الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي

والبحث العلمي

جامعة عباس لغرور - خنشلة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية

وعلوم التسيير

Ministre de l'Enseignement Supérieur

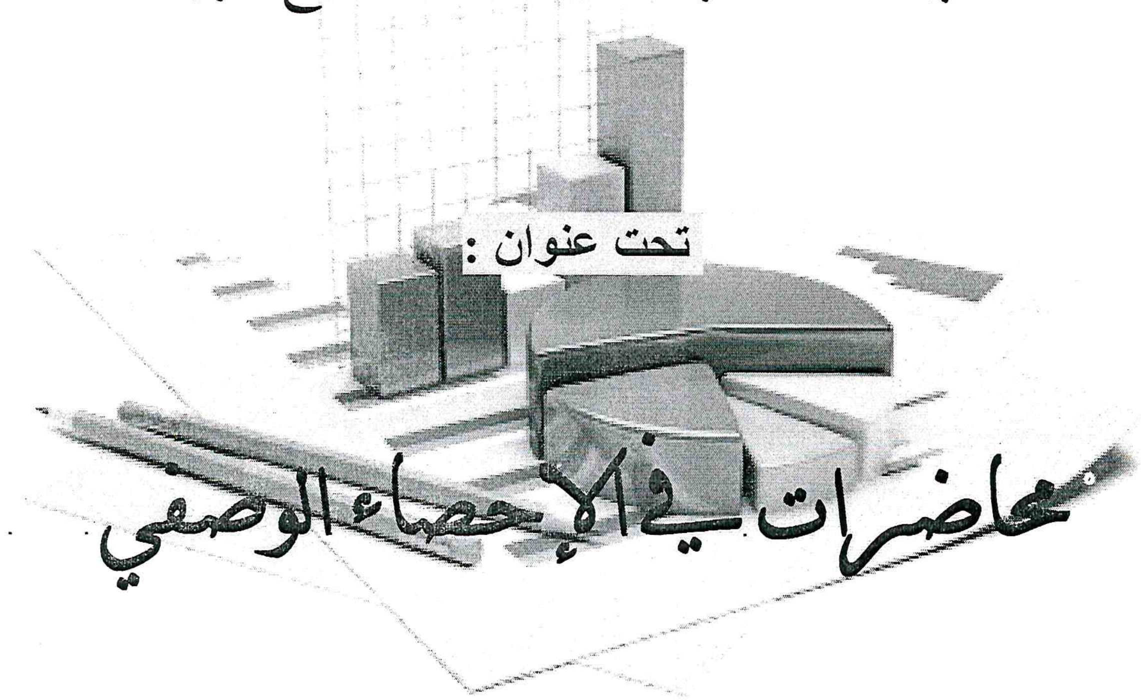
et de la Recherche Scientifique

Université Abbes Laghrour - Khenchela

Faculté des sciences Économiques

Commerciales et des sciences de Gestion

مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى LMD جذع مشترك



تحت عنوان :

محاضرات في الإحصاء الوصفي

إعداد الدكتور :

.............بلعيدي عبد الله

السنة الجامعية : 2017 / 2018

بسم الله الرحمن الرحيم

تمهيد:

يعتبر الإحصاء من العلوم القديمة التي ظهرت مع ظهور الإنسان على الأرض، وصاحبته في تطوره وإدارة شؤونه، حيث كان يعرف على أنه الحصر أو التعداد لأنه يمارس بالفطرة، واكتسب الإحصاء اعتبارا من القرنين السابع عشر والثامن عشر مفهوما حديثا، وأصبح بمثابة مجموعة من النظريات العلمية التي لها الأساس النظري الإحصائي التي تقوم عليها الطرق الإحصائية المختلفة، ويرجع الفضل في ذلك إلى العالم Karl Pearson الذي يلقب بأبي الإحصاء، وإلى كثير من العلماء أمثال: R.A Fisher،Yul، Spearman ، Gauss، Pascale، Bernoulli، Markov، Halphen، Francis Galton و George-Paul، والقائمة طويلة.

وقد نشأ علم الإحصاء كنتيجة حتمية لتمكين الدول من تعداد أفراد مجتمعاتها وحصر ثرواتهم، حتى تتمكن من فرض الضرائب وتجميع الأموال اللازمة لتمويل ميزانياتها، ثم توسعت عمليات التعداد والحصر لتشمل بيانات عن المواليد والوفيات والإنتاج والاستهلاك، وبذلك نشأت الحاجة إلى تنظيم هذه البيانات وتلخيصها ووضعها في صورة جداول ورسومات بيانية حتى يسهل الرجوع إليها والاستفادة منها بأسرع وقت ممكن، وقد أطلق على هذه العمليات "علم الدول " أو "علم الملوك "، ثم استبدلت لاحقا بعلم الإحصاء، الذي يختص فعلا بالطرق العلمية لجمع وتنظيم وتبويب وعرض المعلومات والمعارف المختلفة في صورة جداول أو بيانات، وتحليلها واستخلاص النتائج منها، بل وتعميم نتائجها واستخدامها في اتخاذ القرارات، وللإحصاء القدرة على تصوير العلاقات بين الظواهر والهياكل الاقتصادية وديناميكيتها عبر الزمن، ويعالج بشكل رئيس النواحي الكمية للظواهر الاقتصادية والتجارية وحتى الإنسانية والاجتماعية، باستخدام الطرائق والأدوات الإحصائية المناسبة، وهو من العلوم الضرورية والهامة لأية عملية بحث علمي أو تجربة عملية أو نظرية، أو دراسة تطبيقية تهدف إلى الوصول إلى نتائج تعتمد الموضوعية وتتسم بالمصداقية. وعلم الإحصاء يعطي للباحثين العديد من الطرق والأساليب اللازمة والضرورية للقيام بالدراسات والبحوث في مجالات مختلفة ومتنوعة، ولا نكاد نعثر اليوم على فرع واحد من فروع المعرفة إلا ويستخدم الإحصاء كأداة في الدراسة والتحليل.

ومن هنا يتضح أن الإحصاء يشكل أهمية عظمى لأي باحث في شتى المجالات المختلفة، كونه وسيلة يستخدمها معظم الناس في حياتهم وأعمالهم اليومية، وهو الأداة التي تساعد على تفسير الظواهر التي يدرسها، وتوضيح النتائج ودلالات البيانات والأرقام التي يحصل عليها، خاصة متخذي القرار في المؤسسات والإدارات، لأن أي قرار اقتصادي أو إداري لا بد أن يبنى على بيانات ومعلومات دقيقة وواقعية من أجل

الوصول إلى نتائج موضوعية ودقيقة عن الظاهرة أو المشكلة المراد دراستها وتحليلها، لذلك حظي الإحصاء بالاهتمام العلمي والأكاديمي على مستوى المعاهد والجامعات في مختلف أنحاء العالم في كثير من التخصصات، فقد احتل مركزا مرموقا بين العلوم الأخرى، وبرز في وقتنا الحاضر كأحد أهم العلوم التطبيقية التي لا يمكن الاستغناء عنه في أي فرع من فروع الحياة. ويتم تدريس الإحصاء للطلبة نظرا لاعتماده على مداخل أولية تتعلق بطريقة وصف الظواهر المختلفة، بأساليب رقمية في شكل جداول ورسومات بيانية توضيحية، وتطبيق علاقات رياضية تناسب الظاهرة المدروسة، واتخاذ القرارات المناسبة، وتعد هذه الطرق الإحصائية من الأساليب التي يمكن أن تضمن تحقيق الأهداف المرجوة من تنفيذ أي دراسة، كما يهدف تدريسه إلى تعريف طلاب الجامعات بعلم الإحصاء وأهميته ودوره في تسهيل عمل الباحث في التعامل مع مجتمع البحث، وذلك بهدف إكساب الطالب مجموعة من الخبرات كي تساعده في عرض نتائج البحوث الكيفية بصورة كمية محددة وواضحة ومختصره ودقيقة.

ويبرز علم الإحصاء الوصفي كأول مدخل لعلم الإحصاء بصفة عامة، ويقوم بدور مهم وحيوي في تصميم وتنفيذ كثير من البحوث العلمية ورسائل الماستر والماجستير وأطروحات الدكتوراه، خاصة في السنوات الأخيرة أين تطورت فيها وسائل التكنولوجيا الحديثة تطورا كبيرا، سهلت استخدام الكثير من الأساليب الإحصائية التي كان يصعب استخدامها في السابق.

وبدورنا نقدم هذه المطبوعة، وكل رجاؤنا أن يجد فيها الطالب ما يساعده على الاستزادة في الفهم، حتى يكون أكثر استعدادا من أجل تناول مقاييس إحصائية أخرى أكثر تعقيدا، وهذه المطبوعة عبارة عن سلسلة من المحاضرات في الإحصاء الوصفي، تهدف إلى إلمام طلابنا بهذا المقياس وتخفف عنهم الصعوبات، وتسهل لهم السبيل نحو فهم محتواها من خلال ما تقدمه من دروس مبسطة ومختصرة، وبلغة سهلة وأسلوب بسيط يساعد الطالب على متابعة المواضيع المدرجة بدون عناء ولا ملل، كما أنها مدعمة بالعديد من الأمثلة والتمارين من أجل التحكم أكثر في تقنيات ومهارات الطرق الحسابية وفهم أفضل لمحتوى المطبوعة .

وأعدت هذه المطبوعة، تماشيا مع برنامج اللجنة الوطنية لرؤساء الميادين والمعتمد رسميا من طرف وزارة التعليم العالي والبحث العلمي، والموجهة إلى طلبة الجامعات والمعاهد التي تدرس مادة الإحصاء الوصفي، وهي موجهة بصورة أساسية لكل طلبة السنة الأولى الليسانس السداسي الأول نظام LMD في مختلف التخصصات، لاسيما طلبة العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير.

أملي أن تؤدي هذه المطبوعة الغرض المنشود والأهداف المسطرة من تدريس مقياس الإحصاء الوصفي، وأن تمهد نحو الطريق الصحيح لدراسة مختلف المقاييس الإحصائية، وأرجو أن أكون قد وفقت في تقديمها بالشكل اللائق والمطلوب، لاسيما في جانبها العلمي والمنهجي.

رصيد ومعامل الإحصاء الوصفي(الإحصاء1) وحجمه الساعي:

يدرّس الإحصاء الوصفي لطلبة جذع مشترك لميدان العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير في السداسي الأول تدرج، ويقع ضمن وحدة تعليم منهجية، وهو ذو رصيد 4 ومعامل 2، حجمه الساعي الأسبوعي ساعة ونصف للدروس، وساعة ونصف للأعمال الموجهة . يعتبر المقياس مكتسبا إذا تحصل الطالب على معدل أكبر أو يساوي 10 من 20 ويحتفظ بقيمة الرصيد 4 .

والملحق الآتي يوضع تموقع مقياس الإحصاء1 ضمن مقاييس السداسي الأول، جذع مشترك تدرج .

ملحق: برنامج التعليم القاعدي المشترك لشهادة الليسانس

جذع مشترك لميدان " علوم اقتصادية، تسيير وعلوم تجارية "

السداسي الأول

وحدات التعليم	المواد: العنوان	الأرصدة	المعامل	الحجم الساعي الأسبوعي: دروس	أعمال موجهة	أعمال تطبيقية	الحجم الساعي السداسي (15 أسبوعا)	أخرى*	نوع التقييم: مراقبة مستمرة	إمتحان
وحدة تعليم أساسية الرمز: و ت أس 11 الأرصدة: 18 المعامل: 8	مدخل للاقتصاد	5	2	1سا30	1سا30		45سا00	45سا00	X	X
	إقتصاد جزئي 1	5	2	1سا30	1سا30		45سا00	45سا00	X	X
	محاسبة عامة 1	4	2	1سا30	1سا30		45سا00	45سا00	X	X
	تاريخ الوقائع الاقتصادية	4	2	1سا30	1سا30		45سا00	45سا00	X	X
وحدة تعليم منهجية الرمز: و ت م 11 الأرصدة: 9 المعامل: 5	إحصاء 1	4	2	1سا30	1سا30		45سا00	40سا00	X	X
	رياضيات 1	4	2	1سا30	1سا30		45سا00	40سا00	X	X
	منهجية البحث 1	1	1	1سا30			22سا30	40سا00		X
وحدة تعليم إستكشافية الرمز: و ت إس 11 الأرصدة: 2 المعامل: 2	مدخل للقانون	1	1	1سا30			22سا30	40سا00		X
	مدخل لعلم الإجتماع	1	1	1سا30			22سا30	40سا00		X
وحدة تعليم أفقية الرمز: و ت أف 11 الأرصدة: 1 المعامل: 1	لغة أجنبية 1	1	1		1سا30		22سا30	40سا00	X	X
مجموع السداسي الأول		30	15	15سا00	9سا00		360سا00	420سا00		

*عمل إضافي عن طريق التشاور السداسي

المصدر : كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة عباس لغرور– خنشلة / الجزائر

تقديم برنامج الإحصاء الوصفي (الإحصاء1):

أعد هذا البرنامج في مقياس الإحصاء الوصفي، تماشيا مع برنامج اللجنة الوطنية لرؤساء الميادين والمعتمد رسميا من طرف وزارة التعليم العالي والبحث العلمي، والموجه إلى طلبة الجامعات والمعاهد التي تدرس هذا المقياس ابتداء من السنة الجامعية 2013 – 2014، وهو موجه لمختلف التخصصات لاسيما طلبة العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، ولقد قمنا بتقسيم محتوى هذا المقرر إلى ستة فصول.
يتضمن الفصل الأول مفاهيم أساسية في علم الإحصاء(لغة الإحصاء ومصطلحاته)، ويتناول الفصل الثاني العرض الجدولي للبيانات الإحصائية (الجداول التكرارية)، في حين يتطرق الفصل الثالث لعرض البيانات الإحصائية عن طريق الرسومات المناسبة حسب نوعية المتغير الإحصائي (التمثيلات البيانية)، فيما يتم تخصيص الفصل الرابع لمقاييس النزعة المركزية (المتوسطات الحسابية: المتوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال...)، يليه الفصل الخامس الذي يتناول مقاييس التشتت(المدى، الانحراف...)، لنتناول في الفصل السادس والأخير موضوع مقاييس الشكل(العزوم – الالتواء والتفرطح) .
وفيما يلي نص محتوى مقياس الإحصاء1، حسب اللجنة البيداغوجية الوطنية لميدان التكوين في العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، الصادرة من وزارة التعليم العالي والبحث العلمي:

محتوى مقياس الإحصاء1

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

اللجنة البيداغوجية الوطنية لميدان التكوين

في العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

(ختم هيئة اللجنة)

الفصل الأول: مفاهيم عامة

*مفهوم الإحصاء

*المجتمع والعينة والفرد

*مصادر البيانات الإحصائية

*طبيعة البيانات الإحصائية

الفصل الثاني : *عرض البيانات الإحصائية

*بناء الجداول وأنواعها(إيجاد الفئة،التكرارات، مركز الفئة، التكرار المتجمع....)

الفصل الثالث : *التمثيل البياني حسب نوع المتغير

الفصل الرابع : مقاييس النزعة المركزية الموضعية

*الوسط الحسابي الوسيط ، المنوال...

الفصل الخامس : مقاييس التشتت

*التوزيع المغلوق: الانحراف المعياري

*التوزيع المفتوح: نصف المدى الربيعي

*المؤشرين

الفصل السادس : الأشكال

*الشكل المتماثل

*الالتواء

*التفلطح والتدبب

التعليق على برنامج الإحصاء الوصفي (الإحصاء1) :

يعتبر مقرر الإحصاء من المقررات الطموحة، التي تخدم الطلبة في مسارهم التعليمي، خاصة أثناء إعداد رسائل الليسانس والماستر، وحتى مذكرات الماجستير وأطروحات الدكتورة، كما يخدم الباحثين في إنجاز أبحاثهم بطريقة علمية صحيحة وأكثر مصداقية، والوصول إلى نتائج واضحة ودقيقة، يمكن من خلالها اتخاذ قرارات صائبة، وقد يفيد باقي فئات المجتمع من ذوي المستويات العلمية البسيطة في تسيير شؤون حياتهم اليومية.

جاءت مفردات البرنامج حسب اللجان الوزارية المكلفة في إعداد البرامج والمقررات على مستوى وزارة التعليم العالي والبحث العلمي، منطقية ومدروسة بشكل جيد، سواء من حيث تسلسلها أو من حيث عمق أفكارها، كما جاءت مرتبة بحيث لا يمكن المرور إلى فصل إلا بعد الإنتهاء من الفصل الذي يسبقه، فكل فصل يكمل الفصل الذي يليه إلى أن ننتهي من جميع الفصول.

تم إدراج الفصل الأول لتوضيح أهم المصطلحات الخاصة بهذا المقياس، على اعتبار أن لكل علم لغته ومصطلحاته، وأهم هذه المصطلحات، المجتمع الإحصائي، العينة، والفرد، والفرد قد يأخذ شكل قيمة عددية منفصلة أو فئة أو حتى شكل صفة.

ولتقريب الفكرة أكثر، نقارن ذلك بالرياضيات، فالمجتمع الإحصائي يقابله في الرياضيات المجموعة، مثل مجموعة الأعداد الطبيعية أو مجموعة الأعداد الحقيقية، والعينة تقابلها المجوعة الجزئية، مثل مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية، أو لوغاريتمات الأعداد الحقيقية.

أما الفصل الثاني، فيتم فيه تفريغ ما تم جمعه عن الظاهرة المدروسة في جداول، لتنظيم هذه المعطيات وتسهيل قراءتها، فهدا الفصل أقرب ما يكون شبيه بجدول تغيرات الدالة في الرياضيات، ولكن بأقل جهد وبطريقة سهلة.

ويعتبر الفصل الثالث تمديدا للفصل الثاني، من حيث كونه ترجمة فقط للجداول على شكل منحنيات بيانية، وذلك لتوضيح الصورة أكثر، ولتسهيل أخذ فكرة سريعة عن الظاهرة محل الدراسة، وبأقل جهد وبأسرع وقت، فهي أقرب ما تكون في الرياضيات أشبه برسم منحنى دالة عددية انطلاقا من جدول تغيراتها .

ويتناول الفصل الرابع المتوسطات الحسابية، المتوسط الحسابي، الوسيط، والمنوال... وذلك للحكم عن الظاهرة المدروسة وإصدار قرارات، ومن ثم الوصول إلى النتائج.

ونتيجة للعيوب التي ظهرت في عناصر الفصل الرابع كتعدد المنوال وتأثر بعض المقاييس بالقيم المتطرفة وغيرها، ظهر الفصل الخامس لتصحيح هذه العيوب والاختلالات، وتقديم البديل الأنسب، حيث تناول هذا الفصل مقاييس التشتت(الانحراف الربيعي، الانحراف المعياري ...) وهو من الفصول المهمة في الإحصاء الوصفي.

وانتهى هذا البرنامج بالفصل السادس والأخير، وتم التطرق فيه إلى مقاييس الشكل، تحديدا مقاييس الالتواء ومقاييس التفرطح، بحيث يقيس الأول التواء منحنى التوزيع والثاني يقيس قمة منحنى التوزيع حادة أو مفرطحة، كما يتم استخدامهما في المقارنة أو في وصف الظاهرة المدروسة وتحديد درجة تذبذب المنحنيات، وأدرج هذا الفصل لترسيخ وتعميق مفاهيم الفصول السابقة .

ويمكن إجراء مقارنة بين دراسة دالة في الرياضيات ودراسة الإحصاء الوصفي، من خلال الجدول الآتي :

المقارنة بين دراسة دالة في الرياضيات والإحصاء الوصفي (الإحصاء1) :

دراسة دالة	دراسة الإحصاء الوصفي
مجموعة، مجموعة جزئية، عنصر	المجتمع الإحصائي، العينة، الفرد
إعطاء دالة ذات متغير ما، أو البحث عنها	إعطاء قيم عددية أو وصفية، أو البحث عنها
تشكيل جدول تغيرات دالة	تشكيل جداول تكرارية
رسم منحنيات بيانية	رسم أشكال وتمثيلات بيانية
حساب بعض القيم (صور، سوابق...)	حساب بعض القيم (المتوسطات، مقاييس التشتت)
إضافة منحنيات أخرى (المماس، مركز ومحور تناظر...) بعد حساب بعض القيم العددية	إضافة أشكال بيانية أخرى(الالتواء ، التفلطح ...) بعد حساب بعض القيم العددية

المصدر : من إعداد الباحث .

تم إجراء هذه المقارنة، لتوضيح الصورة ولتقريب الفكرة بين الإحصاء والرياضيات. ذلك أن الإحصاء يعتبر أحد فروع الرياضيات.

أهداف تدريس مقياس الإحصاء الوصفي (الإحصاء1):

إن تدريس مقياس الإحصاء الوصفي يؤدي إلى تحقيق جملة من الأهداف نوجزها فيما يلي :

1. تشجيع الباحثين والمدرّسين والطلبة على الإطلاع على مختلف طرق وأساليب مقياس الإحصاء الوصفي، والبحث المستمر على كل ما يحتويه من جديد، وإثراء مناهجه، والتعمق في ماهيته.
2. تحديد مفهوم علم الإحصاء وتطوره، ومجالات استخدامه، ومصادر بياناته الإحصائية وطبيعتها.
3. التعرف على علم الإحصاء ووظائفه في شتى التخصصات، لاسيما طلبة العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير.
4. التعرف على مختلف مصطلحات علم الإحصاء، كالوحدة والمجتمع الإحصائي والعينات والمقصود منها، وأنواعها المختلفة وأساليب المعاينة. وكيفية سحبها والطرق المختلفة لحساب حجمها من المجتمع الإحصائي، وكذا مميزاتها وعوامل نجاحها.
5. التعرف على أنواع المتغيرات المختلفة، كالمتغير النوعي، والمتغير الكمي(المتقطع والمستمر)، وكيفية التفرقة بين كل نوع من هذه الأنواع، لإتمام الدراسة بشكل صحيح وتسلسلي.

6. جمع البيانات الإحصائية والمعلومات الأولية الخاصة بالظاهرة المراد دراستها أو بحثها، وحصر المصادر التي تعتمد عليها.
7. تحديد وترسيخ مفهوم التكرارات المتجمعة، وتمكين الطلبة على آليات التعامل مع هذه البيانات، وكذلك التطرق إلى أهميتها، سواء في سرعة انجاز بعض العمليات وتبسيطها أو حساب بعض المقاييس الإحصائية.
8. القدرة على تفريغ البيانات التي تم جمعها من المجتمعات الإحصائية في جداول تكرارية تحتوي على التكرارات والتكرارات المتجمعة وغيرها من المعطيات التي تم جمعها على الظاهرة المدروسة.
9. القدرة على ترجمة الجداول التكرارية على شكل تمثيليات بيانية مختلفة، وذلك حسب نوعية المتغير الإحصائي المدروس.
10. الاهتمام بأدوات العمل الإحصائي، وذلك من خلال ترسيخ العلاقات الرياضية كأداة في الدراسة والتحليل، خاصة تلك التي لها صلة وثيقة بالمقياس.
11. وصف وتحليل البيانات واتخاذ القرارات المناسبة، من خلال التدريب على حساب المتوسطات الحسابية المختلفة من البيانات المبوبة والغير مبوبة، والتعريف بأهميتها وحالات تطبيقها في مجالات عدة ومتخصصة، والقدرة على إجراء المقارنات اللازمة والضرورية والتمكن من الاستنتاج خاصة من الرسومات البيانية.
12. التعريف بمقاييس الموضع (الربيعات، الخميسات، العشيرات، المئينات) وإثراء المنهج الدراسي بطرق مختلفة لإيجادها سواء للبيانات المبوبة أو غير المبوبة، واقتراح بعض الأساليب لعرض موضوعها.
13. القدرة على وصف البيانات وصفا دقيقا من خلال مقاييس التشتت المختلفة، وضرورة التمكين من حساب تلك المقاييس من البيانات المبوبة والغير مبوبة، والتعرف على كيفية المفاضلة بينها في مختلف الميادين والتخصصات.
14. وصف التوزيعات التكرارية ومقارنتها، والتعرف على خواصها، خاصة فيما يتعلق بانتشار البيانات على المنحنى البياني الممثل لها من حيث التوائه وتفلطحه عن الوضع الطبيعي.
15. تحليل المنحنيات البيانية بصورة أكثر، ومدى أهميتهما في الدراسات الإحصائية، وذلك بتحديد درجة تفرطح أو تذبذب هذه المنحنيات.

أهم الرموز المستعملة في برنامج الإحصاء الوصفي (الإحصاء1) :

للتسهيل على القارئ، قمنا بإدراج الرموز العلمية الأكثر استخداما في علم الإحصاء، حسب تسلسل فصول هذه المطبوعة، وهذه الرموز مبينة في الجدول الآتي:

أهم الرموز المستخدمة في الإحصاء الوصفي (الإحصاء1):

الرمز	اسم الرمز
X_{max}	أكبر القيم التكرارية
X_{min}	أصغر القيم التكرارية
R	المدى
N	مجموع التكرارات
Log	اللوغاريتم العشري
K	عدد الفئات
C	طول الفئة
Σ	رمز المجموع
x_i	القيمة التكرارية
n_i	تكرار القيمة
f_i	التكرار النسبي
$f_i\%$	التكرار النسبي المئوي
e_i	الفئة
c_i	مركز الفئة التكرارية
$n_i^{\uparrow}$	تكرار المتجمع الصاعد
$n_i^{\downarrow}$	تكرار المتجمع النازل
$f_i^{\uparrow}$	التكرار النسبي الصاعد
$f_i^{\uparrow}\%$	التكرار النسبي المئوي الصاعد
$f_i^{\downarrow}$	التكرار النسبي النازل
$f_i^{\downarrow}\%$	التكرار النسبي المئوي النازل

المتوسط الحسابي	$\bar{X}$
رمز الجداء	Π
المتوسط الهندسي	$\bar{X}_G$
المتوسط التوافقي	$\bar{X}_H$
المتوسط التربيعي	$\bar{X}_Q$
الوسيط	Med
الربيعات	Q_1, Q_2, Q_3
العشيرات	$D_1,D_2,\ldots,D_{10}$
المئينات	$P_1,P_2,\ldots,P_{10}$
المنوال	Mod
التغير في التكرار	Δ
الانحراف الربيعي	EQ
الانحراف المتوسط	$E\bar{X}$
الانحراف المعياري	σ
التباين	V
القيمة المعيارية	Z
المدى النسبي	R_P
الانحراف الربيعي النسبي	EQ_p
الانحراف المتوسط النسبي	$E\bar{X}_p$
الانحراف المعياري النسبي (معامل الاختلاف)	δ_p
العزوم البسيطة	m_k
العزوم المركزية	μ_k
معامل بيرسون الأول للالتواء	P_{s_1}
معامل بيرسون الثاني للالتواء	P_{s_2}
معامل بيرسون الثالث للالتواء	P_{s_3}

F_s	معامل فيشر للالتواء
Y_s	معامل يول للالتواء
P_k	معامل بيرسون للتفرطح
F_k	معامل فيشر للتفرطح
Y_k	معامل يول للتفرطح

المصدر : من إعداد الباحث

الفصل الأول
مفاهيم عامة في الإحصاء

تمهيد:

الإحصاء منهج علمي لحصر الأشياء، ويستخدم في التنبؤ واتخاذ القرار، وفي الرقابة والتحقق من صحة البحوث، وهو علم قائم بذاته له قوانينه وقواعده الرياضية الخاص به. وتعتمد نظرياته ومبادئه بدرجة كبيرة على فروع الرياضيات المختلفة كالتفاضل والتكامل والهندسة التحليلية والجبر وغيرها. وقد عكف عدد من العلماء على دراسة واستنباط نظريات هذا العلم، وكيفية تطبيقها في العلوم الأخرى، وبفضل هذه المجهودات أصبح علم الإحصاء علما مستقلا له نظرياته وقواعده. وفي الآونة الآخرة تطور علم الإحصاء تطورا ملموسا في مجال التطبيق، وذلك بسبب انتشار الآلية المباشرة أو غير المباشرة بمساعدة الحاسوب التي أصبح لها دور هام في سهولة وسرعة تطبيق الأساليب الإحصائية المتعددة.

1- نبذة عن علم الإحصاء:

يعود تاريخ جمع المعلومات الرقمية إلى العصور القديمة، فقد كان الصينيون والمصريون والرومان والإغريق قد أنجزوا تعدادات سكانية الهدف منها معرفة عدد الأشخاص الخاضعين للضريبة، أو عدد الأفراد القادرين منهم للعمل العسكري، وذلك بهدف معرفة القدرة الدفاعية للدولة وإمكانيات تعزيزيها. وعرف الإحصاء مع ظهور الإسلام تطورا ملحوظا، ففي عهد الخليفة عمر بن الخطاب – رَضِيَ ٱللَّهُ عَنْهُ – تم إحصاء (الممارسة بالفطرة) الأراضي الزراعية بكل دقة لتقدير القدر من الخراج الذي تحتمله الأرض. وفي عصر الدولة الإسلامية قام الخليفة المأمون بإجراء تعداد للسكان والثروات لتحديد الإمكانات العسكرية للدولة. وفي ميدان التاريخ وعلم الاجتماع استخدم ابن خلدون إحصائيات مكنته من الوصول إلى نتائج علمية مدهشة. وقد وردت كلمة الإحصاء في عدة آيات من القرآن الكريم منها قوله تعالى : ﴿وَإِن تَعُدُّوا نِعْمَتَ ٱللَّهِ لَا تُحْصُوهَا﴾ (إبراهيم : 35) ، وقوله تعالى : ﴿ وَيَقُولُونَ يَا وَيْلَتَنَا مَالِ هَٰذَا ٱلْكِتَابِ لَا يُغَادِرُ صَغِيرَةً وَلَا كَبِيرَةً إِلَّا أَحْصَاهَا ﴾ (الكهف : 29) ، وقوله تعالى: ﴿ وَأَحْصَىٰ كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا﴾ (الجن : 28) ، وقوله تعالى: ﴿ وَكُلَّ شَيْءٍ أَحْصَيْنَاهُ كِتَابًا﴾ (النبأ : 29).

أما في أوروبا فقد اهتمت الحكومات في نهاية القرون الوسطى بالمعلومات المتعلقة بالسكان بشكل خاص لفرض الضرائب والرسوم وغيرها، ومع تطور هذه الدول تطورت معها طبيعة البيانات التي تحتاجها، وأطلق آنذاك على العلم الذي يبحث طرق جمع البيانات المتصلة بأمور الدولة "علم حساب الدولة". ومنذ القرن السابع عشر اكتسب الإحصاء حقيقة الطابع العلمي حيث بدأ يظهر بوضوح استعمال الرياضيات وبخاصة نظرية الاحتمالات التي

أعطت بعدا جديدا للإحصاء وأعطت له دفعة قوية لاستخدام على نطاق واسع وسائل المعالجة الحديثة والبرمجية المعدة خصيصا للتحليل الإحصائي للبيانات، ويعود الفضل في ذلك إلى العالم William Petty والذي تتحصر مآثره في كونه أول من أوجد اتجاها يقضي بدراسة المعلومات العددية عن الظواهر الاجتماعية والاقتصادية بهدف معرفة اتجاه تطورها الطبيعي، وأيضا أول من اعتمد تقنية المضاعف التي تهدف إلى تقدير حجم المجتمع، وذلك بالاعتماد أساسا على سبر جزئي[1].

وينحدر مصطلح الإحصاء Statistique بالفرنسية و Statistic بالانجليزية من أصل لاتيني Status ، وهو يعني الدولة أو القوة السياسية، أو من أصل روماني Statista ، و يعني أيضا الدولة، فقد كانت الدولة في القدم تعمل على جمع البيانات العددية عن السكان والثروة الموجودة فيها من أجل تنظيم ميزانيتها وانجاز خططها وترتيباتها المتعلقة بالأمور الحديثة. وقيل أن الإحصاء مشتق من كلمة أحصى، وتعني استخدام الحصى أو الحجارة الصغيرة كوسيلة بدائية لعد الأشياء الكثيرة، إذ كان الإنسان قديما يستعين بالحصى في عملية العد. وعلى وجه التحديد يعتبر الإحصاء من العلوم القديمة التي ظهرت مع ظهور الإنسان على الأرض، إذ لا يمكن للإنسان قديما أو حديثا الاستغناء عن مبدأ العد والإحصاء.

ولكن الإحصاء كعلم يهتم بجمع المعلومات تم معالجتها وتحليلها، لم يعرف أوج تطوره إلا في بداية القرن العشرين أين تطورت العلوم الرياضية، حيث أصبح الإحصاء وسيلة ذات أهمية كبرى في تتبع التطور والنمو الاقتصادي والاجتماعي للدول(إحصائيات حول البطالة، إحصائيات حول الأسعار والتجارة، معلومات حول الحالة الصحة للمواطنين والقائمة طويلة) [2]، ونشأت خلال هذا القرن نظريات وطرق علمية لا تزال تعتبر إلى يومنا هذا النواة الأساسية لعلم الإحصاء.

ويعتبر علم الإحصاء من العلوم الضرورية لأية عملية بحث علمي أو تجربة عملية أو نظرية، أو دراسة تطبيقية تهدف إلى الوصول إلى نتائج تعتمد الموضوعية وتتسم بالمصداقية، وتكمن أهميته في شتى الميادين كونه وسيلة يستخدمها معظم الناس في حياتهم وأعمالهم اليومية، خاصة متخذي القرار في المؤسسات والإدارات، لأن أي قرار اقتصادي أو إداري لا بد أن يبنى على بيانات ومعلومات دقيقة وواقعية. وعلى وجه التحديد يعتبر الإحصاء من العلوم القديمة التي ظهرت مع ظهور الإنسان على الأرض، إذ لا يمكن للإنسان قديما أو حديثا الاستغناء عن مبدأ العد والإحصاء. ويكتسب الإحصاء يوما بعد يوم منزلة جديدة في حياة المجتمعات، من حيث ولوجه في جميع

[1] السعدي رجال ، الإحصاء الوصفي ، مؤسسة الرجاء للطباعة والنشر ، قسنطينة – الجزائر ، 2013 ، ص 10.

[2] رياض رواق، الإحصاء الوصفي ، دار العلوم للنشر والتوزيع، الحجار، عنابة – الجزائر ، 1995 ، ص6.

المجالات والميادين، فهو في الاقتصاد، في علم الإجماع، في التسيير، علم النفس، في التجارة ، في البيولوجيا، وفي الطب، وغيرها، ويتطرق إلى دراسة الظواهر التي تعتمد على المعطيات العددية، وغير العددية.

2- تعريف الإحصاء :

هناك تعريفان للإحصاء، الأول يتعلق بالإحصائيات في صيغة الجمع، والثاني يتعلق بالإحصاء في صيغة المفرد .

2-1 – الإحصائيات: تعرف الإحصائيات بأنها مجموعة من المعلومات العددية أو الرقمية والوصفية الخاصة بالظاهرة قيد الدراسة أو البحث، التي تجمعها الهيئات المختصة حول موضوع معين، وتقدمها بأساليب علمية في وثائق رسمية وغير رسمية لخدمة غرض محدد[1]، فالإحصائيات تمثل وصفا عدديا للوجهات الكمية للأشياء المدروسة، كأن نقول: الإحصاءات السكانية، الإحصاءات الصناعية، والإحصاءات الزراعية، الإحصاءات الإنتاجية وغيرها.

2-2 – الإحصاء: يعرف الإحصاء بأنه أداة أو وسيلة علمية، تمكننا من جمع البيانات وترتيبها وتنظيمها وعرضها وتمثيلها، واستقراء النتائج، وتحليل المعطيات الرقمية، ودراسة خصائصها من أجل الوصول إلى نتائج، بهدف استعمالها في اتخاذ مختلف القرارات. وقد وردت عدة تعاريف أخرى للإحصاء نوجزها فيما يلي:

- علم الإحصاء هو العلم الذي يبحث في المبادئ والقوانين والطرق العلمية المختلفة لجمع البيانات وتنظيمها وعرضها وتحليلها، ثم استخلاص النتائج والتعميمات والتوصل إلى أحسن القرارات لحل المشاكل المختلفة على أساس من التحليل العلمي للبيانات المتاحة [2].
- الإحصاء هو العلم الذي يبحث في الأساليب والطرق العلمية المناسبة لجمع البيانات، وتبويبها وتنظيمها وتحليلها وتفسيرها، بهدف الوصول إلى النتائج اللازمة، لزيادة المعرفة أو اتخاذ القرارات المناسبة وتعميمها[3].
- الإحصاء هو العلم الذي يهتم بطرق جمع البيانات، وتبويبها وتلخيصها بشكل يمكن الاستفادة منها في وصف البيانات. وتحليلها للوصول إلى قرارات سليمة في ظل ظروف عدم التأكد[4].
- الإحصاء علم يبحث في طريقة جمع الحقائق الخاصة بالظواهر العلمية والاجتماعية التي تتمثل في حالات أو مشاهدات متعددة وفي كيفية تسجيل هذه الحقائق في صورة قياسية رقمية، وتلخيصها

---

[1] وليد إسماعيل السيفو وآخرون، أساسيات الأساليب الإحصائية للأعمال، زمزم ناشرون وموزعون، الأردن، ط1، 2010 ، ص24 .

[2] مركز المناهج والبحوث العلمية ، قسم الإحصاء، ليبيا ، 2015 ، ص 6 ، www.moolnt.com ، 2016/11/18.

[3] إبراهيم مراد الدعمة ومازن حسن الباشا، أساسيات في علم الإحصاء مع تطبيقات SPSS ، دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن ، ط1، 2013 ، ص16.

[4] شرف الدين خليل، الإحصاء الوصفي، شبكة الأبحاث والدراسات الاقتصادية ، ص4، www.rr4ee.net، 2017/01/20.

بطريقة يسهل بها معرفة اتجاهات هذه الظواهر والعلاقات التي تربط بينها، ويبحث أيضا في دراسة هذه العلاقات والاتجاهات واستخدامها في فهم حقيقة الظواهر ومعرفة القوانين التي تسير تبعا لها[1].

- الإحصاء هو دراسة الطرق والمبادئ التي تتبع في جمع الإحصاءات وعرضها وتحليلها وتفسيرها، فهو أسلوب منطقي منتظم موحد يعالج الموضوعات والخصائص التي يمكن أن يعبر عنها بصورة رقمية [2].

3- أنواع الإحصاء :

ينقسم علم الإحصاء إلى قسمين أساسيين هما [3] :

3-1 - الإحصاء الوصفي: يختص هذا النوع بالطرق والأساليب الإحصائية التي تعني بجمع وتنظيم وتلخيص وعرض ووصف البيانات، بغرض توفير المعلومات عن الظاهرة محل الدراسة وجعل البيانات أكثر وضوحا، واستخدام جداول التوزيعات التكرارية والرسومات البيانية، وحساب بعض المقاييس مثل مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت ومقاييس الالتواء والتفلطح وغيرها من المقاييس الإحصائية التي تصف البيانات وتحدد معالمها الأساسية. ففي إطار هذا النوع من الإحصاء نستطيع الحصول على معلومات كافية حول الظاهرة المدروسة بأقل عدد ممكن من الأرقام والكلمات، فهو ينطلق من الكل ليصل إلى الجزء.

3-2 - الإحصاء الاستدلالي: يختص هذا النوع بالطرق الإحصائية، التي تهدف إلى تحليل مختلف البيانات، بهدف الوصول إلى نتائج تفيد في اتخاذ القرارات المناسبة، حيث يعمم حكم الجزء على الكل، ويعتمد على نظرية الاحتمالات لتحديد احتمال الخطأ الممكن الوقوع فيه نتيجة لاستخدام الاستنتاج الإحصائي.

4- أهمية الإحصاء :

يعد علم الإحصاء من أهم العلوم التي تعتمد عليها الحياة المعاصرة في مجالاتها كافة، سواء على مستوى الأفراد أو على مستوى المؤسسات مهما كان نوعها، وخاصة على مستوى التنمية. وتكمن أهميته في كونه قابل لتطبيق نظرياته ومبادئه وأساليبه في كثير من المجالات بحيث يمكن التعبير عن ظواهره ببيانات عددية أو غير عددية. وتعطي البيانات الإحصائية صورة موضوعية في لحظة زمنية معينة عن المجتمع بمعطياته المختلفة، وهكذا أصبح بالإمكان استخدام الأساليب الإحصائية وتطبيقاتها في مختلف العلوم، ففي علم الاقتصاد تعتبر البيانات الإحصائية ضرورية ومهمة لاتخاذ القرارات على جميع الأصعدة سواء بالنسبة للأفراد في حياتهم اليومية أو بالنسبة للمؤسسات بمختلف أنواعها. فهو يستخدم كمؤشر مهم يعتمد في تحليل وتركيب النظريات الاقتصادية واكتشاف

---

[1] محمد بوهزة ، محاضرات في الإحصاء الوصفي، دار المحمدية العامة، الجزائر، 2011 ، ص06.

[2] شريف شطيبي، محاضرات في الإحصاء الوصفي، مطبعة جامعة منتوري ، قسنطينة- الجزائر ، ط1 ، 2006 ، ص2 .

[3] مصطفى يوسف كافي وآخرون، الإحصاء في الإدارة والاقتصاد، مكتبة المجتمع العربي، الأردن، ط1 ، 2012 ، ص 15.

مدى ملاءمتها للواقع، وفي تفسير الظواهر الاقتصادية المختلفة كنظريات العرض والطلب، والعلاقة بين مستويات الدخل والإنفاق الاستهلاكي، ونوع هذه العلاقة وكيفية قياسها، وفي مراقبة الإنتاج من حيث كميته ودرجة جودته، وجمع المعلومات الإحصائية الخاصة به وتحليلها. فهو يساهم في تحقيق الميزة التنافسية للمؤسسات. ويستخدم في مجال التسيير والتجارة في تسيير المشروعات التجارية سواء عند المفاضلة أو في حالة عدم التأكد، كما يستخدم في عمليات التخزين والإنتاج، وفي بحوث التسويق، وأثر الواردات وأنواعها وكمياتها على الأسواق المحلية، ودور الصادرات في تمويل المشاريع، أما في علم النفس فقد استخدمت الطرق الإحصائية في قياس ذكاء الأشخاص، وفي دراسة العلاقة بين ذكاء الأشخاص ومهاراتهم. أما في مجال الحاسوب فله دور كبير وفعال في علم الإحصاء سواء في السرعة والدقة في الانجاز أو في كل عملية حسابية تتصف بالتعقيد وتأخذ مدة زمنية أكبر، فكلما كانت كمية المعطيات محل المعالجة كبيرة كلما كانت المعالجة باعتماد الحاسوب سهلة، بل وتعتبر أحيانا المخرج الوحيد لها، كما له الفضل في بلوغ النتائج المرجوة عند تكرار المشاريع التي تتطلب نفس النموذج.

واعتمد علم الأحياء على علم الإحصاء في دراسة الأجناس البشرية والفصائل الحيوانية والنباتية المختلفة وخصائصها المختلفة. أما في علم الوراثة استخدمت الأساليب الإحصائية لدراسة انتقال الصفات من الآباء إلى الأبناء وإمكانية التمييز بين الصفات الوراثية والصفات المكتسبة. كما استخدمت الطرق الإحصائية في علم الفلك وفي الدراسات الخاصة بتحديد مدارات الكواكب والنجوم وغيرها من الأجرام السماوية. وللإحصاء أهمية كبيرة في علم السكان والجغرافيا بشقيها الطبيعي والبشري، فقد استخدمت الأساليب الإحصائية في دراسة أشكال سطح الأرض والجغرافيا المناخية وجغرافيا البحار والمحيطات. هذا فضلا عن تطبيق الطرق الإحصائية في الجغرافيا السكانية وجغرافيا المدن وعلم الخرائط إذ أضحت هذه الدراسات تعتمد بصورة أساسية على الدراسات الكمية، والتعرف على خصائص المجتمع في تاريخ محدد من حيث العمر والقوى العاملة والتوظيف والتوزيع النوعي والجغرافي للعاملين، وكذا دراسة النمو الديموغرافي والهجرة، وحتى دراسة الاتجاهات والآراء السائدة والمواقف السياسية والاجتماعية والاقتصادية والثقافية في وسط أفراد المجتمعات. ويستخدم في العلوم البيولوجية لدراسة الأجناس والفصائل المتمايزة من الحيوان والنبات وخصائصها المختلفة[1].

أما بالنسبة للعلوم الطبية فيطبق علم الإحصاء في أغلبية الدراسات الطبية لمقارنة الأمراض المختلفة وسبل علاجها، وتحديد العلاقة بين بعض الأمراض ومسبباتها، وهكذا نرى أن علم الإحصاء قد أصبح في هذا العصر علما مهما وفعالا وكثير الاستعمال في شتى أنواع العلوم. وبصفة عامة فإن أي دراسة أو تخطيط اقتصادي أو

[1] السعدي رجال ، الإحصاء الوصفي ، نفس المرجع السابق ، ص11 و 12.

اجتماعي لا يمكن أن يكون تخطيطا دقيقا ما لم تستخدم المبادئ والأساليب والنظريات الإحصائية في تنفيذه وتقييم نتائجه واتخاذ القرارات على ضوئه. فالبيانات الإحصائية الجيدة تعد مدخلا عقلانيا لإدارة وتوفير الخدمات الأساسية ومتابعة وتقييم الآثار المترتبة على السياسات التنموية المختلفة.

5-أهداف علم الإحصاء :

يهدف الإحصاء إلى تبسيط البيانات الإحصائية أثناء عرضها في جداول أو رسومات بيانية أو على شكل علاقات رياضية، وذلك لتسهيل فهمها وتحليلها واتخاذ القرارات بشأنها، كما يهدف إلى التعبير عن الظواهر والحقائق والقيم المختلفة بصورة عددية واضحة ودقيقة غير قابلة للتأويل، بدلا من عرضها والتعبير عنها بأساليب فلسفية إنشائية. ويهدف أيضا إلى مقارنة بعض الظواهر المختلفة، وإمكانية التكامل بين مفهومين أو أكثر وإيجاد العلاقات القائمة بينها، والتنبؤ ببيانات مستقبلية والتخطيط لها ووضع الآليات المناسبة للقيام بها، مما يساعد عملية استخلاص النتائج واتخاذ القرارات المناسبة وتجسيدها على أرض الواقع، بقدر كبير من الدقة، وذلك بعد قيام الباحث في أي فرع من فروع العلوم المختلفة بتحليل البيانات المتوفرة لديه حول الظاهرة محل الدراسة [1].

6- وظائف علم الإحصاء :

انطلاقا من التعاريف السابقة يمكن تحديد وظائف علم الإحصاء كما يلي[2] :

6-1- وصف البيانات : تعتمد عملية وصف البيانات على جمعها، وتلخيصها وتبويبها، إذ لا يمكن الاستفادة من البيانات في صورتها الأولية أي في شكلها الخام، كما لا يمكن وصف الظواهر المختلفة محل الاهتمام، إلا إذا تم جمع البيانات وترتيبها ثم عرضها في شكل جداول أو رسومات بيانية، وحساب بعض المؤشرات الإحصائية البسيطة التي توضح طبيعة البيانات.

6-2- الاستدلال الإحصائي: يرتكز الاستدلال الإحصائي على فكرة اختيار بطريقة علمية سليمة جزء من المجتمع يسمى عينة إحصائية، وذلك قصد استخدام بيانات هذه العينة في التوصل إلى نتائج الظاهرة المدروسة، ثم تعميمها على المجتمع ككل. ويهتم الاستدلال الإحصائي بالتقديرات، واختبار الفرضيات .

6-2-1- التقدير: هو إمكانية التعرف على معلمة معينة من المجتمع الإحصائي انطلاقا من الإحصائية المناسبة للعينة، وتستخدم كتقدير لمؤشرات المجتمع، ويطلق على المقاييس الإحصائية المحسوبة من

[1] مركز المناهج والبحوث العلمية ، قسم الإحصاء ، ليبيا ، نفس المرجع السابق ، ص 6 .

[2] زرفة بولقواس، محاضرات في الإحصاء الوصفي، 2014، ص8، elearn.univ-biskra.dz/file.php/175 ، 2017/04/23 .

بيانات العينة في هذه الحالة بالتقدير بنقطة، كما يمكن أيضا استخدام المقاييس الإحصائية المحسوبة من بيانات العينة في تقدير المدى الذي يمكن أن تقع داخله معلمة المجتمع باحتمال معين، ويسمى ذلك بالتقدير بالمجال.

6-2-2- اختبار الفرضيات : ويعني بها الحالة التي يتم فيها استخدام بيانات العينة للوصول إلى قرار علمي سليم بخصوص الفرضيات المحددة حول معالم المجتمع .

6-3- التنبؤ: يعتمد على استخدام نتائج الاستدلال الإحصائي، وذلك بالاستناد على معطيات الظاهرة في الماضي لمعرفة ما يمكن أن يحدث في الحاضر أو المستقبل .

7- موضوع علم الإحصاء :

يدرس الإحصاء التأثير المتبادل بين الظواهر الاقتصادية والاجتماعية والظواهر الطبيعية. كما يدرس بصفة عامة الناحية الكمية للظواهر الاقتصادية والاجتماعية والطبيعية، مع ارتباط وثيق بالناحية الكيفية منها، وذلك في ظروف محددة في الزمان والمكان [1].

8- تصنيف البيانات الإحصائية :

يتم تصنيف البيانات الإحصائية إلى مجاميع صغيرة أو كبيرة، أو أصناف على أساس طريقة معينة، كاشتراك هذه الأصناف في بعض المميزات أو الصفات أو الخصائص، حسب متطلبات البحث، كالأجر أو الحالة الاجتماعية، أو الادخار أو طبيعة المهنة وغيرها.

9- المقاييس الإحصائية :

إن دراسة المتغيرات يجب أن يتم باعتماد أدوات قياس، ونعني بعملية القياس إرفاق أنماط الصفة بالأعداد أو الأرقام، حسب الحالة أو الوضعية المدروسة، وهو سبب استخدام المقاييس الإحصائية لمستويات مختلفة. وتكتسب البحوث الصبغة العلمية ودرجة الدقة كلما زادت المقاييس النسبية، عن المقاييس الاسمية. وهناك أربع مستويات للقياس ترتبط بنوعية المتغير وهي على النحو الآتي [2]:

1.9. المقاييس الاسمية : يتم تصنيف أنماط الوحدات الإحصائية محل البحث باستخدام الأعداد أو الرموز لكن استخدام الأعداد هو الأفضل، مع أن هذه الأعداد ليس لها دلالة، أي لا تجرى عليها العمليات

---

[1] السعدي رجال ، الإحصاء الوصفي ، نفس المرجع السابق ، ص15.

[2] Hamdani Hocine , Statistique Descriptive Et Expression Graphique , Office des publications universitaires , O.P.U , 1998 , p 6 et 7.

- السعدي رجال ، الإحصاء الوصفي ، نفس المرجع السابق بتصرف ، ص ص 26 – 28.

الحسابية ولا تخضع للترتيب الرياضي، ولا تتكرر في نفس العينة، فهي مجرد تصنيف الأنماط لا غير. مثال ذلك: أرقام لاعبي الكرة.

2.9 . **المقاييس الترتيبية**: يستخدم هذا المقياس لتصنيف الأنماط وترتيبها تصاعديا أو تنازليا، سواء أكانت صفات في الأهمية أو أعداد في الرتبة، وأثناء استخدامنا للأعداد فإننا لا نستطيع أن نقوم بالعمليات المعروفة في الحساب من جمع وضرب. مثال على ذلك : رتب هيئة التدريس في جامعة ما.

3.9 . **مقاييس الفئات** : يستخدم هذا المقياس في تبويب البيانات الإحصائية حول ظاهرة ما وتقسيمها إلى رتب معينة من الأدنى إلى الأعلى، وإيجاد بعض الروابط والعلاقات بينها، ويمكن إجراء الفروق بينها بعد توحيد وحداتها، لكن النسبة بينها ليس لها معنى. وهي أكثر الأنواع استخداما في الأبحاث العلمية. وكمثال على ذلك: كميات الإنتاج لمصنع السيارات.

4.9 . **المقاييس النسبية**: يعتبر هذا المقياس أقوى من المقاييس السابقة لقبوله للعمليات الحسابية الأربع المعروفة رياضيا، من نفس جنس وحدة القياس. ويمتاز هذا المقياس بالدقة في القياس لأنه يستخدم في الغالب مع المتغيرات الكمية. وكمثال على ذلك دراسة دالة الإنتاج.

ونقدم فيما يلي جدولا يوضح الأدوات الإحصائية الممكن استعمالها في مستويات القياس الأربعة.

~ طرق قياس المتغيرات الإحصائية ~

مستوى القياس	الأدوات الإحصائية
الاسمي	العمليات الحسابية المسموح بها فقط هي العد والأساليب الإحصائية القائمة على العد مثل: التكرارات والنسب المئوية والمنوال.
الرتبي	التكرارات والنسب المئوية والوسيط والأساليب الإحصائية التي تدل على (أكبر من) أو (أقل من).
الفئوي	يمكن استخدام العمليات الحسابية الجمع والطرح فقط، ومقاييس النزعة المركزية والتشتت مثل : المتوسط الحسابي والانحراف المعياري .
النسبي	جميع العمليات الحسابية (الجمع والطرح والقسمة والضرب) وجميع الأساليب الإحصائية يمكن استخدامها.

المصدر: محمد بوعلاق، الموجه في الإحصاء الوصفي والاستدلالي في العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية، دار الأمل للطباعة والنشر والتوزيع، الجزائر، 2009، ص29.

10- التعريف بالمصطلحات الأساسية لعلم الإحصاء :

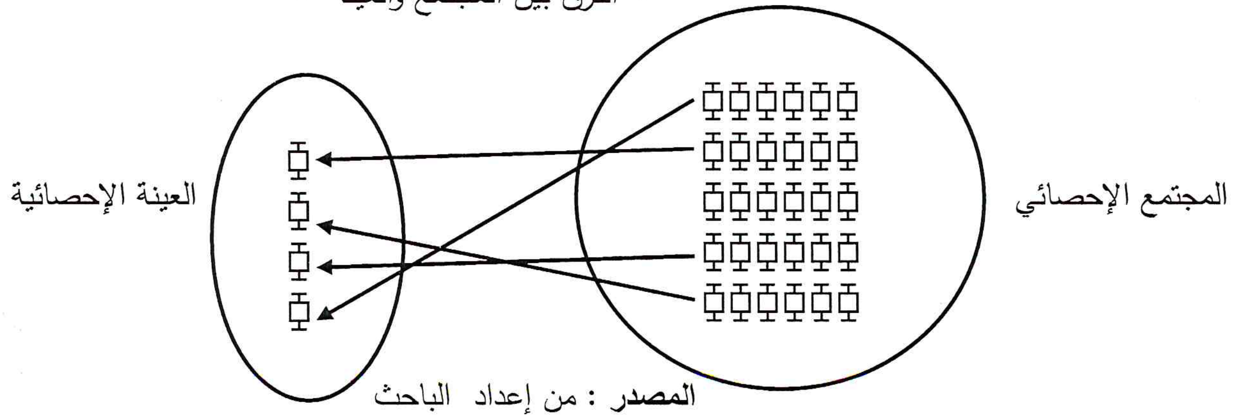
الإحصاء له مصطلحاته الخاصة به ذات المفاهيم المحددة، مثله في ذلك مثل أي علم آخر، ومن هذه المصطلحات ما يلي [1] :

10-1 - المجتمع الإحصائي: يقصد بالمجتمع الإحصائي كل المفردات أو العناصر المراد دراستها أو معاينتها أو معرفة خصائصها الإحصائية سواء كانت أفرادا أو أشياء أو وحدات تجريبية، ويتميز المجتمع الإحصائي بالشمول، وتجمع عناصره خصائص عامة واحدة، وقد يكون حقيقيا أو افتراضيا، ويشترط فيه أن يكون معرفا تعريفا دقيقا غير قابل للتأويل، بحيث يمكن تميزه عن غيره من الوحدات التي تكون مجتمعا آخر. ويقابل مفهوم المجتمع الإحصائي مفهوم المجموعة في الرياضيات. وكمثال على ذلك: دراسة عدد أجهزة الإعلام الآلي التي تنتجها الشركة. أو دراسة مجوعة حوادث السيارات ومعرفة أسبابها. أو دراسة أجور عمال في إحدى المؤسسات. وينقسم المجتمع الإحصائي إلى مجتمع محدود وهو الذي يمكن حصر جميع وحداته، ومجتمع غير محدود وهو الذي يطلق عليه أسلوب الحصر الشامل، ومن غير السهل دراسة جميع وحداته، لذا فدراسته يكمن في تبني أسلوب المعاينة. مثل دراسة شعبية رئيس دولة ما.

10-2 - العينة الإحصائية: هي جزء من المجتمع الإحصائي يتم اختيارها بطرق مختلفة بغرض دراسة هذا المجتمع، وهذا الجزء يجب أن يكون ممثلا للمجتمع الإحصائي بشكل جيد ودقيق، كما يجب أن تكون خصائص المجتمع ظاهرة في العينة بما لا يدع مجالا للشك. ويتم اختيار العينة بهدف تعميم النتائج التي يحصل عليها الباحث على المجتمع بأكمله. تسمح لنا العينة بتوفير الجهد والتكاليف. ويقابل مفهوم العينة الإحصائية مفهوم المجموعة الجزئية في الرياضيات، فمثلا إذا كان لدينا مجتمع إحصائي يتكون من 1000 جهاز إعلام آلي فإن 50 جهازا منها يشكل عينة لهذا المجتمع الإحصائي.

ويمكن أن نميز بين مجتمع الدراسة والعينة في الشكل الآتي:

~ الفرق بين المجتمع والعينة ~



المصدر : من إعداد الباحث

[1] Cours de Statistique Descriptive , Antoine Ayache & Julien Hamonier, p 1 et 2 . math.univ-lille1.fr/~ayache/cours_SD.pdf , 25 / 05 / 2017.

10-3 - الوحدة الإحصائية: هي الوحدة الأساسية التي يتكون منها المجتمع الإحصائي، أي هي العنصر الأولي محل الدراسة الإحصائية، فهي تمثل موضوع الدراسة، ويمكن أن تكون الوحدة التي تقع عليها الدراسة الإحصائية شيئا ماديا أو معنويا، مثل: موظف من مجموعة الموظفين، أو سيارة من مجموعة السيارات، ومنه نستنتج أن المجتمع الإحصائي هو مجموعة من الوحدات الإحصائية. ويشترط في الوحدة الإحصائية أن تكون معرفة بشكل دقيق. ويقابل مفهوم الوحدة الإحصائية مفهوم العنصر في الرياضيات.

10-4 - الصفة: هي الشيء المشترك بين كل الوحدات الإحصائية التي تكون المجتمع الإحصائي، وبواسطتها يمكن للباحث أن يفرق بين الوحدات الإحصائية، والصفة هي العنصر المميز أو العنصر المشترك لكل وحدات المجتمع، فهي تعبر عن حالة الوحدة الإحصائية، وهي المعيار الذي على أساسه يمكن تقسيم المجتمع الإحصائي وتنظيمه وتوزيع وحداته.

10-5 - الكيفية: للصفة ذاتها عدة كيفيات، أي الهيئات التي يمكن أن تظهر عليها الصفة. فمثلا: صفة الجنس كيفياتها هي: ذكر وأنثى. صفة الحالة العائلية هي: أعزب، متزوج، أرمل، مطلق. عدد الأطفال في الأسرة ، صفة كيفياتها هي: 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 .

10-6 - الظاهرة الإحصائية: هي صفة لعناصر تختلف من عنصر لآخر في النوع أو الشكل أو الكمية، ويطلق على الصفة تحت الدراسة اسم متغير. مثل: الاستثمار، الادخار، الإنتاج، الاستهلاك، الوزن، السن، وغيرها.

10-7 - المتغيرة : هي الصفات التي يتصف بها وحدات العينة الإحصائية، حيث تتغير هذه الصفات من عنصر لآخر، وتعتبر الجزء الأساسي الذي يتعامل معه الإحصائي، فإذا اختلفت إحدى الصفات في وحدات العينة كيفا أو كما، نكون أمام المتغير الإحصائي. مثل: عدد السيارات في المرآب، الطول، الوزن، الجنسية، اللون، النوع، وغيرها.

