الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة عباس لغرور – خنشلة

كلية العلوم الإقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم الإقتصادية

رياضيات مالية

مطبوعة علمية موجهة لطلبة السنة الثانية ليسانس LMD

جميع الشعب: علوم إقتصادية، علوم تجارية، علوم التسيير، علوم مالية ومحاسبية

تقديم: د . باديس نبيلة

السنة الجامعية 2022/2021

مقدمة:

الرياضيات المالية من المواضيع الجديرة بالاهتمام من طرف الطلبة و الباحثين و المسيرين، فالرياضيات المالية وسيلة في يد من يسير المؤسسة تسمح له بمتابعة مختلف العمليات المالية قصيرة وطويلة الاجل، وتسيير التدفقات النقدية والمالية واختيار الاستثمارات من زاوية العائد او درجة الاستحقاق.

جاءت هذه المطبوعة كمساهمة متواضعة منا سعينا من خلالها لتزويد طلبة السنة الثانية ليسانس (جميع التخص صات بكلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير) بمرجع أو سند اضافي في مقياس الرياضيات المالية.

حرصنا خلال إعداد هذه المطبوعة على توافق محتواها مع البرنامج الرسمي المقدم من طرف الوزارة الوصية، كما حرصنا أيضا على تدعيم الجانب النظري بجزمة من التمارين التي جاءت مرفقة بحلولها و هذا حتى يتمكن الطالب من التدرب و التأكد من مدى استيعابه للجانب النظري

وهذا البرنامج هو:

ملحق برنامج التعليم للسنة الثانية ليسانس
ميدان "علوم اقتصادية، تسيير وعلوم تجارية" فرع "علوم اقتصادية"

سداسي الرّابع

وحدات التعليم	المواد: العنوان	الأرصدة	المعامل	الحجم الساعي الأسبوعي: دروس	أعمال موجهة	أعمال تطبيقية	الحجم الساعي للسداسي (15 أسبوعا)	أخرى*	نوع التقييم: مراقبة مستمرة	إمتحان
وحدة تعليم أساسية الرمز : وت أس 2.2 الأرصدة : 16 المعامل : 7	إقتصاد كلي 2	6	3	3سا00	1سا30		67سا30	57سا00	X	X
	تاريخ الفكر الإقتصادي	5	2	1سا30	1سا30		45سا00	55سا00	X	X
	إختيار مادة ما بين:									
	المالية العامة مقصد المال في الشريعة**	5	2	1سا30	1سا30		45سا00	55سا00	X	X
وحدة تعليم منهجية الرمز : وت م 2.2 الأرصدة :10 المعامل : 4	رياضيات مالية	5	2	1سا30	1سا30		45سا00	55سا00	X	X
	إقتصاد المؤسسة	5	2	1سا30	1سا30		45سا00	55سا00	X	X
وحدة تعليم إستكشافية الرمز : وت إس 2.2 الأرصدة : 3 المعامل : 1	إعلام آلي 3	3	1	1سا30		1سا30	22سا30	45سا00	X	X
وحدة تعليم أفقية الرمز : وت أف 2.2 الأرصدة : 1 المعامل : 1	فساد وأخلاقيات العمل	1	1	1سا30			22سا30			X
	مجموع السداسي الرّابع	**30**	**13**	**12سا00**	**7سا30**	**1سا30**	**292سا30**	**322سا00**		

*عمل إضافي سداسي. ** خاص بتخصص الإقتصاد الإسلامي

محتوى المادة:

السداسي: الرابع

وحدة التعليم : المنهجية

المادة : رياضيات مالية

الرصيد: 5

المعامل: 2

أهداف التعليم (*ذكر ما يفترض على الطالب اكتسابه من مؤهلات بعد نجاحه في هذه المادة، في ثلاثة أسطر على الأكثر*)

الالمام بمفهوم القيمة الزمنية للنقود، معدل الفائدة، اهتلاك القروض

المعارف المسبقة المطلوبة (*وصف مختصر للمعرفة المطلوبة والتي تمكن الطالب من مواصلة هذا التعليم، سطرين على الأكثر*)

رياضيات المؤسسة

محتوى المادة:

1- الفائدة البسيطة و الخصم

2- الفائدة المركبة و الدفعات

3- تكافؤ المعدلات و رؤوس الأموال

4- معايير اختيار الاستثمارات

5- القروض و اهتلاكها

6- التقنيات البورصية: تقييم السندات و الأسهم

طريقة التقييم: (نوع التقييم و الترجيح)

- مستمر 40 %
- امتحان 60 %

المراجع: (*كتب ومطبوعات ، مواقع انترنت، إلخ*)

1- عدنان كريم نجم الدين، الرياضيات المالية، دار الأكاديميون، 2009.

2- Pierre Devolder, Mathématiques financières, Pearson, 2012
3- F.Chabriol : Mathématiques Appliquées – Mathématiques financières. Les éditions Foucher. Paris
4- Olivier Le Dantec et Olivia Lenormand ,Mathématiques financières, édition Nathan, paris, 2013.

المحاضرة الأولى: البورصة

تمهيد:

في الوقت الحالي، تبرز اهمية الاسواق المالية والنقدية في كافة الدول،سواء كانت متقدمة أو أقل تقدما، لذلك تعتبر البورصة (سوق الأوراق المالي) أداة هامة في تقويم إقتصاد أي دولة وعنصرا أساسيا أيضا في تقويم الشركات والمشاريع، حيث أنها تساهم في زيادة وعي المستثمرين وتبصيرهم بالوضع السائد، الذي يبمح بالحكم عليها بالنجاح أو الفشل، لأن إنخفاض أسعار أسهم لشركة ما دليل واضح على عدم نجاحها، وضعف مركزها المالي، والعكس بالعكس. لقد حظيت الأسواق المالية في العصر الحديث وخاصة بعد العولمة المعاصرة بمكانة عظيمة، وغدا إقتصاد الدول يقاس بمقدار نشاط سوقها المالي فهي مرآة حقيقية تنعكس عليها الصورة الصادقة للاقتصاد.

1. مفهوم الاسوق المالية والنقدية:

هي التي يتم فيها تداول الأوراق المالية والنقدية، سواء كانت قصيرة، أو متوسطة أو طويلة الأجل، ومثال ذلك الأسهم بكافة أنواعها، السندات بكافة أشكالها، شهادات الإيداع وغيرها، وأسواق العملات الأجنبية وما إلى ذلك. وبذلك فإن الأسواق المالية والنقدية هي الأسواق التي تباع وتشتري فيها الأوراق المالية والنقدية.[1]

ولقد ساعدت الكثير من العوامل في نشوء وتطور الاسواق المالية ونختصرها في النقاط التالية:

- ☑ توفر قدر كبير من من الإدخارات الفردية والمؤسساتية، نتيجة التطور في الدول الصناعية.
- ☑ ارتفاع في الدخل القومي والفردي في الدول المتقدمة والنامية.
- ☑ محدودية استخدام الموارد المالية وتفضيل التوظيف المضمون (الاستثمار الجبان).
- ☑ بروز اقتصاديات الحجم، أو المشروعات الضخمة، التي يرافقها استخدام واسع للتكنولوجيا وحاجتها الى الموارد المالية للتمويل والتوسع أكثر خارج الحدود.

[1] **فليح حسن خلف**، **الأسواق المالية النقدية**، عالم الكتب الحديث، جدارا للكتاب العالمي، الأردن، 2006، ص ص 7-8.

- ☑ تطور الأدوات والأساليب المستخدمة في السوق المالي، وهذا التنوع يمنح إختيارات متعددة وهو الامر الذي يشجع على التعامل مع هذه الاسواق.
- ☑ تطور في أنظمة المعلومات والاتصال التي توفر المعلومة الكافية والصحيحة وفي الوقت المناسب.
- ☑ قلة القيود والاجراءات وعدم وجود القوانين التي تعيق عمل هذه الاسواق.
- ☑ زيادة العلاقات الدولية وترابطها فيما بينها، يجعل المصلحة مشتركة في تطوير الاسواق المالي.
- ☑ توفر بيئة مستقرة بكافة جوانبها المالية والأمنية والاقتصادية والسياسية.

الأسواق المالية هي عبارة عن السوق التي يتم فيها التعامل بالأوراق المالية بيعا وشراءا على نحو تشكل إحدى القنوات الرئيسية التي ينساب المال فيها بين الأفراد والمؤسسات والقطاعات المختلفة، مما يساعد في تعبئة المدخرات وتنميتها وتهيئتها للمجالات الاستثمارية التي يحتاجها الاقتصاد القومي.[1] وعادة يجري التمييز بين نوعين من الأسواق الأوراق المالية هما السوق الأولي والسوق الثانوي:

- ☑ **السوق الأولي:** حيث الأول يختص بتداول الاوراق المالية عند إصدارها (الجديدة) عن طريق الأكتتاب العام سواء عند التأسيس أو إنشاء شركات جديدة أو زيادة رأس مالها، أو إصدار سندات عند الحاجة لقروض طويلة الأجل وتتولى هذه العملية مؤسسات متخص صة تدعى الإصدار.
- ☑ **السوق الثانوي:** تدعى كذلك سوق التداول يتم فيها تداول الأوراق المالية التي سبق إصدارها في السوق الأولية وتم الإكتتاب فيها، وهذه السوق تكون منظمة وتدعى البورصة أو غير منظمة وفي هذه الحالة يتم تداول الأوراق المالية خارج البورصة وذلك عن طريق وسطاء كالبنوك، الصيارفة، سماسرة الأوراق المالية.

2. مفهوم البورصة:

تعتبر البورصة حاليا أحد أهم أنواع الأسواق المنظمة في معظم الدول، وبالذات في الدول المتقدمة، وتقوم عادة في مكان محدد وثابت، وتتولى إدارتها والإشراف عنها والرقابة عليها هيئة تعمل وفق نظام خاص، يحدد إجراءات التعامل فيها وشروطه، وتحكم عملها لوائح وقوانين ذات الصلة بها، بالاضافة للاعراف والتقاليد التي يتم

[1] **عصام حسين**، **أسواق الأوراق المالية، البورصة**، دار أسامة للنشر والتوزيع، الأردن، 2007، ص ص 18-19.

الالتزام بها من قبل المتعاملين في الأوراق المالية سواء كانت أسهم بمختلف أنواعها، أو سندات بمختلف أشكالها وآجالها، أو أوراق المالية الأخرى.[1]

يمكننا إعطاء تعريفا شاملا للبور صة على أنها عبارة عن سوق منظمة تنعقد في مكان معين وفي أوقات دورية بين المتعاملين في بيع وشراء مختلف الأوراق المالية أو المحاصيل الزراعية أو السلع الصناعية فهي سوق التعامل بالأوراق المالية بيعاً و شراءاً ويتم التعامل فيها وفقا للوائح، وقوانين تنظم قواعد التعامل، وعقد اا صفقات وكذلك الشروط الواجب توفرها في المتعاملين .

3 . طبيعة الأسواق المالية:

تعدد أشكال الأسواق المالية كنتيجة للتطورات الاقتصادية المتلاحقة، وتعدد الوظائف التي تؤديها، نظرا لتعدد المعايير التي تحكم في أسواق رأس المال فإن الاقتصاديين يميلون إلى تقسيم تلك الأسواق إلى عدة أنواع، وفقا للمعايير التي تتحكم فيها على النحو التالي:[2]

1.3 أجل الأوراق المالية: وينقسم إلى:

☑ **أسواق رأس المال طويلة الأجل ومتوسطة الأجل:** وهي الأسواق التي تتداول فيها الأوراق المالية طويلة ومتوسطة الأجل التي تزيد مدة أجلها عن سنة، سواء من خلال الإقراض طويل الأجل أو تداول الأوراق المالية، مثل الأسهم العادية والأسهم الممتازة والسندات وغيرها من الأوراق المالية.

☑ **سوق رأس المال قصير الأجل (أسواق النقد):** هي الأسواق التي تتداول فيها الأدوات المالية قصيرة الأجل حيث يتم تداول رؤوس الأموال قصيرة الأجل التي لا تتجاوز أجلها سنة واحدة في إطار هذه الأسواق، سواء على شكل قروض قصيرة الأجل أو على شكل أوراق مالية أو تجارية، من خلال البنوك المركزية والتجارية.

2.3 طريقة التداول: تنقسم إلى:

[1] **فليح حسن خلف**، مرجع سبق ذكره، ص ص 62-63.
[2] **عصام حسين**، مرجع سبق ذكره ، ص ص 19-20.

☑ أسواق حاضرة: هي الأسواق التي يتم فيها تداول الأوراق المالية بصورة فورية بين البائعين والمشترين.

☑ أسواق آجلة (مستقبلية): هي الأسواق التي يتم فيها عقد صفقات البيع أو الشراء للأوراق المالية، ثم تنفيذها في ميعاد لاحق في المستقبل.

4. كفاءة السوق المالي:

المقصود بها وفقا لمفهوم الكفاءة، سرعة استجابة أسعار الاوراق المالية، أو درجة توقع عالية لاستجابة أسعار الاوراق المالية لكل معلومة جديدة ترد إلى المتعاملين فيه، يكون من شأنها تغيير نظرتهم في الشركة المصدرة للورقة المالية (السهم مثلا) حيث تتجه أسعاره نزولا وصعودا، حسب نوعية الأخبار والمعلومات التي ترد حوله.

كما يعكس سعر السهم في السوق الكفء توقعات المستثمرين بشأن المكاسب المستقبلية وبشأن المخاطر التي تتعرض لها هذه المكاسب، ولكن رغم توفر المعلومات لجميع المتعاملين في السوق إلا أن ذلك لا يعني بالضرورة تطابق تقديراتهم المستقبلية والمخاطر المحيطة بها تماما. ونميز بين الكفاءة الكاملة والكفاءة الاقتصادية:[1]

☑ **الكفاءة الكاملة:** تكون فيها المعلومات متاحة للجميع وفي نفس الوقت وبدون تكاليف، مع عدم وجود قيوم على التعامل مثل تكاليف المعاملات، ضرائب، كما أن للمستثمر الحق في شراء وبيع الكمية التي يريدها من الأسهم وبدون شروط وبسهولة ويسر، مع وجود عدد كبير من المستثمرين الآخرين الشيء الذي يجعل تصرفات بعضهم غير مؤثرة على أسعار الأوراق المالية، لاتصافهم بالرشادة وسعيهم لتعظيم المنفعة.

☑ **الكفاءة الأقتصادية:** في ظل الكفاءة الاقتصادية للسوق فإنه يتوقع أن يمضي بعض الوقت منذ وصول المعلومات إلى السوق حتى تبدو آثارها على أسعار الأسهم، مما يعني أن القيمة السوقية للسهم قد تبقى أعلى أو أقل من قيمته الحقيقية لفترة من الوقت على الأقل.

ولكن بسبب تكلفة المعلومات والضرائب وغيرها من تكاليف الاستثمار لن يكون الفارق بين القيمتين كبير إلى درجة أن يحقق المستثمر من ورائها أرباحا غير عادية على المدى الطويل.

5. مؤشرات سوق الأوراق المالية

[1] عصام حسين، مرجع سبق ذكره، ص 22.

المؤشر عبارة عن قيمة عددية يقاس بها التغيير في الأسواق المالية، ويعبر عن المؤشر كنسبة مئوية للتغيير عند لحظة زمنية بعينها مقارنة بقيمة ما في فترة الأساس أو نقطة البدء، ويقيس المؤشر تحركات أسعار الأسهم أو السندات أو الصناديق. . .إلخ إرتفاعا وانخفاضا، الأمر الذي يعكس سعر السوق واتجاهها، أما عن مؤشر الأسهم فهو بالنسبة للمستثمر معيارا لقياس مستوى سوق الأسهم ككل وأيضا لقياس أداء سهم معين بالنسبة للسوق ككل. [1]

يقيس مؤشر سوق الأوراق المالية مستوى الأسعار في السوق، حيث يقوم على عينة من أسهم الشركات التي يتم تداولها في أسواق رأس المال المنظمة أو غير المنظمة أو كلاهما، وغالبا ما يتم اختيار العينة بطريقة تتيح للمؤشر أن يعكس الحالة التي عليها سوق رأس المال والذي يستهدف المؤشر قياسه، وهناك نوعين من المؤشرات: المؤشرات التي تقيس حالة السوق بصفة عامة ومؤشرات أخرى قطاعية تهتم بقياس حالة السوق في قطاع ما أو صناعة معينة.

6 . أهمية المؤشرات وعلاقتها بالحالة الاقتصادية:

طالما أن نشاط المنشآت التي يتم تداول أوراقها المالية في سوق رأس المال يمثل الجانب الأكبر من النشاط الاقتصادي في الدولة، وفي حال اتسمت سوق رأس المال بقدر من الكفاءة فإن المؤشر المصمم بعناية لقياس حالة السوق ككل من شأنه أن يكون مرآة للحالة الاقتصادية العامة للدولة، كما يمكن لمؤشرات أسعار الأسهم، فضلا عن ذلك أن تتنبأ بالحالة الاقتصادية المستقبلية وذلك قبل حدوث أي تغيير قبل فترة زمنية.

وهناك سمات تطلق على أسواق الأوراق المالية، فعندما تكون حركة مؤشر أسعار الأسهم المتوقعة تتجه نحو الصعود، فإنه حينئذ يطلق على سوق الأوراق المالية السوق الصعودي Bull Market أي عندما يزيد معدل العائد الذي يحققه على العائد للاستثمار الخالي من المخاطر، أما عندما تكون حركة المؤشر تتجه نحو الهبوط أو التراجع، فإنه عند ذلك يطلق عليه السوق النزولي Bear Market حين يكون معدل العائد الذي يحققه السوق وفقا للمؤشر أقل من العائد على الاستثمار الخالي من المخاطر، وعادة ما يوصف المضاربون على هذا الأساس، مضارب على الصعود Bullish عندما يعتقد المضارب بأن السوق سوف تأخذ منحنى الصعود، أما إذا إعتقد بأن الأسعار

[1] **فيصل محمود الشواورة**، **الإستثمار في بورصة الأوراق المالية: الأسس النظرية والعلمية**، دار وائل، الأردن، 2008، ص 316.

متجهة إلى الهبوط يطلق عليه المضارب على الهبوط Bearish .[1] كما أن لمؤشرات سوق الأوراق المالية استخدامات عديدة تهم المستثمرين الأفراد وغيرهم من الأطراف التي تتعامل في أسواق رأس المال، وفي طليعة تلك الإستخدامات:[2]

☑ **إعطاء فكرة سريعة عن أداء المحفظة:** حيث يمكن للمستثمر أو مدير الإستثمار تكوين وجه مقارنة بين التغير في عائد محفظة أوراقه المالية (إيجابا أو سلبا) مع التغير الذي طرأ على مؤشر السوق بوصفه يعكس محفظة جيدة التنويع، وذلك دون حاجة إلى متابعة أداء كل ورقة على حدة، وإذا كانت استثماراته (للمستثمر) في صناعة معينة لها مؤشر خاص بها، حينئذ يكون من الأفضل له متابعة ذلك المؤشر.

☑ **الحكم على أداء المديرين المحترفين:** وفقا لفكرة التنوع الساذج، يمكن للمستثمر الذي يملك محفظة من الأوراق المالية المختارة عشوائيا، أن يحقق عائدا يعادل تقريبا عائد السوق (متوسط معدل العائد على الأوراق المتداولة في السوق) الذي يعكسه المؤشر، وهذا يعني بأن المدير المحترف، الذي يستخدم أساليب متقدمة في التنويع يتوقع منه أن يحقق عائدا أعلى من متوسط عائد السوق.

☑ **التنبؤ بالحالة التي ستكون عليه السوق:** إذا أمكن للمحلل معرفة طبيعة العلاقة بين بعض المتغيرات الإقتصادية وبين المتغيرات التي تطرأ على المؤشرات (التحليل الأساسي) فإنه قد يمكنه من التنبؤ مقدما بما ستكون عليه حال السوق في المستقبل، كما إن إجراء تحليل فني وتاريخي للمؤشرات التي تقيس حالة السوق قد تكشف عن وجود نمط للتغيرات التي تطرأ عليه، إذا ما توصل المحلل إلى معرفة هذا النمط، يمكنه عندئذ التنبؤ بالتطورات المستقبلية في اتجاه حركة الأسعار في السوق.

☑ **تقدير محافظ المحفظة:** يمكن استخدام المؤشرات لقياس المخاطر النظامية لمحفظة الأوراق المالية، وهي العلاقة بين معدل العائد لأصول خطرة ومعدل العائد لمحفظة السوق المكونة من أصول خطرة.

7. كيفية بناء المؤشرات في السوق المالي:

[1] **عصام حسين**، مرجع سبق ذكره ، ص ص 37-38.

[2] المرجع نفسه، ص ص 39-40.

من أجل تعقب أداء فئة استثمارية محددة، مؤشر الأسهم هو عبارة عن مجموعة من الأوراق المالية المختارة، وقد تكون هذه الفئة سوقا أو نوعا من الأصول أو صناعة أو قطاعا أو حتى إستراتيجية . والمنطق وراء مؤشرات الأسهم بسيط جداً، ويتلخص في كلمة واحدة وهي التمثيل. فالأسواق أو حتى القطاعات (مثل الأسهم الكبيرة أو شركات التكنولوجيا) عددها كبير جداً، ويتبعها الآلاف من الأوراق المالية، وبالنسبة لمعظم المتعاملين في السوق يعتبر خيار شراء جميع هذه الأوراق المالية لمجرد الوصول إلى سوق أو قطاع معين أمراً مكلفاً للغاية ويستغرق الكثير من الوقت، ناهيك عن عدم فاعليته. وهنا يأتي دور المؤشر، والذي يتألف من الأوراق المالية الأكثر أهمية في قطاع أو سوق محدد، مما يسمح للمتعاملين بمتابعة اتجاهات السوق أو القطاع دون الحاجة إلى تتبع كامل الأوراق المالية المتاحة في السوق.

وفي ما يلي سيتم التركيز على المنهجية التي يتم على أساسها بناء مؤشرات الأسهم، والتي يمكنها أن تخبرنا بالكثير حول أداء المؤشر على مدار الزمن. وفي كثير من الأحيان يكمن السر في كيفية موازنة الأوراق المالية داخل المؤشر. وسيتم تناول أنظمة الترجيح الشائعة لتحديد الوزن النسبي للسهم داخل مجموعة الأسهم التي يقوم عليها المؤشر، وذلك استناداً إلى معلومات مصدرها مؤسسة "فوتسي راسل" البريطانية التابعة لبورصة لندن، والتي تدير مؤشر فوتسي 100 .[1]

[1] https://www.argaam.com/ar/article/articledetail/id/498778، 2021/02/07 تاريخ الاطلاع

1.7 المؤشرات المرجحة بالأسعار The price-weighted index:

لم تعد المؤشرات المرجحة بالأسعار شائعة بشكل كبير هذه الأيام، ورغم ذلك لا يزال واحد من أكثر المؤشرات تعقباً في العالم – "داو جونز" الصناعي – يستخدم طريقة الترجيح السعري. وهذا ربما يكون سبباً كافياً لفهم كيف تتم بناء هذا النوع من المؤشرات بالتفصيل. في المؤشرات المرجحة بالأسعار يعتمد سعر المؤشر على أسعار الأوراق المالية الفردية (الأسهم) المدرجة به، وهذا يعني أن الأسهم ذات الأسعار المرتفعة سيكون لها تأثير أكبر على حركة المؤشر مقارنة مع الأسهم ذات الأسعار المنخفضة.

