

Examen Final

-Aucun document n'est autorisé - Les calculatrices sont autorisées

Durée :1h30

par Dr .BREK .S

Le 27/05/2025

Partie n°1 est obligatoire et choisissez une partie parmi 2 ,3 (une seule partie)
Les trois parties de l'examen sont indépendantes

Partie 01

Exercice 01: (05pts)

On considère un composite unidirectionnel constitué de fibres de verre et d'une matrice époxy avec teneur en masse des fibres $M_f= 0.75$ et en négligeant les vides ($V_v=0$)

1-Déterminer le module d'élasticité longitudinal E_L et le module transversal E_T du composite en utilisant loi des mélanges (approches simplifiées)

2- Déterminer le module de cisaillement G_{LT} du composite en utilisant la solution exacte

On donne : $\rho_f=2600 \text{ Kg/m}^3$, $\rho_m =1200 \text{ Kg/m}^3$, $E_{FL}=74 \text{ GPa}$, $E_m=4.5 \text{ GPa}$, $E_{FT}=74 \text{ GPa}$, $\nu_f=0.25$, $\nu_m=0.4$, $G_m =1.6 \text{ GPa}$ et $G_{FLT}=30 \text{ GPa}$

Exercice 02: (04pts)

Déterminer la résistance ultime à la traction d'un composite unidirectionnel avec une fraction volumique des fibres de 70 % (teneur en volume des fibres ,en négligeant les vides) et déterminer les fractions volumiques minimale $(V_f)_{min}$ et critique $(V_f)_{cri}$ des fibres.

On donne : pour les fibres : $E_f = 85 \text{ GPa}$ et $(\sigma_f)_{ult} = 1550 \text{ MPa}$

Pour la matrice : $E_m = 3.4 \text{ GPa}$ et $(\sigma_m)_{ult} = 72 \text{ MPa}$

Exercice 03: (03pts) Choisissez les bonnes réponses à ces questions (chaque question est indépendante de l'autre (Q1 à Q6))

Q1. Pour un matériau composite avec un comportement orthotrope, dans le cas : état plan de contrainte le coefficient S_{12} de la matrice de souplesse [S] :

- a. $S_{12} = \frac{\nu_{12}}{E_1}$ b. $S_{12} = \frac{E_{12}}{\nu_{12}}$ c. $S_{21} = \frac{-\nu_{12}\nu_{21}}{E_2}$ d. Autres (veuillez préciser)

Q2. Pour un matériau composite avec un comportement orthotrope (état plan de contrainte) le rapport :

- a. $\frac{S_{11}}{S_{66}} = \frac{1}{E_1}$ b. $\frac{S_{11}}{S_{66}} = \frac{G_{12}}{E_2}$ c. $\frac{S_{11}}{S_{66}} = \frac{E_2}{G_{12}}$ d. Autres (veuillez préciser)

Q3. Pour un matériau composite avec un comportement orthotrope, dans le cas : état plan de contrainte le coefficient C_{11} de la matrice de rigidité [C] :

- a. $C_{11} = \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$ b. $C_{11} = \frac{\nu_{12}E_2}{1+\nu_{12}\nu_{21}}$ c. $C_{11} = \frac{E_2}{1+\nu_{12}\nu_{21}}$ d. Autres (veuillez préciser)

Q4. Quelle est la signification physique de la fraction volumique minimale $(V_f)_{min}$

- a. le seuil en dessous duquel l'ajout de fibres affaiblit le composite par rapport à la matrice pure
 b. correspond au point où les fibres commencent à renforcer le composite
 c. rupture des fibres et de la matrice
 d. Autres...(veuillez préciser)

Q5. Pourquoi la loi des mélanges sous-estime-t-elle le module d'élasticité transversal E_T ?

