

→ Université Abass Laghrour de Khenchela
Faculté des ST Département des MI
Examen de TF (M1 Maths appliquées- 2025)

Exercice 01 :(10pts)

Considérons le problème suivant représenté par l'équation des Ondes :
Trouver $u(x, t)$ tel que :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 & \text{dans }]0, L[\times]0, T[, \\ u(0, x) = u_0(x) & \text{dans }]0, L[, \\ \frac{\partial u}{\partial t}(0, x) = v_0(x) &]0, L[, \end{cases} \quad ((1))$$

- 1- Réécrire l'équation du problème (1) en appliquant la transformation de Fourier sur ses deux membres.
- 2- Résoudre cette nouvelle équation.
- 3- Dédurre l'expression de la fonction inconnue $u(x, t)$ en appliquant la formule d'inversion de la transformation de Fourier.

Exercice 02 (06 pts) :

Soit f une fonction 2π -périodique, définie sur $]-\pi, \pi[$ par : $f(x) = x$.

- 1- Calculer les coefficients de Fourier de f ; a_0, a_k, b_k .
- 2- Ecrire la série de Fourier associée à f .
- Es ce que cette série de Fourier converge vers f simplement? justifier.

Exercice 03 (04 pts)

- 1- Définir l'espace $L^2_T(\mathbb{R})$ ainsi que sa norme, son produit scalaire et sa base Hilbertienne.
- 2- Si $f \in L^2_T(\mathbb{R})$, Quand es ce que on dit que la série de Fourier de f converge vers f au sens Quadratique?