10-8 - المعلمة : هو المقياس الذي يصف بعض خصائص المجتمع، ويتم الحصول عليه من خلال تحليل البيانات للمجتمع الإحصائي، ونحصل عليها في العادة من خلال اعتماد عملية المسح الشامل. مثل متوسط أجر عامل في مؤسسة ما، وذلك لأنه يعكس مستوى الأجور لعمال تلك المؤسسة. ويرمز لهذه المقاييس أو الثوابت بأحد الحروف اللاتينية، مثل المتوسط الحسابي لعينة إحصائية رمزها هو $\overline{X}$ والانحراف المعياري رمزه هو σ .

11- الخصائص العامة للعينة وأنواعها:

11- 1 – الخصائص العامة للعينة: تسمح لنا العينة بتوفير الجهد والتكاليف، وتمتاز بعدة خصائص نوجزها فيما يلي[1] :

11-1-1- التماثل : وهو اتفاق بين مجموعتين أو أكثر في نفس الخصائص. أثناء عملية البحث والإحصاء. يجب جعل المجموعات قيد الدراسة متماثلة قدر الإمكان لتكون أكثر دقة ومصداقية.

11-1-2- التمثيل: وهي أن تعكس العينة خصائص المجتمع الإحصائي، بمعنى ظهور خصائص المجتمع في العينة، ولتحقيق ذلك يجب تحديد المجتمع الأصلي الذي يتم سحب العينة منه وتحديد صفات المجتمع الأصلي في قائمة خاصة بذلك، واختيار عينة ممثلة للمجتمع الإحصائي تكون من القوائم التي تم إعدادها، وأخيرا تحديد حجم العينة باستخدام طرق وأساليب إحصائية مناسبة .

11-1-3- التجانس: التجانس غير التماثل، فالتجانس يتعلق بمجموعة واحدة فقط، وهو على نوعين: التام وشبه التام، فالتام يقصد به أن جميع مفردات المجتمع الإحصائي متجانسة وتحمل نفس الخصائص محل الدراسة، والشبه التام يقصد به أن هذا النوع غير تام بين وحدات المجتمع الإحصائي.

11-2- أنواع العينة الإحصائية : يمكن تقسيم العينات وفقا لأسلوب اختيارها إلى نوعين هما العينات غير الاحتمالية ، والعينات الاحتمالية .

11-2-1-العينات غير الاحتمالية (غير العشوائية): هي التي يتم اختيار وحداتها بطريقة غير عشوائية، حيث يتم اختيار العينة بالطريقة التي تحقق هدف الدراسة، وأهم أنواع العينات غير الاحتمالية ما يلي[2]:

أ- **العينة العمدية (القصدية):** وتعني أن اختيار العينة يتم بطريقة القصد، ولا يتحقق ذلك إلا بوجود الخبرة والمعرفة الكافية بهذا الاختيار، ويجب أن يتم تبرير هذا الاختيار تبريرا علميا تفاديا للتحيز.

ب-**العينة الحصصية:** يتم تقسيم المجتمع الإحصائي إلى حصصا طبقا لصفاته الرئيسية، لذلك سميت بالعينة الحصصية، وتمثل كل حصة في العينة بنسبة وجودها في المجتمع. وهي تحمل مخاطرة التحيز عندما يتحقق التوازن بين حصة الطبقات من عناصر العينة.

ت-**عينة الصدفة** : يتم اختيار هذه العينة بطريقة الصدفة أي دون تخطيط أو ترتيب مسبق.

ث-**عينة الكرة الثلجية:** تبدأ هذه العينة باختيار فرد معين، ثم يليه فرد آخر، ثم ثالث، وهكذا دواليك إلى أن تكتمل العينة بأكملها.

---

[1] Boukalla Bouzouane Malika ,Statistique descriptive , Alger , éditions casbah , 2001, p 14 et 15 .

[2] سعدي شاكر حمودي، مبادئ علم الإحصاء وتطبيقاته، دار الثقافة للنشر والتوزيع ، عمّان ، 2009 ، ص 16.

11-2-2- العينات الاحتمالية (العشوائية): هي العينات التي يتم اختيار مفرداتها من مجتمع الدراسة بطريقة يتحقق فيها مبدأ العشوائية، وهو المبدأ الذي يتيح فرص متساوية لكل مفردات المجتمع للظهور في العينة، وعادة ما تتحقق العشوائية باستعمال ما يسمى بالكيس المثالي أو جداول أرقام الاختيار العشوائي، ومن أهم أنواع العينات الاحتمالية ما يلي [1]:

أ- **العينة العشوائية البسيطة:** يتم استعمال العينة العشوائية البسيطة إذا كان المجتمع المدروس متجانسا لأنها أكثر تميزا وأقل تكلفة ويمكن الحصول عليها بسهولة، وتعطى في العينة البسيطة نفس فرصة الاختيار لجميع مفردات المجتمع، ويتم الحصول عليها بإجراء القرعة أو الاستعانة بجداول أرقام الاختيار العشوائي. ويتم الحصول على حجمها بالعلاقة التالية :

حجم العينة = نسبة العينة × عدد أفراد المجتمع الإحصائي

ب- **العينة العشوائية الطبقية:** هي العينة التي يتم فيها تقسيم المجتمع الإحصائي غير المتجانس إلى طبقات حسب متغير من المتغيرات الدراسة، ويجب توخي الدقة في تحديد الخصائص والصفات بحساب ما تمثله إحصائيا في المجتمع، ثم يستخرج من كل طبقة عينة عشوائية، ثم تدمج العينات الجزئية في عينة واحدة. ولأجل سحب عينة طبقية نطبق العلاقة التالية:

عدد أفراد العينة من الطبقة الأولى = عدد أفراد العينة × (عدد أفراد الطبقة الأولى ÷ عدد أفراد المجتمع الإحصائي)

وهكذا بالنسبة لبقية الطبقات، ثم نقوم بسحب عدد أفراد العينة الطبقية من كل فئة بالطريقة العشوائية، وبعد الانتهاء من العملية يتم ضم كل الوحدات الإحصائية المسحوبة إلى بعضها البعض لتكون عينة عشوائية طبقية .

ت- **العينة العشوائية المنتظمة:** لا يتم اختيار هذه العينة إلا في حالة تجانس المجتمع الإحصائي، وتعتبر من أصدق العينات العشوائية في تمثيل المجتمع الإحصائي، وتستخدم لاختيار عينة من مجتمع عدد عناصره محدود أو معلوم، ويتم فيها اختيار مسافة ثابتة منتظمة بين كل رقم والرقم الذي يليه.

ث- **العينة العشوائية العنقودية:** يتم اختيارها عندما يكون المجتمع الإحصائي على شكل مجموعات أو عناقيد، بحيث يحتوي كل عنقود على الكثير من مفردات المجتمع والتي غالبا ما تكون متجانسة، ومن كل ناحية نسحب عينة عشوائية بسيطة من بين تلك العناقيد.

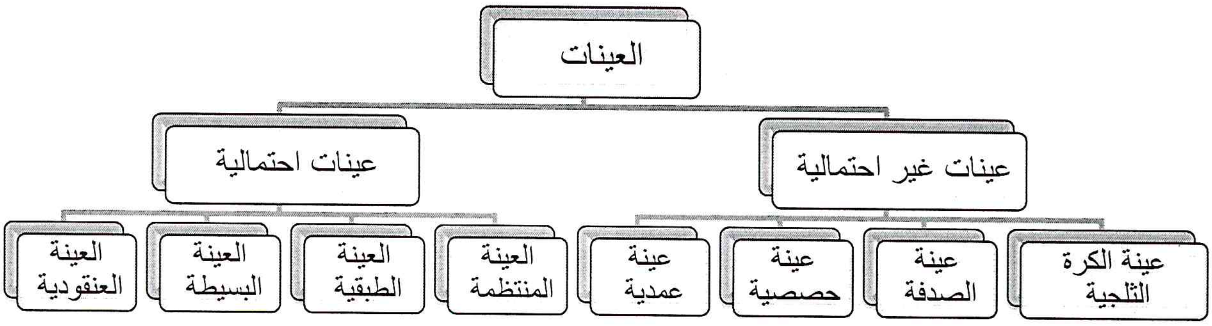
---

[1] جيلالي جلاطو ، الإحصاء مع تمارين ومسائل محلولة ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، 2002 ، ص10.

ج- **العينة العشوائية متعددة المراحل:** تستعمل هذه الطريقة في إعداد العينة عند إيجاد صعوبات في إعداد إطار السحب، أو تعيين تفصيلي يتضمن كل مفردات المجتمع، وكذلك في الحالة التي يصعب فيها الوصول مباشرة إلى كافة عناصر المجتمع الإحصائي، وتصبح العينة بمفهومها الجزئي ضرورية حسب هذه الطريقة، لعدم الحصول على إطار سحب كامل لعناصر المجتمع محل الدراسة.

ويمكن تلخيص أنواع العينات السابقة في الشكل الآتي:

~ أنواع العينات ~



المصدر : من إعداد الباحث اعتمادا على ما سبق .

12- عدد أفراد العينة الإحصائية :

إن الدقة المراد بلوغها في نتائج البحث تتحقق فقط في حالة العينة الكبيرة لأنها تعطي صورة واضحة وأكثر مصداقية للمجتمع الإحصائي، كما تعطي ثقة في تعميم النتائج المتوصل إليها خاصة في حالة عدم تجانس وحدات المجتمع، لذا كلما كان المجتمع متجانسا أو كانت الدراسة مسحية كان اختيار عينة منه سهلا وممثلة له بشكل كاف، أما إذا كان المجتمع متباينا أو كانت الدراسة تجريبية فإن ذلك يقتضي توسيع حجم العينة[1].

وتوجد عدة طرق إحصائية لتحديد حجم العينات، والجدول الآتي يوضح ذلك :

[1] نبيل جمعة صالح، الإحصاء في التربية والعلوم الإنسانية مع تطبيقات برمجية SPSS ، دار الحامد، عمّان، ط1، 2009، ص 18.
.18

~ حجم العينات ~

المعالجات الإحصائية	عدد أفراد العينة
الدراسات الارتباطية	30 فردا على الأقل.
دراسات الفروق	30 فردا على الأقل.
الدراسات التجريبية	15 فردا في كل مجموعة (15 مجموعة تجريبية و 15 مجموعة ضابطة) وكلما زاد عدد أفراد عينة البحث كلما كانت النتائج أكثر صدقا، ومن ثم يمكن تعميم هذه النتائج على المجتمع الذي اشتقت منه العينة المدروسة.
الدراسات الوصفية	✓ 20 % إذا كان مجتمع البحث صغيرا (يحسب بالمئات). ✓ 10 % إذا كان من مجتمع البحث كبيرا (يحسب بالآلاف) . ✓ 5 % إذا كان مجتمع البحث كبيرا جدا .

المصدر : محمد بوعلاق، نفس المرجع السابق، ص24.

13- أساليب وأخطاء المعاينة :

13-1 – أساليب المعاينة : يتم اختيار العينة بطريقة علمية – كما بينا ذلك سابقا– ومن ثم يتم تطبيق الدراسة عليها بمختلف الطرق والوسائل الممكنة. ومن مزايا العينة الحصول على بيانات أكثر تفصيلا، خاصة إذا جمعت من خلال استمارة استبيان، كما أنها تقلل من التكلفة ومن الجهد والوقت. ومن مساوئها أن العينة مهما تم اختارها بشكل دقيق فهي لا تمثل حقيقة المجتمع الإحصائي، وبالتالي النتائج قد تكون أقل دقة خاصة في حالة عدم وجود تنوع كاف أثناء تمثيل العينة. ويعتمد نجاح استخدام أسلوب المعاينة على كيفية تحديد حجم العينة، ونوع العينة المختارة، وكذلك طريقة اختيار وحدات العينة[1].

13-2 – أخطاء المعاينة:لا يخلو أي بحث علمي من وجود هفوة أو خطأ، مهما تحرى الباحث الدقة والتركيز، ويمكن تقسيم أخطاء المعاينة إلى نوعين هما[2]:

13-2-1-أخطاء عامة : وهي أخطاء ليس لها علاقة بالعينة أو بطريقة اختيارها، كالخطأ الناشئ في اختيار الأسلوب الإحصائي المستخدم، أو عدم دقة أدوات القياس، أو الحصول على بيانات غير دقيقة على الوحدات المشكلة للعينة.

[1] Françoise couty et autres , Probabilités et Statistiques , Dunod ,Paris , 1999 , p 25 .

[2] أحمد سعد جلال ، مبادئ الإحصاء النفسي – تطبيقات وتدريبات عملية على برنامج SPSS ، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية ، القاهرة ، 2008 ، ص 13.

13-2-2- خطأ المعاينة: وهي الأخطاء التي تنشأ بسبب المعاينة نفسها، فقد يتم الحصول على نتائج تخالف تماما واقع المجتمع الإحصائي، أو قد تكون خطوات المعاينة وما تبرزه من حقائق علمية مناقضة لأبجديات البحث العلمي، وقد تحدث مثلا بسبب تحيز العينة أو حجم العينة غير ملائم ولا يعكس بشكل دقيق المجتمع الإحصائي.

14- أنواع البحوث الإحصائية وطرق انجازها:

14- 1 – أنواع البحوث الإحصائية: تنقسم البحوث الإحصائية إلى ثلاثة أقسام رئيسية [1]:

14-1-1- البحوث الوصفية: يتم في هذا النوع من البحوث جمع المعلومات حول الظاهرة محل الدراسة، لتوفير بيانات تستخدم في مختلف الدراسات المستقبلية مثل: التعداد الزراعي والصناعي، تعداد السكان وغيرها.

14-1-2- البحوث الإحصائية التحليلية: يتم في هذا النوع من البحوث جمع المعلومات التي تخدم هدف معين أو تساعد في تفسير مشكلة معينة تمت ملاحظتها.

14-1-3- البحوث الإحصائية التجريبية: يستخدم هذا النوع من البحوث في ميادين مختلفة قابلة للتجريب، كالفيزياء والكيمياء والزراعة، والنواحي الاقتصادية والاجتماعية والطب وغيرها.

14-2- طرق إنجاز البحوث الإحصائية: وتختلف الخطوات والطرق وكذلك الأدوات المستخدمة في البحوث الإحصائية من مجال لآخر إلا أنها تتقاطع في كثير من الجوانب، وأثناء القيام بأي دراسة إحصائية يتم إتباع الخطوات الآتية [2]:

14-2-1- تحديد الظاهرة المدروسة : يتم في هذه الخطوة تحديد الإطار العام للظاهرة المدروسة والذي يشمل عادة الهدف من الدراسة، المجتمع الإحصائي، والوقت والمكان المناسبين لجمع البيانات، ووحدات القياس المستخدمة والصفات المطلوب معرفتها.

14-2-2- جمع البيانات الإحصائية: إن جمع البيانات الإحصائية يعتبر من أساسيات العمل الإحصائي، حيث أن توفر البيانات الإحصائية الدقيقة والسليمة عن الظاهرة المدروسة يؤدي إلى نتائج موثوق فيها، كما يساعد على اتخاذ القرارات السليمة بناء على النتائج المتوصل إليها، وحسب الهدف من الدراسة فإنه

[1] محمد راتول ، الإحصاء الوصفي ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ، ط2 ، 2006 ، ص ص 9- 10 .

[2] حيدوشي عاشور ، محاضرات في الإحصاء الوصفي ، 2016 ، ص14 .
www.univ-bouira.dz/.../701-Sciences%20Economiques تاريخ الزيارة : 28 / 05 / 2017 .

يتم القيام بتحديد مصادر البيانات والطرق والأساليب التي يعتمد عليها للحصول على هذه البيانات وجمعها من مصادرها.

14-2-3- تبويب وعرض البيانات: بعد عملية جمع البيانات الإحصائية في شكلها الخام، والتي لا تعطي لنا فكرة واضحة عن نتائج جمع البيانات، يتم تصنيفها وتبويبها عن طريق وضعها في عينات متجانسة تشترك على الأقل في صفة واحدة، وتقدم في شكل جداول أو أشكال مناسبة أو نشريات خاصة أو دوريات عامة، وتصبح هذه الدراسات كمصادر بحث في متناول الباحثين والقراء ومتخذي القرارات.

14-2-4- تحليل البيانات واستقراء النتائج : تعتمد هذه الخطوة على عملية تحليل البيانات وهي مرحلة مهمة وحساسة في أي بحث إحصائي، لأنها تؤدي إلى الإجابة على التساؤل الرئيس لإشكالية البحث، ويتم في هذه المرحلة استعمال التحليل الإحصائي لجوانب الظاهرة المدروسة، باستخدام مختلف الأدوات الإحصائية المناسبة، لدراسة وتحليل البيانات والتعليق عليها واستقراء واستخلاص مدلولها، من أجل الوصول إلى نتائج الدراسة واتخاذ القرارات على أساس النتائج المتوصل إليها، وإبداء توصيات واقتراحات يمكن العمل بها مستقبلا.

15- أنواع المتغيرات الإحصائية:

تنقسم المتغيرات الإحصائية إلى نوعين أساسيين هما [1]:

15-1- المتغيرات النوعية (الكيفية أو الوصفية): هي تلك المتغيرات أو الظواهر التي لا يمكن قياسها عدديا ، ولكن يمكن حساب تكراراتها، أو هي عبارة عن أنواع أو صفات ليست عددية، فهي تخص كل ما هو غير قابل للقياس العددي، وتنقسم بدورها إلى متغيرات نوعية قابلة للترتيب أي يمكن ترتيبها تصاعديا أو تنازليا حسب رتب معينة، مثل: المستوى التعليمي، تقديرات النجاح، مستويات النمو الاقتصادي، الرتب العسكرية وغيرها. كما ينقسم هذا النوع إلى متغيرات نوعية غير قابلة للترتيب مثل: الجنسية، اللون، النوع، الجنس، الحالة المدنية وغيرها.

15-2- المتغيرات الكمية العددية: وهي أكثر المتغيرات انتشارا واستعمالا لأنها ترتبط بالأعداد وهي الميزة الأساسية للإحصاء، وهذا النوع يتعلق بالجوانب المادية القابلة للقياس العددي، أي هي تلك المتغيرات التي يمكن التعبير عنها عدديا بأرقام حقيقية وقياسها رقميا، مثل: الاستثمار، الوزن، الطول، عدد الأطفال في الأسرة وغيرها.وتنقسم بدورها إلى قسمين رئيسيين هما:

---

[1] وليد إسماعيل السيفو ، أساسيات الأساليب الإحصائية للأعمال ، منشورات زمزم ، الأردن ، ط1 ، 2010 ، ص29 .

– عبد القادر حليمي ، مدخل إلى الإحصاء ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ، ط2 ، 1993 ، ص 18 .

15-2-1- المتغيرات الكمية المنفصلة (المتقطعة): يكون المتغير الإحصائي متقطعا أو منفصلا إذا كانت القيم التي يأخذها منفردة وثابتة في شكل أعداد طبيعية، ووحدة القياس فيها لا تقبل التجزئة، أي هي تلك المتغيرات التي تأخذ قيما صحيحة لا يمكن تجزئتها، كأحد الأساتذة في كلية ما، أو عدد السيارات المنتجة في مصنع ما، أو عدد قطع الغيار المنتجة وغيرها.

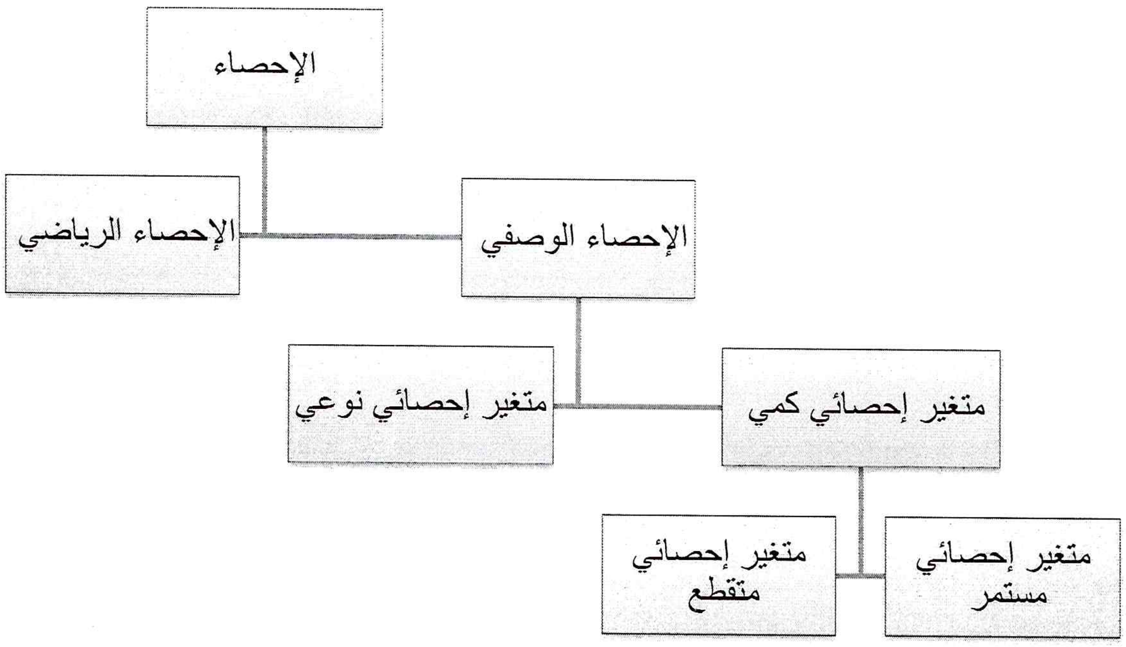
15-2-2- المتغيرات الكمية المستمرة (المتصلة): يكون المتغير الإحصائي مستمرا عندما تكون مختلف القيم التي يأخذها محصورة ضمن مجال من مجموعة الأعداد الحقيقية، وهي أيضا الصفة التي وحدات قياسها تقبل التجزئة، ونظرا للعدد الكبير لهذه القيم نقسم مجال الدراسة إلى مجالات جزئية تسمى فئات. وبصورة عامة، فكل المتغيرات المرتبطة بالمسافة والوزن والمساحة والزمن، وكذلك الأجر، رأس المال، رقم الأعمال، هي متغيرات إحصائية مستمرة.

ملاحظة : الصفة الكمية جواب لسؤال كم، مثل كم طولك ؟ كم وزنك ؟ كم عمرك ؟

الصفة الكيفية جواب لسؤال ما هو، ما هي، ما، مثل ما هو مستواك ؟ ما هي جنسيتك ؟

ويمكن تلخيص ما سبق في الشكل الآتي :

~ أقسام الإحصاء وأنواع متغيراته ~



المصدر : من إعداد الباحث .

16- مفهوم وطبيعة البيانات الإحصائية وأنواعها:

16-1- مفهوم البيانات الإحصائية : البيانات الإحصائية هي القياسات أو التعدادات أو قيم المشاهدات للظواهر أو المتغيرات أو التجارب التي يجريها الباحث أو الإحصائي، وترتبط دقة البحث والتحليل بمدى توافرها

ودقتها وهذا يؤثر على مدى أهمية النتائج التي نتوصل إليها وكذا على صحة ما نتخذه من قرارات على أساس هذه النتائج . والبيانات الإحصائية ضرورية ومهمة لاتخاذ القرارات على جميع الأصعدة سواء بالنسبة للأفراد في حياتهم اليومية أو بالنسبة للمؤسسات بمختلف أنواعها، وتعمل على تعزيز البحث العلمي والأكاديمي وتطويره والمساهمة ليس فقط في تقييم ومراقبة التقدم بل في إنجازه، كما تعمل على تحقيق الميزة التنافسية للمؤسسات[1] .

16-2- طبيعة البيانات الإحصائية: تكمن طبيعة البيانات الإحصائية في تحصيلها وتكوين قاعدة بيانات لها، وتحليلها وصولا إلى اكتشاف المشكلات المختلفة، ومن ثم الوصول إلى النتائج الأساسية لحل هذه المشكلات، على هذا الأساس فإن تبويب ونشر البيانات الإحصائية يجب أن يكون ملائما لعملية استخدامها بهدف التحليل واستنباط النتائج المرجوة. وتنشر البيانات الإحصائية إما بشكل بيانات مقطعية (قطاعية) أو سلاسل زمنية أو مزيج بينهما، وتكون البيانات في هذه الحالة بشكل بيانات سلسلة قطاعية التي تعطي بيانات عن مجموعة من المفردات عبر سلسلة زمنية. توضح البيانات القطاعية القياسات التي يأخذها متغير ما بالنسبة لمفردات عينة ما عند نقطة زمنية معينة، مثال بيانات خاصة بدخول عينة من المستهلكين عند نقطة زمنية معينة، أو الدخل القومي لمجموعة من دول العالم في سنة معينة، وتوضح البيانات القطاعية بذلك مدى تغير قيمة متغير ما من مفردة لأخرى عند نفس النقطة من الزمن. أما السلسلة الزمنية فيمكن أن تأخذ شكل المعادلة $Y= f(T)$ أي أن Y دالة في T ، حيث:Y قيم الظاهرة المدروسة وT قيم الزمن.

وتعتبر السلاسل الزمنية الخاصة بالمؤشرات الاقتصادية من السلاسل المهمة مثل :الدخل الوطني، البطالة، التضخم[2].

16-3- أنواع البيانات الإحصائية: البيانات الإحصائية هي مجموعة من المشاهدات أو الملاحظات التي تؤخذ أثناء دراسة معينة، وقد تكون بيانات كمية يمكن عدها مثل عدد السيارات في المصنع أو عدد الطلبة في الكلية أو خصائص يمكن قياسها مثل الطول أو الوزن أو الزمن، وقد تكون بيانات غير كمية أي وصفية أو نوعية أو كيفية مثل اللون أو الجنس أو المستوى التعليمي أو الديانة، وتصنف هذه البيانات إلى بيانات لا يمكن ترتيبها تصاعديا أو تنازليا مثل اللون، وإلى بيانات يمكن ترتيبها تصاعديا أو تنازليا مثل المستوى التعليمي.

---

[1] محمد جاسم الياسري ومروان عبد المجيد إبراهيم ، الأساليب الإحصائية في مجالات البحوث التربوية ، مؤسسة الوراق للنشر والتوزيع ، عمان ط 1، 2001 ، ص 18 .

[2] Monino. Jean-Louis et al , Statistique Descriptive , 2ème édition , n.d , Dunod , Paris , p179.

17- مصادر وطرق جمع البيانات الإحصائية :

17-1- مصادر جمع البيانات الإحصائية: المصادر التي يمكن من خلالها جمع البيانات هي :

17-1-1-المصادر التاريخية (المصادر غير المباشرة): تصنف المصادر التاريخية إلى مصادر تاريخية أولية وهي النشرات التي تقوم بنشرها نفس الهيئة التي قامت بجمعها مثل النشرات الإحصائية الصادرة من مصلحة الإحصاء والتعداد، ومصادر تاريخية ثانوية وهي النشرات التي تقوم بنشرها هيئة أو جهة غير تلك التي قامت بجمعها، وبهذا فإن معيار التفرقة بين المصادر الأولية والمصادر الثانوية هو منشأ وحداثة البيانات وليس القائم بجمع هذه البيانات. وتنقسم المصادر التاريخية الثانوية إلى مصادر داخلية ومصادر خارجية، فالمصادر الداخلية تمثل إدارات وأقسام المنظمة محل الدراسة من خلال سجلاتها ودفاترها التي تتعلق بأنشطتها المختلفة الإنتاجية، التسويقية، المالية، الموارد البشرية الخدمة الاجتماعية وتعتبر عملية تسجيل وحفظ البيانات الأساسية الخاصة بالمنظمة مهمة وضرورية حتى تستطيع توفير قاعدة من البيانات يمكن للباحثين ومتخذي القرار الاستفادة منها في دراسة المشكلات التي تواجه المنظمة واتخاذ القرارات المناسبة لذلك، بينما المصادر الخارجية يمكن أن يعتمد عليها الباحث عند دراسة مشكلة معينة، ويتوقف ذلك بالطبع على طبيعتها وحجمها ونوعية البيانات المطلوبة ومن أمثلة هذه المصادر الوزارات والإدارات الحكومية، البنوك والمؤسسات المالية، الجامعات ومراكز البحوث، الهيئات والمنظمات المحلية المتخصصة، الأجهزة الإحصائية وغيرها من الهيئات الحكومية، الإنترنت وقواعد البيانات[1].

17-1-2- المصادر الميدانية أو الأولية (المصادر المباشرة): وهي عملية اللجوء إلى جمع البيانات من مصادرها المباشرة، حيث يقوم الباحث بجمع البيانات بنفسه من وحدات المجتمع أو العينة محل الدراسة، ويتم جمع البيانات الميدانية بإتباع إحدى الطرق التالية [2] :

أ- **طريقة الملاحظة:** الملاحظة هي مراقبة وتسجيل بيانات عن سلوك الظاهرة المدروسة، وتتم الملاحظة عن طريق الأفراد أو آليا باستخدام المعدات كالأجهزة الميكانيكية والإلكترونية مثل شرائط الفيديو، آلات التصوير وغيرها، ومن مزايا هذه الطريقة أن البيانات المجمعة بهذه الكيفية تكون أكثر دقة وملائمة للغرض

---

[1] إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، مبادئ علم الإحصاء، الدار الجامعية ، الإسكندرية- جمهورية مصر العربية ، 2002 ، ص 11.

[2] عماد غصاب عبابنة وسالم عيسى بدر، مبادئ الإحصاء الوصفي والاستدلالي، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمّان ، ط1 ، 2007 ، ص19 .

- مركز المناهج والبحوث العلمية ، قسم الإحصاء ، ليبيا ، نفس المرجع السابق ، ص ص12 - 14.

الذي جمعت من أجله، ويشترط فيها أن تكون الظاهرة المدروسة قابلة للملاحظة، ويجب أن يكون السلوك المراد ملاحظته متكررا أو معتادا أو قابلا للتنبؤ وإلا ستستغرق الملاحظة وقتا طويلا جدا، وأن تكون العينة الملاحظة ممثلة للمجتمع.

ب- **طريقة المقابلة الشخصية:** يتم في هذه الطريقة الاتصال المباشر بالأشخاص محل الدراسة، وتعتبر المقابلة من أكثر طرق جمع البيانات الميدانية استخداما وأكثرها فعالية، وبهذا يتحقق أعلى درجات الدقة في جمع البيانات، إلا أن هذه الطريقة ورغم ما تمتاز به من دقة المعلومات قد تكون مكلفة لاسيما في حالة العينات الكبيرة الحجم. وتوفير البيانات في هذه الطريقة يهدف إلى البحث العلمي وليس إلى المعرفة الذاتية أو الشخصية. وتحتاج المقابلة إلى نوع خاص من المقابلين من حيث المستوى العلمي والثقافي والقدرة الكبيرة على الإقناع والتجاوب مع الآخرين. وترتبط جودة المقابلة بعمل الشخص المقابل، إذ يتوجب عليه اختيار وتشجيع المستجوبين وخلق الجو الملائم لنجاح المقابلة بواسطة الحوار ومحاولة التقرب منهم أكثر.

ت- **طريقة الاستقصاء:** تعتمد هذه الطريقة أساسا على تصميم مجموعة من الأسئلة لتتم الإجابة عليها من طرف المستقصى منه، وتوجد عدة طرق لجمع البيانات الأولية من خلال الاستقصاء منها: الاستقصاء عن طريق المقابلة الشخصية، الاستقصاء عن طريق الهاتف، الاستقصاء عن طريق البريد، الاستقصاء باستعمال الوسائل الإلكترونية المختلفة (Email , Facebook Messenger , Skype , Viber , WhatsApp , Imo , Twitter) وغيرها. ويتم اختيار الطريقة المناسبة وفقا للظروف المحيطة بالدراسة وأهدافها، ويجب أن تناسب الطريقة المختارة تكاليف تنفيذ الاستقصاء.

وتتميز المصادر الإحصائية بالأمانة في تسجيل البيانات والنتائج الإحصائية كما هي دون تغيير، بعيدا عن المسائل الشخصية، كما يجب أن يتصف جامع البيانات بقدرة علمية تمكنه من جمع البيانات والإلمام بالطرق الإحصائية والمعرفة التامة بموضوع الظاهرة أو المشكلة التي يبحثها بشكل دقيق يشمل كل جوانب الظاهرة، ويجب تمويل جمع البيانات والإحصاءات من مصادرها المختلفة بالجانب المالي، خاصة إذا تعلق الأمر بالمصدر الميداني، كما يجب أن يملك جامع البيانات القدرة على إلزام الذين تتوافر لديهم البيانات، بإعطائها وفرض العقوبات وفق أحكام قوانين معينة على من يرفض الإدلاء بها أو على من يعطي بيانات خاطئة [1].

[1] محمد علي الأطرقجي، الوسائل التطبيقية في الطرق الإحصائية، دار الطليعة، بيروت، ط1 ، 1980، ص22 .

17-2- طرق جمع البيانات الإحصائية: يمكن تقسيم أساليب جمع البيانات الإحصائية إلى ما يلي[1]:

17-2-1-أسلوب المسح الشامل: تعتمد هذه الطريقة على دراسة جميع أفراد المجتمع محل البحث، ويتم اللجوء إليها أثناء عدم القدرة على تصميم عينة ممثلة للمجتمع أي تتوافر فيها خصائص المجتمع الأصلي الذي سحبت منه، لتعميم النتائج على المجتمع الإحصائي المدروس، وتتميز هذه الطريقة بالدقة العالية، الوضوح والتفصيل، والمصداقية، كونه يتعامل مع جميع بيانات مجتمع البحث، ولكن هذه الطريقة شاقة ومتعبة وباهظة التكاليف وتحتاج إلى الوقت وعدد كبير من الباحثين.

17-2-2- أسلوب العينة الإحصائية: تعتمد هذه الطريقة على جمع البيانات والمعلومات عن طريق دراسة جزء من المجتمع الإحصائي يمثل هذا المجتمع تمثيلا حقيقيا، يتم اختياره بطريقة علمية سليمة، ودراسته ثم تعميم نتائج العينة على المجتمع، مثل استفتاء بعض الأشخاص عن موضوع معين، فأسلوب المعاينة هو عملية اختيار جزء من وحدات المجتمع الإحصائي المدروس والذي يطلق عليه إسم المجتمع المرجعي أو المجتمع الهدف، بطريقة علمية محددة للاستدلال على خواص المجتمع، ويسمى الجزء المختار بالعينة وتسمى عملية الاختيار بالمعاينة وتسمى الطريقة المستخدمة في الاختيار بطريقة المعاينة، ويشترط في العينة أن تكون ممثلة للمجتمع أي تعكس الصورة الحقيقية أو الخواص المميزة له. ويعتبر أسلوب المعاينة من أفضل الطرق العلمية المستخدمة في البحوث الإحصائية في المجالات كافة، ونظرا لتطوره فقد أصبح ضرورة علمية لكل الأبحاث مهما كان هدفها لما له من أهمية في قياس مدى مصداقية ودقة النتائج، على هذا الأساس تطور استخدامه تطورا سريعا في شتى الميادين وأصبح يلعب دورا مهما في الكثير من الدراسات النظرية والتجريبية. ويهدف أسلوب المعاينة إلى تقدير المعالم الرئيسة للمجتمع من خلال بيانات أخذت من عينة ممثلة للمجتمع، أي تتوافر فيها خصائص المجتمع الأصلي، وهذا لتخفيض أخطاء المعاينة إلى حدها الأدنى. ويرتبط تمثيل العينة للمجتمع بعوامل عديدة كحجم العينة، تباين خصائص المجتمع، طريقة اختيار العينة، الطريقة المعتمدة في تصميم العينة وغيرها من العوامل الأخرى. وهذا الأسلوب يحتاج إلى وقت وجهد وموارد أقل مما يحتاجه الأسلوب الأول، كما يحتاج إلى الحصول على بيانات أكثر تفصيلا، وخاصة إذا جمعت البيانات من خلال استمارة استبيان، كما أن أسلوب المعاينة يفضل في بعض الحالات التي يصعب فيها إجراء حصر شامل، مثل معاينة دم المريض، أو إجراء تعداد لعدد الأسماك في البحر، بالإضافة إلى أنه مفيد في

---

[1] أحمد عبد السميع طبية ، مبادىء الإحصاء ، دار البداية للنشر والتوزيع ، عمان – الأردن ، ط1 ، 2008 ، ص ص 13 – 15 .

– مركز المناهج والبحوث العلمية ، قسم الإحصاء، ليبيا ، نفس المرجع السابق ، ص 19 و 20 .

حالة دراسة المجتمعات الغير محدودة، ولكن يعاب على أسلوب المعاينة أن النتائج التي تعتمد على هذا الأسلوب أقل دقة من نتائج أسلوب الحصر الشامل، وخاصة إذا كانت العينة المختارة لا تمثل المجتمع تمثيلا جيدا لذا فإن دقة النتائج هنا تكون أقل كونه لا يتعامل مع جميع المفردات، ومن الشروط الهامة التي يجب أن تتميز بها العينة هي الموضوعية والشمولية والاستقلالية وعدم التميز. والأسباب التي تؤدي إلى استخدام أسلوب العينات بدلا عن الحصر الشامل تعود في الحالة التي يكون فيها حجم المجتمع لا نهائي، أو في حالة كون المجتمع أكبر مما تسمح به الإمكانيات المتوفرة سواء كانت إمكانيات مادية أو إمكانيات زمنية أو عمالة مدربة، أو في الحالة التي يكون فيها فحص كل مفردات المجتمع الإحصائي يؤدي إلى اتلافه. وأثناء جمع البيانات قد يقع الباحث في بعض الأخطاء الشائعة كخطأ التحيز الذي يحدث نتيجة جمع البيانات من مصادرها غير الرئيسية أو التحيز لمفردة معينة في المجتمع قيد الدراسة دون الأخرى لسبب أو لأخر، أو الوقوع في خطأ الذي يحدث نتيجة اعتماد الباحث على معلوماته الشخصية أو جمع البيانات ناقصة لا تؤدي الغرض المطلوب. وقد تكون نتائج الدراسة أيضا عرضة للأخطاء نتيجة للخطأ العشوائي أو الخطأ الناتج عن تباين المجتمع أو أخطاء القياس وهي الأخطاء غير الاحتمالية، أو أخطاء عدم المعاينة، وتضم أخطاء عدم الملاحظة (عدم الإجابة، عدم التغطية) وأخطاء الملاحظة (العمل الميداني، معالجة البيانات). وعند جمع المعلومات ميدانيا واختيار العينات، يجب تصميم استمارة خاصة بالبحث تشمل أسئلة متعلقة بمهمة البحث وتكون الإجابة عليها مؤدية إلى البيانات المطلوبة في البحث حيث يطلب من أعضاء المجتمع الإجابة عن هذه الأسئلة بشكل مختصر. ويراعى في وضع أسئلة البحث السهولة والبساطة والوضوح والإيجاز واختيار الألفاظ الشائعة المفهومة بعيداً عن الشرح والتفصيل، ويجب على الباحث مراعاة المستوى الثقافي والتعليمي للمستقصي منهم، ويفضل إن أمكن أن يجاب عن هذه الأسئلة بنعم أو لا أو الإجابة برقم مثل الإجابة على عدد أفراد الأسرة أو متوسط الدخل الشهري، الطول، الوزن وغيرها، أو تكون إجابة واحدة من بين ثلاث أو أربع إجابات، ويجب تجنب الأسئلة المحرجة والحساسة أو الإيحائية، أو الأسئلة التي تكون إجابتها نسبية، كما يجب أن يعبر الباحث عن السؤال الذي يرى أن إجابتها مهمة جدا بأكثر من صيغة في مواضع متباعدة من الاستمارة وذلك للتأكد من صحة المعلومات التي يعطيها المستجوب.

18- وصف وتصنيف البيانات الإحصائية:

تعتمد عملية وصف البيانات على جمعها من مصادرها المباشرة وغير المباشرة، وبما أنه لا يمكن للباحث الاستفادة من البيانات في شكلها الخام لاسيما عندما تكون بكميات كبيرة، لزم تصنيف وتلخيص وتبويب هذه البيانات ومراجعتهاعن طريق وضعها في مجموعات متجانسة تشترك في صفة واحدة أو عدة صفات كالمهنة او الحالة الاجتماعية وحسب متطلبات البحث، ووصف الظواهر المراد دراستها، ومن ثم عرضها في شكل جدولي أو بياني، حتى يتسنى للباحث فهمها، والتعامل معها بكفاءة وحساب بعض المؤشرات الإحصائية البسيطة التي توضح طبيعة هذه البيانات.

ويختلف أسلوب تبويب البيانات تبعا لطبيعتها كما يلي [1]:

18-1- التبويب الزمني: ويقصد به فرز البيانات إلى مجموعات على أساس وحدة زمنية معينة كالسنة أو الشهر أو اليوم أو الساعة أو حتى أجزاء من الساعة.

18-2- التبويب الجغرافي: ومعناه فرز البيانات الى مجموعات على أساس وحدة جغرافية معينة مثل إقليم معين أو ولاية معينة أو دولة معينة.

18-3- التبويب الكمي: ويقصد به فرز البيانات الى مجموعات على أساس وحدات كمية أي الأرقام كالطول أو الوزن أو الحجم .

18-4- التبويب الوصفي: ويهتم بفرز البيانات الى مجموعات على أساس صفة معينة مشتركة مثل المستوى العلمي أو الحالة العائلية أو المهنة أو الجنسية.

تمارين الفصل الأول:

التمرين الأول:

1- عرف علم الإحصاء .

2- ينقسم علم الإحصاء إلى قسمين رئيسيين، أذكرهما مع الشرح .

3- ما المقصود بالمتغير النوعي، والمتغير الكمي ؟

4- ما هو المتغير المستقل والمتغير التابع ؟

5- ما الفرق بين كل مما يلي:

أ- الإحصائية والمعلمة .

---

[1] محمد راتول ، الإحصاء الوصفي ، نقس المرجع السابق ، ص ص 8 - 11 .

ب- المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المتصل.

ت- المجتمع الإحصائي والعينة الإحصائية.

6- ما هو الأسلوب الأكثر استخداما في البحوث العلمية ؟ علل إجابتك ؟

7- ما المقصود بالعينة البسيطة والعينة المنتظمة ؟ مع ذكر مثال لكل عينة.

8-ما المقصود بالعينة الطبقية والعينة العنقودية ؟ مع ذكر مثال لكل عينة.

9- عرف الاستمارة الإحصائية. ثم أذكر القواعد التي يجب مراعاتها عند تصميمها.

التمرين الثاني:

❖ أذكر الاستمارة الإحصائية المناسبة في كل دراسة مما يلي :

أ- دراسة معدلات الطلبة التابعين لأقسام الاقتصاد في إحدى الكليات.

ب- دراسة أعمار العاملين الأميين في مؤسسة عمومية.

ت- دراسة الأضرار الصحية لدى أنواع الفطريات التي تعيش على النباتات.

ث- دراسة ظاهرة التوحد لدى الأطفال في إحدى مراكز العلاج .

التمرين الثالث :

❖ حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه من واقع العبارات الآتية:

1- مدة صلاحية بطاقات التعبئة لدى اتصالات الجزائر.

2- الأجور الشهرية للعمال في إحدى المؤسسات .

3- وزن منتوج البطاطا بالوادي بالجزائر .

4- عدد أفراد العائلة .

5- الزمن المخصص للطلبة لاجتياز امتحان مادة الإحصاء.

6- أطوال لاعبي كرة السلة .

7- أقدمية أعضاء هيئة التدريس بالكلية في إحدى جامعات الجزائر.

8- ترتيب ولايات الجزائر حسب عدد البلديات .

9- الرياضة الممارسة من طرف الطلبة في إحدى الأقسام بالكلية.

10- عدد غرف سكنات عدل التي تم توزيعها في إحدى الولايات بالجزائر.

11- تصنيف عمال مصنع حسب الخبرة المهنية .

12- عدد الدول في القارة الإفريقية .

13-الحالة الاجتماعية للعمال في إحدى المصانع .

14- عدد السيارات في المأرب حسب النوع .

15- درجات الحرارة المسجلة في فصل الصيف لدى مصلحة الأرصاد الجوية .

16- تصنيف الأحزاب السياسية حسب عدد المقاعد المحصل عليها في الانتخابات .

17- حجم 24000 قارورة من الماء بإحدى المنابع المائية المعدنية بولاية سعيدة بالجزائر.

التمرين الرابع :

❖ حدد نوع المتغيرات الآتية:

المتغير	وصفي	كمي منفصل	كمي متصل
عدد سنوات التعليم			
فصيلة الدم			
مساحة الأرض المزروعة			
أسماء القوائم الانتخابية			
كمية السكر في الدم			
الموافقة أو عدم الموافقة على مرشح معين			
دخل رب الأسرة			
فريق كرة القدم المفضل			
عدد الحوادث عند مفترق إحدى الطرق			
مكان الميلاد			
درجة الذكاء			
المستوى العلمي			
نوع الكلية			
رقم الهاتف			
الرتب العسكرية			
أطوال أشخاص في إحدى المدن			
عدد أفراد الأسرة			
معدل الدخل الوطني			
لون العيون			

التمرين الخامس :

❖ حدد أيا من العبارات الآتية صحيحة وأيا منها خاطئة :

1- تنقسم البيانات إلى: بيانات وصفية وبيانات كمية .

2- تنقسم البيانات الكمية إلى بيانات كمية متقطعة وبيانات كمية متصلة.

3- تنقسم البيانات الوصفية إلى: وصفية اسمية ووصفية ترتيبية.

4- أوزان عارضات الأزياء عبارة عن معطيات كمية.

5- الإحصاء يتضمن أربع مراحل منها: التصنيف، التفريغ، التبويب، استخلاص النتائج وتفسيرها.

6- الدرجات التي يمنحونها أساتذة الجامعة لتقييم مستوى الطلبة هي من المستوى الترتيبي.

7- الإحصاء الاستدلالي يهتم بجمع البيانات وعرضها في جداول ورسوم بيانية وأشكال هندسية.

8- المقياس الفئوي هو الذي يرتب الأشياء تصاعديا أو تنازليا لصفة أو لخاصية معينة.

9- أوزان الخواتم الماسية عبارة عن معطيات من المستوى الاسمي.

10- الأساليب المعلمية تصلح للعينات الكبيرة.

11- الحالة الاجتماعية تعتبر من المستويات الترتيبية للقياس.

12- قياس نوع ومقدار العلاقة بين المتغيرات يدعى بالتنبؤ.

13- الدخل الشهري من المتغيرات الكمية.

14- دراسة خاصة بأوزان معلبات تنتجها مصانع المجمعات الغذائية هي دراسة وصفية.

15- استجواب عينة من سائقي السيارات حول استخدام الهاتف أثناء القيادة من المستوى النسبي.

16- ألوان السيارات التي يقودها موظفو الجامعة هي معطيات من المستوى الاسمي للقياسات.

17- كمية الحليب التي يمكن الحصول عليها من بقرة في اليوم هي معطيات كمية متقطعة.

18- الحالة التعليمية من المتغيرات النوعية.

19- مصادر البيانات هي : مصادر تاريخية ومصادر ميدانية .

20- أسلوب جمع البيانات هي : أسلوب الحصر الشامل، وأسلوب العينة .

التمرين السادس :

❖ اختر الإجابة الصحيحة من بين الاختيارات الآتية، لكل عبارة من العبارات الآتية:

1- المؤهلات العلمية تقاس بالمستوى : - الاسمي. - الفئوي. - الترتيبي.

2- .... هو الذي يصنف الأشياء إلى مجموعات مختلفة وفقا لخصائصها النوعية:

- المتغير النسبي - المتغير الرتبي - المتغير الاسمي - لا شيء مما سبق.

3- .... هو الذي يعتبر أرقى وأعلى مستويات القياس :

- المتغير الفئوي. - المتغير الرتبي. - المتغير الاسمي. - المتغير النسبي.

4- أنواع المكيفات الكهربائية تمثل متغير : - وصفي. - كمي متصل. - كمي منفصل.

5- تصنف المتغيرات في البحوث إلى: - متغيرات كمية ونوعية. - متغيرات مستمرة ومتقطعة.

- متغيرات مستقلة وتابعة - جميع الإجابات صحيحة.

6- البرنامج التلفزيوني المفضل يمثل متغير إحصائي: - وصفي. - كمي متصل. - كمي منفصل.

7- مساحة أراضي ولاية المدية بالجزائر بالحمضيات تمثل متغير عشوائي:

- وصفي. - كمي متصل. - كمي منفصل.

8- أوزان المرضى الذين يترددون على عيادة مرضى السكري بإحدى المستشفيات تمثل متغير عشوائي:

- وصفي. - كمي متصل. - كمي منفصل.

9- مرتبات موظفي الجامعة تمثل متغير إحصائي: - وصفي. - كمي متصل. - كمي منفصل.

10- .... هو العلم الذي يهتم بجمع وتبويب وعرض ووصف البيانات وتلخيصها وحساب بعض المقاييس الخاصة بها.

- علم الإحصاء الوصفي. - علم الإحصاء الاستقرائي. - علم تقنيات المعلومات.

11- عدد السيارات التي تدخل المدينة الجامعية هو :

- متغير نوعي. - متغير كمي متصل. - متغير كمي متقطع.

12- لون السيارات في نقطة البيع هو:- متغير نوعي. - متغير كمي متصل.- متغير كمي متقطع.

13- تصنف المتغيرات الكمية وفقا لطبيعتها من حيث القيم التي يمكن أن تأخذها إلى:

- المقاييس الاسمية. - المقاييس الرتبية. - متغيرات منفصلة أو متقطعة. - لا شيء مما سبق.

14- البيانات التي تم جمعها عن الدخل السنوي لموظفي إحدى المؤسسات العمومية هي :

- بيانات نوعية. - بيانات كمية متصلة. - بيانات كمية متقطعة.

15- لا تتطلب غالبا وضع فروض بحثية:

- البحوث الوصفية. - البحوث التجريبية. - بحوث المقارنة .

16- يعتمد أسلوب الإحصاء المناسب على :

- العرض الجدولي.	- توزيع الظاهرة في المجتمع .

- حجم العينة.	- حجم العينة وتوزيع الظاهرة في المجتمع.

17- يعتبر متغير الفئة الوظيفية من أنواع المتغيرات:

- كيفي ترتيبي.	- كمي اسمي .

- كمي نسبي.	- كيفي اسمي.

18- عدد المكالمات التي يستقبلها مكتب رئيس الدولة خلال الشهر مثال على المقياس :

- الاسمي.	- الفئوي.	- الترتيبي.	- النسبي.

19- عدد المواليد في إحدى المدن الجزائرية مثال على المتغيرات:

- الكمية المنفصلة.	- النوعية الوصفية.	- الكمية المتصلة.	- لا شيء مما سبق.

20- تقاس الرتب العسكرية باستخدام المقياس: - الاسمي.	- الفئوي.	- الترتيبي.	- النسبي.

حل تمارين الفصل الأول :

حل التمرين الأول:

1- **تعريف الإحصاء** : للإحصاء عدة تعريفات نختار منها التعريف الآتي :

الإحصاء هو العلم الذي يبحث في طرق جمع البيانات الخاصة بمختلف الظواهر وعرضها وتحليلها للوصول إلى نتائج تساعد في اتخاذ القرارات المناسبة .

2- **أقسام علم الإحصاء** : يشكل الإحصاء الوصفي مع الإحصاء الاستدلالي قسمي علم الإحصاء. فالإحصاء الوصفي يهتم بجمع البيانات وتصنيفها وعرضها ثم إجراء الحسابات المختلفة عليها للوصول إلى النتائج التي تبرز خصائصها الأساسية، فهو يهتم بتنظيم البيانات وعرضها في جداول ورسوم بيانية وأشكال هندسية، وحساب معلماتها ومؤشراتها، بينما الإحصاء الاستدلالي يدرس مختلف الظواهر متعديا الغرض الوصفي للبيانات الإحصائية إلى تحليل هذه الحقائق والبيانات، باستعمال عدد من الأساليب والطرق الإحصائية، وذلك باستنتاج معلومات جديدة، واتخاذ قرارات على ضوء تلك النتائج. ويهتم الإحصاء الاستدلالي بالطرق التي تكشف وتدل على المجتمع نتيجة توافر بيانات خاصة على العينة، كما يهتم بصياغة نظريات وقوانين عامة اعتمادا على ملاحظات متكررة، ويتناول اختبارات الفروض والتنبؤ والتقدير ومستويات الدلالة والتحقق من الفرضيات. ويختص بتعميم النتائج التي تم التوصل إليها من خلال دراسة

عينة على المجتمع. ويلاحظ أن الإحصاء الاستدلالي يبدأ حيث ينتهي الإحصاء الوصفي، فبعد إظهار الخصائص والمميزات الأساسية للبيانات يبدأ الإحصاء الاستنتاجي، بتحليل هذه البيانات واستخدام نتائج التحليل في الاستنتاج ثم تفسير تلك النتائج واتخاذ القرار المناسب حسب نوعية الدراسة .

3- **ينقسم الإحصاء الوصفي إلى المتغير النوعي والمتغير الكمي:** فالمتغير النوعي هو متغير يكون التغير في قيمه ومستوياته تغيرا من حيث النوع أي لا تتضمن قيما رقمية، ولا يمكن تقسيمها بحسب الأصغر والأكبر تحت تقسيم واحد، مثل اللون، الشهادة، وسيلة نقل، والطبقة الاجتماعية، ويقابله المتغير الكمي الذي يمكن أن نعبر عنه بالمقدار العددي وفق مقياس محدد، مثل أفراد الأسرة، سنة الازدياد، العمر، والوزن.

4- **المتغير المستقل أو المتغير المفسر:** هو الذي يؤثر في النتائج أو الذي يتسبب فيها، ويمكن التحكم فيه أي تغييره، ويعرف بالمتغير التجريبي، والنتائج المترتبة على المتغير المستقل تعرف بالمتغير التابع. أي أن المتغير المستقل هو المتغير الذي يتم اختياره بطريقة معينة ليحدد أثره على متغير آخر، بينما المتغير التابع يمثل العامل الذي يتغير وفقا لتأثير العامل المستقل، فإذا كان المتغير المستقل سببا في حدوث الظاهرة فإن المتغير التابع يعد نتيجة وفقا لقياس محدد. إن المتغير المستقل يؤثر على المتغير التابع وهو متغير قوي، بينما المتغير التابع ضعيف ويتأثر بالمتغير المستقل. إذا تم استخدام عبارة "المتغير المُفسِّر" للتعبير عن المتغير المستقل، فإنه يتم استخدام عبارة "متغير الاستجابة" للتعبير عن المتغير التابع. فإذا كان الباحث يدرس علاقة الطلاق بانحراف الأولاد، يكون المتغير المستقل هنا هو الطلاق، ويكون المتغير التابع هنا هو انحراف الأولاد. وإذا كنا بصدد دراسة تأثير طرق التدريس الفعالة على التحصيل العلمي للطلبة، تكون طريقة التدريس هي المتغير المستقل والتحصيل العلمي للطلبة هو المتغير التابع، فطرق التدريس كمتغير مستقل تؤثر في مستوى التحصيل الذي يعتبر متغير تابع (ناتج التجربة لطرق التدريس). وكذلك نتائج العلاج على المريض تعتبر متغير تابع للمتغير المستقل طرق العلاج. وللزيادة في التوضيح نورد المثال الآتي :

" العوامل الاجتماعية المرتبطة بالجرائم الجنسية في المجتمع الأمريكي – دراسة ميدانية في الإصلاحات المركزية " . المتغير المستقل: العوامل الاجتماعية ، المتغير التابع: الجرائم .

5- أ- **الفرق بين الإحصائية والمعلمة :** الإحصائية أو الإحصاءة هي عبارة عن خاصية أو مقياس يتم حسابها من العينة المسحوبة من المجتمع محل الدراسة، بينما المعلمة الإحصائية هي كمية عددية تميز وتلخص التوزيع الاحتمالي للمجتمع الإحصائي. كما يمكن تعريف المعلمة الإحصائية بأنها عبارة عن

خاصية أو مقياس يتم حسابها من المجتمع محل الدراسة. فلو فرضنا مجتمعا إحصائيا ذي توزع احتمالي طبيعي فإن المعلمتين الإحصائيتين اللتين بإمكانهما توصيف هذا التوزيع هما المتوسط والانحراف المعياري. إن المعالم هي مقاييس تحدد خصائص المجتمع (التوزيع)، بينما الإحصاءة هي دالة في بيانات العينة .

5- ب- الفرق المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المتصل: المتغير الإحصائي المتقطع أو المنفصل هو المتغير الذي يأخذ عددا قابلا للعد من القيم، أي يأخذ قيما ثابتة ومنفردة في شكل أعداد طبيعية، ووحدة قياس هذا المتغير لا يقبل التجزئة مثل : عدد الأساتذة في الكلية، عدد الأطفال في الأسرة، عدد السيارات المنتجة في مصنع ما إلى غير ذلك. أما المتغير الإحصائي المتصل أو المستمر هو المتغير الذي يأخذ أعداد غير معدودة وغير منتهية من القيم في مجال محدد، أي يأخذ قيما في مجال من مجموعة الأعداد الحقيقية ووحدات قياسها تقبل التجزئة مثل : وزن منتوج زراعي، سرعة السيارة ، درجات الحرارة، العمر ، وغير ذلك.

5- ت- الفرق بين المجتمع الإحصائي والعينة الإحصائية: يقصد بالمجتمع الإحصائي مجموعة الوحدات موضوع البحث والمعاينة أو مجموعة وحدات الملاحظة، ويجب أن تكون هذه الوحدات معروفة بصورة واضحة بحيث يمكن تمييزها عن غيرها من الوحدات التي تكون مجتمعات أخرى، بمعنى يشترط في المجتمع الإحصائي أن يكون معرفا تعريفا جيدا. أما العينة الإحصائية فهي ذلك الجزء المحدود من مفردات المجتمع الإحصائي، بحيث تكون ممثلة للمجتمع ككل، وتستخدم المعلومات التي تستنتج من ذلك الجزء لدراسة المجتمع التي سحبت منه العينة، فالمجتمع هو كافة العناصر أو الأفراد محل الدراسة، والعينة هو مجموعة جزئية من هذا المجتمع.

6- **الأسلوب الأكثر استخداما في البحوث العلمية هو أسلوب العينات،** لأن أسلوب المسح الشامل يؤدي إلى ارتفاع التكاليف ويحتاج إلى مزيد من الوقت والجهد والنفقات، كما يحتاج إلى عدد كبير من الباحثين، ويزيد من نسبة الأخطاء، وقد يتعذر الوصول إلى جميع أفراد العينة، بالإضافة إلى ما سبق تحتاج بعض البحوث إلى النتائج بسرعة لاتخاذ القرار في الوقت المناسب، لذا يعتبر أسلوب العينات أكثر استخداما في البحوث العلمية، ومفضل على أسلوب المسح الشامل.

7- **العينة البسيطة والعينة المنتظمة:** العينة البسيطة هي عينة قائمة على الصدفة، وهي أبسط أنواع العينات، وهي عينة بحجم معين يكون كل فرد فيها له نفس فرصة الاختيار من المجتمع الكلي، وتستخدم

عند اختيار جزء من كل، ويكون الكل أي المجتمع الإحصائي نوع واحد وغير مقسم إلى أقسام، أما العينة المنتظمة فهي العينة التي يتم اختيار أفرادها بشكل منتظم، وتستخدم عندما لا يتوفر لدينا قوائم لعدد عناصر المجتمع.

مثال على العينة البسيطة: وأفضل طريقة تلك التي تستخدم جداول الأعداد العشوائية. وكتلك التي أعدها Kendall , Yates , Fisher .

