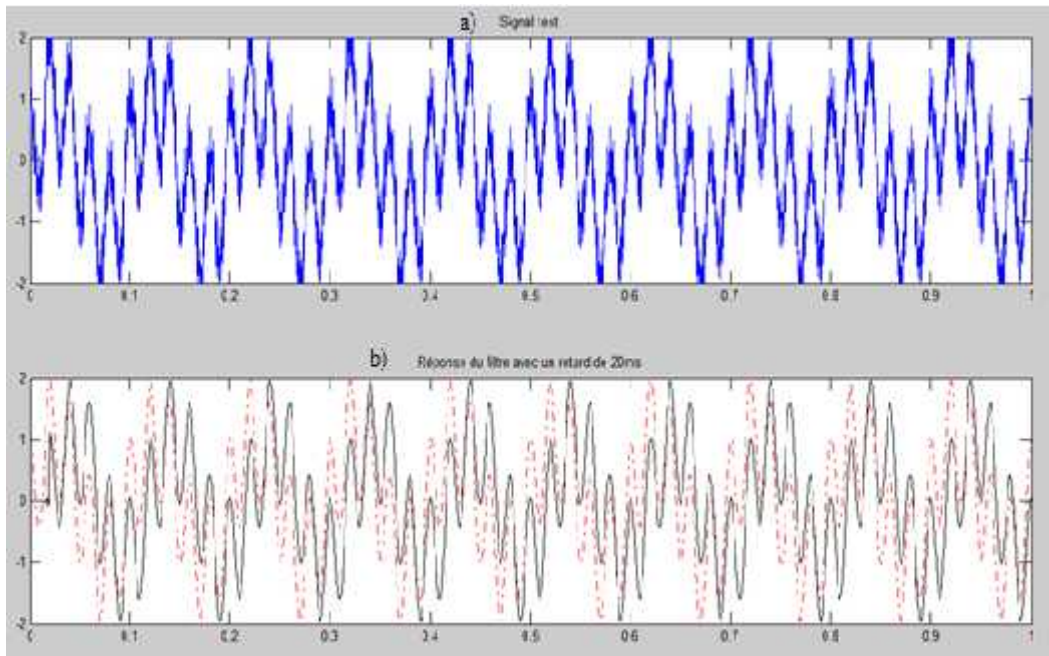
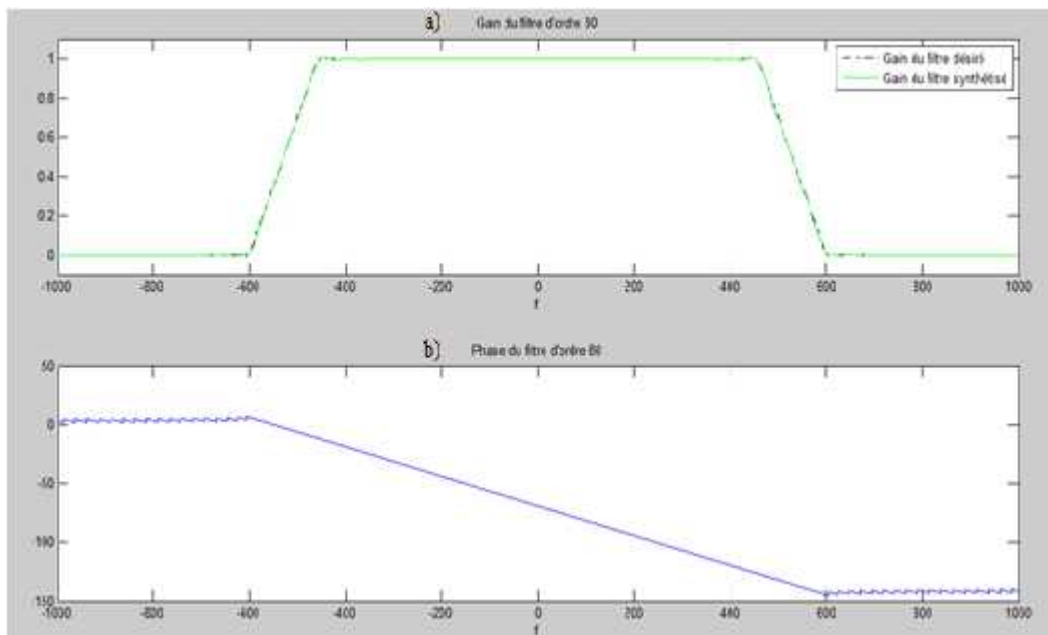


Figure 4.7. Filtré d'ordre 80 (a) signal test et (b) signal du filtre avec un retard de 20ms, cas  $x_2(t)$ .

(3<sup>ème</sup> cas) Signal d'entrée  $x_3(t) = x_{f_2}(t) + 0.5 * (\sin(.50\pi f_2 t)) + x_1$  avec  $x_{f_2}(t) = \sin 2\pi f_1 t + \cos 2\pi 50 t$

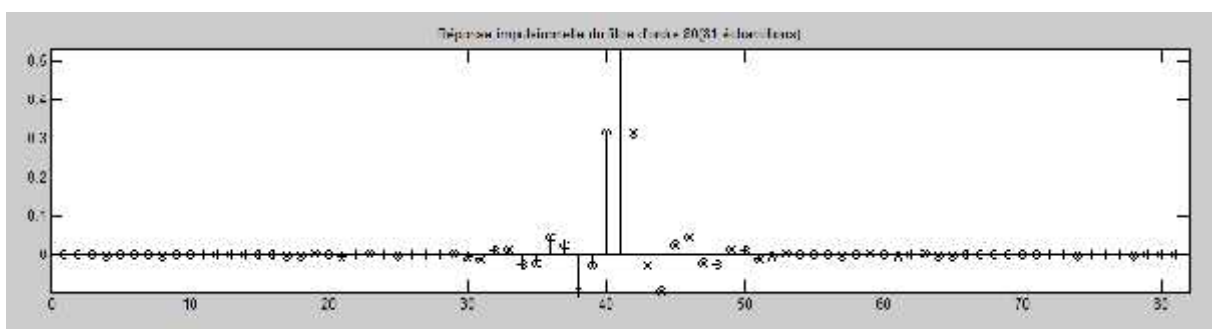
La figure 4.8 (a) montre le gain du filtre obtenu avec ce programme (pour une longueur de filtre 81 échantillons) et qui est superposé au gain du filtre idéal désiré.



**Figure 4.8.** (a) Gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 80,  $x_3(t)$ .

Sur la figure 4.8 (b), on peut voir la phase du filtre obtenu : on notera alors que celle-ci est linéaire dans la bande passante exprimant ainsi un retard  $\tau_d$  constant.

La figure 4.9 montre les 81 échantillons  $\mathfrak{R}(n)$  de la réponse impulsionnelle du filtre synthétisé.



**Figure 4.9.** Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 80 (81 échantillons), cas  $x_3(t)$ .

Sur la figure 4.10, on représente en (a) le signal d'entrée qui est composé de deux fréquences. La figure 4.10 (b) montre la réponse du filtre. Cette réponse est superposée au signal sinusoïdal de fréquence  $f_2 = 800 \text{ Hz}$  qu'on cherche à extraire du signal d'entrée. Il apparaît clairement que cette sinusoïde est bien restituée avec l'exception du retard introduit par la phase du filtre.

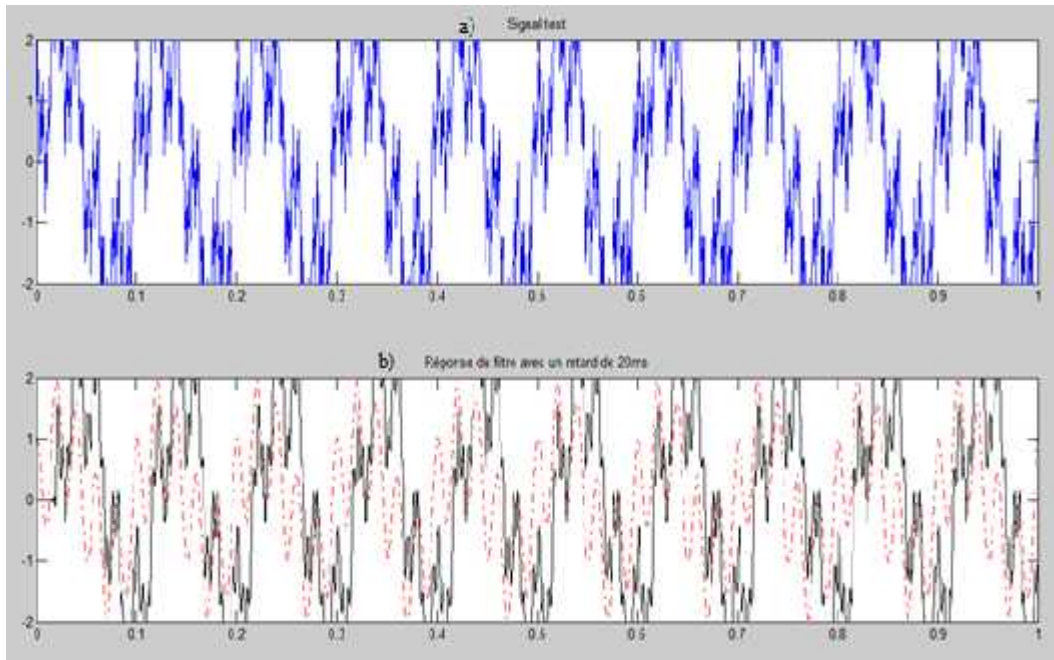


Figure 4.10. Filtre d'ordre 80 (a) signal test et (b) signal filtré avec un retard de 20ms, cas  $x_3(t)$ .

(4<sup>ème</sup> cas) Signal d'entrée  $x_4(t) = \sin 2\pi f_1 t + \cos 2\pi 50 t + x_2(t)$

La figure 4.11(a) montre le gain du filtre obtenu avec ce programme (pour une longueur de filtre 81 échantillons) et qui est superposé au gain du filtre idéal désiré.

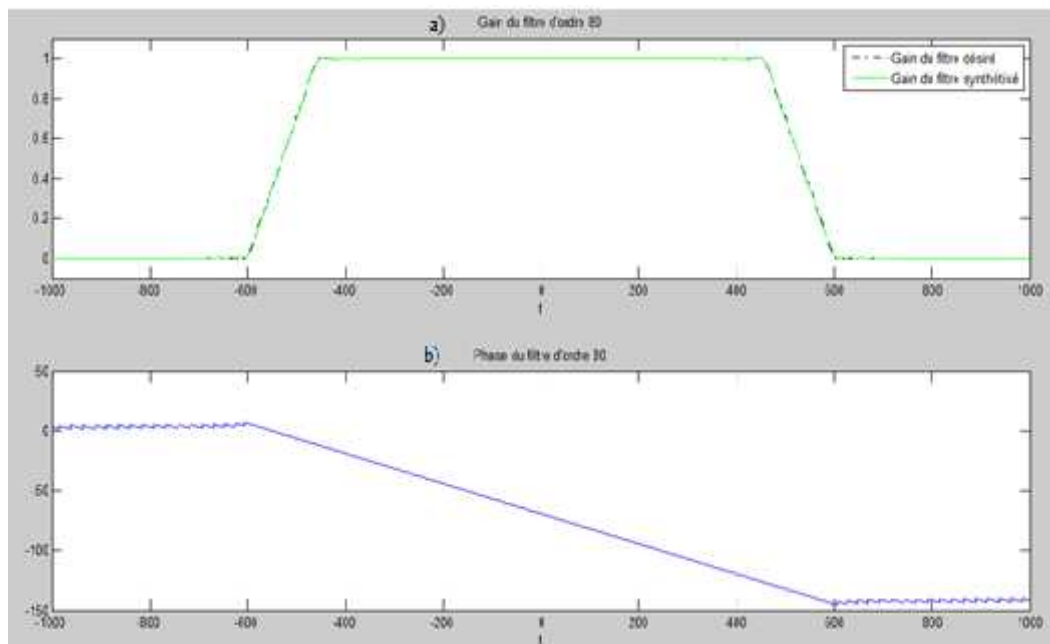
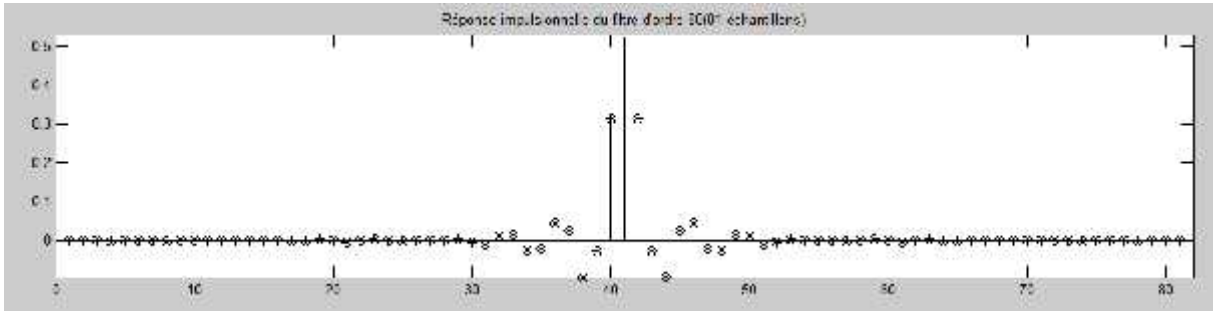


Figure 4.11. (a) Gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 80, cas  $x_4(t)$ .

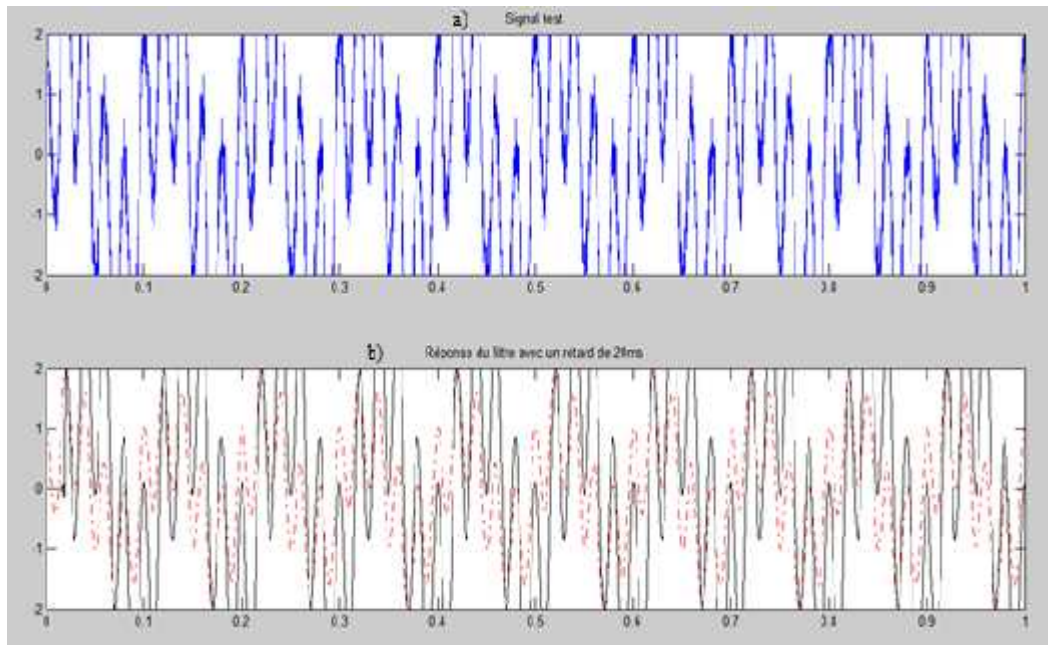
Sur la figure 4.11(b), on peut voir la phase du filtre obtenu : on notera alors que celle-ci est linéaire dans la bande passante exprimant ainsi un retard  $\tau_d$  constant.

La figure 4.12 montre les 81 échantillons  $h(n)$  de la réponse impulsionnelle du filtre généré.



**Figure 4.12.** Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 80 (81 échantillons), cas  $x_4(t)$ .

Sur la figure 4.13, on représente en a) le signal d'entrée qui comporte filtre d'ordre 80 deux fréquences. La figure 4.13 b) montre la réponse du filtre à la l'entrée du signal de 4.13 a). Cette réponse est superposée au signal sinusoïdal de fréquence  $f_2 = 800 \text{ Hz}$  qu'on cherche à extraire du signal d'entrée. Il apparaît nettement que cette sinusoïde est bien restituée exception faire du retard induit par la phase du filtre.



**Figure 4.13.** Filtre d'ordre 80 (a) signal test et (b) signal du filtre avec un retard de 20ms, cas  $x_2(t)$ .

Le tableau ci-dessous résume les valeurs numériques des paramètres ; Largeur de la bande de transition, retard et pente dans la bande de transition.

Signaux	Largeur de la bande de transition	Retard	Pente dans la bande de transition
$x_1(t)$	100	0.0200	-0.0070
$x_2(t)$	100	0.0200	-0.0070
$x_3(t)$	100	0.0200	-0.0070
$x_4(t)$	100	0.0200	-0.0070

**Tableau 4.1.** Paramètres du filtre RIF obtenus après l'ensemble des essais (tâtonnement).

On observe clairement la similarité des valeurs obtenues pour le retard ainsi la pente dans la bande de transition.

### IV.4. Synthèse du filtre RIF par utilisation d'un algorithme génétique

#### IV.4.1. Algorithmes génétiques [24]

Les algorithmes génétiques (Gentic Algorithms AG) développés par J. Holland présentent des qualités intéressantes pour la résolution de problèmes d'optimisation complexes.

Leurs fondements théoriques furent exposés par Goldberg. Ils tentent de simuler le processus d'évolution des espèces dans leur milieu naturel : soit une transposition artificielle de concepts basiques de la génétique et des lois de survie énoncés par Darwin. Rappelons que la génétique représente un individu par un code, c'est-à-dire un ensemble de données (appelées chromosomes), identifiant complètement l'individu.

La reproduction est, dans ce domaine, un mixage aléatoire de chromosomes de deux individus, donnant naissance à des individus enfants ayant une empreinte génétique nouvelle, héritée des parents. La mutation génétique est caractérisée dans le code génétique de l'enfant par l'apparition d'un chromosome nouveau, inexistant chez les individus parents. Ce phénomène génétique d'apparition de " mutants " est rare mais permet d'expliquer les changements dans la morphologie des espèces, toujours dans le sens d'une meilleure adaptation au milieu naturel. La disparition de certaines espèces est expliquée par " les lois de survie " selon lesquelles seuls les individus les mieux adaptés auront une longévité suffisante pour générer une descendance. Les individus peu adaptés auront une tendance à disparaître. C'est une sélection naturelle qui conduit de génération en génération à une population composée d'individus de plus en plus adaptés.