- a. elle néglige les contraintes dans l'interface fibre/matrice
 b. les fibres sont trop rigides
 c. la matrice est isotrope et la fibre orthotrope
 d. les déformations ne sont pas uniformes en transverse (dans la direction T)

Q6. La fraction volumique V_f pour un arrangement triangulaire des fibres en fonction de la distance c entre les fibres et le diamètre d :

- a. $V_f = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \left(\frac{c}{d}\right)^2$ b. $V_f = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \left(\frac{d}{c}\right)^2$ c. $\frac{2\pi}{3\sqrt{2}} \left(\frac{d}{c}\right)^2$ d. *Autres ... (veuillez préciser)*

Exercice 04: (02pts) Répondez par **Vrai** si l'énoncé est correct ou par **Faux** si l'énoncé est incorrect (chaque question est indépendante de l'autre (Q1 à Q4))

Q1. La principale motivation dans l'utilisation des matériaux composites pour la réalisation des structures aéronautiques est essentiellement « faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion ».

Q2. L'utilisation des composites à matrice métallique reste limitée au domaine de températures inférieures à 300°C.

Q3. Les matrices thermoplastiques ont des propriétés mécaniques élevées. Ces matrices ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois.

Q4. Les tissus se composent de fibres assemblées parallèlement les unes par rapport aux autres à l'aide d'une trame très légère.

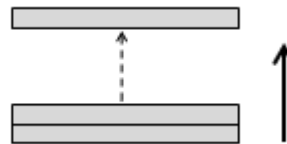
Partie 02

Exercice 01: (02 pts)

1-Simplifier la notation de la plaque stratifiée : $[0/45/90/45/0/90/90_2/0/45/90/45/0]$

2-Représentez graphiquement la désignation de la plaque stratifiée :

$$[0_{2c}/(45_{2c}/90)_{sv}/-45_{2c}/45_{sv}]_s$$



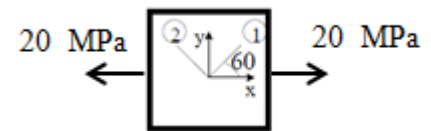
Exercice 02: (04 pts)

Considérons un composite soumis à un état de contrainte tel qu'illustré à la figure (état plan de contrainte).

-Déterminer le coefficient de Poisson ν_{21} et les déformations selon le système d'axes (1, 2).

Sachant que les propriétés mécaniques du composite sont :

$E_1=181\text{GPa}$, $E_2= 10.3 \text{ GPa}$, $G_{12}=7.17 \text{ GPa}$ et $\nu_{12} = 0.28$



Partie 03

Exercice 01: (02 pts)

Soit un composite unidirectionnel dont les fibres ont un diamètre $d = 0.0127 \text{ mm}$ et l'épaisseur de l'enrobage t . Sachant que la teneur en volume des fibres maximale 40.05 % et la disposition carrée est utilisée pour l'arrangement des fibres.

-Déterminer l'épaisseur de l'enrobage t .

Exercice 02: (04 pts)

Soit un composite unidirectionnel avec un comportement orthotrope soumis à un état plan de contrainte:

1-Déterminer les termes C_{11} et C_{12} de la matrice de rigidité $[C]$ et les termes S_{11} et S_{12} de la matrice de souplesse $[S]$ du composite

2-Déterminer la déformation transversale dans le composite provoquée par une contrainte longitudinale de traction 50 MPa (dans la direction 1).

On donne : $E_1=38.6 \text{ GPa}$, $E_2= 8.27 \text{ GPa}$, $G_{12}=4.14 \text{ GPa}$ et $\nu_{12} = 0.26$

Bon courage

Correction (Examen Final) Par Dr .BREK.S

-Aucun document n'est autorisé - Les calculatrices sont autorisées

Durée :1h30

par Dr .BREK .S
 Le 27 /05/2025

Partie n°1 est obligatoire et choisissez une partie parmi 2,3 (une seule partie)
 Les trois parties de l'examen sont indépendantes

Partie 01

Correction Exercice 01:

On donne : $\rho_f=2600 \text{ Kg/m}^3$, $\rho_m =1200 \text{ Kg/m}^3$, $E_{FL}=74 \text{ GPa}$, $E_m=4.5 \text{ GPa}$, $E_{FT}=74 \text{ GPa}$, $\nu_f=0.25$, $\nu_m=0.4$,
 $G_m =1.6 \text{ GPa}$ et $G_{FLT}=30 \text{ GPa}$