لنفرض أنه لدينا مجتمعا يتكون من 400 وحدة ونريد أن نختار عينة من 20 وحدة عن طريق استخدام الجداول العشوائية فإننا نبدأ أولا بترقيم أفراد المجتمع من 1 إلى 400 ، ولابد أن يتكون كل عدد من ثلاث خانات مع ملاحظة أن عدد الخانات هنا يساوى عدد خانات أكبر عدد في المجتمع فيكون أول عدد هو 001 والثاني هو 002 والواحد والخمسون هو 051 ومائة وستة هو 106 وهكذا . ثم نختار صفحة من الجداول العشوائية بطريقة عشوائية ، ونختار الأعمدة الرأسية التي تعطينا أعدادا ذات ثلاثة أرقام ونقرأها من أسفل إلى أعلى أو من أعلى إلى أسفل أو من يمين إلى يسار أو العكس، وإذا اتبعنا نظاما في القراءة فلا بد أن نلتزم به حتى يتم اختيار العينة. نفرض أننا قرأنا الأعمدة إلى أسفل فإننا ندون كل عدد أقل من 400 فإذا كان أول عدد يقرأ في الجدول هو 100 فهذا يعني أن أول وحدة تختار في العينة هي الوحدة رقم 100 وإذا كان العدد الثاني هو 375 اخترنا هذه الوحدة ، وإذا كان الثالث هو 084 اخترناه أيضا، ويليه 990 إلا أننا نهمله لأنه أكبر من 400 كما نهمل أي عدد يظهر لثاني مرة، حيث أنه من غير الجائز سحب عدد مرتين حتى لا يسمح للوحدة الواحدة أن تختار أكثر من مرة فإذا وصلنا إلى نهاية الصفحة، فأننا نبدأ من أعلى ونستعمل الأعمدة الثلاثة التالية: وهكذا وباستخدام هذه الطريقة نحصل على العينة التالية:

310 ، 128 ، 084 ، 100, 375

235 ، 154 ، 125 ، 098 ، 118

195 ، 321 ، 369 ، 005 ، 044

190 ، 226 ، 116 ، 186 ، 331

وذلك باستخدام جزء من الأرقام العشوائية في أحد الكتب الإحصائية[1].

مثال على العينة المنتظمة: لنفرض أننا نريد اختيار 40 شخصا كعينة من قائمة بها 400 اسما. فإنه يمكن أن نرقم هذه الأسماء من 1 إلى 400 ، ثم نختار رقما عشوائيا يقع بين 1 و 10 عن طريق جداول الأرقام العشوائية. فإذا وجدنا أنه الرقم 3 يكون الاسم ذو الترتيب الثالث هو الفرد الأول الذي نختاره في العينة، ونضيف 10 إلى رقم

[1] رشاد الفقيه، العينات وطرق اختيارها، ص3 ، www.forum.ok-eg.com/new.php?print=1&id=25063 ، تاريخ الزيارة : 14/ 06 / 2017 .

الشخص الأول في العينة (3 في هذه الحالة) فنحصل على رقم الشخص الثاني وهو 13 ويكون الثالث هو رقم 23 وهكذا نحصل على بقية أفراد العينة بإضافة 10 على الترتيب الذي يسبقه وتسمى هذه الطريقة بالمعاينة المنتظمة، وفيها يحدد العنصر الأول للعينة كلها[1].

8- العينة الطبقية والعينة العنقودية: تستخدم العينة الطبقية عندما يكون المجتمع مقسم إلى مجموعات بحيث تتشابه أفراد كل مجموعة في الصفات، أي تكون متجانسة (مثل النوع أو العمر، ...) حيث تسمى كل مجموعة بالطبقة، ثم يتم اختيار العينة من كل طبقة بشكل عشوائي، وفقا للعلاقة التالية:

عدد أفراد عينة الطبقة = (عدد أفراد الطبقة / عدد أفراد المجتمع) × عدد أفراد العينة الكلية.

أما العينة العنقودية أو العينة متعددة المراحل فيتم أولا تقسيم المجتمع الإحصائي إلى مقاطع أو عناقيد لا يشترط تجانسها، بعدها يتم اختيار عشوائيا بعض هذه المقاطع، ثم تختار جميع العناصر من تلك المقاطع.

مثال على العينة الطبقية: تتكون إحدى المؤسسات من 1000 عامل، مقسمين حسب أداء مهامهم في المؤسسة إلى أربعة أفواج، كل فوج له مهام خاص به، فنجد 400 عامل في الفوج الأول، 300 عامل في الفوج الثاني، 200 عامل في الفوج الثالث، 100 عامل في الفوج الرابع، يراد اختيار عينة مكونة من 20 عامل، يتم اختيار هذه العينة على النحو الآتي:

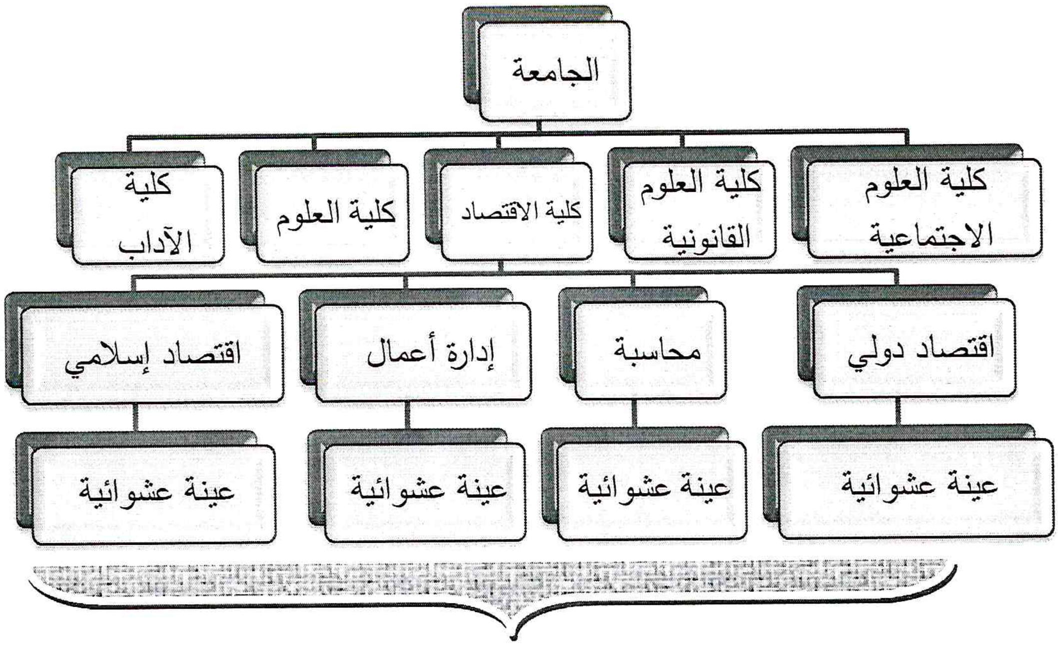
الفوج الأول: 400 عاملا	الفوج الثاني: 300 عاملا	الفوج الثالث: 200 عاملا	الفوج الرابع: 100 عاملا
8 =20×(1000/400) نختار 8 من 400 حسب العينة العشوائية البسيطة من 000 إلى 399	6=20×(1000/300) نختار 6 من 300 حسب العينة العشوائية البسيطة من 000 إلى 299	4=20×(1000/200) نختار 4 من 200 حسب العينة العشوائية البسيطة من 000 إلى 199	2=20×(1000/100) نختار 2 من 100 حسب العينة العشوائية البسيطة من 000 إلى 099

أفراد العينة الطبقية

مثال على العينة العنقودية: دراسة فرص التسجيل للطلبة في إحدى الجامعات في الطور الثالث من نظام LMD، يتم اختيار العينة بالطريقة العنقودية على النحو الآتي :

طلاب الجامعة ← طلاب الكليات ← تخصصات كل كلية.

[1] نفس المرجع السابق ، ص4 .



أفراد العينة العنقودية

9- تعريف الاستمارة الإحصائية: هي عبارة عن قائمة تشمل مجموعة من الأسئلة المفتوحة منها والمغلقة، تم تصميمها لجمع البيانات الضرورية بهدف إنجاز أهداف دراسة معينة، وتكون الإجابة عليها مؤدية إلى البيانات المطلوبة في البحث، فهو وسيلة لتوحيد نمط البيانات التي تم جمعها بمختلف طرق الاستقصاء الذي يعتمد نجاحه بدرجة كبيرة على تصميم الاستبيان وأسلوب عرضه. وتنقسم الاستمارة إلى نوعين: كشف البحث وصحيفة الاستبيان، بحيث يقوم الباحث في النوع الأول بجمع البيانات بتدوين الإجابة عن الأسئلة التي بها بنفسه وذلك بعد أن يتحصل على الإجابات عن طريق الملاحظة المباشرة للظاهرة محل الدراسة، أما في النوع الثاني فيقوم المبحوث الذي لديه المعلومات بتدوين الإجابة بنفسه عن الأسئلة التي بها. وتوجد بعض الاعتبارات والقواعد التي يجب مراعاتها عند تصميم الاستمارة الإحصائية للوصول إلى صياغة دقيقة للأسئلة، التي من شأنها أن تساعد على تقليل أخطاء عدم الإجابة، والمتمثلة فيما يلي:

- ترتيب الأسئلة ترتيبا تسلسليا ومنطقيا، ويجب أن تقسم إلى مجموعات متجانسة للحصول على إجابات قابلة للتصنيف والتبويب، كما يجب أن تكون مرقمة حتى يسهل الرجوع إليها؛
- أن تتضمن الاستمارة أسئلة تحضيرية أولية، تمهيدية أو افتتاحية، وهي أسئلة عامة، تصاغ بطريقة تثير فضول المستقصى منه واهتمامه، وتهدف إلى تقليل خطأ التحيز، وترتبط مباشرة بموضوع البحث تعمل على توجيه المستقصى منهم تدريجيا إلى صلب الموضوع، بحيث يبدأ الباحث

بالأسئلة السهلة والبسيطة لاسيما تلك الأسئلة المغلقة ذات الاختيار المتعدد، خاصة تلك التي تتعلق بالسلوكيات الايجابية والرغبات الوظيفية.

- أن تحتوي الاستمارة على أقل عدد ممكن من الأسئلة التي تجيب على إشكالية البحث المطلوبة، لأن الأسئلة الكثيرة والطويلة تؤدي إلى نفور وملل المبحوثين.
- أن تكون الأسئلة واضحة، بسيطة ومحددة، لأن ذلك يؤدي إلى الحصول على إجابات دقيقة ومناسبة، وعدم طرح الأسئلة التي تحتوي على الكلمات والجمل التي تحمل أكثر من معنى، ويجب تجنب التعميم والأسئلة النسبية التي قد تؤول إلى إجابات خاطئة بانتقاء الألفاظ المفهومة والشائعة.
- أن تصاغ الأسئلة بحيث تكون الإجابة عليها بنعم أو لا، أو إجابة من ثلاث أو أربع اختيارات بوضع علامة أمام الإجابة المناسبة.
- عدم طرح الأسئلة المحرجة أو السرية أو الحساسة، أو طرح الأسئلة المتعلقة بالأمور الشخصية، التي تتنافى مع عادات وقيم وتقاليد عينة الدراسة.
- يجب أن يخصص سؤال واحد فقط بحيث يقبل إجابة واحدة، أي لا يمكن وضع سؤالين أو أكثر في نفس السؤال، ويفضل في هذه الحالة تقسيم السؤال إلى قسمين لضمان الحصول على إجابة كافية للسؤال المطروح.
- يمكن التعبير عن سؤال واحد بطرق مختلفة، وفي مواضع متباعدة من الاستمارة، للتأكد من صحة المعلومات التي يعطيها الشخص الذي يملأ الاستمارة، خاصة الأسئلة التي يراها الباحث تنصب في صلب الموضوع .
- يجب على الباحث أن يختار الأشخاص الذين يتناسب مستواهم العلمي والثقافي مع نوع الأسئلة المطروحة، وتخدم أهداف البحث، بحيث يتضمن أسئلة تعريفية للمستقصى منهم، لأن البيانات التي تعطيها هذه الأسئلة تسمح بتصنيف المستقصى منهم إلى مجموعات مختلفة، كل مجموعة تخدم جانب معين من البحث.
- يجب أن تتضمن الأسئلة المقاييس أو الوحدات المطلوبة في عملية البحث، والمعايير التي تتناسب مع أهمية الدراسة.
- الاعتناء بالإخراج النهائي لقائمة الأسئلة، بحيث تكون في صورة جيدة، وأيضا الخطاب المرفق لها.

– المراجعة لأكثر من مرة للاستبيان، والتأكد من خلوه من الأخطاء التي قد تعيبه قبل أن تتم طباعته.

حل التمرين الثاني :

يمكن ذكر الاستمارة الإحصائية المناسبة في الدراسات الآتية ضمن الجدول الآتي:

الدراسة	نوع الاستمارة
دراسة معدلات الطلبة التابعين لأقسام الاقتصاد في إحدى الكليات.	صحيفة الاستبيان
دراسة أعمار العاملين الأميين في مؤسسة عمومية.	كشف البحث
دراسة الأضرار الصحية لدى أنواع الفطريات التي تعيش على النباتات.	صحيفة الاستبيان
دراسة ظاهرة التوحد لدى الأطفال في إحدى مراكز العلاج.	كشف البحث

حل التمرين الثالث :

يتم تحديد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه من واقع تلك العبارات ضمن الجدول الآتي:

المطلوب / العبارة	المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوع المتغير الإحصائي
العبارة رقم(01)	بطاقات التعبئة	بطاقة التعبئة	المدة	مستمر (متصل)
العبارة رقم(02)	العمال	عامل	الأجرة	مستمر (متصل)
العبارة رقم(03)	منتوج البطاطا	البطاطا	الوزن	مستمر (متصل)
العبارة رقم(04)	العائلات	العائلة	عدد الأطفال	متقطع (منفصل)
العبارة رقم(05)	الطلبة	طالب	الزمن	مستمر (متصل)
العبارة رقم(06)	اللاعبون	لاعب	الطول	مستمر (متصل)
العبارة رقم(07)	أعضاء هيئة التدريس	عضو هيئة التدريس	الأقدمية (الزمن)	مستمر (متصل)
العبارة رقم(08)	الولايات	ولاية	عدد الولايات	متقطع (منفصل)
العبارة رقم(09)	الطلبة	طالب	نوع الرياضة	كيفي (نوعي)
العبارة رقم(10)	السكنات	السكن	عدد الغرف	متقطع (منفصل)

العبارة رقم(11)	العمال	عامل	فترة زمنية (الزمن)	مستمر(متصل)
العبارة رقم(12)	الدول	الدولة	عدد الدول	متقطع (منفصل)
العبارة رقم(13)	العمال	عامل	الحالة الاجتماعية	كيفي (نوعي)
العبارة رقم(14)	السيارات	السيارة	عدد السيارات	متقطع (منفصل)
العبارة رقم(15)	درجات الحرارة	درجة الحرارة	مقدار(كمية)	متقطع (منفصل)
العبارة رقم(16)	الأحزاب السياسية	حزب سياسي	تصنيف الحزب	كيفي (نوعي)
العبارة رقم(17)	24000 قارورة	قارورة	الحجم	مستمر(متصل)

حل التمرين الرابع :

تحديد نوع المتغيرات الآتية:

المتغير	وصفي	كمي منفصل	كمي متصل
عدد سنوات التعليم		✓	
فصيلة الدم	✓		
مساحة الأرض المزروعة			✓
أسماء القوائم الانتخابية	✓		
كمية السكر في الدم			✓
الموافقة أو عدم الموافقة على مرشح معين	✓		
دخل رب الأسرة			✓
فريق كرة القدم المفضل	✓		
عدد الحوادث عند مفترق إحدى الطرق		✓	
مكان الميلاد	✓		
درجة الذكاء			✓
المستوى العلمي	✓		
نوع الكلية	✓		
رقم الهاتف	✓		
الرتب العسكرية	✓		

أطوال أشخاص في إحدى المدن			✓
عدد أفراد الأسرة		✓	
معدل الدخل الوطني			✓
لون العيون	✓		

حل التمرين الخامس :

يتم تحديد صحة أو خطأ العبارات ضمن الجدول الآتي :

العبارة	الصحة ☑	الخطأ ☒	العبارة	الصحة ☑	الخطأ ☒
1-	☑		11-	☑	
2-	☑		12-		☒
3-	☑		13-	☑	
4-	☑		14-		☒
5-	☑		15-		☒
6-	☑		16-	☑	
7-		☒	17-		☒
8-		☒	18-	☑	
9-		☒	19-	☑	
10-	☑		20-	☑	

حل التمرين السادس :

يتم اختيار الإجابة الصحيحة، من بين الاختيارات المعطاة لكل عبارة، ضمن الجدول الآتي :

العبارة	الإجابة الصحيحة	العبارة	الإجابة الصحيحة
1-	الترتيبي	11-	متغير كمي متقطع
2-	المتغير الاسمي	12-	متغير نوعي
3-	المتغير النسبي	13-	متغيرات منفصلة أو متقطعة
4-	وصفي	14-	بيانات كمية متصلة
5-	جميع الإجابات صحيحة	15-	البحوث الوصفية

6-	وصفي	16-	حجم العينة وتوزيع الظاهرة في المجتمع
7-	كمي متصل	17-	كيفي اسمي
8-	كمي متصل	18-	النسبي
9-	كمي متصل	19-	الكمية المنفصلة
10-	علم الإحصاء الوصفي	20-	الترتيبي

الفصل الثاني

العرض الجدولي للبيانات الإحصائية

تمهيد:

إن البيانات التي تم جمعها من مصادرها المباشرة وغير المباشرة عن ظاهرة معينة لا يمكن وصفها وتفسيرها وهي في هيئتها الأولى كبيانات أولية (بيانات خام أو بيانات غير مبوبة) ولذا يجب تنظيمها وتلخيصها ووضع هذه البيانات في جداول تلخيصية وخاصة من حيث تمركز البيانات، ودرجة تجانسها، ليسهل فهمها وتحليلها وإجراء مختلف الحسابات عليها قبل بدء عملية التحليل الإحصائي، واستخلاص النتائج منها، وكل ذلك يتوقف على طبيعة البيانات وعلى الغرض والهدف من البحث، وهذه الجداول يطلق عليها بالجداول الإحصائية أو جداول التوزيع التكراري، أما البيانات التي تم عرضها في الجداول فيطلق عليها بالبيانات المبوبة.

1- تعريف الجدول الإحصائي وأهميته:

1-1- تعريف الجدول الإحصائي: عبارة عن تمثيل ووصف وترتيب منظم للبيانات الإحصائية وتنظيمها حسب اشتراكها في صفة معينة، فهو يمثل صورة طبق الاصل لهذه البيانات من حالتها الأولى إلى حالة جديدة تتسم بالتنظيم والسهولة والوضوح والترتيب، وتتكون في الأساس من عمودين يبين العمود الأول قيم الظاهرة أو المتغير المدروس، وتكون هذه القيم على شكل صفات أو قيم عددية، أما العمود الثاني فيحتوي على تكرارات هذه الصفات أو القيم العددية.

1-2- أهمية الجدول الإحصائي: تكمن أهمية الجدول التكراري في الحاجة إلى تنظيم البيانات التي تم جمعها من المصادر التاريخية أو المصادر الميدانية، حتى نتمكن من التعامل معها بطريقة منطقية وسهلة ومنظمة، ونتعرف على مميزات الظاهرة محل الجدولة، كما تكمن أهميته في إظهار عدد كبير من البيانات في شكلها الخام في أصغر حيز ممكن والمتمثل في هذا الجدول، والتعامل مع كل هذه المعطيات بكل أريحية وسهولة، واستيعاب عدد كبير من الحقائق بمجرد التطلع إليها ومن الوهلة الأولى.

2- أنواع الجداول الإحصائية وكيفية إنشائها:

2-1- أنواع الجداول الإحصائية: تختلف الجداول الإحصائية باختلاف نوع البيانات والغرض من الدراسة ومن أهم أنواعها ما يلي :

2-1-1- الجداول الإحصائية البسيطة: يستخدم هذا النوع من الجداول لوصف وتلخيص الظاهرة التي تتعلق بظاهرة واحدة فقط سواء كانت نوعية أو كمية، ويتم ذلك في جدول يعمل على تنظيم وتبويب البيانات

التي تم جمعها حول الظاهرة محل الدراسة، لغرض دراستها وتحليلها، ويضم صفات نوعية أو مقادير كمية في عمود والتكرارات المناظرة لها في عمود آخر. وتختلف طريقة عرض الجداول البسيطة حسب نوع المتغير، والجدول الآتي يوضح الشكل العام للكتابة النظرية للجدول الإحصائي البسيط:

جدول رقم(06): الشكل العام لجدول التوزيع التكراري البسيط .

المتغير X_i	التكرار n_i
x_1	n_1
x_2	n_2
. . . .	. . . .
x_k	n_k
$\sum$ (المجموع)	$N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$

المصدر: من إعداد الباحث

2-1-2- الجداول الإحصائية المزدوجة: يستعمل جدول التوزيع التكراري المزدوج أثناء تلخيص الظاهرة محل الدراسة بدلالة خاصيتين أو ظاهرتين في نفس الوقت، حيث تخصص الأسطر لبيانات الخاصية الأولى، بينما تخصص الأعمدة لبيانات الخاصية الثانية. والجدول الآتي يوضح الشكل العام للكتابة النظرية للجدول التوزيع التكراري المزدوج:

جدول رقم(07): الشكل العام لجدول التوزيع التكراري المزدوج .

$Y_i \backslash X_i$	x_1	x_1	....			x_n	$n_{i.}$
y_1	n_{11}	n_{12}	…	…	…	n_{1m}	$n_{1.}$
y_2	n_{21}	n_{22}	…	…	…	n_{2m}	$n_{2.}$
⋮ ⋮	⋮	…	…	…	…	…	⋮ ⋮ ⋮

		…	…	…	…	…	
y_m		…	…	…	…	…	
$n_{.j}$	$n_{.1}$	$n_{.2}$	…………………				$n_{..}=\sum_{i=1}^{n} ni. = \sum_{j=1}^{m} n.j$

المصدر: من إعداد الباحث.

مثال على الجدول الإحصائي المزدوج:

X_i \ Y_i	x_1	x_2	X_3	Σ (المجموع)
y_1	n_1	n_2	n_3	$n_1+n_2+n_3$
y_2	m_1	m_2	m_3	$m_1+m_2+m_3$
y_3	j_1	J_2	j_3	$j_1+j_2+j_3$
(المجموع) Σ	$n_1+m_1+j_1$	$n_2+m_2+j_2$	$n_3+m_3+j_3$	N

ملاحظة: توجد إلى جانب الجداول الإحصائية المزدوجة (جداول ذات مدخلين) جداول إحصائية مركبة أخرى ذات أكثر من مدخلين.

2-2- كيفية إنشاء الجداول الإحصائية: إن جدول تفريغ البيانات هو جدول مقسم إلى ثلاثة أعمدة حيث تدون في العمود الأول صفات نوعية أو مقادير كمية مرتبة ترتيبا تصاعديا في حالة كونها قابلة للترتيب، ويرمز لها بالرمز x_i ، وفي العمود الثاني تدون علامات يصل مداها من قطعة مستقية إلى شكل مربع ذات قطر واحد تعطي لنا مجموع من 01 إلى 05 ، أما العمود الثالث فيتم فيه تسجيل التكرارات المقابلة لعلامات العمود الثاني، ويرمز لها بالرمز n_i ، على أن يكون مجموع التكرارات مساويا للعدد الكلي للقيم التي تمت مشاهدتها، أي أن: $N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$

يجب التذكير بالمنهجية العلمية لوضع أي جدول من حيث وضع العنوان لهذا الجدول، عنوان كل من العمود والسطر، وحدة القياس المعتمدة، وضع رقم للجدول، وذكر المصدر أي الجهة التي أخذت منه المعلومات ليزيد البحث أكثر مصداقية وموضوعية.

3- تبويب البيانات في جداول تكرارية:

3-1- بيانات المتغيرات الكيفية (النوعية): نتبع نفس الخطوات التي ذكرناها سابقا أثناء حديثنا عن خطوات إنشاء الجدول الإحصائي . والمثال الآتي يوضح ذلك:

مثال: البيانات الآتية تمثل نوع الفواكه التي تنتجها 20 شجرة مثمرة في إحدى المزارع .

العنب	العنب	التفاح	الخوخ	التين
الرمان	الخوخ	العنب	الرمان	الخوخ
العنب	التين	الخوخ	العنب	الرمان
الرمان	العنب	التفاح	الخوخ	العنب

المطلوب:

1- ترتيب البيانات حسب كل نوع.

2- عرض البيانات في جدول توزيع تكراري.

الحل:

1- ترتيب البيانات حسب كل نوع:

العنب – العنب – العنب – العنب – العنب – العنب – العنب – التفاح – التفاح – الخوخ – الخوخ – الخوخ – الخوخ – الخوخ – الرمان – الرمان – الرمان – الرمان – التين – التين.

2- عرض البيانات في جدول توزيع تكراري:

نوع الفواكه (x_i)	العلامات	عدد الأشجار (التكرارات) n_i
العنب		07
التفاح		02
الخوخ		05
الرمان		04
التين		02
$\sum$		20

3-2- بيانات المتغيرات الكمية المنفصلة(المتقطعة): نتبع نفس الخطوات التي ذكرناها سابقا أثناء حديثنا عن خطوات إنشاء الجدول الإحصائي، إلا أن العمود الأول يحتوي على متغيرات كمية منفصلة تتمثل في أرقام عددية صحيحة غير قابلة للتجزئة، ويجب ترتيب هذه البيانات العددية، ويفضل أن تكون بشكل تصاعدي. والمثال الآتي يوضح ذلك:

مثال: البيانات التالية تمثل عدد الأطفال في عينة مكونة من 40 أسرة.

3	3	1	4	5	3	2	2	2	4
2	5	3	4	2	4	3	1	4	1
1	3	4	2	4	3	1	4	3	5
3	4	1	3	2	4	3	1	2	3

المطلوب:

1- ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا.

2- عرض البيانات في جدول توزيع تكراري.

الحل:

1- ترتيب القيم تصاعديا:

1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 3 - 3 - 3 - 3 -
3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 5 -
5 - 5 .

2- توزيع الأسر حسب عدد الأطفال:

عدد الأسر(التكرارات n_i)	العلامات	عدد الأطفال في الأسرة (x_i)
07		1
08		2
12		3
10		4
03		5
40		Σ

3-3- بيانات المتغيرات الكمية المتصلة (المستمرة): نتبع نفس الخطوات التي ذكرناها سابقا أثناء حديثنا عن خطوات إنشاء الجدول الإحصائي، إلا أن العمود الأول يحتوي على متغيرات كمية متصلة، وهي أكثر المتغيرات استخداما، وتكون على شكل فئات (مجالات)، لذا لا يمكن إنشاء الجدول التكراري في هذه الحالة إلا بعد كتابة القيم العددية التي تم جمعها حول الظاهرة المدروسة إلى فئات بعدد معين وبطول فئة محدد، بحيث يكون لكل فئة حدها الأدنى وحدها الأعلى، وترتيب المعطيات الكمية المتصلة في شكل فئات يعتمد أساسا على تحديد طول كل فئة، ولتكوين جدول التوزيع التكراري للمتغير الكمي المتصل نتبع الخطوات الآتية:

3-3-1 – حساب المدى العام: المدى العام هو الحيز الذي تنتشر فيه القيم المشاهدة للبيانات، ويرمز له بالرمز R ، ويعطى بالعلاقة التالية : $R = X_{max} - X_{min}$ ، حيث : X_{max} تعبر عن أكبر قيمة بينما X_{min} تعبر عن أصغر قيمة.

3-3-2 – حساب عدد الفئات : توجد طريقتان لتحديد عدد الفئات، طريقة ستيرجس، وطريقة يول:

أ- طريقة ستيرجس (Staurges) : تعطى هذه الطريقة وفق العلاقة الآتية :

$K = 1 + 3.322\log(N)$ حيث : $N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$ ، log : اللوغريتم العشري، K : عدد الفئات.

ب- طريقة يول(Yule): تعطى هذه الطريقة وفق العلاقة الآتية:

$$K = 2.5\sqrt[4]{N}$$

ت-تحديد طول الفئة : يتم تحديد طول الفئة وفق العلاقة الآتية:

$L = \frac{R}{K}$ ، حيث : L : طول الفئة.

ث-تحديد حدود الفئات: بعد تحديد طول الفئة، نحدد الحد الأدنى والحد الأعلى لكل فئة، بحيث تعطى قيمة الحد الأدنى للفئة الأولى على النحو: الحد الأدنى للفئة الأولى = أقل قيمة في البيانات. ثم يتم تعيين باقي الفئات بإضافة طول الفئة للحد الأدنى للفئة، وهذه الفئات أو المجالات تحسب قيم الحد الأدنى لها عكس قيم الحد الأعلى، ما عدا الفئة الأخيرة تحسب كلا القيمتين.

ج-حساب مراكز الفئات: يتم حساب مركز الفئة أو منتصف الفئة بالصيغة الآتية :

$c_i = \frac{l_i + l_{i+1}}{2}$ ، حيث: l_i : الحد الأدنى للفئة i و l_{i+1} : الحد الأعلى للفئة i .

ح-تحديد عدد قيم البيانات: يتم تحديد عدد قيم البيانات بتحديد عدد قيم كل فئة أو مجال (كل فئة e_i يقابلها التكرار n_i الذي يمثل عدد القيم الموجودة في الفئة، والمأخوذة من العينة محل الدراسة)، بحيث يتم حساب

كل قيم هذه الفئة ماعدا قيمة الحد الأعلى، وتكون مجموع القيم التي تقابل كل فئة أي تكرارات قيم كل فئة مساويا لمجموع البيانات محل الدراسة.

خ- حساب طول الفئة: يحسب مدى الفئة أو طول الفئة r_i بالعلاقة الآتية: $r_i = l_{i+1} - l_i$

ملاحظة: يمكن للباحث أن يختار طول الفئات اعتمادا على المعلومات والمعطيات المتوفرة لديه حول الظاهرة محل الدراسة، مع الأخذ بعين الاعتبار بالمبدأ: كلما كان طول الفئة أقل كلما كانت الدراسة أكثر دقة. حيث أن اختلاف طول الفئة لا يؤثر على الدراسة، لأنه في كل الحالات سواء تم اختيار الفئة أو تم حسابها فالمعلومات تبقى كما هي. ولكن طرق الحساب السابقة الذكر من شأنها أن تبعد الباحث قدر الإمكان عن الأحكام الشخصية والذاتية، وتضفي على الدراسة طابع المصداقية والموضوعية، كما تؤدي إلى توحيد نتائج تفريغ البيانات في الجداول الإحصائية على الجميع.

مثال: البيانات التالية تمثل الأجر اليومي لستين عاملا صنف1 مع اختلاف في الترقية (بـ: د. ج):

140	250	450	560	370	250	270	300	700	100
370	180	510	140	220	270	190	450	150	60
340	170	320	150	490	300	490	170	640	370
460	230	490	190	160	690	450	260	600	160
100	60	370	370	340	340	260	250	230	220
190	170	160	180	320	320	300	270	150	140

المطلوب : 1- ترتيب هذه القيم تصاعديا .

2- تصنيف هذه القيم في جدول إحصائي مناسب .

الحل : 1- ترتيب القيم السابقة تصاعديا :

60 – 60 – 100 – 100 – 140 – 140 – 140 – 150 – 150 – 150 – 160 – 160 – 160 –
170 – 170 – 170 – 180 – 180 – 190 – 190 – 190 – 220 – 220 – 220 – 230 –
230 – 250 – 250 – 250 – 260 – 260 – 270 – 270 – 270 – 300 – 300 – 300 – 320
– 320 – 320 – 340 – 340 – 340 – 370 – 370 – 370 – 370 – 370 – 450 – 450 –
460 – 490 – 490 – 490 – 510 – 560 – 600 – 640 – 690 – 700 .

2- تصنيف القيم في جدول إحصائي مناسب:

يتطلب إنشاء جدول إحصائي في هذه الحالة (متغير إحصائي مستمر)، إيجاد الفئات ويتم البحث عنها بحساب عدد الفئات ثم طول وذلك على النحو الآتي:

- عدد الفئات: يتم حساب عدد الفئات وفق القاعدة الآتية(**Staurges**): $K = 1 + 3.322 \log(N)$

  أي أن: $k = 1 + 3.322 \log(60)$ ، ومنه: $k \approx 7$

  كما يمكن استخدام طريقة (**Yule**): $K = 2.5\sqrt[4]{N}$ أي أن: $k = 2.5\sqrt[4]{60}$ ، ومنه: $k \approx 7$

- حساب طول الفئة: تحسب طول الفئة بالقاعدة : $L = \frac{R}{K}$ أي أن:

$$L = \frac{R}{K} = \frac{Xmax - Xmin}{K} = \frac{700-60}{6.91} \approx 93$$

- إنشاء الجدول :

مراكز الفئات: c_i	عدد العمال(التكرارات: n_i)	العلامات	الأجور (الفئات: e_i)
106.5	10		[60 , 153[
199.5	16		[153 , 246[
292.5	14		[246 , 339[
385.5	08		[339 , 432[
478.5	07		[432 , 525[
571.5	02		[525 , 618[
664.5	03		[618 , 711[
	60		$\sum$ (المجموع)

4- أنواع التوزيعات التكرارية:

يطلق التكرار المطلق على كل التكرارات السابقة، فعندما نطلق كلمة تكرار فإن المقصود منها التكرار المطلق، كما توجد عدة أنواع من التوزيعات التكرارية نوردها فيما يلي :

4-1- التكرارات النسبية (f_i): التكرار النسبي هو حاصل قسمة كل تكرار من تكرارات المتغير الإحصائي على العدد الإجمالي للتكرارات، أي أن : $f_i = \frac{n_i}{N}$ (f_i: هو التكرار النسبي) حيث أن : N $= \sum_{i=1}^{i=k} n_i$ مع العلم أن : $\sum_{i=1}^{i=k} f_i = 1$

4-2- التكرارات النسبية المئوية($f_i\%$): لحساب النسبة المئوية لقيم المتغير الإحصائي، نحسب التكرارات النسبية لهذا المتغير، ثم نضرب قيم هذه التكرارات النسبية في العدد 100

أي أن : $f_i\% = f_i \times 100$ ، مع العلم أن: $\sum_{i=1}^{i=k} f_i\,\% = 100\%$

تكمن أهمية التكرارات النسبية في تقليص البيانية الإحصائية عندما يكون عدد القيم كبيرا، بينما تكمن أهمية التكرارات النسبية المئوية في إظهار بشكل أوضح مختلف البيانية الإحصائية عندما يكون عدد القيم صغيرا.

4-3- التكرارات المتجمعة: يمكن تجميع التكرارات المطلقة، ومعرفة عدد المفردات التي قيمتها أقل من قيمة معينة، أو عدد المفردات التي قيمتها أكثر من قيمة معينة، وعلى هذا الأساس نكون أمام نوعين من التكرارات المتجمعة، يتم توضيحهما فيما يلي :

أ- **التكرارات المتجمعة الصاعدة** ($n_i\uparrow$) : يتم الحصول على قيمة التكرار المتجمع الصاعد بجمع تكرار هذه القيمة وتكرار القيم السابقة لها، (الجمع من أعلى الجدول إلى أسفل) أي أن التكرار المتجمع الصاعد يمثل مجموع القيم التي **تقل** قيمتها الإحصائية عن الحد الأعلى للمتغير الإحصائي.

ب-**التكرارات المتجمعة النازلة**($n_i\downarrow$): يتم الحصول على قيمة التكرار المتجمع الصاعد بجمع تكرار هذه القيمة وتكرارات القيم الأكبر منها، (الجمع من أسفل الجدول إلى أعلاه أو وضع المجموع في الخانة الأولى ثم نقوم بالطرح من أعلى الجدول إلى أسفله) أي أن التكرار المتجمع النازل يمثل مجموع القيم التي **تزيد** قيمتها الإحصائية عن الحد الأدنى للمتغير الإحصائي.

4-4- التكرارات المتجمعة النسبية: يمكن تجميع التكرارات النسبية أيضا بنفس طريقة التكرارات المطلقة، مع ملاحظة أن:

أ- **التكرارات النسبية المتجمعة الصاعدة** ($f_i\uparrow$): هو التكرار المتجمع الصاعد بالنسبة إلى التكرار الكلي،

أي أن: التكرار النسبي المتجمع الصاعد = $\frac{\text{التكرار المتجمع الصاعد}}{\text{التكرار الكلي}}$. بمعنى: $f_i\uparrow = \frac{n_i\uparrow}{N}$

ب-**التكرارات النسبية المتجمعة النازلة**($f_i\downarrow$): هو التكرار المتجمع النازل بالنسبة إلى التكرار الكلي، أي أن:

التكرار النسبي المتجمع النازل = $\frac{\text{التكرار المتجمع النازل}}{\text{التكرار الكلي}}$. بمعنى: $f_i\downarrow = \frac{n_i\downarrow}{N}$

4-5- التكرارات المتجمعة النسبية المئوية: يتم الحصول على التكرارات المتجمعة النسبية المئوية الصاعدة أو النازلة على النحو الآتي:

أ- التكرار المتجمع الصاعد النسبي المئوي ($f_i \uparrow \%$) = التكرار المتجمع الصاعد النسبي × 100.

بمعنى: $f_i \uparrow \% = f_i \uparrow \times 100$

ب- التكرار المتجمع النازل النسبي المئوي($f_i \downarrow \%$) = التكرار المتجمع النازل النسبي × 100.

بمعنى: $f_i \downarrow \% = f_i \downarrow \times 100$

ملاحظة: يمكن أن نسمي كل تكرار نسبي بالتواتر، وعليه فإن التكرار النسبي المتجمع الصاعد هو التواتر المتجمع الصاعد، والتكرار النسبي المتجمع النازل هو التواتر المتجمع النازل.

مثال: الجدول الآتي يبين عدد الإخوة لكل طالب في إحدى التخصصات بقسم الاقتصاد.

Σ (المجموع)	6	5	4	3	2	1	0	الإخوة
70	4	10	14	18	15	7	2	عدد الطلبة

المطلوب:

1- تكملة الجدول مبينا فيه: التكرارات، التكرارات المتجمعة، التكرارات المتجمعة النسبية.

2- حساب التكرارات النسبية المئوية، والتكرارات المتجمعة النسبية المئوية.

3- إيجاد عدد الطلبة الذين لديهم أقل من ثلاثة إخوة.

4- إيجاد عدد الطلبة الذين لديهم أكثر من ثلاثة إخوة.

5- إيجاد عدد الطلبة الذين لديهم أقل من أو يساوي ثلاثة إخوة.

6- إيجاد عدد الطلبة الذين لديهم أكثر من أو يساوي ثلاثة إخوة.

7- إيجاد نسبة الطلبة الذين لديهم أقل من أربعة إخوة.

8- إيجاد نسبة الطلبة الذين لديهم أكثر من أربعة إخوة.

الحل :

1- لاحظ الجدول أدناه.

عدد الإخوة	التكرارات		التكرارات المتجمعة		التكرارات المتجمعة النسبية	
x_i	مطلقة n_i	نسبية f_i	صاعدة $n_i\uparrow$	نازلة $n_i\downarrow$	التواتر الصاعد $f_i\uparrow$	التواتر النازل $f_i\downarrow$
0	2	0.03	2	70	0.03	1
1	7	0.10	9	68	0.13	0.97
2	15	0.21	24	61	0.34	0.87
3	18	0.26	42	46	0.60	0.66
4	14	0.20	56	28	0.80	0.40
5	10	0.14	66	14	0.94	0.20
6	4	0.06	70	4	1	0.06
$\sum$ (المجموع)	70	1	أقل من	أكثر من	أقل من	أكثر من

◄ يتم حساب التكرارات النسبية المئوية بالعلاقة: $f_i\% = f_i \times 100$ ، فمثلا النسبة المئوية لعدد الطلبة الذين لديهم أربعة إخوة هي : $0.20 \times 100 = 20\ \%$.(أي يتم الحصول على التكرارات النسبية المئوية بضرب كل قيم التكرارات النسبية f_i في العدد 100).

◄◄ يتم حساب التكرارات النسبية المئوية المتجمعة الصاعدة بالعلاقة: $f_i\uparrow\% = f_i\uparrow \times 100$ ، فمثلا النسبة المئوية لعدد الطلبة الذين لديهم أقل من أو يساوي أربعة إخوة هي: $0.80 \times 100 = 80\ \%$ (أي يتم الحصول على التكرارات النسبية المئوية المتجمعة الصاعدة بضرب كل قيم التكرارات النسبية المتجمعة الصاعدة $f_i\uparrow$ في العدد 100).

◄◄◄ يتم حساب التكرارات النسبية المئوية المتجمعة النازلة بالعلاقة: $f_i\downarrow\% = f_i\downarrow \times 100$، فمثلا النسبة المئوية لعدد الطلبة الذين لديهم أكبر من أو يساوي أربعة إخوة هي: $0.40 \times 100 = 40\ \%$ (أي يتم الحصول على التكرارات النسبية المئوية المتجمعة النازلة بضرب كل قيم التكرارات النسبية المتجمعة النازلة $f_i\downarrow$ في العدد 100).

2- عدد الطلبة الذين لديهم أقل من ثلاثة إخوة هو 24 طالبا (لاحظ عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$: $2 + 7 + 15 = 24$).

3- عدد الطلبة الذين لديهم أكثر من ثلاثة إخوة هو 28 طالبا (لاحظ عمود التكرار المتجمع النازل $n_i\downarrow$: $4 + 10 + 14 = 28$).

4- عدد الطلبة الذين لديهم أقل من أو يساوي ثلاثة إخوة هو 42 طالبا (لاحظ عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$: $2 + 7 + 15 + 18 = 42$).

5- عدد الطلبة الذين لديهم أكثر من أو تساوي ثلاثة إخوة هو 46 طالبا (لاحظ عمود التكرار المتجمع النازل $n_i\downarrow$: $4 + 10 + 14 + 18 = 46$).

6- نسبة الطلبة الذين لديهم أقل من أربعة إخوة هي 60 % (لاحظ التكرارات النسبية المئوية المتجمعة الصاعدة $f_i\uparrow\%$: $3\% + 10\% + 21\% + 26\% = 60\%$).

7- نسبة الطلبة الذين لديهم أكثر من أربعة إخوة هي 20 % (لاحظ التكرارات النسبية المئوية المتجمعة النازلة $f_i\downarrow\%$: $6\% + 14\% = 20\%$).

تمارين الفصل الثاني:

التمرين الأول:

البيانات الآتية تبين تقديرات 40 طالبا في مقياس الإحصاء الوصفي:

جيد　جيد جدا　ممتاز　مقبول　غير مرضي　مقبول　جيد جدا　غير مرضي　مقبول　جيد

ممتاز　غير مرضي　جيد جدا　ممتاز　جيد جدا　جيد　غير مرضي　غير مرضي　جيد　مقبول

جيد　غير مرضي　مقبول　جيد　غير مرضي　مقبول　جيد جدا　مقبول　مقبول　جيد

جيد　مقبول　غير مرضي　ممتاز　غير مرضي　جيد　مقبول　غير مرضي　مقبول　جيد

1- حدد المجتمع الإحصائي والوحدة الإحصائية .

2- حدد الصفة المدروسة وبيان طبيعتها.

3- رتب التقديرات ترتيبا تصاعديا.

4- شكل جدول إحصائي مبينا فيه ما يلي :

أ- التكرارات (المطلقة والنسبية)، والتكرارات النسبية المئوية .

ب- التكرارات المتجمعة (الصاعدة والنازلة)، التكرارات المتجمعة النسبية (الصاعدة والنازلة) والتكرارات المتجمعة النسبية المئوية (الصاعدة والنازلة) .

التمرين الثاني :

البيانات الآتية تبين المبيعات الأسبوعية من السيارات خلال 40 أسبوعا لإحدى وكالات سيارات Algérie Hyundai

0	2	1	0	2	2	1	1	0	4
3	0	2	4	2	0	3	0	1	1
3	2	1	2	2	1	1	2	1	3
1	3	1	2	1	1	2	2	1	3

المطلوب:

1- تحديد المتغيرة المدروسة وطبيعتها.

2- ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا.

3- تشكيل جدول إحصائي مبينا فيه ما يلي :

أ- التكرارات (المطلقة والنسبية)، والتكرارات النسبية المئوية .

ب- التكرارات المتجمعة (الصاعدة والنازلة)، التكرارات المتجمعة النسبية (الصاعدة والنازلة) والتكرارات المتجمعة النسبية المئوية (الصاعدة والنازلة).

4- إيجاد نسبة الأسابيع التي بيعت فيها أقل من ثلاث سيارات.

5- إيجاد نسبة الأسابيع التي بيعت فيها أكثر من سيارتين.

التمرين الثالث: البيانات الآتية تمثل إجمالي ما أنفقه 100 شخص خلال الشهر (الوحدة 10^3 دج):

75	60	70	54	65	59	64	55	55	45
71	63	55	62	49	74	52	52	77	59
57	64	45	45	63	60	40	40	71	76
60	60	47	65	41	73	62	54	57	72
66	54	51	57	57	54	42	72	61	64
57	55	48	69	51	77	60	48	55	69
78	63	52	62	43	66	56	53	67	72
57	68	49	67	58	50	70	57	49	71
59	53	58	49	56	61	47	68	56	69
74	61	57	50	47	58	50	48	62	73

المطلوب :

1- تحديد المتغيرة المدروسة وطبيعتها.

2- ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا.

3- تشكيل جدول إحصائي مبينا فيه ما يلي :

أ- التكرارات (المطلقة والنسبية)، والتكرارات النسبية المئوية .

ب- التكرارات المتجمعة (الصاعدة والنازلة)، التكرارات المتجمعة النسبية (الصاعدة والنازلة) والتكرارات المتجمعة النسبية المئوية (الصاعدة والنازلة).

4- تحديد نسبة الأشخاص الذين تزيد نفقاتهم الشهرية عن 60×10^3 د.ج .

5- تحديد نسبة الأشخاص الذين تقل نفقاتهم الشهرية عن 70×10^3 د.ج .

6- تحديد عدد الأشخاص الذين تتراوح نفقاتهم الشهرية بين 55×10^3 د.ج و70×10^3 د.ج .

7- تحديد عدد الأشخاص الذين تتراوح نفقاتهم الشهرية بين 60×10^3 د.ج و73×10^3 د.ج .

التمرين الرابع :

تمثل القيم الآتية مراكز الفئات لدراسة أجريت على أطوال لاعبي كرة السلة :

199.5   196.5   193.5   190.5   187.5   184.5   181.5

المطلوب :

1- تحديد طول الفئة .

2- إيجاد حدود الفئات .

التمرين الخامس :

أجريت دراسة لمعرفة عدد المتخرجين ونسبتهم المئوية، الحاصلين على مختلف الشهادات الجامعية من كلية الاقتصاد، في إحدى جامعات الوطن، وتم تدوين نتائج هذه الدراسة في الجدول الآتي :

الشهادة العلمية x_i	التكرارات	
	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي f_i
بكالوريا	n_1	0.45
ليسانس	60	
ماستر	n_3	0.23
دكتوراه	4	0.02
$\sum$ (المجموع)	N	F

1- أثبت أن مجموع التكرارات النسبية في أي توزيع تكراري يساوي 1، ثم استنتج قيمتي f_2 و F .

2- استنتج قيم كل من : n_1 و n_3 و N .

التمرين السادس :

تم إحصاء 40 فردا في إحدى المؤسسات العمومية، وذلك لمعرفة حالتهم المدنية، وحالتهم التعليمية، فتحصلنا على البيانات الآتية :

الحالة المدنية	الحالة التعليمية	الحالة المدنية	الحالة التعليمية	الحالة المدنية	الحالة التعليمية	الحالة المدنية	الحالة التعليمية
أعزب	أمي	أعزب	متعلم	متزوج	أمي	متزوج	متعلم
أعزب	متعلم	متزوج	متعلم	متزوج	متعلم	أعزب	متعلم
أرمل	متعلم	متزوج	متعلم	متزوج	متعلم	أرمل	متعلم
متزوج	متعلم	متزوج	أمي	أعزب	متعلم	متزوج	متعلم
متزوج	متعلم	أعزب	متعلم	متزوج	أمي	متزوج	متعلم
أعزب	متعلم	متزوج	متعلم	متزوج	متعلم	أعزب	متعلم
متزوج	أمي	متزوج	متعلم	متزوج	أمي	متزوج	متعلم
متزوج	متعلم	أرمل	متعلم	متزوج	متعلم	أعزب	أمي
متزوج	متعلم	متزوج	متعلم	متزوج	متعلم	أرمل	متعلم
أعزب	متعلم	متزوج	متعلم	أرمل	أمي	متزوج	متعلم

◄ صنف هذه البيانات في جدول تكراري مناسب ؟

حل تمارين الفصل الثاني :

حل التمرين الأول:

1- • المجتمع الإحصائي: كل الطلبة. • الوحدة الإحصائية: طالب.

2- • الصفة المدروسة: تقديرات الطلبة. • بيان طبيعتها: صفة كيفية (نوعية).

3- ترتيب التقديرات ترتيبا تصاعديا: غير مرضي – غير مرضي – غير مرضي – غير مرضي – غير مرضي – غير مرضي – غير مرضي – غير مرضي – غير مرضي – غير مرضي – غير مرضي – مقبول – مقبول – مقبول – مقبول – مقبول – مقبول – مقبول – مقبول – مقبول – مقبول – مقبول – جيد – جيد – جيد – جيد – جيد – جيد – جيد – جيد – جيد – جيد – جيد – جيد جدا – جيد جدا – جيد جدا – جيد جدا – جيد جدا – ممتاز – ممتاز – ممتاز – ممتاز .

4- الجدول الإحصائي متضمنا المطلبين – أ- و – ب –

تقديرات الطلبة x_i	التكرارات		التكرارات المتجمعة		التكرارات المتجمعة النسبية	
	مطلقة n_i	نسبية f_i	صاعدة $n_i\uparrow$	نازلة $n_i\downarrow$	التواتر الصاعد $f_i\uparrow$	التواتر النازل $f_i\downarrow$
غير مرضي	10	0.250	10	40	0.250	1
مقبول	11	0.275	21	30	0.525	0.750
جيد	10	0.250	31	19	0.775	0.475
جيد جدا	05	0.125	36	09	0.900	0.225
ممتاز	04	0.100	40	04	1	0.100
Σ (المجموع)	40	1	أقل من	أكثر من	أقل من	أكثر من

◀ يتم حساب التكرارات النسبية المئوية بالعلاقة: $f_i\,\% = f_i \times 100$ ، (أي يتم الحصول على التكرارات النسبية المئوية بضرب كل قيم التكرارات النسبية f_i في العدد 100).

◀◀ يتم حساب التكرارات النسبية المئوية المتجمعة الصاعدة بالعلاقة : $f_i\uparrow\% = f_i\uparrow \times 100$ ، (أي يتم الحصول على التكرارات النسبية المئوية المتجمعة الصاعدة بضرب كل قيم التكرارات النسبية المتجمعة الصاعدة $f_i\uparrow$ في العدد 100).

◀◀◀ يتم حساب التكرارات النسبية المئوية المتجمعة النازلة بالعلاقة: $f_i\downarrow\% = f_i\downarrow \times 100$، (أي يتم الحصول على التكرارات النسبية المئوية المتجمعة النازلة بضرب كل قيم التكرارات النسبية المتجمعة النازلة $f_i\downarrow$ في العدد 100).

حل التمرين الثاني :

1- • المتغيرة المدروسة: المبيعات الأسبوعية من السيارات.

• طبيعة المتغيرة المدروسة: متغيرة كمية متقطعة(منفصلة).

2- ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا:

0 – 0 – 0– 0 – 0 – 0 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1– 1 – 1 – 1 – 1– 1 – 1 –

2– 2 – 2 – 2– 2– 2 – 2 – 2 – 2 – 2– 2 – 2– 2 – 3 – 3 – 3 – 3– 3 – 3 – 4 – 4 .

3- الجدول الإحصائي متضمنا المطلبين – أ– و – ب –

قيم المبيعات	التكرارات		التكرارات المتجمعة		التكرارات المتجمعة النسبية	
x_i	n_i مطلقة	f_i نسبية	$n_i\uparrow$ صاعدة	$n_i\downarrow$ نازلة	التواتر الصاعد $f_i\uparrow$	التواتر النازل $f_i\downarrow$
0	06	0.15	06	40	0.15	1
1	14	0.35	20	34	0.50	0.85
2	12	0.30	32	20	0.80	0.50
3	06	0.15	38	08	0.95	0.20
4	02	0.05	40	02	1	0.05
Σ (المجموع)	40	1	أقل من	أكثر من	أقل من	أكثر من

◄ يتم حساب التكرارات النسبية المئوية بالعلاقة: $f_i\% = f_i \times 100$ ، (أي يتم الحصول على التكرارات النسبية المئوية بضرب كل قيم التكرارات النسبية f_i في العدد 100).

◄◄ يتم حساب التكرارات النسبية المئوية المتجمعة الصاعدة بالعلاقة : $f_i\uparrow\% = f_i\uparrow \times 100$ ، (أي يتم الحصول على التكرارات النسبية المئوية المتجمعة الصاعدة بضرب كل قيم التكرارات النسبية المتجمعة الصاعدة $f_i\uparrow$ في العدد 100).

◄◄◄ يتم حساب التكرارات النسبية المئوية المتجمعة النازلة بالعلاقة: $f_i\downarrow\% = f_i\downarrow \times 100$، (أي يتم الحصول على التكرارات النسبية المئوية المتجمعة النازلة بضرب كل قيم التكرارات النسبية المتجمعة النازلة $f_i\downarrow$ في العدد 100).

4- إيجاد نسبة الأسابيع التي بيعت فيها أقل من ثلاث سيارات: من الجدول السابق نرى بكل وضوح وسهولة أن نسبة الأسابيع التي بيعت فيها أقل من ثلاث سيارات هي : $0.80 \times 100 = 80\ \%$.

5-إيجاد نسبة الأسابيع التي بيعت فيها أكثر من سيارتين: من الجدول السابق نرى بكل وضوح وسهولة أن نسبة الأسابيع التي بيعت فيها أكثر من سيارتين هي : $0.20 \times 100 = 20\ \%$.

حل التمرين الثالث :

1- • المتغيرة المدروسة: النفقات الشهرية .

• طبيعة المتغيرة المدروسة: متغير كمي مستمر (متصل).

2-ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا: 40 – 40 – 41 – 42 – 43 – 45 – 45 – 45 – 47 – 47 – 47 – 48 – 48 – 48 – 49 – 49 – 49 – 49 – 50 – 50 – 50 – 51 – 51 – 52 – 52 – 52 – 53 – 53 – 54 – 54 – 54 – 54 – 55 – 55 – 55 – 55 – 55 – 56 – 56 – 56 – 57 –

57 – 57 – 57– 57 – 57 – 57 – 57 – 58 – 58 – 58 – 59 – 59 – 59 – 60 – 60 –

60 – 60 – 60 –61 – 61 – 61 – 62 – 62 – 62 – 62 – 63 – 63 – 63 – 64 – 64 –

64 – 65 – 65 – 66 – 66 – 67 – 67 – 68 – 68 – 69 – 69 – 69 – 70 – 70 – 71 –

71 – 71 – 72 – 72 – 72 – 73 – 73 – 74 – 74 – 75 – 76 – 77 – 77 – 78 .

3–تشكيل الجدول الإحصائي مبينا فيه المطلبين – أ – و – ب –

← حساب عدد الفئات: لدينا : $K = 1 + 3.322 \log(N)$ ومنه: $K = 1 + 3.322 \log(100)$ ،

أي أن : $K = 7.644 \approx 8$.

← حساب طول الفئة : $L = \frac{R}{K}$ ، أي أن : $L = \frac{Xmax - Xmin}{K}$ ، ومنه : $L = \frac{78 - 40}{7.644}$ ،

إذن : $L = 4.97 \approx 5$.

← تشكيل الجدول:

الأجور	التكرارات		التكرارات المتجمعة		التكرارات المتجمعة النسبية	
(الفئات: e_i)	مطلقة n_i	نسبية f_i	صاعدة $n_i\uparrow$	نازلة $n_i\downarrow$	التواتر الصاعد $f_i\uparrow$	التواتر النازل $f_i\downarrow$
[40 , 45[	05	0.05	05	100	0.05	1
[45 , 50[	13	0.13	18	95	0.18	0.95
[50 , 55[	14	0.14	32	82	0.32	0.82
[55 , 60[	22	0.22	54	68	0.54	0.68
[60 , 65[	18	0.18	72	46	0.72	0.46
[65 , 70[	11	0.11	83	28	0.83	0.28
[70 , 75[	12	0.12	95	17	0.95	0.17
[75 , 80]	05	0.05	100	05	1	0.05
Σ (المجموع)	100	1	أقل من	أكثر من	أقل من	أكثر من

◄ يتم حساب التكرارات النسبية المئوية بالعلاقة: $f_i\% = f_i \times 100$ ، (أي يتم الحصول على التكرارات النسبية المئوية بضرب كل قيم التكرارات النسبية f_i في العدد 100).

◄◄ يتم حساب التكرارات النسبية المئوية المتجمعة الصاعدة بالعلاقة : $f_i\uparrow\% = f_i\uparrow \times 100$ ، (أي يتم الحصول على التكرارات النسبية المئوية المتجمعة الصاعدة بضرب كل قيم التكرارات النسبية المتجمعة الصاعدة $f_i\uparrow$ في العدد 100).

◄◄◄ يتم حساب التكرارات النسبية المئوية المتجمعة النازلة بالعلاقة: $f_i\downarrow \times 100 = f_i\downarrow \%$
(أي يتم الحصول على التكرارات النسبية المئوية المتجمعة النازلة بضرب كل قيم التكرارات النسبية المتجمعة النازلة $f_i\downarrow$ في العدد 100).

4-نسبة الأشخاص الذين تزيد نفقاتهم الشهرية عن 60×10^3 د.ج هي: $0.46 \times 100 = 46\ \%$.

5-نسبة الأشخاص الذين تقل نفقاتهم الشهرية عن 70×10^3 د.ج هي: $0.83 \times 100 = 83\ \%$.

6- عدد الأشخاص الذين تتراوح نفقاتهم الشهرية بين 55×10^3 د.ج و70×10^3 د.ج هو:51 شخصا لأن: الفئة]60 , 55] تحتوي على 22 شخصا ، والفئة]65 , 60] تحتوي على 18 شخصا ، والفئة]70 - 65] تحتوي على 11 شخصا، وعليه فإن عدد الأشخاص هو: $22 + 18 + 11 = 51$ شخصا.

7-تحديد عدد الأشخاص الذين تتراوح نفقاتهم الشهرية بين 60×10^3 د.ج و73×10^3 د.ج :
الفئة]60,65] تضم 18 شخصا والفئة]65,70] تضم 11 شخصا، أما الفئة]70,73] فنجد أن: طول الفئة]70 , 75] تساوي 5 تحتوي على 12 شخصا، وطول الفئة]70 , 73] تساوي 3 تحتوي على X شخصا أي أن: $5 \rightarrow 12$ و $3 \rightarrow X$ ومنه : $X = \frac{12 \times 3}{5} = 7.2 \approx 7$ ، إذن عدد الأشخاص هو: $18 + 11 + 7 = 36$ شخصا.

حل التمرين الرابع :

1-تحديد طول الفئة :

طول الفئة هو القيمة المطلقة للفرق بين مركزي فئتين متتابعتين، أي أن: $L = |C_i - C_{i+1}|$ ، ومنه :
$L = |181.5 - 184.5| = 3$ ، نلاحظ أن الفئات متساوية الطول لأن :

$$|181.5 - 184.5| = |184.5 - 187.5| = \ldots\ldots = |196.5 - 199.5| = 3$$

2-إيجاد حدود الفئات :

الحد الأدنى للفئة = مركز الفئة − $\frac{\text{طول الفئة}}{2}$ ، أي أن : $l_i = C_i - \frac{r_i}{2}$ ، ومنه : $l_1 = 181.5 - \frac{3}{2}$

الحد الأعلى للفئة= مركز الفئة + $\frac{\text{طول الفئة}}{2}$، أي أن: $l_{i+1} = C_i + \frac{r_i}{2}$ ، ومنه: $l_2 = 181.5 + \frac{3}{2}$

إذن : $l_1 = 180$ و $l_2 = 183$.