Un algorithme génétique est construit de manière tout à fait analogue. Dans l'ensemble des solutions d'un problème d'optimisation, une population de taille  $N$  est constituée de  $N$  solutions (les individus de la population) convenablement marquées par un codage qui les identifie complètement. Une procédure d'évaluation est nécessaire à la détermination de la force de chaque individu de la population. Viennent ensuite une phase de sélection (en sélectionnant les individus au prorata de leur force) et une phase de

recombinaison (opérateurs artificiels de croisement et de mutation) qui génèrent une nouvelle population d'individus, qui ont de bonnes chances d'être plus forts que ceux de la génération précédente.

De génération en génération, la force des individus de la population augmente et après un certain nombre d'itérations, la population est entièrement constituée d'individus tous forts, soit de solutions quasi-optimales du problème posé.

En, le fonctionnement d'un AG est alors basé sur les phases suivantes :

1. **Initialisation** : une population initiale de taille  $N$  chromosomes est tirée aléatoirement,
2. **Evaluation** : chaque chromosome est décodé puis évalué,
3. **Reproduction** : création d'une nouvelle population de  $N$  chromosomes par l'utilisation d'une méthode de sélection appropriée,
4. **Opérateurs génétiques** : croisement et mutation de certains chromosomes au sein de la nouvelle population,
5. **Retour** à la phase 2 tant que la condition d'arrêt du problème n'est pas satisfaite.

### IV.4.2. Méthode de synthèse du filtre RIF en utilisant un algorithme génétique

Dans ce qui suit nous présentons les différentes spécificités caractérisant l'algorithme GA utilisé pour synthétiser le filtre en question (RIF). En effet, il est à noter que la méthode de synthèse est commune pour les 04 cas (les 04 signaux). La table suivante résume ces spécificités.

Propriété	Paramètre
Type de Chromosome	Valeur réelles
Nombre de bit dans chaque gène	Préfini = $Nb = 10$
Langueur du chromosome	Préfini = $Np = 2$
Type de sélection	Elitisme
Type d'opérateur de croisement	Croisement arithmétique
Type d'opérateur de mutation	Mutation non uniforme
Taux de croisement	0.55
Taux de mutation	0.01

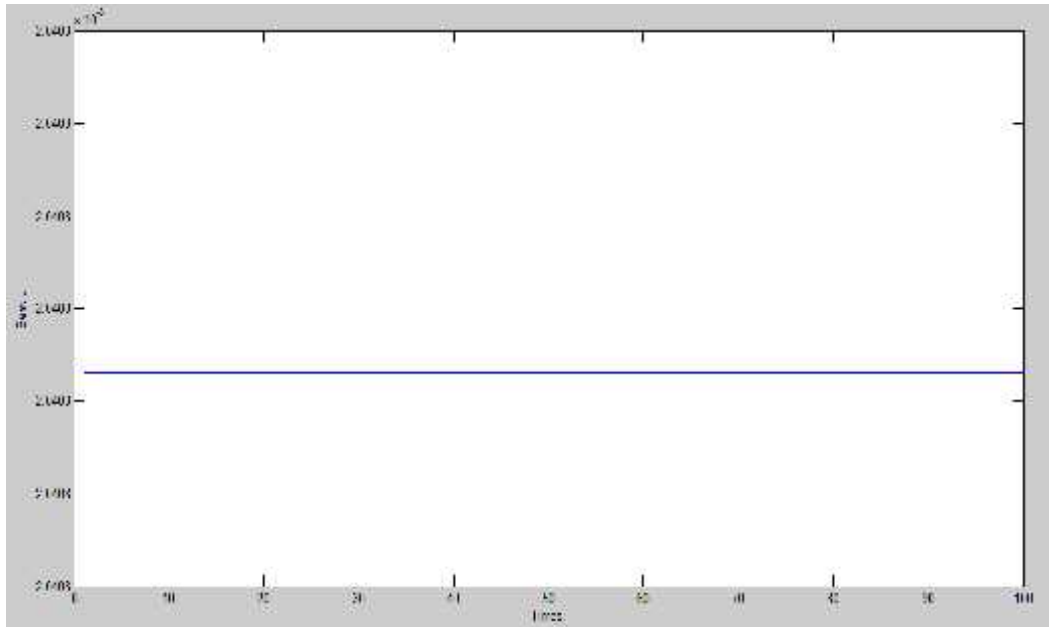
**Tableau 4.2.** Spécificités caractérisant l'algorithme GA utilisé pour synthétiser le filtre en question (RIF).

Il à noter que les paramètres du filtre RIF recherchés par l'algorithme GA, sont respectivement la fréquence de coupure  $f_c$  et la fréquence atténuée  $f_a$ . En effet, la recherche de ces derniers est effectuée dans des intervalles spécifiques qui sont respectivement ; pour  $f_c = [100 ; 140]$  et pour  $f_a = [140; 175]$ .

De plus, afin de quantifier la qualité du filtrage, nous avons considéré le retard  $\tau_d$  calculé comme une fonction objectif  $F_{obj}$ . Tous les résultats obtenus, comprend aussi l'évolution de la fonction objectif  $F_{obj}$  au cours des itérations en utilisant cette approche sont illustrés dans toutes les figures citées ci-dessous.

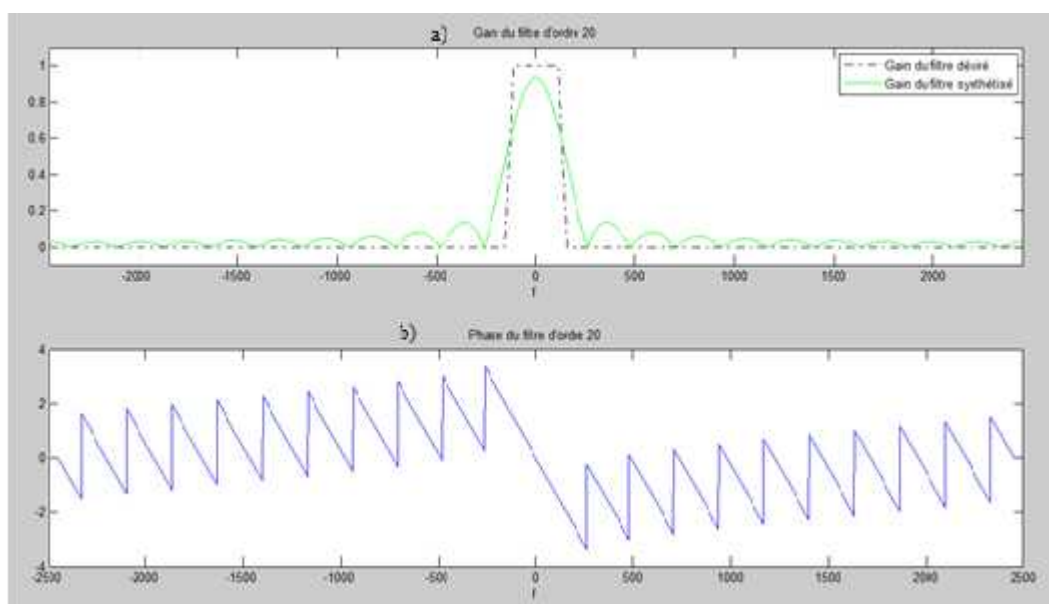
Le processus de recherche des paramètres optimaux par AGs est répété 100 fois (nombre d'itérations). En effet, le choix des paramètres de l'algorithme joue un rôle important sur la qualité des résultats trouvés.

(1<sup>er</sup> cas) Signal d'entrée  $x_1(t) = x_{f_1} + 0.5 * \sin(2\pi f_2 t)$  avec  $x_{f_1}(t) = \sin 2\pi f_1 t$



**Figure 4.14.** Evolution de la fonction objectif (retard) ; cas  $x_1(t)$ .

La figure 4.15 (a) montre le gain du filtre obtenu (pour une longueur de filtre 21 échantillons) et qui est presque superposé au gain du filtre idéal désiré.



**Figure 4.15** (a) gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 20 du signal  $x_1(t)$  après optimisation.

Sur la figure 4.15 (b), on peut voir la phase du filtre obtenu : on notera alors que celle-ci est linéaire dans la bande passante exprimant ainsi un retard  $\tau_{d1}$  constant. La figure 4.16 montre les 21 échantillons  $\tilde{y}(n)$  de la réponse impulsionnelle du filtre synthétisé.

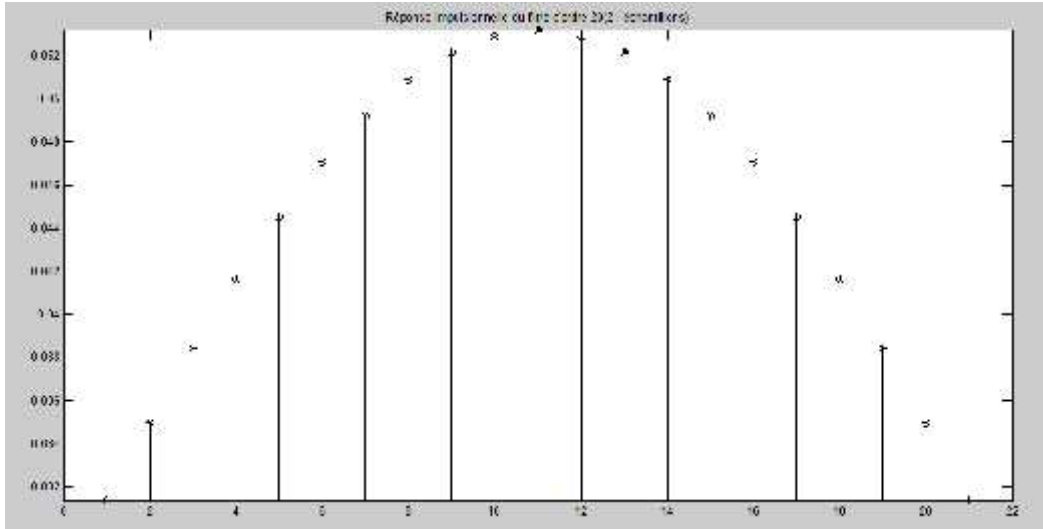


Figure 4.16. Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 20 utilisé avec le signal  $x_1(t)$  après optimisation.

Sur la figure 4.17, est représentés en (a) le signal d'entrée. La figure (b) montre la réponse du filtre. Cette réponse est superposée au signal sinusoïdal de fréquence  $f_1 = 10 \text{ Hz}$  qu'on cherche à extraire du signal d'entrée.

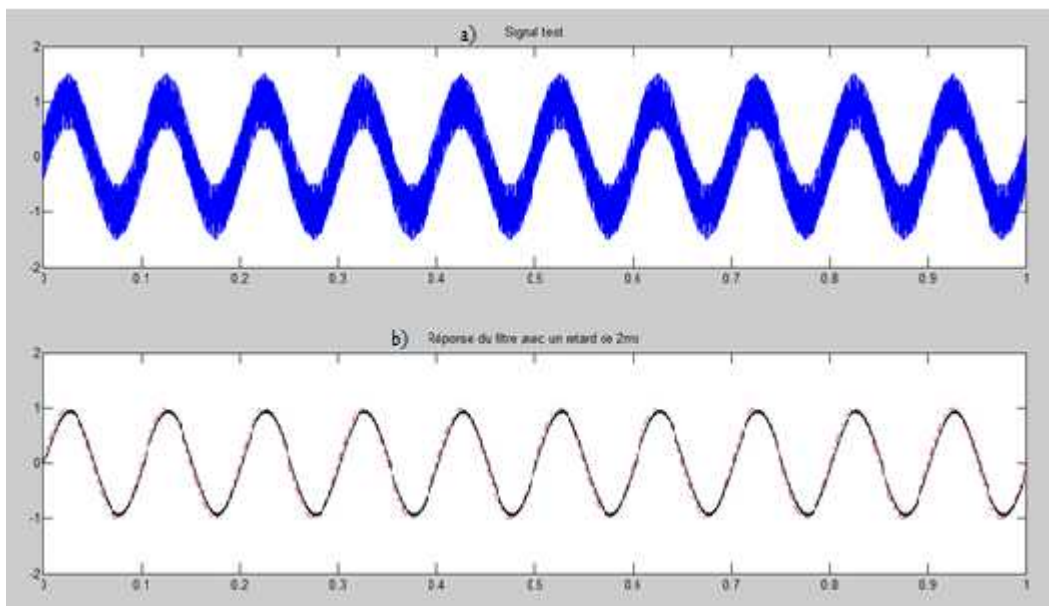


Figure 4.17. Filtre d'ordre 20 (a) signal test et (b) signal filtré avec un retard de 2ms obtenu après optimisation.

(2<sup>ème</sup> cas) Signal d'entrée  $x_2(t) = x_{f_2}(t) + 0.5 * \cos(2\pi f_2 t)$  avec  $x_{f_2}(t) = \sin 2\pi f_1 t + \cos 2\pi 50 t$

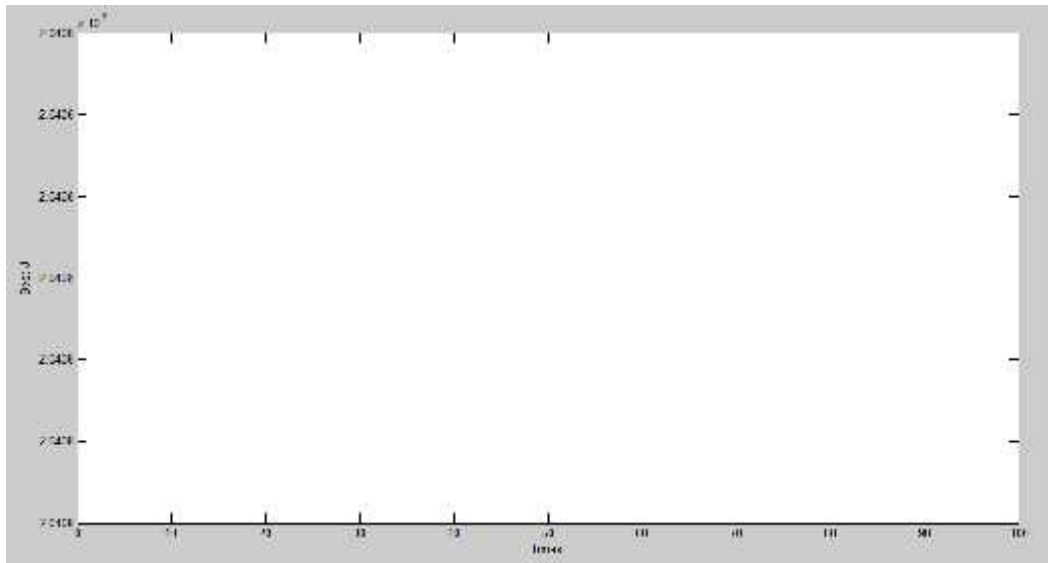


Figure 4.18. Evolution de la fonction objectif (retard) ; cas signal  $x_2(t)$ .

La figure 4.19 (a) nous montre le gain du filtre synthétisé avec des paramètres optimisés et qui est presque superposé au gain du filtre idéal désiré.

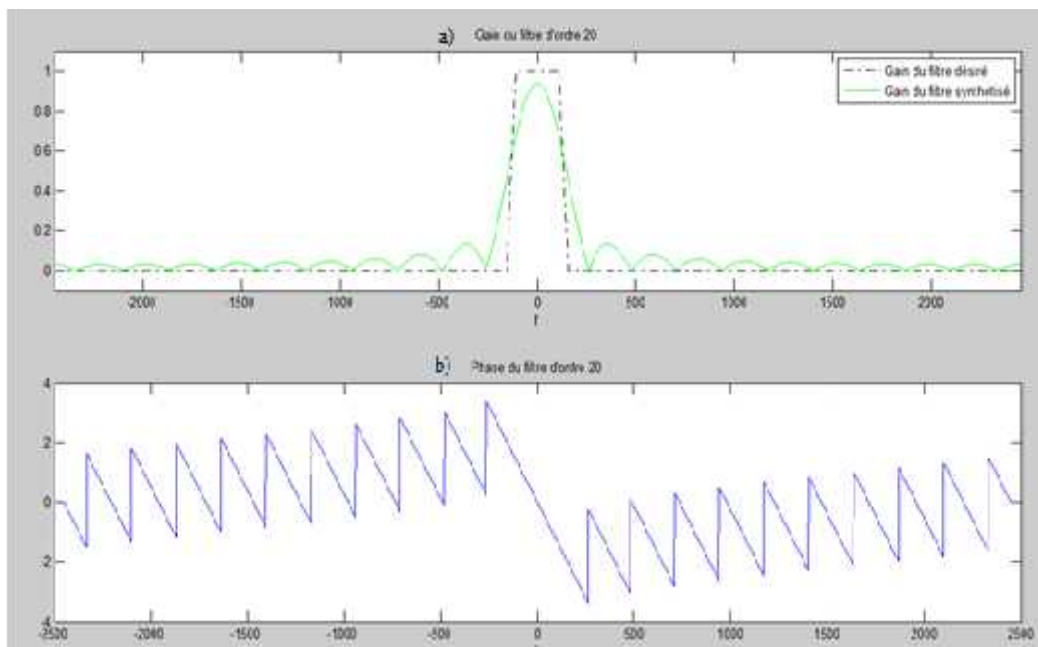
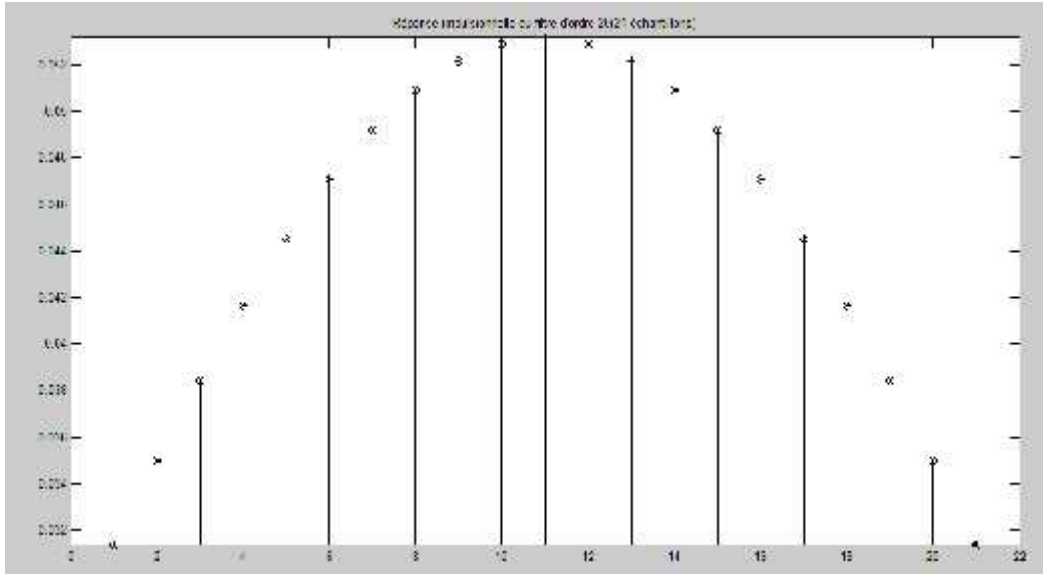


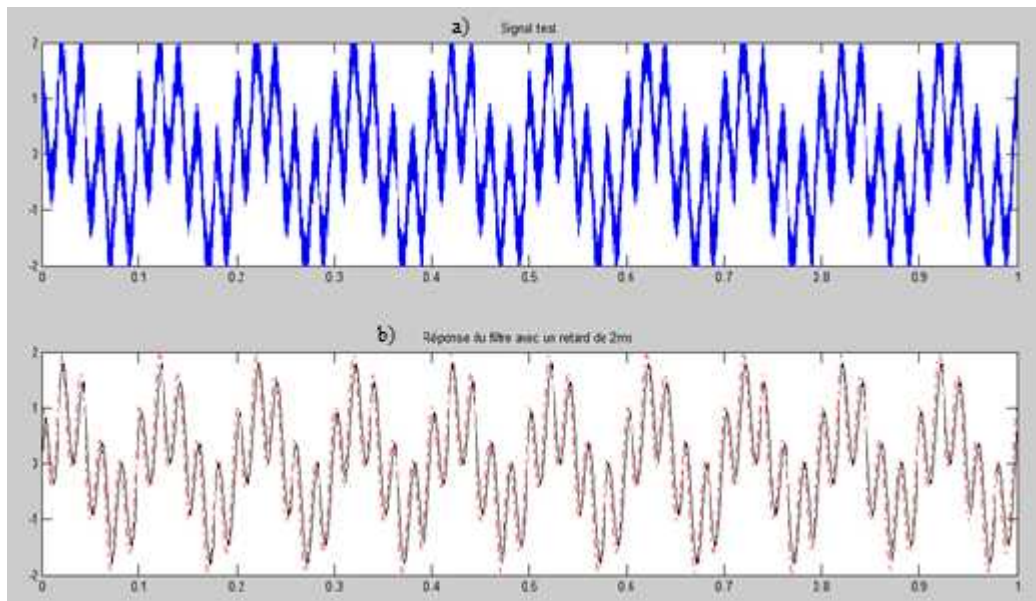
Figure 4.19. (a) gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 20 du signal  $x_2(t)$  optimisé.