على سبيل المثال، لنفترض أن واحداً من مؤشرات الأسهم المرجحة بالأسعار يتضمن أسهم خمس شركات:

الشركات	السعر (وحدة نقدية)	عدد الأسهم	الوزن (المؤشر)
الشركة A	3	10	10%
الشركة B	1	10	03%
الشركة C	7	10	23%
الشركة D	9	10	30%
الشركة E	10	10	33%

في الجدول اعلاه نرى أن الشركة "D" لديها أعلى سعر للسهم الواحد وبالتالي تحتل الوزن الأكبر من المؤشر، 33% = 0.33= (10/30) لكن في المقابل يتمكن مؤشر الشركة "B" بالكاد من الظهور ضمن المؤشر وذلك لأن سعر السهم قليل جداً مقارنة بباقي الأسهم المدرجة ضمن المؤشر 03% = 0.03= (01/30). يوجد للمؤشرات المرجحة بالأسعار العديد من المزايا، وربما أهمها هي أن طريقة عملها سهلة الفهم ويمكن بسهولة حساب قيمتها اليومية وهي ببساطة عبارة عن مجموع أسعار كامل الأسهم المدرجة ضمن المؤشر وقسمتها على عددها . لكن المشكلة في هذا النهج هو أن سعر السهم وحده لا يعكس بالضرورة القيمة السوقية الحقيقية للشركة، حيث إنه يتجاهل قوى السوق (العرض والطلب)، ولحل هذه المشكلة نحتاج إلى نظام مختلف للترجيح.

2.7 المؤشرات المرجحة برأس المال السوقي (Capitalization weighted index)

في المؤشرات المرجحة برأس المال السوقي يتم تحديد وزن أسهم كل شركة في المؤشر وفقاً لقيمتها السوقية الإجمالية. ومعظم المؤشرات الموجودة في السوق هذه الأيام هي مؤشرات مرجحة برأس المال السوقي، مثل "ستاندرد آند بورز 500" و"ناسداك" و"فوتسي 100." تؤدي التغيرات الحادثة في القيمة السوقية للشركات التي تتمتع بالوزن الأكبر في هذا النوع من المؤشرات إلى تحريك المسار الإجمالي للمؤشر بشكل لا تستطيعه الشركات ذات القيمة السوقية الصغيرة.

الشركة	السعر الحالي	عدد الأسهم	القيمة السوقية	الوزن (المؤشر)
الشركة A	3	50	150	15 %
الشركة B	1	70	50	05 %
الشركة C	7	70	510	51 %
الشركة D	9	20	190	19 %
الشركة E	10	10	100	10 %
المجموع (النسبة)			1000	100 %

في الجدول السابق نلاحظ أن الشركة "C" لا تمتلك السهم الأعلى سعرا (7)، ولكنها تمتلك القيمة السوقية الأكبر (510)، وبالتالي الوزن الأكبر في المؤشر (51%)، بينما إذا نظرنا إلى الشركة "E" فعلى الرغم من امتلاكها السهم الأعلى سعرا إلا أن لديها أقل عدد من الأسهم المصدرة، وهو ما يهبط بها من موقعها في صدارة المؤشر في المؤشر السابق إلى ثاني أصغر شركة في هذا المؤشر.

الميزة التي تتمتع بها المؤشرات المرجحة برأس المال السوقي واضحة جدا، حيث إنها تعكس الطريقة التي تتصرف بها الأسواق فعلاً. فالشركات الكبرى في الواقع لديها تأثير أكثر دراماتيكية على السوق بشكل عام من الشركات الصغيرة. لكن في نفس الوقت لا يعتبر هذا النوع من المؤشرات مثاليا . فعلى سبيل المثال، توجد أحيانا

شركات لا تتيح أسهمها بالكامل للتداول في السوق المفتوحة (مثل الأسهم المسيطر عليها من قبل الحكومات أو الحيازات الكبيرة التي يسيطر عليها القطاع الخاص) . وفي هذه الحالة من شأن طريقة الترجيح باستخدام القيمة السوقية إساءة تقدير القيمة السوقية الفعلية القابلة للاستثمار.

3.7 المؤشرات المرجحة بالأوزان المتساوية (Equally-weighted index)

الأوزان المتساوية هي طريقة من طرق الترجيح يعطى بمقتضاها كل سهم ضمن المؤشر نفس الوزن والأهمية، حيث تتساوى ضمنه أوزان الشركات الكبيرة مع الصغيرة.

الشركات	السعر (وحدة نقدية)	عدد الأسهم	الوزن (المؤشر)
الشركة A	3	02	10%
الشركة B	1	06	03%
الشركة C	7	10	23%
الشركة D	9	10	30%
الشركة E	10	10	33%

يعطي هذا النوع من المؤشرات كل سهم وزناً متساوياً ضمن المؤشر بغض النظر عن القيمة السوقية للشركة أو حجمها الاقتصادي (المبيعات والأرباح والقيمة الدفترية) . وبسبب التحركات السعرية اليومية لأسعار الأسهم داخل المؤشر يجب أن تتم إعادة التوازن بشكل مستمر للمؤشر لكي تبقى أوزان الشركات المدرجة مساوية لبعضها البعض.

المحاضرة الثانية: الأسهم والسندات

تمهيد:

تتميز الأدوات والوسائل المستخدمة في التعامل داخل الأسواق المالية بأهمية كبيرة نظرا لما توفره من إختيارات أثناء عمليات التداول، ولما لها من قدرة في تنشيط وتحفيز العرض والطلب عليها، ومنه توجد علاقة ارتباط قوية بين تطور السوق المالي وتنوع وتطور كل من الأدوات والوسائل المستخدمة في تعاملات هذه الأسواق. وفيما يلي سنتعرض بنوع من التفصيل في كل من الأدوات الأكثر شهرة في التداول داخل الأسواق المالية ألا وهي ادوات الملكية (الأسهم) وأدوات المديونية (السندات) .

1. الأسهم العادية:

تعد الأسهم العادية أحد أهم أدوات التمويل في رأس المال لشركات المساهمة، وتبلورت مفاهيمه بتطور ونضوج الأسواق المالية، الى جانب كون الاسهم العادية احد الادوات الأكثر طلبا وشيوعا بين عموم المستثمرين بغض النظر عن تفاوت امكاناتهم المادية وثقافاتهم الاستثمارية.

والسهم العادي هو أداة ملكية ذو صفة مالية قابل للتداول الحق لحامله الحصول على عوائد غير ثابتة، بجانب حصته في موجودات الشركة والمثبتة في شهادة السهم.[1]

تتميز الأسهم العادية بما يلي:

- ☑ المسؤولية المحدودة لحامل السهم، حيث خسارة حملة الاسهم العادية في حال فشل الشركة تتوقف عند حصة كل مساهم في رأس المال (القيمة الإسمية للسهم العادي)، أي لا تتعدى مسؤولية المساهم إلى الحجز على جميع ممتلكاته.
- ☑ الحصول على باقي القيمة، المقصود بها أن حامل السهم العادي الحق في الحصول على باقي القيمة عند تصفية موجودات الشركة بعد تسديدها لجميع إلتزاماتها تجاه الدائنين.

[1] ارشد فؤاد التميمي، <u>الأسواق المالية: إطار في التنظيم وتقييم الأدوات</u>، دار اليازوري، الأردن، 2010، ص 154.

☑ يتمتع حامل السهم العادي بالاولوية في شراء الاصدارات الجديدة للشركة من الادوات المالية، إلى جانب الرقابة على السجلات وعقد التأسيس وتعديله.

☑ حق التصويت في الجمعية العامة وانتخاب مجلس الادارة.

☑ توفر الأسهم العادية الحماية للمستثمر ضد مخاطر التضخم، ويعود السبب في ذلك إلى أن القيم الحقيقية لأصول الشركة ترتفع في ظل ظروف التضخم، كما أن الشركة قادرة على رفع أسعار منتجاتها لمواكبة ظروف التضخم والحفاظ على الأرباح، كذلك أسعار الأسهم ترتفع بسبب التضخم، وبالتالي الحفاظ على القوة الشرائية لراس المال المستثمر.

☑ التوسع في اصدار الاسهم دون مبرر يؤدي إلى توسيع قاعدة المساهمين وتحمل كلف تمويلية وتسويقية مرتفعة، هذا بجانب الآثار السلبية من إنخفاض رجية السهم الواحد واحتمالات تعرض الشركة إلى الاستلاء العدائي من قبل المنافسين.

2. عائد السهم العادي:

يوصف بأنه مؤشر أساسي للاستثمار بأسهم الشركات فهو مقياس مناسب للمفاضلة بين الأسهم. وبعرف على أنه المكافئة التي يحصل عليها المستثمر تعويضا عن فترة الإنتضار والمخاطر المحتملة من توظيف الأموال في الأسهم العادية. معبرا عن هذه المكافئة بنسبة مئوية من قيمة الاستثمار في بداية الفترة. كما يعرف بأنه التدفقات النقدية المتحققة للمستثمر خلال مدة محددة، أو يعرف بأنه الدينار المتحقق على كل دينار مستثمر خلال فترة زمنية معينة. والعائد قد يكون أرباح نقدية توزع من قبل الشركة، أو عوائد رأسمالية ناتجة عن الفروقات في الأسعار السوقية والإسمية، وعليه نميز بين:[1]

1.2 عائد فترة الإحتفاظ Holding Period Return

[1] ارشد فؤاد التميمي، مرجع سبق ذكره، ص ص 163-165.

هو ذلك العائد المتحقق فعلا (حاليا) ويعكس النسبة المئوية للتغير في ثروة المساهمين إذا ما تم بيع السهم فس نهاية فترة الإحتفاظ، لذلك هو مقياس لنجاح المستثمر في زيادة أو إنخفاض قيمة الإستثمار الرأسمالية بالإضافة إلى الإيراد المتوقع الحصول عليه ويحسب وفق الصيغة التالية:

$$HPR = \frac{P_1 - P_0 + D}{P_0}$$

حيث:

P1 سعر السهم في نهاية الفترة (سعر البيع)

P0 سعر السهم في بداية الفترة (سعر الشراء)

D مقسوم الأرباح للسهم الواحد

مثال: ماهو عائد فترة الإحتفاظ لسهم تم شراؤه بـ 100دينار وتم بيعه في نهاية السنة بسعر 120دينار، وحصل بموجبه المستثمر على 5 مقسوم أرباح (توزيع أرباح) للسهم الواحد 5 دينار؟

الحل:

$$HPR = \frac{P_1 - P_0 + D}{P_0} = \frac{120 - 100 + 5}{100} = 0.25 = 25\%$$

يتضح من المثال أن عائد فترة الإحتفاض يتكون من جزئين الأول الأرباح الرأسمالية المتحققة من فرق السعر وهو بنسبة 20% وناتج مقسوم الأرباح بنسبة 5%

ملاحظة: في كثير من الأحيان يبقى المستثمر ماسكا للسهم لفترة تزيد عن السنة، وفي هذه الحالة يحسب معدل العائد لفترة الإحتفاظ وفق الصيغة التالية:

$$HPR = \frac{D + \left(\frac{P_1 - P_0}{N}\right)}{\left(\frac{P_1 + P_0}{2}\right)}$$

حيث:

N تمثل فترة (مدة) الإحتفاظ، أما المقام يمثل متوسط سعر السهم خلال فترة الإحتفاظ

مثال: ماهو عائد فترة الإحتفاض إذا إفترضنا في المثال السابق، أن المستثمر باع السهم بعد مرور 3 سنوات؟

الحل:

$$HPR = \frac{D + \left(\frac{P_1 - P_0}{N}\right)}{\left(\frac{P_1 + P_0}{2}\right)} = \frac{5 + \left(\frac{120 - 100}{3}\right)}{\left(\frac{120 + 100}{2}\right)} = 0.1060 = 10.60\%$$

2.2 العائد المتوقع expected return

يقصد به المتوسط الموزون لاحتمالات العوائد التي يمكن تحقيقها وفقا لاعتقادات متخذ القرار (المستثمر) لطبيعة الحالة الاقتصادية المطلوب التنبؤ بها للاستثمارات ذات المخاطرة، ويحسب بجمع ناتج ضرب كل عائد في الاحتمالات المقابلة له وذلك كما يلي:

$$E(R) = \sum_{i=1}^{n} P_i R_i$$

حيث:

E(R)العائد المتوقع (التوقع الرياضي، الوسط الحسابي للعائد)

Pi احتمال تحقق العائد

Ri معدل العائد خلال فترة او ظرف إقتصادي معين

مثال: نفترض أننا تحصلنا على البيانات التالية عن فرص إستثمارية A و B

الحالة الاقتصادية	الإحتمالات الممكنة	معدل عائد الفرصة A	معدل عائد الفرصة B
انتعاش إقتصادي	0.5	60%	10%
ركود إقتصادي	0.5	-10%	20%

والمطلوب منك حساب معدل العائد المتوقع حسب الحالة الاقتصادية؟

الحل:

$$E(R_A) = \sum_{i=1}^{n} P_i R_i = (0.5 \times 0.6) + \big(0.5 \times (-0.1)\big) = 0.25 = 25\%$$

$$E(R_B) = \sum_{i=1}^{n} P_i R_i = (0.5 \times 0.1) + (0.5 \times 0.2) = 0.15 = 15\%$$

ومنه نستنتج أن العائد المتوقع من الفرصة الإستثمارية A أعلى من الفرصة الإستثمارية B .

3.2 معدل العائد المطلوب Required Rate of Return

هو ذلك المعدل الذي يطلبه المستثمرين على الأصول ذات المخاطرة، ويعكس هذا المعدل المبادلة بين العائد والمخاطرة ، يمثل نموذج تسعير الأصول الرأسمالية Capital Asset Pricing Model، ويشار إليه لا حقا CAPM وهو من أفضل النماذج تمثيلا للمبادلة بين العائد والمخاطرة، وقياس معدل العائد المطلوب وليكون نموذج مرجعي Benchmark لتقييم الاستثمارات، ويحتل مكانة متميزة بين عموم المستثمرين في سوق الأوراق المالية.

إن المستثمر يقارن بين العائد المتوقع تحقيقه والعائد المطلوب ويحكم على جاذبية السهم العادي للاستثمار، فإذا كان العائد المتوقع تحقيقه أكبر من العائد المطلوب يكون السهم جذاب، والعكس أيضا ،

مثال: إذا علمت أن بيتا (الوزن) لسهم شركة البترول هو 1.5 ومعدل العائد الخالي من المخاطرة 06% ومعدل العائد لمحفظة سوق الأوراق المالية 10% فما هو معدل العائد المطلوب من قبل المستثمر ؟

الحل:

$$K = 6\% + 1.5(10\% - 6\%) = 12\%$$

3 . قياس المخاطرة:

يرتبط العائد بالمخاطرة، وهي علاقة طردية، لكون أن العائد له مفهوم مالي فإن للمخاطرة مفهوم مالي قابل للقياس الكمي، بموجب مقاييس إحصائية وهذا ما سنتناوله فيما يلي:

1.3 تحليل الحساسية Sensitivity Analysis

هو مدخل تحليل سلوكي، يرتكز على احتمالات تحقق العائد في ظروف إقتصادية معينة، ويحسب عن طريق عملية الطرح بين أفضل وأسوء ظرف ممكن، وكلما كان الفرق كبير دل ذلك على مخاطرة أعلى للإستثمار، أو بمعنى آخر يوجد مدى كبير أو شاسع بين الحالة الجيدة والسيئة للاستثمار، وعليه سيكون هناك مخاطرة كبيرة.

مثال:

تمتلك البدائل الاستثمارية التالية عوائد مالية مختلفة وفق توزيعات إحتمالية حسب ظروف الحالة الإقتصادية السائدة،

الحالة الاقتصادية	الاحتمالات	الفرصة A	الفرصة B
انتعاش إقتصادي	0.2	17%	23%
اقتصاد متوسط	0.6	15%	15%
ركود إقتصادي	0.2	13%	07%

المطلوب منك تحليل حساسية الفرصة A و B ؟

الجواب:

$$A = 17\% - 13\% = 04\%$$
$$B = 23\% - 07\% = 16\%$$

نلاحظ أن الفرصة B أكثر حساسية للوضع الإقتصادي السائد وبالتالي هي أكبر مخاطرة من الفرصة الاستثمارية A.

2.3 الانحراف المعياري:

هو مقياس تشتت القيم عن وسطها الحسابي، وفي إطار الإستثمار يمثل مقدار تشتت العوائد المحتملة عن بقية القيم المتوقعة للعائد وفقا للحالة الإقتصادية السائدة وطبقا لاحتمالات حدوثها، سواء كان مقدار التشتت أكبر أو أدنى من القيمة المتوقعة.

ويحسب الإنحراف المعياري إما على أساس البيانات التاريخية، أو على أساس احتمالات تحقق العائد وفق ظروف اقتصادية سائدة

1.2.3 الانحراف المعياري وفق بيانات تاريخية:

يحسب بقسمة مجموع الفرق التربيعي للعوائد المحققة والعائد المتوسط وفق الصيغة التالية

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{\sum(R_i - \bar{R})^2}{N}}$$

حيث:

R_i تمثل العائد المحقق

$\bar{R}$ تمثل متوسط العائد

N عدد العوائد المحققة

مثال:

إليك الجدول التالي للعوائد المحققة من طرف الفرص الإستثمارية A و B

الحالة الاقتصادية	الفرصة A	الفرصة B
انتعاش إقتصادي	500دج	750دج
اقتصاد متوسط	400دج	400دج
ركود إقتصادي	200دج	100دج

المطلوب: حساب الانحراف المعياري لقياس مقدار التشتت بين العوائد المحتملة؟

الحل:

إيجاد المتوسطات الحسابية لكل فرصة استثمارية:

متوسط الحسابي للفرصة A : (200+400+500)/3 = 366.66دج

متوسط الحسابي للفرصة B : (100+400+750)/3 = 416.66دج

تشتت كل الفرصة الإستثمارية A :

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{\sum(R_i - \bar{R})^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum((500 - 366.66)^2 + (400 - 366.66)^2 + (200 - 366.66)^2}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{46666.66}{3}} = \sqrt{15555.55} = 124.72 \text{دج}$$

تشتت كل الفرصة الإستثمارية B :

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{\sum(R_i - \bar{R})^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum((750 - 416.66)^2 + (400 - 416.66)^2 + (100 - 416.66)^2}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{211666.66}{3}} = \sqrt{70555.55} = 265.62 \text{ دج}$$

نلاحظ أن تشتت الفرصة الاستثمارية B أكبر من A وبالتالي B أخطر من B

1.1.3 الانحراف المعياري وفق إحتمالات تحقق العائد :

يحسب الانحراف المعياري على أساس احتمالات تحقق العائد من جهة وعلى الظرف الاقتصادي السائد من جهة أخرى كما يلي:

$$\sigma_R = \sqrt{\sum [R_i - E(r)]^2 P_r}$$

حيث أن E(r) تمثل المتوسط الموزون للعائد المتوقع، أما P_r فتمثل احتمالات تحقق العائد وفق الحالة الاقتصادية السائدة.

مثال:

في احدى الشركات، تحقق عوائد الأسهم حسب الحالة الاقتصادية السائدة، كما هو موضح في الجدول التالي:

الحالة الاقتصادية	الاحتمال	الفرصة A
انتعاش إقتصادي	0.25	17%
اقتصاد متوسط	0.5	15%
ركود إقتصادي	0.25	13%

المطلوب منك حساب تشتت عائد الأسهم عن القيمة المتوقعة؟

الحل:

$$E(r) = \Sigma R P_r$$
$$E(r) = (0.25 \times 17\%) + (0.5 \times 15\%) + (0.25 \times 13\%) = 15\%$$

وبالرجوع للعلاقة السابقة:

(ملاحظة أثناء التوظيف 17 نقصد بها 17% و 15 نقصد بها 15% وهكذا)

$$\sigma_R = \sqrt{\sum [R_i - E(r)]^2 P_r}$$
$$\sigma_R = \sqrt{(17-15)^2(0.25) + (15-15)^2(0.5) + (13-15)^2(0.25)}$$
$$\sigma_R = \sqrt{1+0+1}$$
$$\sigma_R = \sqrt{2}$$
$$\sigma_R = 1.41$$

أي 1.41 % هي نسبة التشتت لعائد السهم عن القيمة التوقعة 15%، بمعنى آخر أن عائد السهم يتغير في المجال

$$[16.41\% - 13.59\%]$$

1.41+15 = 16.41% و 15- 1.41 =13.59%

المحاضرة الثالثة: الأوراق التجارية

تمهيد:

النقود أداة أساسية في أغلب التعاملات الفردية أو التجارية غير أن معظم التجار لا يبقون عليها مخزنة في خزائنهم على شكل نقود سائلة و بدون الاستفادة منها و استثمارها. مما خلق الحاجة المستمرة إلى الإئتمان و هذا من خلال تقديم أو منح المشتري أو المدين لفترة زمنية يقوم بعدها بتسديد قيمة الإئتمان.

من هذا النطاق في التعاملات خلق ما يسمى بالأوراق التجارية نظرا للحاجة الماسة لها بغية أو من أجل تنظيم المعاملات التجارية، و هذا من خلال سن للقانون التجاري لهؤلاء المتعاملون بالدفع بأوراق تجارية منها الكمبيالة، السند لأمر (السند الإذني) و الشيك.

كذلك يمكن أن تباع الورقة التجارية إلى أحد البنوك، حيث يحصل الدائن على مبلغ أقل من جملة المبلغ في فترة الاستحقاق، و هذا مايسمى بقطع أو خصم الأوراق التجارية و الذي سنتطرق له في المحاضرة الموالية.[1]

أولا: تعريف الورقة التجارية

تعرف الورقة التجارية على أنها محرر مكتوب وفق شروط محددة في القانون و يتضمن أمرا صادرا من شخص هو الساحب إلى شخص آخر هو المسحوب عليه بأن يدفع لأمر شخص ثالث هو المستفيد أو حامل السند مبلغا معينا بمجرد الإطلاع أو في ميعاد معين أو قابل للتعيين بين طرفي الأمر.

كما تعرف على أنها وثيقة قانونية يلتزم المدين بتسويتها في تاريخ استحقاقها (يكون تاريخ آجل أو بعد مدة) ، حيث يوجد على ظهرها مبلغ مسجل و محدد.

إذا يمكن القول أن الأوراق التجارية تمثل صكوك ذات شكل و شروط معينة، و قد جرى العرف في الحياة العملية على استخدامها كوسيلة للتعامل الآجل، و تعتبر كل من الكمبيالة و السند لأمر أهم أنواع الأوراق التجارية

[1] **غازي فلاح المومني**، **الرياضيات المالية المعاصرة**، دار المناهج للنشر و التوزيع، الأردن، 2006، ص 151.

المستخدمة في الحياة العلمية، و أي كان نوعها الأوراق التجارية المستخدمة فهي تمثل في النهاية مستند يثبت وجود دين معلوم القيمة يستحق في تاريخ محدد في المستقبل.

ثانيا: أنواع الأوراق التجارية

يمكن تصنيف الأوراق التجارية إلى ثلاث أصناف هي:

1- السند لأمر أو السند الإذني:

السند لأمر و يسمى أيضا السند الإذني : و هو محرر مكتوب يتعهد بموجبه شخص يسمى المحرر أو المدين بدفع مبلغ معين من النقود لأمر شخص ثاني هو الدائن أو المستفيد بمجرد الإطلاع أو في ميعاد معين، وهو قابل للتداول عن طريق التظهير، ينبغي توفير الشروط و المعلومات التالية في السند لأمر وهي:[1]

- يجب أن تظهر عبارة لأمر و بنفس لغة السند .
- يجب أن يظهر تاريخ انشاء السند وكذا مكانه.
- يجب أن يظهر اسم من يجب الوفاء له أو لأمره.
- يجب أن يظهر موعد الإستحقاق وكذا مكانه.
- يجب أن يظهر توقيع من أنشأ السند .
- كما أن حق استلام مبلغ السند يمكن أن ينتقل لشخص آخر بواسطة التظهير.

ويحرر السندالإذني كمايلي:

سند لأمر	
خنشلة في: 2021 / 06 / 20	المبلغ 000 13 دج

[1] غازي عبد المجيد، <u>التشريعات المالية و المصرفية</u>، دار وائل للنشر، 2015، الأردن، ص317.

