

Exercice 1 (8pts) : On calcule la distance de point $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ au domaine C donné par

$$C = \{X = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : h(x, y, z) = x - z + 1 = 0 \text{ et } g(x, y, z) = x - 2 \geq 0\}$$

On détermine d'abord le projeté de point $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ sur le domaine C

- 1) modélise ce problème sous forme d'un problème d'optimisation avec contraintes et résoudre ce problème. et démontre que la solution X^* est un point régulier
- 2) calcule la distance de point $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ au domaine C

Exercice2 (8pts) :

Soit A et b définie par $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ et $b = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

Et $J: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $J(X) = \frac{1}{2} \langle AX, X \rangle + \langle b, X \rangle$

(a) Le problème

$$(p) \begin{cases} \min J(X) \\ x \geq 0 \\ y + z = 0 \\ X \in \mathbb{R}^3 \end{cases}$$

Admet-il une solution? Est-elle unique ?

(b) Ecrire les conditions d'optimalité que doit vérifier la solution de (P). résoudre

Exercice 3 (4pts) : **Question de cours**

Ecrire l'algorithme de la méthode d'uzawa