وبما أن الفئات متساوية الطول، وطول الفئة يساوي 3 فإن حدود الفئات هي:

[180 , 183 [; [183 , 186 [; [186 , 189 [; [189 , 192 [; [192 , 195 [;
[195 , 198 [; [198 , 201]

حل التمرين الخامس:

1- ◄ إثبات أن مجموع التكرارات النسبية في أي توزيع تكراري يساوي 1:

حسب العلاقة : $f_i = \frac{n_i}{N}$ فإن: $f_1 + f_2 + f_3 + \ldots\ldots + f_k = \frac{n_1}{N} + \frac{n_2}{N} + \frac{n_3}{N} + \cdots + \frac{n_k}{N}$

$$= \frac{n_1+n_2+n_3+ \ldots\ldots +n_k}{N} = \frac{N}{N} = 1 \quad : \quad N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$$

ومنه : $f_1 + f_2 + f_3 + \ldots\ldots + f_k = 1$ ، أي أن : $\sum_{i=1}^{i=k} f_i = 1$

◄◄ استنتاج قيمتي f_2 و F :

$F = \sum_{i=1}^{i=4} f_i = 1$ ، ولدينا : $f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 1$ بالتعويض نجد :

$0.45 + f_2 + 0.23 + 0.02 = 1$ ، أي أن : $f_2 = 1 - (0.23 + 0.02 + 0.45)$

ومنه : $f_2 = 0.30$

2- استنتاج قيم كل من : n_1 و n_3 و N :

◄ لدينا : $\frac{4}{N} = 0.02$ ومنه : $N = \frac{4}{0.02}$ أي أن : $N = 200$

◄◄ لدينا : $\frac{n_1}{N} = 0.45$ ومنه : $n_1 = 0.45 \times N$ أي أن : $n_1 = 90$

◄◄◄ لدينا : $\frac{n_3}{N} = 0.23$ ومنه : $n_3 = 0.23 \times N$ أي أن : $n_3 = 46$

حل التمرين السادس :

◄ تصنيف البيانات في جدول تكراري مناسب:

الجدول التكراري المناسب هو الجدول التكراري المزدوج، لوجود متغيرين كيفيين، وهما الحالة المدنية والحالة التعليمية، بحيث يحتوي المتغير الأول على ثلاث صفات وهي : متزوج، أعزب وأرمل، ويحتوي المتغير الثاني على صفتين وهما: أمي ومتعلم.

لدينا: 05 تكرارات لصفة متزوج وأمي، و02 تكرارات لصفة أعزب وأمي، و01 تكرار لصفة أرمل وأمي.

ولدينا أيضا: 20 تكرار لصفة متزوج ومتعلم، و08 تكرارات لصفة أعزب ومتعلم، و04 تكرارات لصفة أرمل ومتعلم.

وعليه يمكن تشكيل الجدول التكراري المزدوج الآتي :

الحالة المدنية X_i / الحالة التعليمية Y_i	متزوج x_1	أعزب x_2	أرمل x_3	$\sum$ المجموع
أمي y_1	05	02	01	08
متعلم y_2	20	08	04	32
$\sum$ المجموع	25	10	05	40

الفصل الثالث

العرض البياني للبيانات الإحصائية

تمهيد:

رغم ما توفره الجداول الإحصائية من معلومات جيدة عن الظاهرة محل الدراسة إلا أنها لا تزودنا بسرعة بفكرة واضحة ومختصرة وشاملة عن هذه الظاهرة، لذا نلجأ غالبا إلى تمثيل هذه الجداول بالرسومات البيانية والأشكال الهندسية، وهي طريقة أخرى لتمثيل وعرض البيانات الإحصائية. وتعتبر هذه الطريقة وسيلة مفيدة وفعالة للقيام بتحليل سريع ودقيق للظاهرة المدروسة، وتوضيح وشرح الحقائق الرقمية، وإبراز العلاقة بين المتغيرات واستقرار اتجاهاتها العامة، بأسلوب يسهل فهمه وتذكره بمجرد النظر للظاهرة المزمع دراستها، إذ يمكن من تحليلها ومراقبتها والتعليق عليها، وهي أكثر وضوحا وتعبيرا من الجداول الإحصائية، ومن أهم فوائده التلخيص، الاكتشاف، المراقبة، المقارنة، والبحث عن النتائج. وتختلف التماثيل البيانية باختلاف وتنوع البيانات المحصل عليها. واختيار أو تفضيل رسم بياني على آخر يرجع إلى طبيعة الصفة المدروسة وإلى مقتضيات الدراسة في حد ذاتها، وتعتمد معظم التماثيل البيانية على النتيجة الآتية: مهما تكن النقطة M من المستوي، إذا كان x العدد الذي تمثله المسقط العمودي للنقطة M على محور الفواصل و y العدد الذي تمثله المسقط العمودي للنقطة M على محور التراتيب تكون إحداثيي (x, y) النقطة M وتكتب $M\ (x, y)$. وتستخدم أنواع مختلفة ومتعددة للعرض البياني حسب نوع المتغير المدروس، وسوف نصنفها على النحو الآتي:

1- الرسوم البيانية الخاصة بالصفة الكيفية: توجد عدة طرق لتمثيل البيانات الإحصائية بيانيا والخاصة بالصفة الكيفية، وسوف نقتصر على ذكر أهمها فيما يلي:

1-1- المخطط الدائري: يتم رسم الدائرة بعد اختيار نصف قطر مناسب لها، وتحسب الزاوية المقابلة لكل قطر من العلاقة الآتية :

زاوية القطاع = $\frac{\text{تكرار الخاصية}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360°$ أي أن : $x_i = f_i \times 360°$ ، ويراعى أن يكون مجموع زوايا القطاعات المختلفة مساويا لـ $360°$.

مثال: الجدول الآتي يبين عدد السيارات المسجلة في أحد البلدان إلى سنة ما، مقسم حسب نوع السيارات.

نوع السيارات	السيارات السياحية	الشاحنات	الأنواع الأخرى	المجموع
عدد السيارات	2319048	400228	1251200	3970476

المطلوب: عرض البيانات باستخدام العرض الدائري ؟

الحل : ◄ نقوم بتحويل الأعداد السابقة إلى زوايا باستخدام العلاقة : $x_i = f_i \times 360°$ ، أي أن:

$x_1 = f_1 \times 360°$ ، ومنه : $x_1 = \frac{2319048}{3970476} \times 360°$ ⇐ $x_1 = 210°$.

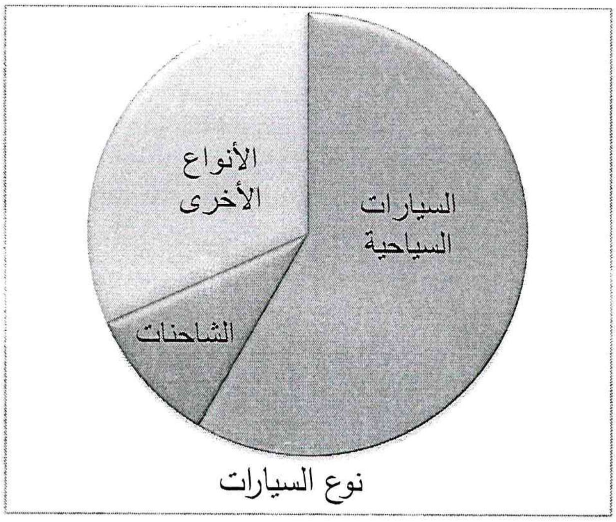
$x_2 = f_2 \times 360°$ ، ومنه : $x_2 = \frac{400228}{3970476} \times 360°$ ⇐ $x_2 = 36°$.

$x_3 = f_3 \times 360°$ ، ومنه : $x_3 = \frac{1251200}{3970476} \times 360°$ ⇐ $x_3 = 114°$.

◄ باستخدام القيم السابقة يتم الحصول على الجدول الآتي :

نوع السيارات	السيارات السياحية	الشاحنات	الأنواع الأخرى	Σ
	210°	36°	114°	360°

◄إنشاء المخطط الدائري :



ملاحظة: يمكن استبدال الدائرة بنصفها وفي هذه الحالة تكون الزاوية المركزية 180° ، أو يمكن استبدال الدائرة بربعها وفي هذه الحالة تكون الزاوية المركزية 90° .

1-2- المستطيلات البيانية: عبارة عن مجموعة من المستطيلات المتجاورة وغير المتلاصقة، بحيث كل عرض مستطيل متساو مع الآخر، بينما أطوالها تتناسب مع تكرار كل مفردة من مفردات الظاهرة محل الدراسة.

مثال : في أطار المشاركة العمالية في اتخاذ القرار وعلاقته بالرضا المهني، تم وضع استبيان لمعرفة أراء عينة من عمال مؤسسة عمومية، حول التوقيت المستمر للعمل، وتم تدوين البيانات الآتية:

$$\begin{array}{cccccccccc} I & D & F & I & F & I & I & F & D & F \\ F & I & D & F & I & F & D & F & I & D \\ D & F & F & I & I & F & F & I & I & F \\ F & I & F & I & D & F & D & F & F & F \\ I & F & D & F & I & F & I & I & D & I \end{array}$$

F: يرمز إلى موافق　　D: يرمز إلى غير موافق　　I: يرمز إلى محايد

المطلوب :1- إنشاء الجدول التكراري يحتوي على القيم والتكرارات المطلقة.

2- التمثيل البياني باستخدام المستطيلات البيانية.

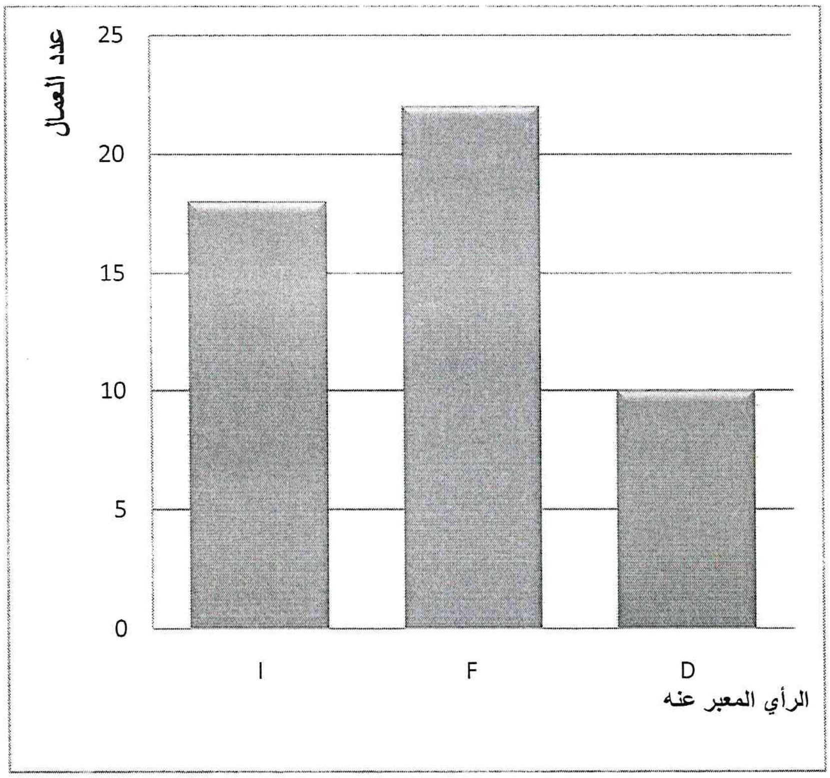
الحل : 1- إنشاء الجدول التكراري محتويا على القيم والتكرارات المطلقة.

◀ **فرز القيم :** *I - I - I - I - I - I - I - I - I - I - I - I - I - I - I - I - I - I - D - D - D - D - D - D - D - D - D - D - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F - F* .

◀أنشاء الجدول التكراري :

التكرار n_i	القيم x_i
18	*I*
22	*F*
10	*D*
50	$\sum$

2- التمثيل البياني باستخدام المستطيلات البيانية:



1-3- العمود المجزأ: هو عبارة عن مستطيل مجزأ إلى عدة أقسام، كل قسم يقابل إحدى تكرارات الظاهرة محل الدراسة.

مثال: الجدول الآتي يبين قيمة الواردات حسب الموانئ المسجلة في أحد البلدان إلى سنة ما، وفقا لإحصائيات اتجاهات التجارة الخارجية التي تعدها مصلحة الإحصاء والتعداد .

الموانئ	القيمة بإحدى العملات الأساسية ($\times 10^6$)
ميناء A	2330
ميناء B	710
ميناء C	250
المجموع	3290

المطلوب: 1– إنشاء الجدول التكراري يحتوي على القيم، والتكرارات المطلقة بنسب مؤوية.

2– التمثيل البياني باستخدام العمود المجزأ.

الحل: 1– إنشاء الجدول التكراري محتويا على القيم والتكرارات المطلقة بنسب مؤوية.

◄ التكرارات المطلقة بنسب مؤوية: $x_i = \frac{n_i}{N} \times 100\%$ أي أن: $x_i = f_i \times 100\%$ ومنه:

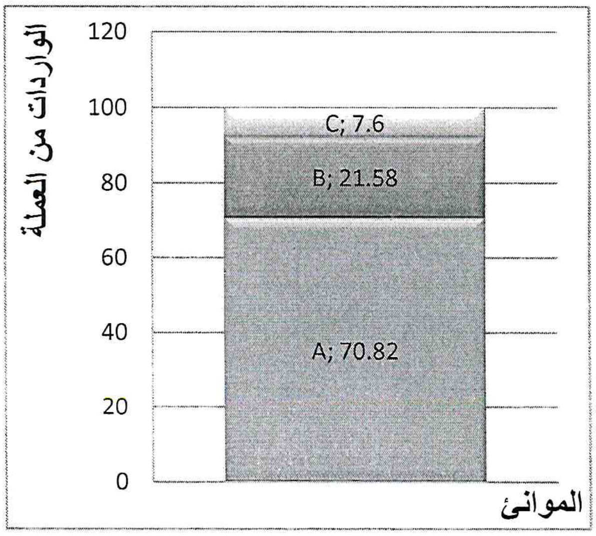
$$x_A = \frac{2330}{3290} \times 100\% \quad ، \quad x_B = \frac{710}{3290} \times 100\% \quad ، \quad x_C = \frac{250}{3290} \times 100\%$$

$$x_A = 70.82\ \% \quad ، \quad x_B = 21.58\ \% \quad ، \quad x_C = 07.60\ \%$$

◄ أنشاء الجدول التكراري :

التكرار% f_i	القيم x_i
70.82 %	A
21.58 %	B
07.60 %	C
100 %	$\sum$

2– التمثيل البياني باستخدام العمود المجزأ :



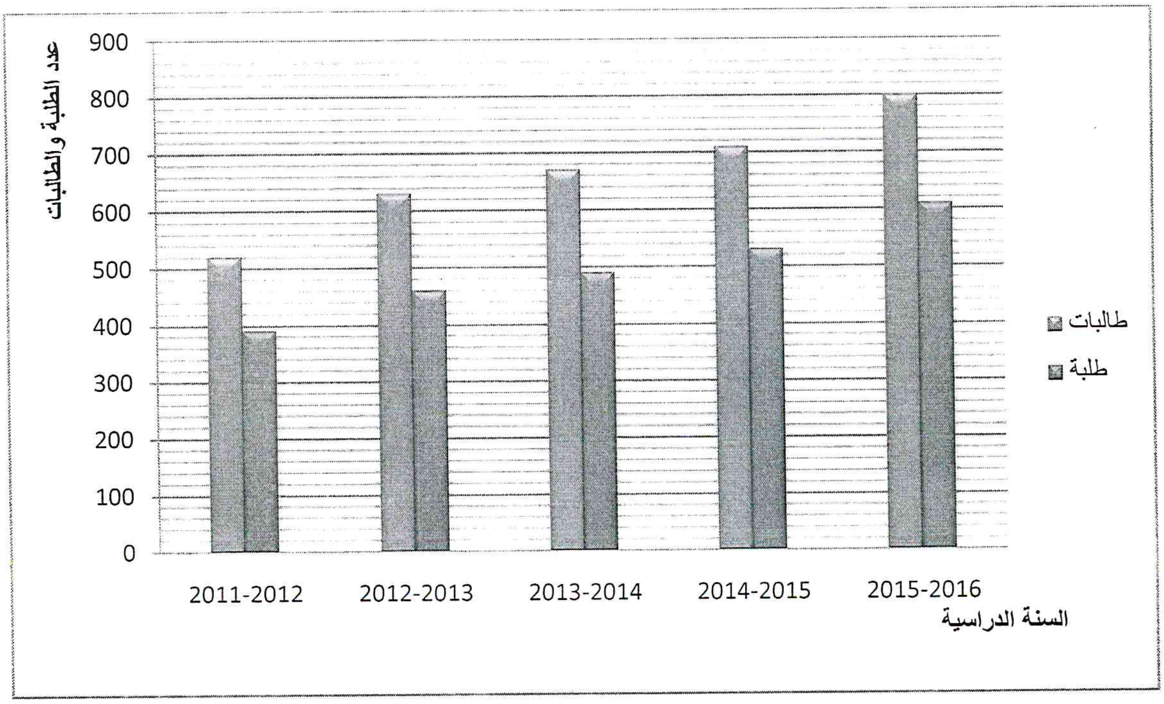
1-4- الأعمدة البيانية المزدوجة: يتم الحصول على الأعمدة البيانية المزدوجة برسم مستطيلين ملتصقين يمثلان قيم الظاهرتين المدروستين، بحيث يتناسب طول المستطيل مع التكرار المقابل له، على أن تكون قواعد المستطيلات متساوية، وكذلك المسافات بينها متساوية. وتستخدم هذه الأعمدة في دراسات المقارنة ذات بيانات مزدوجة لخواص مختلفة.

مثال: يوضح الجدول الأتي عدد الطلبة من كلا الجنسين في كلية الاقتصاد في إحدى جامعات الوطن في السنوات الدراسية الأخيرة.

السنة الدراسية		2012-2011	2013-2012	2014-2013	2015-2014	2016-2015
عدد الطلاب	طالبات	520	630	670	710	800
	طلبة	390	460	490	530	610

المطلوب: التمثيل البياني باستخدام الأعمدة البيانية المزدوجة.

الحل: إنشاء الرسم باستخدام الأعمدة البيانية المزدوجة.



2- الرسوم البيانية الخاصة بالصفة الكمية:

2-1- حالة متغير كمي متقطع (منفصل):

2-1-1. العرض البياني للتكرارات البسيطة:

أ- الأعمدة البسيطة: يتم الحصول على مخطط الأعمدة البسيطة، بوضع قيم المتغير الكمي المتقطع x_i على محور الفواصل، وقيم التكرارات n_i على محور التراتيب، ثم نعلم النقط التي إحداثياتها من الشكل

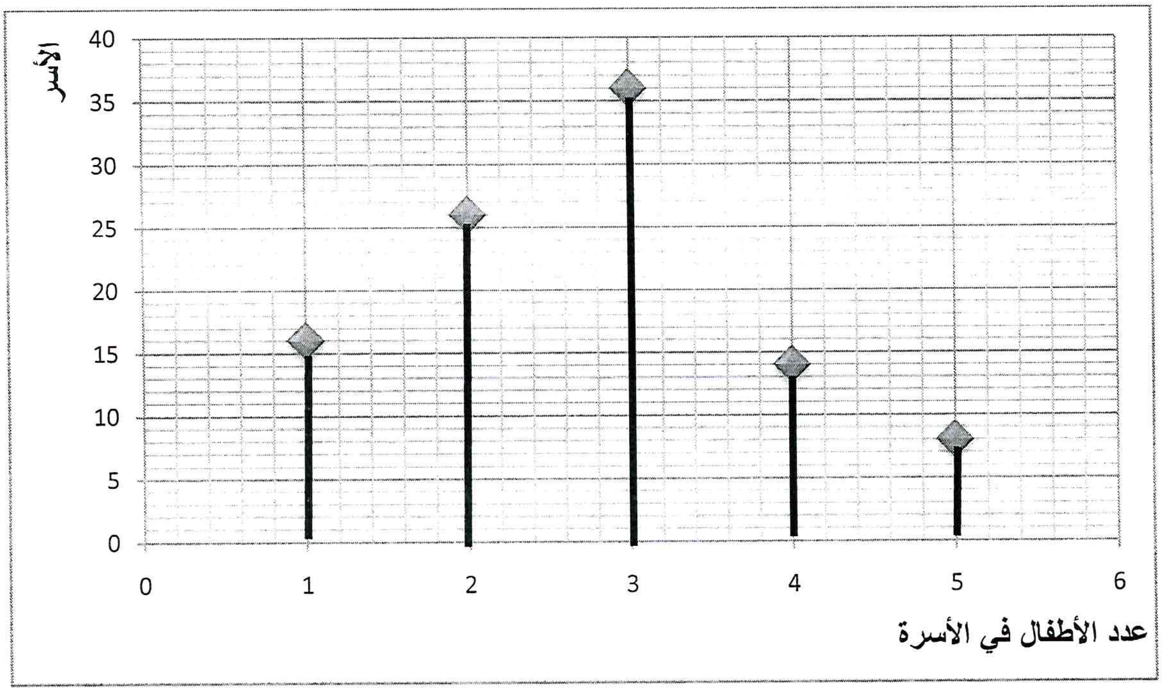
(n_i , x_i) على المعلم، ثم نصل كل نقطة من هذه النقط بمسقطها العمودي على محور الفواصل بواسطة قطعة مستقيمة، فنحصل على أعمدة شاقولية، وهذه الأعمدة تشكل المخطط بالأعمدة البسيطة للتكرارات.

مثال: يبيّن الجدول الآتي عدد الأطفال في العائلة لعينة تتألف من 100 أسرة.

عدد الأطفال في الأسرة x_i	1	2	3	4	5	Σ
التكرارات n_i	16	26	36	14	08	100

المطلوب: عرض هذه البيانات عن طريق الأعمدة البسيطة.

الحل: التمثيل البياني باستخدام الأعمدة البسيطة:

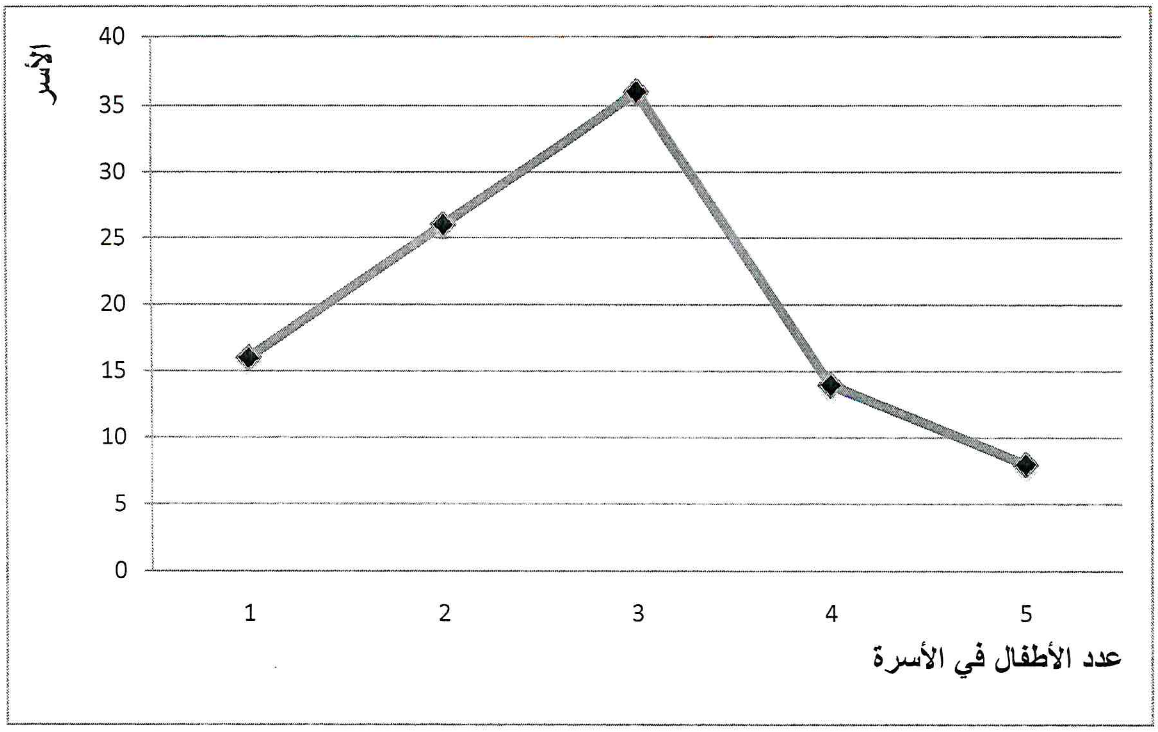


ب- الخطوط المنكسرة : يتم الحصول على مخطط الخطوط المنكسرة، بوضع قيم المتغير الكمي المتقطع x_i على محور الفواصل، وقيم التكرارات n_i على محور التراتيب، ثم نعلم النقط التي إحداثياتها من الشكل (n_i , x_i) على المعلم، ثم نصل كل نقطة بالنقطة التي تجاورها على شكل قطع مستقيمة، فنحصل على تمثيل بياني يشكل في مجمله المخطط بالخطوط المنكسرة للتكرارات.

مثال : نفس المثال السابق، الذي يمثل عدد الأطفال في العائلة لعينة تتألف من 100 أسرة.

المطلوب: عرض هذه البيانات عن طريق الخطوط المنكسرة.

الحل : التمثيل البياني باستخدام الخطوط المنكسرة:



2-1-2. العرض البياني للتكرارات المتجمعة (المتراكمة) :

أ- **العرض البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة:** عبارة عن قطع مستقيمة في شكل سلم تصاعدي أين تعبر كل قطعة منه على التكرار المتجمع الصاعد المقابل لقيمة المتغير، ويتم الحصول عليه بوضع قيم المتغير الكمي المتقطع x_i على محور الفواصل، وقيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ على محور التراتيب ، ثم نعلم النقط التي إحداثياتها من الشكل $(x_i \ , \ n_i\uparrow)$ على المعلم، ثم نرسم قطع مستقيمة موازية لمحور الفواصل معبر عنها بواسطة الدالة $f(x_i) = n_i\uparrow$ حيث : $x_i \leq f(x_i) \leq x_j$

ب-**العرض البياني للتكرارات المتجمعة النازلة:** عبارة عن قطع مستقيمة في شكل سلم تنازلي أين تعبر كل قطعة منه على التكرار المتجمع النازل المقابل لقيمة المتغير، ويتم الحصول عليه بوضع قيم المتغير الكمي المتقطع x_i على محور الفواصل، وقيم التكرارات المتجمعة النازلة $n_i\downarrow$ على محور التراتيب، ثم نعلم النقط التي إحداثياتها من الشكل $(x_i \ , \ n_i\downarrow)$ على المعلم، ثم نرسم قطع مستقيمة موازية لمحور الفواصل معبر عنها بواسطة الدالة $f(x_i) = n_i\downarrow$ حيث : $x_i \leq f(x_i) \leq x_j$

مثال: نفس المثال السابق، الذي يمثل عدد الأطفال في العائلة لعينة تتألف من 100 أسرة.

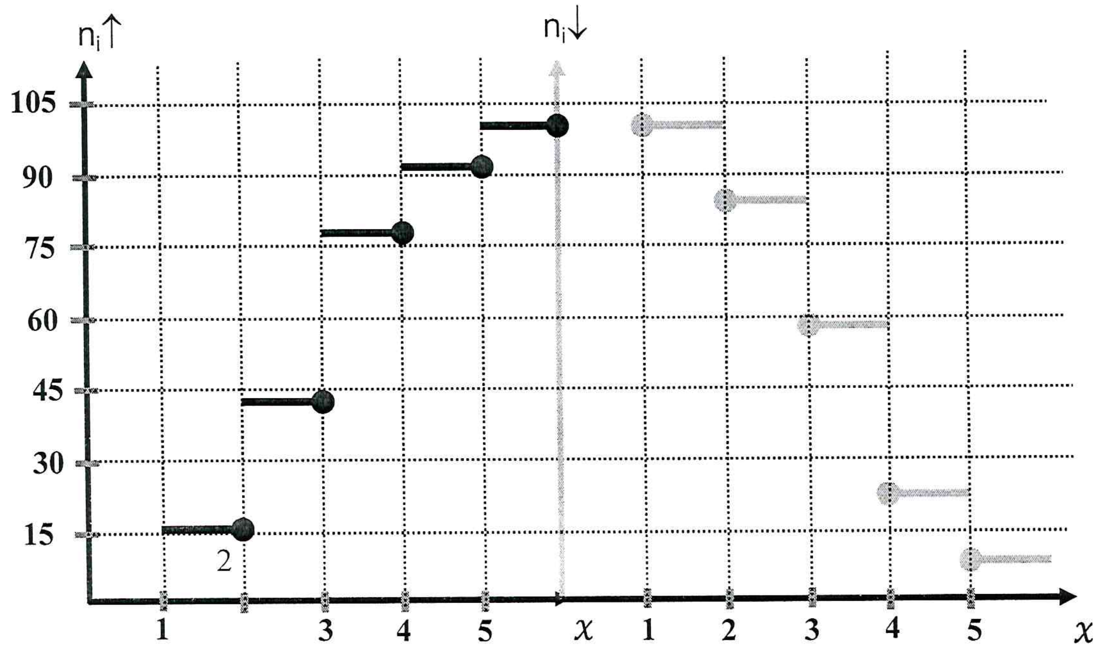
المطلوب: ■ إضافة على هذا الجدول التكراري التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة.

■ عرض هذه البيانات عن طريق مخطط التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة.

الحل :◄ إدراج التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة على الجدول التكراري السابق.

القيـم x_i	التكرارات n_i	التكرارات المتجمعة	
		$n_i\uparrow$ صاعدة	$n_i\downarrow$ نازلة
1	16	16	100
2	26	42	84
3	36	78	58
4	14	92	22
5	08	100	08
Σ (المجموع)	100	أقل من	أكثر من

◄ التمثيل البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة:



2-2- حالة متغير كمي مستمر(متصل):

2-2-1. العرض البياني للتكرارات البسيطة:

أ- **المدرج التكراري:** يندرج المدرج التكراري ضمن التمثيل البياني للجدول التكراري البسيط الخاص بالبيانات الكمية المستمرة، و هو عبارة عن مجموعة من المستطيلات المتجاورة العمودية والمتلاصقة، ويتم الحصول عليه بوضع الفئات e_i على محور الفواصل، وقيم التكرارات n_i على محور التراتيب، ثم نعلم النقط التي إحداثياتها (X , Y) على المعلم، حيث: طول الفئة $= X$ ، التكرارات$=Y$ ، أي $X = l$ ، $Y = n_i$ ، وعليه يتم تمثيل كل فئة بعمود ارتفاعه هو تكرار الفئة، طول قاعدته هو طول الفئة، ومساحته تتناسب مع تكرار الفئة، فنحصل على تمثيل بياني يشكل ما يسمى بالمدرج التكراري.

ملاحظة مهمة: لرسم المدرج التكراري لابد من مراعاة الفئات هل هي متساوية الطول أم غير متساوية الطول ؟ وعليه نميز حالتين:

الحالة الأولى: الفئات متساوية الطول: إذا كانت الفئات متساوية الطول، نقوم برسم المدرج التكراري بطريقة عادية ودون أي تعديل، والمثال الآتي يوضح ذلك :

مثال: يعطي الجدول التالي المساحات بالهكتار لقطع الأرض القابلة للزراعة، التابعة لإقليم من أقاليم دولة ما.

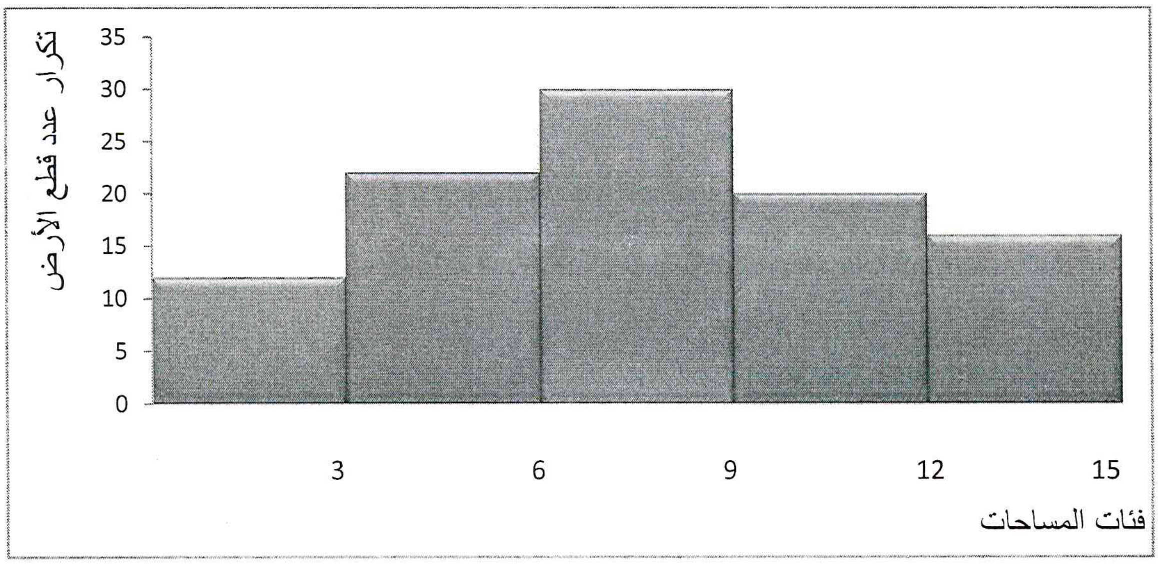
فئات المساحات e_i	[0 , 3[	[3 , 6[	[6 , 9[	[9 , 12[	[12 , 15]	Σ
عدد قطع الأرض n_i	12	22	30	20	16	100

المطلوب: عرض هذه البيانات عن طريق المدرج التكراري.

الحل: عرض البيانات عن طريق المدرج التكراري: بما أن الفئات متساوية الطول لأن:

($3 - 0 = 6 - 3 = 9 - 6 = 12 - 9 = 15 - 12 = \mathbf{3}$) أي أن طولها: $l = 3$ ، فإن

المدرج التكراري يتم رسمه دون أي تعديل على النحو الآتي :



الحالة الثانية: الفئات غير متساوية الطول: إذا كانت الفئات غير متساوية الطول تصبح قاعدة المقارنة غير ثابتة، لذا نقوم بعملية تعديل التكرارات، من أجل أن يكون هناك تناسب بين أطوال الفئات والتكرارات المقابلة لها، أي أنه إذا كان عرض المستطيل أكبر، وجب التقليص من طوله كي تبقى مساحة هذه المستطيلات متناسبة طردا مع تكرار الفئات، وهذا بعد أن نعتمد طولا جديدا كأساس للتصحيح، ويكون هذا الطول الجديد أكبر قاسم مشترك لأطوال الفئات أو الأكثر تكرار من بين أطوال الفئات. وتتم عملية التعديل وفق المعادلة الآتية:

$n_i^* = \frac{n_i}{l_i} \times l^*$ حيث : n_i^* : التكرار المعدل، n_i : التكرار الأصلي للفئة ، l_i : طول الفئة المقابل للتكرار الأصلي، l^*: طول الفئة المختار.

مثال: يبين الجدول الآتي توزيع عينة من 100 طالب حسب معدلهم العام في مقياس الإحصاء.

فئات الأجر e_i	[0 , 9[	[9 , 11[	[11 , 13[	[13 , 15[	[15 , 19[	Σ
عدد العمال n_i	18	24	30	16	12	100

المطلوب: عرض هذه البيانات عن طريق المدرج التكراري.

الحل: ◄ عرض البيانات عن طريق المدرج التكراري: بما أن الفئات غير متساوية نقوم بعملية التعديل:

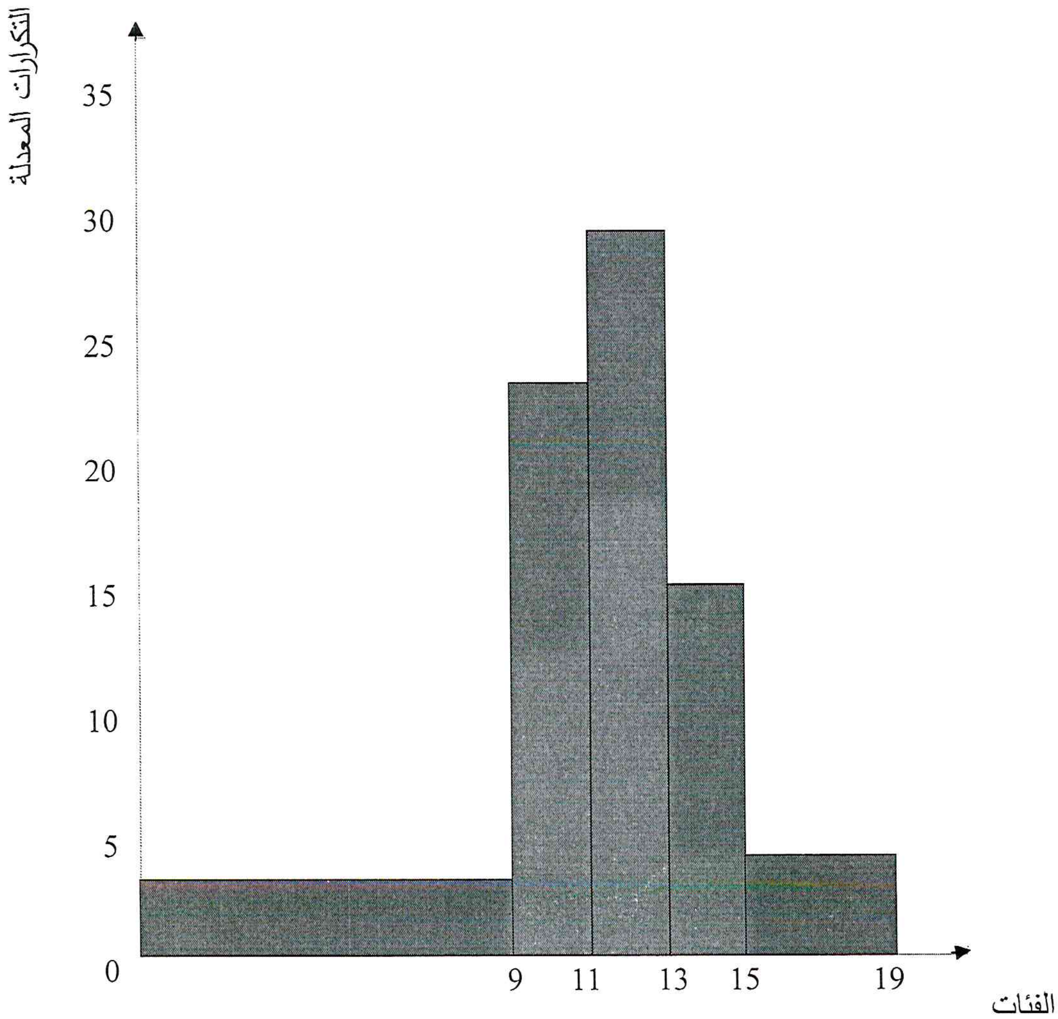
$l^*=2$ ، لأنه الأكثر تكرار من بين أطوال الفئات. نطبق العلاقة $n_i^* = \frac{n_i}{l_i} \times l^*$

$n_1^* = \frac{18}{9} \times 2 = 04$ ، $n_2^* = \frac{24}{2} \times 2 = 24$ ، $n_3^* = \frac{30}{2} \times 2 = 30$

$n_4^* = \frac{16}{2} \times 2 = 16$ ، $n_5^* = \frac{12}{4} \times 2 = 6$ ، وعليه نشكل الجدول التكراري الآتي :

فئات الأجر e_i	[0 , 9[	[9 , 11[	[11 , 13[	[13 , 15[	[15 , 19[
عدد العمال n_i	04	24	30	16	06

◄ تشكيل المدرج التكراري المعدل :



ب-**المضلع التكراري:** المضلع التكراري هو خط منكسر (مجموعة من القطع المستقيمة المتصلة والمنكسرة) يتشكل عن طريق إيصال النقط المتجاورة التي تمثل مراكز الفئات وتكراراتها، ثم غلقه عن طريق محور الفواصل.

بمعنى آخر: يتشكل المدرج التكراري عن طريق تعليم النقط ذات الإحداثيات(n_i , c_i) في المعلم حيث: c_i تمثل مراكز الفئات و n_i تمثل التكرارات المقابلة لهذه الفئات، ثم نقوم بتوصيل هذه النقط المتجاورة على شكل قطع مستقيمة، فيتم الحصول على خط منكسر، هذا الخط المنكسر لا يمثل المضلع التكراري إلا إذا قمنا بغلقه من طرفيه على المحور الأفقي، ويتم ذلك بإضافة فئة قبلية أي قبل الفئة الأولى وفئة بعدية أي بعد الفئة الأخيرة على بعد يساوي نصف طول الفئة، ترتيبهما معدومة وفاصلتهما مركزي هاتين الفئتين المفترضتين، ثم نقوم بغلق الخط المنكسر على محور الفئات، حينئذ يتشكل لدينا المضلع التكراري.

مثال: ليكن التوزيع التكراري الآتي الذي يمثل علامات 60 طالب في مقياس الإحصاء(التنقيط من 20):

الفئات e_i	[0 , 4[	[4 , 8[	[8 , 12[	[12 , 16[	[16 , 20]	Σ
التكرارات n_i	06	12	24	10	08	60

المطلوب: إنشاء المضلع التكراري .

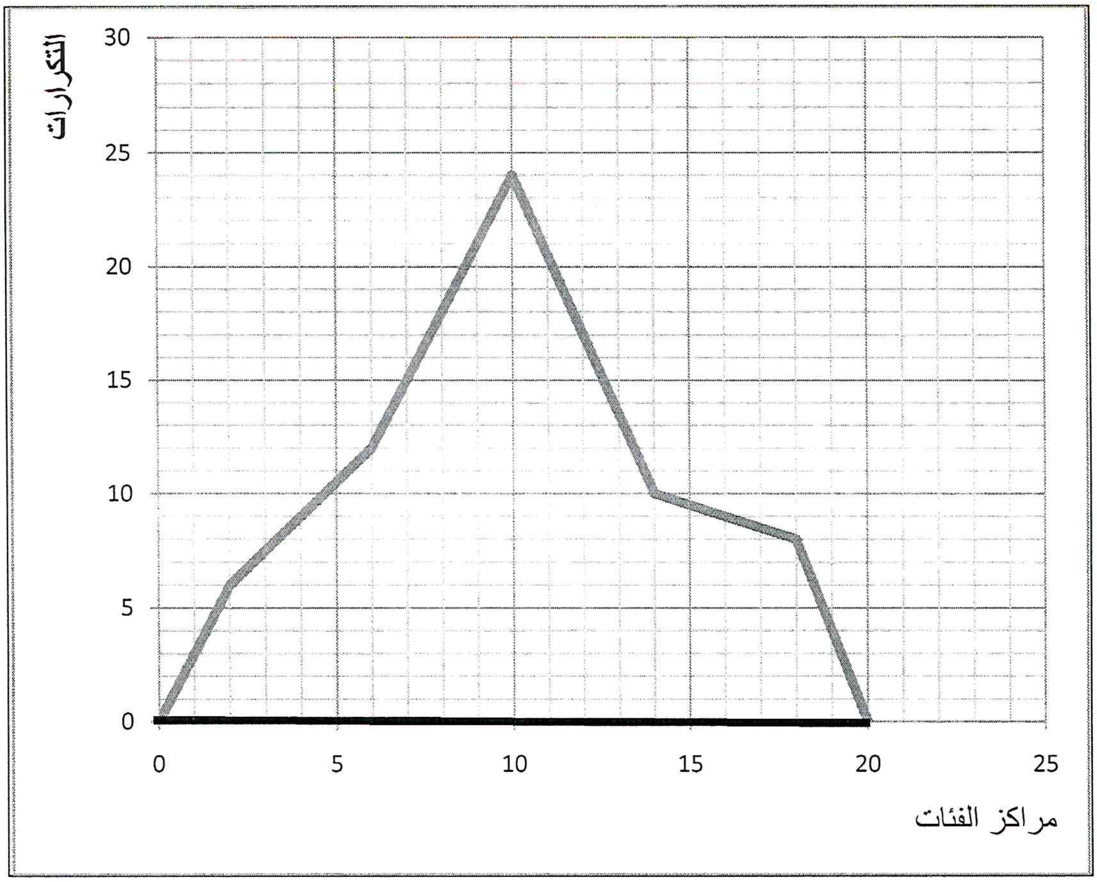
الحل:◄ نحسب مراكز الفئات :

مراكز الفئات ci	2	6	10	14	18
التكرارات ni	06	12	24	10	08

◄ الفئة القبلية هي : (0 , 0) .

◄ الفئة البعدية هي : (20 , 0) .

◄ بعد تعليم النقط (20 , 0), (18 , 8), (14 , 10), (10 , 24), (6 , 12), (2 , 6) , (0 , 0) في معلم، نقوم بتشكيل المضلع التكراري على النحو الآتي:



2-2-2. العرض البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة:

أ- **العرض البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة:** منحنى التكرار المتجمع الصاعد هو خط منكسر (مجموعة من القطع المستقيمة المتصلة والمنكسرة) يتشكل عن طريق إيصال النقط المتجاورة التي تمثل الحدود العليا للفئات وتكراراتها المتجمعة الصاعدة. بمعنى آخر: يتشكل منحنى التكرار المتجمع الصاعد عن طريق تعليم النقط ذات الإحداثيات($n_i\uparrow$ ، l_{i+1}) في المعلم حيث: l_{i+1} تمثل الحدود العليا للفئات و$n_i\uparrow$ تمثل التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة لهذه الفئات، ثم نقوم بتوصيل هذه النقط المتجاورة على شكل قطع مستقيمة، فيتم الحصول على خط منكسر يمثل منحنى التكرار المتجمع الصاعد.

ب- **العرض البياني للتكرارات المتجمعة النازلة:** منحنى التكرار المتجمع النازل هو خط منكسر (مجموعة من القطع المستقيمة المتصلة والمنكسرة) يتشكل عن طريق إيصال النقط المتجاورة التي تمثل الحدود الدنيا للفئات وتكراراتها المتجمعة النازلة. بمعنى آخر: يتشكل منحنى التكرار المتجمع النازل عن طريق تعليم النقط ذات الإحداثيات ($n_i\downarrow$ ، l_i) في المعلم حيث: l_i تمثل الحدود الدنيا للفئات و$n_i\downarrow$ تمثل التكرارات المتجمعة النازلة المقابلة لهذه الفئات، ثم نقوم بتوصيل هذه النقط المتجاورة على شكل قطع مستقيمة، فيتم الحصول على خط منكسر يمثل منحنى التكرار المتجمع النازل.

مثال: نأخذ المثال السابق الذي يمثل التوزيع التكراري لعلامات 60 طالب في مقياس الإحصاء.

المطلوب: 1- حساب التكرارات المتجمعة.

2- إنشاء منحنى التكرارات المتجمعة.

الحل :1- ◄ يتم حساب التكرارات المتجمعة (الصاعدة والنازلة) ضمن الجدول الآتي:

الفئات e_i	التكرارات n_i	التكرارات المتجمعة	
		صاعدة $n_i\uparrow$	نازلة $n_i\downarrow$
[0 , 4[	06	06	60
[4 , 8[	12	18	54
[8 , 12[	24	42	42
[12 , 16[	10	52	18
[16 , 20]	08	60	08
$\sum$ (المجموع)	60	أقل من	أكثر من

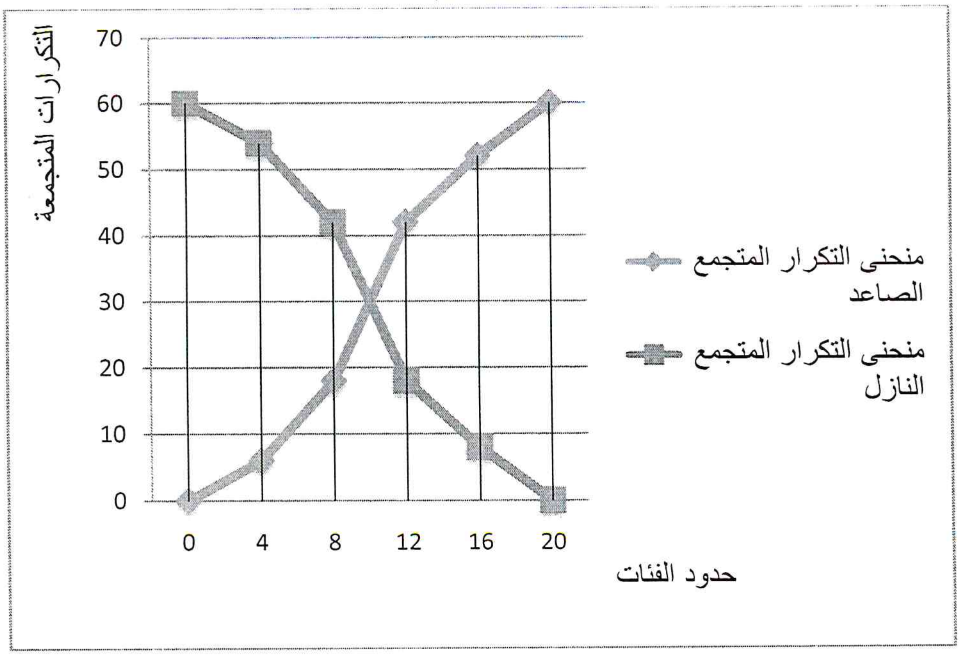
◄ نقاط منحنى التكرار المتجمع الصاعد هي :

(0 , 0) , (4 , 6), (8 , 18), (12 , 42) , (16 , 52), (20 , 60).

◄ نقاط منحنى التكرار المتجمع النازل هي :

(0 , 60) , (4 , 54), (8 , 42), (12 , 18) , (16 , 8), (20 , 0).

2- إنشاء منحنى التكرارات المتجمعة (الصاعدة والنازلة) :



تمارين الفصل الثالث:

التمرين الأول:

قامت إحدى الشركات بإحصاء مصروفات الإعلان بواسطة وسائل الإعلان المختلفة المتاحة لديها خلال إحدى السنوات، وتم تدوين البيانات الآتية (الوحدة : $\times 10^3$ د.ج) :

نوع الإعلان	الراديو	التلفزيون	الإنترنت	الجرائد	المجلات	أخرى	المجموع
مقدار التكلفة	14	26	40	18	12	10	120

1- أحسب التكرار النسبي والتكرار النسبي المئوي .

2- استخدم المستطيلات البيانية لتمثيل التوزيع النسبي المئوي لمصروفات الإعلان المحققة من طرف الشركة.

التمرين الثاني:

قامت إحدى المصالح التابعة لإحدى الكليات بجامعة ما، برصد عدد الغياب لعينة مكونة من 60 طالبا خلال بداية الدخول الجامعي، وتوصل إلى النتائج المدونة في الجدول الآتي:

عدد أيام الغياب	0	1	2	3	4	المجموع
عدد الطلاب	8	12	20	14	6	60

1- أكمل الجدول مبينا فيه: التكرارات، التكرارات المتجمعة، والتكرارات المتجمعة النسبية.

2- أحسب التكرارات النسبية المئوية، والتكرارات المتجمعة النسبية المئوية.

3- استخدم الخطوط المنكسرة، والتمثيل البياني للتكرارات المتجمعة لتمثيل كل من التوزيع النسبي المئوي، والتوزيع التجميعي النسبي المئوي لغياب هذه العينة من الطلبة.

4- استعمل المنحنى التجميعي النسبي المئوي، لإيجاد نسبة الطلبة الذين لديهم أقل تماما من ثلاث غياب.

5- استعمل المنحنى التجميعي النسبي المئوي لإيجاد نسبة الطلبة الذين لديهم أكثر تماما من غائبين.

التمرين الثالث:

الجدول التكراري الآتي يبين توزيع 60 بقرة في إحدى المزارع حسب كمية الحليب التي تنتجها في اليوم.

(الوحدة : اللتر) .

كمية الحليب	[14 , 18[	[18 , 22[	[22 , 26[	[26 , 30[	[30 , 34]	المجموع
عدد الأبقار	8	14	22	10	6	60

1- أكمل الجدول مبينا فيه: التكرارات، التكرارات المتجمعة، والتكرارات المتجمعة النسبية.

2- أحسب التكرارات النسبية المئوية، والتكرارات المتجمعة النسبية المئوية.

3- استخدم كل من المدرج التكراري والمضلع التكراري، والتمثيل البياني للتكرارات المتجمعة لتمثيل كل من التوزيع النسبي المئوي، والتوزيع التجميعي النسبي المئوي لكمية الحليب المنتجة.

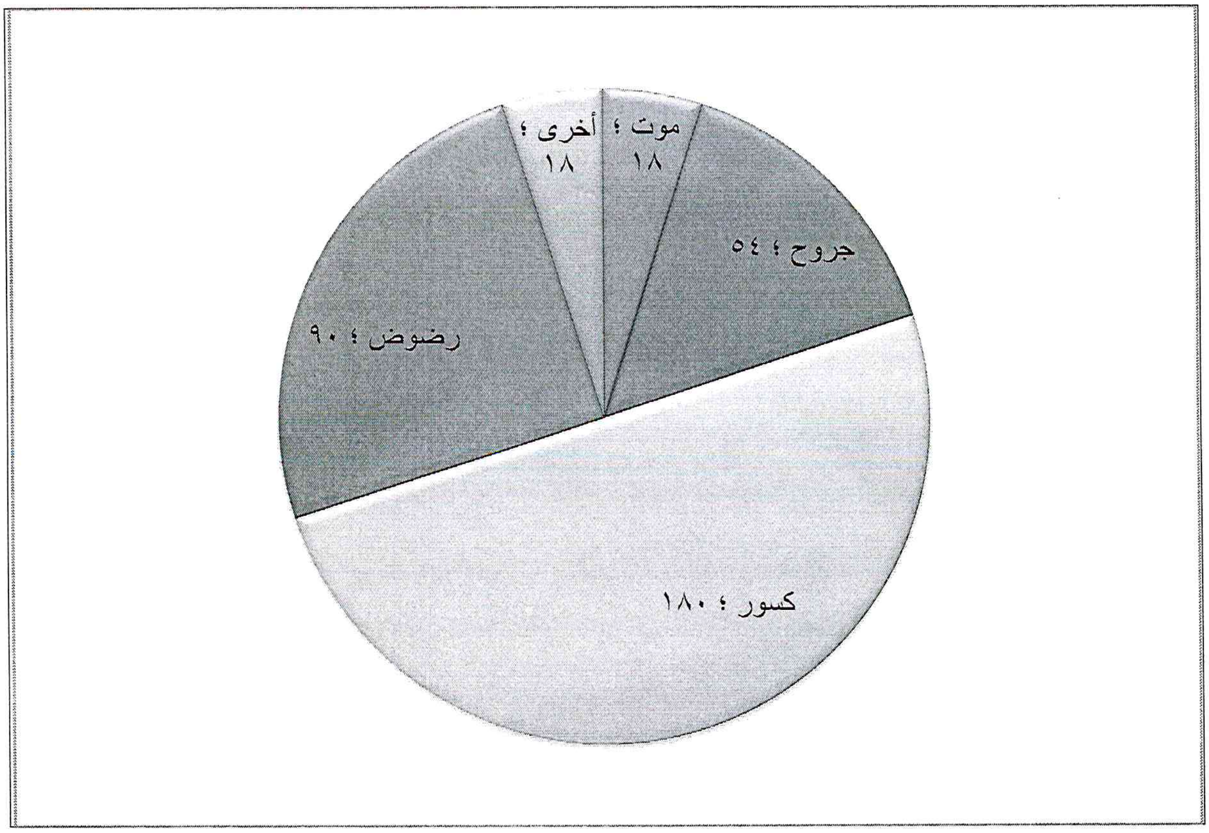
4- استعمل المنحنى التجميعي النسبي المئوي، لإيجاد نسبة الأبقار التي تنتج أقل من 26 لترا من الحليب يوميا.

5- استعمل المنحنى التجميعي النسبي المئوي لإيجاد نسبة الأبقار التي تنتج أكثر من 18 لترا من الحليب يوميا.

6- أحسب كل من مساحة المدرج التكراري والمضلع التكراري.

التمرين الرابع :

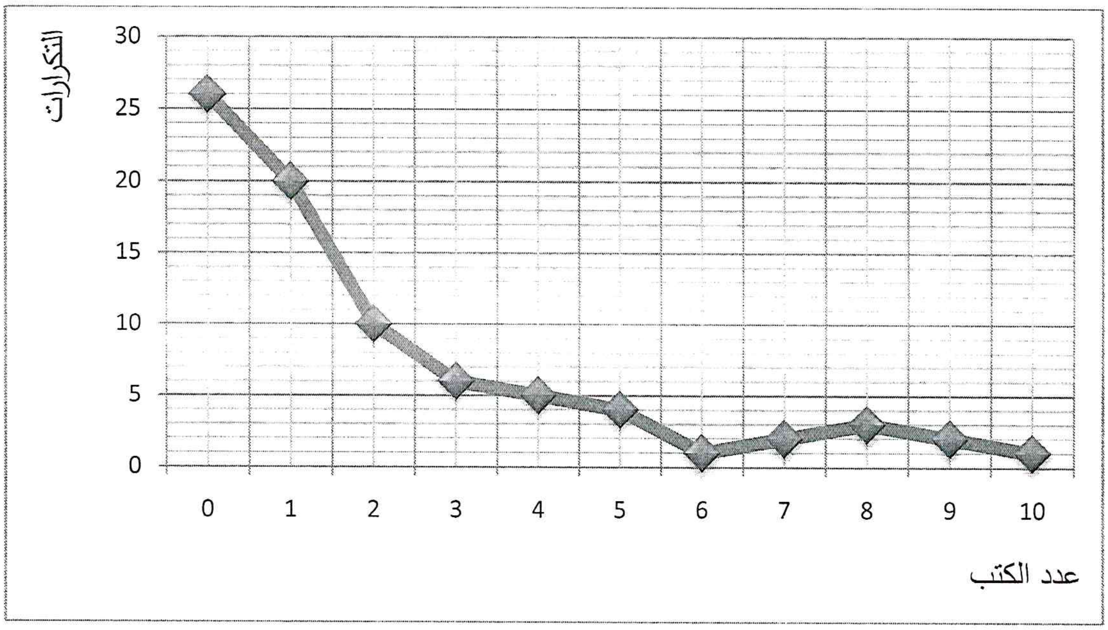
تمثل الدائرة النسبية الآتية التقرير الشهري لـ 200 حادث في قسم الإسعاف في إحدى مستشفيات القطاع العام التابع للدولة.



◄ شكل جدولا تكراريا مبينا فيه التكرارات (المطلقة والنسبية) والتكرارات النسبية المئوية.