Sur la figure 4.19 (b), on peut voir la phase du filtre obtenu : on notera alors que celle-ci est linéaire dans la bande passante exprimant ainsi un retard  $\tau_d$  constant. La figure 4.20 montre les 21 échantillons  $h(n)$  de la réponse impulsionnelle du filtre synthétisé après optimisation.



**Figure 4.20.** Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 20 utilisé avec le signal  $x_2(t)$  après optimisation.

La figure 4.21, représente en (a) le signal d'entrée. La figure 4.21 (b) montre la réponse du filtre. Cette réponse est superposée au signal sinusoïdal de fréquence  $f_2 = 800 \text{ Hz}$  qu'on cherche à extraire du signal d'entrée.



**Figure 4.21.** (a) signal test et (b) signal filtré avec un retard de  $2ms$  obtenu après optimisation.

Nous illustrons dans ce qui suit tous les résultats obtenus pour les deux signaux  $x_3(t)$  et  $x_4(t)$ . Il est à noter que, toutes les remarques et les commentaires présentés pour les deux premiers cas sont valables pour les deux cas suivants malgré presque la non similarité des signaux traités. A cet effet, il n'est pas nécessaire de réécrire ces dernières.

(3<sup>ème</sup> cas) Signal d'entrée  $x_3(t) = x_{f2}(t) + 0.5 * (\sin(.50\pi f_2 t)) + x_1$  avec  $x_{f2}(t) = \sin 2\pi f_1 t + \cos 2\pi 50 t$

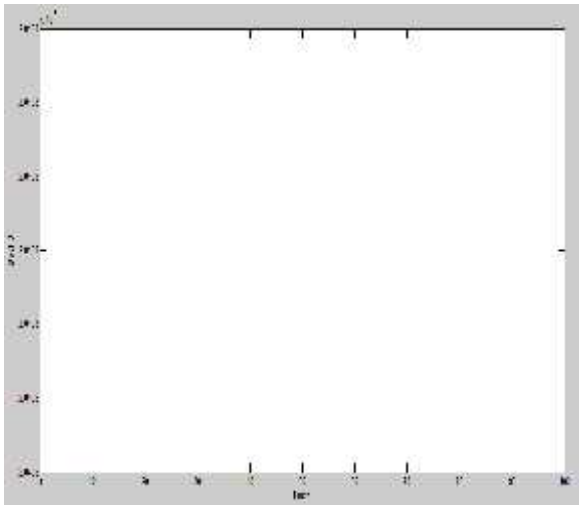


Figure 4.22. Evolution de la fonction objectif (retard), cas  $x_3(t)$ .

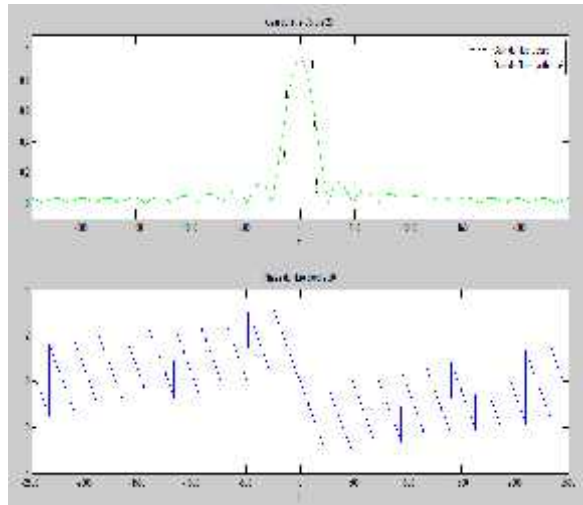


Figure 4.23. (a) Gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 20, cas  $x_3(t)$ .

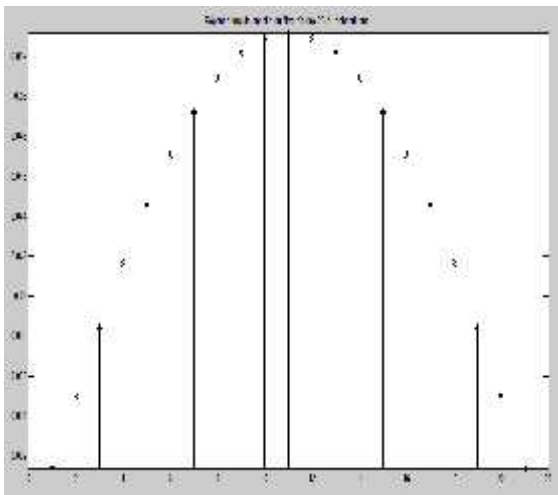


Figure 4.24. Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 20 utilisé pour le signal  $x_3(t)$  après optimisation.

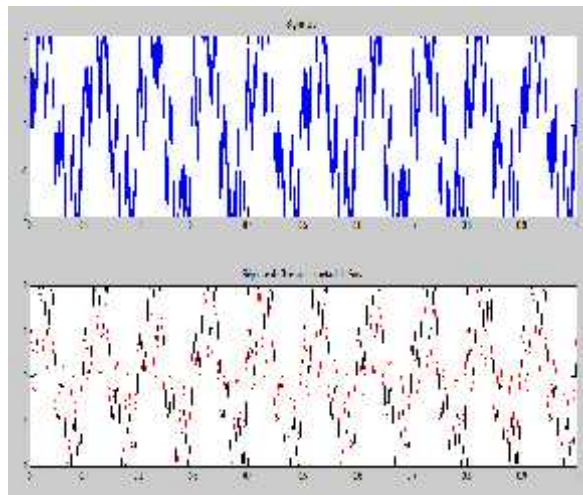


Figure 4.25. Signal test et (b) signal filtré avec un retard de 2ms obtenu après optimisation.

(4<sup>ème</sup> cas) Signal d'entrée  $x_4(t) = \sin 2\pi f_1 t + \cos 2\pi 50 t + x_2(t)$

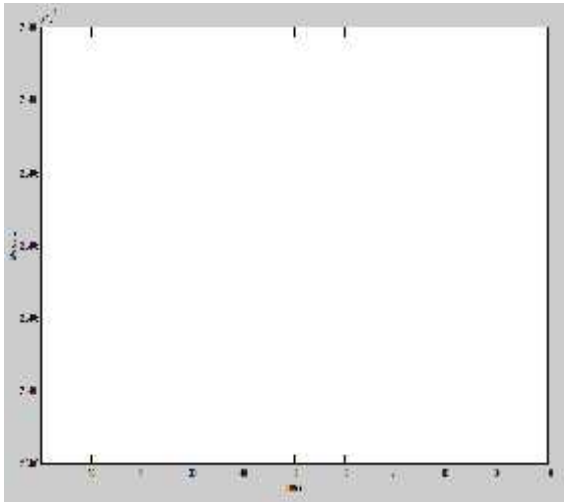


Figure 4.26. Evolution de la fonction objectif (retard), cas  $x_4(t)$ .

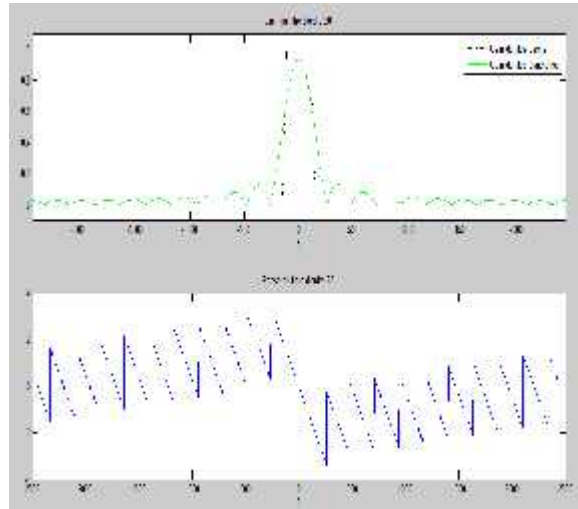


Figure 4.27. (a) Gain et (b) phase (déroulée) du filtre d'ordre 20, cas  $x_4(t)$ .

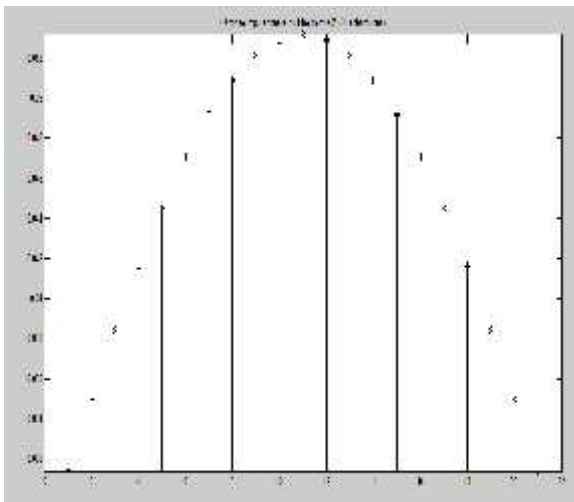


Figure 4.28. Réponse impulsionnelle du filtre d'ordre 20 utilisé pour le signal  $x_4(t)$  après optimisation.

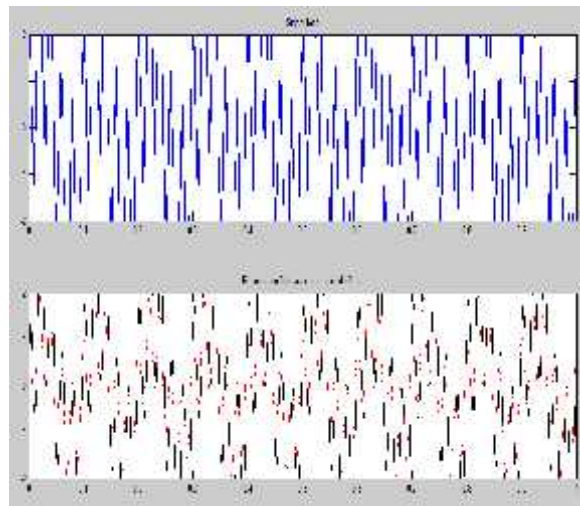


Figure 4.29. Signal test et (b) signal filtré avec un retard de 2ms obtenu après optimisation.

Le tableau ci-dessous illustre les valeurs de tous les paramètres trouvés après optimisation

**Filtre RIF optimisé**

Signaux	Largeur de la bande de transition	Retard	Pente dans la bande de transition
$x_1(t)$	29.3882	0.0020	-0.0237
$x_2(t)$	31.9360	0.0020	-0.0219
$x_3(t)$	32.1854	0.0020	-0.0217
$x_4(t)$	30.6579	0.0020	-0.0228

Tableau 4.3. Paramètres du filtre RIF obtenus après optimisation.

### IV.5. Conclusions

L'ensemble des résultats obtenus soit par méthode basée sur un choix empirique semi-étudié (tâtonnement) soit par optimisation de quelques paramètres du filtre, montrent que la synthèse par méthode classique n'est pas toujours précise (le choix des paramètres) il nécessite la présence d'une expérience préliminaire du concepteur. Aussi, l'emploi d'un algorithme évolutionnaire (comme par exemple les AGs) permet de minimiser énormément le temps de conception et d'atteindre de bons résultats.

# Chapitre V : Synthèse des Filtres Numérique type RII

## V.1. Introduction

Le présent chapitre est similaire dans son contenu au précédent. Il a pour but de présenter les différents résultats obtenus par simulation lors de l'application d'un filtre type RII sur les mêmes quatre signaux utilisés précédemment. De plus, et afin d'atteindre de bon résultats de filtrage nous avons utilisé comme auparavant les AGs pour optimiser quelques paramètres calés (fréquence de coupure et fréquence atténuée) de ce filtre. La méthode présentée, implique l'introduction aussi de quelques proposition (Exemple : choix de la fonction objectif qui est similaire au cas précédent). En effet, comme nous le verrons, la méthode de synthèse présentée à permettre également d'améliorer significativement la qualité du filtrage.

## V.2. Paramètres de conception

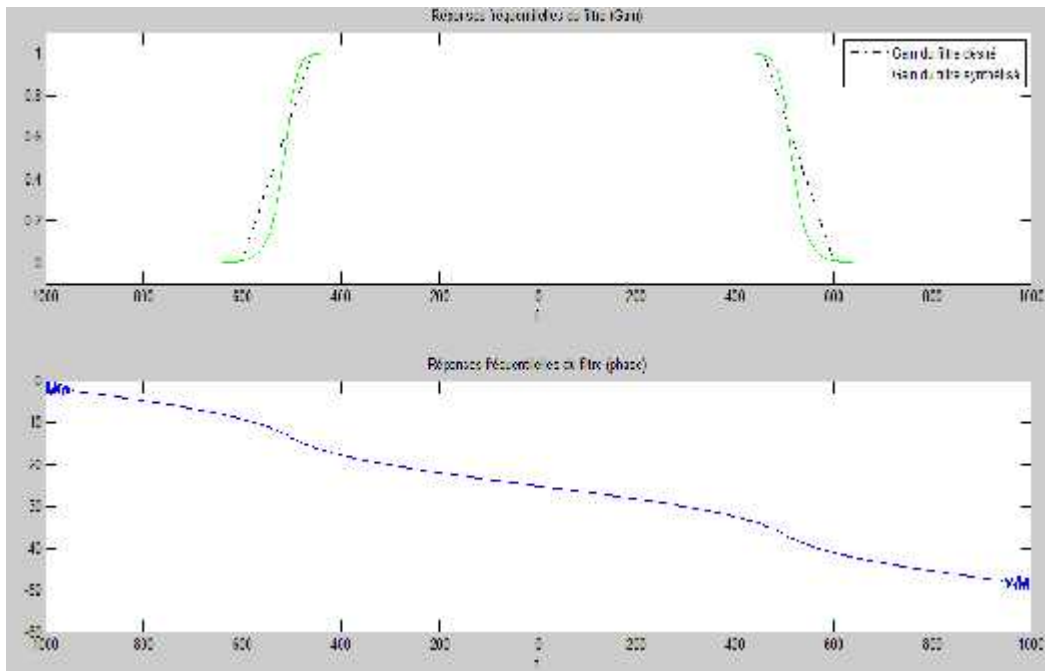
La synthèse de ce filtre est effectuée en utilisant dans un premier temps ; test par tâtonnement- le même jeu de paramètres que dans le cas du filtre RIF. Pour les détails, sur la définition du gabarit et du filtre désiré, on pourra donc se référer à l'introduction de cette section. Cependant, Nous avons choisi de synthétiser un filtre de Butterworth et pour cela, nous utiliserons la fonction Matlab *buttord* dont les paramètres d'entrée sont les fréquences de coupure et atténuées normalisées,  $A_{max}$ (en dB),  $A_{max}$  (en dB). Ainsi, cette fonction a comme sorties, l'ordre  $N$  et la fréquence de coupure  $f_c$  du filtre RII le plus proche du gabarit. En passant ces deux paramètres comme paramètres d'entrée à la fonction *butter* de Matlab, on obtient les tableaux  $A$  et  $B$  des polynômes  $A$  et  $B$  de la fonction de transfert en  $z$  du filtre RII. La fonction *freqz* de Matlab nous permet d'obtenir la réponse fréquentielle du filtre ainsi synthétisé. Le filtrage des signaux tests nous donne les résultats des figures illustrés dans les figures 5.2, 5.3, 5.6, 5.7, 5.10, 5.11et 5.14, 5.15 respectivement. Dans cette section, nous observerons également l'effet de la troncature des coefficients sur les résultats obtenus. De plus, nous montrerons les résultats retirés de l'application de l'algorithme GA dans l'optimisation des fréquences de coupures et atténuées relatives au filtre synthétisé.

## V.3. Résultats de filtrage obtenus par tâtonnement

Dans ce qui suit nous présentons les résultats obtenus après un ensemble d'essais tâtonnés. Pour le signal d'entrée.

(1<sup>er</sup> cas)  $x_1(t) = x_{f1}(t) + 0.5 * \sin(2\pi f_2 t)$  avec  $x_{f1}(t) = \sin 2\pi f_1 t$

On peut constater dans le tableau 5.1, que l'ordre du filtre de Butterworth le plus proche du gabarit est égal à 15. La figure 5.1 présente le gain et la phase du filtre obtenu. Sur la figure 5.1 (a) le gain du filtre synthétisé est superposé au gain du filtre idéal désiré : on peut ainsi noter que le filtre répond bien au gabarit.



**Figure.5.1.** Réponses fréquentielle du filtre gain et phase pour le signal, cas  $x_1(t)$ .

Comme dans le cas du filtre RIF, on obtient une réponse du filtre conforme au résultat attendu à l'exception d'un retard dû à la phase du filtre.