بموجب هذا السند سأدفع مبلغ ثلاث عشرة ألف دينار جزائري لأمر السيد :+++++ عمار، حي النصر أو لحامله بتاريخ 2021/11/23.   توقيع   ++++++توفيق

2- الكمبيالة أو السفتجة :

وهي عبارة عن عن صك مكتوب وفق شروط مذكورة في القانون من شخص يسمى الساحب أو الدائن إلى شخص آخر هو المسحوب عليه أو المدين، يأمره يدفع مبلغ معين في ميعاد معين لأمره أو لأمر شخص ثالث يسمى المستفيد أو حامل السفتجة ، وهي قابلة للتداول عن طريق التظهير، وتحرر الكمبيالة أو السفتجة بأشكال متعددة ، لكن جميع هذه الأشكال تتضمن نفس البيانات.

ينبغي توفير الشروط و المعلومات التالية في الكمبيالة وهي:[1]

- يجب أن تظهر عبارة كمبيالة أو سفتجة و بنفس اللغة.
- يجب أن يظهر تاريخ انشاء الكمبيالة أو السفتجة وكذا مكانها .
- يجب أن يظهر اسم من يجب الوفاء له أو المسحوب عليه.
- يجب أن يظهر موعد الإستحقاق وكذا مكانه أو مكان الإستحقاق.
- يجب أن يظهر توقيع من أنشأ الكمبيالة أو السفتجة.

وفيما يلي أحد أشكال الكمبيالة:

[1] **غازي عبد المجيد**، مرجع سبق ذكره، ص 315.

كمبيالة(سفتجة)

عنابة في: 2021 / 03 / 21 المبلغ 8000 دج

السيد إلى :×××× كريم

بموجب هذه الكمبيالة ادفعوا مبلغ ثمان آلاف دينار جزائري لأمر السيد :+++++ رضا ، حي المثقفين بتاريخ 2021/11/23.

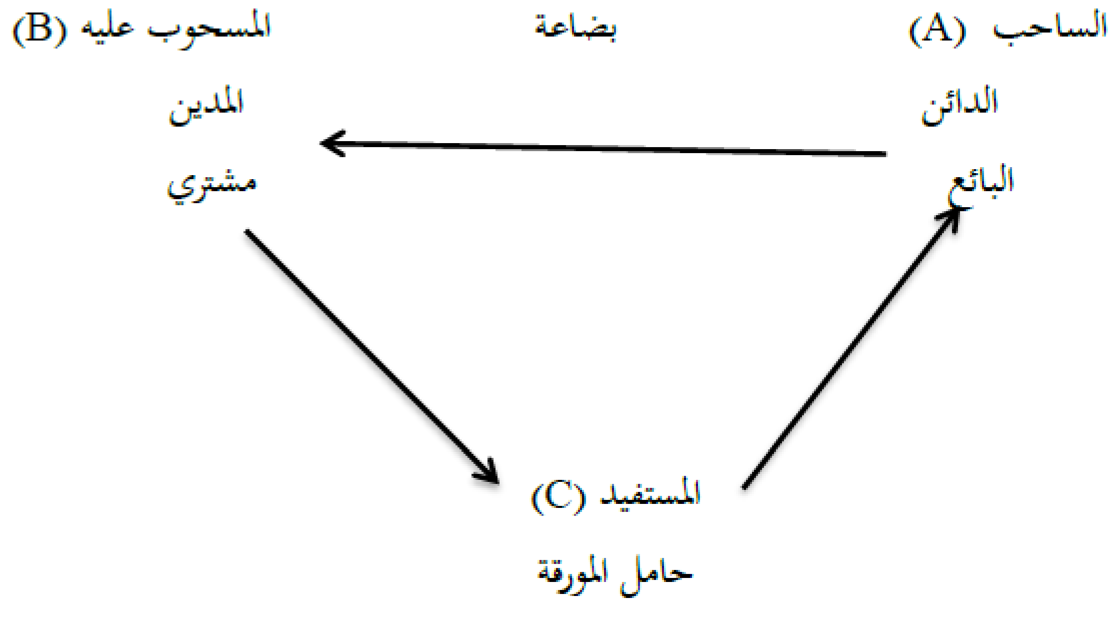
توقيع الساحب توقيع المسحوب عليه

+++++++ +++++++

كما أن للكمبيالة أو السفتجة أطراف هي:

- الساحب و نرمز له مثلا A و هو يقوم بالإمضاء و إعطاء الأمر.
- المسحوب عليه و نرمز له بالرمز B و هو يقوم بالتنفيذ الأمر.
- المستفيد و نرمزله بالرمز C و هوه الذي لصالحه ينفذ الأمر.

يمكن توضيح هذه الأطراف في الشكل الموالي :



3– الشيك:

و هو تعهد فوري، يمكن للمستفيد أن يحصل على النقود من البنك يوم التحرير .[1]

وهو أيضا محرر مكتوب يتضمن أمرًا صادرًا من شخص هو الساحب إلى شخص آخر هو المسحوب عليه(عادة ما يكون بنكًا)، بأن يدفع لدى الإطلاع مبلغا معينا من النقود لأمره(أي لأمر الساحب نفسه)أو لأمر شخص آخر أو لحامل الشيك، والشيك قابل للتداول عن طريق التظهير.

و في ما يلي شكل لشيك محرر كنموذج :

كما أن للشيك عدة أطراف هي:

- الساحب محرر الشيك أو المدين الأصلي فيه.
- المسحوب عليه وهو عادة بنك يودع فيه الساحب نقوده.
- المستفيد أو من يحرر الشيك لمصلحته.

حقائق عن تقديم الشيك ووفاؤه:

هناك عدة حقائق للشيك من أبرزها:[2]

- يكون الشيك واجب الوفاء لدى الأطلاع عليه و كل بيان مخالف لذلك يعتبر كأن لم يكن.

[1] **منصور بن عوف عبد الكريم**، **مدخل إلى الرياضيات المالية**، ديوان المطبوعات الجزائرية، الجزائر، 2003، ص 25.
[2] **غازي عبد المجيد**، مرجع سبق ذكره، ص ص 320-321.

- الشيك المقدم للوفاء قبل اليوم المبين فيه كتاريخ لإصدار واجب الوفاء في يوم تقديمه.

- الشيك المسحوب و الواجب الوفاء فيها يجب تقديمه للوفاء في خلال ثلاثين يوما .

ثالثا: أوجه الشبه والإختلاف بين الكمبيالة والشيك.

للشيك و الكمبيالة عدة أوجه إختلاف و شبه يمكن حصرها في الجدول أدناه

أوجه الإختلاف بين الكمبيالة و الشيك:	
الكمبيالة(السفتجة)	**الشيك**
توفى في تاريخ استحقاق معين	يوفى عند التقديم أو الإطلاع
التعامل بالكمبيالة يعد عملا تجاريا مهما كانت صفة الأطراف	التعامل با شيك لا يعد عملا تجاريا إلا إذا صدر من تاجر.
المسعوب عليه هو في الغالب شخص طبيعي	المسحوب عليه يكون بنكا في العادة
أوجه الشبه بين الكمبيالة و الشيك:	
تحتوي على ثلاث أطراف	يحتوي على ثلاث أطراف
يمكن أن يكون الساحب هو المستفيد	يمكن أن يكون الساحب هو المستفيد
قابلة للتظهير	قابل التظهير

المحاضرة الرابعة: خصم الأوراق التجاري و التدفقات النقدية

تمهيد

الخصم يعني التخفيض في قيمة الدين الأصلي، أي إذا أراد المدين سداد ماعليه من ديون قبل موعد السداد الأصلي فإنه من حقه أن يطالب الدائن بالتنازل عن جزء من الدين مقابل هذا السداد المبكر و يسمى هذا المبلغ المتنازل عنه بالخصم، كما نعرف أيضا أن كلا من الفائدة و الخصم يتم حسابهما بنفس الطريقة و الإختلاف الوحيد أن الفائدة تضاف إلى الأصل لتحديد جملة الدين في حين أن الخصم يطرح من الجملة لتحديد القيمة الحالية.

1- مفاهيم أساسية:

- **تعريف الخصم:** هو المقابل الذي يخصمه المدين أو المصرف في نظير سداد قيمة الدين أو قيمة الورقة التجارية قبل ميعاد الإستحقاق الأصلي.[1]

-**تعريف القيمة الحالية:** هي القيمة التي لو استثمرت بفائدة مركبة للمدة الباقية حتى تاريخ الإستحقاق الأصلي، فإنها تؤول إلى القيمة الإسمية للدين أو الورقة التجارية.

إذن الخصم المركب لا يختلف في طبيعته أو طريقة حسابه عن الفائدة المركبة على المبلغ المستثمر أو المقترض إلا في وجه واحد هو أن الفائدة المركبة تضاف إلى أصل المبلغ أو القرض للوصول إلى جملة في حين أن الخصم المركب يخصم من جملة المبلغ أو القرض للحصول على أصل هذا المبلغ أو القرض أي القيمة الحالية.[2]

- **تعريف الخصم بفائدة مركبة:**

---

[1] **نبيل إبراهيم محمود الطائي**، **الرياضة المالية**، دار الشروق، الأردن، 2003، ص 184.

[2] المرجع نفسه، ص 185.

عندما يقوم الدائن بتقديم الأوراق التجارية (الكمبيالة، السندات الإذنية) إلى البنك للحصول على قيمتها نقدا قبل ميعاد استحقاقها، فإن البنك يقوم بخصم مبلغ معين نظير دفع قيمة هذه الأوراق قبل ميعادها، وتسمى هذه العملية بخصم الديون أو قطعها، و بناءا على ذلك فإن المقصود بخصم الديون هو سداد الديون قبل ميعاد استحقاقها .[1]

اقتصرت دراستنا للخصم التجاري و الصحيح على المدى القصير فكان الخصم آنذاك بفائدة بسيطة.

يتم استعمال الفائدة المركبة في عملية الخصم عندما يبعد تاريخ الخصم بأكثر من وحدة زمنية أي عندما تكون هناك رسملة للفوائد، كما تقتصر عملية حساب الخصم بفائدة مركبة على القيمة الحالية الحقيقية وذلك يرجع إلى كون الاعتماد على القيمة الاسمية سيؤدي إلى جعل الخصم أكبر من أصل الدين و هذا في حالة ما إذا طالت المدة الزمنية ما قد يجعل الدائن مطالب بالدفع وهذا أمر غير منطقي.

2- قانون الخصم التجاري بفائدة مركبة:

يتم حسابه وفق القانون التالي:

الخصم التجاري بفائدة مركبة = الجملة بفائدة مركبة – القيمة الاسمية

من أجل الإلمام أكثر بخصم الأوراق التجارية بفائدة مركبة ارتأينا توضيحه في الأمثلة الموالية:

مثال توضيحي 01:[2]

دين قدره 4000 دج يستحق بعد 6 سنوات بخصم بمعدل فائدة 10% خصما تجاريا .

– حدد مقدار الخصم والقيمة الحالية التجارية ؟

الحل:

حساب الجملة المركبة V_n : $V_6 = 4000(1.1)^6 = 7086.24$

[1] لحسن عبد الله باشيوة، مدخل إلى الرياضيات المالية و تطبيقاتها، دار اليازوري، الأردن، 2011، ص 219.
[2] زعيبط نور الدين ، محاضرات في رياضيات المؤسسة، دار الفجر للطباعة، الجزائر، ص 74.

حساب الخصم التجاري بفائدة مركبةec: $e_c = V_n - V0$

$$e_c = 7086.24 - 4000 = 3086.24$$

حساب القيمة الحاليةa: a = 4000 – 3086.24 = 913.76

تبين لنا النتيجة لا واقعية الخصم التجاري بفائدة مركبة، حيث قد يكون الدائن هو المطالب بالدفع وهو أمر مستحيل، ولهذا يقتصر حساب الخصم بفائدة مركبة على القيمة الحالية الصحيحة أي الخصم الصحيح.

مثال توضيحي 02 : [1]

نفس معطيات المثال السابق.

- أحسب القيمة الحالية الصحيحة ؟
- أحسب الخصم الصحيح بفائدة مركبة ؟

الحل:

- حساب القيمة الحالية الصحيحة:

$$V = a(1+i)^n \Rightarrow 4000 = a(1.01)^6$$
$$a = \frac{4000}{(1.01)^6} \Rightarrow a = \frac{4000}{1.771561} = 2257.9$$

- حساب الخصم الصحيح:

$$e_R = V - a = 4000 - 2257{,}9$$
$$e_R = 1742{,}1$$

ملاحظة: عمليا لا يستخدم الخصم التجاري بفائدة مركبة، وعليه يحسب دوما الخصم الصحيح مالم ينص صراحة على الخصم التجاري.

مثال توضيحي 03 :

[1] **زعيبط نور الدين**، مرجع سبق ذكره، ص 74.

تخصم كمبيالة قيمتها الاسمية 80000 دج تستحق بعد سنتين بمعدل 8%، كما يقتطع البنك أيضا عمولة بنسبة 0,03% و مصاريف تحصيل بقدر بـ 100 دج؟

- حدد صافي خصم الكمبيالة ؟

الحل:

- القيمة الحالية a:

$$a = \frac{C}{(1+i)^n} = \frac{40000}{1{,}08^2}$$
$$a = 68587.10$$

- الخصم الصحيحe_c:

$e_R = V - a$

$e_R = 80000 - 68587.10$

$e_R = 11412.9$

- حساب العمولة: V x 0,003 = 80000 x 0.003= 240

- مصاريف التحصيل: 100 دج

- صافي الخصم: 80000 – (68587.10 + 240 +100) = 11072.90

مثال توضيحي 04:

خصم سند تجاري قيمته 60000 دج يستحق بعد 5 سنوات بمعدل 5% .

- أحسب القيمة الحالية الصحيحة؟
- أحسب الخصم الصحيح؟

الحل:

- حساب القيمة الحالية الصحيحة: $a = \frac{C}{(1+i)^n} \Rightarrow C = a(1+i)^n$

$$a = 60000(1{,}05)^{-5}$$
$$a = 47011.56$$

- حساب الخصم الصحيح:

$$e_R = V - a = 60000 - 47011.56$$
$$e_R = 12988.43$$

3- مفهوم التدفق النقدي:

يعرف التدفق النقدي بأنه حركة النقود من وإلى المشروع، فالتدفقات النقدية من المشروع تسمى بالتدفقات النقدية الخارجة، أما التدفقات النقدية إلى المشروع فتسمى بالتدفقات النقدية الداخلة، ومن أجل القيام بعملية التقييم المالي للمشاريع الاستثمارية يتم الإعتماد على جدول التدفقات القائم على المقارنة بين المدفوعات النقدية و المقبوضات النقدية بدلا من الاعتماد على المنظور المحاسبي القائم على فكرة مبدأ الاستحقاق من خلال المقارنة بين الإيرادات التكاليف، ويهتم جدول التدفقات النقدية بالحركة النقدية التي تتكون من التدفقات النقدية الخارجة(المدفوعات) والتدفقات النقدية الداخلة(المقبوضات)و المقارنة بين هذين النوعين من التدفقات يقودنا إلى مفهوم أساسي وهو صافي التدفقات النقدية والذي يعبر عن الفرق بين المدخلات والمخرجات النقدية للمشروع سواء خلال فترة الإنشاء و التجهيز أو خلال العمر الإنتاجي المتوقع.

3-1 مكونات التدفقات النقدية:

تنقسم التدفقات النقدية إلى تدفقات داخلية و أخرى خارجية موضحة فيما يلي: [1]

3-1-1 التدفقات النقدية الداخلة : وتتكون من

- ✓ **الإيرادات السنوية المحصلة** : وتتمثل خاصة في المبيعات السنوية المتوقعة للمشروع خلال عمره الإنتاجي، والتي تكون محل تحصيل.
- ✓ **قيمة رأس المال العامل في نهاية العمر الإنتاجي المتوقع** : ويتضمن قيمة المخزون المتبقي.
- ✓ **قيمة المتبقي من الأصول** : ويشمل قيمة الأصول المتبقية في نهاية العمر الإنتاجي المتوقع.

---

[1] **كعواش جمال الدين**، **محاضرات في رياضيات مالية**، موجهة لطلبة السنة الثانية علوم إقتصادية و تجارية و علوم التسيير، جامعة جيجل، 2018/2017، **بتصرف**

- ✓ **القروض والإعانات** :من الهيئات المختصة أو الدولة.

3–2–1 التدفقات النقدية الخارجة: و تتكون من

- ✓ **التكاليف الاستثمارية:** يمكن تحديد نطاق التكاليف الاستثمارية في دراسات الجدوى بتلك التكاليف اللازمة لإقامة وتجهيز المشروع حتى يصبح معدًا للبدء في التشغيل، وبالتالي تمثل عناصر التكاليف الاستثمارية في تلك العناصر التي تنفق خلال الفترة من لحظة ظهور فكرة المشروع وإعداد الدراسات الخاصة به حتى إجراء تجارب تشغيله، وتشمل هذه التكاليف ما يلي:

أ– تكاليف شراء والحصول على الأصول الثابتة وتركيبها ، ومن أمثلتها تكاليف شراء الآلات والمعدات ونقلها وتركيبها في الموقع، وشراء أرض المشروع وإقامة المباني عليها وتجهيزها ...الخ.

ب– رأس المال العامل، ويشمل:

– المخزون من المواد الخام اللازمة لدورة إنتاجية كاملة، ويتضمن مخزون المواد الأولية الرئيسية والمساعدة والوقود وقطع الغيار والمهمات ومواد الصيانة ومواد التعبئة والتغليف.

– النقدية السائلة التي تكفي لمقابلة مصروفات مثل الأجور والمرتبات والعناصر الأخرى للمصروفات الصناعية والتسويقية والإدارية والمالية الأخرى.

ج – مصروفات التأسيس وتتضمن : تكلفة تكوين الشركة، وتكلفة الدراسات التمهيدية والتفصيلية والأتعاب القانونية، ومصروفات انتقال وسفر وتدريب العاملين الذين سيوكل إليهم تشغيل المشروع بعد إقامته، بالإضافة إلى مصروفات تجارب تحت التشغيل ... الخ.

- ✓ **تكاليف التشغيل السنوية:** تعتبر عملية تحديد عناصر التكاليف الخاصة بالتشغيل خلال السنة الأولى التي يصل فيها النشاط الإنتاجي إلى مستوى الطاقة الكاملة أساسًا لقياس مدى ربحية المشروع، وتمثل تكاليف التشغيل السنوية في التكلفة الصناعية للإنتاج وأيضًا التكلفة التسويقية والإدارية، ويتعين على القائمين بدراسة وتحليل هذا الجزء أن يبرزوا ويوضحوا الأنواع التالية من التكاليف في إطار تحليلهم:

أ- التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة : إن أساس هذا التمييز الذي يفصل بين التكاليف الثابتة والمتغيرة هو أنه ليس لها علاقة بتغيير حجم الإنتاج وبين التكاليف التي تغير ذلك الحجم.

ب- التكاليف التي تكون ثابتة طالما أن النشاط الإنتاجي مستمر ولكن يمكن تجنبها لو أن هذا النشاط توقف، مثل ذلك مرتبات الموظفين الذين يقومون بعملية الإشراف.

ج-التكاليف التي تستمر حتى لو توقف الإنتاج ولكن يمكن تجنبها لو تم تصفية المشروع، مثال ذلك مرتبات الحراس.

د- التكاليف التي لا يمكن تجنبها حتى لو تم تصفية المشروع وتم بيع أصوله، مثال ذلك استهلاك الآلات والمعدات خصوصًا التي لا يكون لها قيمة سوقية.

ه- التكاليف التي لا تكون مترتبة على الإنتاج ولكنها تكون خاضعة لتصرف الإدارة، مثال ذلك مصاريف الإعلان والأبحاث وأتعاب المستشارين والقانونين.

و- التكاليف المضافة، وهي تلك التكاليف المترتبة على قرار معين، مثل القرار الخاص باستخدم آلة لعدد من الساعات الإضافية، يترتب عليه تكاليف إضافية تتمثل في الوقود اللازم لإدارة هذه الآلة وتكاليف إهلاكها نتيجة لتشغيلها هذا العدد الإضافي من الساعات.

المحاضرة الخامسة: معايير اختيار الإستثمارات

تمهيد :

المشروع الإستثماري هو مجموعة من التدفقات النقدية الداخلة و الخارجة موزعة على مدة حياة المشروع، و يستخدم أسلوب تحليل التدفقات النقدية للتعرف على ما إن كان المشروع سيقابل مشكلة السيولة، و ما إذا كان المشروع سيمكن من تغطية الإلتزامات الجارية من حيث ميعاد استحقاقها .[1]

1- معايير اختيار الاستثمارات:

هناك مجموعة من المعايير في اختيار الاستثمارات وهي:[2]

1-1 معيار القيمة الحالية:

يعرف معيار صافي القيمة الحالية بأنه عبارة عن الفرق بين القيمة الحالية للدفعات النقدية التي ستحقق على مدى عمر المشروع، وبين قيمة الاستثمار للمشروع، وهذا يعني أن كل التدفقات النقدية السنوية تخصم إلى النقطة صفر أو بعبارة أخرى الفرق بين القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة والتدفقات النقدية الخارجة للمشروع.

لحساب صافي القيمة الحالية لابد من وجود معدل خصم(تكلفة رأس المال)يتم على أساسه خصم التدفقات النقدية المرتبطة بالاستثمار، أو يجب أن يعكس هذا المعدل ما يلي:

- ✓ معدل تكلفة الحصول على الأموال المستثمرة.
- ✓ الحد الأدنى لمعدل العائد الذي يرغب المستثمر في الحصول عليه.

1-2 معيار العائد الداخلي:

يعرف معدل العائد الداخلي بأنه سعر الخصم الذي تكون عنده نسبة العوائد الحالية إلى التكاليف الحالية للمشروع مساوية للواحد الصحي، أو بمعنى آخر هو سعر الخصم الذي يجعل القيمة الحالية الصافية للمشروع مساويا للصفر.

---

[1] **سمير محمد عبد العزيز**، **الجدوى الإقتصادية للمشروعات الإستثمارية و قياس الربحية التجارية و القومية**، مكتبة و مطبعة الإشعاع الفنية، مصر، 2002، ص 230.

[2] **كعواش جمال الدين**، مرجع سبق ذكره، بتصرف

كما يعرف بأنه المعدل الذي تتساوى عنده القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة مع القيمة الحالية للتدفقات النقدية الخارجة للمشروع الاستثماري.

يختلف هذا المعيار عن المعيار السابق في أن معدل الخصم هنا يكون مجهولا، والمطلوب معرفة قيمة ذلك المعدل الذي يجعل القيمة الحالية الصافية تساوي الصفر.

1-3 معيار مؤشر الربحية:

يسمى كذلك معيار العائد/التكلفة، وهو أحد المعايير المستخدمة في دراسة قرارات اختيار وتقييم المشروعات الاستثمارية، حيث يعرف بأنه المعيار الذي يقيس قدرة المشروع الاستثماري على تحقيق الأرباح، فهو عبارة عن نسبة صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية إلى التكاليف الاستثمارية.

يستخدم هذا المعيار كمكمل لمعيار صافي القيمة الحالية، ويتم وفق هذه الطريقة قبول المشروع الذي يكون مؤشر ربحيته أكبر من الصفر، فيما يتم رفضه إذا كان مؤشر ربحيته أقل من الصفر، وعند المفاضلة بين المشاريع، يتم اختيار المشروع الذي يكون مؤشر ربحيته أكبر من مؤشرات باقي المشاريع.