$M_f= 0.75$ et $M_f+ M_m=1$ $M_m=0.25$ (0.25)

$$V_f = \frac{\frac{M_f}{\rho_f}}{\frac{M_f}{\rho_f} + \frac{M_m}{\rho_m}} \quad (0.75)$$

$V_f=0.581$ (0.25)

$V_f+ V_m+ V_v= 1$ avec $V_v= 0$, $V_m= 0.3$ (0.25)

Corrigé type de l'examen

1- le module d'élasticité longitudinal E_L du composite en utilisant la loi des mélanges (approches simplifiées)

$$E_L = E_f V_f + E_m (1 - V_f) \quad (0.5)$$

$E_L=44.880 \text{ GPa}$ (0.5)

2- le module d'élasticité transversal E_T du composite en utilisant la loi des mélanges (approches simplifiées)

$$\frac{1}{E_T} = \frac{V_f}{E_{fT}} + \frac{V_m}{E_m} \quad , \quad E_T = \frac{E_{fLT} E_m}{E_m V_f + E_{fT} V_m} \quad (0.5)$$

$E_T = 9.9047 \text{ GPa}$ (0.5)

3- le module de cisaillement G_{LT} du composite en utilisant la solution exacte

$$G_{LT} = G_m \frac{G_f(1+V_f)+G_m(1-V_f)}{G_f(1-V_f)+G_m(1+V_f)} \quad (0.75)$$

$G_{LT}= 5.0968 \text{ GPa}$ (0.75)

Corrigé type de l'examen

Correction Exercice 02:

$V_f=0.7$

$E_f = 85 \text{ GPa}$ et $(\sigma_f)_{ult} = 1550 \text{ MPa}$

$E_m = 3.4 \text{ GPa}$ et $(\sigma_m)_{ult} = 72 \text{ MPa}$

$(\varepsilon_f)_{ult} = \frac{(\sigma_f)_{ult}}{E_f} \quad (\varepsilon_f)_{ult} = \frac{1550 \times 10^6}{85 \times 10^9} = 0.1823 \times 10^{-1} \quad (0.5)$

$(\varepsilon_m)_{ult} = \frac{(\sigma_m)_{ult}}{E_m} \quad (\varepsilon_m)_{ult} = \frac{72 \times 10^6}{3.4 \times 10^9} = 0.2117 \times 10^{-1} \quad (0.5)$

$\sigma_1 = \sigma_f V_f + \sigma_m (1 - V_f) \quad (0.5)$

$(\varepsilon_f)_{ult} < (\varepsilon_m)_{ult} \quad (0.5)$

$(\sigma_1)_{ult} = \sigma_f V_f + \sigma'_m V_m \quad \text{et} \quad \sigma'_m = E_m \cdot (\varepsilon_f)_{ult} \quad (0.5)$

$(\sigma_1)_{ult} = (1550)(0.7) + (0.1823 \times 10^{-1})(3.4 \times 10^3)(1 - 0.7) = 1104 \text{ MPa} \quad (0.5)$

$(V_f)_{minimum} = \frac{72 - (3.4 \times 10^3)(0.1823 \times 10^{-1})}{1550 - (3.4 \times 10^3)(0.1823 \times 10^{-1}) + 72} = 0.6422 \times 10^{-2} \quad (0.5)$

$(V_f)_{critical} = \frac{72 - (3.4 \times 10^3)(0.1823 \times 10^{-1})}{1550 - (3.4 \times 10^3)(0.1823 \times 10^{-1})} = 0.6732 \times 10^{-2} \quad (0.5)$

Correction Exercice 03:

Q1. Pour un matériau composite avec un comportement orthotrope, dans le cas : état plan de contrainte le coefficient S_{12} de la matrice de souplesse [S] :

a. $S_{12} = \frac{\nu_{12}}{E_1}$ b. $S_{12} = \frac{E_{12}}{\nu_{12}}$ c. $S_{21} = \frac{-\nu_{12}\nu_{21}}{E_2}$ d. *Autres ...* ($S_{12} = \frac{-\nu_{12}}{E_1} = \frac{-\nu_{21}}{E_2}$) (0.5)