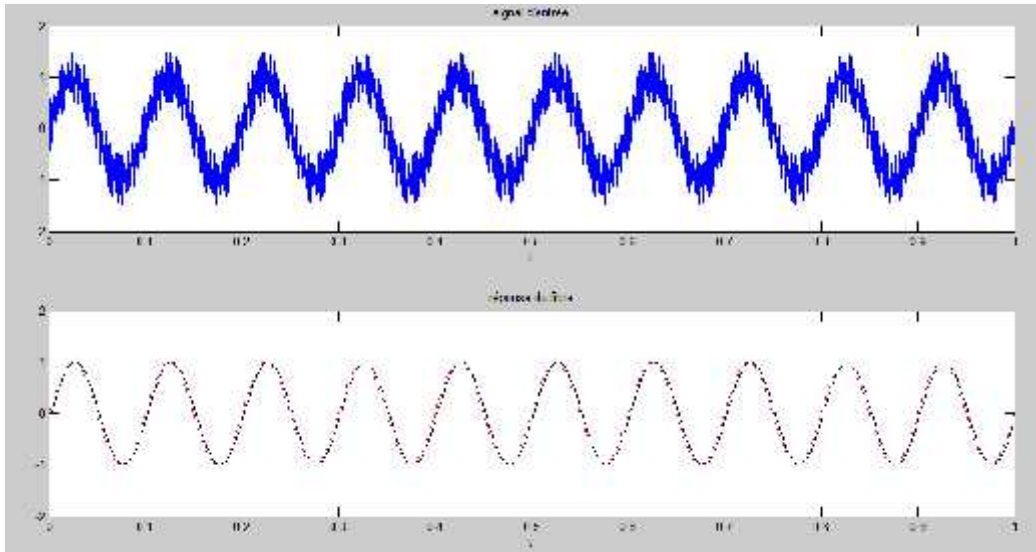


Figure.5.2. Signal d'entrée et réponse du filtre, cas  $x_1 \ t$ .

**a.1. Effet de la troncature des coefficients**

La figure 5.3 présente les pôles et les zéros du filtre engendré. La localisation des pôles d'un système influe sur sa stabilité. Sur la figure 5.3 (a) on voit que les pôles du filtre sont à l'intérieur du cercle unité ; cela indique que le filtre est stable.

**Coefficients en pleine résolution MATLAB (à  $10^{-9}$  près)**

<b>B</b>	$1.7295 \times 10^{-4}$	$2.5942 \times 10^{-3}$	$1.8159 \times 10^{-2}$	$7.8690 \times 10^{-2}$	$2.3607 \times 10^{-1}$	$5.1935 \times 10^{-1}$
	$8.6559 \times 10^{-1}$	$1.1129 \times 10^{+0}$	$1.1129 \times 10^{+0}$	$8.6559 \times 10^{-1}$	$5.1935 \times 10^{-1}$	$2.3607 \times 10^{-1}$
	$7.8690 \times 10^{-2}$	$1.8159 \times 10^{-2}$	$2.5942 \times 10^{-3}$	$1.7295 \times 10^{-4}$		
<b>A</b>	$1.0000 \times 10^{+0}$	$1.1867 \times 10^{-1}$	$2.0383 \times 10^{+0}$	$2.0235 \times 10^{-1}$	$1.5235 \times 10^{+0}$	$1.2348 \times 10^{-1}$
	$5.2746 \times 10^{-1}$	$3.3740 \times 10^{-2}$	$8.8177 \times 10^{-2}$	$4.2316 \times 10^{-3}$	$6.7560 \times 10^{-3}$	$2.2339 \times 10^{-4}$
	$7.0148 \times 10^{-4}$	$3.8566 \times 10^{-6}$	$1.5138 \times 10^{-6}$	$9.3225 \times 10^{-9}$		
<b>Coefficients tronqués à <math>10^{-1}</math> près par excès</b>						
<b>B1</b>	0.1	0.1	0.1	0.1	0.3	0.6
	0.9	1.2	1.2	0.9	0.6	0.3
	0.10	0.10	0.10	0.10		
<b>A1</b>	1.0	0.2	2.1	0.3	1.6	0.2
	0.6	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
	0.10	0.10	0.10	0.10		

**Tableau 5.1** Filtre RII ordre 15 (A, B) coefficients en pleine résolution et (A1, B1) coefficients tronqués à  $10^{-1}$ .

Le tableau 5.1 donne les coefficients A et B du filtre en « pleine » résolution à  $10^{-9}$  près et ceux A1 et B1 tronqués à  $10^{-1}$  près par excès. En tronquant les coefficients de ce filtre pour passer de la précision  $10^{-9}$  à  $10^{-1}$ , on obtient la figure 5.3 (b) qui montre deux pôles à l'extérieur du cercle unité : cela suffit pour que le filtre soit

instable comme on peut le voir sur la réponse représentée sur la figure 5.4. Cette instabilité apparaît sur la figure 5.4 (a) qui montre un gain qui est à un comportement discordant par rapport au gabarit souhaité. Il est à noter que les quatre cas ont les mêmes tableaux (coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $AI$  et  $BI$ ) puisque ils sont traités avec le même filtre RII (paramètres fixés).

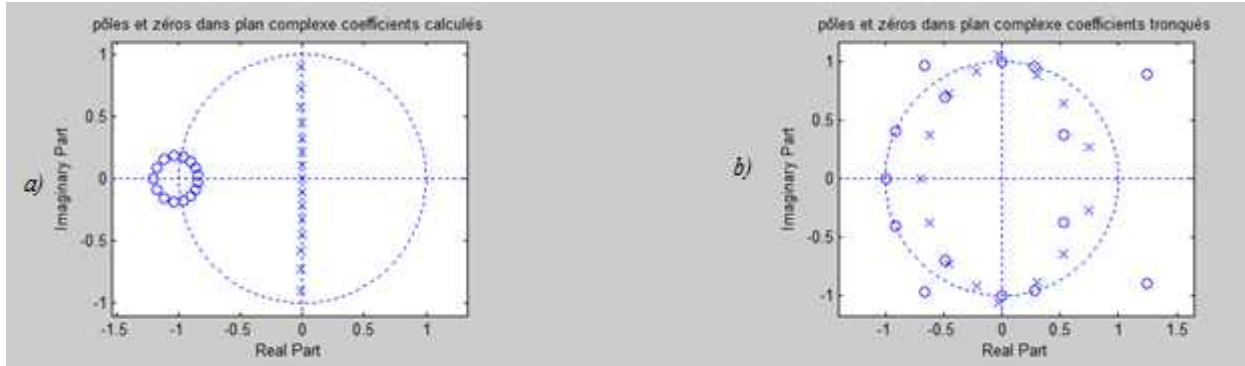


Figure.5.3. Pôles et zéros dans le plan complexe : (a) coefficients calculés et (b) coefficients tronqués, cas  $x_1 t$ .

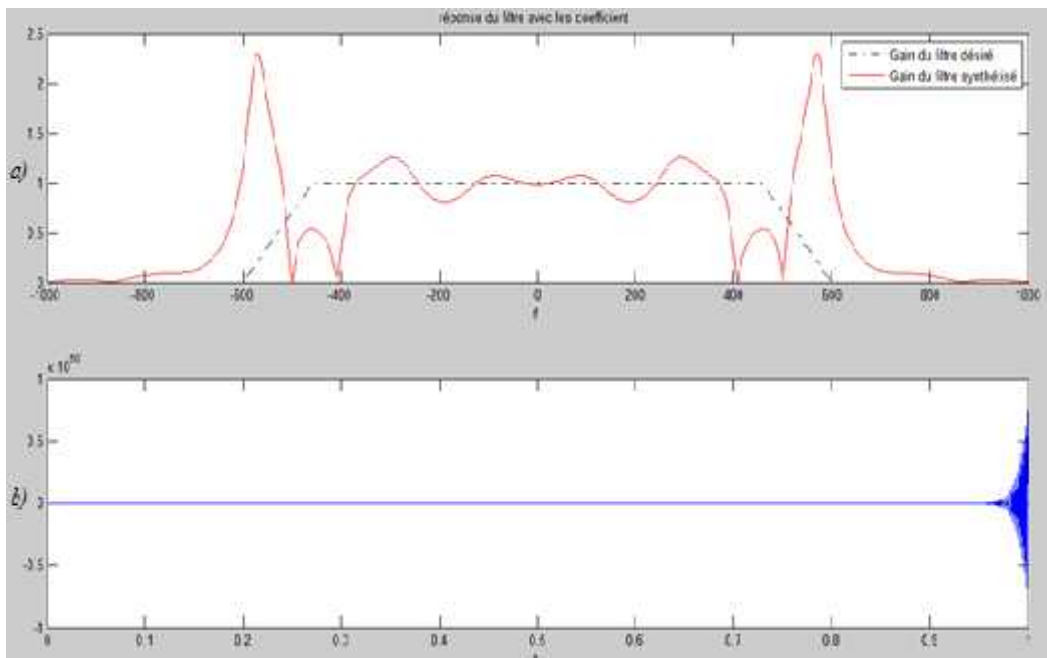


Figure.5.4. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués à  $10^{-1}$ , cas  $x_1 t$ .

(2<sup>ème</sup> cas) Signal d'entrée  $x_2 t = x_{f_2}(t) + 0.5 * \cos(2\pi f_2 t)$  avec  $x_{f_2} t = \sin 2\pi f_1 t + \cos 2\pi 50 t$

On peut maintenir les paramètres du filtre de Butterworth pour les trois signaux restants tant que ce dernier répond bien au gabarit ainsi le gain du filtre synthétisé est superposé au gain du filtre idéal désiré.

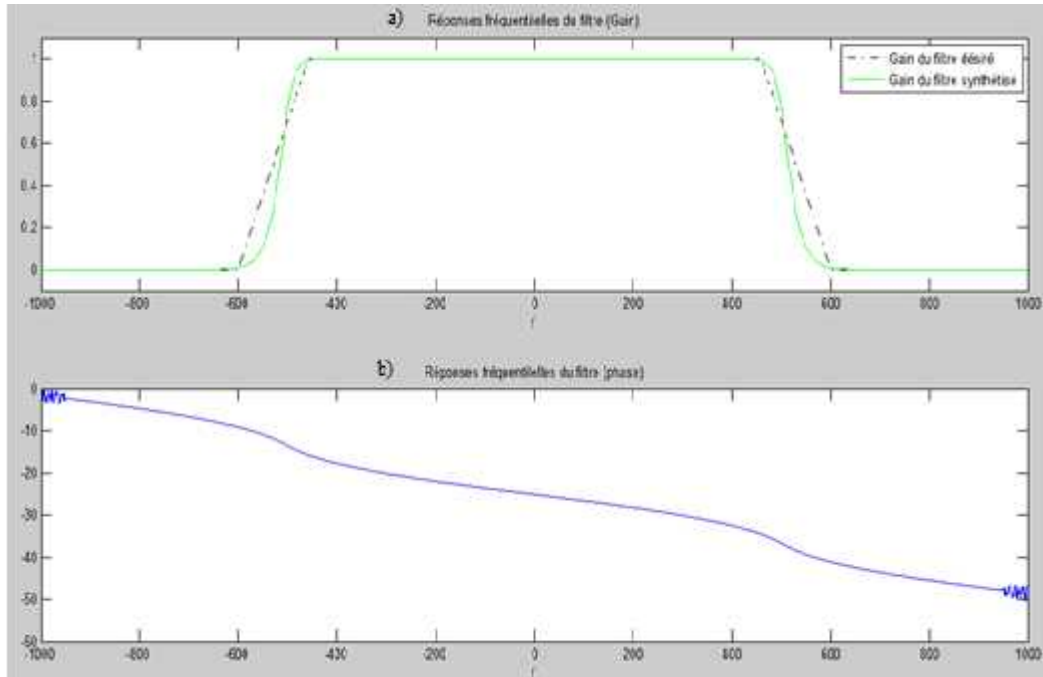


Figure.5.5. Réponses fréquentielle du filtre gain et phase, cas  $x_2 t$ .

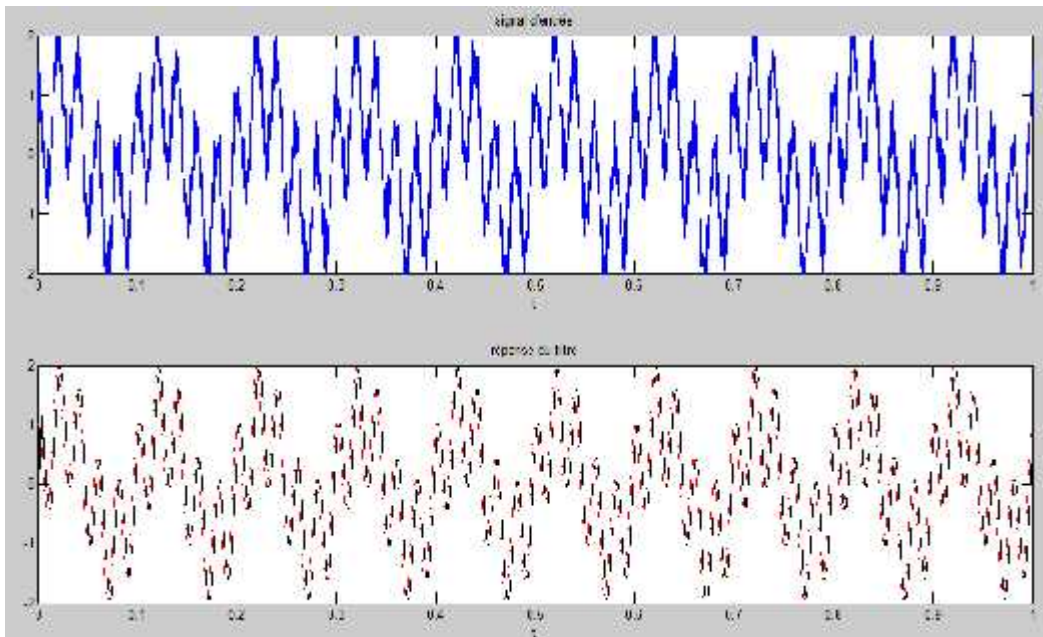


Figure.5.6. Signal d'entrée et réponse du filtre, cas  $x_2 t$ .

### a.2. Effet de la troncature des coefficients

Les commentaires sur l'effet sont les mêmes que ceux présentés dans le 1<sup>er</sup> cas.

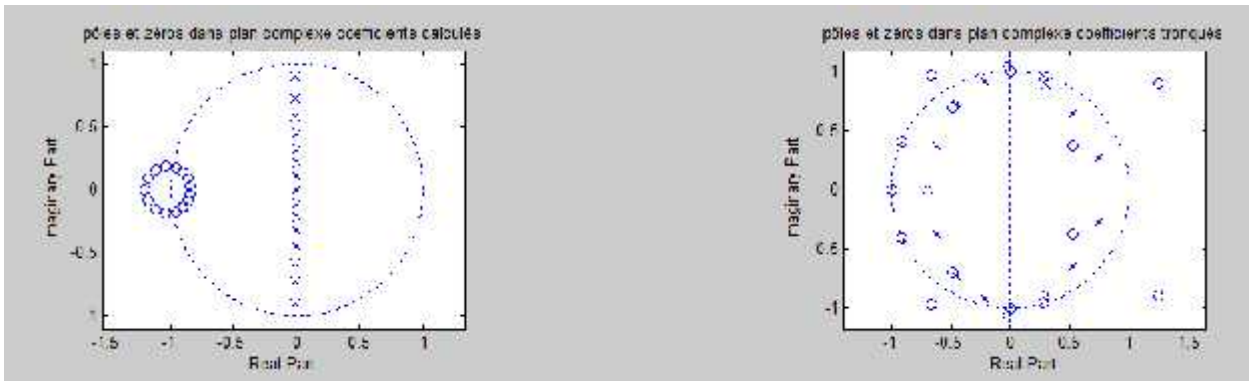


Figure.5.7. Pôles et zéros dans le plan complexe : (a) coefficients calculés et (b) coefficients tronqués, cas  $x_2 t$ .

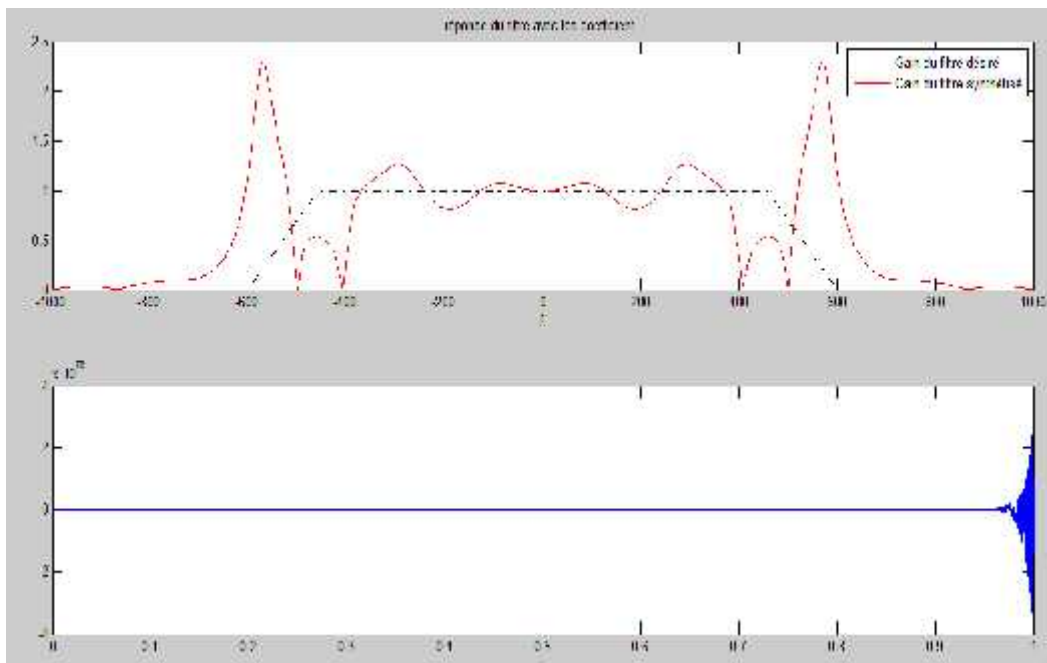


Figure.5.8. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués, cas  $x_2 t$ .