2- طريقة حساب معايير اختيار المشاريع حسب فترة الاسترداد، معدل متوسط العائد و المعدل الداخلي للعائد:

سنتطرق من خلال هذا الجزء من المحاضرة إلى كل من طريقة حساب معايير اختيار المشاريع الاستثمارية وفق فترة الاسترداد، معدل متوسط العائد و المعدل الداخلي للعائد فيما يلي:

1-2 طريقة فترة الاسترداد:

- **مفهوم فترة الإسترداد:** يقصد بفترة الاسترداد الفترة اللازمة لتعادل التدفقات النقدية الصافية مع التكاليف الاستثمارية للمشروع و قد تكون المدة الزمنية اللازمة ليتمكن المشروع من استرداد تكاليفه الاستثمارية، ووفقا لهذا المعيار فإن المشروع الذي يقوم باسترجاع أمواله أو تكاليفه الاستثمارية في أقل من مدة زمنية ممكنة يكون هو الأحسن و المرغوب فيه هذا من جهة، من جهة أخرى تستعمل أيضا فترة الاسترداد في معرفة ما إذا كان المشروع مقبولا أم لا ، و ذلك عندما تكون هناك مدة تحكيمية و هي مدة زمنية يحددها المستثمر، و هي تمثل أقصى مدة زمنية

يمكن أن تصلها فترة الاسترداد من وجهة نظره و هي مجزئة إلى ثلاثة حالات أولها إذا كانت فترة الاسترداد أقل من المدة التحكيمية فإن المشروع يكون مقبولا، أما إذا كانت فترة الاسترداد أكبر من المدة التحكيمية فإن المشروع يكون مرفوضا و إذا كانت فترة الاسترداد تساوي المدة التحكيمية فلإن المشروع يكون مقبولا . [1]

لفترة الإسترداد حالتين الأولى في حالة تساوي التدفقات النقدية السنوية الصافية خلال العمر الإنتاجي للمشروع و الثانية في حالة عدم تساوي التدفقات النقدية السنوية الصافية خلال العمر الإنتاجي للمشروع موضحة فيمايلي: [2]

2-1-1 في حالة تساوي التدفقات النقدية السنوية الصافية خلال العمر الإنتاجي المتوقع للمشروع:

هنا يتم حساب فترة الاسترداد وفقا للمعادلة التالية:

فترة الاسترداد= تكلفة الاستثمار الأولية ÷ التدفق النقدي السنوي الصافي ، أي :

$$D_R = \frac{Io}{CFN}$$

حيث:

I_O: مبلغ الانفاق الاستثماري الأولي

CFN: التدفقات النقدية السنوية الصافية

D_R: فترة الاسترداد

مثال توضيحي:

ليكن لدينا المشروع التالي:

4	3	2	1	السنوات
450	450	450	450	التدفقات السنوية الصافية

المطلوب: حدد فترة الإسترداد لهذا المشروع إذا علمت أن تكلفته الإستثمارية الأولية يقدر بـــ: 1200 .

[1] **أحمد عبد الرحيم زردق ، محمد سعيد بسيوني، مبادئ دراسات الجدوى الاقتصادية**، جامعة بنها، مصر، 2011، ص 234.
[2] **خالدي عادل، مطبوعة دراسة جدوى و اختيار الاستثمارات**، موجه للسنة الأولى ماستر أكاديمي علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير ، جامعة أم البواقي، 2019/2018، ص ص 105- 107.**(بتصرف)**

الحل:

$$DR_A = \frac{I_0}{CFN} = \frac{1200}{450}$$

$$DR_A = 2.66$$

وعليه فإن فترة الإسترداد تقدر بسنتين و ثمانية أشهر.

2-1-2 في حالة عدم تساوي التدفقات النقدية السنوية :

في هذه الحالة يتم إيجاد فترة الإسترداد من خلال جمع التدفقات النقدية السنوية الصافية عاما بعد آخر حتى يصبح مجموع تلك التدفقات مساويا للنفقات الإستثمارية.

$$I_0 = \sum_{t=1}^{DRS} CF_t$$

كما يمكن إيجاد فترة الإسترداد وفقا لمايلي:

فترة الإسترداد= تكلفة الاستثمار الأولية ÷ متوسط التدفقات النقدية السنوية الصافية

حيث:

متوسط التدفقات النقدية السنوية الصافية = مجموع التدفقات النقدية السنوية الصافية ÷ العمر الاقتصادي للمشروع

مثال توضيحي: مشروع استثماري تقدر تدفقاته النقدية لمدة 5 سنوات على النحو التالي:

السنوات	1	2	3	4	5
التدفقات النقدية	10000	12000	8000	10000	10000

المطلوب: حدد فترة الأسترداد لهذا المشروع إذا علمت أن تكلفته الاستثمارية الأولية تقدر بـــ: 40000؟

الحل:

- طريقة التدفقات النقدية المتراكمة:

السنوات	1	2	3	4	5
التدفقات النقدية المتراكمة	10000	22000	30000	40000	50000

و عليه و من خلال الجدول أعلاه نجد أن فترة الإسترداد لهذا المشروع تكون عند السنة 4.

- طريقة متوسط التدفقات النقدية السنوية الصافية:

متوسط التدفقات النقدية السنوية الصافية = التدفقات النقدية السنوية الصافية ÷ عدد السنوات

$= 50000 \div 5 = 10000$

فترة الإسترداد = تكلفة الإستثمار الأولية ÷ متوسط التدفقات النقدية السنوية الصافية

$= 40000 \div 10000 = 4$ سنوات

إيجابيات و سلبيات معيار فترة الاسترداد:

لمعيار فترة الإسترداد العديد من المزايا و العيوب أبرزها مايلي: [1]

الايجابيات:

- سهولة العمليات الحسابية.
- تجنب الأخطار الناتجة عن تقلب الظروف الاقتصادية.
- يتماشى هذا المعيار مع اتخاذ القرار بشأن المفاضلة بين المشاريع المقبولة في جميع المجالات التي تتميز بسرعة التغير في الفن الإنتاجي المستخدم.
- يتماشى هذا المعيار مع الشركات التي تعاني من عجز كبير في سيولتها النقدية و تطبيق هذه الطريقة يمكن أن يكون و سيلة لحل مشاكلها في السيولة.

[1] **خليل محمد خليل عطية، دراسات الجدوى الإقتصادية** ، مركز تطوير الدراسات العليا و البحوث، جامعة القاهرة، 2008، ص76 . (بتصرف)

- يسمح اختيار الاستثمار صاحب أقصر مدة استرجاع بإعادة استثمار المبالغ المسترجعة لفترة قادمة أو بتجديد الاستثمار.

- هذه الطريقة ملائمة للمؤسسات التي لا تملك أموال كبيرة.

السلبيات:

- التحيز في غير صالح الفرص الإستثمارية طويلة الأجل نسبيا، إذ يضعها في قائمة أذنى الأولويات في اختيار المستثمر رغم الأهمية الاقتصادية الهامة.

- لا تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود.

- لا تأخذ بعين الاعتبار التدفقات النقدية بعد مدة استرداد رأس المال رغم أنه قد تكون هناك تدفقات كبيرة أحيانا بعد هذه المدة.

2-2 معيار معدل متوسط العائد: يتم من خلال هذا المعيار المقارنة بين المعدل المتوسط للعائد و معدل الفائدة المستعمل في السوق فإذا كان أكبر من معدل الفائدة فإنه يتم قبول مبدئيا ثم اختيار المشروع الذي يحقق أحسن معدل متوسط للعائد مبينة في الآتي: [1]

$$\textbf{المعدل المتوسط للعائد} = \frac{\text{متوسط الإيرادات الصافية}}{\text{القيمة الأصلية للإستثمار}} \times 100$$

يتم توضيح ذلك من خلال المثال الآتي:

مثال توضيحي:

سمحت عملية دراسة عدد من المشاريع لانتقاء 3 مشاريع تم تقديمها للإدارة لكي تفصل بينها، وجاءت معطيات كل المشاريع كما هو مبين في الجدول التالي:

[1] ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص 159.

المشروع	قيمة الحيازة	1	2	3	4	5	6	7
1	62500	7500	12500	19250	22500	22500	13250	7500
2	55000	5000	6000	12500	15000	11000	-----------	-------
3	54000	6000	7000	10000	14000	10000	-------	----

- أحسب المعدل المتوسط للعائد لكل المشاريع ؟
- حدد أي مشروع تختاره المؤسسة إذا علمت أن معدل الفائدة السائدة في السوق هو 19% ؟

الحل:

- حساب المعدل المتوسط للعائد لكل المشاريع:

لدينا :

$$TMR = [\frac{\sum RN}{C} / \; C] . 100$$

C: قيمة الحيازة للأصل الاستثماري

n: عدد سنوات استعمال الاستثمار

- المعدل المتوسط للعائد للمشروع (1):

$$TMR_1 = [\frac{105000}{7} / \; 62500] . 100 = 24\%$$

- المعدل المتوسط للعائد للمشروع (2):

$$TMR_2 = [\frac{49500}{5} / \; 55000] . 100 = 18\%$$

- المعدل المتوسط للعائد للمشروع (3):

$$TMR_3 = [\frac{47000}{5} / \; 54000] . 100 = 17,4\%$$

- تحديد أي مشروع تختاره المؤسسة:

حسب معدل الفائدة السائد في السوق فإن المشروعين الثاني و الثالث غير مقبولين تجاريا، و المشروع الأول يحقق معدل عائد أكبر من معدل السوق و بالتالي يتم قبوله.

ملاحظة:

للمؤسسة الحرية في قبول أو عدم قبول المشروع في حالة تساوي معدل المتوسط للعائد مع المعدل الفائدة السائد في السوق.

إذا كان المشروع يحقق للمؤسسة نتائج إيجابية فإنه عادة ما يسم قبوله بغض النظر عن المعدل.

إذا تبقى للاستثمار قيمة ما في نهاية مدة استعماله فإنه يجب أخذ بعين الاعتبار هذه القيمة عند حساب المعدل المتوسط و يحسب بالطريقة التالية:

$$TMR = [\ \frac{\sum RN}{n} / \ \frac{C+CR}{2}]\ .\ 100$$

حيث: CRالقيمة المتبقية للاستثمار

إيجابيات و سلبيات معيار معدل متوسط العائد:

يتميز هذا المعيار أو هذه الطريقة أيضا بدورها بمجموعة من الإيجابيات و السلبيات أبرزها :[1]

الإيجابيات و سلبيات معيار معدل متوسط العائد:

- بساطة و سهولة العمليات الحسابية.
- عدم أخذها بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود.
- عدم أخذهات بعين الاعتبار إمكانية تغير معدل الفائدة السائد في السوق.
- عدم أخذها بعين الاعتبار في ما إذا كانت حياة المشروع قصيرة أو طويلة.

3-2 معيار المعدل الداخلي للعائد:[2]

[1] **ناصر دادي عدون**، **الرياضيات المالية**، دار المحمدية، الجزائر، 1995، ص161.
[2] **خالدي عادل**، مرجع سبق ذكره، ص ص 112-113. **(بتصرف)**

يعرف معدل العائد الداخلي بأنه: معدل الخصم الذي تتساوى عنده القيمة الحالية هذا المعدل بأنه المعدل الذي تتساوى عنده القيمة الحالية للتدفقات النقدية المتوقعة مع تكلفة الإستثمار، و بذلك فهو عبارة عن معدل الخصم الذي تكون عنده القيمة الحالية الصافية مساوية للصفر أي:

$$\sum_{t=1}^{N} \frac{CF_t}{(1+r)^t} = I$$

بحيث:

CF_t: التدفقات النقدية الصافية خلال الفترة t

r : معدل العائد الداخلي

I: تكلفة الاستثمار

و من خلال المعادلة يتم البحث عن قيمة معدل العائد الداخلي ثم مقارنته مع معدل تكلفة الأموال ، و في هذه الحالة يتم التمييز بين الحالتين التاليتين:

- إذا كان معدل العائد الداخلي أكبر من معدل تكلفة الأموال يعتبر المشروع مربحا .
- إذا كان معدل العائد الداخلي أصغر من معدل تكلفة الأموال يعتبر المشروع غير مربح .

و مما سبق يمكن القول أن معدل العائد الداخلي في المفاضلة بين المشاريع المختلفة ، ففي حالة وجود مجموعة من الفرص الإستثمارية المتنافسة على قدر محدود من الموارد يتم اختيار الفرص الإستثمارية ذات معدل العائد الداخلي الأكبر، و يمكن تحديد معدل العائد الداخلي باستخدام أسلوب الحصر، تعتمد عملية الحصر على معدلين قريبين حيث يفضل ألا يزيد الفرق بين المعدلين عن 5 % من المعدل الذي يجعل القيمة الحالية الصافية معدومة، و الذي لا نعثر عليه مباشرة في الجداول المالية، ثم نلجأ إلى القاعدة الثلاثية لتحديد المعدل المتناسب للفرق بين القمتين الحاليتين الصافيتين الناتجتين عن المعدلين المأخوذين كما هو موضح في المعادلة التالية:

$$\text{معدل العائد الداخلي} = \text{معدل الخصم الأصغر} + (\text{الفرق بين معدلي الخصم}) * \frac{\text{القيمة الحالية الصافية عند المعدل الأصغر}}{\text{الفرق المطلق بين القيمتين الحالتين عند المعدلين}}$$

مثال توضيحي: لدينا التدفقات النقدية الصافية لمشروع استثماري تكلفته تقدر بـــ 50000 دج مع العلم أن معدل العائد المطلوب هو 15 %.

السنوات	1	2	3	4	5	6
التدفق النقدي	5000	10000	15000	15000	25000	30000

المطلوب: أوجد معدل العائد الداخلي و قم بالحكم عل المشروع ؟

الحل: لحساب معدل العائد الداخلي نبدأ أولا بحساب نبدأ أولا بحساب صافي القيمة الحالية عند معدل العائد المطلوب ، أما في حالة عدم توفره فنفترض أي معدل آخر .

صافي القيمة الحالية عند معدل الخصم 15 % هي 5725

نفترض أيضا معدل خصم أكبر نحسب على أساسه صافي القيمة الحالية و ليكن المعدل 20 %

صافي القيمة الحالية عند معدل خصم 20 %هي 1284-

و منه يمكن استنتاج أن معدل العائد الداخلي محصور بين 15 % و 20 % و بتطبيق معادلة تحديد معدل العائد الداخلي نجد:

معدل العائد الداخلي = 0.15+ (0.20-0.15) * (5725+1285)÷ 5725

= 19.08 % و عليه فإن المشروع يعد مقبولا .

إيجابيات و سلبيات معيار المعدل الداخلي للعائد:

مثل غيره من المعايير أو الطرق فإن له أيضا إيجابيات و سلبيات تلخص في النقاط التالية :

- الأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود .
- يعبر عن العائد الإقتصادي للمشروع.
- عدم الأخذ بعين الاعتبار الإيرادات الممكن تحقيقها بعد مدة الاستعمال.
- يعد معيار مقياسيا داخليا للمؤسسة.
- يمدنا بمعدل الفائدة القصوى.

- صعوبة الإعتماد على هذا المعيار في حالات استثمارات التجديد .

- صعوبة الحسابات لاسيما إذا كانت الإيرادات و التكاليف بدفعات غير متساوية.

- يمكن أن يسبب تناقض في ترتيب المشاريع.

3- طريقة حساب معايير مؤشر الربحية :

ما يميز هذا المعيار أو المؤشر أنه يسمح لنا مؤشر بمعرفة ما تنتجه كل وحدة مستثمرة من الأرباح خلال حياة هذا الاستثمار و كذا خلال ما تبقى منه بعد نهاية استعماله.

يتم وفق هذه الطريقة اختيار الاستثمار بعد مقارنة المعدل المحسوب مع الواحد، فإذا كان المعدل يساوي أو يزيد عن الواحد فالمشروع مرفوض لأن إيراداته الصافية لا تغطي تكلفة الاستثمار.[1]

كما يحسب معيار الربحية بالعلاقة التالية:

$$IR = \frac{\sum Rs(1+i)^{-s} + VR(1+i)^{-n}}{i} = \frac{R1\,(1+i)^{-1} + R2\,(1+i)^{-2} + \cdots + Rn(1+i)^{-n}}{i}$$

أما إذاكانت الإيرادات السنوية الصافية متساوية فإنه يتم الاعتماد على قانون الدفعات المتساوية و يصبح لدينا:

$$IR = R\ .\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + VR(1+i)^{-n}$$

بحيث أن :

IR: مؤشر الربحية

RS:صافي التدفق النقدي S

n: عدد سنوات الاستثمار

I: معدل الفائدة المطبق

VR: القيمة المتبقية من الاستثمار في آخر سنة من استعماله.

[1] **علي شريف، محمد فريد الصحن، مبادئ الإدارة**، الدار الجامعية، الاسكندرية، 2002، ص383.

و بغية الإلمام أكثر بالموضوع نتطرق للمثال التوضيحي التالي:

مثال توضيحي : القيمة المتبقية من الاستثمار في آخر سنة من استعماله تم تقديمها للإدارة لكي تفصل بينها ، و جاءت معطيات كل مشروع كما هو مبين في الجدول علما أن معدل الفائدة المستعمل هو 10% كما سمحت عملية دراسة عدد من المشاريع بانتقاء 3 مشاريع.

- المطلوب : أحسب طريقة معيار الربحية للمشروع الذي سيتم اختياره ؟

المشروع	تكلفة الحيازة	الإيرادات السنوية الصافية	القيمة المتبقية نهاية الاستعمال	المدة
1	67000	19200	3000	5
2	50000	12000	2850	5
3	38000	10500	0	5

الحل:

- حساب معيار ربحية المشروع (1):

$$\mathrm{iR}_1 = \frac{RN1}{C1}$$

$$RN1 = \mathrm{R}\ .\frac{1-(1+i)^{-5}}{i} \ + VR(1+i)^{-5}$$

$$RN1 = 19200\ .\frac{1-(1+0{,}1)^{-5}}{0{,}1} \ + 3000\ \ (1+0{,}1)^{-5}$$

$$iR1 = 74645{,}86$$

$$\mathrm{IR}_1 = \frac{74645{,}86}{67000} \ = 1{,}1141\%$$

- حساب معيار ربحية المشروع (2):

$$\mathrm{IR}_2 = \frac{RN1}{C1}$$

$$RN2 = \mathrm{R}\ .\frac{1-(1+i)^{-5}}{i} \ + VR(1+i)^{-5}$$

$$RN2 = 12000\ .\frac{1-(1+0{,}1)^{-5}}{0{,}1} \ + 2850\ \ (1+0{,}1)^{-5}$$

$$RN2 = 47259{,}067$$

$$\mathrm{IR}_2 = \frac{47259{,}067}{50000} \ = 0{,}9451\%$$

حساب معيار ربحية المشروع (3):

$$iR3 = \mathrm{R}\ .\frac{1-(1+i)^{-5}}{i}\ + VR(1+i)^{-5}$$
$$RN3 = 10500\ .\frac{1-(1+0{,}1)^{-5}}{0{,}1}\ + 0$$
$$RN3 = 39803{,}26$$
$$\mathrm{IR}_3 = \frac{39803{,}26}{38000}\ = 1{,}047\%$$

نلاحظ من خلال النتائج السابقة بأن المشروع (2) لم يصل مؤشر ربحيته إلى 1 و هذا يعني بأنه لا يغطي تكاليفه و لذا يرفض، أما الاستثمارين (1) و(3) فقد تجاوز مؤشر ربحيتها الواحد و عليه هما مقبولين مبدئيا و يتم الاختيار بينهما على أساس أكبر معدل ربحية أي يتم اختيار المشروع (1) .

إيجابيات و سلبيات طريقة معيار الربحية:

لهذه الطريقة أيضا سلبيات و إيجابيات يمكن توضيحها في مايلي:

- الأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود .
- هذا المعيار يساعد و يوضح عملية معرفة الربحية لوحدة نقدية مستثمرة.
- يساعد عل ترتيب المشاريع .
- تعقيد العمليات الحسابية لا سيما إذا لم تكن الإيرادات الصافية متساوية .
- تعد هذه الطريقة كطريقة مكملة وليست أساسية .

المحاضرة السادسة: الفائدة البسيطة

من خلال المتابعة اليومية للنشاطات التجارية والمالية، نلاحظ أنها تتميز بالدفع نقدا أو الدفع لأجل، أو كلا الطريقتين في آن واحد، ومن المعاملات المالية ما يتميز بالبساطة وهناك أنواع آخرى تتصف بالتعقيد من حيث الإجراءات، المدة الزمنية، معدل الفائدة المطبق، وطريقة خصم الأوراق التجارية ومتابعة الحسابات الجارية ذات الفوائد . . .الخ

إن الفائدة البسيطة (ومن التسمية) تتميز بالسهولة والبساطة وترتبط بالمعاملات قصيرة الاجل، وفيما يلي سنوضحها أكثر.

1 . تعريف الفائدة البسيطة:

الفائدة هي العائد الذي يحصل عليه الشخص الذي يقوم بتوظيف ماله في مؤسسة مالية بمعدل ثابت، أو المبلغ الذي يدفعه المقترض إلى المقرض " صاحب المبلغ المالي" مقابل انتفاعه بالقرض، فالفائدة من وجهة نظر الطرفين (الدائن و المدين) فالمقترض بالنسبة له تعتبر كأجر يدفعه مقابل استعمال المبلغ المالي الذي هو القرض، أما من وجهة نظر المقرض أي صاحب رأس المال فهي تعتبر كمدخل ناتج عن التوظيف لهذا المبلغ.[1]

2 . حساب الفائدة البسيطة:

من التعريف يتضح أن الفائدة البسيطة تحكمها ثلاث عناصر وهي الزمن (المدة)، معدل الفائدة، قيمة رأس المال المقترض، وعليه يمكن تحديد قيمة الفائدة البسيطة باستخدام الصيغة التالية:

- المبلغ الأصلي أو رأس المال المستثمر نرمز له بالرمز A
- معدل الفائدة نرمز له بالرمز i (أحيانا نرمز له بالحرف t)
- مدة الاستثمار نرمز له بالرمز n

[1] **بعلوج بولعيد**، **مدخل إلى الرياضيات المالية**، مطبوعات جامعة منتوري قسنطينة، الجزائر،2002، ص 03.

- نرمز للفائدة البسيطة بالرمز Is،

- حساب الفائدة البسيطة: تتم عملية حساب الفائدة البسيطة وفق الصيغة التالية: [1]

$$I_s = A \times i \times n$$

- حساب الجملة: ونقصد بها مجموع رأس المال والفوائد المتراكمة وتحسب وفق الصيغة التالية:[2]

$$I_s = (A \times i \times n) + A$$
$$I_s = A[(i \times n) + 1)]$$

ملاحظات هامة:

- لا بد أن تتفق المدة مع المعدل المطبق عند حساب الفائدة.

- المدة غالبا لا تكون بالسنوات لذلك يجب تحويلها بالسنوات، فإذا كانت المدة بالشهور تحول إلى سنوات بالقسمة على 12، أما إذا كانت بالأيام تحول إلى سنوات بالقسمة على 360 فى حالة الفائدة التجارية أو بالقسمة على 365 فى حالة الفائدة الصحيحة.

- تكون السنة بسيطة عندما يكون فيها شهر فيفري 28 يوما وتكون السنة بسيطة فى حالة إذا تم قسمة السنة على 4 ووجد لها باقى.

- تكون السنة صحيحة (السنة كبيسة) عندما يكون فيها شهر فيفري 29 يوما، وتكون السنة كبيسة فى حالة إذا تم قسمة السنة على 4 ووجد أنها تقبل القسمة على 4 بدون باقى. مثلا سنة 2016.

مثال توضيحي:

أودع شخص مبلغ من المال قدره 3000دج لمدة سنة واربع أشهر وعشرون يوما بمعدل فائدة بسيط قدره 5%. أوجد قيمة الفائدة البسيطة ثم الجملة في نهاية الفترة؟

الحل:

[1] **طارق عبد الباري، عيد أبو بكر، تطبيقات الرياضيات المالية فى العلوم المالية و الإدارية**، دار زمزم للنشر ، الأردن، 2009، ص 13.
[2] المرجع نفسه.