Q2. Pour un matériau composite avec un comportement orthotrope (état plan de contrainte) le rapport :

a. $\frac{S_{11}}{S_{66}} = \frac{1}{E_1}$ b. $\frac{S_{11}}{S_{66}} = \frac{G_{12}}{E_2}$ c. $\frac{S_{11}}{S_{66}} = \frac{E_2}{G_{12}}$ d. *Autres ...* ($\frac{S_{11}}{S_{66}} = \frac{G_{12}}{E_1}$) (0.5)

Q3. Pour un matériau composite avec un comportement orthotrope, dans le cas : état plan de contrainte le coefficient C_{11} de la matrice de rigidité [C] :

a. $C_{11} = \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$ b. $C_{11} = \frac{\nu_{12}E_2}{1+\nu_{12}\nu_{21}}$ c. $C_{11} = \frac{E_2}{1+\nu_{12}\nu_{21}}$ d. *Autres ...* ($C_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$) (0.5)

Q4. Quelle est la signification physique de la fraction volumique minimale $(V_f)_{min}$

- a. le seuil en dessous duquel l'ajout de fibres affaiblit le composite par rapport à la matrice pure
- b. correspond au point où les fibres commencent à renforcer le composite
- c. rupture des fibres et de la matrice
- d. *Autres... (veuillez préciser)* (0.5)

Q5. Pourquoi la loi des mélanges sous-estime-t-elle le module d'élasticité transversal E_T ?

- a. elle néglige les contraintes dans l'interface fibre/matrice
- b. les fibres sont trop rigides
- c. la matrice est isotrope et la fibre orthotrope (0.5)
- d. les déformations ne sont pas uniformes en transverse (dans la direction T)

Corrigé type de l'examen

Corrigé type de l'examen

Corrigé type de l'examen

Q6. La fraction volumique V_f pour un arrangement triangulaire des fibres en fonction de la distance c entre les fibres et le diamètre d :

- a. $V_f = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \left(\frac{c}{d}\right)^2$ b. $V_f = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \left(\frac{d}{c}\right)^2$ c. $\frac{2\pi}{3\sqrt{2}} \left(\frac{d}{c}\right)^2$ d. *Autres ...* ($V_f = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \left(\frac{d}{c}\right)^2$) (0.5)

Correction Exercice 04:

Q1. La principale motivation dans l'utilisation des matériaux composites pour la réalisation des structures aéronautiques est essentiellement « faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion ». **Faux (0.5)**

Q2. L'utilisation des composites à matrice métallique reste limitée au domaine de températures inférieures à 300°C. **Faux (0.5)**

Q3. Les matrices thermoplastiques ont des propriétés mécaniques élevées. Ces matrices ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. **Faux (0.5)**

Q4. Les tissus se composent de fibres assemblées parallèlement les unes par rapport aux autres à l'aide d'une trame très légère. **Faux (0.5)**

Partie 02

Correction Exercice 01:

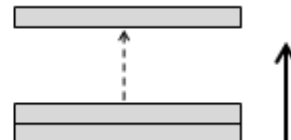
1-la simplification de l'plaque stratifiée : $[(0/45/\overline{90})_s/90/\overline{90}]_s$ (1.0)

2-la représentation graphiquement de la désignation de la plaque stratifiée :

0c
0c
45v
45v
90v
45v
45v
-45c
-45c
45v
-45c
-45c
45v
45v
90v
45v
45v
0c
0c

(1.0)

$[0_{2c}/(45_{2/\overline{90}})_{sv}/-45_{2c}/\overline{45}_v]_s$



Corrigé type de l'examen

Correction Exercice 02:

$E_1=181\text{GPa}$, $E_2= 10.3 \text{ GPa}$, $G_{12}=7.17 \text{ GPa}$ et $\nu_{12} = 0.28$