(3<sup>ème</sup> cas) Signal d'entrée  $x_3 t = x_{f_2}(t) + 0.5 * (\sin(.50\pi f_2 t)) + x_1$  avec  $x_{f_2}(t) = \sin 2\pi f_1 t + \cos 2\pi 50 t$

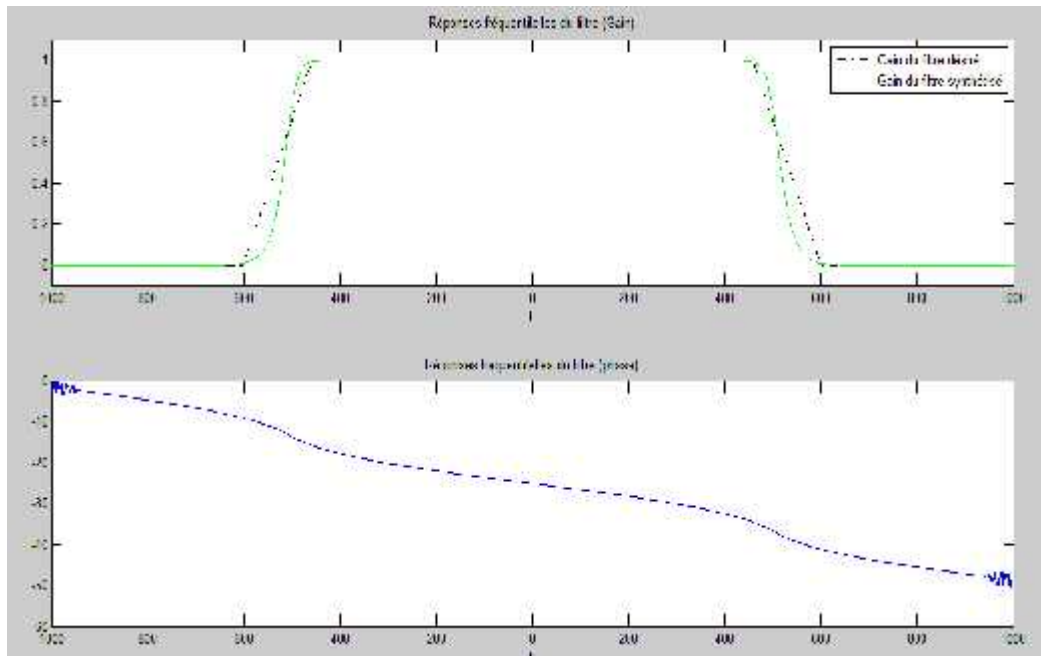


Figure.5.9. Réponses fréquentielle du filtre gain et phase, cas  $x_3 t$ .

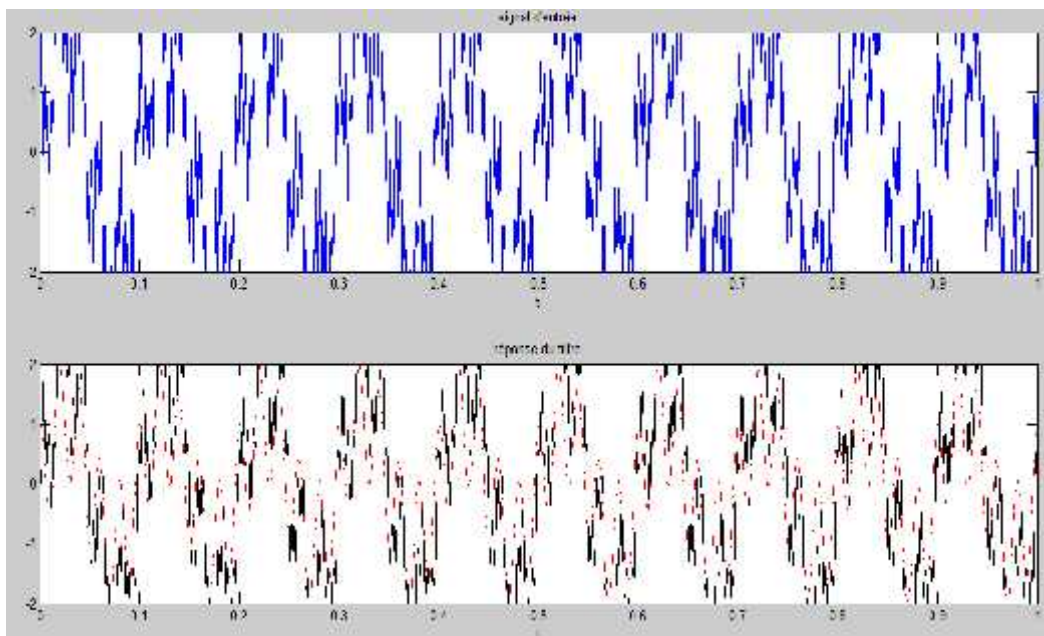


Figure.5.10. Signal d'entrée et réponse du filtre, cas  $x_3 t$ .

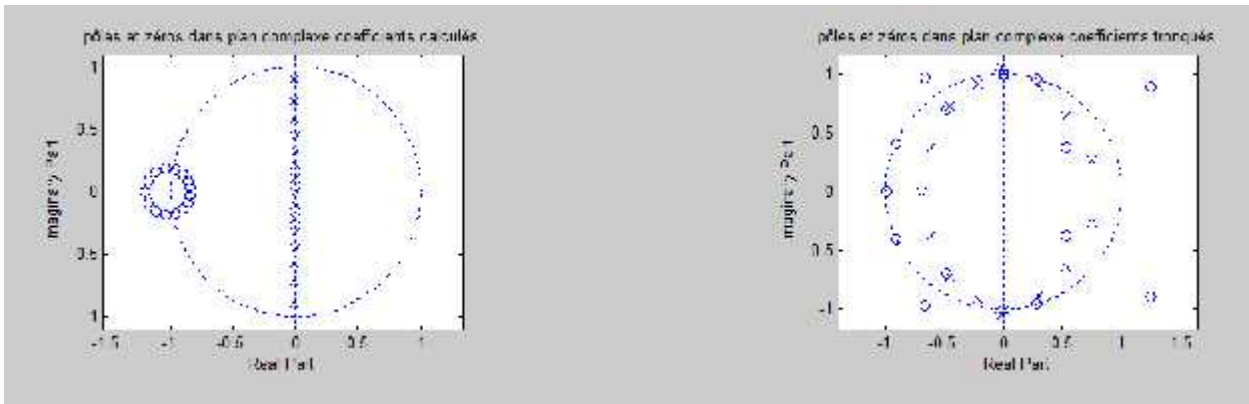


Figure.5.11. Pôles et zéros dans le plan complexe : (a) coefficients calculés et (b) coefficients tronqués, cas  $x_3 t$ .

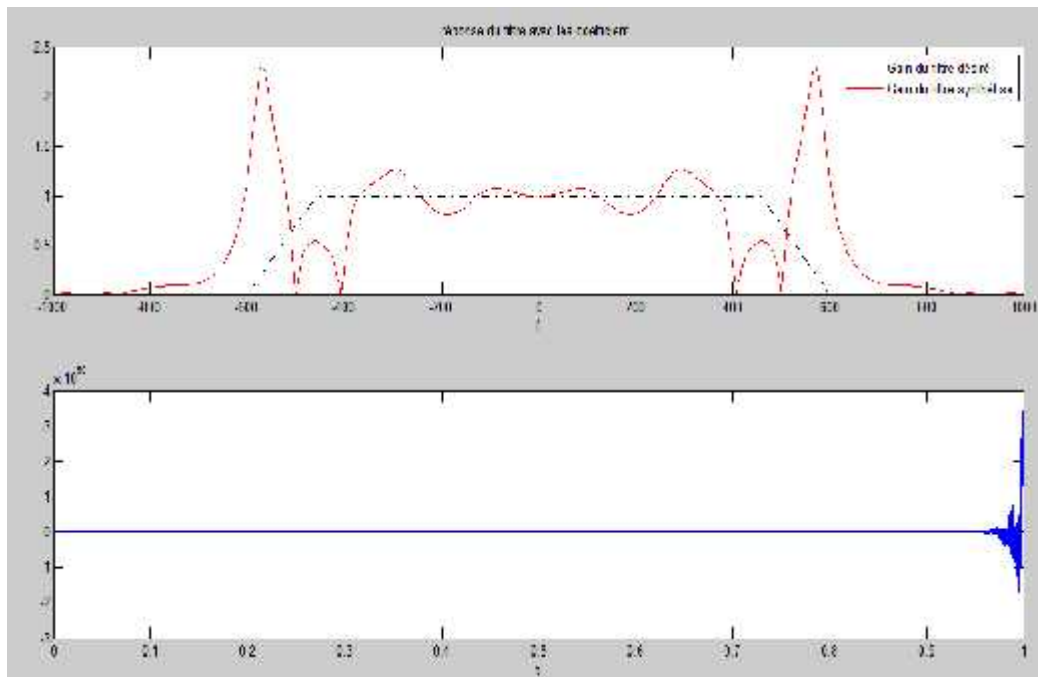


Figure.5.12. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués, cas  $x_3 t$ .

(4<sup>ème</sup> cas) Signal d'entrée  $x_4 t = \sin 2\pi f_1 t + \cos 2\pi 50 t + x_2 t$

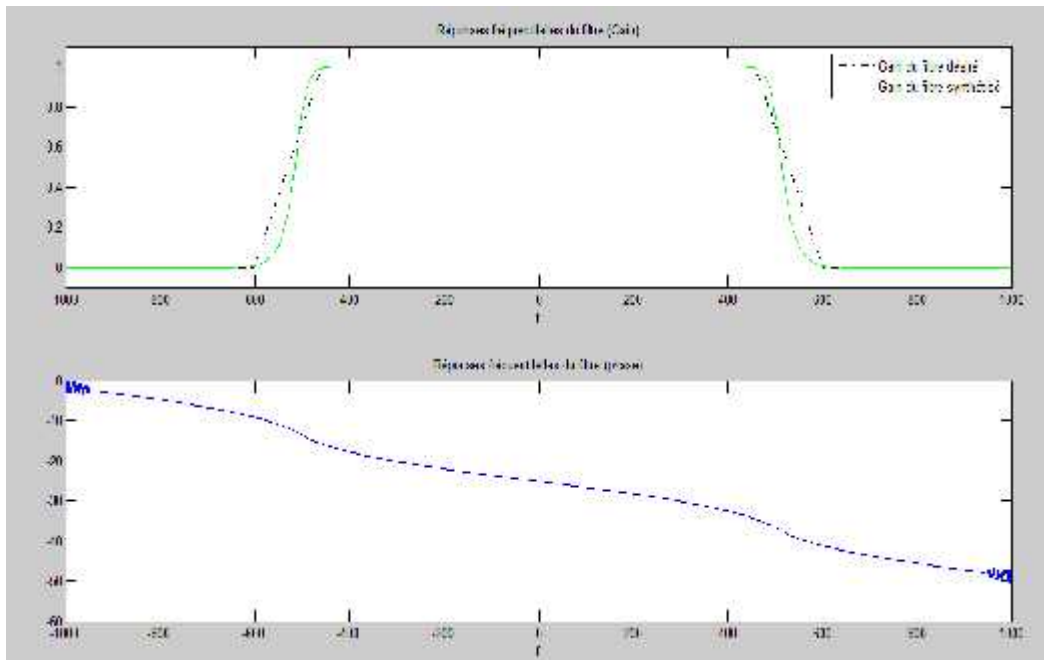


Figure.5.13. Réponses fréquentielle du filtre gain et phase, cas  $x_4 t$  .

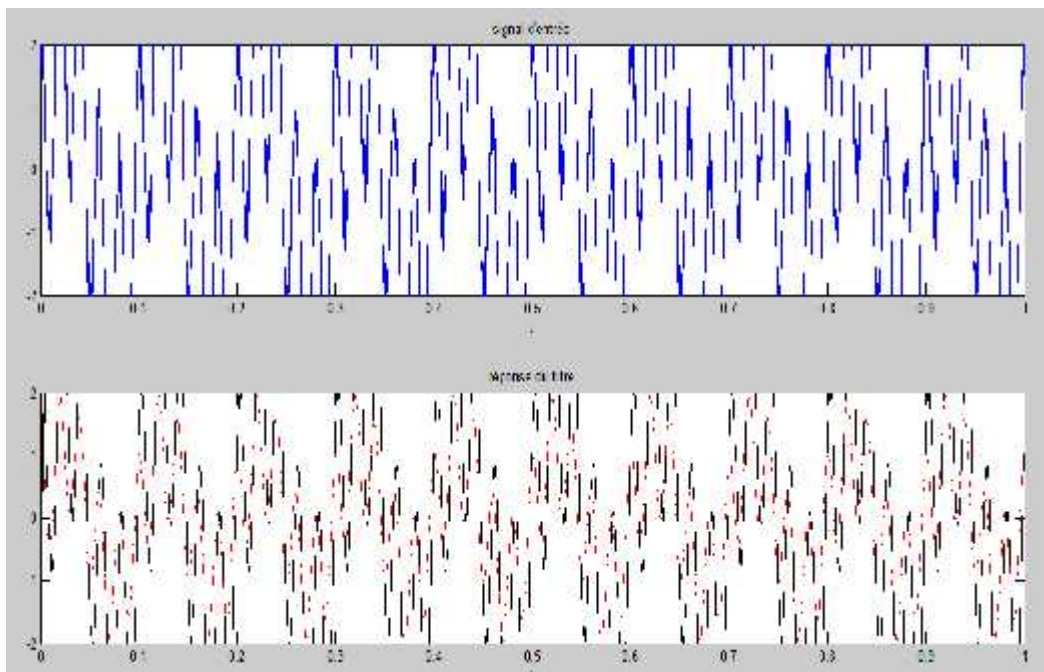


Figure.5.14. Signal d'entrée et réponse du filtre, cas  $x_4 t$  .

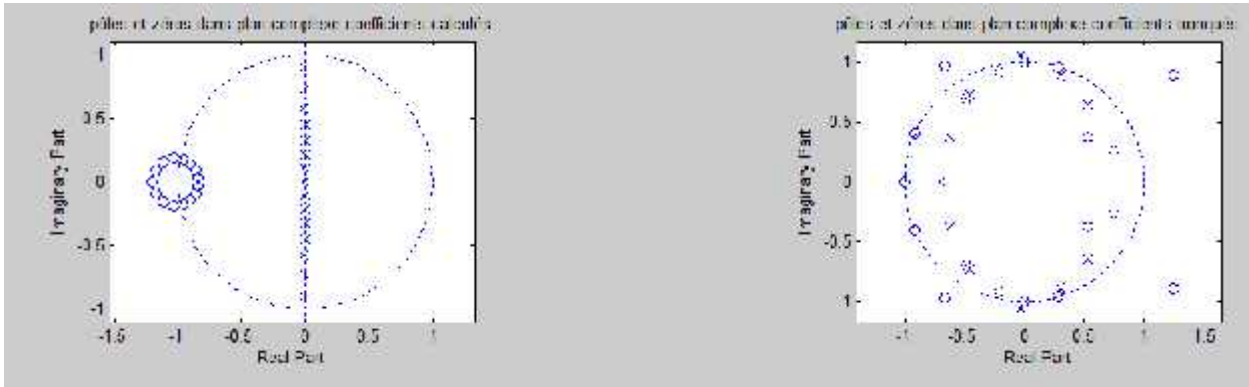


Figure.5.15. Pôles et zéros dans le plan complexe : (a) coefficients calculés et (b) coefficients tronqués, cas  $x_4(t)$ .

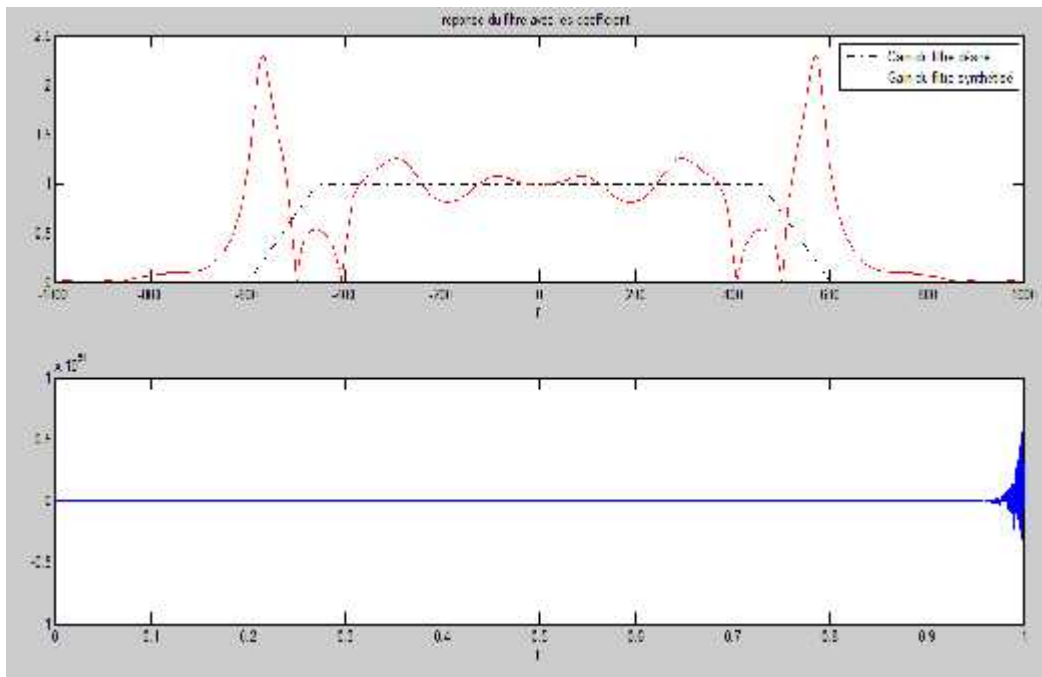


Figure.5.16. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués, cas  $x_4(t)$ .

**Filtre RII**

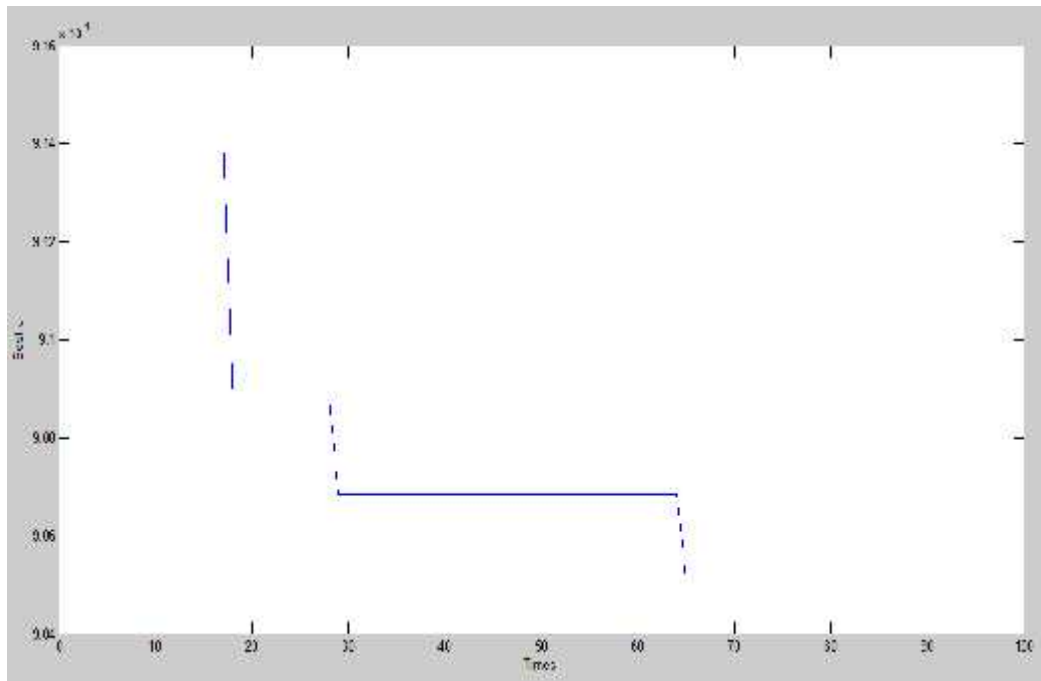
Signaux	Largeur de la bande de transition	Retard	Pente dans la bande de transition
$x_1(t)$	100	0.0025	-0.0070
$x_2(t)$	100	0.0025	-0.0070
$x_3(t)$	100	0.0025	-0.0070
$x_4(t)$	100	0.0025	-0.0070

Tableau.5.2. Paramètres du filtre RII obtenus après l'ensemble des essais (tâtonnement).