- قيمة الفائدة البسيطة:

$$I_s = A \times i \times n$$

$$I_s = (3000 \times 0.05 \times 1) + \left(3000 \times 0.05 \times \frac{4}{12}\right) + (3000 \times 0.05 \times \frac{20}{365})$$

$$I_s = (3000 \times 0.05 \times 1) + \left(3000 \times 0.05 \times \frac{4}{12}\right) + (3000 \times 0.05 \times \frac{20}{365})$$

$$I_s = 150 + 50 + 8.21$$

$$I_s = 208.21 \text{دج}$$

- قيمة الجملة:

الجملة = راس المال + الفوائد = 3000+208.21 = 3208.21

مثال:

اودع شخص مبلغ من المال لمدة 10 شهور، بمعدل 6% فوجد قيمة الفائدة البسيطة 165دج، أوجد إذا قيمة راس المال الموظف؟

الحل:

$$I_s = A \times i \times n$$

$$165 = A \times 0.06 \times \frac{10}{12}$$

$$A = \frac{165 \times 12}{0.06 \times 10}$$

$$A = 3300 \text{دج}$$

3. أنواع الفائدة البسيطة:[1]

من المعترف به أن عدد أيام السنة المدنية أو الحقيقية هو 365 يوم وأن عدد أيام السنة التجارية هو 360 يوم، مما سبق تقسم الفائدة البسيطة إلى نوعان:

أ– الفائدة البسيطة الصحيحة (الحقيقية): هي الفائدة التي تحسب على أساس أن عدد أيام هو 365 يوما، وهي تكون دوما أقل من الفائدة البسيطة التجارية الأمر الذي يدفع البنوك التجارية لاستخدامها كونها تكون في صالحها .

ب– الفائدة البسيطة التجارية: هي الفائدة التي تحسب على أساس أن عدد أيام السنة هو 360 يوما فقط تسهيلا للعمليات الحسابية كون هذا العدد يقبل القسمة على الكثير من الأعداد الممثلة لمعدلات الفائدة.

4. الفرق بين الفائدة البسيطة التجارية والحقيقية

من المعترف به أن عدد أيام السنة المدنية أو الحقيقية يقدر بـ 365 أو 366 يوما وأن أيام السنة التجارية تساوي دائما 360 يوما بإعتبار أن لكل شهر 30 يوما وذلك تسهيلا للعمليات الحسابية، وهنا نلاحظ بكل بساطة إختلاف في مجموع أيام السنة (365–360 = 5 أيام)، وبما أن الفائدة التجارية ستحسب على أساس 360 يوم والفائدة الحقيقية على أساس 365 يوم سيكون الفارق 365/360 وهو 73/72 أي :

$$I_r = \frac{A \times i \times n}{365} \text{..... الفائدة الحقيقية}$$

$$I_c = \frac{A \times i \times n}{360} \text{..... الفائدة التجارية}$$

بقسمة الفائدة الحقيقية على الفائدة التجارية نجد أن

$$I_r = I_c \times \frac{72}{73}$$

أو

[1] **ناصر دادي عدون**، مرجع سبق ذكره، ص ص 12- 13.

$$I_c = I_r \times \frac{73}{72}$$

وبالطرح نجد:

$$I_c = I_r(1 + \frac{1}{72})$$

بمعنى أن الفائدة التجارية تزيد عن الفائدة الحقيقية بمقدار 72/1 من الفائدة الحقيقية.

مثال:

إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والحقيقية لمبلغ من المال وضع في البنك لمدة 185 يوما هو 52.797دج وكان معدل الفائدة المطبق خلال هذه الفترة هو 10% سنويا، أحسب المبلغ المودع في البنك؟

الحل:

لدينا: $I_c - I_r = I_r \times \frac{1}{72} \Rightarrow 52.797 = I_r \times \frac{1}{72}$

ومنه: $I_c = 3854.181$ و $I_r = 3801.384$

وعليه يستلزم أن المبلغ المودع في البنك هو: $I_c = \frac{A\ i\ j}{360} \Rightarrow 3854.181 = \frac{A\ 0.1\ 185}{360}$

ومنه A =75000

وبطريقة أخرى لدينا: $I_r = \frac{A\ i\ j}{365} \Rightarrow 3801.384 = \frac{A\ 0.1\ 185}{365}$

ومنه A =75000

مثال: حسب الفرق بين الفائدتين i_c و i_R لمبلغ مستثمر لمدة معينة وبمعدل معين فبلغ 50 دج

- أحسب كلا الفائدتين i_c و i_R ؟

الحل:

$$i_C - i_R = 50$$

$$i_C - i_R = \frac{1}{72} . i_R \rightarrow 50 = \frac{1}{72} . i_R$$

$$\rightarrow i_R = 3600$$

$$i_C = \frac{73}{72} i_R = \frac{73}{72} . 3600$$

$i_c = 3650$

مثال:

بلغت الفائدة التجارية لمبلغ موظف بمعدل 5% لمدة 70 يوم 5000 دج.

- أحسب الفائدة الصحيحة i_R في حالة توظيف نفس المبلغ بنفس الشروط؟

الحل:

$$\frac{i_R}{i_c} = \frac{72}{i_R} = \frac{i_R}{5000} \rightarrow i_R = \frac{5000\,.72}{73}$$
$$\rightarrow i_R = 4931.5$$

5. جملة القرض (القيمة المحصلة):

تعرف جملة القرض أو القيمة المحصلة بأنها المبلغ الكلي الذي يحصل عليه المقرض بعد انتهاء مدة القرض أي الأصل إضافة للفوائد الناتجة عن عملية الإقراض وعادة ما يرمز للجملة بالرمز A .[1]

1.5 استنتاج قانون الجملة:[2]

يختلف قانون الجملة باختلاف طبيعة المدة: أيام أو أشهر أو سنوات، كما تختلف أيضا فيما إذا كانت تجارية أو صحيحة:

- إذا كانت المدة بالسنوات:

$$A = c + i = C + \frac{C.t.n}{100} \rightarrow A = C(1 + \frac{t.n}{100})$$

- إذا كانت المدة بالأشهر:

---

[1] **نور الدين زعيبط**، مرجع سبق ذكره، ص 19 .
[2] **ناصر دادي عدون**، مرجع سبق ذكره، ص 10.

$$=c+i=C+\frac{C.t.m}{1200}\rightarrow A=C(1+\frac{t.m}{1200})A$$

- إذا كانت المدة بالأيام:

يمكن هنا التمييز بين الجملة التجارية والجملة الصحيحة وهذا حسب السنة التجارية أو بسيطة.

أ- الجملة التجارية:

$$A_c=C+\frac{C.t.j}{36000}\rightarrow A_c=C(1+\frac{t.j}{36000})$$

ب- الجملة الصحيحة:

سنة بسيطة: $=c+\frac{C.t.i}{36500}\rightarrow A_R=C\left(1+\frac{t.j}{36500}\right)A_R$

سنة كبيسة: $=c+\frac{C.t.j}{36600}\rightarrow A_R=C(1+\frac{t.j}{36600})A_R$

مثال:

أودع شخص مبلغ 23000 دج لدى بنك لمدة 8 أشهر بمعدل فائدة بسيطة تقدر بـ 10% سنويا.

- ما هي قيمة ما تجمع لهذا الشخص بعد نهاية هذه المدة؟

وإذا وضع نفس المبلغ في البنك لمدة 75 يوم بمعدل فائدة سنويا 12%.

- أحسب جملة هذا المبلغ ؟

الحل:

- حساب جملة من المبلغ لمدة 8 أشهر:

نلاحظ بأن المدة بالأشهر و عليه نستعمل القانون التالي:

$$A=c\left(1+\frac{t.n}{1200}\right)\Longrightarrow A=23000(1+\frac{10.8}{1200})$$
$$A=24533{,}33DA$$

- حساب جملة المبلغ لمدة 75 يوم:

نلاحظ بأن المدة بالأيام إذا نستعمل القانون التالي:

$$A = c\left(1+\frac{t.j}{36000}\right) \Longrightarrow A = 23000(1+\frac{10.75}{36000})$$
$$A = 23575DA$$

مثال:

اقترض شخص 130000 دج بمعدل 5% لمدة 5 أشهر .

- ما هو مبلغ الجملة الذي بدفعه للبنك في نهاية المدة؟

الحل:

$$A = 130000\left(1+\frac{5.5}{1200}\right) = 132708{,}33\ DA$$

مثال:

أودع شخص مبلغا من المال لدى بنك معين بمعدل 5% لمدة 210 يوم فحصل على جملة قدرها 24533,33دج.

- أحسب قيمة الأصل C ؟

الحل:

$$A = c\left(1+\frac{t.j}{36000}\right) \Longrightarrow 205833{,}33 = c(1+\frac{5.210}{36000})$$
$$A = 20000(1+\frac{5.210}{36000})$$
$$\Rightarrow c = 20000 \text{ دج}$$

مثال:

أودع شخص مبلغ 57600 دج في بنك لمدة أيام معينة، فبلغت الفائدة البسيطة المحصل عليها في نهايتها 2688دج ، أوجد هذه المدة بمعدل فائدة 14 % سنويا ؟

الحل:

- إيجاد مدة الإيداع :

$$\mathrm{I_s} = (\mathrm{A} \times \mathrm{i} \times \frac{\mathrm{j}}{360})$$
$$2688 = (57600 \times 0.14 \times \frac{\mathrm{j}}{360})$$
$$j = 120 \text{ يوما}$$

مثال: أودع شخص مبلغ من المال قدره 3000دج لمدة 5 أشهر بمعدل فائدة سنوي بسيط i% فتحصل على

فائدة قدرها 120 دج. أوجد معدل تطبيق أو معدل الفائدة؟

الحل:

- إيجاد معدل الفائدة:

$$\mathrm{I_s} = (\mathrm{A} \times \mathrm{i} \times \frac{\mathrm{m}}{12})$$
$$120 = (3000 \times \mathrm{i} \times \frac{5}{12})$$
$$i = 0.096$$
$$i = 9.6\ \%$$

المحاضرة السابعة: الفائدة المركبة

الفائدة البسيطة وتطبيقاتها لا تكون على المبالغ المالية المرسملة (المتراكمة) التي تراكمت مع فوائدها خلال فترات زمنية متوسطة أو طويلة (اكثر من سنة)، وعليه عندما نكون بصدد رسملة الفوائد (جمع او تراكم) مع رأس المال الموظف سنكون بصدد تطبيق الفائدة المركبة، هذه الأخيرة هي الأكثر شيوعا واستخداما، ولها قوانينها الخاصة والمختلفة عن الفائدة البسيطة.

1 . تعريف الفائدة المركبة:

الفائدة المركبة هي ذلك المبلغ الذي يتحمله المقترض أو مستعمل الأموال والذي يقدمه في نفس الوقت إلى البنك أو المقترض أي صاحب المال، ويتحدد هذا المبلغ بالعوامل الأساسية وهي قيمة رأس المال ومدة استعماله ومعدل الفائدة المطبق عليه والمتفق عليه مسبقا بين الطرفين.

إذا، هي الفائدة التي لا تحتسب على المبلغ الأصلي فقط بل على هذا المبلغ وفوائده التي تضاف إليه عند نهاية كل فترة من الفترات السابقة، و نعبر عن هذه العملية برسملة الفوائد ***capitalisation des intérêts*** أي يتم معاملة الفوائد كأنها رأس مال جديد يوظف في بداية كل فترة.[1]

وحتى تكون الفائدة مركبة يتعين على صاحب الأموال أو المستفيد منها عدم سحبها (الفائدة) وتركها تتراكم و مع رأس المال الأصلي وهذا ما يطلق عليه الرسملة وهذا ما يوضحه الجدول التالي:

لتوضيح مبدأ الرسملة نقترح المثال التوضيحي التالي:

أحسب جملة رأس مال قيمته$C = 100000$ وظف لمدة 3 سنوات بفائدة مركبة:

[1] **رحيم حسين، أساسيات نظرية القرار و الرياضيات المالية**، منشورات مكتبة إقرأ، الطبعة الأولى، الجزائر، 2011، ص155

السنوات	رأس المال المبدئي	الفوائد المحصل عليها	القيمة المحصل عليها عند نهاية السنة
1	100000	100000×0.06=6000	100000+6000=106000
2	106000	106000×0.06=6360	106000+6360=112360
3	112360	112360×0.06=67	112360+6741.6=119101.6

نلاحظ من خلال الجدول السابق، تراكم رأس المال المدئي مع الفوائد المتحصل عليها، وهذا ما يعكس الزيادة السنويه في قيمته.

2 . أوجه الاختلاف والتشابه بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة:

الجدول التالي يوضح الاختلافات بينهما :

	تعيين
الفائدة البسيطة	– هي الفائدة التي لا تتغير بمرور الفترات، بمعنى لا تعتمد على تراكم رأس المال، –يختص حسابها بالعمليات المالية قصيرة الأجل التي لا تتعدى مبدئيا السنة الواحدة؛ – إذا كانت مدة التوظيف منقسمة في فترات فإن الفائدة المحسوبة على كل فترات تضاف إلى رأس المال الأصلي بل تصرف إلى صاحبها أي أن الفائدة تبقى دوما ثابتة مالم يتغير المبلغ الأصلي؛ – الوحدات الأكثر شيوعا فيها هي الأشهر والأيام.
الفائدة المركبة	- هي الفائدة التي تتغير وتتزايد بمرور الفترات نتيجة تراكم رأس المال – يختص حسابها بالعمليات المالية التي تتجاوز مدة توظيفها مبدئيا السنة الواحدة؛ – يشترط أن يتم التوظيف فيها لفترتين متعاقبتين على الأقل وهذا حتى يتحقق شرط الرسملة؛ – الوحدات الأكثر شيوعا فيها هي السنة، السداسيات، الثلاثيات.

المصدر: من إعدادنا اعتمادا على: **عمر عبد الجواد عبد العزيز**، **الرياضيات المالية**، دار صفاء للنشر و التوزيع، الطبعة الأولى، 1999، ص186

3. علاقة الجملة للفائدة المركبة:

إن المودع أو المقترض يهدف إلى تحصيل مبالغ مالية جديدة، (زيادة رأس ماله) وبالتالي فإن العملية في نهاية الفترة أو السنة تعطى ما يسمى بالجمله، وهي القيمة الناتجة عن جمع المبلغ الأصلي مع الفائدة المحصل عليها للفترة، وعلاقة الجملة هي العلاقة الأساسية المستعملة في الفائدة المركبة، وتحسب كما يلي:

$$Vn = (\mathrm{A} \times \mathrm{i} \times \mathrm{n}) + \mathrm{A}$$

حيث:

V_n هي الجملة، A هي المبلغ الأصلي، i معدل الفائدة، n عدد السنوات

وبتزايد عدد السنوات تتزايد (تتراكم) الفوائد المحصل عليها مع راس المال الموظف، وتترسمل، ويمكن إيجاد قيمة الجملة المتراكمة عند الفترة n باستخدام الصيغة التالية:

$$Vn = A(1 + \mathrm{i})^n$$

على أساس أن الرسملة تشكل متتالية هندسية متزايدة ، وتكون الصيغة السابقة صالحة إذا كانت الفترة الزمنية بالسنوات (وهو الاستعمال الأكثر شيوعا) ويمكن ان تستعمل بالفترات سداسية او شهرية أو فصلية، ويشترط في ذلك أن تكون متكافئة مع المعدل المطبق، بمعنى معدل الفائدة سداسي للفترة السداسية، معدل فائدة شهري للفترة الشهرية.

مثال:

مبلغ مالي قدره 65000دج، أودع في البنك لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة مركبة 7.5 % سنويا،

المطلوب أوجد ما يلي:

- الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى من الإيداع
- الفائدة المحصل عليها في السنة الرابعة فقط
- الجملة المحصل عليها في نهاية المدة

الحل:

- حساب فائدة السنة الأولى:

$$I1 = A \times i \times 1 = 65000 \times 0.075 \times 1 = 4875$$

- حساب الفائدة المحصل عليها في السنة الرابعة فقط، (يتم الحصول عليها من خلال طرح جملة السنة الرابعة من جملة السنة الثالثة)

جملة السنة الرابعة هي:

$$Vn = A(1+\mathrm{i})^n = 65000(1+0.075)^4 = 86805.49$$

جملة السنة الثالثة هي:

$$Vn = A(1+\mathrm{i})^n = 65000(1+0.075)^3 = 80749.29$$

الفائدة المحصل عليها في السنة الرابعة هي : $86805.49 - 80749.29 = 6056.19$

مثال:

وظف شخص مبلغ من المال قدره 8000دج لمدة *3* سنوات بمعدل فائدة مركبة *4%* ، أوجد قيمة الفائدة المركبة ثم الجملة في نهاية الفترة؟

الحل:

- قيمة الفائدة المركبة:

$$I_c = A[(1+i)^n - 1]$$

$$I_c = 8000[(1+0.04)^3 - 1]$$

$$I_c = 998.91 \text{ دج}$$

- قيمة الجملة:

$$Vn = A(1+i)^n$$

$$Vn = 8000(1+0.04)^3$$

$$Vn = 8998.91$$

مثال:

نفس معطيات المثال السابق، مع اختلاف في المدة فقط وهي 3 سنوات و5 أشهر و20 يوم، أوجد إذا قيمة الفائدة المركبة ثم الجملة في نهاية الفترة؟

الحل:

- قيمة الفائدة المركبة:

$$I_c = A[(1+i)^n - 1]$$

$$I_c = 8000\left[(1+0.04)^{3+\frac{5}{12}+\frac{20}{360}} - 1\right]$$

$$I_c = 1167.12 \text{ دج}$$

- قيمة الجملة:

$$Vn = A(1+i)^n$$

$$Vn = 8000(1+0.04)^{3+\frac{5}{12}+\frac{20}{360}}$$

$$Vn = 9167.12$$

مثال:

وظف شخص مبلغ من المال قدره 4000دج بمعدل *5%* لمدة معينة، فبلغت جملته في نهاية الفترة 5500دج، أوجد المدة الزمنية لعملية التوظيف؟

الحل:

$$Vn = A(1+i)^n$$

$$5500 = 4000(1+0.05)^n$$

$$\frac{5500}{4000} = (1.05)^n$$

$$\frac{5500}{4000} = (1.05)^n$$

$$1.375 = (1.05)^n$$

بادخال اللوغارتم على الطرفين نتحصل على:

$$log\ (1.375) = n\ log(1.05)$$

$$\frac{log\ (1.375)}{log(1.05)} = n$$

$n = 6.52$ سنة

أي حوالي 6 سنوات ونصف.

مثال:

ضع جدولا تبين فيه كيفية استخراج قانون الجملة للدفعات المركبة خلال المدة *n* وانطلاقا من رأس مال قدره *A* وبمعدل فائدة مركبة قدره *i*؟

الحل:

المبلغ المتراكم (الجملة)	الفائدة السنوية	المبلغ المبدئي	السنوات
$A + (A \times i) = \mathbf{A(1+i)}$	$A \times i$	A	**1**
$A(1+i) + [A(1+i) \times i] =$ $A(1+i)(1+i) = \mathbf{A(1+i)^2}$	$A(1+i) \times i$	$A(1+i)$	**2**
$A(1+i)^2 + [A(1+i)^2 \times i] =$ $A(1+i)^2(1+i) = \mathbf{A(1+i)^3}$	$A(1+i)^2 \times i$	$A(1+i)^2$	**3**
. . .	. . .	. . .	. . .
$A(1+i)^{n-1} + [A(1+i)^{n-1} \times i] =$ $A(1+i)^{n-1}(1+i) = \mathbf{A(1+i)^n}$	$A(1+i)^{n-1} \times i$	$A(1+i)^{n-1}$	***n***

ومنه قانون الجملة (رأس المال والفوائد المتراكمة) خلال المدة *n* وبمعدل *i* هو:

الجملة = $V_n = A(1+i)^n$

مثال:

وظف رأس مال قيمته 25000 دج بفائدة مركبة لمدة 11 سنة، بلغت جملته بعد 11 سنة 50290,97 دج.

أحسب معدل التوظيف *i* ؟

الحل:

$$V_n = A(1+i)^n$$

$$58290,97 = 25000\ (1+i)11$$

$$(1+i)11 = \frac{58290,95}{25000} = 2,3316388$$

$$= (1+i)^{11\cdot\frac{1}{11}} 2,3316388^{\frac{1}{11}}$$

$$(1+i) = 1,0799999$$

$$i = 1,0799999 - 1$$

$$i = 0.08 \Rightarrow 8\%$$

مثال:

وظف شخص بمعدل 3% عدة مبالغ بتواريخ مختلفة، والجدول التالي يلخص ذلك:

تاريخ الايداع	قيمة المبلغ
2010/01/01	5000دج
2012/06/01	3000دج
2013/10/01	4000دج

المطلوب ايجاد جملة المبالغ في نهاية سنة 2016 .

الحل:

تاريخ الايداع	قيمة المبلغ	جملة المبلغ في نهاية 2016
2010/01/01	5000دج	$A(1+i)^n = 5000(1+0.03)^7 = 6149.36$
2012/06/01	3000دج	$A(1+i)^n = 3000(1+0.03)^{4+\frac{7}{12}} = 3435.25$
2013/10/01	4000دج	$A(1+i)^n = 4000(1+0.03)^{3+\frac{3}{12}} = 4403.32$
مجموع جملة المبالغ...........		13987.93دج

4. طرق حساب الفائدة المركبة لما تكون الفترة عدد غير صحيح:

قد تكون المدة محل الدراسة على شكل فترات متقطعة كأن تكون في شكل عدد من السنوات وعدد من الأشهر وعدد من الأيام، أي عكس الحالة الأولى التي تكون فيها الفترة على شكل عدد صحيح أي عدد معين من السنوات أو الأشهر. . .إلخ.

و لحساب الفائدة المركبة لما تكون الفترة عدد غير صحيح نلجأ إلى استعمال عدة طرق أبرزها :

أ-طريقة الرسملة المتقطعة:

تقتضي هذه الطريقة حساب فائدة السنوات وفق قانون الفائدة المركبة C_n=$C(1+)^n$ في حين يتم حساب الفترة المتبقية وفق قانون الفائدة البسيطة سواء كانت المدة في شكل أشهر أو عدد من الأيام.

مثال:

وظف رأس مال قيمته 10000 دج بفائدة مركبة لمدة 6 سنوات و 5 أشهر بمعدل سنوي 12,5%.

- أحسب جملة رأس المال؟

الحل:

نحسب فائدة الست (06) سنوات الأولى بواسطة قانون الفائدة المركبة العادي ونحسب فائدة الخمس أشهر المتبقية باستعمال قانون الفائدة البسيطة.

$C_6 = 1000(1.125)^6 = 20272.87$ ← فائدة 6 سنوات.

$i_{5\text{ أشهر}} = \frac{20272.87 \,.12.5\,.5}{1200} = 1055.87$ ← فائدة 5أشهر.

$$C_{6+\frac{5}{12}} = 20272.87 + 1055.87$$

$$C_{6+\frac{5}{12}} = 21328.74$$

ب-طريقة الاستقطاب الخطي:

تقتضي هذه الطريقة حساب فائدة السنوات وفق قانون الفائدة المركبة، أما فيما يخص فائدة المدة المتبقية سواء كانت أشهر أو أيام فتحسب من خلال حساب الفائدة كامل السنة الأخيرة فقط بقانون الفائدة المركبة ثم ضربها في عدد الأيام (إذا كانت المدة المتبقية بالأيام) وتقسيمها على 360، أو ضربها في عدد الأشهر (إذا كانت المدة المتبقية بالأشهر) وتقسيمها على 12.