التمرين الخامس :

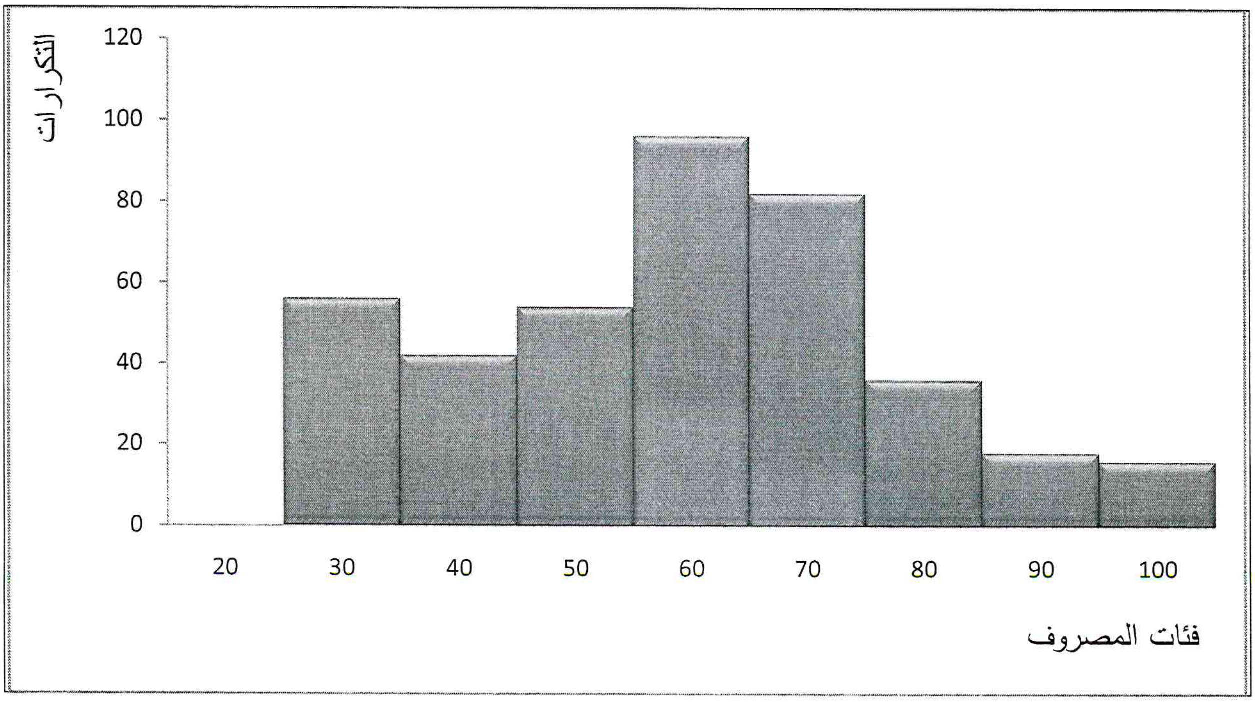
يمثل المخطط الآتي (الخطوط المنكسرة) عدد الكتب التي يقرؤها 80 شخصا في السنة الواحدة في إحدى المدن بالجمهورية الجزائرية .



◄ شكل جدولا تكراريا مبينا فيه التكرارات (المطلقة والنسبية) .

التمرين السادس :

سئل 400 طالب عن المصروف الشهري، الذي يفوق (في متوسطه) بكثير المنحة التي تخصصها لهم وزارة التعليم العالي، فتم تمثيل إجاباتهم ضمن المدرج التكراري الآتي: (الوحدة : 10^2 د.ج).



◄ شكل جدولا تكراريا مبينا فيه التكرارات (المطلقة والنسبية) .

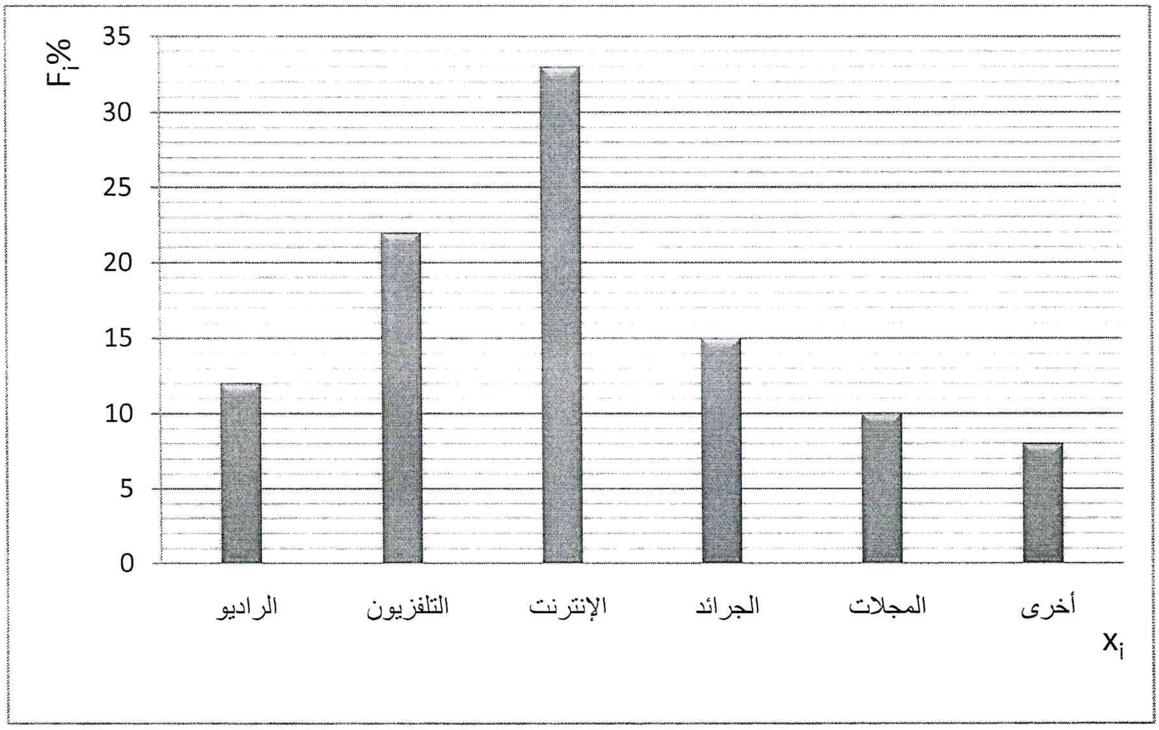
حل تمارين الفصل الثالث :

حل التمرين الأول:

1- حساب التكرار النسبي والتكرار النسبي المئوي:

	n_i		f_i %
الراديو	14	0.12	12%
التلفزيون	26	0.22	22%
الإنترنت	40	0.33	33%
الجرائد	18	0.15	15%
المجلات	12	0.10	10%
أخرى	10	0.08	8%
Σ	120	1	100%

2- استخدام المستطيلات البيانية لتمثيل التوزيع النسبي المئوي للمصروفات :



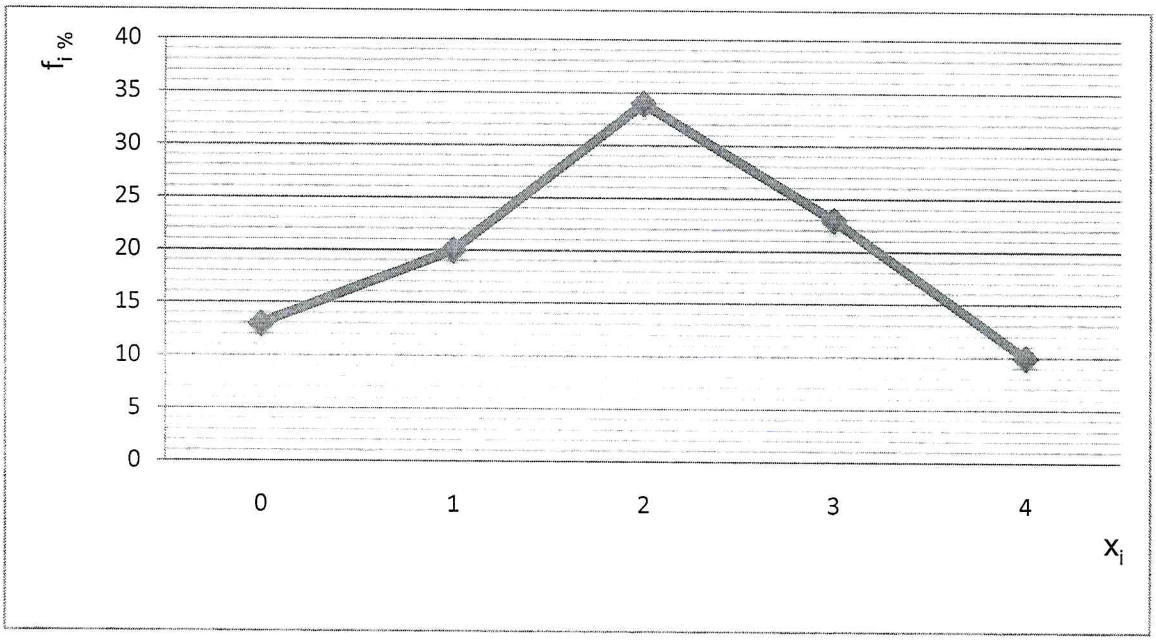
حل التمرين الثاني :

1- حساب التكرارات، التكرارات المتجمعة، والتكرارات المتجمعة النسبية.

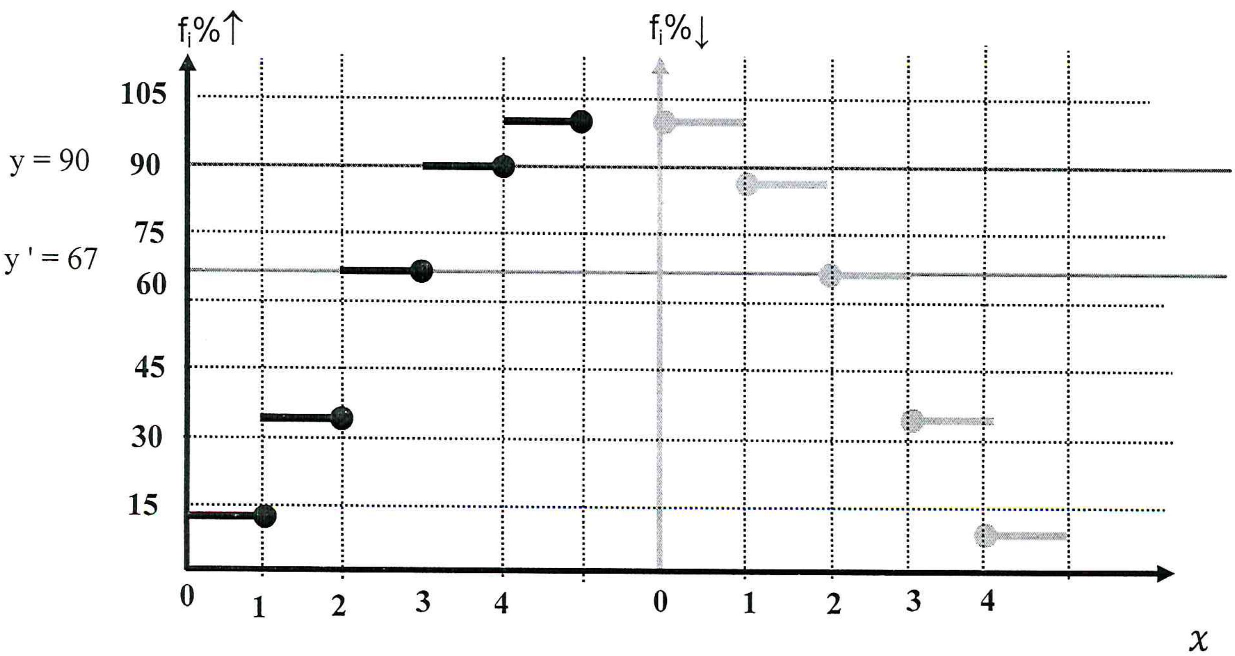
2- وحساب أيضا التكرارات النسبية المئوية، والتكرارات المتجمعة النسبية المئوية.

x_i	n_i		f_i %	$n_i\uparrow$	$n_i\downarrow$	$f_i\uparrow$	f_i %↑	$f_i\downarrow$	f_i %↓
0	8	0.13	13 %	8	60	0.13	13%	1	100%
1	12	0.20	20 %	20	52	0.34	34%	0.87	87%
2	20	0.34	34 %	40	40	0.67	67%	0.67	67%
3	14	0.23	23 %	54	20	0.90	90%	0.34	34%
4	6	0.10	10 %	60	6	1	100%	0.10	10%
Σ	60	1	100 %	أقل من	أكثر من	أقل من	أقل من	أكثر من	أكثر من

3- ◄ استخدام الخطوط المنكسرة لتمثيل التوزيع النسبي المئوي :



◄◄ استخدام التمثيل البياني للتكرارات المتجمعة لتمثيل التوزيع التجميعي النسبي المئوي لغياب الطلبة:



4- استعمال المنحنى التجميعي النسبي المئوي، لإيجاد نسبة الطلبة الذين لديهم أقل تماما من ثلاث غياب:

نستعمل النسب المئوية للمتجمع الصاعد، فنرسم المستقيم ذو المعادلة: $y = 90$ الموازي لمحور الفواصل، فنجد أن نسبة الطلبة الذين لديهم أقل تماما من ثلاث غياب هي : 67% .

5- استعمال المنحنى التجميعي النسبي المئوي لإيجاد نسبة الطلبة الذين لديهم أكثر تماما من غائبين:

نستعمل النسب المئوية للمتجمع النازل، فنرسم المستقيم ذو المعادلة: $y' = 67$ الموازي لمحور الفواصل، فنجد أن نسبة الطلبة الذين لديهم أكثر تماما من غائبين هي : 34% .

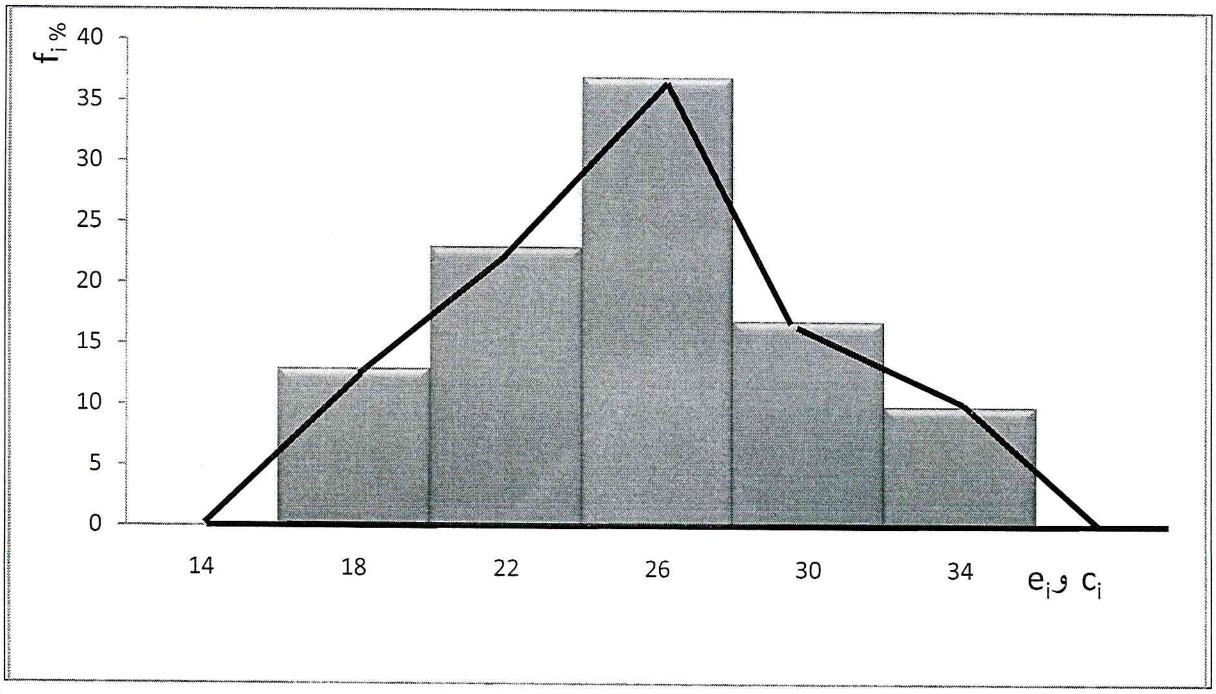
حل التمرين الثالث :

1- حساب التكرارات، التكرارات المتجمعة، والتكرارات المتجمعة النسبية.

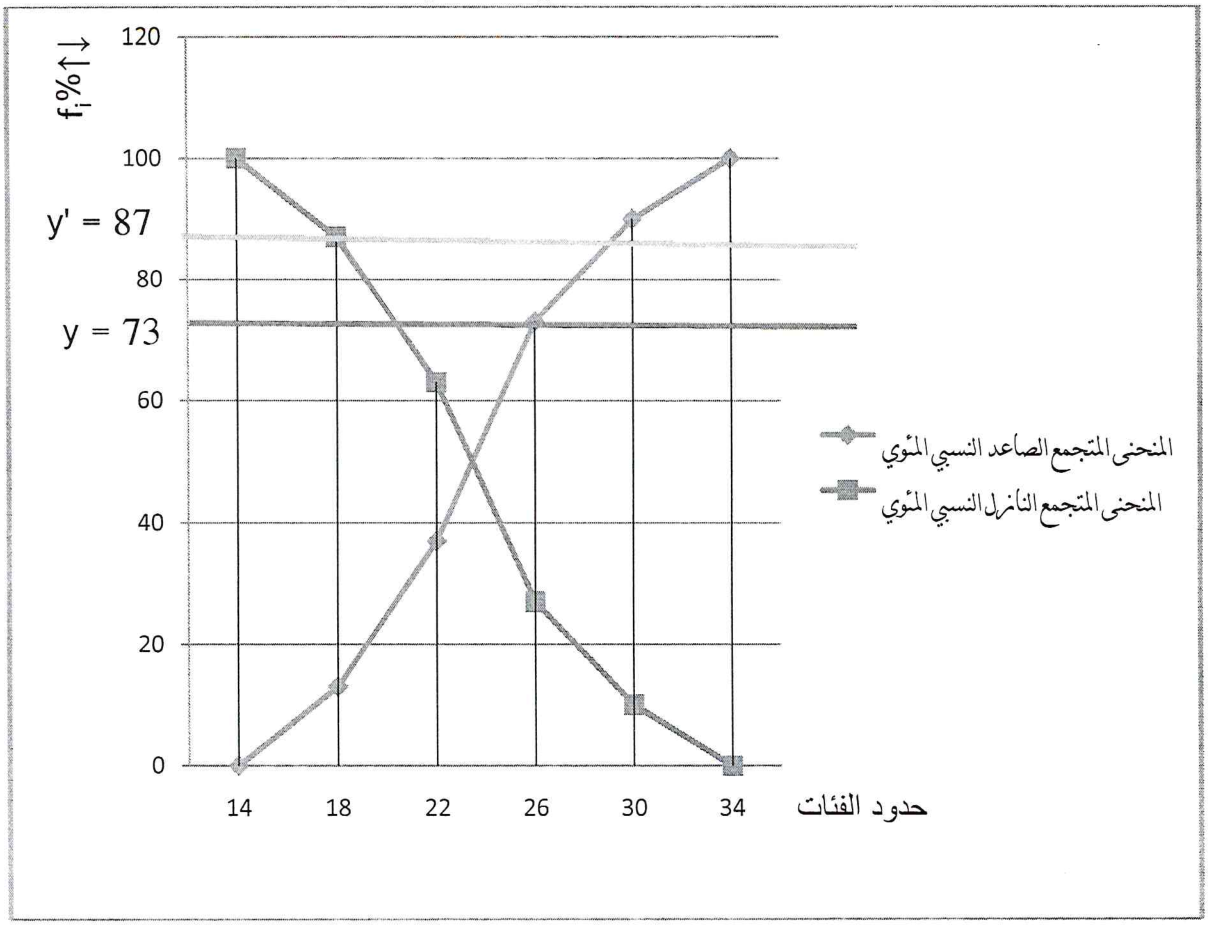
2- وحساب أيضا التكرارات النسبية المئوية، والتكرارات المتجمعة النسبية المئوية.

e_i	n_i	f_i	f_i %	$n_i\uparrow$	$n_i\downarrow$	$f_i\uparrow$	f_i %↑	$f_i\downarrow$	f_i %↓
[14 , 18[	8	0.13	13 %	8	60	0.13	13 %	1	100 %
[18 , 22[	14	0.23	23 %	22	52	0.37	37 %	0.87	87 %
[22 , 26[	22	0.37	37 %	44	38	0.73	73 %	0.63	63 %
[26 , 30[	10	0.17	17 %	54	16	0.90	90 %	0.27	27 %
[30 , 34]	6	0.10	10 %	60	6	1	100 %	0.10	10 %
Σ	60	1	100 %	أقل من	أكثر من	أقل من	أقل من	أكثر من	أكثر من

3- ◄ استخدام المدرج التكراري والمضلع التكراري لتمثيل التوزيع النسبي المئوي :



◄◄استخدام التمثيل البياني للتكرارات المتجمعة لتمثيل التوزيع التجميعي النسبي المئوي لكمية الحليب المنتجة:



4-استعمال المنحنى التجميعي النسبي المئوي، لإيجاد نسبة الأبقار التي تنتج أقل من 26 لترا من الحليب يوميا:

نستعمل النسب المئوية للمتجمع الصاعد، فنرسم المستقيم ذو المعادلة: $y = 73$ (إذا عُلِمت الفاصلة والمنحنى يمكن إيجاد الترتيبة) الموازي لمحور الفواصل، فنجد أن نسبة الأبقار التي تنتج أقل من 26 لترا من الحليب يوميا هي : 73% .

5-استعمال المنحنى التجميعي النسبي المئوي، لإيجاد نسبة الأبقار التي تنتج أكثر من 18 لترا من الحليب يوميا:

نستعمل النسب المئوية للمتجمع النازل، فنرسم المستقيم ذو المعادلة: $y' = 87$ (إذا عُلِمت الفاصلة والمنحنى يمكن إيجاد الترتيبة) الموازي لمحور الفواصل، فنجد أن نسبة الأبقار التي تنتج أكثر من 18 لترا من الحليب يوميا هي : 87% .

6- ◄ حساب مساحة المدرج التكراري :

مساحة المدرج التكراري = مساحة المستطيل الأول+ مساحة المستطيل الثاني + ...+ مساحة المستطيل الأخير.

$S = l_1 \times n_1 + l_2 \times n_2 + \dots + l_k \times n_k$ ، وبما أن الفئات متساوية الطول، أي أن : $l_1 = l_2 = \dots = l_k = l$

فإن : $S = l \times n_1 + l \times n_2 + \dots + l \times n_k$ ، ومنه : $S = (n_1 + n_2 + \dots + n_k) \times l$ أي أن : $S = N \times l$

مساحة المدرج التكراري = مجموع التكرارات × طول الفئة . (على فرض أن الفئات متساوية الطول)

$S = N \times l$ ومنه : $S = 60 \times 4 = 240$ Carré unité

◄◄ حساب مساحة المضلع التكراري : لدينا 6 مثلثات طرحت من المدرج التكراري ثم أضيفت في آن واحد، هذه المثلثات التي طرحت متساوية مع المثلثات التي أضيفت في المساحة (يمكن إثبات ذلك باستعمال خواص تقايس المثلثات) وعليه فإن : مساحة المضلع التكراري **تساوي** مساحة المدرج التكراري، أي أن :

$S' = N \times l$ ومنه : $S' = 60 \times 4 = 240$ Carré unité

حل التمرين الرابع :

◄ نشكل الجدول الآتي انطلاقا من الدائرة النسبية المعطاة :

نوع الحادث	موت	جروح	كسور	رضوض	أخرى	المجموع
التكرار	18	54	180	90	18	360

نحول النسب المثلثية إلى تكرارات مطلقة :

لدينا: $\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{تكرار الخاصية}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360°$ ، ومنه : $\text{تكرار الخاصية} = \frac{\text{زاوية القطاع}}{360°} \times \text{مجموع التكرارات}$

باستعمال الخاصية المضللة، نحصل على الجدول التكراري المطلق أدناه، الذي يحتوي أيضا على التكرار النسبي والنسبي المئوي:

x_i	n_i		f_i %
موت	10	0.05	5 %
جروح	30	0.15	15 %
كسور	100	0.50	50 %
رضوض	50	0.25	25 %
أخرى	10	0.05	5 %
Σ	200	1	100 %

حل التمرين الخامس :

◄ باستعمال المخطط (الخطوط المنكسرة) الذي يمثل عدد الكتب التي يقرؤها 80 شخصا في السنة الواحدة، في إحدى المدن بالجمهورية الجزائرية، يمكن إنشاء الجدول التكراري الآتي :

x_i	n_i		f_i %
0	26	0.3250	32.50 %
1	20	0.2500	25.00 %
2	10	0.1250	12.50 %
3	6	0.0750	7.50 %
4	5	0.0625	6.25 %
5	4	0.0500	5.00%
6	1	0.0125	1.25 %
7	2	0.0250	2.50 %
8	3	0.0375	3.75 %
9	2	0.0250	2.50 %
10	1	0.0125	1.25 %
Σ	80	1	100 %

حل التمرين السادس :

◄ باستعمال المدرج التكراري الذي يمثل إجابات 400 طالب عن المصروف الشهري، يمكن أن نشكل الجدول التكراري الآتي:

e_i	n_i	f_i	f_i %
[20 , 30[	56	0.140	14.00 %
[30 , 40[	42	0.105	10.50 %
[40 , 50[	54	0.135	13.50 %
[50 , 60[	96	0.240	24.00 %
[60 , 70[	82	0.205	20.50 %
[70 , 80[	36	0.090	9.00 %
[80 , 90[	18	0.045	4.50 %
[90 , 100]	16	0.040	4.00 %
Σ	400	1	100 %

الفصل الرابع

مقاييس النزعة المركزية

تمهيد:

إن معظم الدراسات التطبيقية والقيم التي تأخذها الوحدات الإحصائية المختلفة تقع جلها في وسط هذه القيم، أي في مركزها، وهي القيمة التي تميل إليها بقية القيم وتتجمع حولها، وهناك عدد قليل من القيم تبتعد عن قيم الوسط ، ثم يقل التراكم حول القيمة المتوسطة كلما ابتعدنا إلى الجانبين، هذه الظاهرة أصطلح على تسميتها بظاهرة النزعة المركزية (المتوسطات).

- **تعريف النزعة المركزية:** عرفت النزعة المركزية بأنها ميل معظم المفردات المختلفة للتجمع حول نقطة أو قيمة واحدة تسمى القيمة المتوسطة، ويعبر قياس النزعة المركزية عن مركز التوزيع الإحصائي[1].

ففي معظم الحالات نجد أن معطيات السلسلة لها ميل نحو الانتشار حول قيمة مركزية تنوب عن باقي المعطيات، وتعبر عن قيم المجموعة التي يشملها البحث، فقد لاحظ علماء الإحصاء تمركز غالبية الظواهر الطبيعية والاقتصادية والاجتماعية حول قيم وسطية، لذلك استخدم العلماء هذه القيم كأدوات لتمثيل وتلخيص المعلومات الرقمية وأطلقوا على هذه القيم اسم مقاييس النزعة المركزية أو المتوسطات.

- **تعريف مقاييس النزعة المركزية (المتوسطات):** مقياس النزعة المركزية أو مقياس الموضع هو القيمة المعيارية التي تعبر عن موضع تمركز التوزيع لمجموعة من البيانات، أو هو القيمة التي تتجمع حولها بقية القيم، كما تعرف المتوسطات بأنها القيمة النموذجية الممثلة لمجموعة من البيانات، وحيث أن القيمة النموذجية تميل إلى الوقوع في المركز، لذلك فإنه يمكن أن تسمى المتوسطات بمقاييس النزعة المركزية[2].

فمقاييس النزعة المركزية تصف مدى تمركز البيانات حول قيمة معينة مما يسمح باستخدام هذه القيمة المركزية لتمثل البيانات دون الحاجة إلى التعامل مع جميع القيم المختلفة للمتغير الخاضع للدراسة.

إن مقاييس النزعة المركزية تبحث في تقدير قيمة تتمركز حولها أغلبية القيم، وهذه القيمة المتوسطة أو المتمركزة هي رقم واحد يمثل جميع بيانات تلك المجموعة، وسميت هذه القيم بالمتوسطات، لأنها تهدف إلى تحديد قيمة معينة تتجمع حولها بقية القيم. وسميت بمقاييس التمركز، لأن قيم الظاهرة المدروسة تتمركز حول القيم الوسطى أو حول قيمة معينة، وهي قيمة عددية وحيدة تظهر الخصائص العامة لتلك الظاهرة،

[1] خالد أحمد فرحان المشهداني، مبادئ الإحصاء، دار الأيام، الأردن، 2013 ، ص59.

[2] عبد العزيز فهمي هيكل، مبادئ الأساليب الإحصائية، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، ط3 ، 1998، ص229.

وتوفر لنا فكرة عامة وسهلة وواضحة عن قيم الظاهرة محل الدراسة، ورغم هذه الخاصية المهمة التي تتميز بها مقاييس النزعة المركزية إلا أنها لا تحل محل البيانات التفصيلية، ولكنها تعطي فكرة واضحة عن الظاهرة قيد الدراسة.

ويستعمل كل متوسط من هذه المتوسطات في مجالات معينة، وتختلف باختلاف الغرض الذي تستخدم فيه وطبيعة البيانات المتوفرة عنها، ويقيس بطريقة وبنتيجة مختلفة عن غيرها، لذا يستوجب اختيار المتوسط المناسب الذي يحسب بشكل ملائم النزعة المركزية لكل نوع من أنواع البيانات الإحصائية. ويتوقف اختيار الباحث لأي من هذه المقاييس لوصف توزيع ما على طبيعة البيانات التي يهتم بتحليلها، كما يتوقف على الهدف الذي ينشده من التحليل، إذ أن كلا من هذه المقاييس يستخدم لأغراض معينة بدرجة أفضل من غيره من المقاييس.

وهذه المتوسطات تستخدم في التحليل والتنبؤ واتخاذ القرار، وتفيدنا في دراسة خصائص التوزيع التكراري والمقارنة بين التوزيعات التكرارية المختلفة لنفس الظاهرة، وإعطاء تحليل دقيق وسريع للبيانات التي تم جمعها وترتيبها، وهي قادرة على مدنا بمعلومات كافية يمكن اعتمادها بشكل عام وسريع لإصدار أحكام نهائية عن الظاهرة محل الدراسة.

وفيما يلي دراسة مفصلة لهذه المقاييس :

1- المتوسط (الوسط) الحسابي :

1-1- تعريف المتوسط الحسابي : هو عبارة عن حاصل قسمة مجموع قيم البيانات على عددها[1].

أي أن: المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$ ، ويرمز له بالرمز : $\bar{X}$.

1-2- طرق حساب المتوسط الحسابي:

1-2-1. حالة البيانات غير المبوبة: أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية.

◄ **الطريقة الأولى (الطريقة المباشرة)** : يعطى الوسط الحسابي بالعلاقة التالية :

$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i}{n}$ ، حيث : $x_1 , x_2 , \dots , x_n$ تمثل القيم ، n يمثل عدد القيم.

ونكتب العلاقة السابقة اختصارا على النحو[2] : $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$

مثال: أحسب المتوسط الحسابي للقيم التالية: 10 ، 9 ، 4 ، 13 ، 8 ، 11 ، 6 ، 8 ، 12 .

[1] رفيق قاسم أحمد ، المدخل إلى علم الإحصاء ، مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية ، جامعة حلب – سوريا ، 1997 ، ص 102.

[2] سوف نعتمد في معظم هذه الدروس على العلاقات المختصرة، أي دون كتابة رمز الدليل، لأننا بصدد عدد منتهي من القيم.

الحل: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$ ، بالتعويض نجد: $\bar{X} = \frac{10+9+4+13+8+11+6+8+12}{9}$ أي أن: $\bar{X} = \frac{81}{9} = 9$

◄ **الطريقة الثانية (الانحرافات عن وسط فرضي):** يعطى المتوسط الحسابي حسب

هذه الطريقة بالعلاقة التالية: $\bar{X} = A + \bar{D}$ ، حيث: A وسط فرضي يعطى من بين القيم المعطاة، والأفضل أن تكون قيمته وسط القيم من حيث المقدار أي الكمية.

$\bar{D}$ وسط حسابي آخر يعطى بالعلاقة التالية : $\bar{D} = \frac{\sum d_i}{n}$ ، و $d_i = x_i - A$

ملاحظة: تستعمل هذه الطريقة عادة في حالة القيم الكبيرة.

مثال: أحسب المتوسط الحسابي للقيم التالية باستعمال طريقة انحرافات القيم عن وسطها الفرضي:

3100 ، 5370 ، 4010 ، 3750 ، 4962 ، 3548 ، 4400 ، 5124 ، 4632 ، 3394 ، 4620 .

الحل: $\bar{X} = A + \bar{D} = A + \frac{\sum d_i}{n}$ ، $d_i = x_i - A$ ، نرتب القيم على النحو الآتي:

3100 ، 3394 ، 3548 ، 3750 ، 4010 ، 4400 ، 4620 ، 4632 ، 4962 ، 5124 ، 5370 .

يمكن أن نختار قيمة A من وسط القيم، أي أن: $A = 4400$ ، ومنه :

$d_1 = x_1 - A = 3100 - 4400 = -1300$, $d_2 = x_2 - A = 3394 - 4400 = -1006$

$d_3 = x_3 - A = 3548 - 4400 = -852$, $d_4 = x_4 - A = 3750 - 4400 = -650$

$d_5 = x_5 - A = 4010 - 4400 = -390$, $d_6 = x_6 - A = 4400 - 4400 = 0$

$d_7 = x_7 - A = 4620 - 4400 = 220$, $d_8 = x_8 - A = 4632 - 4400 = 232$

$d_9 = x_9 - A = 4962 - 4400 = 562$, $d_{10} = x_{10} - A = 5124 - 4400 = 724$

$d_{11} = x_{11} - A = 5370 - 4400 = 970$

بالتعويض في العلاقة : $\bar{X} = A + \frac{\sum d_i}{n}$ نجد :

$$\bar{X} = 4400 + \frac{(-1300)+(-1006)+(-852)+(-650)+(-390)+0+220+232+562+724+970}{11}$$

$$\bar{X} = 4400 + \frac{-4198 + 2708}{11} = 4400 - 135.45 = 4264.55$$

1-2-2. حالة البيانات المبوبة: أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

أ- المتغير الإحصائي المتقطع:

◄ **الطريقة الأولى(الطريقة المباشرة):** يعطى الوسط الحسابي بالعلاقة التالية :

$$\bar{X} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \cdots + n_k x_k}{n_1 + n_2 + \cdots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{i=k} n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} n_i x_i}{N}$$ ، حيث :

$x_1, x_2, \ldots, x_k$ تمثل القيم، $n_1, n_2, \ldots, n_k$ تمثل التكرارات، $N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$

ونكتب العلاقة السابقة اختصارا على النحو: $\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$

ملاحظة: يمكننا التوصل إلى نفس النتيجة عند استبدال التكرارات المطلقة بالتكرارات النسبية، لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$ ،

ومنه: $\bar{X} = \frac{n_1}{N} x_1 + \frac{n_2}{N} x_2 + \ldots + \frac{n_k}{N} x_k = f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots + f_k x_k = \sum f_i x_i$

$f_1 \; , \; f_2 \; , \ldots , \; f_k$ تمثل التكرارات النسبية.

إذن : $\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \sum f_i x_i$

مثال: إليك الجدول التكراري الآتي :

القيم	1	3	4	6	8	9
التكرارات	3	7	10	12	4	2

❖ أحسب المتوسط الحسابي.

الحل : * يفضل استعمال جدول تلخيصي للحساب، أفضل بكثير من الطريقة الجبرية على النحو الآتي:

1	3	0.075	3	0.075
3	7	0.175	21	0.525
4	10	0.250	40	1.000
6	14	0.350	84	2.100
8	4	0.100	32	0.800
9	2	0.050	18	0.450
$\sum$	40	1	198	4.950

** حساب المتوسط الحسابي: $\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$ ، ومنه: $\bar{X} = \frac{198}{40} = 4.950$

أو $\bar{X} = \sum f_i x_i$ أي: $\bar{X} = 4.950$

◄ **الطريقة الثانية(طريقة الانحرافات عن وسط فرضي):** يعطى المتوسط الحسابي حسب هذه الطريقة بالعلاقة التالية: $\bar{X} = A + \bar{D}$ ، حيث: A وسط فرضي يعطى من بين القيم المعطاة، والأفضل أن تكون قيمته وسط القيم من حيث الكمية.

$\bar{D}$ متوسط حسابي آخر يعطى بالعلاقة التالية : $\bar{D} = \frac{\sum n_i d_i}{N}$ ، و $d_i = x_i - A$

ملاحظة: تستعمل هذه الطريقة عادة في حالة القيم الكبيرة.

مثال: أحسب المتوسط الحسابي بطريقة الانحرافات عن وسط فرضي باستعمال الجدول التكراري الآتي.

القيم	27540	29532	33256	34780	37910	38128	38742	39000	41502
التكرارات	8	16	18	30	50	34	16	22	6

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

(القيمة المفضلة لـ A هي: A = 37910)

27540	8	-10370	- 82960
29532	16	- 8378	-134048
33256	18	- 4654	- 83772
34780	30	- 3130	- 93900
37910	50	0	0
38128	34	218	7412
38742	16	832	13312
39000	22	1090	23980
41502	6	3592	21552
Σ	200	/	- 328424

** وبتطبيق العلاقة : $\bar{X} = A + \frac{\sum n_i d_i}{N}$ ، نجد أن: $\bar{X} = 37910 + \frac{(-328424)}{200} = 36267.88$

ب-المتغير الإحصائي المستمر:

◄ **الطريقة الأولى(الطريقة المباشرة):** يعطى الوسط الحسابي بالعلاقة التالية :

$\bar{X} = \frac{n_1 c_1 + n_2\, c_2 + \cdots + n_k\, c_k}{n_1 + n_2 + \cdots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} n_i\;\, c_i}{\sum_{i=1}^{i=k}\; n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} n_i\;\, c_i}{N}$ ، حيث:

$c_1\,,\; c_2\,, \ldots\,,\; c_k$ تمثل مراكز الفئات، $n_1, n_2, \ldots, n_k$ تمثل التكرارات ،

$N = \sum_{i=1}^{i=k}\; n_i$

ونكتب العلاقة السابقة اختصارا على النحو: $\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N}$

ملاحظة: يمكننا التوصل إلى نفس النتيجة عند استبدال التكرارات المطلقة بالتكرارات النسبية، لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N}$ ،

ومنه: $\bar{X} = \frac{n_1}{N}\, c_1 + \frac{n_2}{N}\; c_2 + \; \ldots . + \frac{n_k}{N}\, c_k = f_1 c_1 + f_2\, c_2 + \cdots + f_k\, c_k = \sum\, f_i c_i$

$f_1\;,\; f_2\;, \ldots .\;,\; f_k$ تمثل التكرارات النسبية. إذن : $\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N} = \sum\, f_i c_i$

◄ **الطريقة الثانية(طريقة الانحرافات عن وسط فرضي):** يعطى المتوسط الحسابي حسب هذه الطريقة بالعلاقة التالية: $\bar{X} = A + \bar{D}$ ، حيث: A وسط فرضي يعطى من بين مراكز الفئات، وقيمته تقع وسط مراكز الفئات من حيث الكمية. $\bar{D}$ وسط حسابي آخر يعطى على النحو: $\bar{D} = \frac{\sum n_i d_i}{N}$ ، و $d_i = c_i - A$

ملاحظة: تستعمل هذه الطريقة عادة في حالة القيم الكبيرة.

◄ **الطريقة الثالثة(الطريقة المختصرة):** يعطى المتوسط الحسابي حسب هذه الطريقة بالعلاقة التالية: $\bar{X} = A + \bar{U}\,C$ ، حيث: A وسط فرضي يعطى من بين مراكز الفئات، ويفضل أن تكون قيمته وسط مراكز الفئات. $\bar{U}$ وسط حسابي آخر يعطى على النحو: $\bar{U} = \frac{\sum n_i u_i}{N}$ ، $u_i = \frac{d_i}{C}$ ، $d_i = c_i - A$ ، C طول الفئة ، لذا يشترط في هذه الطريقة أن تكون الفئات متساوية الطول.

مثال: الجدول الإحصائي الآتي يبين توزيع عمال مؤسسة اقتصادية حسب الأجر الشهري(الوحدة: 10^3 د.ج).

الأجر	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70]	[70 , 80]	[80 , 90]
عدد العمال	8	12	20	28	18	10	4

♦ أحسب المتوسط الحسابي بثلاث طرق مختلفة.

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي: (القيمة المفضلة لـ A هي: A = 55 ، C = 10)

e_i	c_i	n_i	$n_i c_i$	$d_i = c_i - A$	$n_i d_i$	$u_i = \frac{d_i}{c}$	$n_i u_i$
[20 , 30[	25	8	200	- 30	- 240	- 3	- 24
[30 , 40[	35	12	420	- 20	- 240	- 2	- 24
[40 , 50[	45	20	900	- 10	- 200	- 1	- 20
[50 , 60[	55	28	1540	0	0	0	0
[60 , 70]	65	18	1170	10	180	1	18
[70 , 80]	75	10	750	20	200	2	20
[80 , 90]	85	4	340	30	120	3	12
$\sum$	/	100	5320	/	- 180	/	18

* الطريقة الأولى (الطريقة المباشرة): لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N}$ ، ومنه: $\bar{X} = \frac{5320}{100} = 53.20$

**الطريقة الثانية (طريقة الانحرافات عن وسط فرضي): لدينا: $\bar{X} = A + \bar{D}$ ، $\bar{D} = \frac{\sum n_i d_i}{N}$ ، و $d_i = c_i - A$

أي أن: $\bar{X} = A + \frac{\sum n_i d_i}{N}$ ، ومنه: $\bar{X} = 55 + \frac{(-180)}{100} = 53.20$

*** الطريقة الثالثة (الطريقة المختصرة): لدينا: $\bar{X} = A + \bar{U}\,C$ ، $\bar{U} = \frac{\sum n_i u_i}{N}$ ، $u_i = \frac{d_i}{C}$ ، $d_i = c_i - A$

أي أن: $\bar{X} = A + \frac{\sum n_i u_i}{N}\,C$ ، ومنه: $\bar{X} = 55 + \frac{(-18)}{100} \times 10 = 53.20$

1-3- خواص المتوسط الحسابي: للوسط الحسابي عدة خواص نذكر منها:

1-3-1- المتوسط الحسابي ليس بالضرورة أن تكون قيمته أحد القيم المعطاة، فقيمته قيمة نظرية، تحسب وفق العلاقة العامة التالية: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$

1-3-2- المتوسط الحسابي للمقدار الثابت يساوي المقدار الثابت نفسه، فإذا كان a عدد ثابت فإن: $\bar{a} = a$ لأن: $\bar{a} = \frac{a+a+\cdots+a}{n} = \frac{na}{n} = a$

1-3-3- عند إضافة العدد a لكل قيم سلسلة فإن $\bar{X}$ يضاف له أيضا العدد a أي أن:

$\overline{X+a} = \bar{X} + a$ لأن:

$$\overline{X+a} = \frac{(x_1+a)+(x_2+a)+\cdots+(x_n+a)}{n} = \frac{(x_1+x_2+\cdots+x_n)+(a+a+\cdots+a)}{n}$$

$$= \frac{(x_1+x_2+\cdots+x_n)}{n} + \frac{(a+a+\cdots+a)}{n} = \frac{(x_1+x_2+\cdots+x_n)}{n} + \frac{na}{n} = \bar{X} + a$$

1-3-4- عند ضرب جميع قيم السلسلة في نفس العدد a فإن الوسط الحسابي $\bar{X}$ كذلك يضرب في العدد a أي أن: $\overline{X \times a} = \bar{X} \times a$ ، يمكن إثبات ذلك بنفس الخاصية السابقة.

1-3-5- مجموع انحرافات قيم المجموعة عن وسطها الحسابي يساوي الصفر، أي أن:

$\sum(x_i - \bar{X}) = 0$ لأن:

$$\sum(x_i - \bar{X}) = (x_1 - \bar{X}) + (x_2 - \bar{X}) + \ldots + (x_n - \bar{X})$$

$$= (x_1 + x_2 + \ldots + x_n) + (-\bar{X} - \bar{X} - \bar{X} - \ldots\ldots - \bar{X})$$

$$= (x_1 + x_2 + \ldots + x_n) + (-\bar{X} - \bar{X} - \bar{X} - \ldots\ldots - \bar{X})$$

$$= \sum x_i - n\bar{X} = \sum x_i - n\frac{\sum x_i}{n} = \sum x_i - \sum x_i = 0$$

1-3-6- مجموع مربع انحرافات قيم السلسلة عن وسطها الحسابي $\bar{X}$ هو أقل من مجموع مربع انحرافات لنفس قيم السلسلة عن أي قيمة أخرى a تختلف عن الوسط الحسابي $\bar{X}$ ، أي أن: $\sum(x_i - \bar{X})^2 < \sum(x_i - a)^2$ ، يمكن إثبات ذلك على النحو:

$$\sum(x_i - \bar{X})^2 - \sum(x_i - a)^2 < 0 \ ?$$

$$\sum(x_i - \bar{X})^2 - \sum(x_i - a)^2 = \sum x_i^2 - 2n\bar{X}^2 + \bar{X}^2 - \sum x_i^2 + 2an\bar{X} - a^2$$

(لاحظ أن: $\sum x_i = n\bar{X}$)

$$(1-2n)\bar{X}^2 + 2an\bar{X}^2 - a^2 \quad , \Delta = [(n-1)a]^2 \ ; \ \bar{X} = a$$

ولكن $\bar{X} = a$ مرفوض، لأن: a قيمة تختلف عن الوسط الحسابي $\bar{X}$ ، وإشارة المقدار:

$(1-2n)\bar{X}^2 + 2an\bar{X}^2 - a^2$ سالبة تماما لأن: $(1-2n) < 0$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

ومنه: $\sum(x_i - \bar{X})^2 - \sum(x_i - a)^2 < 0$ ، أي أن: $\sum(x_i - \bar{X})^2 < \sum(x_i - a)^2$

1-3-7- إذا كان لدينا مجموعة من n قيمة ومتوسطها الحسابي $\overline{X_1}$ ، ومجموعة أخرى تتكون من m قيمة ومتوسطها الحسابي $\overline{X_2}$ ، فإن المتوسط الحسابي للمجموعتين هو:

$$\bar{X} = \frac{n\overline{X_1} + m\overline{X_2}}{n + m}$$

إن المتوسط الحسابي المرجح يستخدم لإيجاد المتوسط الحسابي لمجموعتين أو أكثر من البيانات إذا علم متوسطها الحسابي في حالة دمجهم معا في مجموعة واحدة [1].

1-4- مزايا وعيوب المتوسط الحسابي:

1-4-1. مزايا المتوسط الحسابي: يتميز المتوسط الحسابي بعدة مزايا، الأمر الذي جعله من أهم المقاييس الإحصائية، نذكر منها ما يلي:

أ- تجرى عليه كل العمليات الحسابية، فهو ذو خصائص رياضية مهمة، كما تستعمل فيه جميع القيم أثناء إيجاد قيمته.

ب- يعتبر المتوسط الحسابي من أكثر المتوسطات استخداما، وأكثرها شيوعا، فهو سهل الفهم والحساب.

ت- يدخل في حساب كثير من المقاييس الإحصائية الأخرى، كالانحراف المعياري ومعامل الالتواء وغيرها، لذلك له أهمية قصوى في التحليل الإحصائي.

1-4- 2. عيوب المتوسط الحسابي: رغم المزايا السابقة للمتوسط الحسابي إلا أنه لا يخلو من عيوب، والتي يمكن حصر بعضها فيما يلي:

أ- يتأثر المتوسط الحسابي بالقيم المتطرفة (الشاذة)[2] سواء كانت صغيرة أو كبيرة، بل وينحاز لها، لذا يعتبر في هذه الحالة مقياسا مضللا.

ب- لا يمكن حساب المتوسط الحسابي في حالة جداول التوزيعات التكرارية المفتوحة، لعدم قدرتنا على حساب مراكز الفئات.

ت- لا يمكن حساب المتوسط الحسابي في حالة البيانات الوصفية (النوعية).

---

[1] محمد عدنان عوض، مقدمة في الإحصاء، مركز الكتب الأردني، الأردن، 1997، ص 30 .

[2] القيمة الشاذة أو المتطرفة هي القيمة الكبيرة جدا أو الصغيرة جدا مقارنة ببقية القيم محل الدراسة.

لنفرض القيم الآتية: 3 ، 7 ، 12 ، 4 ، 10 ، 2800 ، 14 . المتوسط الحسابي لهذه القيم هو: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{2850}{7} = 407.14$ ، نلاحظ أن المتوسط الحسابي في هذا المثال انحاز للقيمة الكبيرة ، فهو لا يعبر تعبيرا صادقا عن بقية القيم، لذا فقد تأثر بهذه القيمة الشاذة.

ث- لا يمكن استنتاج المتوسط الحسابي من التمثيل البياني .

ج- تؤدي الأخطاء التي يمكن أن ترد في قياسات العينة إلى قلة دقة المتوسط الحسابي، فهو يتأثر بشكل ملحوظ بأخطاء المعاينة.

ح- ينصح بعدم اعتماد المتوسط الحسابي في حالة البيانات التي تمثل توزيعا ثنائي النمط أو متعدد الأنماط .

2- مشتقات المتوسط الحسابي: هناك ثلاثة متوسطات مشتقة من المتوسط الحسابي وهي: المتوسط الهندسي – المتوسط التوافقي – المتوسط التربيعي، وسوف نتعرض لها فيما يلي:

2-1- المتوسط الهندسي:

2-1-1- تعريف المتوسط الهندسي : المتوسط الهندسي والذي يرمز له بالرمز $\overline{X_G}$ هو الجذر النوني لحاصل ضرب n قيمة عددية، فإذا كانت لدينا القيم $x_1 , x_2 , \ldots , x_n$ فإن المتوسط الهندسي يعطى بالعلاقة الآتية:

$$\overline{X_G} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n} = (x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n)^{\frac{1}{n}}$$

2-1-2- طرق حساب المتوسط الهندسي:

أ- **حالة البيانات غير المبوبة:** أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، يعطى المتوسط الهندسي في هذه الحالة بالعلاقة السابقة أي أن:

$$\overline{X_G} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n} = (x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n)^{\frac{1}{n}}$$

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية: 7 - 2 - 4 - 1 - 3 .

أحسب المتوسط الهندسي ؟

الحل : لدينا: $\overline{X_G} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n}$ ومنه :

$$\overline{X_G} = \sqrt[5]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times x_4 \times x_5} = \sqrt[5]{7 \times 2 \times 4 \times 1 \times 3} = 2.79$$

ب- **حالة البيانات المبوبة:** أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

- **المتغير الإحصائي المتقطع:** يعطى المتوسط الهندسي في حالة المتغير الإحصائي المتقطع بالعلاقة الآتية: $\overline{X_G} = \sqrt[N]{x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \ldots \times x_k^{n_k}} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{i=k} x_i^{n_i}} = \left(\prod_{i=1}^{i=k} x_i^{n_i}\right)^{\frac{1}{N}}$ ، حيث:

$x_1 , x_2 , \dots , x_k$ تمثل القيم، $n_1, n_2, \dots, n_k$ تمثل التكرارات ، $N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$

ملاحظة: لتسهيل العمليات الحسابية، يفضل استعمال طريقة اللوغاريتمات وذلك على النحو الآتي:

لينا: $\overline{X_G} = \sqrt[N]{x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \dots \times x_k^{n_k}} = (x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \dots \times x_k^{n_k})^{\frac{1}{N}}$ ، ومنه:

$\log \overline{X_G} = \log (x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \dots \times x_k^{n_k})^{\frac{1}{N}}$ (log : يشير إلى اللوغاريتم العشري)

$\log \overline{X_G} = \frac{1}{N} \log (x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \dots \times x_k^{n_k})$ ، أي أن:

$\log \overline{X_G} = \frac{1}{N} (n_1 \log x_1 + n_2 \log x_2 + \dots + n_k \log x_k)$ ، وبالتالي:

$\log \overline{X_G} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=k} n_i \log x_i$ ، ومنه : $\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=k} n_i \log x_i}$ ، ونكتب اختصارا:

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{\sum n_i \log x_i}{N}}$$

مثال: أحسب المتوسط الهندسي حسب المعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	1	2	3	4	5
التكرارات	2	3	6	1	2

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	$\log x_i$	$n_i \log x_i$
1	2	0	0.00
2	3	0.30	0.90
3	6	0.48	2.88
4	1	0.60	0.60
5	2	0.70	1.40
$\sum$	14	/	5.78

** لحساب المتوسط الهندسي نطبق العلاقة الآتية: $\overline{X_G} = 10^{\frac{\sum n_i \log x_i}{N}}$

ومنه: $\overline{X_G} = 10^{\frac{5.78}{14}} = 2.58$

- **المتغير الإحصائي المستمر:** يعطى المتوسط الهندسي في حالة المتغير الإحصائي المستمر وفق العلاقة الآتية: $\overline{X_G} = 10^{\frac{\sum n_i \log c_i}{N}}$ ، حيث: c_i تمثل مراكز الفئات، و n_i تمثل التكرارات.

مثال: أحسب المتوسط الهندسي حسب المعطيات المبينة في الجدول الآتي:

الفئات	[2 , 3[	[3 , 4[	[4 , 5[	[5 , 6[	[6 , 7]
التكرارات	2	4	8	3	1

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	c_i	$logc_i$	n_ilogc_i
[2 , 3[	2	2.5	0.40	0.80
[3 , 4[	4	3.5	0.54	2.16
[4 , 5[	8	4.5	0.65	5.20
[5 , 6[	3	5.5	0.74	2.22
[6 , 7]	1	6.5	0.81	0.81
$\sum$	18	/	/	11.19

** لحساب المتوسط الهندسي نطبق العلاقة الآتية: $\overline{X_G} = 10^{\frac{\sum n_i logc_i}{N}}$

ومنه: $\overline{X_G} = 10^{\frac{11.19}{18}} = 4.18$

2-1- 3- استخدامات المتوسط الهندسي: المتوسط الهندسي واسع الاستعمال في الحياة الاقتصادية فهو يستعمل في وصف معدل تغيرات أو نسبة النمو لظاهرة ما مثل تغيرات الأسعار، ظاهرة التراكم التي يعرفها المفهوم التضخمي مثلا، معدل نمو الناتج، معدل زيادة الأجور والنمو السكاني وغيرها، " كما يستعمل المتوسط الهندسي في حساب نسب تغير الأسعار وتزايد السكان، وغير ذلك من معدلات النمو والتطور، كما يستعمل في السلاسل الزمنية لدراسة معدل تطور ظاهرة ما من الظواهر الاقتصادية [1] " .

2-1- 4- خواص المتوسط الهندسي: للمتوسط الهندسي عدة خصائص نوردها فيما يلي:

أ- قابل للعمليات الجبرية، ويدخل في حسابه كل القيم، كما أنه أقل تأثرا بالقيم الشاذة مقارنة بالمتوسط الحسابي.

ب- يستخدم المتوسط الهندسي في الظواهر النسبية، كحساب الأرقام القياسية لنسب الأسعار، وتغيرات النسب بالنسبة للزمن، كما يستعمل عند حساب معدلات الفائدة، معدل النمو الاقتصادي، ومعدل النمو السكاني وغيرها .

ت- حسب الصيغة العامة للمتوسط الهندسي، فإنه لا يقبل القيمة المعدومة أو السالبة، كما أنه لا يمكن حسابه من الجداول الإحصائية المفتوحة، ولا يمكن حسابه في حالة البيانات النوعية.

[1] شريف شطيبي، محاضرات في الإحصاء الوصفي، نفس المرجع السابق، ص57 .

ث- المتوسط الهندسي أقل دوما من المتوسط الحسابي أي أن: $\overline{X_G} < \overline{X}$ (يمكن إثبات ذلك باستعمال البرهان بالتراجع).

2-2-المتوسط التوافقي:

2-2-1- **تعريف المتوسط التوافقي:** يعرف المتوسط التوافقي على أنه مقلوب المتوسط الحسابي لمقلوبات تلك القيم، ويرمز له بالرمز $\overline{X_H}$ ، فإذا كانت x_i تمثل القيم و n عدد هذه القيم فإن: $\overline{X_H} = \frac{n}{\sum\frac{1}{x_i}}$

2-2-2- **طرق حساب المتوسط التوافقي:**

أ- **حالة البيانات غير المبوبة:** أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، يعطى المتوسط التوافقي في هذه الحالة بالعلاقة الواردة في التعريف. أي أن: $\overline{X_H} = \frac{n}{\sum\frac{1}{x_i}}$

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية: 11 – 15 – 12 – 18 – 6 .

أحسب المتوسط التوافقي ؟

الحل : لدينا: $\overline{X_H} = \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+.....+\frac{1}{x_n}}$ ومنه :

$$\overline{X_H} = \frac{5}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}+\frac{1}{x_5}} = \frac{5}{\frac{1}{11}+\frac{1}{15}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18}+\frac{1}{6}} = 10.80$$

ب-حالة البيانات المبوبة: أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

- **المتغير الإحصائي المتقطع:** يعطى المتوسط التوافقي في حالة المتغير الإحصائي المتقطع بالعلاقة الآتية:

$\overline{X_H} = \frac{n_1+n_2+\cdots+n_k}{\frac{n_1}{x_1}+\frac{n_2}{x_2}+.....+\frac{n_k}{x_k}} = \frac{N}{\sum\frac{n_i}{x_i}}$ ، حيث: $x_1\ ,\ x_2\ ,\ ...\ ,\ x_k$ تمثل القيم، $n_1, n_2, \ldots, n_k$ تمثل التكرارات المقابلة لهذه القيم ، $N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$

مثال: أحسب المتوسط التوافقي للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	3	4	5	7	9
التكرارات	1	2	10	4	3

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	n_i / x_i
3	1	0.33
4	2	0.50
5	10	2.00
7	4	0.57
9	3	0.33
Σ	20	3.73

** لحساب المتوسط التوافقي نطبق العلاقة الآتية: $\overline{X_H} = \frac{N}{\sum \frac{n_i}{x_i}}$

ومنه: $\overline{X_H} = \frac{20}{3.73} = 5.36$

- **المتغير الإحصائي المستمر**: يعطى المتوسط التوافقي في حالة المتغير الإحصائي المستمر وفق العلاقة الآتية: $\overline{X_H} = \frac{N}{\sum \frac{n_i}{c_i}}$ ، حيث: c_i تمثل مراكز الفئات، و n_i تمثل التكرارات.

مثال: أحسب المتوسط التوافقي لقيم المعطيات المبينة في الجدول الآتي:

الفئات	[0 , 5[	[5 , 10[	[10 , 15[	[15 , 20[	[20 , 25]
التكرارات	1	4	12	6	3

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	c_i	
[0 , 5[	1	2.5	0.40
[5 , 10[	4	7.5	0.53
[10 , 15[	12	12.5	0.96
[15 , 20[	6	17.5	0.34
[20 , 25]	3	22.5	0.13
Σ	26	/	2.36

** لحساب المتوسط التوافقي، نطبق العلاقة الآتية: $\overline{X_H} = \frac{N}{\sum \frac{n_i}{c_i}}$

ومنه: $\overline{X_H} = \frac{26}{2.36} = 11.02$

2-2-3- **استخدامات المتوسط التوافقي:** المتوسط التوافقي من المقاييس التي تستخدم في معدل التغير كتغيرات النسب بالنسبة للزمن، وتغير السعر، ويستعمل في تحديد متوسط الكثافة السكانية، ومعدلات السرعة، ومتوسط الأسعار، ونادرا ما يستعمل في الإحصاء الاقتصادي، ويفضل استعماله عندما نكون بصدد مقادير متناسبة عكسيا، وبصفة عامة يستخدم الوسط التوافقي عندما يراد حساب قيمة معينة في الوحدة القياسية.

2-2-4- **خواص المتوسط التوافقي:** للمتوسط التوافقي عدة خصائص نوردها فيما يلي:

أ- قابل للعمليات الجبرية، ويدخل في حسابه كل القيم، كما أنه يتأثر بالقيم المتطرفة خاصة القيم المتناهية إلى الصفر، حسب صيغته العامة.

ب- يعطي نتائج أكثر واقعية في حالة حساب متوسطات السرعة والأسعار وغيرها.

ت- حسب الصيغة العامة للمتوسط التوافقي، فإنه لا يقبل القيمة المعدومة، كما أنه لا يمكن حسابه من الجداول الإحصائية المفتوحة.

ث- المتوسط التوافقي أقل دوما من المتوسط الحسابي أي أن: $\overline{X_H} < \overline{X}$ (يمكن إثبات ذلك باستعمال البرهان بالتراجع).

2-3- **المتوسط التربيعي:**

2-3-1-تعريف المتوسط التربيعي: يعرف المتوسط التربيعي على أنه الجذر التربيعي للمتوسط الحسابي لمربعات القيم، ويرمز له بالرمز $\overline{X_Q}$ ، فإذا كانت x_i تمثل القيم وn عدد هذه القيم فإن: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$

2-3-2-طرق حساب المتوسط التربيعي:

أ- حالة البيانات غير المبوبة: أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، يعطى المتوسط التربيعي في هذه الحالة بالعلاقة الواردة في التعريف. أي أن: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية: 4 - 1 - 7 - 2 - 3 .