**V.4. Synthèse du filtre RII par l'utilisation d'un algorithme génétique**

Comme dans le cas du filtre RIF, nous présentons dans ce qui suit les résultats obtenus après optimisation de quelques paramètres du filtre RII. Il est à noter que les paramètres du filtre RII recherchés par l'algorithme GA, sont comme auparavant la fréquence de coupure  $f_c$  et la fréquence atténuée  $f_a$ . En effet, la recherche de ces derniers est effectuée dans des intervalles spécifiques qui sont respectivement ; pour  $f_c = [450; 500]$  et pour  $f_a = [700; 750]$ . De plus, afin de quantifier la qualité du filtrage, nous avons considéré une autre fois le retard  $\tau_d$  calculé comme une fonction objectif  $Fobj$ . Tous les résultats obtenus pour chaque cas traité (les quatre signaux), comprend aussi l'évolution de la fonction objectif  $Fobj$  au cours des itérations en utilisant cette approche sont illustrés dans toutes les figures citées ci-dessous.

(1<sup>er</sup> cas)  $x_1(t) = x_{f_1}(t) + 0.5 * \sin(2\pi f_2 t)$  avec  $x_{f_1}(t) = \sin 2\pi f_1 t$



**Figure.5.17.** Evolution de la fonction objectif (retard) ; cas  $x_1(t)$ .

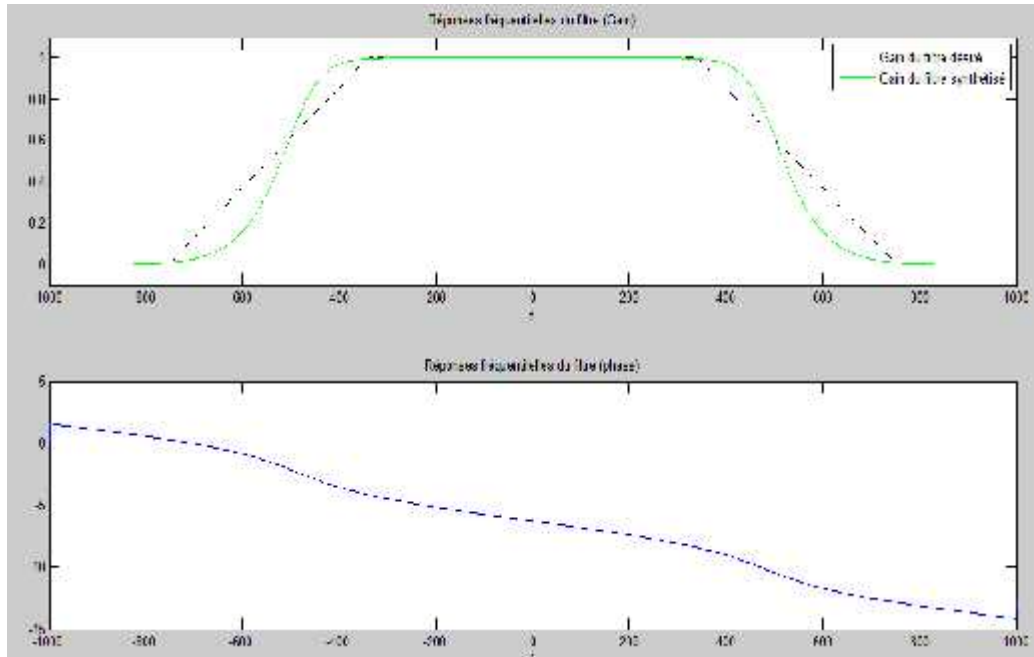


Figure.5.18. Réponses fréquentielle du filtre après optimisation, (a) gain et (b) phase, cas  $x_1 t$  .

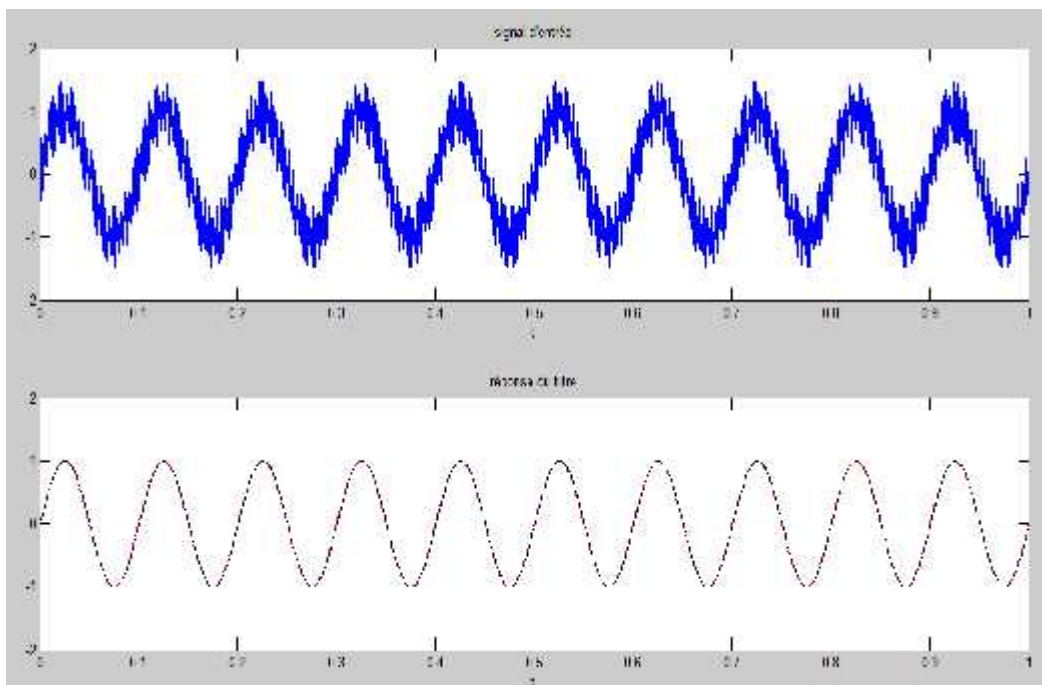


Figure.5.19. Signal d'entrée et réponse du filtre après optimisation, cas  $x_1 t$  .

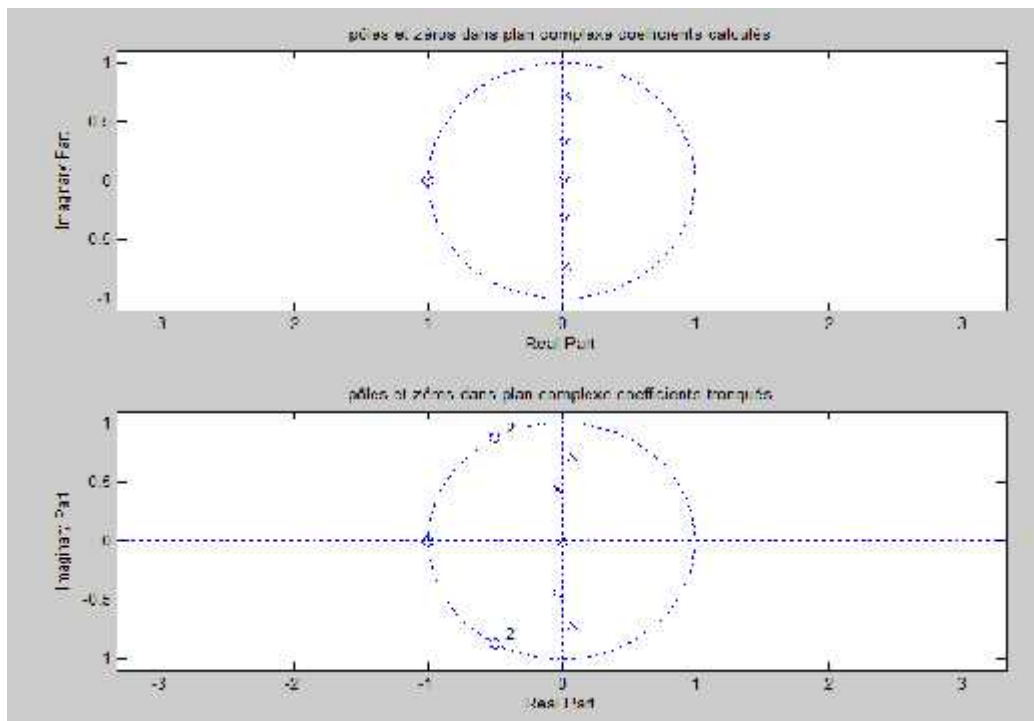
**a. Effet de la troncature des coefficients**

La figure 5.20 présente les pôles et les zéros du filtre engendré. La localisation des pôles d'un système influe sur sa stabilité. Sur la figure 5.20 (a) on voit que les pôles du filtre sont à l'intérieur du cercle unité ; cela indique alors que le filtre est stable.

Coefficients en pleine résolution MATLAB						
<b>B</b>	$4,6984 \times 10^{-2}$	$2,3492 \times 10^{-1}$	$4,6984 \times 10^{-1}$	$4,6984 \times 10^{-1}$	$2,3492 \times 10^{-1}$	$4,6984 \times 10^{-2}$
<b>A</b>	1	$-1,4383 \times 10^{-1}$	$6,4067 \times 10^{-1}$	$-4,8892 \times 10^{-2}$	$5,6829 \times 10^{-2}$	$-1,2864 \times 10^{-3}$
Coefficients tronqués						
<b>B1</b>	0,1	0,3	0,5	0,5	0,3	0,1
<b>A1</b>	1	-0,1	0,7	0	0,1	0

**Tableau 5.3.** Filtre RII d'ordre 5 (A, B) coefficients en pleine résolution et (A1, B1) coefficients tronqués.

En tronquant les coefficients de ce filtre pour passer de la précision  $10^{-3}$  à  $10^{-1}$ , on obtient la figure 5. 20 (b) qui montre que les pôles à l'intérieur du cercle unité : cela suffit pour que le filtre soit stable comme on peut le voir sur la réponse représentée sur la figure 5.21.



**Figure.5.20.** Pôles et zéros dans le plan complexe : (a) coefficients calculés et (b) coefficients tronqués, obtenus après optimisation, cas  $x_1 t$ .

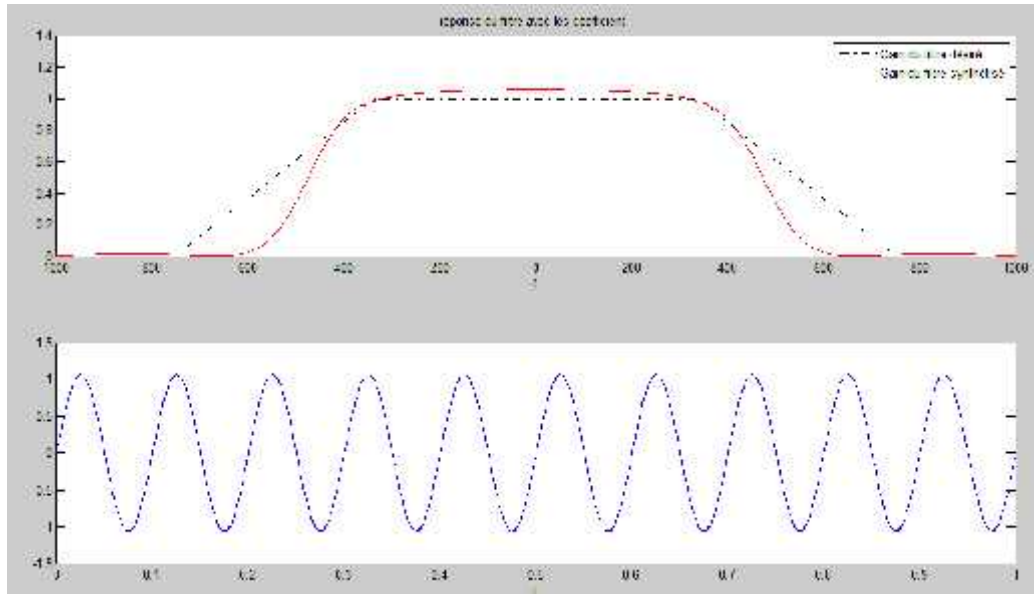


Figure.5.21. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués, cas  $x_1 t$ .

(2<sup>ème</sup> cas) Signal d'entrée  $x_2 t = x_{f_2}(t) + 0.5 * \cos(2\pi f_2 t)$  avec  $x_{f_2}(t) = \sin 2\pi f_1 t + \cos 2\pi 50 t$

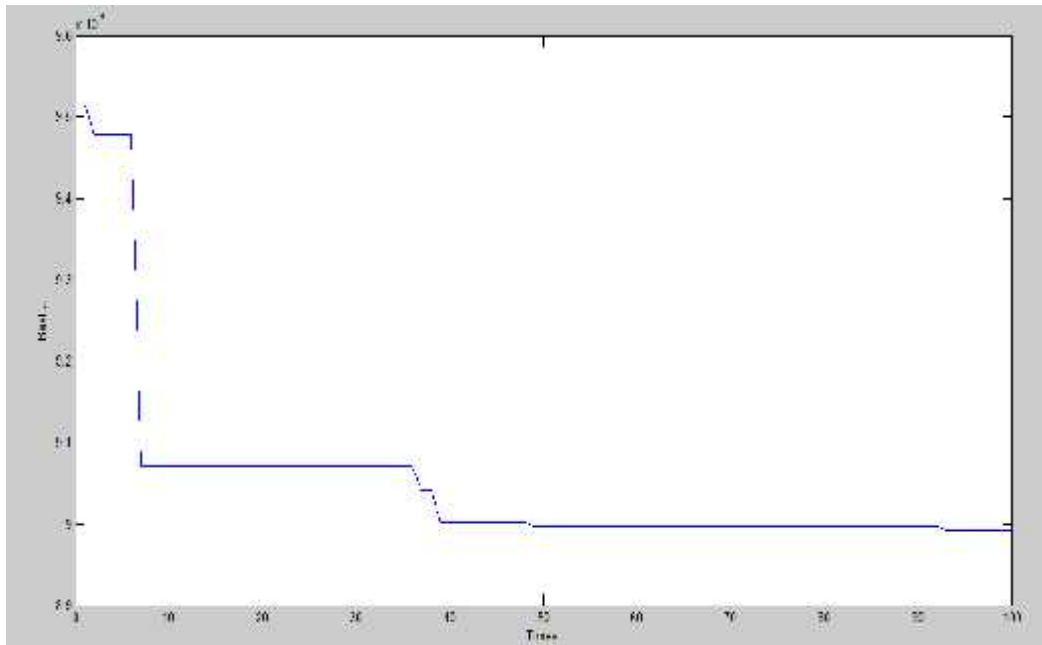


Figure.5.22. Evolution de la fonction objective (retard), cas  $x_2 t$ .

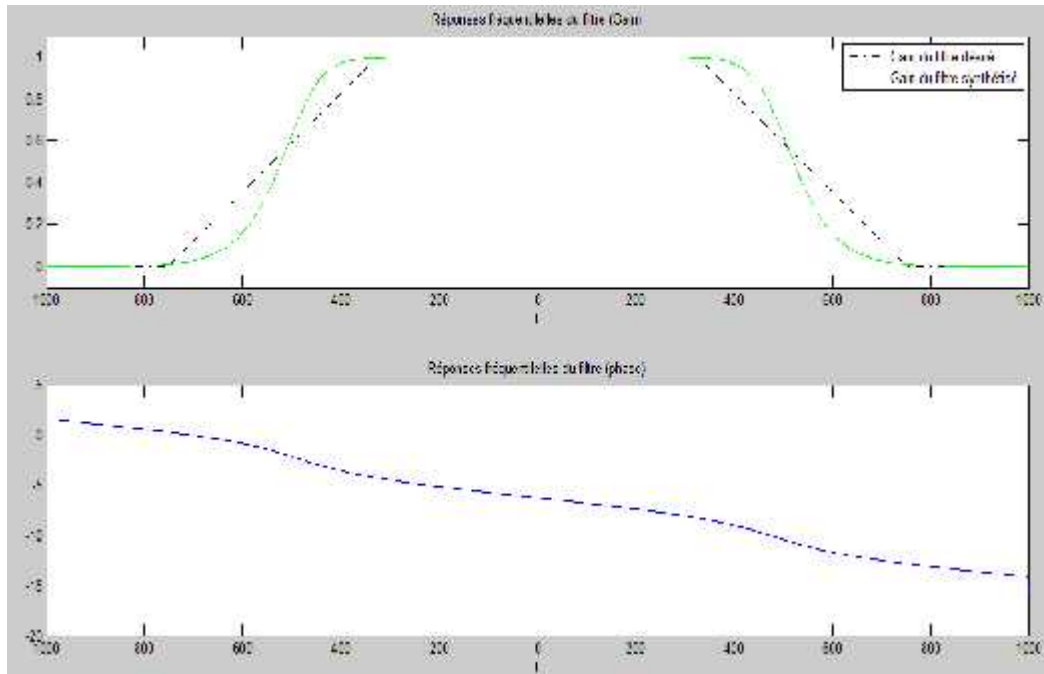


Figure.5.23. Réponses fréquentielle du filtre gain et phase après optimisation, cas  $x_2 t$  .