مثال:

نفس المثال السابق معطيات

الحل:

نقوم بحساب جملة 06 سنوات الأولى ثم نحسب الفائدة المحققة في السنة السابعة فقط كي نستعملها في حساب فائدة الـ 5 أشهر.

$$C_{6+\frac{5}{12}} = C_6 + [C_7 - C_6].\frac{5}{12}$$

$$C_6 = 10000\,(1{,}125)^6 = 20272{,}87$$

$$C_7 = 10000\ (1,125)^7 = 22806,97$$

$$= 2534,1 C_7 - C_6 = 22806,97 - 20272,87$$

$$C_{6+\frac{5}{12}} = 20272,87 + [2534,1].\frac{5}{12}$$

$$C_{6+\frac{5}{12}} = 21328,75$$

ج- طريقة الرسملة المستمرة:

تتميز هذه الطريقة بالانسجام في الحساب والنتيجة كما تتميز هذه الطريقة بالدقة مقارنة بالطريقتين السابقتين:

مثال:

نفس معطيات المثال السابق.

الحل:

$$C_{6+\frac{5}{12}} = 10000(1.125)^{6+\frac{5}{12}}$$

نستعمل إما اللوغاريتم العشري أو اللوغاريتم النيبيري.

باستعمال اللوغارتم العشري نجد:

$$\text{Log}\ C_{6+\frac{5}{12}} = \log 10000(1,125)^{6+\frac{5}{12}}$$

لدينا: $\log x.y^n = \log x + n \log y$

$$\text{Log}\ C_{6+\frac{5}{12}} = \log 10000 + \left(6 + \frac{5}{12}\right) \log 1,125$$

$$\text{Log}\ C_{6+\frac{5}{12}} = 4 + (6,4166667\ .\ 0,051152)$$

$$\text{Log}\ C_{6+\frac{5}{12}} = 4,3282287$$

$$C_{6+\frac{5}{12}} = 10^{4,3282287}$$

$$C_{6+\frac{5}{12}} = 21292,59$$

مثال:

وظف رأس مال قيمته 6000 دج بفائدة مركبة سنوية 10% لمدة 5 سنوات و 3 أشهر و 15 يوم.

- أحسب جملة رأس المال باستعمال الطرق الثلاثة ؟

الحل:

- **طريقة الرسملة المستمرة:**

$C_5 = 6000\,(1{,}1)^5 = 9663{,}06$

لدينا: 3 أشهر و 15 يوم أي 105 يوم و بالتالي نحسب بقانون الفائدة البسيطة فائدة 105 يوم.

$$i_{105\,\text{يوم}} = \frac{9663{,}06\,.\,105\,.\,10}{36000} = 281{,}83$$

$$C_{5+\frac{105}{360}} = 9663{,}06 + 281{,}83$$

$$C_{5+\frac{105}{360}} = 9944{,}89$$

- **طريقة الاستقطاب الخطي:**

$$C_{5+\frac{105}{360}} = C_5 + [C_6 - C_5].\frac{105}{360}$$

$$C_5 = 6000\,(1{,}1)^5 = 9663{,}06$$

$$C_6 = 6000\,(1{,}1)^6 = 10629{,}366$$

$$C_6 - C_5 = 966{,}306$$

$$C_{\frac{105}{360}} = 966\,.\frac{105}{360} = 966{,}306\,.\frac{105}{360} = 281{,}83$$

$$C_{5+\frac{105}{360}} = 9944{,}89$$

- **طريقة الرسملة المستمرة:**

$$\text{Log } C_{5+\frac{105}{360}} = \log 5000\ (1{,}1)^{5+\frac{105}{360}}$$

$$\text{Log } C_{5+\frac{105}{360}} = \log 5000 + (5 + \frac{105}{360}) \log 1{,}1$$

$$\text{Log } C_{5+\frac{105}{360}} = 3{,}6989 + (5{,}29.0{,}04139)$$

$$\text{Log } C_{5+\frac{105}{360}} = 3{,}9$$

$$C_{5+\frac{105}{360}} = 10^{3{,}9}$$

$$C_{5+\frac{105}{360}} = 7943,28$$

5. القيمة الحالية والفوائد المرسملة:

المقصود بالقيمة الحالية هو قيمة المبلغ المستثمر او المقترض مع أو بدون الفوائد في اللحظة (الزمن 0) المبدئية، نرمز له بـ : V_0 ويحسب كما يلي:

$$V_0 = V(1+i)^{-n}$$

أما الفوائد المحصل عليها فهي الفرق بين القيمة الحالية والجملة، وتعطى بالصيغة التالية:

$$\sum I = V - V_0 \Rightarrow \sum I = [A(1+i)^n] - A$$

$$\Rightarrow \sum I = A[(1+i)^n - 1]$$

مثال:

أوجد القيمة الحالية لقرض إذا علمت أن الجملة المتحصل عليها بعد 7 سنوات وبمعدل 8% هي 6582دج؟

ثم أوجد مجموع الفوائد المتراكمة ؟

الحل:

-القيمة الحالية:

$$V_0 = V(1+i)^{-n}$$

$$V_0 = 6582(1+0.08)^{-7}$$

$$V_0 = 3840.53$$

-مجموع الفوائد المتراكمة هي:

الطريقة الأولى:

$$\sum I = V - V_0$$

$$I = 6582 - 3840.53 = 2741.47$$

الطريقة الثانية: علما أن راس المال المبدئي هو القيمة الحالية أي $A=V_0$

$$\sum I = A[\ (1+i)^n - 1]$$

$$\sum I = 3840.53[\ (1+0.08)^7 - 1]$$

$$\sum I = 2741.47$$

المحاضرة الثامنة: معدلات الفائدة المتناسبة والمتكافئة

نستعمل معدلات الفائدة عادة سنوية مع المدة بالسنوات و تكون رسملة الفوائد سنوية، لكن قد تكون الفترات أجزاء من السنة، كالسداسي، أو الثلاثي، أو الرباعي، أو الشهر.

فحسب مبدأ التجانس بين المعدل و المدة قد نقوم بتحويل المدة إلى فترات جزئية من السنة لتتلاءم مع المعدل المعطى، أو نقوم بالبحث عن المعدل المقابل لكل فترة جزئية، فإذا كان المعدل iS سداسي و المدة n بالسنوات فنقوم بتحويل المدة n إلى سداسيات S ليصبح عدد الفترات 2n أو نقوم بتحويل المعدل iS السداسي إلى معدل سنوي و عند إذن نكون أمام نوعين من المعدلات:[1]

- معدلات متناسبة: تستعمل في العمليات المالية قصيرة الأجل في نظام الفائدة البسيطة؛
- معدلات متكافئة: تستعمل في العمليات المالية طويلة الأجل في نظام الفائدة المركبة.

1. المعدلات المتناسبة:

المعدل المتناسب لمعدل سنوي i هو المعدل الذي يتعلق أو يطبق في P جزء من السنة بحيث يحدد هذا المعدل ip حسب العلاقة التالية:

$$ip = \frac{ip}{p}$$

ملاحظة: تتراوح P عادة بين 1 إلى 12.

مثال:

أودع مبلغ قيمته 60000 دج في بنك لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي $i=12\%$.

- أحسب المعدل الثلاثي المتناسب؟ و هل تتساوى فائدة هذا المعدل مع المعدل الثلاثي المتناسب معه؟

الحل:

[1]http://elbassair.net/BAC/telechargement/doures%20mourasla/Gestion-Econ/gestion%20compt-finan/ENVOI3/3as+can+f%C3%A9n+L01.pdf

- حساب المعدل الثلاثي المتناسب:

$$ip = \frac{i}{p} \Rightarrow ip = \frac{12}{4} \Rightarrow ip = 3\%$$

- حساب الفائدة وفق المعدل i (نرمز لها بـ I_1):

$$I_1 = 60000\ [(1+0,03)^4-1] = 60000\ .\ 0,573519$$
$$I_1 = 34411,16$$
$$I_2 = 60000\ [(1+0,03)^{16}-1] = 60000\ .\ 0,6047064$$
$$I_2 = 36282,38$$

نلاحظ بأن: $I_1 \neq I_2$

ملاحظة: إن معدلين متناسبين يؤديان إلى نفس القيمة المحصلة في نفس المدة بالفائدة البسيطة، لكن ليس الأمر كذلك في الفائدة المركبة حيث تتضاعف القيمة المحصلة عند تخفيض فترة الرسملة.

2. المعدلات المتكافئة:

المعدلات المتكافئة أو المتعادلة عكس المتناسبة هي المعدلات التي تؤدي إلى نفس الجملة لنفس المدة، فالمعدل السنوي المكافئ لمعدل ثلاثي معين يعطي نفس الجملة لمدة سنة مثلا.

فإذا كان i هو سعر الفائدة السنوي و لرسملة سنوية من جهة، و أن i_2 هو معدل فائدة نصف سنوي و لرسملة سنوية كذلك فإنهما يكونان متكافئان إن حصلا على نفس الجملة المركبة لنفس المدة المطبقة أي:[1]

$$(1+i)^n = (1+i_2)^{2n} \text{ أي } (1+i) = (1+i)^2$$

فإذا كان المعدل السنوي i برسملة سنوية و المعدل i_K للفترة $\frac{12}{K}$ و رسملة عددها K مرة فإن المعدلين يكونان متكافئين إذا.

$$(1+i)^n = (1+i_2)^{nk} \text{ أي } (1+i) = (1+iK)^k$$

فإذا استخرجنا الجدر K لكل من طرفي المعادلة الأخيرة نجد:

$$(1+i)^{\frac{1}{K}} = (1+iK)$$

[1]Ibid

مثال:

كيف يتم إيجاد المعدل المتناسب والمعدل المتكافئ؟

الجواب:

- المعدل المتناسب يتم إيجاده عن طريق الضرب أو القسمة (حسب الحالة)

- المعدل المتكافئ يتم إيجاده عن طريق تطبيق الجذر النوني أو الأس (حسب الحالة) وذلك بتطبيق المعادلة التالية:

المعدل المتكافئ = $(1+i)^n - 1$

مثال:

أوجد المعدل السنوي المتكافئ والمعدل المتناسب في الحالات التالية:

الحالة الأولى: معدل الفائدة سداسي 3% ؟

الحالة الثانية: معدل الفائدة شهري 1% ؟

الحالة الثالثة: معدل الفائدة فصلي 2% ؟

الحل:

معدل الفائدة المطبق	المعدل الفائدة المتناسب السنوي	معدل الفائدة المتكافئ السنوي
معدل الفائدة سداسي 3%	$3\% \times 2 = 6\%$	$(1+0.03)^2 - 1 = 0.0609 = 6.09\%$
معدل الفائدة شهري 1%	$1\% \times 12 = 12\%$	$(1+0.01)^{12} - 1 = 0.1268 = 12.68\%$
معدل الفائدة فصلي 2%	$2\% \times 4 = 8\%$	$(1+0.02)^4 - 1 = 0.0824 = 8.24\%$

مثال:

أوجد المعدل السنوي المتكافئ والمعدل المتناسب في الحالات التالية:

الحالة الأولى: معدل الفائدة السنوي 8% والمطلوب إيجاد المعدل السداسي المتناسب والمتكافئ؟

الحالة الثانية: معدل الفائدة السنوي 10% والمطلوب إيجاد المعدل الفصلي المتناسب والمتكافئ؟

الحالة الثالثة: معدل الفائدة السنوي 15% والمطلوب إيجاد المعدل الشهري المتناسب والمتكافئ؟

الحل:

معدل الفائدة المطبق	المعدل الفائدة المتناسب	معدل الفائدة المتكافئ
معدل الفائدة السنوي %8	$8\% \div 2 = \mathbf{4\%}$ معدل سداسي متناسب	$(1+0.08)^{1/2} - 1 = 0.0392 = \mathbf{3.92\%}$ معدل سداسي متكافئ
معدل الفائدة السنوي %10	$10\% \div 4 = \mathbf{2.5\%}$ معدل فصلي متناسب	$(1+0.1)^{1/4} - 1 = 0.0241 = \mathbf{2.41\%}$ معدل فصلي متكافئ
معدل الفائدة السنوي %15	$15\% \div 12 = \mathbf{1.25\%}$ معدل شهري متناسب	$(1+0.15)^{1/12} - 1 = 0.0117 = \mathbf{1.17\%}$ معدل شهري متكافئ

نلاحظ أن المعدل المتكافئ دائما أكبر من المعدل المتناسب، وهذا راجع لكون معدل الفائدة متراكم كما تتراكم الفوائد

مثال:

أحسب المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي 8,5% (K=2) ؟

الحل:

$(1+i) = (1+i_2)^2 \Rightarrow (1{,}085) = (1+i_2)^2$
$\Rightarrow \sqrt{1{,}085} = 1 + i_2$
$\Rightarrow i_2 = \sqrt{1{,}085} - 1$
$\Rightarrow i_2 = 1{,}0416333 - 1$
$\Rightarrow i_2 = 0{,}0416333$
$\Rightarrow i_2 = 4{,}16333\%$

مثال:

أحسب المعدل الشهري المكافئ للمعدل السنوي 14% (K=12) ؟

الحل:

$(1+0{,}14) = (1+i_{12})^{12} \Rightarrow (1{,}14)^{\frac{1}{12}} = 1+i_{12}$
$\Rightarrow i_{12} = 1{,}0979\%$

المحاضرة التاسعة: دفعات بداية ونهاية المدة

الدفعات هي المبالغ المالية التدي تدفع دوريا (من فترة زمنية لأخرى) من شخص لشخص أو من شخص لبنك، قد تكون الفترات متساوية أو غير متساوية، تخضع هذه المعاملات الدورية التي يطلق عليها دفعات إلى تقنيات مالية و تجارية و هي تختلف من ناحية الدورات أو الفترة الفاصلة بين عملية و أخرى ومن ناحية الفوائد إن وجدت.

1. تعريف الدفعات المتساوية:

تعرف بأنها سلسلة من المبالغ المدفوعة أو المودعة في فترات زمنية منتظمة، أي أن الفاصل الزمني بين دفعتين متساو وثابت، ويمكن تمييز نوعين من الدفعات:

- دفعات نهاية المدة: وهي دفعات السداد (تسديد الديون والقروض)
- دفعات بداية المدة: وهي دفعات الإيداع (الإستثمار)

وقد يحدث وجود كلا النوعين في حالة واحة عندما نكون بصدد معالجة دفعات نهاية المدة بفترات تأخير أو تأجيل، أو بسبب عدم قدرة الأشخاص على الدفع في التاريخ المحدد.

هي تسديدات مالية دورية متساوية المبلغ يلتزم بمقتضاها عون اقتصادي بتسديد مبلغ ثابت في كل مرة على وحدات زمنية متساوية قد تكون سنة أو سداسي أو ثلاثي أو شهر...إلخ[1].

تتميز الدفعات المتساوية بعدد من الخصائص:

- قيمة الدفعات المقدمة دوريا متساوية؛
- الفترة الفاصلة بين دفعة و أخرى متساوية؛
- معدل الفائدة المطبق متساوي.

[1] **عمر عبد الجواد عبد العزيز**، **الرياضيات المالية**، دار صفاء للنشر و التوزيع، 1999، ص277

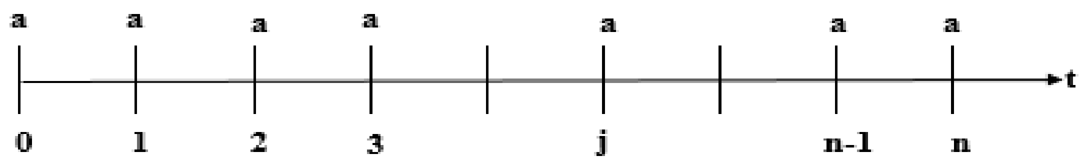
2 . الدفعات المتساوية لنهاية المدة:

1.2 القيمة المكتسبة لدفعات نهاية الفترة:

المقصود بها جملة المبالغ المدفوعة في آخر الفترة أو عند آخر دفعة، وتعطى وفق الصيغة التالية:

$$V_n = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

يمكن إستخراجها باتباع الخطوات التالية: بافتراض وجود عدة دفعات، قيمة الدفعة الواحدة a، و لدينا مدة تتضمن n فترة، و معدل فائدة i، فإن القيمة المحصلة لدفعات نهاية الفترة تكون كالآتي:[1]



القيمة المحصلة للدفعات السابقة الموضحة في الشكل هي عبارة عن القيمة المحصلة لكل دفعة:

- القيمة المحصلة للدفعة الأولى: $a\,(1+i)^{n-1}$
- القيمة المحصلة للدفعة الثانية: $a\,(1+i)^{n-2}$
- القيمة المحصلة للدفعة الثالثة: $a\,(1+i)^{n-3}$
- القيمة المحصلة للدفعة j: $a\,(1+i)^{n-j}$
- القيمة المحصلة للدفعة n-1: $a\,(1+i)$
- القيمة المحصلة للدفعة n: a

مما سبق تكون القيمة المحصلة Vn على النحو التالي:

$$Vn= a + a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + \dots + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$$

نلاحظ من المجموع السابق بأنه عبارة عن متتالية هندسية متناقصة حدها الأول a و أساسها (1+i)

[1] **م بن كرادحية**، مرجع سبق ذكره، ص ص106-107.

$$\delta = \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

تقدم دفعات نهاية المدة في نهاية كل فترة، و عادة ما تستعمل لتسديد الديون أو لتغطية التزام سابق.

انطلاقا من قانون المتتالية الهندسية المتناقصة يمكن كتابة القيمة المحصلة Vn على النحو التالي:

$$Vn = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

$$Vn = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

2.2. القيمة الحالية:

القيمة الحالية لسلسلة دفعات هي ذلك المبلغ الذي يجب أن ندفعه اليوم دفعة واحدة بذلا عن سلسلة من الدفعات المستقبلية، أي أنه يجب حساب إجمالي القيم الحالية لكل دفعة منها:

$$Vn = a(1+i)^{-n} + a(1+i)^{-n+1} + \ldots + a(1+i)^{-2} + a(1+i)^{-1} + a$$

نلاحظ من المجموع السابق بأنه عبارة عن متتالية هندسية حدها الأول و أساسها و هي بالشكل التالي:

$$V_0 = a\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{(1+i) - 1}$$

$$V_n = a\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

ملاحظة:

- من خلال القوانين السابقة للقيمة الحالية والجملة المكتسبة، يمكن استخراج معدل الفائدة أو المدة المطلوبة، وذلك إذا توفرت باقي المعطيات.

3.2 أمثلة محلولة خاصة بالدفعات المتساوية نهاية المدة:

فيما يلي سنقدم مجموعة من الأمثلة التي تسمح باكتساب وفهم جيد للدفعات الخاصة بنهاية المدة.

مثال:

أحسب القيمة المحصلة Vn لخمسة عشر دفعة متساوية تستلم في نهاية الفترة إذا كانت قيمة كل واحدة منها مساوية لـ 70000 دج و إذا كان معدل الفائدة هو 8%؟

الحل:

$$Vn = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\rightarrow \quad Vn = a\,\frac{(1+0{,}08)^{15} - 1}{0{,}08}$$

$$Vn = 190064{,}8$$

مثال:

تقوم مؤسسة في نهاية كل سداسي بإيداع مبلغ 40000 دج في بنك لمدة 7 سنوات.

- أحسب جملة ما ترسمل لذا هذه المؤسسة نهاية السبع سنوات إذا كان المعدل السداسي المطبق هو 8%؟

الحل:

يجب أن يكون هناك توافق بين المدة و المعدل و بالتالي فإن عدد الفترات و الدفعات تكون كما يلي:

$$2 \times 6 = 12 = n$$

$$V_n = 40000\,\frac{(1+0{,}08)^{12} - 1}{0{,}08}$$

$$V_n = 759085{,}05$$

مثال:

تعاقد شخص مع بنكه على تسديد قرض بـ 6 دفعات متساوية كل نهاية سنة، مبلغ الدفعة 50000 دج، لكن هذا الشخص غير رأيه و اقترح تسديد دينه بدفعتين متساويتين في آخر كل سنة بمعدل 6%.

- أحسب قيمة الدفعة الجديدة؟

الحل:

حتى تكون طريقة التسديد الأولى مساوية (مكافئة) لطريقة التسديد الثانية لابد أن تتساوى قيمتهما الحالية.

$$V_{0(2)}=V_{0(1)}$$

$$50000\,\frac{(1+0{,}06)^{-6}-1}{0{,}06}=a\,\frac{(1+0{,}06)^{-2}-1}{0{,}06}$$

نلاحظ بأن قيمة الدفعة a هي المجهول، و بالتالي و بعد إجراء العمليات الحسابية نجد قيمة الدفعة الجديدة.

$$a=134104{,}5$$

مثال:

إذا كانت لدينا قيمة محصلة قيمتها 100000 دج تم تكوينها من خلال 9 دفعات و معدل فائدة 8%؟

- أحسب مقدار الدفعة الواحدة؟

الحل:

$$a = Vn\,\frac{i}{(1+i)^{n}-1} \;\rightarrow\; a = 100000\,\frac{0{,}08}{(1+0{,}08)^{9}-1} \;\rightarrow\; a = 8007{,}97$$

مثال:

عرض على بائع سيارة ما يلي:

- مبلغ 46850 دج تدفع عند تاريخ الشراء .
- مبلغ 62500 دج تدفع بعد 5 سنوات.
- 15 دفعة متساوية، مبلغ الواحدة 4500 دج، تدفع في آخر كل سنة.

المطلوب: ماهو أحسن عرض بالنسبة للبائع بمعدل فائدة 4 %؟

الحل: يتم مقارنة القيمة الحالية للعروض الثلاثة كمايلي:

- العرض الأول: هو 46850 دج

- العرض الثاني: $V_0 = a(1+i)^{-n} = 62500(1.04)^{-5}$

ومنه : $V_0 = 51370$ دج

- العرض الثالث:

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V_0 = 4500\frac{1-(1+0.04)^{-15}}{0.04}$$

$$V_0 = 50032.74 \text{ دج}$$

و منه بمعدل 4 % العرض ذو قيمة أكبر هو الأحسن بالنسبة للبائع و هو العرض الثاني .

مثال:

إذا كانت لدينا قيمة حالية بـ 95000 دج و إذا علمت أن عدد الدفعات التي أعطتنا المبلغ السابق هو 6 و أن معدل الخصم هو 5% .

- أحسب مقدار الدفعة الواحدة ؟

الحل:

$$a = Vo\,\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \quad \rightarrow$$

$$a = Vo\,\frac{0,05}{1-(1+0,05)^{-6}} \quad \rightarrow$$

$$a = 18716,65$$

مثال:

كم عدد الدفعات السنوية التي قيمتها 2000 دج و التي تدفع سنويا للحصول على مبلغ 31874,85 دج علما أن المعدل هو 10% سنويا ؟

الحل:

$$51705{,}7 = 8000\,\frac{1-(1{,}05)^{-n}}{0{,}05}$$

$$0{,}67 = (1{,}05)^{-n}$$

$$\text{Log } 0{,}67 = -\log 1{,}05$$

N = 8 دفعات

مثال:

اشترت مؤسسة عقارا بمبلغ 470000دج وتمت عملية الدفع عن طريق تسديد 220000دج عند تاريخ الشراء، والباقي عن طريق 08 دفعات متساوية، الأولى بعد سنة من تاريخ الشراء، بمعدل 5% سنويا .