أحسب المتوسط التربيعي لهذه القيم .

الحل : لدينا: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$ ، ومنه: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2}{5}}$ ، أي أن: $\overline{X_Q} = 3.97$

ب- حالة البيانات المبوبة: أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

- **المتغير الإحصائي المتقطع:** يعطى المتوسط التربيعي في حالة المتغير الإحصائي المتقطع بالعلاقة الآتية:

$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \cdots + n_kx_k^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum n_ix_i^2}{N}}$ ، حيث: $x_1 , x_2 , \ldots , x_k$ تمثل القيم، $n_1, n_2, \ldots, n_k$ تمثل التكرارات المقابلة لهذه القيم ، $N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$

مثال: أحسب المتوسط التربيعي للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	1	2	5	7	8
التكرارات	4	5	8	1	2

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	x_i^2	$n_i\, x_i^2$
1	4	1	4
2	5	4	20
5	8	25	200
7	1	49	49
8	2	64	128
Σ	20	/	401

** لحساب المتوسط التربيعي نطبق العلاقة الآتية: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum n_ix_i^2}{N}}$

ومنه: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{401}{20}} = 4.48$

- **المتغير الإحصائي المستمر:** يعطى المتوسط التربيعي في حالة المتغير الإحصائي المستمر وفق العلاقة الآتية: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum n_ic_i^2}{N}}$ ، حيث: c_i تمثل مراكز الفئات، و n_i تمثل التكرارات.

مثال: أحسب المتوسط التربيعي لقيم المعطيات المبينة في الجدول الآتي:

الفئات	[0 , 1[	[1 , 2[	[2 , 3[	[3 , 4[	[4 , 5]
التكرارات	7	5	14	9	6

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	c_i	c_i^2	$n_ic_i^2$
[0 , 1[	7	0.5	0.25	1.75
[1 , 2[	5	1.5	2.25	11.25
[2 , 3[	14	2.5	6.25	87.50
[3 , 4[	8	3.5	12.25	98.00
[4 , 5]	6	4.5	20.25	121.50
Σ	40	/	/	320

** لحساب المتوسط التربيعي، نطبق العلاقة الآتية: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum n_i c_i^2}{N}}$

ومنه: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{320}{40}} = 2.83$

2-3-3- استخدامات المتوسط التربيعي: إن المتوسط التربيعي أقل استخداما مقارنة بالمتوسطات الأخرى خاصة في العلوم الإنسانية، إلا أنه لا يقل أهمية عنها، فهو يستخدم أثناء حساب الانحراف المعياري (سنرى ذلك لاحقا أثناء دراستنا لمقاييس التشتت)، كما يعتمد عليه أثناء دراسة بعض الظواهر الفيزيائية.

2-3-4- خواص المتوسط التربيعي: للمتوسط التربيعي عدة خصائص نوردها فيما يلي:

أ- قابل للعمليات الجبرية، ويدخل في حسابه كل القيم.

ب- لا يمكن حسابه من الجداول الإحصائية المفتوحة.

ت- المتوسط التربيعي أكبر دوما من المتوسط الحسابي أي أن: $\bar{X} < \overline{X_Q}$ (يمكن إثبات ذلك باستعمال البرهان بالتراجع).

3- العلاقة بين المتوسط الحسابي ومشتقاته:

3-1- عند حساب المتوسطات السابقة، وحسب ما سبق، تم التوصل إلى العلاقة الآتية:

$\overline{X_H} < \overline{X_G} < \bar{X} < \overline{X_Q}$ ، يمكن إثبات ذلك باستعمال:

- ❖ خاصية البرهان بالتراجع للعلاقة : $\overline{X_H} < \overline{X_G}$
- ❖ خاصية التعدي للعملية الداخلية " $<$ "

3-2- يمكن الحصول على قيمة المتوسط الهندسي وفق العلاقة الآتية:

$\overline{X_G} = \sqrt{\bar{X}\ \overline{X_H}}$ (يمكن إثبات ذلك بالتراجع).

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية: 3 – 7 – 2 .

أحسب الوسط الحسابي ومشتقاته. ماذا تلاحظ .

الحل: ◄ الوسط الحسابي: $\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n}$ ، ومنه: $\overline{X} = \frac{2+7+3}{3} = 4$

◄الوسط الهندسي: $\overline{X_G} = 10^{\frac{\sum \log x_i}{n}}$ ، ومنه: $\overline{X_G} = 10^{\frac{\log 2+\log 7+\log 3}{3}} = 3.5$

◄ الوسط التوافقي: $\overline{X_H} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$ ، ومنه : $\overline{X_H} = \frac{3}{\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{3}} = 3.07$

◄ الوسط التربيعي: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$ ، ومنه: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{2^2+7^2+3^2}{3}} = 4.55$

نلاحظ بكل وضوح وسهولة أن العلاقة : $\overline{X_H} < \overline{X_G} < \overline{X} < \overline{X_Q}$ محققة.

ومن جهة أخرى لدينا: $\sqrt{\overline{X}\ \overline{X_H}} = 3.5$ ، ومنه العلاقة : $\overline{X_G} = \sqrt{\overline{X}\ \overline{X_H}}$ محققة أيضا.

4- الوسيط :

4-1- تعريف الوسيط: الوسيط هو القيمة التي تقع في منتصف البيانات بعد ترتيبها تصاعديا أو تنازليا، أو هي تلك القيمة التي تقسم تلك البيانات المرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا إلى قسمين متساويين، حيث يكون عدد القيم الأكبر منه مساويا لعدد القيم الأصغر منه، ويرمز للوسيط بالرمز Me .

4-2- طرق حساب الوسيط:

4-2-1- حالة البيانات غير المبوبة: أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، ولحساب الوسيط في هذه الحالة نرتب البيانات تصاعديا أو تنازليا، فإذا كانت عدد البيانات فرديا فإن قيمة الوسيط هي القيمة التي تقابل الرتبة $\frac{n+1}{2}$ ، أما إذا كانت عدد البيانات زوجيا فإن قيمة الوسيط هي قيمة المتوسط الحسابي للقيمتين اللتين رتبتهما $\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$.

مثال: لتكن لدينا السلسلتين الإحصائيتين الآتيتين:

◄ 10 – 9 – 11 – 7 – 5 – 18 – 3 .   ◄ 2 – 13 – 6 – 4 – 1 – 8 – 12 – 14 .

أحسب وسيط هاتين السلسلتين.

الحل : * ترتيب القيم: 3 – 5 – 7 – **9** – 10– 11 – 18.

وسيط السلسلة الأولى: لدينا: n = 7 قيم. ومنه ترتيب قيمة الوسيط هي:

$4 = \frac{7+1}{2} = \frac{n+1}{2}$ ، إذن: $Me_4 = 9$.

** ترتيب القيم: 1– 2– 4– **6** – **8** – 12– 13 – 14.

وسيط السلسلة الثانية: لدينا: $n = 8$ قيم، ومنه قيمة الوسيط هي: المتوسط الحسابي للقيمتين التي ترتيبهما $(\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1)$ أي أن:

$(\frac{n}{2} = \frac{8}{2} = 4$ و $\frac{n}{2}+1 = \frac{8}{2}+1 = 5)$ ومنه: $Me_{(4,5)} = \frac{6+8}{2} = 7$ ، إذن: $Me_{(4,5)} = 7$

4-2-2- حالة البيانات المبوبة: أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

أ- **المتغير الإحصائي المتقطع:** لإيجاد قيمة الوسيط في هذه الحالة نقوم بالخطوتين الآتيتين:

- ✓ نضيف عمود للتكرار المتجمع الصاعد.
- ✓ القيمة المقابلة لـ $\frac{N}{2}$ أو الأقرب إليها أو التي تزيد عنها مباشرة، تمثل قيمة الوسيط.

حيث: $N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$

مثال 01 : أحسب قيمة الوسيط للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	1	2	3	4	5
التكرارات	3	4	10	8	9

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

		$n_i\uparrow$
1	3	3
2	4	7
3	10	17
4	8	25
5	9	34
Σ	34	/

** نحسب $\frac{N}{2}$ ، أي أن: $17 = \frac{34}{2} = \frac{N}{2}$ ، نلاحظ أن القيمة 17 في عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ تقابلها ضمن القيم x_i القيمة 3 ، ومنه قيمة الوسيط هي: $Me = 3$

مثال 02 : أحسب قيمة الوسيط للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	2	3	5	7	8	9	10
التكرارات	3	8	12	15	11	7	4

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	$n_i\uparrow$
2	3	3
3	8	11
5	12	23
7	15	38
8	11	49
9	7	56
10	4	60
Σ	60	/

** نحسب $\frac{N}{2}$ ، أي أن: $\frac{N}{2} = \frac{60}{2} = 30$ ، ولكن لا توجد قيمة في عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ تساوي 30 ، ننظر إلى القيمة التي هي أكبر من 30 مباشرة ضمن قيم $n_i\uparrow$ ، فنجد أن هذه القيمة تساوي 38 ، والقيمة 38 في عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ تقابلها ضمن القيم x_i القيمة 7 ، ومنه قيمة الوسيط هي: $Me = 7$

ب- المتغير الإحصائي المستمر: قبل إيجاد قيمة الوسيط في حالة المتغير الإحصائي المستمر، يجب مراعاة ما يلي :

- ✓ إضافة عمود يحتوي التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ ، ومن ثم حساب $\frac{N}{2}$.
- ✓ البحث عن الفئة الوسيطية، والفئة الوسيطية هي الفئة التي تقابل العدد $\frac{N}{2}$ أو التي تليها مباشرة.

تعطى قيمة الوسيط في حالة المتغير الإحصائي المستمر جبريا بالعلاقة الآتية:

$$M_e = L_e + \left(\frac{\frac{N}{2} - N_{e-1}}{n_e}\right) c_e$$ ، حيث:

M_e : الوسيط . L_e : الحد الأدنى للفئة الوسيطية. $\frac{N}{2}$: رتبة الوسيط. N : مجموع التكرارات.

N_{e-1}: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الفئة الوسيطية. n_e: تكرار الفئة الوسيطية. c_e:طول الفئة الوسيطية.

كما تعطى قيمة الوسيط في حالة المتغير الإحصائي المستمر لغويا بالعلاقة الآتية:

الوسيط = الحد الأدنى للفئة الوسيطية + $\left(\frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الوسيطية}}{\text{تكرار الفئة الوسيطية}}\right)$ × طول الفئة الوسيطية.

مثال: أحسب قيمة الوسيط للجدول التكراري الآتي:

الفئات	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]
التكرارات	20	30	32	60	26	18	14

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	$n_i\uparrow$
[10 , 20[	20	20
[20 , 30[	30	50
[30 , 40[	32	82
[40 , 50[	60	142
[50 , 60[	26	168
[60 , 70[	18	186
[70 , 80]	14	200
$\sum$	200	/

**إيجاد الفئة الوسيطية: لدينا $\frac{N}{2} = \frac{200}{2} = 100$ ، نلاحظ أن قيمة 100 لا توجد ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ هي: 142 ، والفئة التي تقابل القيمة 142 هي: [40 ,50[وعليه فإن هذه الفئة هي الفئة الوسيطية، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_e = 10$ وحدها الأدنى يساوي 40 ، أي أن: $L_e = 40$ ، وتكرارها يساوي 60 ، أي أن: $n_e = 60$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة ([30 , 40[ ) قبل الفئة الوسيطية فيساوي 82 ، أي أن: $N_{e-1} = 82$.

*** لحساب قيمة الوسيط ، نطبق العلاقة الآتية: $M_e = L_e + \left(\frac{\frac{N}{2} - N_{e-1}}{n_e}\right) c_e$

ومنه: $M_e = 40 + \left(\frac{100-82}{60}\right)10$ ، إذن: $M_e = 43$

4-3- الطريقة البيانية لتحديد قيمة الوسيط : توجد ثلاث طرق لتحديد قيمة الوسيط بيانيا وهي:

- ✓ نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد، والمستقيم ذو المعادلة: $y = \frac{N}{2}$ (N : مجموع التكرارات) الموازي للمحور الأفقي، فاصلة نقطة تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيمة الوسيط .
- ✓ نرسم منحنى التكرار المتجمع النازل، والمستقيم ذو المعادلة: $y = \frac{N}{2}$ (N : مجموع التكرارات) الموازي للمحور الأفقي، فاصلة نقطة تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيمة الوسيط .
- ✓ نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل، فاصلة نقطة تقطع المنحنيين والعمودي على المحور الأفقي هي قيمة الوسيط . وهذه الطريقة هي الأكثر شيوعا.

مثال: حدد قيمة الوسيط بيانيا من الجدول التكراري الآتي:

الفئات	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]
التكرارات	20	30	32	60	26	18	14

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

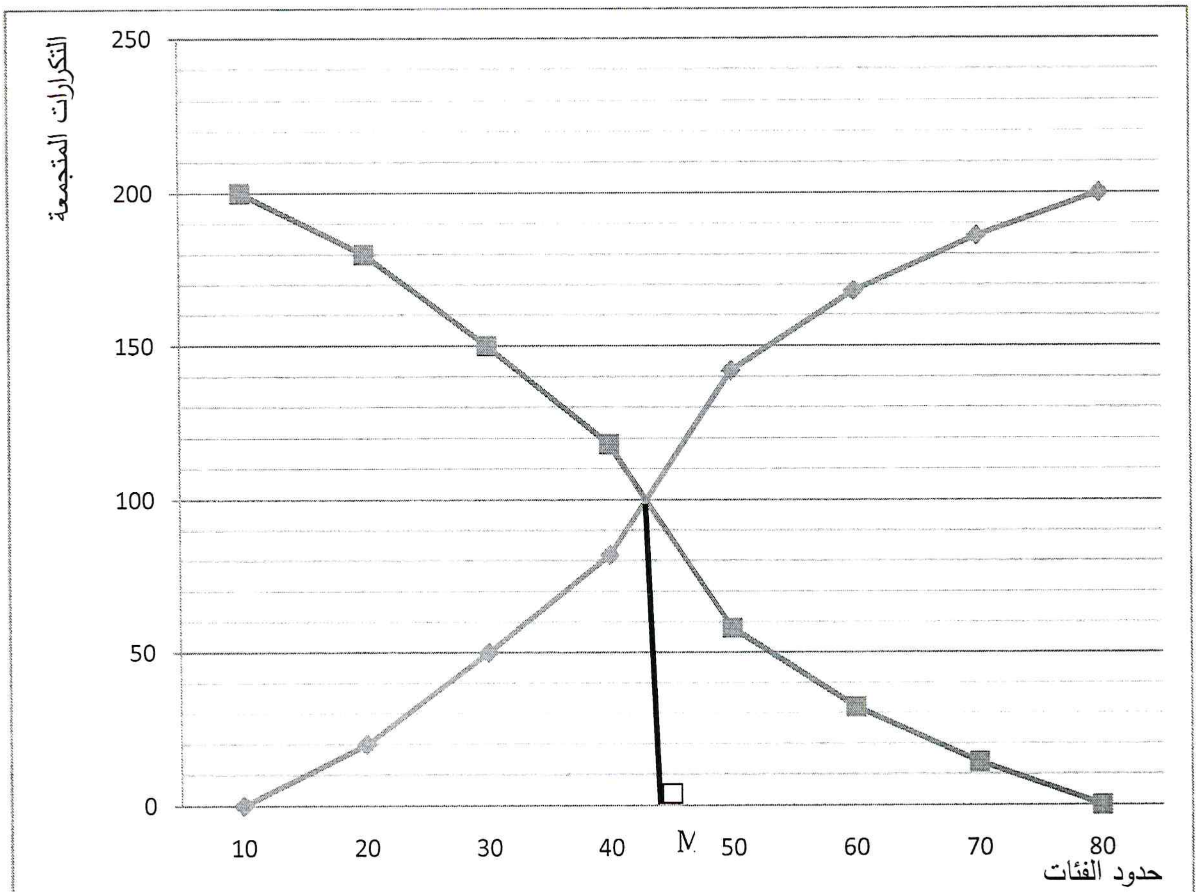
e_i	n_i	$n_i\uparrow$	$n_i\downarrow$
[10 , 20[	20	20	200
[20 , 30[	30	50	180
[30 , 40[	32	82	150
[40 , 50[	60	142	118
[50 , 60[	26	168	58
[60 , 70[	18	186	32
[70 , 80]	14	200	14
Σ	200	/	/

** نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل:

منحنى التكرار المتجمع الصاعد: نعلم النقاط (l_{i+1} ، $n_i\uparrow$) في المعلم حيث: l_{i+1} تمثل الحدود العليا للفئات و$n_i\uparrow$ تمثل التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة لهذه الفئات، ثم نقوم بتوصيل هذه النقط المتجاورة على شكل قطع مستقيمة، فيتم الحصول على خط منكسر يمثل منحنى التكرار المتجمع الصاعد.

منحنى التكرار المتجمع النازل: نعلم النقاط (l_i ، $n_i\downarrow$) في المعلم حيث: l_i تمثل الحدود الدنيا للفئات و$n_i\downarrow$ تمثل التكرارات المتجمعة النازلة المقابلة لهذه الفئات، ثم نقوم بتوصيل هذه النقط المتجاورة على شكل قطع مستقيمة، فيتم الحصول على خط منكسر يمثل منحنى التكرار المتجمع النازل.

فاصلة نقطة تقطع المنحنيين الصاعد والنازل والعمودي على المحور الأفقي هي قيمة الوسيط .



$M_e \approx 43$

4-4- خواص الوسيط : يعمل الوسيط على توازن القيم من حيث عددها، ويعتبر أكثر دلالة وواقعية للحصول على فكرة عامة وسريعة تمكننا من اتخاذ القرار المناسب، خاصة عن حالات البيانات التي تحتوي على قيم متطرفة، كما يمتاز بعدة خصائص نوردها فيما يلي:

- لا يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة، سواء كانت صغيرة أو كبيرة، وهو غير قابل للعمليات الجبرية.
- يتأثر الوسيط بترتيب البيانات وليس بالقيم.
- حسب الصيغة العامة للوسيط، فإنه لا يدخل في حسابه جميع القيم المعطاة.
- يعتمد الوسيط على القيم الوسطى، ويهمل بقية القيم أثناء حسابه مما يكسبه السهولة في التعريف والحساب.
- إمكانية حساب الوسيط من البيانات النوعية، إذا كان عددها فردي وقابلة للترتيب.
- إمكانية حساب الوسيط بيانيا.
- لا يتأثر الوسيط بأطوال الفئات غير المتساوية.
- إمكانية حساب الوسيط من الجداول الإحصائية المفتوحة.

- يمتاز الوسيط بالخاصية الآتية: $\sum|x_i - M_e| < \sum|x_i - a|$ ، أي أن: مجموع انحرافات القيم المعطاة عن الوسيط أقل من مجموع انحرافات هذه القيم عن أية قيمة أخرى.

5- مشتقات الوسيط :

هناك مقاييس شبيهة بالوسيط ومشتقة منها، يطلق عليها بمقاييس الموضع أو المجزآت، وهي عبارة عن مجموعة من القيم تقسم التكرار الكلي بنسب معينة، ويختلف هذا التقسيم من مقياس إلى آخر، وتشترك في طريقة حسابها مع طريقة حساب الوسيط مع تغير رتبة المقياس المشتق من الوسيط، ومن هذه المقاييس التي تم استخلاصها بدلالة الوسيط ما يلي:

5-1- الربيعات: تعرف الربيعات على أنها ثلاث قيم تقسم التكرار الكلي إلى أربعة أقسام متساوية بعد ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا، كل قسم يمثل 25 % من البيانات، بمعنى كل قسم يمثل ربع البيانات. وسوف نتطرق إلى هذه الربيعات فيما يلي:

5-1-1- الربيع الأول:

أ- **تعريف الربيع الأول (الأدنى):** هو قيمة المتغير الإحصائي التي تقسم البيانات محل الدراسة إلى قسمين، يحتوي القسم الأول على 25 % من القيم، بينما يحتوي القسم الثاني على 75 % من القيم، بمعنى آخر الربيع الأول هو القيمة التي يسبقها ربع البيانات(٢٥%) ويليها ثلاثة أرباع البيانات(75%)، كما يسمى أيضا بالربيع الأدنى، ويرمز له بالرمز: Q_1 .

ب- طرق حساب الربيع الأول (الأدنى):

أ- **حالة البيانات غير المبوبة:** أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، ولحساب الربيع الأول في هذه الحالة نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا، ثم نحسب $\frac{n}{4}$ رتبة الربيع الأول، حيث n تعبر عن عدد قيم السلسلة الإحصائية المعطاة، فإذا كانت رتبة الربيع الأول عددا طبيعيا فإن قيمة الربيع الأول هي القيمة التي تقابل هذه الرتبة، أما إذا كانت عددا غير طبيعي بمعنى عددا يحتوي على الفاصلة، فإن قيمة الربيع الأول هي المتوسط الحسابي للقيمة المقابلة للجزء الطبيعي (نأخذ الجزء الطبيعي لناتج العدد $\frac{n}{4}$ أي نأخذ الناتج دون فاصلة) لرتبة الربيع الأول والقيمة التي تليها مباشرة ضمن قيم السلسلة الإحصائية.

مثال: لتكن لدينا السلسلتين الإحصائيتين الآتيتين:

◄ 12 – 14 – 10 – 8 – 6 – 18 – 5 – 7 .   ◄ 2 – 13 – 6 – 4 – 8 – 12 – 14 .

أحسب الربيع الأول لهاتين السلسلتين.

الحل : * ترتيب القيم: 5 – **6** –7 – 8 – 10 – 12 – 14 – 18.

الربيع الأول لسلسة الأولى: لدينا: $n = 8$ قيم. ومنه ترتيب قيمة الربيع الأول هو: $\frac{n}{4} = \frac{8}{4} = 2$ ، إذن: $Q_1 = 6$.

** ترتيب القيم: **2** – **4** – 6– 8 – 12– 13 – 14.

الربيع الأول لسلسة الثانية: لدينا: $n = 7$ قيم ، و $\frac{n}{4} = \frac{7}{4} = 1.75$ ، ومنه قيمة الربيع الأول هو: المتوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما(1 و 2) أي أن: $Q_{1(1,2)} = \frac{2+4}{2} = 3$ ، إذن: $Q_{1(1,2)} = 3$

– **حالة البيانات المبوبة:** أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

- **المتغير الإحصائي المتقطع:** لإيجاد قيمة الربيع الأول في هذه الحالة نقوم بالخطوتين الآتيتين:
  - ✓ نضيف عمود للتكرار المتجمع الصاعد.
  - ✓ القيمة المقابلة لـ $\frac{N}{4}$ أو الأقرب إليها أو التي تزيد عنها مباشرة، تمثل قيمة الوسيط .

حيث: $N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$

مثال 01 : أحسب قيمة الربيع الأول للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	1	2	3	4	5
التكرارات	3	5	10	8	6

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	$n_i\uparrow$
1	3	3
2	5	8
3	10	18
4	8	26
5	6	32
Σ	32	/

** نحسب $\frac{N}{4}$ ، أي أن: $\frac{N}{4} = \frac{32}{4} = 8$ ، نلاحظ أن القيمة 8 في عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ تقابلها ضمن القيم x_i القيمة 2 ، ومنه قيمة الربيع الأول هي: $Q_1 = 2$

مثال 02 : أحسب قيمة الربيع الأول للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	2	3	5	7	8	9	10
التكرارات	3	8	12	15	11	7	4

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	$n_i\uparrow$
2	3	3
3	8	11
5	12	23
7	15	38
8	11	49
9	7	56
10	4	60
Σ	60	/

** نحسب $\frac{N}{4}$ ، أي أن: $15 = \frac{60}{4} = \frac{N}{4}$ ، ولكن لا توجد قيمة في عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ تساوي 15 ، ننظر إلى القيمة التي هي أكبر من 15 مباشرة ضمن قيم $n_i\uparrow$ ، فنجد أن هذه القيمة تساوي 23 ، والقيمة 23 في عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ تقابلها ضمن القيم x_i القيمة 5 ، ومنه قيمة الربيع الأول هي: $Q_1 = 5$

▪ **المتغير الإحصائي المستمر:** قبل إيجاد قيمة الربيع الأول في حالة المتغير الإحصائي المستمر، يجب مراعاة ما يلي :

✓ إضافة عمود يحتوي التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ ، ومن ثم حساب $\frac{N}{4}$.

✓ البحث عن فئة الربيع الأول، وفئة الربيع الأول هي الفئة التي تقابل العدد $\frac{N}{4}$ أو التي تليها مباشرة.

تعطى قيمة الربيع الأول في حالة المتغير الإحصائي المستمر جبريا بالعلاقة الآتية:

$Q_1 = L_1 + \left(\frac{\frac{N}{4} - N_1}{n_1}\right) c_1$ ، حيث:

Q_1 : الربيع الأول . L_1 : الحد الأدنى لفئة الربيع الأول. $\frac{N}{4}$: رتبة الربيع الأول. N : مجموع التكرارات.

N_1: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل فئة الربيع الأول. n_1: تكرار فئة الربيع الأول. c_1:طول فئة الربيع الأول.

كما تعطى قيمة الربيع الأول في حالة المتغير الإحصائي المستمر لغويا بالعلاقة الآتية:

الربيع الأول=الحد الأدنى لفئة الربيع الأول+$\left(\frac{\text{ترتيب الربيع الأول} - \text{التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل فئة الربيع الأول}}{\text{تكرار فئة الربيع الأول}}\right)$×طول فئة الربيع الأول.

مثال: أحسب قيمة الربيع الأول للجدول التكراري الآتي:

الفئات	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]
التكرارات	20	30	32	60	26	18	14

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	$n_i\uparrow$
[10 , 20[	20	20
[20 , 30[	30	50
[30 , 40[	32	82
[40 , 50[	60	142
[50 , 60[	26	168
[60 , 70[	18	186
[70 , 80]	14	200
Σ	200	/

**إيجاد فئة الربيع الأول: لدينا $50 = \frac{200}{4} = \frac{N}{4}$ ، نلاحظ أن القيمة 50 موجودة ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ ، والفئة التي تقابل القيمة 50 هي:]30 , 20] وعليه فإن هذه الفئة هي فئة الربيع الأول ، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_1 = 10$ وحدها الأدنى يساوي 20 ، أي أن: $L_1 = 20$ ، وتكرارها يساوي 30 ، أي أن: $n_1 = 30$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة ( ]20 , 10]) قبل فئة الربيع الأول فيساوي 20 ، أي أن: $N_1 = 20$.

*** لحساب قيمة الربيع الأول، نطبق العلاقة الآتية: $Q_1 = L_1 + \left(\frac{\frac{N}{4} - N_1}{n_1}\right)c_1$

ومنه: $Q_1 = 20 + \left(\frac{50-20}{30}\right)10$ ، إذن: $Q_1 = 30$

– **الطريقة البيانية لتحديد قيمة الربيع الأول :** هناك طريقتان لتحديد قيمة الربيع الأول بيانيا:

الطريقة الأولى: نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد، والمستقيم ذو المعادلة: $y = \frac{N}{4}$ (N: مجموع التكرارات) الموازي للمحور الأفقي، فاصلة نقطة تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيمة الربيع الأول .

الطريقة الثانية: نرسم منحنى التكرار المتجمع النازل، والمستقيم ذو المعادلة: $y = \frac{N}{4}$ (N : مجموع التكرارات) الموازي للمحور الأفقي، فاصلة نقطة تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيمة الربيع الأول.

مثال: حدد قيمة الربيع الأول بيانيا من الجدول التكراري الآتي:

الفئات	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]
التكرارات	20	30	32	60	26	18	14

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

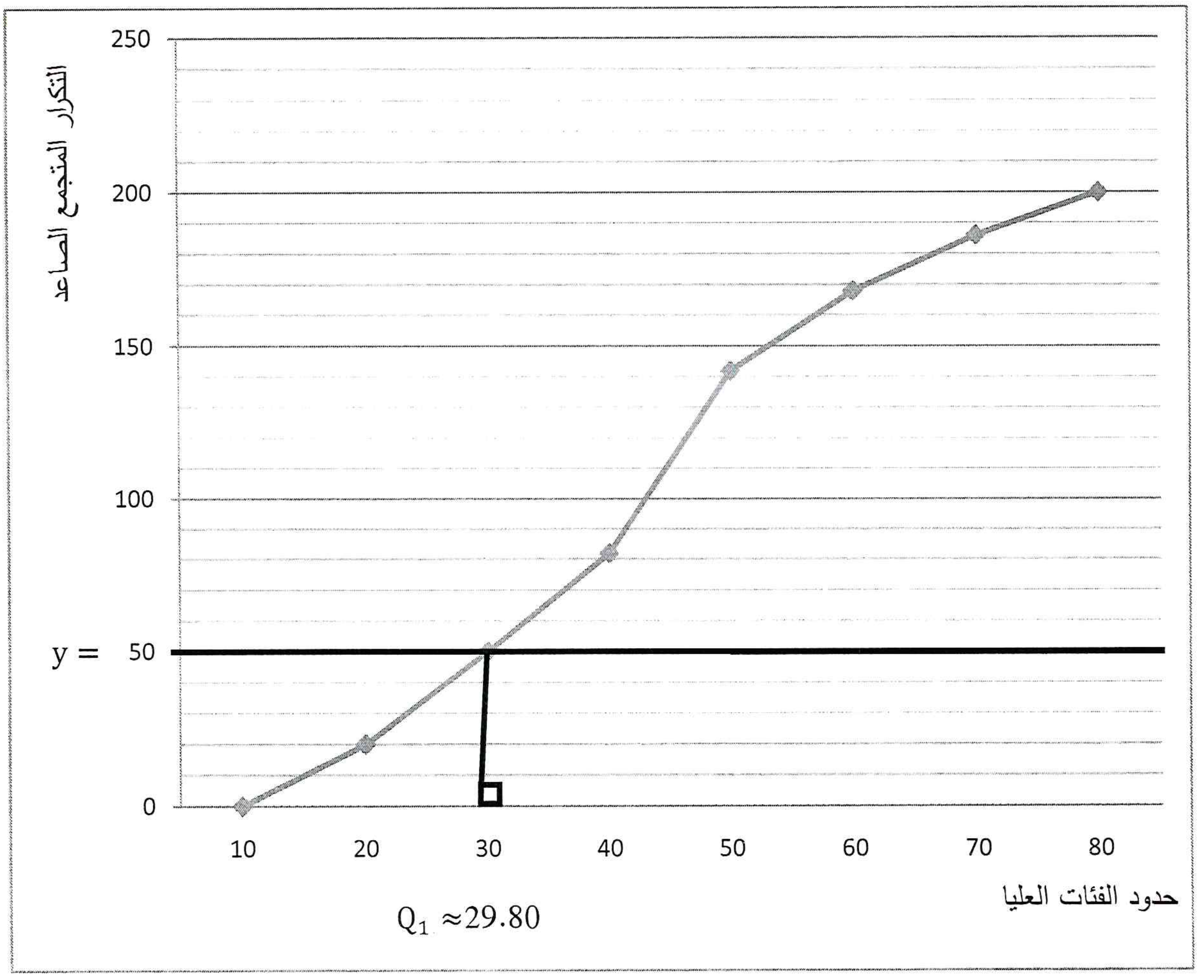
e_i	n_i	$n_i\uparrow$	$n_i\downarrow$
[10 , 20[	20	20	200
[20 , 30[	30	50	180
[30 , 40[	32	82	150
[40 , 50[	60	142	118
[50 , 60[	26	168	58
[60 , 70[	18	186	32
[70 , 80]	14	200	14
$\sum$	200	/	/

** يكفي أن نطبق الطريقة الأولى: نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد والمستقيم ذو المعادلة : $y = 50$:

نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد: نعلم النقاط (l_{i+1} ، $n_i\uparrow$) في المعلم حيث: l_{i+1} تمثل الحدود العليا للفئات و $n_i\uparrow$ تمثل التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة لهذه الفئات، ثم نقوم بتوصيل هذه النقط المتجاورة على شكل قطع مستقيمة، فيتم الحصول على خط منكسر يمثل منحنى التكرار المتجمع الصاعد.

نرسم المستقيم ذو المعادلة: $y = 50$ الموازي للمحور الأفقي.

فاصلة نقطة تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيمة الربيع الأول .



5-1-2- الربيع الثاني:

❖ **تعريف الربيع الثاني (الوسيط):** الربيع الثاني والذي نرمز له بالرمز Q_2 هو نفسه الوسيط ، ونكتب:

$$Q_2 = M_e$$

5-1-3- الربيع الثالث:

أ- **تعريف الربيع الثالث (الربيع الأعلى):**هو قيمة المتغير الإحصائي التي تقسم البيانات محل الدراسة إلى قسمين، يحتوي القسم الأول على 75 % من القيم، بينما يحتوي القسم الثاني على 25 % من القيم، بمعنى آخر الربيع الثالث هو القيمة التي يسبقها ثلاثة أرباع البيانات (75%) ويليها ربع البيانات (25 %)، كما يسمى أيضا بالربيع الأعلى، ويرمز له بالرمز: Q_3 .

ب- طرق حساب الربيع الثالث (الأعلى):

ب-حالة البيانات غير المبوبة: أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، ولحساب الربيع الثالث في هذه الحالة نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا، ثم نحسب $\frac{3n}{4}$ رتبة الربيع الثالث، حيث n تعبر عن عدد قيم السلسلة الإحصائية المعطاة، فإذا كانت رتبة الربيع الثالث عددا طبيعيا فإن قيمة الربيع الثالث هي القيمة

التي تقابل هذه الرتبة، أما إذا كانت عددا غير طبيعي بمعنى عددا يحتوي على الفاصلة، فإن قيمة الربيع الثالث هي المتوسط الحسابي للقيمة المقابلة للجزء الطبيعي (نأخذ الجزء الطبيعي لناتج العدد $\frac{3n}{4}$ أي نأخذ الناتج دون فاصلة) لرتبة الربيع الثالث والقيمة التي تليها مباشرة ضمن قيم السلسلة الإحصائية.

مثال: لتكن لدينا السلسلتين الإحصائيتين الآتيتين:

◄ 12 – 14 – 10 – 8 – 6 – 18 – 5 – 7 .   ◄ 2 – 13 – 6 – 4 – 8 – 12 – 14 .

أحسب الربيع الثالث لهاتين السلسلتين.

الحل : * ترتيب القيم: 5 – 6 –7 – 8 – 10 – 12 – 14 – 18.

الربيع الثالث لسلسة الأولى: لدينا: $n = 8$ قيم. ومنه ترتيب قيمة الربيع الثالث هو: $\frac{3n}{4} = \frac{3\times 8}{4} = 6$ ،

إذن: $Q_3 = 12$.

** ترتيب القيم: 2 – 4 – 6– 8 – 12– 13 – 14.

الربيع الثالث لسلسة الثانية: لدينا: $n = 7$ قيم ، و $\frac{3n}{4} = \frac{3\times 7}{4} = 5.25$ ، ومنه قيمة الربيع الثالث هو:

المتوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما(5 و6) أي أن:

$Q_{3_{(5,6)}} = \frac{12+13}{2} = 12.50$ ، إذن: $Q_{3_{(5,6)}} = 12.50$

- **حالة البيانات المبوبة:** أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

▪ **المتغير الإحصائي المتقطع:** لإيجاد قيمة الربيع الثالث في هذه الحالة نقوم بالخطوتين الآتيتين:

✓ نضيف عمود للتكرار المتجمع الصاعد.

✓ القيمة المقابلة لـ $\frac{3N}{4}$ أو الأقرب إليها أو التي تزيد عنها مباشرة، تمثل قيمة الربيع الثالث .

حيث: $N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$

مثال 01 : أحسب قيمة الربيع الثالث للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	1	2	3	4	5
التكرارات	3	6	10	8	9

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	$n_i\uparrow$
1	3	3
2	6	9
3	10	19
4	8	27
5	9	36
Σ	36	/

** نحسب $\frac{3N}{4}$ ، أي أن: $27 = \frac{108}{4} = \frac{3N}{4}$ ، نلاحظ أن القيمة 27 في عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ تقابلها ضمن القيم x_i القيمة 4 ، ومنه قيمة الربيع الثالث هي: $Q_3 = 4$

مثال 02 : أحسب قيمة الربيع الثالث للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	2	3	5	7	8	9	10
التكرارات	3	8	12	15	11	7	4

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	$n_i\uparrow$
2	3	3
3	8	11
5	12	23
7	15	38
8	11	49
9	7	56
10	4	60
Σ	60	/

** نحسب $\frac{3N}{4}$ ، أي أن: $45 = \frac{180}{4} = \frac{3N}{4}$ ، ولكن لا توجد قيمة في عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ تساوي 45 ، ننظر إلى القيمة التي هي أكبر من 45 مباشرة ضمن قيم $n_i\uparrow$ ، فنجد أن هذه القيمة تساوي 49 ، والقيمة 49 في التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ تقابلها في القيم x_i القيمة 8 ، ومنه قيمة الربيع الثالث هي: $Q_3 = 8$

▪ **المتغير الإحصائي المستمر:** قبل إيجاد قيمة الربيع الثالث في حالة المتغير الإحصائي المستمر، يجب مراعاة ما يلي :

✓ البحث عن فئة الربيع الثالث، وفئة الربيع الثالث هي الفئة التي تقابل العدد $\frac{3N}{4}$ أو التي تليها مباشرة.

تعطى قيمة الربيع الثالث في حالة المتغير الإحصائي المستمر جبريا بالعلاقة الآتية:

$Q_3 = L_3 + \left(\frac{\frac{3N}{4} - N_3}{n_3}\right) c_3$ ، حيث:

Q_3 : الربيع الثالث . L_3 : الحد الأدنى لفئة الربيع الثالث. $\frac{3N}{4}$: رتبة الربيع الثالث. N : مجموع التكرارات.

N_3: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل فئة الربيع الثالث.

n_3: تكرار فئة الربيع الثالث. c_3:طول فئة الربيع الثالث.

كما تعطى قيمة الربيع الثالث في حالة المتغير الإحصائي المستمر لغويا بالعلاقة الآتية:

الربيع الثالث=الحد الأدنى لفئة الربيع الثالث+(ترتيب الربيع الثالث − التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل فئة الربيع الثالث / تكرار فئة الربيع الثالث)×طول فئة الربيع الثالث.

مثال: أحسب قيمة الربيع الثالث للجدول التكراري الآتي:

الفئات	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]
التكرارات	20	30	32	60	26	18	14

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	$n_i\uparrow$
[10 , 20[	20	20
[20 , 30[	30	50
[30 , 40[	32	82
[40 , 50[	60	142
[50 , 60[	26	168
[60 , 70[	18	186
[70 , 80]	14	200
Σ	200	/

**إيجاد فئة الربيع الثالث: لدينا $150 = \frac{3\times200}{4} = \frac{3N}{4}$ ، نلاحظ أن القيمة 150 لا توجد ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ هي: 168، والفئة التي تقابل القيمة 168 هي: [50 ,60[وعليه فإن هذه الفئة هي فئة الربيع الثالث، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_3 = 10$ وحدها الأدنى يساوي 50 ، أي أن: $L_3 = 50$ ، وتكرارها يساوي 26 ، أي أن:

$n_3 = 26$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة ([40 ، 50[ ) قبل فئة الربيع الثالث فيساوي 142 ، أي أن: $N_3 = 142$.

*** لحساب قيمة الربيع الثالث، نطبق العلاقة الآتية: $Q_3 = L_3 + \left(\frac{\frac{3N}{4} - N_3}{n_3}\right) c_3$

ومنه: $Q_3 = 50 + \left(\frac{150 - 142}{26}\right) 10$ ، إذن: $Q_3 = 53.08$

3- **الطريقة البيانية لتحديد قيمة الربيع الثالث:** هناك طريقتان لتحديد قيمة الربيع الثالث بيانيا:

الطريقة الأولى: نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد، والمستقيم ذو المعادلة: $y = \frac{3N}{4}$ (N: مجموع التكرارات) الموازي للمحور الأفقي، فاصلة نقطة تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيمة الربيع الثالث .

الطريقة الثانية: نرسم منحنى التكرار المتجمع النازل، والمستقيم ذو المعادلة: $y = \frac{3N}{4}$ (N : مجموع التكرارات) الموازي للمحور الأفقي، فاصلة نقطة تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيمة الربيع الثالث.

مثال: حدد قيمة الربيع الثالث بيانيا من الجدول التكراري الآتي:

الفئات	[10 ، 20[	[20 ، 30[	[30 ، 40[	[40 ، 50[	[50 ، 60[	[60 ، 70[	[70 ، 80]
التكرارات	20	30	32	60	26	18	14

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

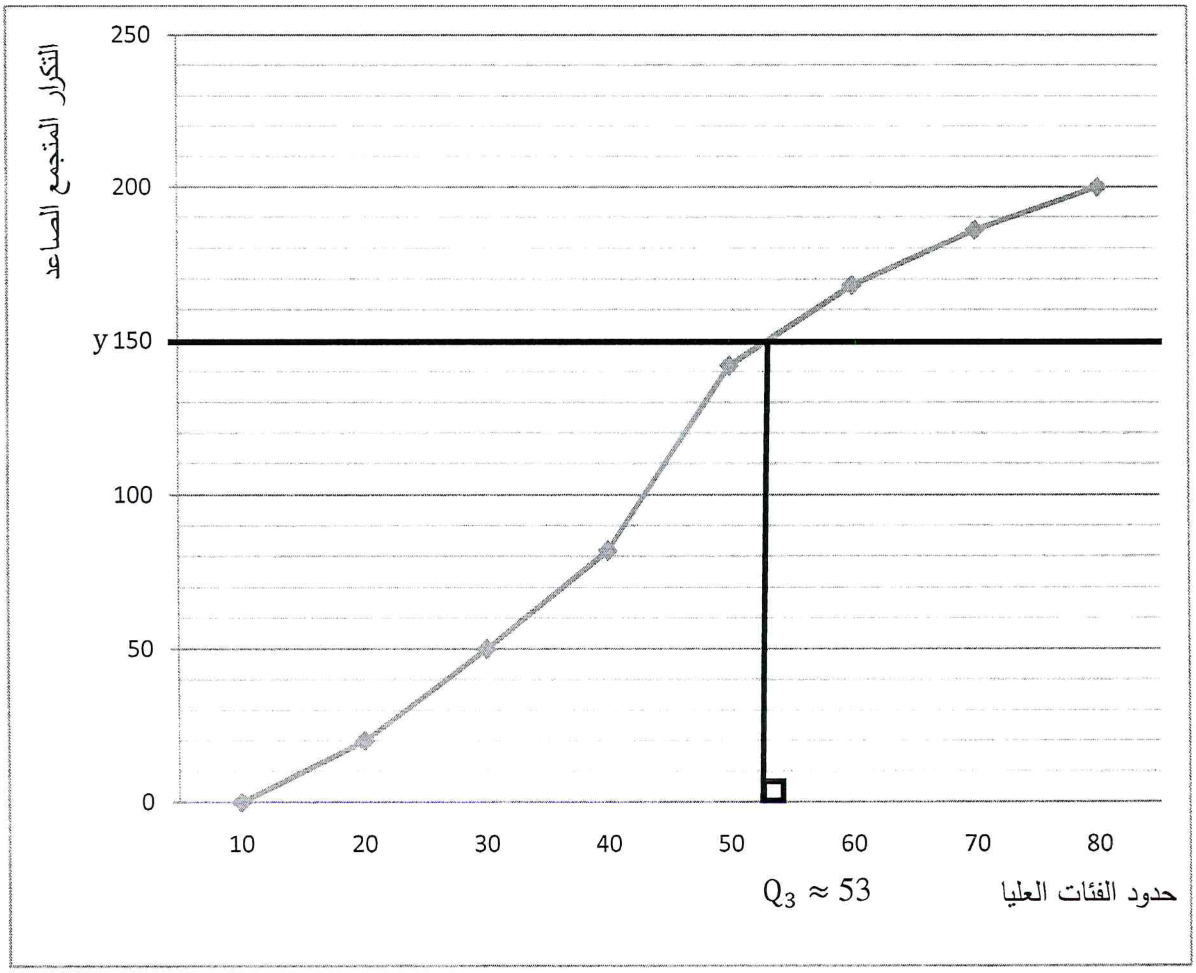
e_i	n_i	$n_i\uparrow$	$n_i\downarrow$
[10 ، 20[	20	20	200
[20 ، 30[	30	50	180
[30 ، 40[	32	82	150
[40 ، 50[	60	142	118
[50 ، 60[	26	168	58
[60 ، 70[	18	186	32
[70 ، 80]	14	200	14
Σ	200	/	/

** يكفي أن نطبق الطريقة الأولى: نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد والمستقيم ذو المعادلة: $y = 150$:

نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد: نعلم النقاط (l_{i+1} ، $n_i\uparrow$) في المعلم حيث: l_{i+1} تمثل الحدود العليا للفئات و $n_i\uparrow$ تمثل التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة لهذه الفئات، ثم نقوم بتوصيل هذه النقط المتجاورة على شكل قطع مستقيمة، فيتم الحصول على خط منكسر يمثل منحنى التكرار المتجمع الصاعد.

نرسم المستقيم ذو المعادلة: $y = 150$ الموازي للمحور الأفقي.

فاصلة نقطة تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيمة الربيع الثالث .



5-2- العشيرات:

5-2-1- تعريف العشيرات: تعرف العشيرات على أنها تسع قيم تقسم التكرار الكلي إلى عشرة أقسام متساوية بعد ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا، كل قسم يمثل 10 % من البيانات، بمعنى كل قسم يمثل عُشُر البيانات.

فبعد ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا، فالعشير الأول هو القيمة التي يسبقها $\frac{1}{10}$ من البيانات ويليها $\frac{9}{10}$ من البيانات، والعشير الثاني هو القيمة التي يسبقها $\frac{2}{10}$ من البيانات ويليها $\frac{8}{10}$ من البيانات، ......، والعشير التاسع هو القيمة التي يسبقها $\frac{9}{10}$ من البيانات ويليها $\frac{1}{10}$ من البيانات . كذلك رتبة العشير

الأول في البيانات المبوبة هي $\frac{N}{10}$ (N : مجموع التكرارات)، ورتبة العشير الثاني هي $\frac{2N}{10}$ ، ....،
ورتبة العشير التاسع هي $\frac{9N}{10}$ ، ويرمز للعشيرات بـ : $D_1\ , D_2\ ,......, D_9$.

5-2-2- طرق حساب العشيرات:

ت- حالة البيانات غير المبوبة: أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، ولحساب العشيرات في هذه الحالة نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا، ثم نحسب $\frac{in}{10}$ ، $i \in \{1\ ,2\ ,...,9\}$ و i قيمة العشير المراد حسابه، و n تعبر عن عدد قيم السلسلة الإحصائية المعطاة، فإذا كانت رتب هذه العشيرات عددا طبيعيا فإن قيمها هي القيم التي تقابل هذه الرتب، أما إذا كانت عددا غير طبيعي بمعنى عددا يحتوي على الفاصلة، فإن قيمها هي المتوسط الحسابي للقيمة المقابلة للجزء الطبيعي (نأخذ الجزء الطبيعي لناتج العدد $\frac{in}{10}$ أي نأخذ الناتج دون فاصلة) لرتب هذه العشيرات والقيمة التي تليها مباشرة ضمن قيم السلسلة الإحصائية.

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية:

◄ $12 - 14 - 10 - 8 - 6 - 18 - 5 - 7 - 9 - 20$.

أحسب العشير الأول، وقيمة العشير السابع لهذه السلسلة.

الحل : * ترتيب القيم: $5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 12 - 14 - 18 - 20$.

العشير الأول: لدينا: $n = 10$ قيم.

ومنه ترتيب قيمة العشير الأول هو: $1 = \frac{10}{10} = \frac{n}{10}$ ، إذن: $D_1 = 5$.

** العشير السابع: لدينا: $7 = \frac{7\times10}{10} = \frac{7n}{10}$ ، ومنه قيمة العشير السابع هي: $D_1 = 12$

أ- حالة البيانات المبوبة: أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

- المتغير الإحصائي المتقطع: لإيجاد قيمة العشيرات في هذه الحالة نقوم بالخطوتين الآتيتين:

✓ نضيف عمود للتكرار المتجمع الصاعد.

✓ القيمة المقابلة لـ : $\frac{iN}{10}$ $i \in \{1\ ,2\ ,...,9\}$ أو الأقرب إليها أو التي تزيد عنها مباشرة، تمثل قيمة العشيرات. حيث: $N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$

مثال 01 : أحسب قيمة العشير الثالث، وقيمة العشير التاسع للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	1	2	3	4	5
التكرارات	3	6	10	8	9

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	$n_i\uparrow$
1	3	3
2	6	9
3	10	19
4	8	27
5	9	36
Σ	36	/

** ◄حساب قيمة العشير الثالث:نحسب $\frac{3N}{10}$ ، أي أن: $\frac{3N}{10}=\frac{3\times36}{10}=10.8$ ،نلاحظ أن القيمة 10.80 في عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ أقرب ما تكون إلى 9 منها إلى 19 ، والقيمة 9 تقابلها ضمن القيم x_i القيمة 2 ومنه : $D_3 = 2$.

** ◄◄ حساب قيمة العشير التاسع: نحسب $\frac{9N}{10}$ ، أي أن: $\frac{9N}{10}=\frac{9\times36}{10}=32.4$ ، نلاحظ أن القيمة 32.40 في عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ أقرب إلى 36 منها إلى 27 ، والقيمة 36 تقابلها ضمن القيم x_i القيمة 5 ومنه: $D_9 = 5$.

- **المتغير الإحصائي المستمر:** قبل إيجاد قيمة العشيرات في حالة المتغير الإحصائي المستمر، يجب مراعاة ما يلي :

✓ إضافة عمود يحتوي التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ ، ومن ثم حساب $\frac{iN}{10}$ ، $i \in \{1, 2, ..., 9\}$.

✓ البحث عن فئة العشيرات، وفئة العشيرات هي الفئة التي تقابل العدد $\frac{iN}{10}$ أو التي تليها مباشرة.

تعطى قيمة العشيرات في حالة المتغير الإحصائي المستمر جبريا بالعلاقة الآتية:

$$D_i = L_i + \left(\frac{\frac{iN}{10} - N_i}{n_i}\right) c_i$$ ، حيث:

D_i: العشيرات. L_i : الحد الأدنى لفئة العشيرات. $\frac{iN}{10}$: رتبة العشيرات. N :مجموع التكرارات.

N_i: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل فئة العشيرات.

n_i: تكرار فئة العشيرات. c_i: طول فئة العشيرات.

كما تعطى قيمة العشيرات في حالة المتغير الإحصائي المستمر لغويا بالعلاقة الآتية:

$$\text{العشيرات} = \text{الحد الأدنى لفئة العشيرات} + \left(\frac{\text{ترتيب العشيرات} - \text{التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل فئة العشيرات}}{\text{تكرار فئة العشيرات}}\right) \times \text{طول فئة العشيرات}$$

مثال: أحسب قيمة العشير الثاني والثامن للجدول التكراري الآتي:

الفئات	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]
التكرارات	10	16	47	60	26	23	18

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	$n_i\uparrow$
[10 , 20[	10	10
[20 , 30[	16	26
[30 , 40[	47	73
[40 , 50[	60	133
[50 , 60[	26	159
[60 , 70[	23	182
[70 , 80]	18	200
$\sum$	200	/

** إيجاد فئة العشير الثاني: لدينا $40 = \frac{400}{10} = \frac{2N}{10}$ ، نلاحظ أن القيمة 40 لا توجد ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ هي: 73 ، والفئة التي تقابل القيمة 73 هي:]40 , 30] وعليه فإن هذه الفئة هي فئة العشير الثاني، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_2 = 10$ وحدها الأدنى يساوي 30 ، أي أن: $L_2 = 30$ ، وتكرارها يساوي 47 ، أي أن: $n_2 = 47$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة ( ]30 , 20]) قبل فئة العشير الثاني فيساوي 26 ، أي أن: $N_2 = 26$.

لحساب قيمة العشير الثاني، نطبق العلاقة الآتية: $D_2 = L_2 + \left(\frac{\frac{2N}{10} - N_2}{n_2}\right)c_2$

ومنه: $D_2 = 30 + \left(\frac{40-26}{47}\right)10$ ، إذن: $D_2 = 32.98$

*** إيجاد فئة العشير الثامن: لدينا $160 = \frac{1600}{10} = \frac{8N}{10}$ ، نلاحظ أن القيمة 160 لا توجد ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ هي: 182، والفئة التي تقابل القيمة 182 هي:]70 , 60] وعليه فإن هذه الفئة هي فئة العشير الثامن، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_8 = 10$ وحدها الأدنى يساوي 60 ، أي أن: $L_8 = 60$ ، وتكرارها يساوي 23 ، أي أن:

$n_8 = 23$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة ([50 ، 60[ ) قبل فئة العشير الثامن فيساوي 159 ، أي أن:
. $N_8 = 159$

لحساب قيمة العشير الثامن، نطبق العلاقة الآتية: $D_8 = L_8 + \left(\frac{\frac{8N}{10} - N_8}{n_8}\right) c_8$

ومنه: $D_8 = 60 + \left(\frac{160 - 159}{23}\right) 10$ ، إذن: $D_8 = 60.43$

5-2-3- الطريقة البيانية لتحديد قيمة العشيرات: هناك طريقتان لتحديد قيم العشيرات بيانيا:

الطريقة الأولى: نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد، والمستقيم ذو المعادلة: $y = \frac{iN}{10}$ (N : مجموع التكرارات، $i \in \{1 , 2 , \dots , 9\}$) الموازي للمحور الأفقي، فواصل نقط تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيم العشيرات .

الطريقة الثانية: نرسم منحنى التكرار المتجمع النازل، والمستقيم ذو المعادلة: $y = \frac{iN}{10}$ (N : مجموع التكرارات، $i \in \{1 , 2 , \dots , 9\}$) الموازي للمحور الأفقي، فواصل نقط تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيم العشيرات .

مثال: حدد قيمة العشير الثامن بيانيا من الجدول التكراري الآتي:

الفئات	[10 ، 20[	[20 ، 30[	[30 ، 40[	[40 ، 50[	[50 ، 60[	[60 ، 70[	[70 ، 80]
التكرارات	10	16	47	60	26	23	18

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

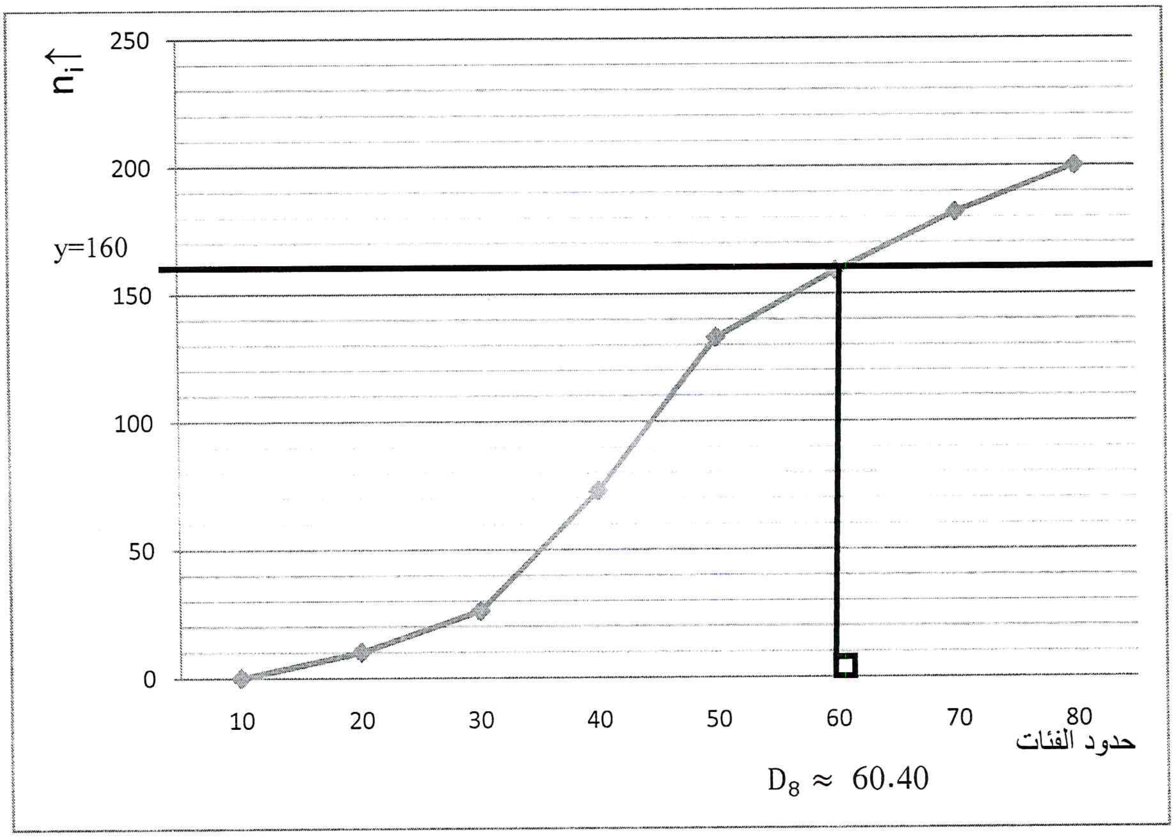
e_i	n_i	$n_i\uparrow$
[10 ، 20[	10	10
[20 ، 30[	16	26
[30 ، 40[	47	73
[40 ، 50[	60	133
[50 ، 60[	26	159
[60 ، 70[	23	182
[70 ، 80]	18	200
Σ	200	/

** يكفي أن نطبق الطريقة الأولى: نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد والمستقيم ذو المعادلة: $y = 160$:

نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد: نعلم النقاط ($n_i\uparrow$ ، l_{i+1}) في المعلم حيث: l_{i+1} تمثل الحدود العليا للفئات و $n_i\uparrow$ تمثل التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة لهذه الفئات، ثم نقوم بتوصيل هذه النقط المتجاورة على شكل قطع مستقيمة، فيتم الحصول على خط منكسر يمثل منحنى التكرار المتجمع الصاعد.

نرسم المستقيم ذو المعادلة: $y = 160$ الموازي للمحور الأفقي.

فاصلة نقطة تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيمة العشير الثامن .



5-3- المئينات:

5-3-1-تعريف المئينات: تعرف المئينات على أنها تسع وتسعون قيمة، تقسم التكرار الكلي إلى مائة أقسام متساوية بعد ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا، كل قسم يمثل 1 % من البيانات، فمثلا المئين السابع والعشرون يقسم البيانات إلى قسمين، 27 % منها أقل منه و 73 % منها أكبر منه، أما المئين التسعون مثلا يقسم البيانات إلى قسمين، 90 % منها أقل منه و 10 % منها أكبر منه، وهكذا دواليك. فبعد ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا، فالمئين الأول هو القيمة التي تسبقها $\frac{1}{100}$ من البيانات ويليها $\frac{99}{100}$ من البيانات، والمئين الثاني هو القيمة التي تسبقها $\frac{2}{100}$ من البيانات ويليها $\frac{98}{100}$ من البيانات، ......، والمئين التاسع والتسعون هو القيمة التي تسبقها $\frac{99}{100}$ من البيانات ويليها $\frac{1}{100}$ من البيانات . كذلك رتبة المئين الأول في البيانات المبوبة هي $\frac{N}{100}$ $(N$:

مجموع التكرارات)، ورتبة المئين الثاني هي $\frac{2N}{100}$ ، ......، ورتبة المئين التاسع والتسعون هي $\frac{99N}{100}$ ، ويرمز للمئينات بـ : P_1 , P_2 ,....., P_{99} .