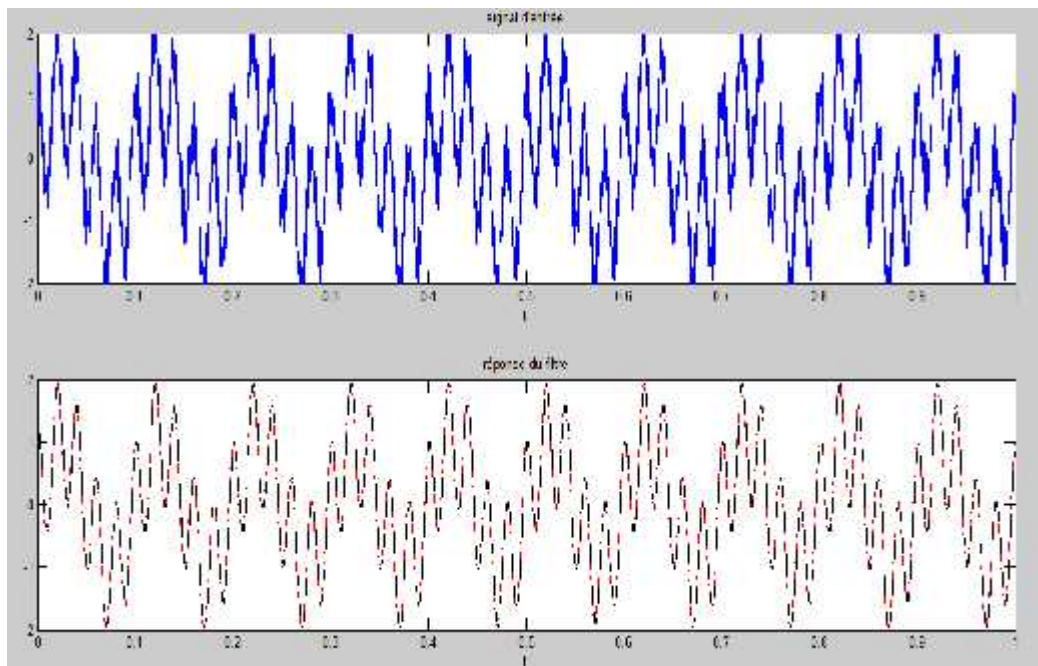


Figure.5.24. Signal d'entrée et réponse du filtre après optimisation, cas  $x_2 t$  .

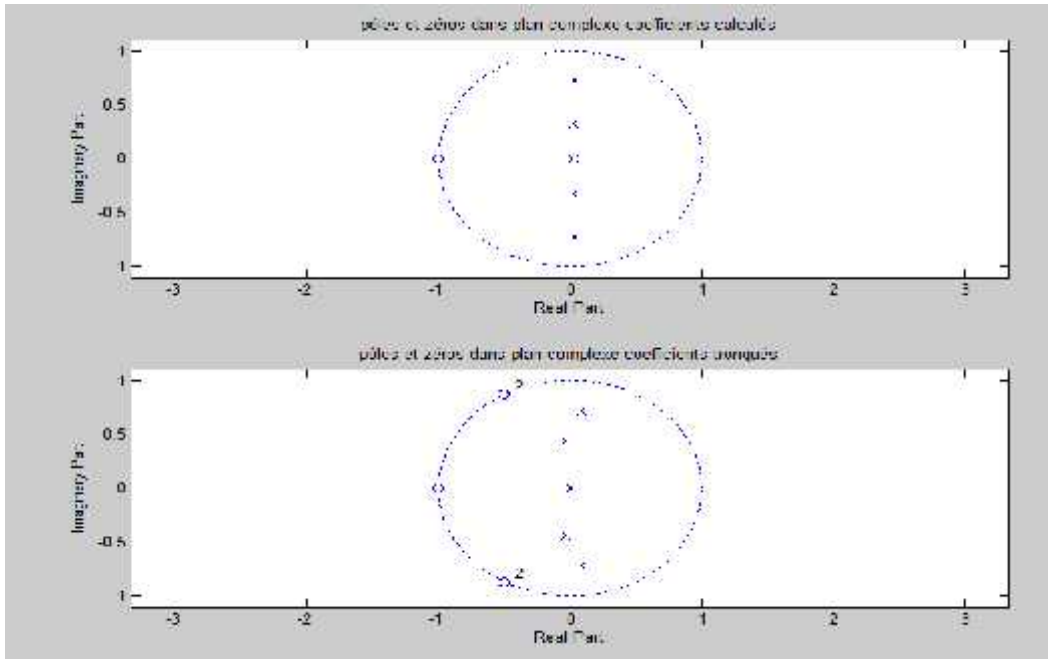


Figure.5.25. Pôles et zéros dans le plan complexe : coefficients calculés et coefficients tronqués signal, cas  $x_2 t$ .

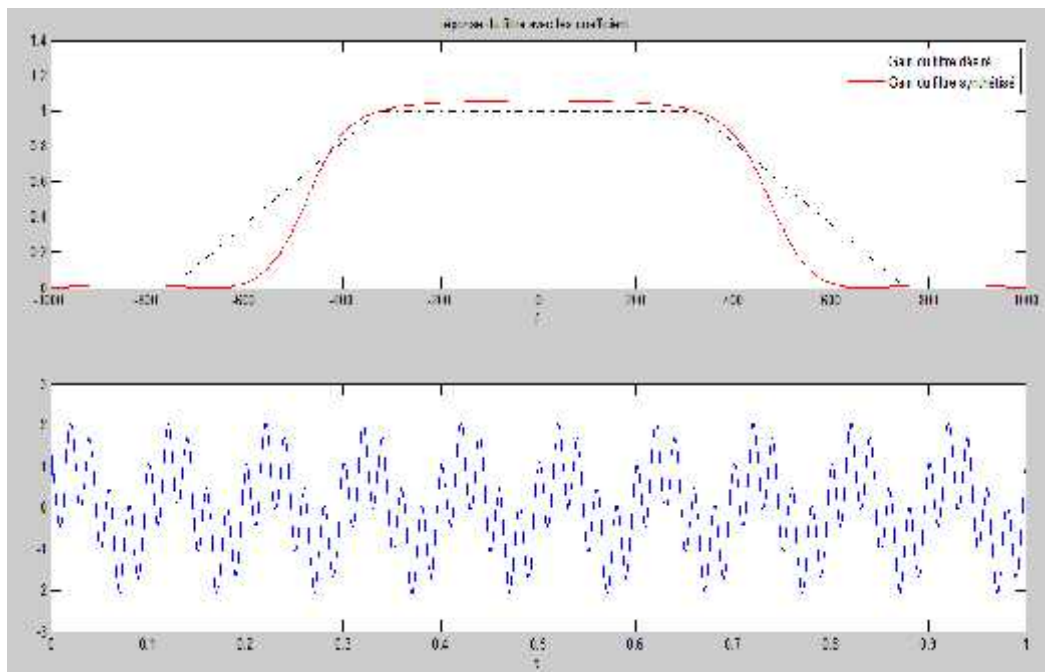


Figure.5.26. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués signal, cas  $x_2 t$ .

(3<sup>ème</sup> cas) Signal d'entrée  $x_3(t) = x_{f_2}(t) + 0.5 * (\sin(.50\pi f_2 t)) + x_1$  avec  $x_{f_2}(t) = \sin 2\pi f_1 t + \cos 2\pi 50t$

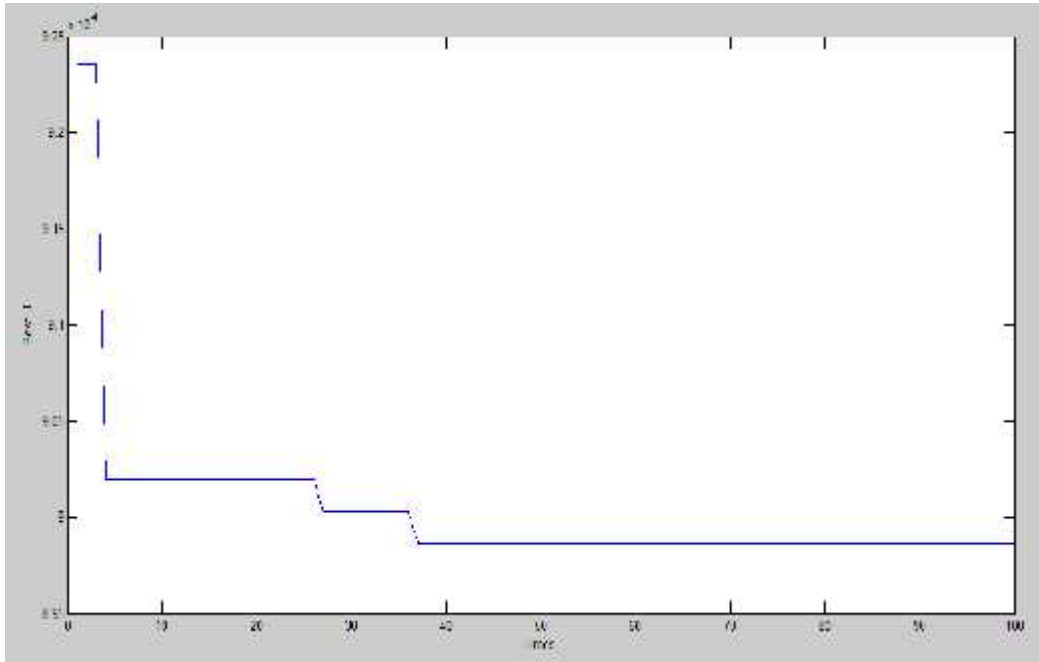


Figure.5.27. L'évolution de la fonction objective (retard) signal, cas  $x_3(t)$ .

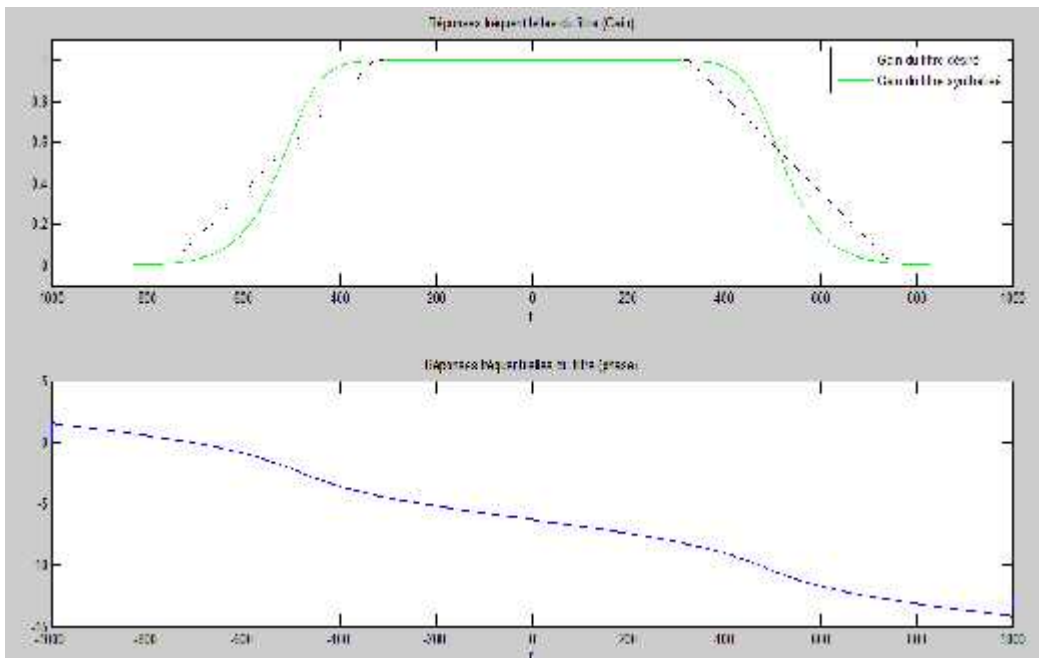


Figure.5.28. Réponses fréquentielle du filtre gain et phase obtenus après optimisation, cas  $x_3(t)$ .

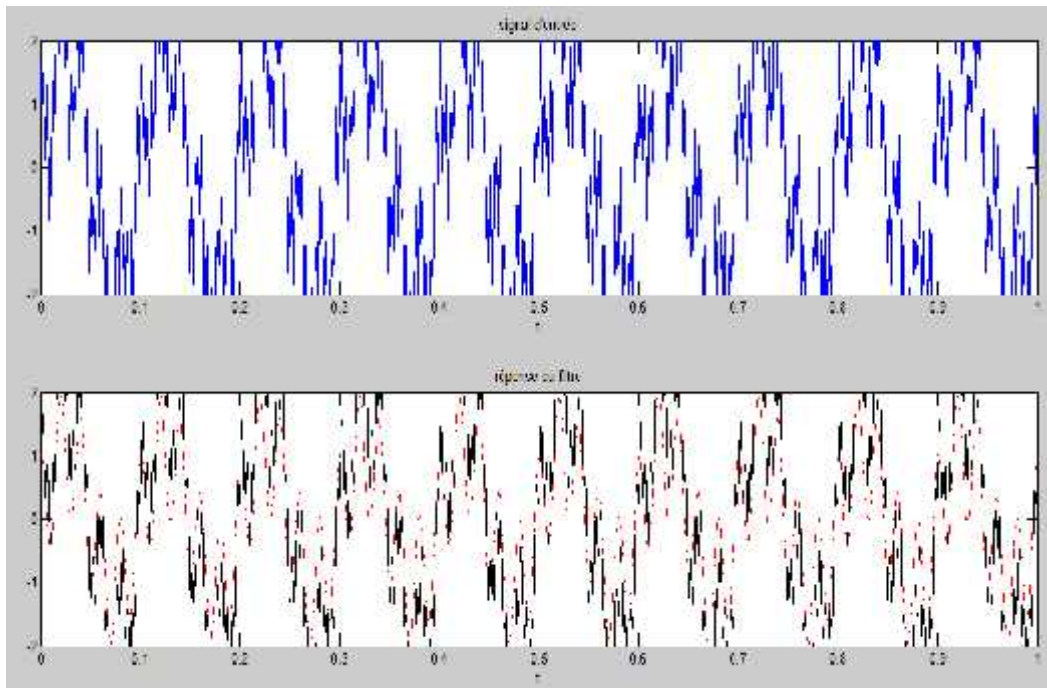


Figure.5.29. Signal d'entrée et réponse du filtre optimisé, cas  $x_3 t$ .

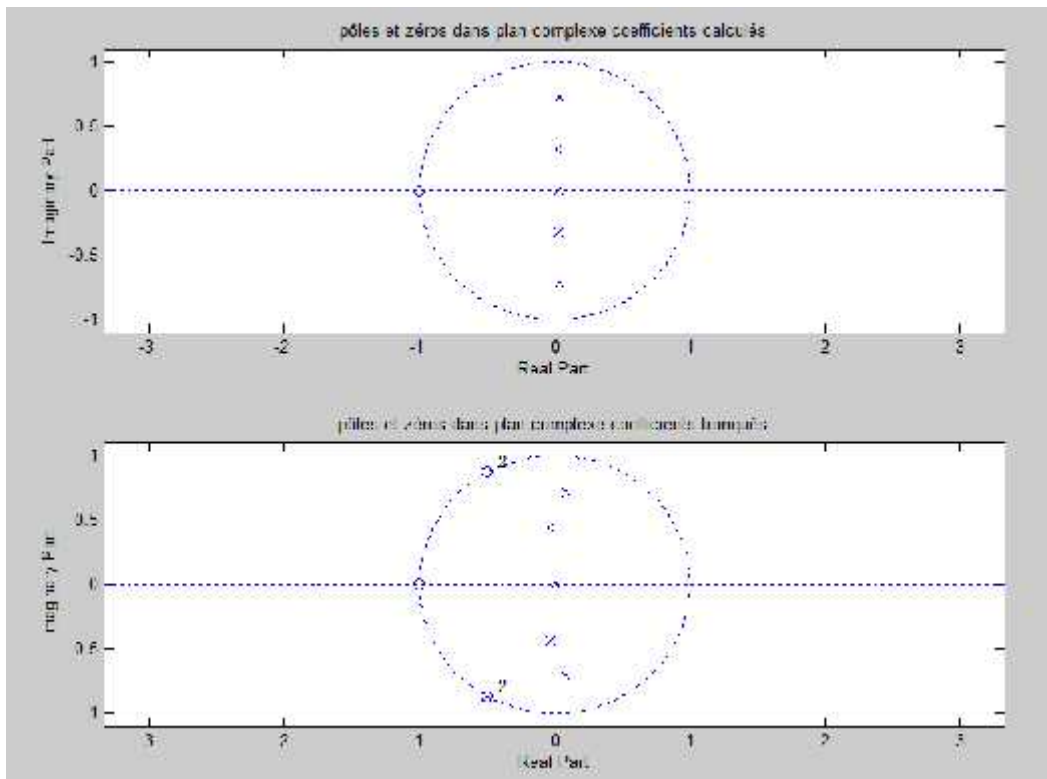


Figure.5.30. Pôles et zéros dans le plan complexe : coefficients calculés et coefficients tronqués, cas signal  $x_3 t$ .

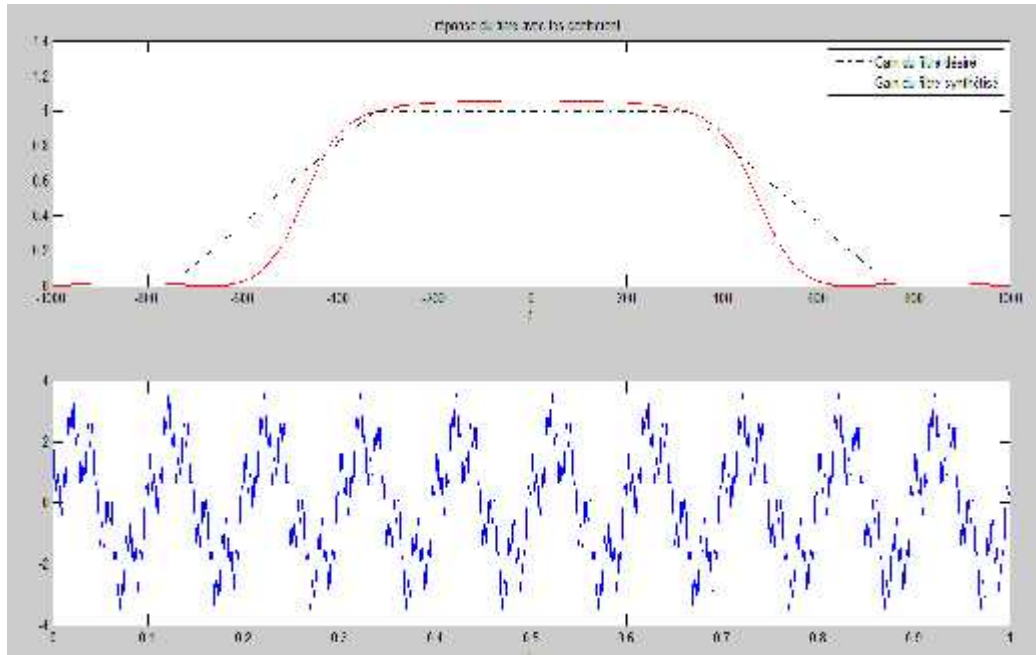


Figure.5.31. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués, cas signal  $x_3 t$  .