أحسب قيمة الدفعة الثابتة؟

الحل:

- ايجاد القيمة الباقية (القيمة الحالية):

$$V_0 = 470000 - 220000 = 250000$$

ولدينا :

$$V_0 = a\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$250000 = a\,\frac{1-(1+0.05)^{-8}}{0.05}$$

$$a = 250000\frac{0.05}{1-(1+0.05)^{-8}} = 38680.45 \text{دج}$$

مثال:

اشترى أحد الاشخاص سيارة بـ 12 دفعة سنوية ذات قيمة 70000دج، تدفع الاولى منها نهاية السنة الأولى من تاريخ الشراء، ما هو سعر شراء هذه السيارة بمعدل 5% ؟

نفترض أن سعر شراء السيارة لو تم الدفع فورا هو 620000 دج، وأن المشتري يدفع نصف المبلغ فورا والباقي بواسطة 5 دفعات سنوية، الأولى نهاية السنة الاولى، ما هي قيمة الدفعة الجديدة؟

الحل:

- لدينا :

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V_0 = 70000\frac{1-(1+0.05)^{-12}}{0.05}$$

$$V_0 = 620427.61$$

- نبحث عن قيمة الباقي:

620000/2 = 310000

ومنه:

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$310000 = a\frac{1-(1+0.05)^{-5}}{0.05}$$

$$a = 71602.18$$

مثال:

كم عدد الدفعات السنوية ذات مبلغ 10000دج تدفع نهاية كل سنة للحصول على مبلغ 150000دج علما أن المعدل هو 7% سنويا .

الحل:

$$V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$150000 = 10000\frac{(1+0.07)^n - 1}{0.07}$$

$$2.05 = (1+0.07)^n$$

ادخال log على الطرفين:

$$\log 2.05 = n\log(1+0.07)$$

$$\frac{\log 2.05}{\log(1+0.07)} = n$$

$$n = 10.60 \text{سنة}$$

ومنه يجب 10.60 سنة، وللحصول على عدد سنوات صحيح (إما 10 أو 11)، لا بد من تغيير قيمة الدفعة وتثبيت الجملة أو تغيير قيمة الجملة وتثبيت الدفعة.

مثال:

لتسديد دين قيمته 100000 يدفع مدين في نهاية كل سداسي ولمدة 8 سنوات مبلغا ثابتا بمعدل فائدة سداسي 3%، أحسب قيمة هذا المبلغ؟

الحل:

يجب أولا تحويل السنوات الى سداسيات (لكي تتماشى الفترة مع طبيعة المعدل)، ومنه لدينا 8 سنوات تساوي 16 سداسي.

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$100000 = a\frac{1-(1+0.03)^{-16}}{0.03}$$

$$a = 100000\frac{0.03}{1-(1+0.03)^{-16}}$$

$$a = 7961.08\text{دج}$$

مثال:

تعاقد مدين مع بنكه على تسديد قرض بـ 4 دفعات متساوية كل نهاية سنة، مبلغ الدفعة 40000دج، لكن غير المدين رأيه واقترح تسديد دينه بدفعتين متساويتين في أخر كل سنة، بمعدل فائدة 5%، أحسب اذا مبلغ الدفعة الجديدة؟

الحل:

لكي تكون طريقة التسديد الاول تساوي(تكافئ) طريقة التسديد الثاني لا بد أن تتساوى قيمتها الحالية ومنه:

$$40000\frac{1-(1+0.05)^{-4}}{0.05} = a\frac{1-(1+0.05)^{-2}}{0.05}$$

نلاحظ أن a هي المجهول، إذا وبعد اجراء العملية الحسابية نجد قيمة الدفعة a الجديدة تساوي 76281.17 دج

3. الدفعات المتساوية لبداية المدة:

دفعات بداية المدة هي في أغلب الأحيان دفعات الاستثمار أو دفعات الإيداع، لكن هناك حلات كثيرة واستثنائية تظهر نتيجة وجود فجوات زمنية بسبب عدم تسديد المقترض للاقساط الشهرية الواجبة عند تاريخ استحقاقها، أو تظهر بسبب عدم التزام المستثمر بإيداع المبالغ في آجالها، كما قد تظهر الفجوات الزمنية نتيجة اتفاق مسبق بين البائع والمشتري وتسمى فترات تمديد أو إرجاء. وكل هذه الأسباب تجعلنا امام فترتين او مدتين، مدة أولى تعكس عدد الدفعات المتساوية، والمدة الثانية تعكس فترات التمديد أو التأخير.

وفيما يلي، سنحاول التفصيل أكثر مع تقديم أمثلة محلولة لفهم ميكانزمات وطريقة معالجة الدفعات الخاصة بداية السنة ومختلف الحالات الاستثنائية التي قد تظهر.

1.3 القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

هي قيمة الدفعات كلها في تاريخ أول مدة الإيداع أي عند الفترة (0) من الإيداع ويتوافق هذا التاريخ مع تاريخ إيداع أول دفعة من سلسلة الدفعات، أما علاقة القيمة الحالية لدفعات بداية المدة فيمكن الوصول اليها بأكثر من طريقة، وكلها تصل لنفس المعادلة، ويشترط فقط أنه عند حساب القيمة الحالية للدفعات نحسب زمن الدفعات من تاريخ تقديمها إلى النقطة الصفر، أو بداية مدة الإيداع.

الطريقة الأولى: نأخذ أزمنة الدفعات بحيث تكون القيمة الحالية لمجموعها $\acute{V}_0$ إبتداء من آخرها إلى أولها كما يلي:

$$\acute{V}_0 = a\,(1+i)^{-(n-1)} + a\,(1+i)^{-(n-2)} + \ldots\ldots + a\,(1+i)^{-2} + a\,(1+i)^{-1} + a$$

نلاحظ أن السلسلة تكون متتالية هندسية متصاعدة حدها الأول هو $a\,(1+i)^{-(n-1)}$ وأساسها

$(1+i)$ وعدد حدودها هو n فيكون مجموعها هو:

$$\acute{V}_0 = a\,(1+i)^{-(n-1)} \times \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

$$\acute{V}_0 = a \ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \ (1+i)^{-(n-1)}$$

$$\acute{V}_0 = a \ \frac{(1+i)^{n-(n-1)} - (1+i)^{-(n-1)}}{i}$$

$$\acute{V}_0 = a \ \frac{(1+i)^1 - (1+i)^{-(n-1)}}{i}$$

$$\acute{V}_0 = a \ \left[1 + \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right]$$

الطريقة الثانية: من نفس الشكل المستعمل في تحديد جملة دفعات بداية المدة، نأخذ أزمنة الدفعات بحيث تكون

القيمة الحالية لمجموعها $\acute{V}_0$ إبتداء من أولها إلى آخرها كما يلي:

$$\acute{V}_0 = a + a\,(1+i)^{-1} + a\,(1+i)^{-2} + \ldots\ldots + a\,(1+i)^{-(n-2)} + a\,(1+i)^{-(n-1)}$$

نلاحظ أن السلسلة تكون متتالية هندسية متنازلة حدها الأول هو a واساسها هو $(1+i)^{-1}$ وعدد

حدودها هو n ومنه:

$$\acute{V}_0 = a \ \frac{[(1+i)^{-1}]^n - 1}{(1+i)^{-1} - 1}$$

$$\acute{V}_0 = a \ \frac{(1+i)^{-n} - 1}{\frac{1}{1+i} - 1}$$

$$\acute{V}_0 = a \ \frac{(1+i)^{-n} - 1}{\frac{1-(1+i)}{1+i}}$$

نضرب في مقلوب الكسر:

$$\acute{V}_0 = a \; \frac{(1+i)^{-n} - 1}{1-(1+i)} \; (1+i)$$

$$\acute{V}_0 = a \; \frac{(1+i)^{-n} - 1}{-\boldsymbol{i}} \; (1+i)$$

تحصل على الصيغة النهائية للقيمة الحالية بتغيير الإشارة، وذلك بتغيير أماكن الكسر

$$\acute{V}_0 = a \; \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \; (1+i)$$

3.2 القيمة المكتسبة لدفعات بداية المدة

بافتراض وجود عدة دفعات، قيمة الدفعة الواحدة a، و لدينا مدة تتضمن n فترة، و معدل فائدة i، فإن القيمة المحصلة لدفعات بداية الفترة تكون موضحة في الجدول التالي:

الدفعات و الفترات	مدة الإيداع أو الرسملة	الجملة عند النقطة n
الأولى الثانية الثالثة - - - n-1 n	N فترة n-1 فترة n-2 فترة - - - 2 فترة 1 فترة	$a\,(1+i)^n$ $a\,(1+i)^n$ $a\,(1+i)^n$ - - - $a\,(1+i)^2$ $a\,(1+i)$

ومنه القانون الجملة هو:

$$\acute{V}_n = a \frac{(1+i)^{n_1} - 1}{i} (1+i)^{n_2}$$

3.3 أمثلة محلولة لدفعات بداية المدة:

مثال:

اتفق شخص مع بنكه بايداع دفعات سنوية ثابتة بقيمة 2000دج بداية كل سنة، الدفعة الاولى بداية 2003 والأخيرة بداية 2012 وذلك بمعدل 10%، أوجد ما يلي:

- جملة هذا الشخص نهاية سنة 2012؟
- جملة هدا الشخص بداية سنة 2015؟

الحل:

- جملة هذا الشخص نهاية سنة 2012:

$$\acute{V}_n = a\frac{(1+i)^{n_1}-1}{i}(1+i)^{n_2}$$
$$\acute{V}_n = 2000\frac{(1+0.1)^{10}-1}{0.1}(1+0.1)^{1}$$
$$\acute{V}_n = 35062.33$$

- جملة هدا الشخص بداية سنة 2015 (علما أن بداية 2015 هي في نفس الوقت نهاية 2014):

$$\acute{V}_n = a\frac{(1+i)^{n_1}-1}{i}(1+i)^{n_2}$$
$$\acute{V}_n = 2000\frac{(1+0.1)^{10}-1}{0.1}(1+0.1)^{3}$$
$$\acute{V}_n = 42425.41$$

مثال:

يودع أحد الأشخاص بداية كل سنة مبلغ 5000دج لمدة 8 سنوات، حيث معدل الفائدة هو 8%، ما هي الجملة المتحصل عليها نهاية السنة الثامنة؟، ما هي الجملة المتحصل عليها لو تأخر السحب بثلاثة أشهر عن الأجل السابق؟

الحل:

- الجملة المتحصل عليها نهاية السنة الثامنة:

لدينا:

$$\acute{V}_n = a\frac{(1+i)^{n_1}-1}{i}(1+i)^{n_2}$$

$$\acute{V}_n = 5000\frac{(1+0.08)^8-1}{0.08}(1+0.08)^1$$

$$\acute{V}_n = 57437.78$$

- الجملة المتحصل عليها لو تأخر السحب بثلاثة أشهر عن الأجل السابق:

لدينا:

$$\acute{V}_n = a\frac{(1+i)^{n_1}-1}{i}(1+i)^{n_2}$$

$$\acute{V}_n = 5000\frac{(1+0.08)^8-1}{0.08}(1+0.08)^{1+\frac{3}{12}}$$

$$\acute{V}_n = 58553.60$$

مثال:

أودع شخص دفعات في بنكه في بداية كل سنة مبلغ 60000 ولمدة 10 سنوات، وبعد ذلك وخلال 10 سنوات التالية قام بسحب 60000 في بداية كل سنة، السحب الاول نهاية السنة 10 لعملية الايداع.

أوجد رصيد هذا الشخص في نهاية السنة 10 الخاصة بالسحب علما أن المعدل المطبق هو 5% ؟

الحل:

لدينا : الرصيد يساوي جملة الايداعات ناقص جملة المسحوبات

$$\acute{V}_n = a\frac{(1+i)^{n_1}-1}{i}(1+i)^{n_2}$$

$$\acute{V}_n = \left[a\frac{(1+0.05)^{10}-1}{i0.05}(1+0.05)^{11}\right] - \left[a\frac{(1+0.05)^{10}-1}{0.05}(1+0.05)^{1}\right]$$

$$\acute{V}_n = 1290747.88 - 792407.23$$

$$\acute{V}_n = 49834.65$$

مثال:

يودع شخص دفعات متساوية في بداية كل سنة قيمة كل منها 1100 دج بمعدل فائدة 10% سنويا و لمدة 8 سنوات.

أحسب ما تجمع لهذا الشخص في نهاية المدة ؟

الحل:

$$Vn' = a\,(1+i)\,\frac{(1+i)^{n}-1}{i} \rightarrow Vn' = 11000\,(1{,}1)\,\frac{(1{,}1)^{8}-1}{0{,}1} \rightarrow \; Vn' = 138374{,}24$$

مثال:

اتفق شخص مع بنكه على إيداع دفعات سنوية ثابتة بقيمة 3500 دج في بداية كل سنة، تكونالدفعة الأولى في بداية عام 2008 و الأخيرة في بداية عام 2014 و ذلك بمعدل 10%.

- أحسب جملة هذا الشخص في بداية 2011 ؟
- أحسب جملة هذا الشخص في بداية 2015 ؟

الحل:

- جملة هذا الشخص في بداية 2011:

$$Vn' = 3500.\,(1{,}1)\,\frac{(1{,}1)^{4}-1}{0{,}1} \rightarrow \; Vn' = 17867{,}85$$

- جملة هذا الشخص في بداية 2015:

$$Vn' = 3500.\,(1{,}1)\,\frac{(1{,}1)^{7}-1}{0{,}1} \rightarrow \; Vn' = 36525{,}6$$

مثال:

ما هي القيمة الحالية لـ 10 تدفقات امتدت على 10 سنوات كل منها يساوي 40000 دج علما أنها تخصم بمعدل فائدة 6% ؟

الحل:

$$Vo' = 40000\frac{1-(1+0,06)^{-10}}{0,06}(1+0,06)$$
$$Vo' = 312067,69$$

ملاحظة:

الفرق الأساسي بين دفعات نهاية المدة و دفعات بداية المدة هو أن أول دفعة في النوع الأول تقدم في آخر الفترة أو السنة الأولى و آخرها يدفع في نهاية آخر مدة أي في نهاية مدة الإيداع الكلية. أما فيما يخص النوع الأول فتكون أول دفعة في بداية السنة الأولى و آخر دفعة في نهاية السنة الأخيرة.

مثال:

اشترى شخص سيارة على أن يكون التسديد كتالي: 8 دفعات متساوية قيمة الواحدة 10000 دج علما أن الدفعة الأولى تدفع 4 سنوات من تاريخ الشراء، بمعدل 10% . ماهو ثمن شراء السيارة لو تم الدفع عند تاريخ الشراء ؟

الحل:

ثمن شراء السيارة لو تم الدفع عند تاريخ الشراء هو:

$$\acute{V}_0 = a \ \frac{1-(1+i)^{-n1}}{i} \ (1+i)^{-n2}$$

$$\acute{V}_0 = 10000 \ \frac{1-(1+0.1)^{-8}}{i} \ (1+0.1)^{-3}$$

$$\acute{V}_0 = 40082.09 \text{ دج}$$

مثال:

يودع أحد الفلاحين إيرادات السنة السابقة المتحصل عليها من بيع المحصول في بداية كل سنة، بقيمة ثابتة قدرها 2300 دج، حيث وضع قسط 5 سنوات متتالية ثم توقف. بمعدل 6 % أوجد رصيد هذا الشخص عند دفع القسط الخامس.

- بعد 3 سنوات استدرك علية إيداع الأقساط من خلال وضع ضعف المبلغ السابق لمدة 5 سنوات متتالية، ثم توقف نهائيا عن هذه العملية و قرر سحب الرصيد النهائي. بمعدل 6 % أوجد قيمة هذا الرصيد النهائي عند آخر دفع للأقساط.

الحل:

رصيد الشخص عند دفع القسط الخامس هو كما يلي:

$$\acute{V}_n = a\frac{(1+i)^{n_1}-1}{i}(1+i)^{n_2}$$

$$\acute{V}_n = 2300\frac{(1.06)^5-1}{0.06}(1.06)^0$$

$$\acute{V}_n = 12965.31 \text{ دج}$$

الرصيد النهائي لهذا الشخص هو كالتالي:

$$\acute{V}_n = \left[2300\frac{(1+0.06)^5-1}{0.06}(1+0.06)^7\right] + \left[4600\frac{(1+0.06)^5-1}{0.06}(1+0.06)^0\right]$$

$$\acute{V}_n = 19495.03 - 25930.62$$

$$\acute{V}_n = 45425.65 \text{ دج}$$

مثال:

في بداية جانفي 2010، اشترت مؤسسة مقرا تجاريا بمبلغ 500000 دج ، حيث دفعت 100000 دج في تاريخ الشراء و تعاقدت على تسديد الباقي عن طريق 8 دفعات متساوية، الأولى نهاية سنة الشراء .

المطلوب:

- أحسب مبلغ الدفعة مع العلم أن معدل الفائدة السنوي هو 3.5 % ؟
- بعد تسديد الدفعة الثانية أرادت المؤسسة التخلص من باقي الدين، أحسب إذا القيمة المتبقية؟

الحل:

- إيجاد قيمة القرض: $V_0 = 500\,000 - 100\,000 = 400\,000$

إذا قيمة القرض بعد دفع 100000 دج هي 400000 دج

- إيجاد قيمة الدفعة:

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$400000 = a\frac{1-(1.035)^{-8}}{0.035}$$

$$a = 58\ 190.64 \text{ دج}$$

- إيجاد قيمة الدين الباقي بعد تسديد الدفعة الثانية:

$$V_n = a\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$V_2 = 58190.64\frac{(1.035)^{-8+2}-1}{0.035}$$

$$V_2 = 58190.64\frac{(1.035)^{-6}-1}{0.035}$$

$$V_2 = 310\ 072 \text{ دج}$$

مثال:

اشترى شخص دراجة نارية على أن يكون التسديد على 20 دفعات متساوية قيمة الواحدة 10000 دج ، علما أن الدفعة الأولى تدفع 3 سنوات من تاريخ الشراء، بمعدل 10 %. ماهو ثمن شراء السيارة لو تم الدفع عند تاريخ الشراء .

الحل:

- إيجاد ثمن الشراء عند اللحظة 0 صفر:

$$\acute{V}_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n_1}}{i}(1+i)^{-n_2}$$

$$\acute{V}_0 = 10000\frac{1-(1.1)^{-20}}{0.1}(1.1)^{-2}$$

$$\acute{V}_0 = 70360.03 \text{ دج}$$

المحاضرة العاشرة: استهلاك القروض

تعرف القروض بأنها كل مبلغ مالي مقدم إلى شخص وحيد قد يكون طبيعي أو معنوي و هذا وفق عقد محدد يربط الجهة المقرضة بالجهة المقترضة. فإذا تمت عملية الإقراض بين جهة مقرضة و جهة مقترضة فإننا نتكلم هنا على ما يسمى بـ emprunt indivis، أما إذا تمت عملية الإقراض بين عدة جهات مقترضة و جهة مقرضة واحدة على غرار ما يحدث في حالة القروض المستندية فإننا نتكلم هنا على ما يسمى بـ emprunts obligataires، فالقرض في الحالة الأولى لا يكون مجزأ بين مجموعة من المقترضين عكس الحالة الثانية التي يجزأ فيها بينهم.[1]

أما استهلاك القروض هو تسديد قيمتها من طرف الجهة المقترضة أي المدينة إلى الجهة المقرضة أي الدائنة. عادة ما يتم التكلم عن استهلاك القروض لما نكون بصدد القروض متوسطة وطويلة الأجل و التي نطبق فيها عادة الفائدة المركبة، و من أمثلة هذه القروض يمكن الإشارة إلى مختلف القروض الاستهلاكية و كذلك إلى مختلف القروض الاستثمارية الصناعية و الزراعية...إلخ، أما إذا كانت القروض الممنوحة قصيرة الأجل فإنه يطبق عليها قانون الفائدة البسيطة.[2]

1. جدول استهلاك القروض بدفعات ثابتة:

بموجب هذه الطريقة يتم تسديد القروض بشكل دوري (سنويا، شهريا،...) أي يدفع المقترض دوريا دفعة ثابتة للمقرض بعدد محدد متفق عليه مسبقا، وبتسديد أخر دفعة يكون المقترض قد دفع أصل القرض ومجموع الفوائد المترتبة عنه.

[1] **ناصر دادي عدون**، مرجع سبق ذكره، ص ص117-118

[2] **عمر عبد الجواد عبد العزيز**، مرجع سبق ذكره، ص369

ملاحظة هامة:

تحتوي كل دفعة على جزئين:

- الجزء أول يتمثل في جزء من رأس المال ويسمى الاستهلاك ونرمز له بـ M

- الجزء الثاني يتمثل في الفائدة على القرض المتبقي نرمز له بـ I

ومنه نقول أن الدفعة = الاستهلاك+الفائدة أي $a=M+I$

1.1 تحديد قيمة الدفعة الثابة:

ولتحديد قيمة الدفعة الثابتة: يتم استخراج قيمة الدفعة a من احدى العلاقتين:

- من قانون الجملة V_n:

$$V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \rightarrow \quad a = V_n\frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

- من قانون القيمة الحالية V_0:

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad \rightarrow \quad a = V_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

2.1 تشكيل جدول استهلاك القرض بدفعات ثابتة:

يتم إعداد جدول استهلاك القروض لتمكين المسير المالي داخل المؤسسة أو البنك أو أي مؤسسة مالية أخرى من متابعة تطور القروض و استهلاكها .

يشمل جدول استهلاك القرض على رصيد أصل القرض في بداية الفترات و في نهايتها، و أيضا على الفوائد المستحقة في كل فترة، كما يشمل على قيمة الاستهلاكات الثابتة و الأقساط الواجب سدادها كل فترة.

ستحق قسط الامتلاك الثابت في نهاية كل فترة زمنية من فترات استهلاك القرض، أما الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة زمنية فيتم حسابها على الرصيد المتبقي من القرض في فترة زمنية أي بعد خصم قسط الاستهلاك السنوي.[1]

مثال:

تحصلت مؤسسة على قرض يقدر بـ 140000 دج يسدد خلال 4 سنوات بدفعات ثابتة سنوية و بمعدل 10% ابتداء من نهاية سنة إبرام العقد .

أحسب قيمة الدفعة الواحدة ؟

قم بإعداد جدول استهلاك هذا القرض ؟

الحل:

تحديد قيمة الدفعة a:

$$a = 44165,9125 \rightarrow \quad a = 140000\,\frac{0,1}{1-(1+0,1)^{-4}} \rightarrow \quad a = Vo\,\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

- القيمة النهائية = أصل القرض – مجموع الإستهلاكات
- القيمة النهائية = القيمة المبدئية – الاستهلاكات
- الدفعة = الإستهلاك + الفائدة

إعداد جدول استهلاك القرض:

السنوات	قيمة القرض	قيمة مبدئية	a	I	M	Σ M	قيمة نهائية
1	140000	140000	44165,91	14000	30165,91	30165,91	109834,09
2	140000	109834,09	44165,91	10983,409	33182,501	63348,41	76651,589
3	140000	76651,589	44165,91	7665,15	36500,75	99849,16	40150,83
4	140000	40150,83	44165,91	4015,083	40150,908	140000	0
المجموع	-	-	176663,64	36663,64	140000	-	-

[1] **م بن كرادحية**، مرجع سبق ذكره، ص ص171-172.

ملاحظات :

- نلاحظ أن الاستهلاك المتراكم لجميع السنوات يساوي قيمة القرض.
- نلاحظ ان القيمة النهائية في السنة الأخيرة تساوي الصفر.
- نلاحظ أن القيمة المتبقية في السنة الأخيرة (4) تساوي قيمة الاستهلاك الخاص بها و هو 40150,83 دج.
- نلاحظ أن قيمة الفائدة تتناقص .
- نلاحظ أن قيمة الإهتلاك تتزايد .

مثال:

تحصلت مؤسسة على قرض يقدر بـ 200000دج يسدد خلال 4 سنوات بدفعات ثابتة سنوية وبمعدل 12% ابتداءا من نهاية سنة العقد . الطلوب حساب قيمة الدفعة ثم اعداد جدول استهلاك هذا القرض.