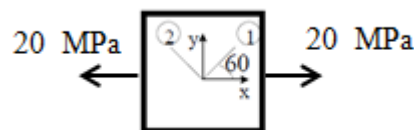
Le coefficient de Poisson ν_{21} :

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}$$

$$\nu_{21} = \frac{E_2 \nu_{12}}{E_1} \quad (0.5)$$

$$\nu_{21} = 0.016$$

Les déformations selon le système d'axes (1, 2) :



Corrigé type de l'examen

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (0.75)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & 2CS \\ S^2 & C^2 & -2CS \\ -CS & CS & (C^2 - S^2) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} \quad \text{où } [T(\theta)] = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & 2CS \\ S^2 & C^2 & -2CS \\ -CS & CS & (C^2 - S^2) \end{bmatrix} \quad (0.5)$$

$$C = \cos(60^\circ) = 0.5 \quad \text{et} \quad S = \sin(60^\circ) = 0.866$$

$$\sigma_x = 20 \text{ MPa}, \sigma_y = 0 \text{ MPa} \quad \text{et} \quad \sigma_{xy} = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = C^2 \cdot \sigma_x, \sigma_2 = S^2 \cdot \sigma_x \quad \text{et} \quad \sigma_{12} = -C \cdot S \cdot \sigma_x$$

$$\sigma_1 = 5 \text{ MPa}, \sigma_2 = 15 \text{ MPa} \quad \text{et} \quad \sigma_{12} = -8.66 \text{ MPa} \quad (0.75)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} - \frac{\nu_{12}\sigma_2}{E_1} = \frac{5}{181000} - \frac{0.28(15)}{181000} = 6.9 \cdot 10^{-6} \quad (0.5)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_2} - \frac{\nu_{12}\sigma_1}{E_1} = \frac{15}{10300} - \frac{0.28(5)}{181000} = 1.448 \cdot 10^{-3} \quad (0.5)$$

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} = \frac{\sigma_{12}}{G_{12}} = \frac{-8.66}{7170} = -1.2 \cdot 10^{-3} \quad (0.5)$$

Corrigé type de l'examen

Partie 03

Correction Exercice 01:

$d = 0.0127 \text{ mm}$, la teneur en volume des fibres maximale 40.05 % et la disposition carrée des fibres.
- l'épaisseur de l'enrobage t :

$$V_f = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{c} \right)^2, \quad \text{pour } V_{fmax} \text{ on a: } c = d + 2t, \quad V_{fmax} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{d+2t} \right)^2 \quad (1.0)$$

$$t = \frac{d(1-\sqrt{A})}{2\sqrt{A}} \quad \text{avec } A = \frac{4V_{fmax}}{\pi} \quad t = 0.00254 \text{ mm} \quad (1.0)$$

Correction Exercice 02:

$E_1 = 38.6 \text{ GPa}, E_2 = 8.27 \text{ GPa}, G_{12} = 4.14 \text{ GPa}, \nu_{12} = 0.26$ et $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$

1- les termes C_{11}, C_{12}, S_{11} et S_{12} :

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}$$

$$\nu_{21} = \frac{E_2 \nu_{12}}{E_1} \quad (1.0)$$

$$\nu_{21} = 0.055$$

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}, \quad S_{12} = \frac{-\nu_{12}}{E_1}$$

$$S_{11} = 0.026 \text{ (GPa)}^{-1} \quad S_{12} = -0.0067 \text{ (GPa)}^{-1} \quad (0.5 + 0.5)$$

$$C_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad C_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$C_{11} = 39.16 \text{ GPa} \quad C_{12} = 2.1814 \text{ GPa} \quad (0.5 + 0.5)$$

2- la déformation transversale dans le composite

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1, \quad \varepsilon_2 = -\nu_{12} \varepsilon_1 \quad \text{donc} \quad \varepsilon_2 = -\nu_{12} \frac{\sigma_1}{E_1} = -3.36 \cdot 10^{-4} \quad (1.0)$$

Corrigé type de l'examen