(4<sup>ème</sup> cas) Signal d'entrée  $x_4 t = \sin 2\pi f_1 t + \cos 2\pi 50 t + x_2 t$

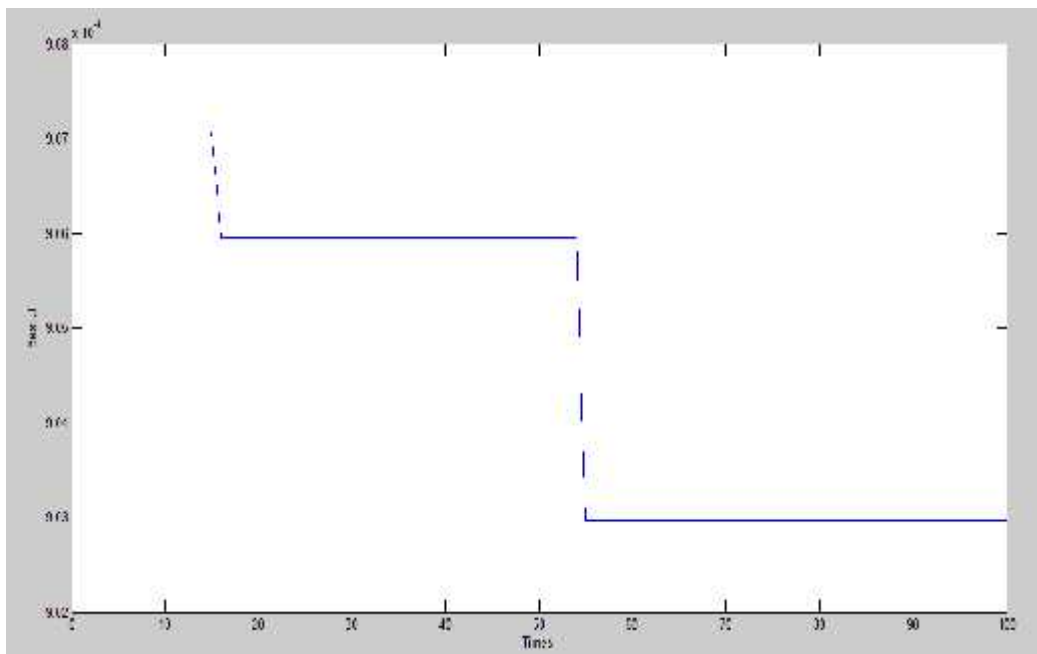


Figure.5.32. Evolution de la fonction objective (retard) signal, cas  $x_4 t$  .

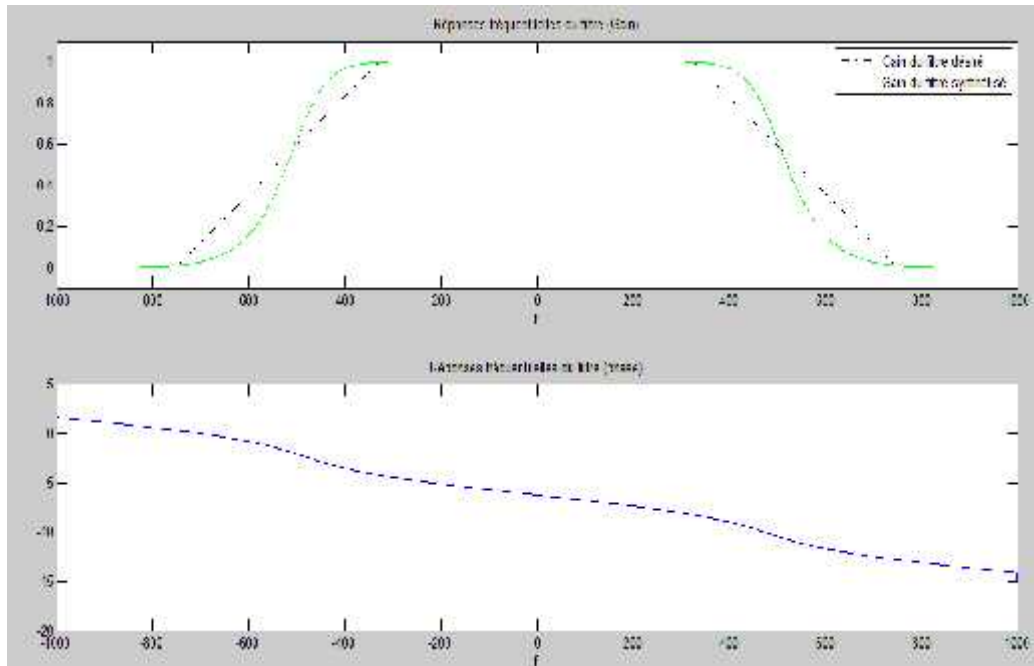


Figure.5.33. Réponses fréquentielle du filtre gain et phase, cas  $x_4 t$ .

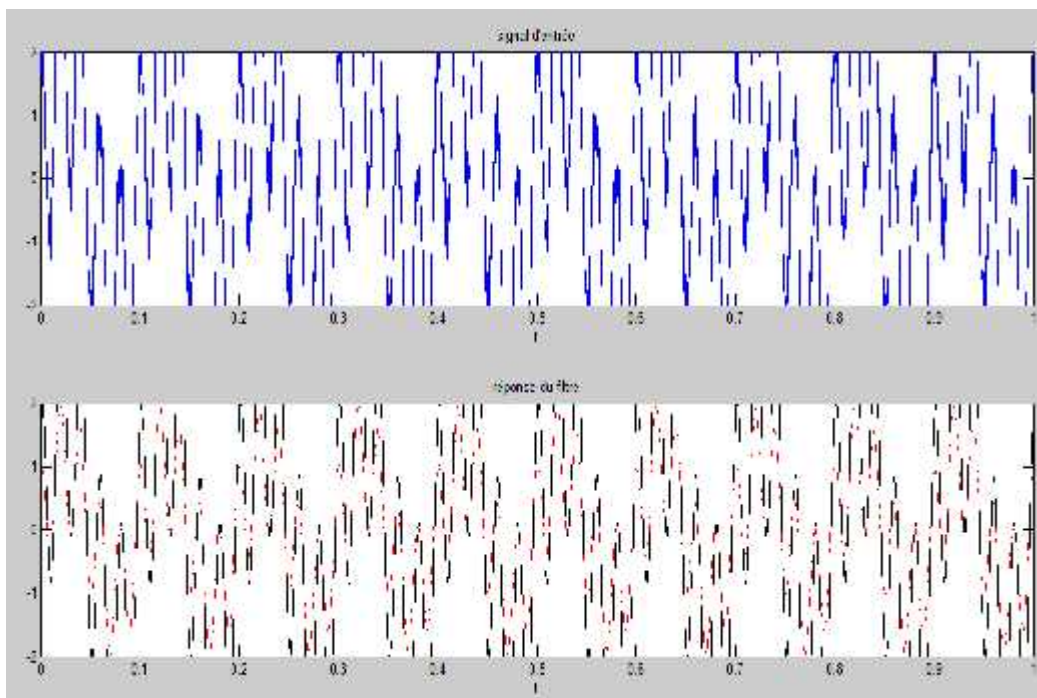


Figure.5.34. Signal d'entrée et réponse du filtre optimisé, cas  $x_4 t$ .

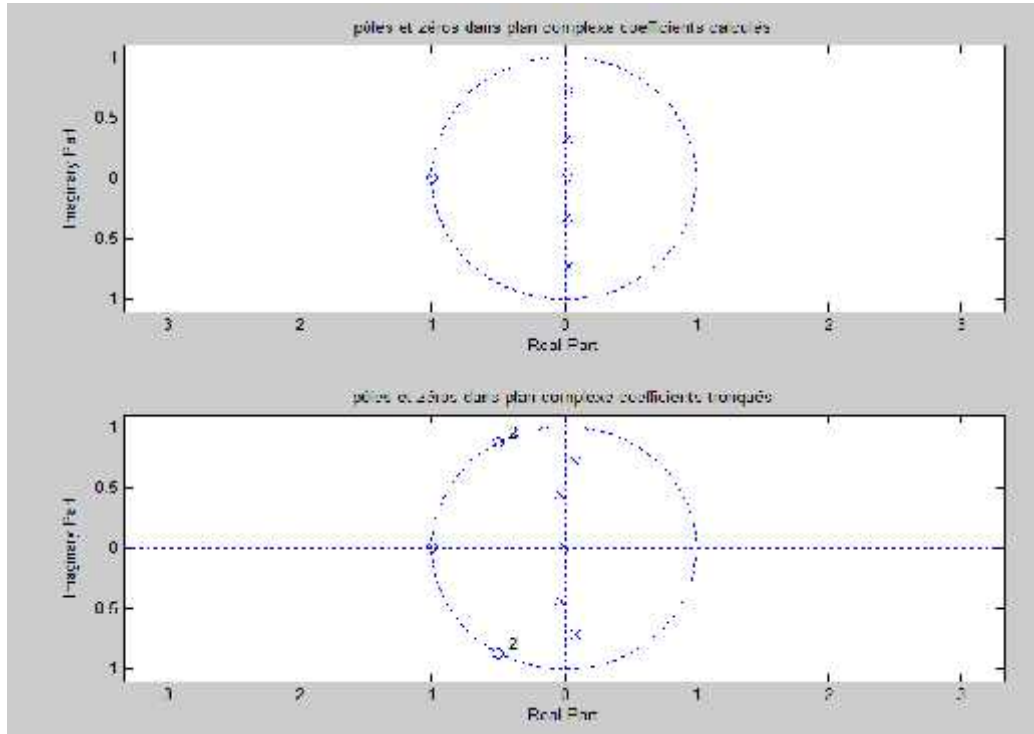


Figure.5.35. Pôles et zéros dans le plan complexe : coefficients calculés et coefficients tronqués, cas  $x_4 t$ .

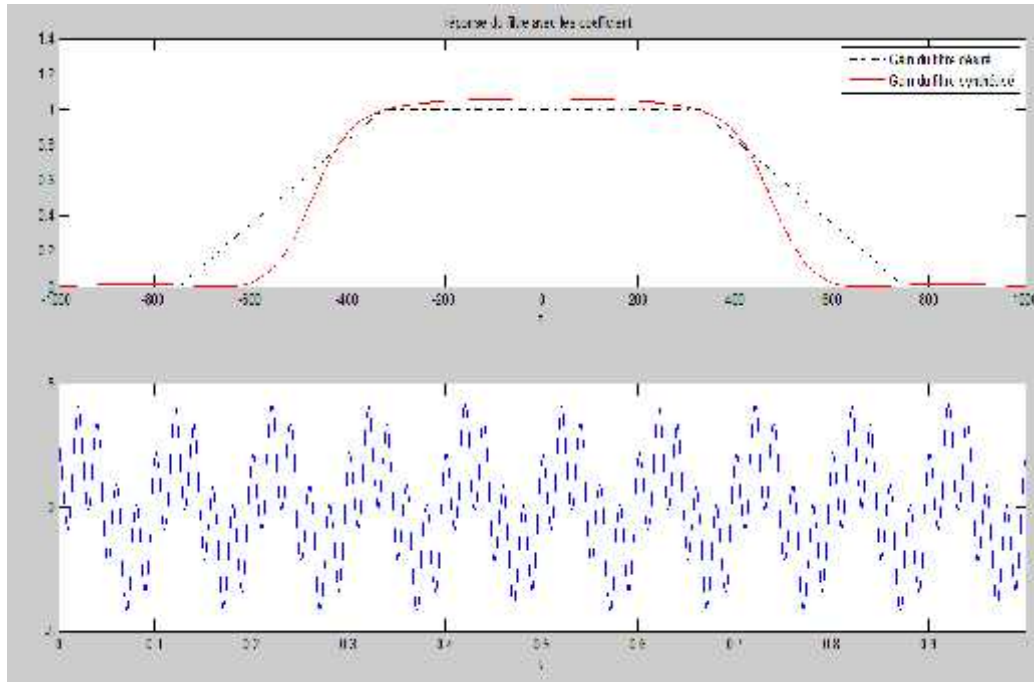


Figure.5.36. Réponse du filtre avec les coefficients tronqués, cas  $x_4 t$ .

Le tableau ci-dessous illustre les valeurs de tous les paramètres trouvés après optimisation.

**Filtre RII optimisé**

Signaux	Largeur de la bande de transition	Retard	Pente dans la bande de transition
$x_1(t)$	297	$9.0515 \times 10^{-4}$	-0.0023
$x_2(t)$	297	$9.0515 \times 10^{-4}$	-0.0023
$x_3(t)$	297	$9.0515 \times 10^{-4}$	-0.0023
$x_4(t)$	297	$9.0515 \times 10^{-4}$	-0.0023

**Tableau 5.4.** Paramètres du filtre RIF obtenus après optimisation.

Dans ce qui suit nous présentons les différences principales entre les deux filtres présentés c-à-d RIF et RII vis-à-vis des trois critères suivants : stabilité, phase linéaire et quantité de calcul.

Caractéristiques	Filtre RIF	Filtre RII
<b>Fonction de transfert</b>	Ne contient que des zéros.	Contient des pôles et des zéros
<b>Stabilité</b>	Toujours stables.	Les pôles doivent être à l'intérieur du cercle unité.
<b>Phase linéaire</b>	Oui si symétrie axiale au niveau des coefficients de la réponse impulsionnelle.	Non
<b>Quantité de calculs</b>	Pour un gabarit donné, $N_{RIF} \gg N_{RII}$ , ce qui implique forcément plus de calculs pour le filtre RIF que pour le filtre RII.	

**Tableau 5.5.** Comparaison entre filtres RIF et RII en termes de stabilité, phase linéaire et quantité de calcul.

Aussi, si nous comparons les résultats enregistrés dans les deux tableaux 5.4 et 4.3 (même le cas des tests effectués par méthode de tâtonnement) nous observons clairement la supériorité du filtre RII par rapport au filtre RIF en terme précision (retard calculé) obtenue après optimisation.

**V.5. Conclusion**

L'ensemble des résultats obtenus soit par méthode basée sur un choix empirique semi-étudié (tâtonnement) soit par optimisation de quelques paramètres du filtre RII traité, montrent que la synthèse par méthode classique est toujours n'est pas précis (le choix des paramètres) il nécessite la présence d'une expérience préliminaire du concepteur. Aussi, l'emploi d'un algorithme évolutionnaire (comme par exemple les AGs) permet de minimiser énormément le temps de conception et d'atteindre de bons résultats.

Ce chapitre nous a permis aussi de voir et d'observer clairement la différence entre un filtre RIF et un autre RII en terme de précision et complexité de calcul.

Dans la télécommunication, le filtrage joue un rôle important, son but est de réussir à extraire un maximum d'information utile sur un signal perturbé par du bruit (ex : émission, réception). En effet, les filtres numériques sont d'une grande fiabilité et souplesse au niveau de la manipulation des paramètres caractérisant les filtres par rapport aux filtres analogiques. Ils sont utilisés dans plusieurs domaines (tel que : multimédia, radiologie, radars...).

Dans ce mémoire, nous avons tenté de présenter le maximum relatif à ce domaine très important dans le monde du traitement du signal. En effet, nos tentatives ont été concrétisées par la présentation d'une synthèse des deux filtres RIF et RII associée à une validation complète.

La méthode de synthèse présentée, est basée sur deux approches différentes ; la première basée sur une sélection tâtonnée de quelques paramètres du filtre, alors que la seconde est basée sur un algorithme évolutionnaire dit ; algorithme génétique.

Les résultats obtenus montrent les choses suivantes :

1. Le filtre RII est meilleur par rapport au filtre RIF en termes de précision de filtrage et complexité de calcul,
2. L'emploi d'un algorithme évolutionnaire dans la synthèse d'un filtre numérique (le cas traité dans ce mémoire est très bénéfique).

Le travail présenté, malgré sa simplicité relative, il présente un bon guide qui peut aider les étudiants à comprendre : C'est quoi un filtre RIF ou RII est quelles sont les différences principales entre eux, aussi l'importance de l'utilisation d'un algorithme évolutionnaire.

- [1] C. Dehollain, H. Dedieu, M. Hasler, et al. "Filtres électriques", 3ième édition. Lausanne : Presses polytechnique et universitaires romandes, 1984, ,19 vol. (Traité d'électricité, No 19).
- [2] J. C. Reghinot , J. Claude. Pianezzi, "Cours pratique d'électronique", 2ième édition . Paris : Radio, 1979.
- [3] H. Laurent, "Les fondements du génie électrique", Paris : Lavoisier, 2008.
- [4] F. Cottet, "Aide-mémoire traitement du signal", Paris : Dunod, 2005
- [5] L. Douchet, M. Sauzeix and Sylvain Tisserant, "Electronique MP", Première édition. Paris : Bréal, 2004. (Collection des nouveaux précis Bréal)
- [6] F. Jongbloet, "Les filtres électroniques", Article tiré de la revue Electronique Pratique, 1994.
- [7] K. Kpalma, V. H. Coat, "Traitement numérique du signal", Paris : ellipses 2003.
- [8] B. Widrow and Etal, "Adaptive noise cancelling : principles and applications", Proc. IEEE 63, pp.1692–1716, 1975.
- [9] C. Jutten and J. Héroult, "Blind separation of sources, Part I : an adaptive algorithm based on aneuromimetic architecture", Signal Processing, 24, No. 1, pp.1–10, 1991.
- [10] E. Bellanger, J. Perez, X. Ducros, et al. "Physique MPSI-PCSI-PTSI: Programme 2013", 2ième édition. Paris : Pearson Education France, 2013.
- [11] T. Dutoi. "Introduction à la Synthèse des Filtres Actifs. Première édition", Mons : Faculté Polytechnique de Mons, 2000.
- [12] M. Brunel, N. Burle, L. C. Kovacic, et al. "Physique L1: Cours complet avec exercices corrigés et vidéos", Paris : Pearson Education France, 2015.
- [13] D. A. Skoog, F. J. Holler, "Timothy A. Nieman. Principes d'analyse instrumentale", Première édition .Paris : De Boeck Université, 2003.
- [14] J. L. Azan, "Précis d'électronique : physique appliquée", Paris : Volume 1, Editions Bréal, 2000.
- [15] F. Manneville, J. Esquieu, "Électronique. Systèmes bouclés linéaires de communication et de filtrage", 2ème édition. Paris : Volume 2. Dunod, 2005.
- [16] S. Rechka. "Etude de méthodes de filtrage des harmoniques dans les réseaux électriques de distribution", Thèse pour l'obtention d'un diplôme de maitre en sciences appliquées en génie électrique : Université du Québec à Trois-Rivières, 2002.
- [17] V. Stéphane. "physique appliquée : électronique", Paris : Valkov Stéphane, 2001.
- [18] S. Mallat. "Une exploration des signaux en ondelettes", Paris : éditions école Polytechnique, 2000.
- [19] E. Le Clézio. "Electronique analogique : Filtrage analogique / Filtres actifs", Université de Montpellier.
- [20] M. Sauzade. "Introduction à l'électronique analogique", Paris : De Boeck Université, 1995.
- [21] F. Cottet. "Traitement des signaux et acquisition des données", 3ième édition. Paris : Dunod, 2009.
- [22] O. S. Enssat. "Traitement numérique du signal", Université de Rennes 1.
- [23] E. Tisserand, J. F. Pautex, "Patrick Schweitzer. Analyse et traitement des signaux", 2ième édition. Paris : Dunod, 2008.
- [24] O. Guenounou "Méthodologie de conception de contrôleurs intelligents Par l'approche génétique-application à un bioprocédé. Thèse de doctorat de l'université de Toulouse : l'université Toulouse III - Paul Sabatier, 2009. pp. 6-7.