الحل:

- تحديد قيمة a:

$$a = V_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} = 200000 \frac{0.12}{1-(1+0.12)^{-4}} = \boxed{65846.88}$$

- إعداد جدول استهلاك القرض:

السنوات	قيمة الاصل	ق مبدئية	a	I	M	∑M	ق نهائية
01	200000	200000	65846.88	24000	41846.88	41846.88	158153.12
02	200000	158153.12	65846.88	18978.37	46868.55	88715.38	111284.61
03	200000	111284.61	65846.88	13354.15	52492.72	141208.11	58791.88
04	200000	58791.88	65846.88	7055.02	58791.88	200000	0
المجموع	-	-	263387.55	63387.55	200000	-	-

ملاحظات:

- نلاحظ أن هناك تغييرات صغيرة في بعض الحسابات ناتجة عن عملية التقريب
- نلاحظ أن القيمة المتبقية في السنة الاخيرة (4) تساوي قيمة الاستهلاك الخاص بها وهو 58791.88
- نلاحظ أن الاستهلاك المتراكم لجميع السنوات يساوي قيمة القرض
- نلاحظ أن مجموع الدفعات الثابتة = مجموع الفوائد + مجموع الاستهلاكات
- نلاحظ ان القيمة النهائية في السنة الاخير تساوي صفر .

3.1 علاقات أساسية في جداول الاستهلاك بدفعات ثابتة:

من الجداول السابقة، يمكننا استنباط العلاقات او القوانين الهامة التالية:

- علاقة الاستهلاك مع الدفعة:

$$\boxed{a = M_k(1+i)^{n-k+1}}$$

- علاقة الاستهلاكات فيما بينها:

$$\boxed{M_n = M_k(1+i)^{n-k}}$$

- الفرق بين استهلاكين متتاليين:

$$\boxed{M_2 - M_1 = I_1 - I_2}$$

- علاقة الاستهلاكات ومعدل الفائدة:

$$\boxed{\frac{M_2 + M_3}{M_2 + M_1} = (1 + i)}$$

- علاقة الاستهلاك الاول وراس المال المبدئي:

$$\boxed{V_0 = M_1 \frac{(1 + i)^n - 1}{i}}$$

مثال:

ليكن رأس مال قدره 610510 دج يسدد على مدار 05 دفعات سنوية ثابتة، أولها بعد سنة وبمعدل 10%، أنجز جدول الاستهلاك؟

الحل:

- تحديد قيمة a:

$$a = V_0 \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} = 610510 \frac{0.1}{1 - (1 + 0.1)^{-5}} = \boxed{161051}$$

– إعداد جدول استهلاك القرض:

السنوات	قيمة القرض	ق مبدئية	a	I	M	∑M	ق نهائية
01	610510	610510	161051	61051	100000	100000	510510
02	610510	510510	161051	51051	110000	210000	400510
03	610510	400510	161051	40051	121000	331000	279510
04	610510	279510	161051	27951	133100	464100	146410
05	610510	146410	161051	14641	146410	610510	0
المجموع	-	-	805255	194745	610510	-	-

مثال:

دين قيمته 110000 دج يسدد على مدار 10 سنوات بمعدل فائدة 9%.

- أحسب قيمة الدفعة الثانية؟
- أحسب قيمة الاستهلاك الأول؟
- أحسب قيمة الدين الباقي للتسديد بعد دفع الدفعة السادسة؟
- أحسب قيمة الدين المسدد بعد دفع الدفعة السادسة؟

الحل:

- حساب قيمة الدفعة a:

$$a = Vo\,\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \quad \rightarrow \quad a = \rightarrow 110000\frac{0,09}{1-(1+0,09)^{-10}} \quad a = 17140,2$$

- حساب قيمة الاستهلاك الأول:

$$Vo = M_1\frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \rightarrow \quad 110000 = M_1\frac{(1+i)^{10} - 1}{0,09} \rightarrow M_1 = 7240,2$$

- حساب قيمة الدين الباقي للتسديد بعد دفع الدفعة السادسة:

$$Vo = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad \rightarrow \quad V_6 = a\,\frac{1-(1+i)^{-(10-6)}}{i} \quad \rightarrow \quad V_6 = a\,\frac{1-(1,09)^{-4}}{0,09}$$

$$V_6 = 17140\,,2\,.\,\frac{1-(1,09)^{-4}}{0,09} \rightarrow \quad V_6 = 55529,44$$

- حساب قيمة الدين المسدد بعد دفع الدفعة السادسة:

الدين المسدد $= Vo - V_6$

الدين المسدد $= 110000 - 55529,44$

الدين المسدد $= 54470,55$

مثال:

دين قيمته 3000000دج يسدد على مدار 08 سنوات بمعدل 10%، فإذا علمت أن:

قيمة الدفعة الثابتة هي 562332.05دج و قيمة الاستهلاك الاول هي 262332.05دج

أوجد ما يلي:

– قيمة الدين الباقي للتسديد بعد دفع الدفعة الخامسة؟

- قيمة الدين المسدد بعد دفع الدفعة الخامسة؟

الحل:

- إيجاد قيمة الدين الباقي للتسديد بعد دفع الدفعة الخامسة: (في هذه الحالة لم يتبقى سوى ثلاث دفعات)

لدينا:

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V_5 = a\frac{1-(1+i)^{-(8-5)}}{i}$$

$$V_5 = a\frac{1-(1+i)^{-3}}{i}$$

$$V_5 = 562332.05\,\frac{1-(1+0.1)^{-3}}{0.1}$$

$$V_5 = 1398436.58$$

- حساب قيمة الدين المسدد بعد دفع الدفعة الخامسة:

$$\text{الدين المسدد} = V_0 - V_5$$

$$\text{الدين المسدد} = 3000000 - 1398436.58$$

$$\text{الدين المسدد} = 1601563.42$$

مثال:

يسدد قرض بـ 10 دفعات متساوية بمعدل 8% ومن جدول استهلاك القرض استخرجنا ما يلي:

مجموع الاستهلاكين الاول والاخير يساوي 437010.96دج.

المطلوب:

- ايجاد قيمة الاستهلاكين الاول والاخير
- مبلغ الدفعة الثابتة
- أصل القرض
- المبلغ الباقي بعد تسديد الدفعة السادسة.

الحل:

- حساب الاستهلاكين الاول والاخير

لدينا :

$$M_1 + M_{10} = 437010.96 \ldots\ldots (1)$$

ولدينا :

$$M_n = M_k(1+i)^{n-k}$$

ومنه:

$$M_n = M_1(1+i)^{n-1}$$
$$M_{10} = M_1(1+0.08)^{10-1}$$
$$M_{10} = M_1(1.08)^9 \ldots\ldots (2)$$

نعوض 2 في 1 فنجد :

$$M_1 + M_1(1.08)^9 = 437010.96$$

ومنه:

$$M_1 = 145670.33 \ldots\ldots (3)$$

نعوض 3 في 1 نجد :

$$M_{10} = 291340.64$$

- حساب مبلغ الدفعة:

لدينا :

$$a = M_k(1+i)^{n-k+1}$$

ومنه:

$$a = M_1(1+i)^{n-1+1}$$
$$a = M_1(1+i)^n$$
$$a = 145670.33(1+0.08)^{10}$$
$$a = 314491.31$$

- حساب أصل القرض:

لدينا :

$$V_0 = M_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

ومنه:

$$V_0 = 145670.33 \frac{(1+0.08)^{10} - 1}{0.08} = 2110262.33 \text{ دج}$$

- المبلغ الباقي بعد تسديد الدفعة السادسة:

بمعنى أنه سيبقى لنا تسديد 4 دفعات

$$V_0 = a \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$V_6 = 314491.31 \frac{1 - (1+0.08)^{-4}}{0.08} = 1040578.91 \text{ دج}$$

مثال:

يسدد دين على 07 دفعات سنوية ثابتة، وبمعاينة جدول استهلاك القرض تبين ما يلي:

- قيمة الاستهلاك الاول: 4000دج
- قيمة الاستهلاك الثاني: 4500دج

أوجد ما يلي:

- معدل الفائدة؟
- قيمة الدين؟
- قيمة القسط الثابت؟
- مجموع الفوائد المدفوعة؟

الحل:

- ايجاد معدل الفائدة:

لدينا:

$$M_n = M_k(1+i)^{n-k}$$
$$M_2 = M_1(1+i)^{2-1}$$
$$4500 = 4000(1+i)^1$$
$$\frac{4500}{4000} = (1+i)$$
$$\frac{4500}{4000} - 1 = i$$

$$12.5\% = i$$

- حساب قيمة الدين:

$$V_0 = M_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

ومنه:

$$V_0 = 4000 \frac{(1+0.125)^7 - 1}{0.125} = 40982.31$$

- حساب قيمة القسط الثابت (الدفعة الثابتة):

$$V_0 = a \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$
$$40982.31 = a \frac{1-(1+0.125)^{-7}}{0.125}$$
$$a = 40982.31 \frac{0.125}{1-(1+0.125)^{-7}}$$
$$a = 9122.78$$

- حساب مجموع الفوائد المدفوعة:

$$\sum_{i=1}^{7} I_i = (n \times a) - V_0$$

$$\sum_{i=1}^{7} I_i = (7 \times 9122.78) - 40982.31$$

$$\sum_{i=1}^{7} I_i = 22877.15$$

2 . جدول استهلاك القروض باستهلاكات ثابتة:

يتم بموجب هذه الطريقة تسديد القروض بشكل دوري (سنويا، شهريا، . . .إلخ) أي يدفع المقترض دفعات تشمل جزء ثابت من أصل القرض و جزء ثاني متغير يتمثل في الفائدة على القرض المتبقي في كل فترة. تتحدد قيمة الجزء الثابت من خلال قسمة أصل القرض على عدد الدفعات. ويؤدي تناقص أصل القرض عبر الفترات إلى تناقص قيمة الفائدة المدفوعة في كل مرة و هو ما يؤدي إلى تناقص قيمة الدفعات.[1]

العنصر الأساسي في جدول استهلاك القرض وفق هذه الطريقة هو الاستهلاك الثابت بينما نجد أن الدفعة المتساوية هي أهم عنصر وفق طريقة استهلاك القروض بدفعات ثابتة.

ملاحظة:

- بتناقص أصل القرض عبر الفترات تتناقص الفائدة في الدفعات المتوالية، وكنتيجة لذلك تتناقص قيمة الدفعات بنفس النسبة مادام الاستهلاك فيها ثابتا .

- إذا كانت في الطريقة السابقة الدفعة المتساوية هي العنصر الاساسي في جدول استهلاك القرض، فإن العنصر الأساسي في هذه الطريقة هو الاستهلاك الثابت .

1.2 حساب قيمة الاستهلاك الثابت:[2]

تحدد قيمة الاستهلاك الثابت مباشرة عن طريق قسمة قيمة الاصل على عدد فترات التسديد، علما أن الرموز تبقى على حالها . ، و يمكن التعبير عما سبق بالعلاقة التالية:

$$\text{قسط الاستهلاك الثابت} = \frac{\text{قيمة اصل القرض}}{\text{الفترات الزمنية}}$$

و إذا رمزنا إلى القسط المتساوي بـ: M

أصل القرض بـ : Vo

عدد الفترات الزمنية بـ:n

[1] **ناصر دادي عدون**، مرجع سبق ذكره، ص134

[2] المرجع نفسه، ص135

$$M = \frac{Vo}{n}$$

مثال:

اقترضت مؤسسة مبلغ من المال قدره 30000 دج لمدة 6 سنوات بمعدل 10% .

- أحسب قيمة الاستهلاك الثابت؟

الحل:

$$M = \frac{Vo}{n} \rightarrow M = \frac{3000}{6} \rightarrow \quad M = 5000$$

2.2 جدول استهلاك القرض بطريقة الاستهلاكات الثابتة:

بمقتضى هذه الطريقة، يأخذ جدول استهلاك القرض نفس الشكل الخاص بجدول استهلاك القروض بدفعات ثابتة، مع ضرورة الأخذ بعين الاعتبار الاختلاف في خصائص مكوناته والعمليات الحسابية.

وعليه يتضمن الجدول كل من الفترات، قيمة القرض، الرصيد المبدئي، قيمة الدفعة، قيمة الفائدة، قيمة الاستهلاك الثابت، الاستهلاكات المتراكمة، وأخيرا الرصيد النهائي.

مثال:

اقترضت مؤسسة مبلغ من المال قدره 25000دج لمدة 5 سنوات، بمعدل 8% قم بانجاز جدول استهلاك القرض بطريقة الاستهلاكات الثابتة؟

الحل:

- تحديد قيمة الاستهلاك الثابت:

$$M = \frac{V_0}{n} = \frac{25000}{5} = 5000$$

– اعداد الجدول استهلاك القرض الثابت:

السنوات	قيمة الاصل	ق مبدئية	a	I	M	∑M	ق نهائية
01	25000	25000	7000	2000	5000	5000	20000
02	25000	20000	6600	1600	5000	10000	15000
03	25000	15000	6200	1200	5000	15000	10000
04	25000	10000	5800	800	5000	20000	5000
05	25000	5000	5400	400	5000	25000	0
المجموع	–	–	31000	6000	25000	–	–

مثال:

اقترضت مؤسسة مبلغ من المال قيميه 10000 دج لمدة 5 سنوات بمعدل 10% .

- أنجز جدول استهلاك القرض بطريقة الاستهلاكات الثابتة ؟

الحل:

- تحديد قيمة الاستهلاك الثابت:

$$M = \frac{Vo}{n} \rightarrow M = \frac{10000}{5} \rightarrow \quad M = 2000$$

- إعداد جدول استهلاك القرض الثابت:

السنوات	ق الأصل	ق مبدئية	A	I	M	$\sum M$	ق نهائية
1	10000	10000	3000	1000	2000	2000	8000
2	10000	8000	2800	800	2000	4000	6000
3	10000	6000	2600	600	2000	6000	4000
4	10000	4000	2400	400	2000	8000	2000
5	10000	2000	2200	200	2000	10000	0
المجموع	–	–	13000	3000	10000	–	–

3-2- علاقات أساسية من جدول استهلاك القروض باستهلاكات ثابتة:

من الجدول السابق، يمكن استنباط العلاقات او القوانين الهامة التالية:

- أصل القرض:

$$\boxed{M = \frac{V_0}{n} \rightarrow \ V_0 = M \times n}$$

- مجموع الدفعات:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} a_i = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) n}$$

- مجموع الفوائد :

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} I_i = \left(\frac{n+1}{2}\right)(V_0 \times i)}$$

- الفرق بين دفعتين يساوي الفرق بين فائدتين:

$$\boxed{a_n + a_k = I_n + I_k}$$

مثال:

من جدول استهلاك قرض بطريقة الاستهلاكات السنوية الثابتة وجدنا أن قيمة الاستهلاك 10000دج، عدد السنوات 4، المعدل المطبق 3% . اوجد ما يلي:

- قيمة الاصل؟
- مجموع الفوائد المتحصل عليها ؟
- مجموع الدفعات؟
- اعداد جول استهلاك هذا القرض؟

الحل:

- ايجاد قيمة الاصل:

$$V_0 = 10000 \times 4$$
$$V_0 = 40000$$

- ايجاد مجموع الفوائد :

لدينا :

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = \left(\frac{n+1}{2}\right)(V_0 \times i)$$
$$\sum_{i=1}^{n} I_i = \left(\frac{4+1}{2}\right)(40000 \times 0.03)$$
$$\sum_{i=1}^{n} I_i = \left(\frac{n+1}{2}\right)(V_0 \times i)$$
$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 3000$$

- ايجاد مجموع الدفعات:

لدينا :

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = V_0 + \sum_{i=1}^{n} I_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = 40000 + 3000$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = 43000$$

- اعداد جدول استهلاك القرض بطريقة الاستهلاكات الثابتة:

السنوات	قيمة الاصل	ق مبدئية	a	I	M	∑M	ق نهائية
01	40000	40000	11200	1200	10000	10000	30000
02	40000	30000	10900	900	10000	20000	20000
03	40000	20000	10600	600	10000	30000	10000
04	40000	10000	10300	300	10000	40000	0
المجموع	-	-	43000	3000	40000	-	-

مثال:

اتفق أحد الأشخاص مع بنك على سداد قرض قيمته 60000 دج بطريقة الاستهلاكات الثابتة، بحيث يدفع القسط في نهاية كل سنة لمدة 6 سنوات مع العلم أن معدل الفائدة السنوي هو 10%.

- أحسب قيمة الاستهلاك الثابت؟
- أنجز جدول استهلاك القرض بطريقة الاستهلاكات الثابتة؟

الحل:

- حساب قيمة الاستهلاك الثابت:

$$M = \frac{Vo}{n} \rightarrow M = \frac{60000}{6} \rightarrow \quad M = 10000$$

- جدول استهلاك القرض بطريقة الاستهلاكات الثابتة:

السنوات	ق الأصل	ق مبدئية	A	I	M	$\sum M$	ق نهائية
1	60000	60000	16000	6000	10000	10000	50000
2	60000	50000	15000	5000	10000	20000	40000
3	60000	40000	14000	4000	10000	30000	30000
4	60000	30000	13000	3000	10000	40000	20000
5	60000	20000	12000	2000	10000	50000	10000
6	60000	10000	11000	1000	10000	60000	0
المجموع	_	_	81000	21000	60000	_	_

مثال02:

توصلنا من خلال إعداد جدول استهلاك قرض بطريقة الاستهلاكات الثابتة إلى أن قيمة الاستهلاك الثابت هي 1500 دج، عدد السنوات 5، المعدل المطبق 5 %.

- أحسب قيمة الأصل ؟
- أحسب مجموع الفوائد المتحصل عليها ؟
- أحسب مجموع الدفعات ؟
- قم بإعداد جدول استهلاك هذا القرض ؟

الحل:

- حساب قيمة الأصل:

Vo = 1500 . 5 = 7500

- إيجاد مجموع الفوائد:

$\sum_{i=1}^{n} Ii = (\frac{n+1}{2}) (Vo . i)$

$\sum_{i=1}^{n} Ii = (\frac{5+1}{2}) (7500 . 0.05)$

$\sum_{i=1}^{n} Ii = 1125$

- حساب مجموع الدفعات:

$\sum_{i=1}^{n} ai = Vo + \sum_{i=1}^{n} Ii$

$$\sum_{i=1}^{n} ai = 7500 + 1125$$

$$\sum_{i=1}^{n} ai = 8625$$

قائمة المراجع:

1. أحمد بركات، الرياضيات المالية، دار بلقيس، الجزائر، 2014

2. أحمد سعد عبد اللطيف، بورصة الأوراق المالية، الدار الجامعية، مصر، 1998

3. أحمد عبد الرحيم زردق ، محمد سعيد بسيوني، مبادئ دراسات الجدوى الاقتصادية، جامعة بنها، مصر، 2011.

4. ارشد فؤاد التميمي، الأسواق المالية: إطار في التنظيم وتقييم الأدوات، دار اليازوري، الأردن، 2010.

5. بعلوج بولعيد، مدخل إلى الرياضيات المالية، مطبوعات جامعة منتوري قسنطينة، الجزائر،2002

6. حنفي عبد الغفار، أساسيات الاستثمار و التمويل، مؤسسة شباب الجامعة، الاسكندرية، 2000.

7. خالدي عادل، مطبوعة دراسة جدوى و اختيار الاستثمارات، موجه للسنة الأولى ماستر أكاديمي علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير ، جامعة أم البواقي، 2019/2018.

8. خليل محمد خليل عطية، دراسات الجدوى الإقتصادية ، مركز تطوير الدراسات العليا و البحوث، جامعة القاهرة، 2008.

9. رحيم حسين، أساسيات نظرية القرار و الرياضيات المالية، منشورات مكتبة إقرأ، الطبعة الأولى، الجزائر، 2011

10. سمير محمد عبد العزيز، الجدوى الإقتصادية للمشروعات الإستثمارية و قياس الربحية التجارية و القومية، مكتبة و مطبعة الإشعاع الفنية، مصر، 2002.

11. شمعون شمعون، البورصة "بورصة الجزائر"، أطلس للنشر، الجزائر، 1993

12. طارق عبد الباري، عيد أبو بكر، تطبيقات الرياضيات المالية في العلوم المالية و الإدارية، دار زمزم للنشر ، الأردن، 2009.

13. عبد الباسط وفا محمد حسن، بورصة الأوراق المالية و دورها في تحقيق أهداف تحول مشروعات القطاع العام إلى الملكية الخاصة، دار النهضة العربية، 1996

14. عبد النافع عبد الله الزرري، غازي فرج، الأسواق المالية، دار وائل للنشر، عمان، 2001

15. عصام حسين، أسواق الأوراق المالية، البورصة، دار أسامة للنشر والتوزيع، الأردن، 2007.

16. علي شريف، محمد فريد الصحن، مبادئ الإدارة، الدار الجامعية، الاسكندرية، 2002.

17. علي شريف، محمد فريد الصحن، مبادئ الإدارة، الدار الجامعية، الاسكندرية، 2002

18. عمر عبد الجواد عبد العزيز، الرياضيات المالية، دار صفاء للنشر و التوزيع، الطبعة الأولى، 1999

19. غازي عبد المجيد، التشريعات المالية و المصرفية، دار وائل للنشر، 2015، الأردن.

20. غازي فلاح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة، دار المناهج للنشر و التوزيع، الأردن، 2006.

21. فليح حسن خلف، الأسواق المالية النقدية، عالم الكتب الحديث، جدارا للكتاب العالمي، الأردن، 2006،

22. فيصل محمود الشواورة، ، الإستثمار في بورصة الأوراق المالية: الأسس النظرية والعلمية، دار وائل، الأردن، 2008.

23. كعواش جمال الدين، محاضرات في رياضيات مالية، موجهة لطلبة السنة الثانية علوم إقتصادية و تجارية و علوم التسيير، جامعة جيجل، 2018/2017.

24. كهينة رشام، محاضرات في الأسواق المالية، مطبوعة موجهة لطلبة الماستر علوم المالية و المحاسبة، علوم اقتصادية، و علوم تجارية، جامعة أكلي محند أولحاج -البويرة- ،2016/2015

25. لحسن عبد الله باشيوة، مدخل إلى الرياضيات المالية و تطبيقاتها، دار اليازوري، الأردن، 2011.

26. مصطفى رشدي شيحة، زينب حسن عوض الله، الاقتصاد و البنوك و بورصات الأسواق المالية، المطبعة الحديثة، القاهرة، 1993

27. منصور بن عوف عبد الكريم، مدخل إلى الرياضيات المالية، ديوان الطبوعات الجزائرية، الجزائر، 2003.

28. ناصر دادي عدون، الرياضيات المالية، دار المحمدية، الجزائر، 1995

29. نبيل إبراهيم محمود الطائي، الرياضة المالية، دار الشروق، الأردن، 2003.

30. نور الدين زعيبط، محاضرات في الرياضيات المالية، دار الفجر للطباعة و النشر، قسنطينة، 2008

31. هشام طلعت عبد الحكيم، أنوار مصطفى، تقييم الاسهم العادية باستخدام نموذج الخصم "نموذج جوردن" (دراسة تطبيقية لعينة مختارة من الشركات الصناعية المدرجة في سوق العراق للأوراق المالية)، مجلة الادارة والاقتصاد، العدد 21، الجامعة المستنصرية، بغداد، 2010

32. هوشيار معروف، الاستثمارات و الأسواق المالية، دار صفاء للطباعة و النشر و التوزيع، عمان، 2003

33. 1 https://www.argaam.com/ar/article/articledetail/id/498778 ،2021/02/07 تاريخ الاطلاع

34. http://elbassair.net/BAC/telechargement/doures%20mourasla/Gestion-Econ/gestion%20compt-finan/ENVOI3/3as+can+f%C3%A9n+L01.pdf

35. http://www.cfpa-bounoura.dz/wp.

36. http://www.leconomiste.com/article/les-pratiques-bancaires-date-de-valeur-quelques-reperes-pour-comprendre

37. www.thesis.univ-biskradz/1071/4/الفصل%20الثاني.pdf

38. www.wadilarab.com/t7746-topic