5-3-2- طرق حساب المئينات:

أ- حالة البيانات غير المبوبة: أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، ولحساب المئينات في هذه الحالة نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا، ثم نحسب $\frac{in}{100}$ ، $i \in \{1,2,\ldots,99\}$ و i قيمة المئين المراد حسابه، و n تعبر عن عدد قيم السلسلة الإحصائية المعطاة، فإذا كانت رتب هذه المئينات عددا طبيعيا فإن قيمها هي القيم التي تقابل هذه الرتب، أما إذا كانت عددا غير طبيعي بمعنى عددا يحتوي على الفاصلة، فإن قيمها هي المتوسط الحسابي للقيمة المقابلة للجزء الطبيعي (نأخذ الجزء الطبيعي لناتج العدد $\frac{in}{100}$ أي نأخذ الناتج دون فاصلة) لرتب هذه المئينات والقيمة التي تليها مباشرة ضمن قيم السلسلة الإحصائية.

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية:

◄ 12 – 14 – 10 – 8 – 6 – 18 – 5 – 7 – 9 – 20 – 4 – 3 – 16– 23 – 15 .

أحسب المئين الواحد والعشرين، والمئين السبعين لهذه السلسلة.

الحل : * ترتيب القيم: 3 – 4 – 5 – 6 –7 – 8 – 9 – 10 – 12 – 14– 15 – 16 – 18 – 20 – 23 .

المئين الواحد والعشرون: لدينا: $n = 15$ قيمة. ومنه ترتيب قيمة المئين الواحد والعشرون هو:

$\frac{21n}{100} = \frac{21\times15}{100} = 3.15$ ، إذن: $P_{21} = \frac{5+6}{2} = 5.5$.

** المئين السبعون: لدينا: $\frac{70n}{100} = \frac{70\times15}{100} = 10.50$ ومنه قيمة المئين السبعون هي:

$$P_{70} = \frac{14+15}{2} = 14.50$$

ب- حالة البيانات المبوبة: أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

-المتغير الإحصائي المتقطع: لإيجاد قيمة المئينات في هذه الحالة نقوم بالخطوتين الآتيتين:

✓ نضيف عمود للتكرار المتجمع الصاعد.

✓ القيمة المقابلة لـ : $\frac{iN}{100}$ $i \in \{1,2,\ldots,99\}$ أو الأقرب إليها أو التي تزيد عنها مباشرة، تمثل قيمة المئينات. حيث: $N = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$

مثال 01 : أحسب قيمة المئين العشرين، وقيمة المئين الستين للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	1	2	3	4	5
التكرارات	3	6	10	8	9

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	$n_i\uparrow$
1	3	3
2	6	9
3	10	19
4	8	27
5	9	36
$\sum$	36	/

** ◄حساب قيمة المئين العشرون: نحسب $\frac{20N}{100}$ ، أي أن: $\frac{20N}{100} = \frac{20\times36}{100} = 7.2$ ، نلاحظ أن القيمة 7.2 في عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ أقرب ما تكون إلى 9 منها إلى 19 ، والقيمة 9 تقابلها ضمن القيم x_i القيمة 2 ومنه : $P_{20} = 2$.

** ◄◄ حساب قيمة المئين الستون: نحسب $\frac{60N}{100}$ ، أي أن: $\frac{60N}{100} = \frac{60\times36}{100} = 21.6$ ، نلاحظ أن القيمة 21.6 في عمود التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ أقرب إلى 19 منها إلى 27 ، والقيمة 19 تقابلها ضمن القيم x_i القيمة 3 ومنه : $P_{60} = 3$.

– **المتغير الإحصائي المستمر:** قبل إيجاد قيمة المئينات في حالة المتغير الإحصائي المستمر، يجب مراعاة ما يلي :

✓ إضافة عمود يحتوي التكرار المتجمع الصاعد $n_i\uparrow$ ، ومن ثم حساب $\frac{iN}{100}$ ، $i \in \{1, 2, \dots, 99\}$.

✓ البحث عن فئة المئينات، وفئة المئينات هي الفئة التي تقابل العدد $\frac{iN}{100}$ أو التي تليها مباشرة.

تعطى قيمة المئينات في حالة المتغير الإحصائي المستمر جبريا بالعلاقة الآتية:

$$P_i = L_i + \left(\frac{\frac{iN}{100} - N_i}{n_i}\right) c_i$$ ، حيث:

P_i : المئينات. L_i : الحد الأدنى لفئة المئينات. $\frac{iN}{100}$: رتبة المئينات. N : مجموع التكرارات.

N_i: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل فئة المئينات.

n_i: تكرار فئة المئينات. c_i: طول فئة المئينات.

المئينات =الحد الأدنى لفئة المئينات + $\left(\frac{\text{ترتيب المئينات} - \text{التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل فئة المئينات}}{\text{تكرار فئة المئينات}}\right)$×طول فئة المئينات.

مثال: أحسب قيمة المئين الثلاثين، وقيمة المئين الخامس والستين للجدول التكراري الآتي:

الفئات	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]
التكرارات	10	16	47	60	26	23	18

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	$n_i\uparrow$
[10 , 20[	10	10
[20 , 30[	16	26
[30 , 40[	47	73
[40 , 50[	60	133
[50 , 60[	26	159
[60 , 70[	23	182
[70 , 80]	18	200
Σ	200	/

** إيجاد فئة المئين الثلاثين: لدينا $60 = \frac{6000}{100} = \frac{30N}{100}$ ، نلاحظ أن القيمة 60 لا توجد ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ هي: 73 والفئة التي تقابل القيمة 73 هي:]40 , 30] وعليه فإن هذه الفئة هي فئة المئين الثلاثين، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_{30}= 10$ وحدها الأدنى يساوي 30 ، أي أن: $L_{30} = 30$ ، وتكرارها يساوي 47 ، أي أن: $n_{30} = 47$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة ( ]30 , 20]) قبل فئة المئين الثلاثين فيساوي 26 ، أي أن: $N_{30} = 26$.

لحساب قيمة المئين الثلاثين ، نطبق العلاقة الآتية: $P_{30} = L_{30} + \left(\frac{\frac{30N}{100} - N_{30}}{n_{30}}\right)c_{30}$

ومنه: $P_{30} = 30 + \left(\frac{60-26}{47}\right)10$ ، إذن: $P_{30} = 37.23$

*** إيجاد فئة المئين الخامس والستين: لدينا $130= \frac{13000}{100} = \frac{65N}{100}$ ، نلاحظ أن القيمة 130 لا توجد ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة

$n_i\uparrow$ هي: 133، والفئة التي تقابل القيمة 133 هي:]50 , 40] وعليه فإن هذه الفئة هي فئة المئين الخامس والستين، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_{65}=10$ وحدها الأدنى يساوي 40 ، أي أن: $L_{65}=40$ ، وتكرارها يساوي 60 ، أي أن: $n_{65}=60$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة ( ]40 , 30]) قبل فئة المئين الخامس والستين فيساوي 73 ، أي أن: $N_{65}=73$.

لحساب قيمة المئين الخامس والستين، نطبق العلاقة الآتية: $\mathrm{P}_{65}=\mathrm{L}_{65}+\left(\frac{\frac{65\mathrm{N}}{100}-\mathrm{N}_{65}}{\mathrm{n}_{65}}\right)\mathrm{c}_{65}$

ومنه: $\mathrm{P}_{65}=40+\left(\frac{130-73}{60}\right)10$ ، إذن: $\mathrm{P}_{65}=49.50$

5-3-3- الطريقة البيانية لتحديد قيمة المئينات: هناك طريقتان لتحديد قيم المئينات بيانيا:

الطريقة الأولى: نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد، والمستقيم ذو المعادلة: $y=\frac{iN}{100}$ (N : مجموع التكرارات، $\{1,2,\dots,99\} \ni i$) الموازي للمحور الأفقي، فواصل نقط تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيم المئينات.

الطريقة الثانية: نرسم منحنى التكرار المتجمع النازل، والمستقيم ذو المعادلة: $y=\frac{iN}{100}$ (N : مجموع التكرارات، $\{1,2,\dots,99\} \ni i$) الموازي للمحور الأفقي، فواصل نقط تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيم المئينات.

مثال: حدد قيمة المئين الخامس والستين بيانيا من الجدول التكراري الآتي:

الفئات	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]
التكرارات	10	16	47	60	26	23	18

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

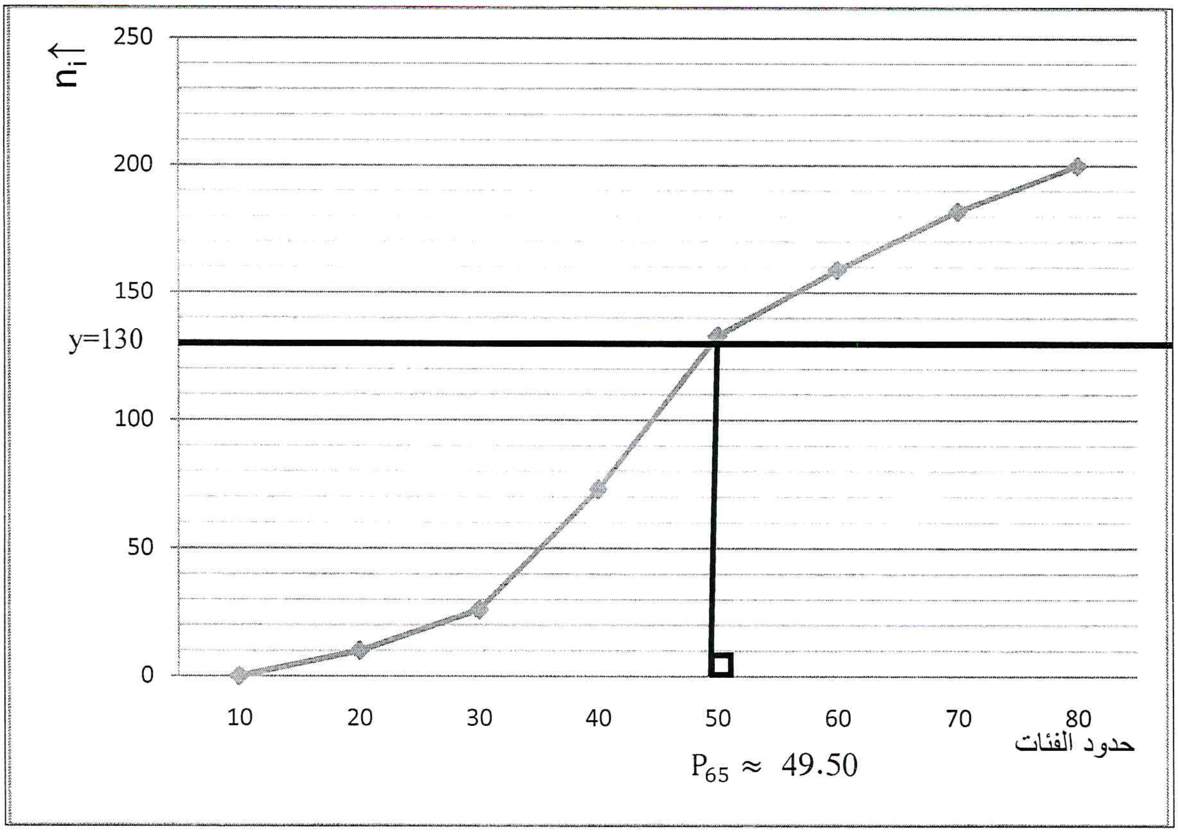
e_i	n_i	$n_i\uparrow$
[10 , 20[	10	10
[20 , 30[	16	26
[30 , 40[	47	73
[40 , 50[	60	133
[50 , 60[	26	159
[60 , 70[	23	182
[70 , 80]	18	200
Σ	200	/

** يكفي أن نطبق الطريقة الأولى: نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد والمستقيم ذو المعادلة: $y = 130$:

نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد: نعلم النقاط ($n_i\uparrow$, l_{i+1}) في المعلم حيث: l_{i+1} تمثل الحدود العليا للفئات و $n_i\uparrow$ تمثل التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة لهذه الفئات، ثم نقوم بتوصيل هذه النقط المتجاورة على شكل قطع مستقيمة، فيتم الحصول على خط منكسر يمثل منحنى التكرار المتجمع الصاعد.

نرسم المستقيم ذو المعادلة: $y = 130$ الموازي للمحور الأفقي.

فاصلة نقطة تقطع المنحنى مع المستقيم والعمودي على المحور الأفقي هي قيمة المئين الخامس والستين.



6- نتائج: مما سبق يمكن استنتاج ما يلي:

6-1- العلاقة بين الوسيط ومشتقاته: توجد علاقة جبرية بين الوسيط ومشتقاته، نوردها فيما يلي:

$$P_{50} = D_5 = Q_2 = Me$$

6-2- العلاقة بين المئينات والربيعات : توجد علاقة جبرية بين المئينات والربيعات، وهي على النحو الآتي:

$$P_{75} = Q_3 \quad ، \quad P_{25} = Q_1$$

6-3- العلاقة بين المئينات والعشيرات : توجد علاقة جبرية بين المئينات والعشيرات، وهذه العلاقة هي:

$$P_{(10,20,30,40,60,70,80,90)} = D_{(1,2,3,4,5,6,7,8,9)}$$

7- المنوال:

7-1- تعريف المنوال: المنوال هو القيمة التي تقابل أكبر تكرار، أي التي تتكرر أكثر من غيرها من القيم أو الصفات، بمعنى آخر المنوال هو القيمة الأكثر تكرارا أو انتشارا أو شيوعا عن غيرها من القيم المختلفة للمتغير المدروس، ويسمى المنوال أيضا بالنمط، المسيطر، الشائع والغالب، وغيرها من التسميات، ويكثر استخدامه في حالة البيانات الوصفية (الكيفية) أكثر من استخدامه في حالة البيانات الكمية، وذلك لمعرفة النمط أو المستوى الشائع، وقد يكون للبيانات منوال واحد، وتسمى ظاهرة أحادية المنوال، أو يكون لها منوالان، وتسمى ظاهرة ثنائية المنوال، ويمكن أن يكون لها أكثر من منوال، وتسمى ظاهرة متعددة المنوال، كما يمكن أن لا يوجد منوال لمجموعة من البيانات. ويرمز للمنوال بالرمز Mo .

7-2- طرق حساب المنوال:

7-2-1- حالة البيانات غير المبوبة: أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، وقيمة المنوال في هذه الحالة هي القيمة الأكثر تكرارا من بين القيم المعطاة.

مثال: لتكن لدينا السلاسل الإحصائية الآتية:

◄ 10 - 9 - 11 - 7 - 5 - 18 - 3 .   ◄ 2 - 12 - 6 - 4 - 1 - 8 - 12 - 14 .

◄ 8 - 5 - 6 - 5 - 9 - 10 - 6 - 17 .   ◄ 2 - 5 - 8 - 2 - 2 - 5 - 5 - 8 - 8 - 8 .

◄ جيد – ممتاز – متوسط – ممتاز – جيد جدا – ممتاز – دون المتوسط – جيد – متوسط – ممتاز .

أحسب منوال هذه السلاسل الإحصائية .

الحل : * السلسة : 10 - 9 - 11 - 7 - 5 - 18 - 3 ، لا يوجد عندها منوال.

* السلسة : 2 - 12 - 6 - 4 - 1 - 8 - 12 - 14 ، منوالها هو: Mo =12

* السلسلة : 8 - 5 - 6 - 5 - 9 - 10 - 8 - 17، لها منوالان هما:Mo =5 أو Mo =8

* 2 - 5 - 8 - 2 - 2- 5- 5- 8 - 8 . ثلاثي المنوال:Mo =2 أو Mo =5 أوMo = 8

* السلسلة: جيد- ممتاز- متوسط- ممتاز- جيد جدا- ممتاز- دون المتوسط- جيد- متوسط – ممتاز .

منوالها هو: **ممتاز = Mo**

7-2-2- حالة البيانات المبوبة: أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

أ- **المتغير الإحصائي المتقطع:** قيمة المنوال في هذه الحالة هي القيمة التي لها أكبر تكرار.

مثال: أحسب قيمة المنوال للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	1	2	3	4	5
التكرارات	3	4	10	8	9

الحل: * قيمة المنوال هي: Mo =3 ، لأن لها أكبر تكرار وهو العدد 10 .

ب- **المتغير الإحصائي المستمر:** قبل إيجاد قيمة المنوال في حالة المتغير الإحصائي المستمر، يجب مراعاة ما يلي :

- ✓ يجب أن تكون الفئات متساوية الطول، فإذا كانت الفئات غير متساوية الطول يجب حينئذ أن نقوم بعملية تعديل التكرارات حتى تكون الفئات متناسقة فيما بينها، قبل البحث عن قيمة المنوال.
- ✓ البحث عن الفئة المنوالية، والفئة المنوالية هي الفئة التي لها أكبر تكرار.

تعطى قيمة المنوال في حالة المتغير الإحصائي المستمر بالعلاقة الآتية:

$M_o = L_o + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right) c_o \rightarrow$ [1] ، حيث:

M_o : المنوال . L_o : الحد الأدنى للفئة المنوالية. c_o : طول الفئة المنوالية.

$\Delta_2 = n_o - n_{o+1}$ ، $\Delta_1 = n_o - n_{o-1}$

n_o: تكرار الفئة المنوالية ، n_{o-1} : تكرار الفئة قبل الفئة المنوالية، n_{o+1}: تكرار الفئة بعد الفئة المنوالية.

مثال: أحسب قيمة المنوال للجدول التكراري الآتي:

الفئات	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]
التكرارات	20	30	32	60	26	18	14

الحل: * نلاحظ أن الفئات متساوية الطول، لذا نقوم بحساب المنوال دون أي تعديل للتكرارات.

* الفئة المنوالية هي:]50 , 40] ، لأن لها أكبر تكرار وهو العدد 60 ، وطولها يساوي : $c_o = 10$

لدينا: قيمة تكرار الفئة المنوالية هي: $n_o = 60$ ، قيمة تكرار الفئة التي تسبق الفئة المنوالية هي: $n_{o-1} = 32$

قيمة تكرار الفئة التي تلي الفئة المنوالية هي: $n_{o+1} = 26$ ، قيمة الحد الأدنى للفئة المنوالية: $L_o = 40$

* لحساب قيمة المنوال نطبق العلاقة الآتية: $M_o = L_o + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right) c_o$ ، بالتطبيق العددي نجد:

$M_o = 40 + \left(\frac{60-32}{(60-32)+(60-26)}\right) 10$ ، ومنه : $M_o = 44.52$

[1] تسمى هذه العلاقة بطريقة الفروق لكارل بيرسون Karl Pearson .

7-3- الطريقة البيانية لتحديد قيمة المنوال: يمكن تحديد قيمة المنوال من الرسم، سواء من المتغير الإحصائي المتقطع أو من المتغير الإحصائي المستمر وذلك على النحو الآتي:

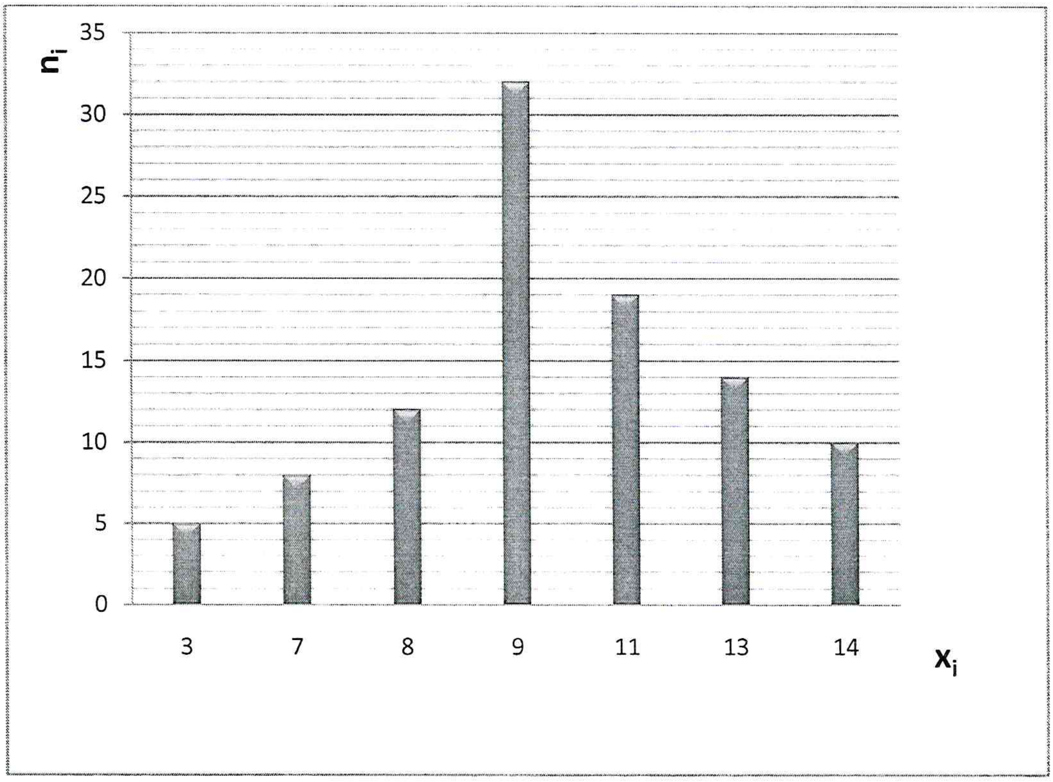
أ- **حالة المتغير الإحصائي المتقطع:** يتم رسم مخطط الأعمدة البيانية، ويكون الخط العمودي الأكثر ارتفاعا في الرسم هي قيمة المنوال .

مثال: ليكن لدينا الجدول التكراري الآتي:

Σ	14	13	11	9	8	7	3	
100	10	14	19	32	12	8	5	

- مثل هدا الجدول عن طريق مخطط الأعمدة البيانية .
- حدد من البيان قيمة المنوال.

الحل: * التمثيل البياني:



* تحديد قيمة المنوال: نلاحظ أن الخط العمودي الأكثر ارتفاعا في هذا البيان من بين هذه الخطوط هو الخط الذي قيمته العدد 9 ، أي أن: $M_o = 9$.

ب-حالة المتغير الإحصائي المستمر: لتحديد المنوال بيانيا في حالة المتغير الإحصائي المستمر يجب مراعاة ما يلي:

✓ يجب أن تكون الفئات متساوية الطول، فإذا كانت الفئات غير متساوية الطول يجب أن نقوم بعملية تعديل التكرارات[1].

✓ تحدد قيمة المنوال من المدرج التكراري (وبالضبط من الفئة المنوالية والفئة التي قبلها والفئة التي بعدها) .

✓ نرسم المدرج التكراري وقطعتين مستقيمتين (AB) و (CD)، بحيث :

A نقطة ذات الإحداثيات:$A(L_{o-1}\,,n_{o-1})$ حيث أن: L_{o-1} الحد الأعلى للفئة قبل الفئة المنوالية، و n_{o-1} تكرار الفئة قبل الفئة المنوالية.

C نقطة ذات الإحداثيات:$C(L_o\,,n_o)$ حيث أن: L_o الحد الأدنى للفئة المنوالية، و n_o تكرار الفئة المنوالية.

B نقطة ذات الإحداثيات:$B(L'_o\,,n_o)$ حيث أن: L'_o الحد الأعلى للفئة المنوالية، و n_o تكرار الفئة المنوالية.

D نقطة ذات الإحداثيات:$D(L_{o+1}\,,n_{o+1})$ حيث أن: L_{o+1} الحد الأدنى للفئة بعد الفئة المنوالية، و n_{o+1} تكرار الفئة بعد الفئة المنوالية.

✓ فاصلة نقطة تقاطع القطعتين المستقيمتين(AB) و(CD) هي قيمة المنوال، شريطة أن تكون هذه النقطة عمودية على محور الفواصل (محور الفئات).

مثال: حدد قيمة المنوال بيانيا من الجدول التكراري الآتي:

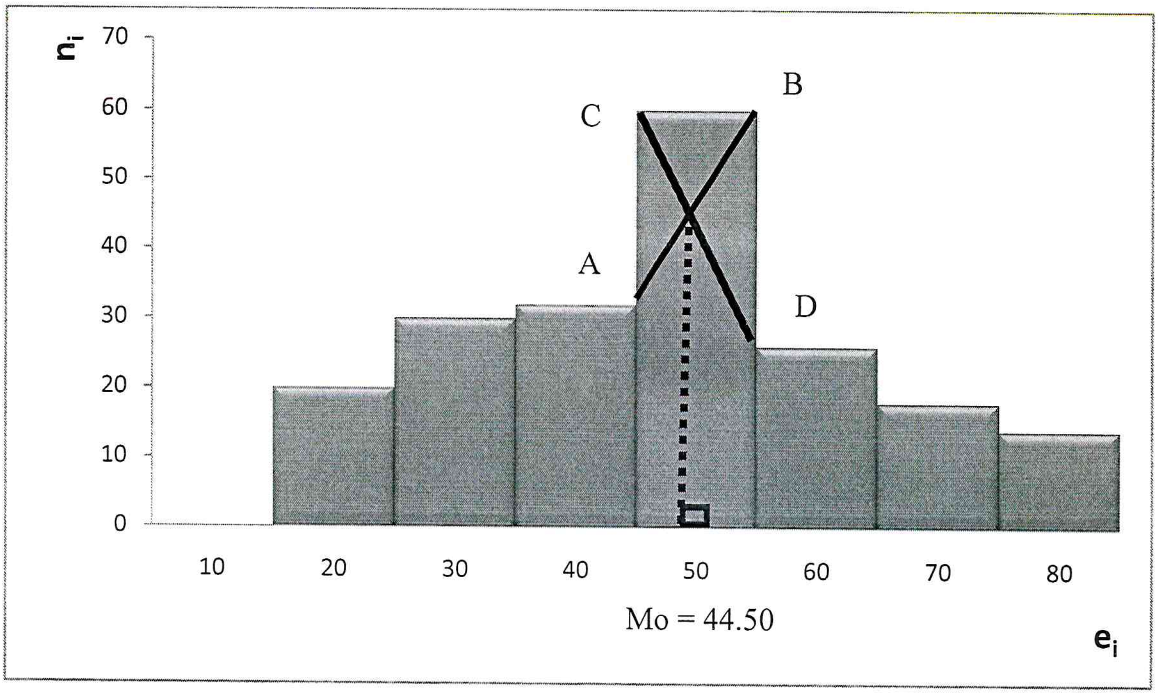
e_i	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]	Σ
n_i	20	30	32	60	26	18	14	200

الحل: * نرسم المدرج التكراري [2] .

نلاحظ أن: الفئات متساوية الطول، نقوم بالرسم بطريقة عادية ودون أي تعديل .

[1] لاحظ الفصل الثالث ، ص ص 78 – 79 .

[2] لاحظ طريقة رسم المدرج التكراري في الفصل الثالث ، ص ص 77 – 78 .



** فاصلة نقطة تقطع القطعتين المستقيمتين (AB) و (CD) والعمودي على المحور الأفقي (محور الفئات) هي قيمة المنوال، أي أن: $M_o = 44.50$.

7-4- خواص المنوال: يعتبر المنوال أفضل المتوسطات رغم أنه قليل الاستخدام، لإمكانيته وصف الظواهر الوصفية، أي أنه المقياس الوحيد الذي يمن تطبيقه في حالة الظواهر غير القابلة للقياس، ويمتاز بعدة خصائص نوردها فيما يلي:

- سهل الحساب والتعريف، فهو لا يعتمد على جميع القيم، إنما يعتمد على القيم الأكثر تكرارا فقط.
- لا يتأثر بالقيم الشاذة (المتطرفة) .
- تكون قيمة المنوال هي نفسها مركز الفئة المنوالية، في حالة تساوي التكرارات السابقة مع التكرارات اللاحقة.
- يمكن تحديد قيمة المنوال من الرسم البياني.
- يمكن حساب المنوال من جداول التوزيع التكراري المفتوحة، بشرط ألا تكون الفئة المفتوحة هي الفئة المنوالية.
- يفضل استعمال المنوال في حالة البيانات كثيرة العدد، لأن ليس له معنى في حالة البيانات قليلة العدد.
- يمكن حسابه فقط في حالة وجود الفئة السابقة والفئة اللاحقة للفئة المنوالية.
- يمكن أن يكون للبيانات أكثر من منوال، وقد لا توجد قيمة للمنوال أصلا .
- أثناء حساب المنوال يجب أن تكون الفئات متساوية الطول، فإذا كانت غير متساوية الطول فيجب إجراء عملية التعديل.

- يتم الحصول على قيم مختلفة للمنوال في حالة تغيير تقسيم الفئات لنفس التوزيع التكراري، لأن ذلك التقسيم يؤدي إلى التغيير في التكرارات، كما قد يكون سببا في تغيير موقع الفئة المنوالية .

8- العلاقة بين المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال: لقد توصل العالم الإحصائي كارل بيرسون عن طريق التجربة والمشاهدة المتكررة، أنه في حالة التوزيعات الملتوية التواء بسيطا تمتلك منوالا أحاديا، وجود علاقة بسيطة تربط بين المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال، وهذه العلاقة هي:

$$\bar{X} - M_o = 3(\bar{X} - M_e)$$

هذه العلاقة تفيدنا في حساب أحد المتوسطات بمعرفة الآخرين، خاصة أثناء حساب الوسط الحسابي من الجداول المفتوحة، عندما تعطى لنا قيمتي الوسيط والمنوال.

9- تحديد نوعية التوزيع من حيث جهة الالتواء: إذا أردنا معرفة نوعية التوزيع من حيث جهة الالتواء[1]، دون الاستعانة بالرسم، فيمكن تحقيق ذلك بالمقارنة بين المقاييس الثلاثة للنزعة المركزية على النحو الآتي:

- ✓ $\bar{X} = M_e = M_o$ ← شكل التوزيع معتدل، والمنحنى يكون متماثل وله نهاية حدية عظمى تشبه شكل الجرس .
- ✓ $\bar{X} > M_e > M_o$ ← شكل التوزيع موجب الالتواء، والمنحنى يكون ملتويا جهة اليمين.
- ✓ $\bar{X} < M_e < M_o$ ← شكل التوزيع سالب الالتواء، والمنحنى يكون ملتويا جهة اليسار.

تمارين الفصل الرابع:

التمرين الأول:

اقرأ النص جيدا ثم أجب بصحيح (✓) أو خطأ (×) على كل عبارة من العبارات الآتية:

1- لا يمكن إيجاد الوسط الحسابي من البيانات الوصفية .

2- يمكن أن يكون للجدول التكراري أكثر من متوسط حسابي .

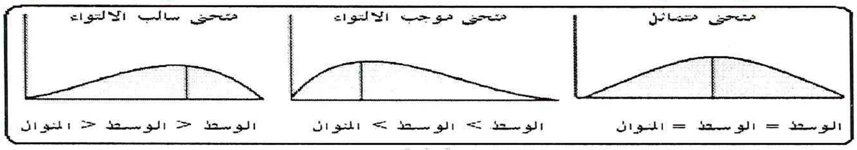
3- لا يتأثر المتوسط الحسابي بالقيم المتطرفة .

4- يمكن إيجاد المتوسط الحسابي من الجداول التكرارية المفتوحة .

5- المقاييس الثلاثة للنزعة المركزية الأكثر أهمية والأكثر استخداما هو الوسيط .

---

[1] يقصد بالالتواء: امتداد منحنى التوزيع التكراري من أحد طرفيه إلى اليمين أو إلى اليسار بشكل واضح، والشكل الآتي يبين ذلك:



6- تتساوى مقاييس للنزعة المركزية الثلاثة في حالة التوزيع الطبيعي.

7- يتم استخدام المتوسط الحسابي أو الوسيط في حالة وجود قيم شاذة .

8- يمكن تطبيق المنوال على البيانات الوصفية دون غيره من مقاييس النزعة المركزية.

9- يمكن حساب المتوسط الحسابي في حالة المتغيرات الكمية والنوعية .

10- يمكن أن نجد الوسيط من المنحنى المتجمع الصاعد أو من المنحنى المتجمع النازل .

11- يمكن حساب المنوال في حالة المتغيرات الكمية .

12- أثناء قياس الدخل يفضل تطبيق الوسيط لأنه يتأثر بالقيم الشاذة.

13- يمكن حساب الوسيط في حالة المتغيرات الكمية فقط .

14- يستخدم المتوسط الحسابي للبيانات الكمية الفئوية والنسبية فقط .

15- يمكن حساب الوسيط دون مراعاة ترتيب القيم .

16- يمكن إيجاد الوسيط من بيانات الجداول التكرارية المفتوحة .

17- يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة.

18- يمكن أن تكون لبعض البيانات الإحصائية أكثر من منوال أو لا نجد لها منوالا أصلا.

19- يمكن تحديد المتوسط الحسابي من التمثيل البياني .

20- من مشتقات المتوسط الحسابي المتوسط التوافقي والربيع الأدنى .

التمرين الثاني:

البيانات الآتية تبين علامات امتحان مقياس الإحصاء لفوج من أفواج إحدى المجموعات.

10	12	10	11	8	10	11	9	14	6

1- أحسب المتوسط الحسابي ومشتقاته، وتأكد من العلاقة التي تربط بينهم.

2- أحسب الوسيط والمنوال .

التمرين الثالث:

الجدول التكراري الآتي يبين إنتاج القمح في مجموعة من المزارع، الموزعة على مجموعة من الفلاحين المستثمرين في المجال الزراعي(الوحدة: 10^3 طن).

الإنتاج	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]	Σ
عدد المزارع	5	8	12	14	10	8	3	60

1- أحسب المتوسط الحسابي ومشتقاته .

2- أحسب قيمة المنوال .

3- أحسب قيمة الوسيط .

4- أحسب الربيع الأدنى والربيع الأعلى .

5- أحسب العشير الثالث والعشير السابع .

6- أحسب المئين السابع والثلاثين والمئين السابع والستين .

التمرين الرابع:

يمثل جدول التوزيع التكراري الآتي أجور 80 عاملا في إحدى المؤسسات التابعة للقطاع الخاص.

(الوحدة 10^3 د.ج).

فئة الأجور	[15 , 25[	[25 , 35[	[35 , 45[	[45 , 55[	[55 , 65]
عدد العمال	n_1	18	26	14	n_5

❖ أحسب n_1 و n_5 إذا علمت أن متوسط الأجر لهؤلاء العمال يساوي 42 .

التمرين الخامس:

لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية:

40	34	X	26	18	10

على فرض أن هذه القيم مرتبة ترتيبا تصاعديا، وأن قيمة الوسيط هي 28 .

❖ أحسب قيمة X .

التمرين السادس:

البيانات الآتية تبين المستوى الدراسي لثلاثين عاملا لإنتاج الملابس الجاهزة بأحد المصانع .

متوسط	ثانوي	أمي	متوسط	ثانوي	متوسط	ابتدائي	ابتدائي	أمي	ثانوي
ابتدائي	متوسط	متوسط	ابتدائي	متوسط	ثانوي	متوسط	أمي	متوسط	ابتدائي
ابتدائي	أمي	متوسط	ابتدائي	ثانوي	متوسط	ثانوي	أمي	ابتدائي	متوسط

❖ أوجد قيمة مقياس النزعة المركزية المناسب لهذه البيانات .

التمرين السابع:

اشترى أحد الأفراد مجموعة من الأسهم بقيمة 1200000 دينار جزائري، بسعر 1000 دينار جزائري للسهم الواحد، ونتيجة للأرباح التي حققها، اشترى مرة أخرى وبنفس القيمة مجموعة أخرى من الأسهم بسعر أقل قدر بـ 650 دينار جزائري للسهم الواحد.

- ❖ أحسب متوسط سعر السهم .

التمرين الثامن:

يمثل الجدول الآتي نسبة زيادة الدخل الوطني الخام في الجزائر، خلال إحدى فترات المخطط الخماسي .

السنة	1984	1985	1986	1987	1988
النسبة	8.4	7.6	8.1	5.3	4.8

- ❖ أحسب نسبة الزيادة المتوسطة خلال هذه الفترة .

التمرين التاسع:

يقطع سائق أجرة مسافة 120 كلم بين مدينتين، ولوحظ من طرف أحد الركاب أن هذه المسافة يقطعها على خمس مراحل، الأولى بسرعة 80 كلم / سا ، والثانية بسرعة 100 كلم / سا، والثالثة بسرعة 110 كلم / سا، والرابعة بسرعة 90 كلم / سا، والخامسة بسرعة 70 كلم / سا .

- ❖ أحسب متوسط سرعة هذا السائق على طول المسافة .

التمرين العاشر:

ليكن Z مجتمع إحصائي مكون من مجتمعين X و Y .

- ❖ برهن على أن : الوسط الحسابي للمجتمع Z يساوي : $\bar{Z} = \frac{n\bar{X}+m\bar{Y}}{n+m}$

حيث أن : n : هو التكرار الكلي للمجتمع X ، m : هو التكرار الكلي للمجتمع Y .

حل تمارين الفصل الرابع :

حل التمرين الأول:

سوف يتم تعيين الإجابات الصحيحة والإجابات الخاطئة ضمن الجدول الآتي:

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الإجابة	✓	X	X	X	X	✓	X	✓	X	✓	✓	X	X	✓	X	✓	X	✓	X	X

حل التمرين الثاني:

1- ◄ حساب المتوسط الحسابي ومشتقاته:

نستعين بالجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	$n_i\,x_i$	$n_i\,x_i^2$	$\log x_i$	$n_i \log x_i$	$\frac{n_i}{x_i}$
6	1	6	36	0.778	0.778	0.167
8	1	8	64	0.903	0.903	0.125
9	1	9	81	0.954	0.954	0.111
10	3	30	300	1.000	3.000	0.300
11	2	22	242	1.041	2.082	0.182
12	1	12	144	1.079	1.079	0.083
14	1	14	196	1.146	1.146	0.071
Σ	10	101	1063	/	9.942	1.039

* المتوسط الحسابي: لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$ ، ومنه : $\bar{X} = \frac{101}{10} = 10.10$

* المتوسط الهندسي: لدينا: $\overline{X_G} = 10^{\frac{\sum n_i \log x_i}{N}}$ ، ومنه : $\overline{X_G} = 10^{\frac{9.942}{10}} = 9.87$

* المتوسط التوافقي: لدينا: $\overline{X_H} = \frac{N}{\sum \frac{n_i}{x_i}}$ ، ومنه: $\overline{X_H} = \frac{10}{1.039} = 9.62$

* المتوسط التربيعي: لدينا: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{N}}$ ، ومنه: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{1063}{10}} = 10.31$

◄◄ العلاقة التي تربط بين المتوسط الحسابي ومشتقاته:

لدينا العلاقة: $\overline{X_H} < \overline{X_G} < \bar{X} < \overline{X_Q}$

وبملاحظة النتائج السابقة نجد أن هذه العلاقة محققة.

2- حساب الوسيط والمنوال:

◄ الوسيط: ترتيب القيم: 6 – 8 – 9 – 10 – 10 –10 – 11 – 11 – 12 – 14 .

وسيط السلسلة الثانية: لدينا: $n = 10$ قيم، ومنه قيمة الوسيط هي: المتوسط الحسابي للقيمتين التي ترتيبهما ($\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$) أي أن:

($\frac{n}{2} = \frac{10}{2} = 5$ و $\frac{n}{2}+1 = \frac{10}{2}+1 = 6$) ومنه: $Me_{(5,6)} = \frac{10+10}{2} = 10$ ، إذن: $Me_{(5,6)} = 10$

◄◄ المنوال : نلاحظ أن القيمة التي تكررت أكثر من بين قيم هذه السلسلة هي: 10 ، ومنه : Mo =10

حل التمرين الثالث:

1- حساب المتوسط الحسابي ومشتقاته:

نستعين بالجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	c_i	$n_i\ c_i$	$n_i\ c_i^2$	$\log c_i$	$n_i \log c_i$	n_i/c_i	$n_i\uparrow$
[10 , 20[	5	15	75	1125	1.176	5.880	0.333	5
[20 , 30[	8	25	200	5000	1.398	11.184	0.320	13
[30 , 40[	12	35	420	14700	1.544	18.528	0.343	25
[40 , 50[	14	45	630	28350	1.653	23.142	0.311	39
[50 , 60[	10	55	550	30250	1.740	17.400	0.182	49
[60 , 70[	8	65	520	33800	1.813	14.504	0.123	57
[70 , 80]	3	75	225	16875	1.875	5.625	0.040	60
$\sum$	60	/	2620	130100	/	96.263	1.652	/

* المتوسط الحسابي: لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N}$ ، ومنه : $\bar{X} = \frac{2620}{60} = 43.67$

* المتوسط الهندسي: لدينا: $\overline{X_G} = 10^{\frac{\sum n_i \log c_i}{N}}$ ، ومنه : $\overline{X_G} = 10^{\frac{96.263}{60}} = 40.21$

* المتوسط التوافقي: $\overline{X_H} = \frac{N}{\sum \frac{n_i}{c_i}}$ ، ومنه: $\overline{X_H} = \frac{60}{1.652} = 36.32$

* المتوسط التربيعي: لدينا: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum n_i c_i^2}{N}}$ ، ومنه: $\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{130100}{60}} = 46.56$

2- حساب قيمة المنوال: الفئة المنوالية هي: [40 , 50[لأن لها أكبر تكرار .

لدينا: $M_o = L_o + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right) c_o$ ، بالتطبيق العددي نجد:

$M_o = 40 + \left(\frac{14-12}{(14-12)+(14-10)}\right)10$ ، ومنه : $M_o = 43.33$

3- حساب قيمة الوسيط: الفئة الوسيطية: لدينا $\frac{N}{2} = \frac{60}{2} = 30$ ، نلاحظ أن قيمة 30 لا توجد ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ هي: 39 ، والفئة التي تقابل القيمة 39 هي: [40 ,50[وعليه فإن هذه الفئة هي الفئة الوسيطية، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_e = 10$ وحدها الأدنى يساوي 40 ، أي أن: $L_e = 40$ ، وتكرارها

يساوي 14 ، أي أن: $n_e = 14$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة ( ]30 , 40[ ) قبل الفئة الوسيطية فيساوي 25 ، أي أن: $N_{e-1} = 25$.

لحساب قيمة الوسيط ، نطبق العلاقة الآتية: $M_e = L_e + \left(\frac{\frac{N}{2} - N_{e-1}}{n_e}\right) c_e$

ومنه: $M_e = 40 + \left(\frac{30-25}{14}\right)10$ ، إذن: $M_e = 43.57$

4- حساب الربيع الأدنى والربيع الأعلى:

◄ حساب الربيع الأدنى: إيجاد فئة الربيع الأدنى: لدينا $15 = \frac{60}{4} = \frac{N}{4}$ ، نلاحظ أن القيمة 15 غير موجودة ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ هي: 25 ، والفئة التي تقابل القيمة 25 هي:]40, 30[وعليه فإن هذه الفئة هي فئة الربيع الأدنى، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_1 = 10$ وحدها الأدنى يساوي 30 ، أي أن: $L_1 = 30$، وتكرارها يساوي 12 ، أي أن: $n_1 = 12$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة (]30 , 20[) قبل فئة الربيع الأدنى فيساوي 13 ، أي أن: $N_1 = 13$.

لحساب قيمة الربيع الأدنى، نطبق العلاقة الآتية: $Q_1 = L_1 + \left(\frac{\frac{N}{4} - N_1}{n_1}\right) c_1$

ومنه: $Q_1 = 30 + \left(\frac{15-13}{12}\right)10$ ، إذن: $Q_1 = 31.67$

◄◄ حساب الربيع الأعلى: إيجاد فئة الربيع الأعلى: لدينا $45 = \frac{3\times60}{4} = \frac{3N}{4}$ ، نلاحظ أن القيمة 45 لا توجد ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ هي: 49، والفئة التي تقابل القيمة 49 هي:]60, 50[وعليه فإن هذه الفئة هي فئة الربيع الأعلى، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_3 = 10$ وحدها الأدنى يساوي 50 ، أي أن: $L_3 = 50$ ، وتكرارها يساوي 10، أي أن: $n_3 = 10$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة (]50 , 40[) قبل فئة الربيع الأعلى فيساوي 39 ، أي أن: $N_3 = 39$.

لحساب قيمة الربيع الأعلى، نطبق العلاقة الآتية: $Q_3 = L_3 + \left(\frac{\frac{3N}{4} - N_3}{n_3}\right) c_3$

ومنه: $Q_3 = 50 + \left(\frac{45-39}{10}\right)10$ ، إذن: $Q_3 = 56$

5- حساب العشير الثالث والعشير السابع:

◄ العشير الثالث: إيجاد فئة العشير الثالث: لدينا $18 = \frac{180}{10} = \frac{3N}{10}$ ، نلاحظ أن القيمة 18 لا توجد ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i \uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i \uparrow$ هي: 25 ، والفئة التي تقابل القيمة 25 هي:]40 , 30] وعليه فإن هذه الفئة هي فئة العشير الثالث، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_3 = 10$ وحدها الأدنى يساوي 30 ، أي أن: $L_3 = 30$ وتكرارها يساوي 12 ، أي أن: $n_3 = 12$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة ( ]30 , 20]) قبل فئة العشير الثاني فيساوي 13 ، أي أن: $N_3 = 13$.

لحساب قيمة العشير الثالث ، نطبق العلاقة الآتية: $D_3 = L_3 + \left(\frac{\frac{3N}{10} - N_3}{n_3}\right) c_3$

ومنه: $D_3 = 30 + \left(\frac{18 - 13}{12}\right) 10$ ، إذن: $D_3 = 34.17$

◄◄ العشير السابع: إيجاد فئة العشير السابع: لدينا $42 = \frac{420}{10} = \frac{7N}{10}$ ، نلاحظ أن القيمة 42 لا توجد ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i \uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i \uparrow$ هي: 49 ، والفئة التي تقابل القيمة 49 هي:]60 , 50] وعليه فإن هذه الفئة هي فئة العشير السابع ، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_7 = 10$ وحدها الأدنى يساوي 50 ، أي أن: $L_7 = 50$ وتكرارها يساوي 10 ، أي أن: $n_7 = 10$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة ( ]50 , 40]) قبل فئة العشير السابع فيساوي 39 ، أي أن: $N_7 = 39$.

لحساب قيمة العشير السابع ، نطبق العلاقة الآتية: $D_7 = L_7 + \left(\frac{\frac{7N}{10} - N_7}{n_7}\right) c_7$

ومنه: $D_7 = 50 + \left(\frac{42 - 39}{10}\right) 10$ ، إذن: $D_7 = 53$

6- حساب المئين السابع والثلاثين والمئين السابع والستين:

◄ المئين السابع والثلاثون: إيجاد فئة المئين السابع والثلاثين: لدينا $22.20 = \frac{2220}{100} = \frac{37N}{100}$ ، نلاحظ أن القيمة 22.20 لا توجد ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i \uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i \uparrow$ هي: 25 والفئة التي تقابل القيمة 25 هي:]40 , 30] وعليه فإن هذه الفئة هي فئة المئين السابع والثلاثين، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_{37} = 10$ وحدها الأدنى يساوي 30 ، أي أن: $L_{37} = 30$ ، وتكرارها يساوي 12 ، أي أن: $n_{37} = 12$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة ( ]30 , 20]) قبل فئة المئين السابع والثلاثين فيساوي 13 ، أي أن: $N_{37} = 13$.

لحساب قيمة المئين السابع والثلاثين، نطبق العلاقة الآتية: $P_{37} = L_{37} + \left(\frac{\frac{37N}{100} - N_{37}}{n_{37}}\right) c_{37}$

ومنه: $P_{37} = 30 + \left(\frac{22.20 - 13}{12}\right)10$ ، إذن: $P_{37} = 37.67$

◄◄ المئين السابع والستون: إيجاد فئة المئين السابع والستون: لدينا $40.20 = \frac{4020}{100} = \frac{67N}{100}$ ، نلاحظ أن القيمة 40.20 لا توجد ضمن التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ ، ولكن القيمة التي تكبرها مباشرة ضمن قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة $n_i\uparrow$ هي: 49 والفئة التي تقابل القيمة 49 هي:]60 , 50] وعليه فإن هذه الفئة هي فئة المئين السابع والستون، حيث طولها يساوي 10، أي أن: $c_{67}= 10$ وحدها الأدنى يساوي 50 ، أي أن: $L_{67} = 50$ ، وتكرارها يساوي 10 ، أي أن: $n_{67} = 10$. أما التكرار المتجمع الصاعد للفئة ( ]50 , 40]) قبل فئة المئين السابع والستون فيساوي 39 ، أي أن: $N_{67} = 39$.

لحساب قيمة المئين السابع والستون، نطبق العلاقة الآتية: $P_{67} = L_{67} + \left(\frac{\frac{67N}{100} - N_{67}}{n_{67}}\right)c_{67}$

ومنه: $P_{67} = 50 + \left(\frac{40.20 - 39}{10}\right)10$ ، إذن: $P_{67} = 51.20$

حل التمرين الرابع:

إيجاد قيم n_1 و n_5:

$\sum_{i=1}^{i=5} n_i = N \Leftrightarrow n_1 + 18 + 26 + 14 + n_5 = 80 \leftarrow$ ❶

متوسط أجر العمال يساوي 42 $\Leftrightarrow \bar{X} = 42$

وبما أن $\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N}$ فإن: $\frac{\sum n_i c_i}{N} = 42$ ، أي أن:

$\frac{20\times n_1+30\times18+40\times26+50\times14+60\times n_5}{80} = 42 \leftarrow$ ❷

بعد تبسيط المعادلتين ❶ و ❷ يتم الحصول على جملة معادلتين على النحو الآتي:

❸ $\rightarrow \begin{cases} n_1 + n_5 = 22 \\ 20\times n_1+60\times n_5=1080 \end{cases}$ بحل الجملة ❸ نجد أن: $n_1 = 6$ و $n_5 = 16$

حل التمرين الخامس:

وسيط السلسلة: لدينا: $n = 6$ قيم، ومنه قيمة الوسيط هي: المتوسط الحسابي للقيمتين التي ترتيبهما ($\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$) أي ترتيبهما: ($\frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$ و $\frac{n}{2}+1= \frac{6}{2} + 1= 4$) أي أن: $Me_{(3,4)} = \frac{26+X}{2}$

ولكن: $Me_{(3,4)} = 28$ ، ومنه: $\frac{26+X}{2} = 28$ ، إذن: $X = 30$

حل التمرين السادس:

مقياس النزعة المركزية المناسب لهذه البيانات هو المنوال، ومنه: $\mathbf{M_0} =$ **متوسط** ، لأن كلمة (صفة) متوسط هي الأكثر تكرارا من بقية الكلمات (الصفات).

حل التمرين السابع:

المتوسط المناسب في هذه الحالة هو المتوسط التوافقي، لدينا: $\overline{X_H} = \frac{N}{\sum \frac{n_i}{x_i}}$

ومنه: $\overline{X_H} = \frac{2400000}{\frac{1200000}{1000} + \frac{1200000}{650}} = 787.80$

حل التمرين الثامن:

نسبة الزيادة المتوسطة خلال الفترة المعطاة:

المتوسط المناسب في هذه الحالة هو المتوسط الهندسي، لدينا: $\overline{X_G} = 10^{\frac{\sum \log x_i}{n}}$

أي أن : $\overline{X_G} = 10^{\frac{\log 1.084 + \log 1.076 + \log 1.081 + \log 1.053 + \log 1.048}{5}} = 1.068$

ومنه نسبة الزيادة هي: $r = \overline{X_G} - 1$ ، أي أن: $r = 6.8\ \%$

حل التمرين التاسع:

حساب متوسط سرعة السائق على طول المسافة :

المتوسط المناسب لقطع هذه المسافة هو المتوسط التوافقي، لدينا: $\overline{X_H} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$

ومنه: $\overline{X_H} = \frac{5}{\frac{1}{80} + \frac{1}{100} + \frac{1}{110} + \frac{1}{90} + \frac{1}{70}} = 87.72$

حل التمرين العاشر:

إثبات أن: $\overline{Z} = \frac{n\overline{X} + m\overline{Y}}{n+m}$

لدينا: $\overline{Z} = \frac{(x_1+y_1)+(x_2+y_2)+ \ldots +(x_n+y_m)}{n+m}$

$$\overline{Z} = \frac{(x_1+x_2+\ldots+x_n)+(y_1+y_2+\ldots+y_m)}{n+m} = \frac{\sum x_i + \sum y_i}{n+m} = \frac{n\bar{X}+m\bar{Y}}{n+m}$$

مثال: يتكون معهد العلوم الاقتصادية بإحدى المراكز الجامعية في الوطن من مجموعتين، تتكون المجموعة الأولى من 180 طالبا بينما تتكون المجموعة الثانية من 162 طالبا، بعد مداولات السداسي الأول تحصلت المجموعة الأولى على المعدل العام قدر بـ 11.73 ، بينما كان معدل المجموعة الثانية 12.09 .

❖ أحسب المعدل العام للمجموعتين معا.

الحل: نحن بصدد تطبيق المتوسط الحسابي المرجح لأوساط حسابية:

لدينا: $\overline{Z} = \frac{n\overline{X} + m\overline{Y}}{n+m}$ ، ومنه: $\overline{Z} = \frac{180 \times 11.73 + 162 \times 12.09}{180+162} = 11.90$

الفصل الخامس

مقاييس التشتت

تمهيد:

إن مقاييس النزعة المركزية تحدد لنا فقط القيمة التي تتركز حولها معظم القيم، فهي تعطي لنا فكرة مختصرة وليست كاملة ودقيقة عن الظاهرة محل الدراسة بواسطة قيمة تكون ممثلة عن باقي القيم، وهذه القيمة قد تكون مضللة لوصف البيانات الإحصائية، ولهذا فهي غير كافية لوحدها لتحليل ووصف البيانات وإجراء المقارنات بين عدة مجموعات من حيث طبيعتها وكيفية توزيع مفرداتها، إذ أنها لا تعطينا فكرة عن درجة تجانس أو عدم تجانس القيم مع بعضها، أو عن درجة انتشار واختلاف القيم وتباعدها عن بعضها أو تباعدها عن القيمة المركزية لها، فقد تكون لعدة مجموعات نفس المتوسط ولكنها تختلف عن بعضها البعض في درجة الانتشار، فنجد أن قيم إحدى المجموعات متجمعة حول متوسط المجموعة بينما قيم المجموعات الأخرى متباعدة ومنتشرة عن متوسطها، فتكون هذه المجموعة أكثر تجانس من قيم باقي المجموعات وأقل انتشارا منها، وكمثال على ذلك نأخذ السلاسل الإحصائية الآتية:

- 102 – 102 – 102 – 102 – 102 .
- 186 – 123 – 102 – 69 – 30 .
- 106 – 103 – 102 – 100 – 99 .

بالرغم أن هذه السلاسل لها نفس المتوسط الحسابي ونفس الوسيط ($\bar{X} = M_e = 102$) بمعنى أنها متشابهتين إلا أنه يوجد اختلاف كبير بين السلاسل الثلاث في انتشار القيم وتباعدها.

- ✓ السلسلة الأولى: كل القيم متساوية والفروق بينها معدومة، فهي تامة التجانس والتناسق، أي أقل اختلافا وتشتتا.
- ✓ السلسلة الثانية: القيم متباعدة والفروق بينها كبيرة، فهي أقل تناسقا وتجانسا، أي أكثر اختلافا وتشتتا.
- ✓ السلسلة الثالثة: القيم متقاربة والفروق بينها صغيرة، فهي أكثر تناسقا وتجانسا، أي أقل اختلافا وتشتتا.

وعند المقارنة بين السلاسل الثلاث نجد أن: السلسلة الأولى والسلسلة الثالثة هي الأكثر تناسقا وتجانسا من السلسلة الثانية، أي أن السلسلة الأولى والسلسلة الثالثة أقل اختلافا وتشتتا من السلسلة الثانية، بمعنى:

السلسلة الأولى والسلسلة الثالثة أكثر تجانسا وأقل تشتتا، والسلسلة الثانية أقل تجانسا وأكثر تشتتا.

مما سبق لا يمكن لنا الاعتماد بشكل كلي على مقاييس النزعة المركزية من أجل أخذ فكرة دقيقة وشاملة وأقرب إلى الواقع على الظاهرة محل الدراسة، خاصة من حيث تجانس أو تشتت قيم هذه الظاهرة، لذا لابد من البحث عن بدائل ومكملات أخرى تمكننا من وصف الظاهرة بدقة أكثر، فبالإضافة إلى تحديد القيمة التي تتمركز حولها بقية القيم لابد من معرفة كيفية تشتت أو انتشار هذه القيم، من أجل ذلك تم التوصل من طرف علماء الإحصاء إلى ابتكار مقاييس أخرى تستخدم في معرفة مدى تجانس قيم السلسلة الإحصائية وانتشارها حول القيمة الوسطى، هذه المقاييس التي تم ابتكارها تسمى **بمقاييس التشتت.**

- **تعريف التشتت:** التشتت هو درجة أو مقدار التفاوت أو الاختلاف بين مفردات ظاهرة ما، أو هو الدرجة التي تتجه إليها البيانات الكمية[1] للانتشار حول قيمة مركزية، كما يعرف التشتت على أنه مدى تباعد وتناثر القيم عن بعضها البعض.

ولقياس التشتت تم ابتكار مقاييس إحصائية أطلق عليها إسم مقاييس التشتت.

- **تعريف مقاييس التشتت:** هي مقاييس تحدد مدى تباعد أو تقارب بيانات الظاهرة محل الدراسة، وتتناسب قيمها طردا مع التباعد والاختلاف بين قيم البيانات، بمعنى كلما كانت درجة التباعد والاختلاف بين قيم البيانات كبيرة ارتفعت قيم هذه المقاييس، وكلما كانت درجة التباعد والاختلاف صغيرة انخفضت قيمها. وتكمن أهمية هذه المقاييس في معرفة مدى تجانس أو اختلاف البيانات عن مركزها، ودرجة انتشارها. وتنقسم مقاييس التشتت من حيث الدقة والسهولة في التطبيق أو من حيث الأساس النظري الذي تبنى عليه إلى قسمين رئيسيين وهما: مقاييس التشتت المطلق، ومقاييس التشتت النسبي.

1- مقاييس التشتت المطلق: وتشمل هذه المقاييس ما يلي:

1-1- المدى: يعرف المدى لأي سلسلة إحصائية بأنه الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة، ويرمز له بالرمز R

أي أن: $R = x_{max} - x_{min}$ ، لغويا: المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة ← (*)

1-1-1- طرق حساب المدى:

أ- **حالة البيانات غير المبوبة:** أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، ولحساب المدى نطبق العلاقة (*).

مثال: لتكن لدينا السلسلتين الإحصائيتين الآتيتين:

◄ 10 – 9 – 11 – 7 – 5 – 18 – 3 .   ◄ 2 – 13 – 6 – 4 – 1 – 8 – 12 – 14 .

أحسب مدى هاتين السلسلتين، ماذا تستنتج.

[1] مقاييس التشتت تستخدم فقط في حالة البيانات الكمية، وهي مقاييس ذات قيم موجبة.

الحل : * مدى السلسلة الأولى: $R = x_{max} - x_{min}$ ، ومنه: $R = 18 - 3 = 15$

* مدى السلسلة الثانية: $R = x_{max} - x_{min}$ ، ومنه: $R = 14 - 1 = 13$

نستنتج أن السلسلة الثانية أكثر تجانسا أي أقل تشتتا من السلسلة الأولى.

ب-حالة البيانات المبوبة: أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

- **المتغير الإحصائي المتقطع:** يتم الحصول على المدى من خلال الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة ضمن قيم الجدول التكراري، أي أن: $R = x_n - x_1$

مثال: أحسب قيمة المدى للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	7	12	16	20	27
التكرارات	3	4	10	8	9

الحل: لدينا: $R = x_n - x_1$ ، ومنه: $R = 27 - 7 = 20$

- **المتغير الإحصائي المستمر:** يعطى المدى في هذه الحالة بالعلاقة الآتية:[1] $R = \frac{l_{n-1} + l_n}{2} - \frac{l_1 + l_2}{2}$

لغويا: المدى = مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى

مثال: أحسب قيمة المدى للجدول التكراري الآتي.

الفئات	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]
التكرارات	20	30	32	60	26	18	14

الحل: لدينا: $R = \frac{l_{n-1} + l_n}{2} - \frac{l_1 + l_2}{2}$ ، أي أن: $R = \frac{70+80}{2} - \frac{10+20}{2}$ ، ومنه: $R = 60$

1-2-2- خواص المدى: يعتبر المدى أبسط مقاييس التشتت فهو بسيط التطبيق وسهل الفهم، وله استخدامات عديدة في المجالات الاقتصادية والاجتماعية، وفي مراقبة الجودة، وهو مقياس يدل على مقدار التباعد بين قيم الوحدات الإحصائية، ويتوقف المدى على أكبر قيمة وأصغر قيمة، فإذا كانت إحداهما أو كليهما قيم متطرفة فإنه لا يعكس التشتت الفعلي لسلاسل الإحصائية، كما أنه لا يأخذ في الحسبان التكرارات الواقعة بين القيمة الكبيرة والقيمة الصغيرة أو بين مركز الفئة الأولى ومركز الفئة الأخيرة لذا فهو مقياس مضلل للتشتت، كما يمتاز المدى بعدة خصائص نوردها فيما يلي:

أ- يعطي المدى فكرة بسيطة وعامة عن تشتت قيم الظاهرة محل الدراسة.

---

[1] يعطى المدى أيضا في حالة المتغير الإحصائي المستمر بالعلاقة : $R = l_n - l_1$ ، أي أن : المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى

ب-يعتمد المدى على قيمتين فقط، وهاتين القيمتين عرضة للتطرف، قد يؤدي إلى إعطاء فكرة غير واقعية عن تشتت القيم. ولا يأخذ بعين الاعتبار بقية القيم، كما لا يعطي المدى تصورا واضحا عن مدى انتشار وتوزيع القيم داخل العينة أو المجتمع الإحصائي.

ت-المدى مقياس سريع، يحسب مدى تشتت القيم، وهو مقياس غير دقيق في القياس، خاصة أثناء وجود قيم متطرفة، لأنه شديد التأثر بهذه القيم.

ث- لا يمكن حساب المدى من جداول التوزيع التكراري المفتوح.

ج-إذا زادت قيمة المدى فإن التشتت يكون كبير.

ح-المدى غير قابل للعمليات الجبرية .

1-2- الانحراف الربيعي (نصف المدى الربيعي): يعرف الانحراف الربيعي بأنه نصف المدى الربيعي[1] ، ويرمز له بالرمز EQ ، أي أن : $EQ = \frac{R_Q}{2}$ ، ومنه: $EQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \leftarrow (*)$

لغويا: الانحراف الربيعي = $\frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{2}$

1-2-1- طرق حساب الانحراف الربيعي:

أ- **حالة البيانات غير المبوبة:** أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، ولحساب الانحراف الربيعي نرتب القيم، ثم نطبق العلاقة (*).

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية:

◄ $10 - 9 - 11 - 7 - 5 - 18 - 3$.

أحسب الانحراف الربيعي.

الحل : * بادئ ذي بدأ نرتب القيم : $3 - 5 - 7 - 9 - 10 - 11 - 18$.

* لحساب الانحراف الربيعي نطبق العلاقة (*) ، أي أن: $EQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ ، ولكن:

$Q_1 = 5$ و $Q_3 = 11$ ، ومنه: $EQ = \frac{11 - 5}{2}$ ، إذن: $EQ = 3$

ب-**حالة البيانات المبوبة:** أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

[1] المدى الربيعي هو الفرق بين الربيع الأعلى والربيع الأدنى، أي أن: $R_Q = Q_3 - Q_1$ ، وهو يضم 50 % من قيم الظاهرة محل الدراسة، وهو أفضل بكثير من المدى لأنه يعمل على التخلص من أثر القيم المتطرفة، ولا يعتمد في حسابه على هذه القيم، إضافة إلى ذلك أنه يمكن حسابه في حالة جداول التوزيع التكراري المفتوح، عكس المدى الذي يمكن أن يؤدي إلى تفسيرات خاطئة، لتأثره كثيرا بالقيم المتطرفة.
ويستعمل المدى الربيعي خاصة في المقارنة بين أكثر من توزيع تكراري.

– **المتغير الإحصائي المتقطع:** يتم الحصول على الانحراف الربيعي من خلال العلاقة (*) ضمن قيم الجدول التكراري المعطى، أي أن: $EQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

مثال: أحسب قيمة الانحراف الربيعي للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	7	12	16	20	27	Σ
التكرارات	3	4	10	8	9	34
التكرار المتجمع الصاعد	3	7	17	25	34	/

الحل: لدينا: $EQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ ، ولكن:

$Q_1 = 16$ و $Q_3 = 27$ ، ومنه: $EQ = \frac{27 - 16}{2}$ ، إذن: $EQ = 5.50$

– **المتغير الإحصائي المستمر:** يعطى الانحراف الربيعي في هذه الحالة أيضا بالعلاقة (*) أي أن:

مثال: أحسب قيمة الانحراف الربيعي للجدول التكراري الآتي.

الفئات	[10 , 20[	[20 , 30[	[30 , 40[	[40 , 50[	[50 , 60[	[60 , 70[	[70 , 80]	Σ
التكرارات	20	30	32	60	26	18	14	200
$n_i \uparrow$	20	50	82	142	168	186	200	/

الحل: لدينا: لدينا: $EQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ ، ولكن:

$Q_1 = L_1 + \left(\frac{\frac{N}{4} - N_1}{n_1}\right) c_1$ ، ومنه: $Q_1 = 20 + \left(\frac{50 - 20}{30}\right) 10$ ، إذن: $Q_1 = 30$

$Q_3 = L_3 + \left(\frac{\frac{3N}{4} - N_3}{n_3}\right) c_3$ ، ومنه: $Q_3 = 50 + \left(\frac{150 - 142}{26}\right) 10$ ، إذن: $Q_3 = 53.08$

أي أن: $EQ = \frac{53.08 - 30}{2}$ ، إذن: $EQ = 11.54$

1-2-2- خواص الانحراف الربيعي: للانحراف الربيعي عدة خصائص نوردها فيما يلي:

أ– يعتمد على الربيع الأول والربيع الثالث، فهو لا يأخذ بعين الاعتبار جميع قيم المشاهدات.

ب– يستعمل لتفادي تأثير القيم الشاذة سواء كانت كبيرة أو صغيرة.

ت– يمكن حساب الانحراف الربيعي من الجداول المفتوحة.

ث– لا يأخذ في الحسبان قيم البيانات في نهايتي التوزيع، ويمكن حسابه بيانيا.

ج– يتحدد بعدد البيانات وليس بقيمها، ويستخدم في التوزيعات التكرارية شديدة الالتواء.

1-3- الانحراف المتوسط: يعرف الانحراف المتوسط بأنه مجموع متوسط انحرافات القيم عن متوسطها بالقيم المطلقة، وسبب القيمة المطلقة هو التخلص من الإشارات السالبة، لأن مجموع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي معدوم. ويمكن حساب الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي(الانحراف المتوسط[1]) أو بالنسبة للوسيط (الانحراف الوسيطي) أو بالنسبة للمنوال (الانحراف النمطي) إلا أن الانحراف الوسيطي والانحراف النمطي قليلا الاستخدام، لذا سينصب موضوع دراستنا في هذه الجزئية حول الانحراف المتوسط (الانحراف المتوسط حول المتوسط الحسابي) والذي يرمز له بالرمز: $E\bar{X}$ ، وعليه فإن الانحراف المتوسط حسب التعريف يعطى بالعلاقة: $E\bar{X} = \frac{\sum|x_i - \bar{X}|}{n}$ ← (*) ، حيث: x_i هي قيم البيانات، $\bar{X}$ المتوسط الحسابي لهذه القيم، n عدد هذه القيم.

1-3-1- طرق حساب الانحراف المتوسط:

أ- **حالة البيانات غير المبوبة:** أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، ولحساب الانحراف المتوسط نقوم بتطبيق العلاقة (*).

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية:

◄ 10 − 9 − 11 − 7 − 5 − 18 − 3 .

أحسب الانحراف المتوسط.

الحل : * بادئ ذي بدء نحسب المتوسط الحسابي: لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{63}{7} = 9$

* لحساب الانحراف المتوسط نطبق العلاقة (*): $E\bar{X} = \frac{\sum|x_i - \bar{X}|}{n}$ ، أي أن:

$E\bar{X} = \frac{|3-9|+|18-9|+|5-9|+|7-9|+|11-9|+|9-9|+|10-9|}{7}$ ، ومنه: $E\bar{X} = 3.43$

ب-**حالة البيانات المبوبة:** أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

- **المتغير الإحصائي المتقطع:** يتم الحصول على الانحراف المتوسط (استنادا إلى العلاقة (*) وبوجود أكثر من تكرار على الأقل لقيمة واحدة من قيم التوزيع التكراري) بالعلاقة الآتية: $E\bar{X} = \frac{\sum n_i|x_i - \bar{X}|}{N}$

مثال: أحسب قيمة الانحراف المتوسط للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	7	12	16	20	27
التكرارات	3	4	10	8	9

[1] سوف نسمي الانحراف المتوسط حول المتوسط الحسابي أو بالنسبة للمتوسط الحسابي اختصارا بـ: الانحراف المتوسط .

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	n_ix_i	$\lvert x_i - \overline{X}\rvert$	$n_i\lvert x_i - \overline{X}\rvert$
7	3	21	11.59	34.77
12	4	48	6.59	26.36
16	10	160	2.59	25.90
20	8	160	1.41	11.28
27	9	243	8.41	75.69
Σ	34	632	/	174

* نحسب المتوسط الحسابي : لدينا: $\overline{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$ ، ومنه: $\overline{X} = \frac{632}{34}$ ، أي أن: $\overline{X} = 18.59$

* نحسب الآن الانحراف المتوسط: لدينا: $E\overline{X} = \frac{\sum n_i|x_i - \overline{X}|}{N}$ ، ومنه: $E\overline{X} = \frac{174}{34}$ أي أن: $E\overline{X} = 5.12$

– **المتغير الإحصائي المستمر:** يعطى الانحراف المتوسط في هذه الحالة بالعلاقة: $E\overline{X} = \frac{\sum n_i|c_i - \overline{X}|}{N}$

حيث: c_i تمثل مراكز الفئات، و n_i تمثل التكرارات، و $\overline{X}$ يمثل المتوسط الحسابي.

مثال: أحسب قيمة الانحراف المتوسط للجدول التكراري الآتي.

الفئات	[2 , 3[	[3 , 4[	[4 , 5[	[5 , 6[	[6 , 7]
التكرارات	2	4	8	3	1

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	c_i	n_ic_i	$\lvert c_i - \overline{X}\rvert$	$n_i\lvert c_i - \overline{X}\rvert$
[2 , 3[	2	2.5	5	1.83	3.66
[3 , 4[	4	3.5	14	0.83	3.32
[4 , 5[	8	4.5	36	0.17	1.36
[5 , 6[	3	5.5	16.5	1.17	3.51
[6 , 7]	1	6.5	6.5	2.17	2.17
Σ	18	/	78	/	14.02

* نحسب المتوسط الحسابي : لدينا: $\overline{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N}$ ، ومنه: $\overline{X} = \frac{78}{18}$ ، أي أن: $\overline{X} = 4.33$

* نحسب الانحراف المتوسط: لدينا: $E\overline{X} = \frac{\sum n_i|c_i - \overline{X}|}{N}$ ، ومنه: $E\overline{X} = \frac{14.02}{18}$ أي أن: $E\overline{X} = 0.78$

1-3-2-خواص الانحراف المتوسط: رغم أن الانحراف المتوسط قليل الاستعمال في التحليل الإحصائي نظرا لصعوبة التعامل مع صيغته جبريا بسبب القيمة المطلقة إلا أنه مقياس أكثر دقة وأكثر أهمية لقياس تشتت البيانات، له معنى ملموس، كما أنه سهل للفهم، ويتميز بعدة خصائص نوردها فيما يلي:

أ- يتأثر الانحراف المتوسط بكل قيم البيانات الإحصائية خاصة القيم المتطرفة،لأنه يأخذ جميع هذه القيم.

ب- تكون قيمة الانحراف المتوسط صغيرة إذا كان حجم العينة أو المجتمع الإحصائي كبير.

ت- يتأثر بالقيم المتطرفة.

ث- لا يمكن حسابه في حالة جداول التوزيع التكراري المفتوحة.

ج- في حالة حساب الانحراف الوسيطي فإن قيمته أقل من قيمة الانحراف المتوسط.[1]

1-4- التباين: التباين هو عبارة عن المتوسط الحسابي لمربعات الفروق بين قيم المتغير الإحصائي والمتوسط الحسابي، ويرمز له بالرمز V ، وعلى هذا الأساس فإن التباين يعطى بالعلاقة الآتية:

$V = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n} \leftarrow (*)$ ، حيث: x_i هي قيم البيانات، $\bar{X}$ المتوسط الحسابي لهذه القيم، n عدد هذه القيم.

1-4-1- طرق حساب التباين:

أ- **حالة البيانات غير المبوبة:** أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، ولحساب التباين نقوم بتطبيق العلاقة (*).

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية:

◄ 2 – 5 – 4 – 1 – 3 .

أحسب التباين.

الحل : * بادئ ذي بدء نحسب المتوسط الحسابي: لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{15}{5} = 3$

* لحساب التباين نطبق العلاقة (*): $V = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n}$ ، أي أن:

$V = \frac{(2-3)^2+(5-3)^2+(4-3)^2+(1-3)^2+(3-3)^2}{5}$ ، ومنه: $V = 2$

[1] يمكن حساب الانحراف الوسيطي (الانحراف المتوسط حول الوسيط) والانحراف النمطي (الانحراف المتوسط حول المنوال) باستبدال المتوسط الحسابي $\bar{X}$ بالوسيط أو بالمنوال حسب الانحراف المراد حسابه. أي أن :

الانحراف المتوسط هو : $E\bar{X} = \frac{\sum n_i|x_i - \bar{X}|}{N}$ أو الانحراف المتوسط هو : $E\bar{X} = \frac{\sum n_i|c_i - \bar{X}|}{N}$ حسب نوعية المتغير.

الانحراف الوسيطي هو : $EMe = \frac{\sum n_i|x_i - Me|}{N}$ أو الانحراف الوسيطي هو : $EMe = \frac{\sum n_i|c_i - Me|}{N}$ حسب نوعية المتغير.

الانحراف النمطي هو : $EMo = \frac{\sum n_i|x_i - Mo|}{N}$ أو الانحراف النمطي هو : $EMo = \frac{\sum n_i|c_i - Mo|}{N}$ حسب نوعية المتغير.

ب-حالة البيانات المبوبة: أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

- **المتغير الإحصائي المتقطع:** يتم الحصول على التباين(استنادا إلى العلاقة (*) وبوجود أكثر من تكرار على الأقل لقيمة واحدة من قيم التوزيع التكراري) بالعلاقة الآتية: $V = \frac{\sum n_i(x_i - \bar{X})^2}{N}$

مثال: أحسب قيمة التباين للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	1	2	3	5	7
التكرارات	3	4	8	4	6

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

1	3	3	−2.88	8.2944	8.2944
2	4	8	−1.88	3.5344	7.0688
3	8	24	−0.88	0.7744	2.3232
5	4	20	+1.12	1.2544	6.2720
7	6	42	+3.12	9.7344	68.1408
$\sum$	25	97	/	/	92.0992

* نحسب المتوسط الحسابي : لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$ ، ومنه: $\bar{X} = \frac{97}{25}$ ، أي أن: $\bar{X} = 3.88$

* الآن نحسب التباين: لدينا: $V = \frac{\sum n_i(x_i - \bar{X})^2}{N}$ ، ومنه: $V = \frac{92.0992}{25}$ أي أن: $V = 3.68$

- **المتغير الإحصائي المستمر:** يعطى التباين في هذه الحالة بالعلاقة: $V = \frac{\sum n_i(c_i - \bar{X})^2}{N}$

حيث: c_i تمثل مراكز الفئات، و n_i تمثل التكرارات، و $\bar{X}$ يمثل المتوسط الحسابي.

مثال: أحسب قيمة التباين للجدول التكراري الآتي.

الفئات	[2 , 3[	[3 , 4[	[4 , 5[	[5 , 6[	[6 , 7]
التكرارات	2	4	8	3	1

الحل: * نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	c_i	$n_i\,c_i$	$c_i - \bar{X}$	$(c_i - \bar{X})^2$	$n_i(c_i - \bar{X})^2$
[2 , 3[	2	2.5	5	−1.83	3.3489	6.6978
[3 , 4[	4	3.5	14	−0.83	0.6889	2.7556

[4 , 5[	8	4.5	36	0.17	0.0289	0.2312
[5 , 6[	3	5.5	16.5	1.17	1.3689	4.1067
[6 , 7]	1	6.5	6.5	2.17	4.7089	4.7089
$\sum$	18	/	78	/	/	18.5002

* نحسب المتوسط الحسابي : لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N}$ ، ومنه: $\bar{X} = \frac{78}{18}$ ، أي أن: $\bar{X} = 4.33$

* الآن نحسب التباين: لدينا: $V = \frac{\sum n_i (c_i - \bar{X})^2}{N}$ ، ومنه: $V = \frac{18.5002}{18}$ أي أن: $V = 1.03$

1-4-2- خواص التباين: يعتمد التحليل الإحصائي على التباين في أحد فروعه، لذا فهو لا يقل أهمية عن باقي مقاييس التشتت، ويمتاز بعدة خصائص نجملها فيما يلي:

أ- يمكن أن نعبر عن التباين بالتكرارات النسبية، وفق العلاقة الآتية: $V = \sum f_i (x_i - \bar{X})^2$ لأن: $f_i = \frac{n_i}{N}$

ب- للتباين صيغة أخرى تعطى في حالة المتغير الإحصائي المتقطع بالعلاقة: $V = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{X}^2$ ، وتعطى في حالة المتغير الإحصائي المستمر بالعلاقة: $V = \frac{\sum n_i c_i^2}{N} - \bar{X}^2$ ، حيث: x_i تمثل قيم المتغير الإحصائي، بينما c_i تمثل مراكز الفئات.

ت- تسمى العلاقة: $V = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{X}^2$ أو العلاقة: $V = \frac{\sum n_i c_i^2}{N} - \bar{X}^2$ حسب نوعية المتغير بصيغة كونينق "Formule de Koeing" ، وهي التي سوف نعتمدها مستقبلا، وسوف نبرهن عليها فيما يلي:

لدينا: $V = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{X})^2}{N} = \frac{\sum n_i (x_i^2 - 2x_i\bar{X} + \bar{X}^2)}{N} = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - 2\frac{\sum n_i x_i}{N}\bar{X} + \frac{\sum n_i}{N}\bar{X}^2$

$= \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - 2\bar{X}\bar{X} + \frac{N}{N}\bar{X}^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - 2\bar{X}^2 + \bar{X}^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{X}^2$

إذن: $V = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{X})^2}{N} = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{X}^2$ ، نفس الإثبات في حالة المتغير الإحصائي المستمر.

ث- يمكن أن نعبر عن التباين بالتكرارات النسبية وفق صيغة كونينق بالعلاقة الآتية:

$V = \sum f_i x_i^2 - \bar{X}^2$ ، لأن: $f_i = \frac{n_i}{N}$

1-5- الانحراف المعياري: يعتبر الانحراف المعياري من الأساليب الإحصائية الرياضية الحديثة ومن أكثرها وأحسنها استعمالا لقياس التشتت، لأنه يتعامل مع جميع قيم البيانات الإحصائية، وهو يقيس مدى انحراف قيم المتغير الإحصائي عن وسطه الحسابي، ويساوي الجذر التربيعي للتباين، سواء في حالة البيانات غير المبوبة أو في حالة البيانات المبوبة، ويرمز للانحراف المعياري بالرمز: δ ، أي أن: $\delta = \sqrt{V}$ ، ويمتاز الانحراف المعياري بعدة خصائص نوردها فيما يلي:

- الانحراف المعياري أكثر دقة لأنه يحتوي على مفهوم جبري للانحرافات، ويعتبر من أهم مقاييس التشتت وأكثرها استخداما في الإحصاء، فكونه قابل للعمليات الجبرية فهو كثير الاستخدام في القوانين والنظريات الإحصائية، إذ يدخل في تركيب العديد من المقاييس الإحصائية مثل الدرجة المعيارية ومعامل الارتباط والالتواء وغيره.
- يدخل في حسابه جميع القيم، كما يتميز بقابليته للعمليات الجبرية.
- كلما كان الانحراف المعياري صغيرا، كلما قل تشتت القيم في التوزيع حول متوسطها، وتزداد تشتت القيم في حالة إذا كان الانحراف المعياري كبيرا.
- لا يمكن حساب الانحراف المعياري للتوزيعات التكرارية المفتوحة.
- يتأثر بالقيم المتطرفة.
- يمكن استخدام الانحراف المعياري للمقارنة بين تشتت توزيعين إحصائيين من نفس النوعية على أن يكون لهما نفس المتوسط الحسابي.
- إن التوزيعات التي تؤول إلى التوزيع الطبيعي تمكننا من إدراج العلاقتين التاليتين:

$$EQ = \frac{2}{3}\,\delta \quad ، \qquad E\overline{X} = \frac{4}{5}\,\delta$$

2- مقاييس التشتت النسبي: هي مقاييس أسهل للفهم من الانحراف المعياري، وهي مقاييس نسبة، خالية من وحدات القياس، عكس مقاييس التشتت التي تظهر بقيم معبر عنها بوحدة قياس وهي المتر، الدينار، اللتر وغيرها، مما يصعب علينا إجراء المقارنة بين دراسة ظاهرتين أو أكثر تحتوي على وحدات قياس مختلفة، بمعنى لا يمكن معرفة أية ظاهرة ذات تشتت أكبر بمجرد مقارنة مقياس التشتت المطلق لكل منهما، لذلك تم ابتكار مقاييس للمقارنة لا تتأثر بوحدة القياس، فهي مقاييس بدون أبعاد، وهذه المقاييس تدعى بمقاييس التشتت النسبي، ومن مقارنة النسبتين المئويتين نستطيع أن نحدد المجموعة ذات التشتت الأكبر، لذا فهذه المقاييس تتيح لنا المقارنة بين تشتت المتغيرات الإحصائية التي تختلف في الوحدات القياسية، كمقارنة تشتت الأطوال بتشتت الأوزان مثلا، ويعرف مقياس التشتت النسبي بمعامل الاختلاف، وتنسب هذه المقاييس إلى مقاييس النزعة المركزية، والصيغة العامة لحساب مقاييس التشتت النسبي يمكن إعطائها لغويا على النحو الآتي: مقياس التشتت النسبي$=\left(\frac{\text{مقياس التشتت المطلق}}{\text{المتوسط الذي حسب حوله}}\right) \times 100$ ،

نلاحظ أن هذا المقياس يحسب انطلاقا من الانحراف المعياري، فهو يأخذ بعين الاعتبار كل القيم، وهو

مقياس محايد، يسمح بمقارنة تشتت عدة متغيرات، وكلما كانت قيم هذه المقاييس كبيرة كان تشتت البيانات حول المتوسط كبيرا، وفيما يلي أهم مقاييس التشتت النسبي:

2-1- المدى النسبي(معامل الاختلاف بالنسبة للمدى): يعرف المدى النسبي بأنه حاصل قسمة المدى على المتوسط الحسابي مضروبا في مئة، ويرمز له بالرمز R_p ، معنى ذلك:

$$\mathrm{R_p} = \left(\frac{\mathrm{R}}{\overline{\mathrm{X}}}\right) \times 100 \text{ ، حيث: } R = X_{max} - X_{min}$$

مثال: أحسب المدى النسبي للسلسلة الإحصائية الآتية: $5 - 8 - 10 - 6 - 7 - 9 - 11$.

الحل: * المتوسط الحسابي: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{56}{7} = 8$

* المدى: $R = X_{max} - X_{min} = 11 - 5 = 6$

* المدى النسبي: $\mathrm{R_p} = \left(\frac{\mathrm{R}}{\overline{\mathrm{X}}}\right) \times 100 = \frac{6}{8} \times 100 = 75\ \%$

2-2- الانحراف الربيعي النسبي(معامل الاختلاف بالنسبة للانحراف الربيعي): يعرف الانحراف الربيعي النسبي بأنه حاصل قسمة الانحراف الربيعي على الوسيط مضروبا في مئة، ويرمز له بالرمز EQ_p ، معنى ذلك:

$$EQ_p = \frac{EQ}{Me} \times 100 \text{ ، حيث: } \mathrm{EQ} = \frac{\mathrm{Q_3} - \mathrm{Q_1}}{2}$$

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية:

◄ $10 - 9 - 11 - 7 - 5 - 18 - 3$.

أحسب الانحراف الربيعي النسبي.

الحل : * بادئ ذي بدأ نرتب القيم : $3 - 5 - 7 - 9 - 10 - 11 - 18$.

* نحسب الانحراف الربيعي: نطبق العلاقة لدينا: $\mathrm{EQ} = \frac{\mathrm{Q_3} - \mathrm{Q_1}}{2}$ ، ولكن:

$\mathrm{Q_1} = 5$ و $\mathrm{Q_3} = 11$ ، ومنه: $\mathrm{EQ} = \frac{11 - 5}{2} = 3$

* نحسب الوسيط : $\mathrm{Me} = 9$

* الانحراف الربيعي النسبي: لدينا: $EQ_p = \frac{EQ}{Me} \times 100$ ، ومنه:

$$EQ_p = \frac{3}{9} \times 100 = 33.33\ \%$$

2-3- الانحراف المتوسط النسبي (معامل الاختلاف بالنسبة للانحراف المتوسط)[1]: يعرف الانحراف المتوسط النسبي بأنه حاصل قسمة الانحراف المتوسط على المتوسط الحسابي مضروبا في مئة، ويرمز له بالرمز $E\bar{X}_p$، معنى ذلك: $E\bar{X}_p = \frac{E\bar{X}}{\bar{X}} \times 100$ ، حيث : $E\bar{X} = \frac{\sum|x_i - \bar{X}|}{n}$

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية:

◄ $10 - 9 - 11 - 7 - 5 - 18 - 3$.

أحسب الانحراف المتوسط النسبي.

الحل : * بادئ ذي بدء نحسب المتوسط الحسابي: لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{63}{7} = 9$

* نحسب الانحراف المتوسط لدينا: $E\bar{X} = \frac{\sum|x_i - \bar{X}|}{n}$ ، أي أن:

$E\bar{X} = \frac{|3-9|+|18-9|+|5-9|+|7-9|+|11-9|+|9-9|+|10-9|}{7}$ ، ومنه: $E\bar{X} = 3.43$

* نحسب الانحراف المتوسط النسبي: $E\bar{X}_p = \frac{E\bar{X}}{\bar{X}} \times 100$ أي أن:

$$E\bar{X}_p = \frac{3.43}{9} \times 100 = 38.11\ \%$$

2-4- الانحراف المعياري النسبي (معامل الاختلاف بالنسبة للانحراف المعياري): يعرف الانحراف المعياري النسبي (معامل الاختلاف) بأنه حاصل قسمة الانحراف المعياري على المتوسط الحسابي مضروبا في مئة، ويرمز له بالرمز δ_p أو بالرمز C.V، معنى ذلك:

$\delta_p = \frac{\delta}{\bar{X}} \times 100$ ، حيث : $\delta = \sqrt{V}$ و $V = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{X}^2$ (حالة البيانات المبوبة)[2] .

مثال: : لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية:

◄ $2 - 5 - 4 - 1 - 3$.

أحسب الانحراف المعياري النسبي (معامل الاختلاف).

الحل : * بادئ ذي بدء نحسب المتوسط الحسابي: لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{15}{5} = 3$

* نحسب التباين لدينا: $V = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{X}^2$، أي أن: $V = \frac{2^2+5^2+4^2+1^2+3^2}{5} - 3^2 = 2$

* نحسب الانحراف المعياري: لدينا: $\delta = \sqrt{V} = \sqrt{2} = 1.41$

* نحسب الانحراف المعياري النسبي: $\delta_p = \frac{\delta}{\bar{X}} \times 100$ أي أن: $\delta_p = \frac{1.41}{3} \times 100 = 47\%$

---

[1] يمكن حساب الانحراف الوسيطي النسبي(الانحراف المتوسط النسبي حول الوسيط) والانحراف النمطي النسبي (الانحراف المتوسط النسبي حول المنوال) باستبدال المتوسط الحسابي $\bar{X}$ بالوسيط أو بالمنوال حسب الانحراف المراد حسابه.

[2] ما يقال عن البيانات غير المبوبة، يطبق أيضا على البيانات المبوبة ، أي أن : $V = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{X}^2$ (حالة المتغير الإحصائي المنفصل) أو: $V = \frac{\sum n_i c_i^2}{N} - \bar{X}^2$ (حالة المتغير الإحصائي المتصل) .

3- الدرجة المعيارية أو القيم المعيارية (المعايرة): القيمة المعيارية أو الدرجة المعيارية هي تلك القيمة التي تقيس انحراف القيمة x_i المراد مقارنتها عن الوسط الحسابي $\bar{X}$ مقدرا بوحدات من الانحراف المعياري δ ، فهي تمثل قيم المتغير بقيمة مستقلة عن وحدة القياس، ويرمز للقيمة المعيارية عادة بالرمز: Z ، وتعطى بالعلاقة الآتية: $Z = \frac{x_i - \bar{X}}{\delta}$ ← (*)، وتفيدنا الدرجة المعيارية في المقارنة بين قيمتين من توزيعين مختلفين، إذ لا يمكن أن تكون المقارنة على أساس القيم نفسها، لأن كل قيمة تتبع لتوزيع يختلف عن الآخر، ولا يتم الحصول على ذلك إلا بحساب ابتعاد (انحراف) كل قيمة عن وسطها الحسابي ثم نقسم الكل على الانحراف المعياري للتخلص من التميز، ويسمى هذا الأجراء ككل بالمعايرة، وهو ما تعبر عليه العلاقة (*).

مثال: حصل خالد على علامة 52 في مقياس الإحصاء، وعلى علامة 76 في مقياس المحاسبة، مع العلم أن متوسط علامات الإحصاء في المجموعة ككل التي ينتمي إليها الطالب خالد هو 44 وذلك بانحراف معياري قدره 3 ، ومتوسط علامات المحاسبة هو 49 بانحراف معياري قدره 4.

❖ أي المقياسين أفضل عند خالد .

الحل: ◄ الدرجة المعيارية لمقياس الإحصاء: لدينا: $Z_{\text{الاحصاء}} = \frac{x_i - \bar{X}}{\delta} = \frac{52-44}{3} = 2.67$

◄ الدرجة المعيارية لمقياس المحاسبة: لدينا: $Z_{\text{المحاسبة}} = \frac{x_i - \bar{X}}{\delta} = \frac{76-49}{4} = 6.75$

نلاحظ أن القيمة المعيارية للمحاسبة أكبر من القيمة المعيارية للإحصاء، وبالتالي فإن مستوى خالد في المحاسبة أفضل من مستواه في الإحصاء.

تمارين الفصل الخامس:

التمرين الأول:

الجدول التكراري الآتي يوضح توزيع 60 عاملا على حسب عدد الأيام الغائبين فيها، خارج أيام العطل المسموح بها، خلال إحدى سنوات العمل:

عدد أيام الغياب	2	5	8	9	12
عدد العاملين	8	14	20	12	6

أحسب ما يلي:

1- المدى، الانحراف الربيعي، الانحراف المتوسط، التباين، والانحراف المعياري.

2- المدى النسبي، الانحراف الربيعي النسبي، الانحراف المتوسط النسبي، الانحراف المعياري النسبي.

التمرين الثاني:

الجدول التكراري الآتي يبين علامات 50 طالبا في إحدى مقاييس الوحدة الأساسية (التنقيط على 20):

العلامات	[0 , 4[	[4 , 8[	[8 , 12[	[12 , 16[	[16 , 20]
عدد الطلبة	4	10	18	12	6

أحسب ما يلي:

1- المدى، الانحراف الربيعي، الانحراف المتوسط، التباين، والانحراف المعياري.

2- المدى النسبي، الانحراف الربيعي النسبي، الانحراف المتوسط النسبي، الانحراف المعياري النسبي.

التمرين الثالث:

أخذت عينتان من مجموعتين من البيانات الإحصائية، وتم تدوين النتائج ضمن الجدول الآتي:

العينة الأولى: $\sum_{i=1}^{50} x_i = 300$ ، $\sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 2018$

العينة الثانية : $\sum_{i=1}^{60} y_i = 240$ ، $\sum_{i=1}^{60} y_i^2 = 1439$

1- أوجد الانحراف المعياري لكل عينة .

2- أي العينتين أقل تشتتا .

3- أوجد المتوسط الحسابي بعد دمج العينتين.

التمرين الرابع:

الجدول الآتي يبين توزيع الأجور اليومية لعينة من العمال:

فئات الأجور	أقل من 55	[55 , 65[	[65 , 75[	[75 , 85[	85 فأكثر
عدد العمال	6	10	20	8	6

1- ما هو مقياس التشتت المناسب لهذا التوزيع، ثم أوجد قيمته .

2- أحسب الانحراف المعياري ومعامل الاختلاف، على فرض أن الفئات متساوية الطول .

3- قارن تشتت البيانات المدونة في التمرين الثاني مع تشتت هذا التوزيع .

التمرين الخامس:

نريد معرفة ما إذا كان طول الأطفال يتغير بتغير سنهم، لأجل ذلك تم أخذ منهم مجموعتين على النحو الآتي:

(الوحدة: سنتيمتر)

المجموعة الأولى: مجموعة الثلاث سنوات	91	93	96	94	92
المجموعة الثانية: مجموعة العشر سنوات	136	137	141	139	132

❖ أي المجموعتين الأكثر تشتتا.

التمرين السادس:

لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية: $x_1 - 22 - 26 - 32 - x_5$

❖ أحسب x_1 و x_5 إذا علمت أن: $R = 16$ و $\bar{X} = 26$ ، وأن قيم هذه السلسلة مرتبة ترتيبا تصاعديا.

التمرين السابع:

❖ أحسب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري إذا علمت أن معامل الاختلاف لتوزيع ما هو 25 % ، وأن القيمة المعيارية التي تقابل القيمة $x = 42$ هي $Z = 4$

التمرين الثامن:

لتكن لدينا المعطيات الآتية التي تمثل علامات الطلبة في إحدى مقاييس ماستر تسيير عمومي:

	المجموعة – أ –	المجموعة –ب–
المتوسط الحسابي	44	37
الانحراف المعياري	18	12

❖ أي المجموعتين الأقل تشتتا.

التمرين التاسع:

لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية: $12 - x - 18 - 22 - 30$

❖ أحسب قيمة x إذا علمت أن: $\delta_p = 20.83\ \%$ و $V = 16$.

التمرين العاشر:

الجدول الآتي يلخص علامة الطالب في ثلاث مقاييس وهي: المحاسبة، الاقتصاد، الإحصاء، على النحو الآتي:

	الإحصاء	الاقتصاد	المحاسبة
العلامة	80	66	70
المتوسط الحسابي	72	51	56
الانحراف المعياري	3	2	4

❖ قارن مستوى هذا الطالب بين المقاييس الثلاث.

حل تمارين الفصل الخامس :

حل التمرين الأول:

-1 ✓ المدى: لدينا: $R = x_n - x_1$ ، ومنه: $R = 12 - 2 = 10$

✓ الانحراف الربيعي:

x_i	2	5	8	9	12	$\sum$
n_i	8	14	20	12	6	60
$n_i \uparrow$	8	22	42	54	60	/

لدينا: $EQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ ، ولكن:

$Q_1 = 5$ و $Q_3 = 9$ ، ومنه: $EQ = \frac{9-5}{2}$ ، إذن: $EQ = 2$

✓ الانحراف المتوسط والتباين:

نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

x_i	n_i	$n_i x_i$	$\lvert x_i - \bar{X}\rvert$	$n_i \lvert x_i - \bar{X}\rvert$	x_i^2	$n_i x_i^2$
2	8	16	5.1	10.2	4	32
5	14	70	2.1	10.5	25	350
8	20	160	0.9	7.2	64	1280
9	12	108	1.9	17.1	81	972
12	6	72	4.9	58.8	144	864
$\sum$	60	426	/	103.8	/	3498

* المتوسط الحسابي : لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$ ، ومنه: $\bar{X} = \frac{426}{60}$ ، أي أن: $\bar{X} = 7.1$

* الانحراف المتوسط: لدينا: $E\bar{X} = \frac{\sum n_i \lvert x_i - \bar{X}\rvert}{N}$ ، ومنه: $E\bar{X} = \frac{103.8}{60}$ ، أي أن: $E\bar{X} = 1.73$

* التباين: لدينا: $V = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{X}^2$ ، ومنه: $V = \frac{3498}{60} - (7.1)^2$ ، أي أن: $V = 7.89$

✓ الانحراف المعياري: لدينا: $\delta = \sqrt{V}$ ، ومنه: $\delta = \sqrt{7.89}$ ، أي أن: $\delta = 2.81$

-2 ✓ المدى النسبي: $R_p = \left(\frac{R}{\bar{X}}\right) \times 100 = \frac{10}{7.1} \times 100 = 140.84\ \%$

✓ الانحراف الربيعي النسبي: لدينا: $EQ_p = \frac{EQ}{Me} \times 100$ ، ومنه: $EQ_p = \frac{2}{8} \times 100 = 25\ \%$

✓ الانحراف المتوسط النسبي: $E\bar{X}_p = \frac{E\bar{X}}{\bar{X}} \times 100$ أي أن: $E\bar{X}_p = \frac{1.73}{7.1} \times 100 = 24.37\ \%$

✓ الانحراف المعياري النسبي: $\delta_p = \frac{\delta}{\bar{X}} \times 100$ أي أن: $\delta_p = \frac{2.81}{7.1} \times 100 = 39.58\ \%$

حل التمرين الثاني:

1- ◀ المدى: $R = \frac{l_{n-1}+l_n}{2} - \frac{l_1+l_2}{2}$ ، أي أن : $R = \frac{16+20}{2} - \frac{0+4}{2}$ ، ومنه: R = 16

◀ الانحراف الربيعي:

e_i	[0 , 4[	[4 , 8[	[8 , 12[	[12 , 16[	[16 , 20[	Σ
n_i	4	10	18	12	6	50
$n_i \uparrow$	4	14	32	44	50	/

لدينا: $EQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ ، ولكن:

$Q_1 = L_1 + \left(\frac{\frac{N}{4} - N_1}{n_1}\right) c_1$ ، ومنه: $Q_1 = 4 + \left(\frac{12.5-4}{10}\right) \times 4$ ، إذن: $Q_1 = 7.4$

$Q_3 = L_3 + \left(\frac{\frac{3N}{4} - N_3}{n_3}\right) c_3$ ، ومنه: $Q_3 = 12 + \left(\frac{37.5-32}{12}\right) \times 4$ ، إذن: $Q_3 = 13.83$

أي أن: $EQ = \frac{13.83 - 7.4}{2}$ ، إذن: $EQ = 3.22$

◀ الانحراف المتوسط والتباين:

نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	c_i	$n_i c_i$	$\lvert c_i - \bar{X}\rvert$	$n_i\lvert c_i - \bar{X}\rvert$	c_i^2	$n_i c_i^2$
[0 , 4[	4	2	8	8.48	33.92	4	16
[4 , 8[	10	6	60	4.48	44.80	36	360
[8 , 12[	18	10	180	0.48	8.64	100	1800
[12 , 16[	12	14	168	3.52	42.24	196	2352
[16 , 20]	6	18	108	7.52	45.12	324	1944
Σ	50	/	524	/	174.72	/	6472

* المتوسط الحسابي : لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N}$ ، ومنه: $\bar{X} = \frac{524}{50}$ ، أي أن: $\bar{X} = 10.48$

* الانحراف المتوسط: لدينا: $E\bar{X} = \frac{\sum n_i \lvert c_i - \bar{X}\rvert}{N}$ ، ومنه: $E\bar{X} = \frac{174.72}{50}$ أي أن: $E\bar{X} = 3.49$

* التباين: لدينا: $V = \frac{\sum n_i c_i^2}{N} - \bar{X}^2$ ، ومنه: $V = \frac{6472}{50} - (10.48)^2$ ، أي أن: $V = 19.61$

◀ الانحراف المعياري: لدينا: $\delta = \sqrt{V}$ ، ومنه: $\delta = \sqrt{19.61}$ ، أي أن: $\delta = 4.43$

2- ◄ المدى النسبي: $R_p = \left(\frac{R}{\bar{X}}\right) \times 100 = \frac{16}{10.48} \times 100 = 152.67\ \%$

◄ الانحراف الربيعي النسبي[1]: لدينا: $EQ_p = \frac{EQ}{Me} \times 100$ ، ومنه:

$$EQ_p = \frac{3.22}{14.44} \times 100 = 22.30\ \%$$

◄الانحراف المتوسط النسبي: $E\bar{X}_p = \frac{E\bar{X}}{\bar{X}} \times 100$ أي أن: $E\bar{X}_p = \frac{3.49}{10.48} \times 100 = 33.30\ \%$

◄ الانحراف المعياري النسبي: $\delta_p = \frac{\delta}{\bar{X}} \times 100$ أي أن: $\delta_p = \frac{4.43}{10.48} \times 100 = 42.27\ \%$

حل التمرين الثالث:

1- * الانحراف المعياري للمجموعة الأولى: $\delta_1 = \sqrt{V_1}$

ولكن: $V_1 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{X})^2 \Leftarrow V_1 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2$

$\Leftarrow V_1 = \frac{2018}{50} - \left(\frac{300}{50}\right)^2 \Leftarrow V_1 = 4.36$

ومنه: $\delta_1 = \sqrt{4.36}$ ، إذن : $\delta_1 = 2.08$

** الانحراف المعياري للمجموعة الثانية: $\delta_2 = \sqrt{V_2}$

ولكن: $V_2 = \frac{\sum y_i^2}{n} - (\bar{Y})^2 \Leftarrow V_2 = \frac{\sum y_i^2}{n} - \left(\frac{\sum Y_i}{n}\right)^2$

$\Leftarrow V_2 = \frac{1439}{60} - \left(\frac{240}{60}\right)^2 \Leftarrow V_2 = 7.98$

ومنه: $\delta_2 = \sqrt{7.98}$ ، إذن : $\delta_2 = 2.82$

2- لمعرفة أي العينتين أقل تشتتا نقوم بحساب معامل الاختلاف لكل عينة ثم نقارن بينهما:

معامل الاختلاف العينة الأولى: $CV_1 = \frac{\delta_1}{\bar{X}} \times 100 = \frac{2.08}{6} \times 100 = 34.67$

معامل الاختلاف العينة الثانية: $CV_2 = \frac{\delta_2}{\bar{X}} \times 100 = \frac{2.82}{4} \times 100 = 70.50$

العينة الأولى أقل تشتتا (أكثر تجانسا) من العينة الثانية.

3- الوسط الحسابي بعد دمج العينتين هو: $\bar{Z} = \frac{n\bar{X} + m\bar{Y}}{n + m}$

لكن: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{300}{50} = 6$ ، $\bar{Y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{240}{60} = 4$ ، ومنه: $\bar{Z} = \frac{50\times6+60\times4}{50+60} = 4.91$

إذن الوسط الحسابي بعد دمج العينتين هو: $\bar{Z} = 4.91$

---

[1] لا يمكن حساب الانحراف الربيعي النسبي، إلا بعد حساب الوسيط .

لدينا: $M_e = L_e + \left(\frac{\frac{N}{2} - N_{e-1}}{n_e}\right) c_e \Leftarrow M_e = 12 + \left(\frac{25-14}{18}\right) \times 4 \Leftarrow M_e = 14.44$

حل التمرين الرابع:

1- * مقياس التشتت المناسب لهذا التوزيع هو الانحراف الربيعي النسبي، لأن هذا الجدول هو جدول توزيع تكراري مفتوح.

* حساب الانحراف الربيعي النسبي: $EQ_p = \frac{EQ}{Me} \times 100$

e_i	أقل من 55	[55 , 65[	[65 , 75[	[75 , 85[	85 فأكثر	Σ
n_i	6	10	20	8	6	50
$n_i \uparrow$	6	16	36	44	50	/

لدينا: $EQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ ، ولكن:

$Q_1 = L_1 + \left(\frac{\frac{N}{4} - N_1}{n_1}\right) c_1$ ، ومنه: $Q_1 = 55 + \left(\frac{12.5 - 6}{10}\right) \times 10$ ، إذن: $Q_1 = 61.50$

$Q_3 = L_3 + \left(\frac{\frac{3N}{4} - N_3}{n_3}\right) c_3$ ، ومنه: $Q_3 = 75 + \left(\frac{37.5 - 36}{8}\right) \times 10$ ، إذن: $Q_3 = 76.87$

ومنه: $EQ = \frac{76.87 - 61.50}{2} = 7.68$

ولدينا أيضا: $M_e = L_e + \left(\frac{\frac{N}{2} - N_{e-1}}{n_e}\right) c_e$ ، ومنه: $M_e = 65 + \left(\frac{25 - 16}{20}\right) \times 10 = 69.50$

يمكن الآن حساب الانحراف الربيعي النسبي: لدينا: $EQ_p = \frac{EQ}{Me} \times 100$

ومنه: $EQ_p = \frac{7.68}{69.50} \times 100$ ، إذن: $EQ_p = 11.05$

2- * الانحراف المعياري: لحساب الانحراف المعياري يجب حساب المتوسط الحسابي والتباين:

نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	c_i	$n_i c_i$	c_i^2	$n_i c_i^2$
أقل من 55	6	50	300	2500	15000
[55 , 65[	10	60	600	3600	36000
[65 , 75[	20	70	1400	4900	98000
[75 , 85[	8	80	640	6400	51200
85 فأكثر	6	90	540	8100	48600
Σ	50	/	3480	/	248800

* المتوسط الحسابي: لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N}$ ، ومنه: $\bar{X} = \frac{3480}{50}$ ، أي أن: $\bar{X} = 69.60$

* التباين: $V = \frac{\sum n_i c_i^2}{N} - \bar{X}^2$ ، ومنه: $V = \frac{248800}{50} - (69.60)^2$ ، أي أن: $V = 131.84$

حساب الانحراف المعياري: لدينا: $\delta = \sqrt{V}$ ، ومنه: $\delta = \sqrt{131.84}$ ، أي أن: $\delta = 11.48$

* معامل الاختلاف: $\delta_p = \frac{\delta}{\bar{X}} \times 100$ أي أن: $\delta_p = \frac{11.48}{69.60} \times 100 = 16.50\ \%$

3- المقارنة بين تشتت البيانات المدونة في التمرين الثاني مع تشتت هذا التوزيع:

لدينا معامل الاختلاف في التمرين الثاني: $CV_1 = 42.27\ \%$

لدينا معامل الاختلاف في هذا التوزيع: $CV_2 = 16.50\ \%$

من مقارنة CV_1 و CV_2 نجد أن البيانات المدونة في التمرين الثاني أكثر تشتتا وأقل تجانسا من بيانات هذا التوزيع التكراري.

حل التمرين الخامس:

♦ المجموعة الأولى: لدينا: $CV_1 = \frac{\delta}{\bar{X}} \times 100$ ، حيث: $\delta = \sqrt{V}$

نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

رقم القيمة	x_i	x_i^2
1	91	8281
2	92	8464
3	93	8649
4	94	8836
5	96	9216
Σ	466	43446

* المتوسط الحسابي : لدينا: $\bar{X} = \frac{\Sigma x_i}{n}$ ، ومنه: $\bar{X} = \frac{466}{5}$ ، أي أن: $\bar{X} = 93.2$

* التباين: $V = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - \bar{X}^2$ ، ومنه: $V = \frac{43446}{5} - (93.2)^2$ ، أي أن: $V = 2.96$

* الانحراف المعياري: $\delta = \sqrt{V}$ ، ومنه: $\delta = \sqrt{2.96}$ ، أي أن: $\delta = 1.72$

ومنه معامل الاختلاف المجموعة الأولى: $CV_1 = \frac{\delta}{\bar{X}} \times 100$ أي أن: $CV_1 = \frac{1.72}{93.2} \times 100 = 1.84\ \%$

♦ المجموعة الثانية: لدينا: $CV_2 = \frac{\delta}{\bar{X}} \times 100$ ، حيث: $\delta = \sqrt{V}$

نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

رقم القيمة	x_i	x_i^2
1	132	17424
2	136	18496
3	137	18769
4	139	19321
5	141	19881
Σ	685	93891

* المتوسط الحسابي : لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$ ، ومنه: $\bar{X} = \frac{685}{5}$ ، أي أن: $\bar{X} = 137$

* التباين: $V = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{X}^2$ ، ومنه: $V = \frac{93891}{5} - (137)^2$ ، أي أن: $V = 9.20$

* الانحراف المعياري: $\delta = \sqrt{V}$ ، ومنه: $\delta = \sqrt{9.20}$ ، أي أن: $\delta = 3.03$

ومنه معامل الاختلاف المجموعة الثانية: $CV_2 = \frac{\delta}{\bar{X}} \times 100$ أي أن: $CV_1 = \frac{3.03}{137} \times 100 = 2.21\ \%$

◄ من مقارنة CV_1 و CV_2 نجد أن المجموعة الأولى أقل تشتتا وأكثر تجانسا من المجموعة الثانية.

حل التمرين السادس:

لدينا السلسلة الإحصائية الآتية: $x_1 - 22 - 26 - 32 - x_5$

♦ حساب x_1 و x_5 علما أن: $R = 16$ و $\bar{X} = 26$

لدينا: $R = x_{max} - x_{min} \Leftrightarrow x_5 - x_1 = 16$ .... ❶

ولدينا: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} \Leftrightarrow \frac{x_5 + 32 + 26 + 22 + x_1}{5} = 26 \Leftrightarrow x_5 + x_1 = 50$ .... ❷

بحل جملة المعادلتين ❶ و ❷ نجد: $x_1 = 17$ و $x_5 = 33$ وقيم السلسلة مرتبة ترتيبا تصاعديا.

حل التمرين السابع:

لدينا: $\delta_p = 25\ \%$ ، $x = 42$ ، $Z = 4$

❖ حساب المتوسط الحسابي $\bar{X}$ والانحراف المعياري δ:

* لدينا: $Z = \frac{x_i - \bar{X}}{\delta}$ و $\delta_p = \frac{\delta}{\bar{X}} \times 100$ ، بالتعويض نجد:

$4 = \frac{42 - \bar{X}}{\delta} \Leftrightarrow 42 - \bar{X} = 4\delta$ .... ❶

$25 = \frac{\delta}{\bar{X}} \times 100 \Leftrightarrow 100\delta = 25\bar{X}$ .... ❷

بحل جملة المعادلتين ❶ و ❷ نجد: $\bar{X} = 21$ و $\delta = 5.25$

حل التمرين الثامن:

لدينا: $CV_{\text{المجموعة –أ–}} = \frac{\delta}{\overline{X}} \times 100$ ، أي أن: $CV_{\text{المجموعة –أ–}} = \frac{18}{44} \times 100 = 40.91\ \%$

لدينا: $CV_{\text{المجموعة – ب–}} = \frac{\delta}{\overline{X}} \times 100$ ، أي أن: $CV_{\text{المجموعة – ب–}} = \frac{12}{37} \times 100 = 32.43\ \%$

ومنه: المجموعة – ب – هي الأقل تشتتا من المجموعة – أ –

حل التمرين التاسع:

لدينا السلسلة الإحصائية الآتية : $30 - 22 - 18 - x - 12$

❖ حساب قيمة x علما أن: $\delta_p = 20.83\ \%$ و $V = 16$.

لدينا: $\delta_p = \frac{\delta}{\overline{X}} \times 100 \Leftrightarrow \overline{X} = \frac{\delta}{\delta_p} \times 100$ ، ولكن: $\delta = \sqrt{V} = \sqrt{16} = 4$ ، ومنه:

$$\overline{X} = \frac{4}{20.83} \times 100 = 19.2$$

ومن جهة أخرى لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} \Leftrightarrow \frac{12+x+18+22+30}{5} = 19.2 \Leftrightarrow x + 82 = 96 \Leftrightarrow x = 14$

حل التمرين العاشر:

لمعرفة مستوى الطالب في المقاييس الثلاث نتبع ما يلي :

الدرجة المعيارية لمقياس المحاسبة: لدينا: $Z_{\text{المحاسبة}} = \frac{x_i - \overline{X}}{\delta} = \frac{70-56}{4} = 3.50$

الدرجة المعيارية لمقياس الاقتصاد: لدينا: $Z_{\text{الاقتصاد}} = \frac{x_i - \overline{X}}{\delta} = \frac{66-51}{2} = 7.50$

الدرجة المعيارية لمقياس الإحصاء: لدينا: $Z_{\text{الاحصاء}} = \frac{x_i - \overline{X}}{\delta} = \frac{80-72}{3} = 2.67$

نلاحظ أن القيمة المعيارية للاقتصاد أكبر من القيمة المعيارية للمحاسبة، والقيمة المعيارية للمحاسبة أكبر من القيمة المعيارية للإحصاء، وبالتالي فإن مستوى الطالب في الاقتصاد أفضل من مستواه في المحاسبة، ومستواه في المحاسبة أفضل من مستواه في الإحصاء.

الفصل السادس

مقاييس الشكل

تمهيد:

إن النزعة المركزية والتشتت لا يدلان دلالة كافية وقاطعة على التوزيع وصفاته، ولا يكفيان لمقارنة التوزيعات التكرارية المختلفة، فكثيرا ما وجدنا عند تطبيق النزعة المركزية والتشتت عدة توزيعات متساوية في متوسطها الحسابي وفي درجة تشتتها إلا أنها مختلفة تماما من حيث الشكل، أي من حيث التواء وتفلطح المنحنى البياني الممثل لهذا التوزيع عن الوضع الطبيعي، لذا فإن الاختلاف من حيث الشكل عن الوضع الطبيعي يتجلى في إحدى أمرين: الالتواء أو التفرطح، ويقصد بالالتواء في صورته البسيطة وجود ذيل للمنحنى التكراري جهة اليمين مشيرا بوجود التواء جهة اليمين، أو وجود ذيل للمنحنى التكراري جهة اليسار مشيرا بوجود التواء جهة اليسار، أما التفرطح فيقصد به في الحالة العامة، مقدار التدبب سواء من حيث الارتفاع أو الانخفاض أو التسطح في قمة المنحنى، مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي، وعلى هذا الأساس توجد أنواع مختلفة من المنحنيات التكرارية وهي: المنحنى المتماثل (الطبيعي)، منحنى الالتواء نحو اليمين، منحنى الالتواء نحو اليسار، المنحنى المدبب، والمنحنى المفلطح، ولمعرفة كل هذه الأنواع من المنحنيات سوف ندرس في هذا الفصل مقاييس جديدة تدعى بمقاييس الشكل وهي على نوعين: مقاييس الالتواء ومقاييس التفرطح، وهي تعتمد في حسابها على مقاييس النزعة المركزية والتشتت معا، كما تعتمد في حسابها في حالات أخرى على ما يعرف بالعزوم، لذا سنتناول في البداية العزوم البسيطة والمركزية ولو بشكل مختصر، ثم نتطرق لاحقا إلى الالتواء والتفرطح ودراسة مقاييسهما بنوع من التفصيل في هذا الفصل.

1- العزوم: العزم فيزيائيا هو حاصل ضرب القوة العمودية في طول ذراعها، أما العزم في الإحصاء لأي توزيع تكراري فإن تكرارات التوزيع هي القوى المؤثرة عليه، وعزم أي تكرار يتطلب تحديد النقطة التي يحسب عندها العزم، ويقاس العزم الإحصائي بناتج ضرب التكرار في انحرافه عن نقطة الأصل x_i في التوزيع التي يعبر عنها المتوسط الحسابي$\bar{X}$ ، وعزم التوزيع التكراري قد يحسب حول نقطة الأصل أو حول المتوسط أو حول أي نقطة معينة، ودرجة الأس في التي تحدد رتبة العزم.

وسوف نتعرض إلى نوعين من العزوم على النحو الآتي:

1-1- العزوم البسيطة: ويرمز لها بالرمز m_k ويطلق عليها أيضا العزم بالنسبة لنقطة الأصل، ويتم عرض هذا النوع من العزوم في حالة البيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة على النحو الآتي:

1-1-1- **حالة البيانات غير المبوبة:** أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، يعطى العزم بالعلاقة الآتية: $m_k = \frac{\sum x_i^k}{n}$ ، حيث $x_1 , x_2 , \dots \dots \, x_n$ هي قيم المتغير الإحصائي ، n عدد القيم.

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية لآتية : 2 – 3 – 5 – 7 .

أحسب العزوم m_1, m_2, m_3 حول نقطة الأصل.

الحل : لدينا: $m_k = \frac{\sum x_i^k}{n} \Leftarrow m_1 = \frac{2+3+5+7}{4} = \frac{17}{4} = 4.25$

$m_2 = \frac{2^2+3^2+5^2+7^2}{4} = \frac{87}{4} = 21.75$ ، $m_3 = \frac{2^3+3^3+5^3+7^3}{4} = \frac{503}{4} = 125.75$

1-1-2- **حالة البيانات المبوبة:** أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

أ- **المتغير الإحصائي المتقطع:** يتم الحصول على العزم من خلال العلاقة الآتية : $m_k = \frac{\sum n_i x_i^k}{N}$

مثال: أحسب العزم الرابع حول نقطة الأصل للمعطيات المبينة في الجدول الآتي:

القيم	2	3	4
التكرارات	3	5	2

الحل: لدينا: $m_k = \frac{\sum n_i x_i^k}{N}$ ، بالتعويض نجد: $m_4 = \frac{3\times2^4+5\times3^4+2\times4^4}{10} = \frac{965}{10} = 96.50$

ب-**المتغير الإحصائي المستمر:** يعطى العزم في هذه الحالة بالعلاقة الآتية: $m_k = \frac{\sum n_i c_i^k}{N}$

مثال: أحسب قيمة العزم الثالث حول نقطة الأصل للجدول التكراري الآتي.

الفئات	[0 , 2[	[2 , 4[	[4 , 6[
التكرارات	2	5	3

الحل: $m_k = \frac{\sum n_i c_i^k}{N}$ ، بالتعويض نجد: $m_3 = \frac{2\times1^3+5\times3^3+3\times5^3}{10} = \frac{512}{10} = 51.20$

1-2- **العزوم المركزية:** يرمز لها بالرمز μ_k ، ويطلق عليه أيضا اسم العزم حول المتوسط الحسابي، ويتم عرض هذا النوع من العزوم في حالة البيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة على النحو الآتي:

1-2-1- **حالة البيانات غير المبوبة:** أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، يعطى العزم المركزي بالعلاقة الآتية: $\mu_k = \frac{\sum(x_i-\bar{X})^k}{n}$ ، حيث $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ هي قيم المتغير الإحصائي ، n عدد القيم ، $\bar{X}$ المتوسط الحسابي.

1-2-2- **حالة البيانات المبوبة:** أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية، إذ نميز في هذه الحالة بين المتغير الإحصائي المتقطع، والمتغير الإحصائي المستمر.

أ- **المتغير الإحصائي المتقطع:** يتم الحصول على العزم المركزي بالعلاقة الآتية : $\mu_k = \frac{\sum n_i(x_i-\bar{X})^k}{N}$

ب-المتغير الإحصائي المستمر: يعطى العزم في هذه الحالة بالعلاقة الآتية: $\mu_k = \frac{\sum n_i(c_i-\bar{X})^k}{N}$

ملاحظة: يمكن حساب العزم المركزي حول أي قيمة أخرى غير قيمة المتوسط الحسابي، كل ما في الأمر هو استبدال قيمة المتوسط الحسابي بقيمة ذلك المقياس بمعنى: $\mu_k = \frac{\sum n_i(c_i-\nabla)^k}{N}$

حيث: ∇ أي قيمة يمكن حساب العزم المركزي حولها.

1-3- العلاقة بين العزوم البسيطة والعزوم المركزية:

1-3-1- حالات خاصة من العزوم البسيطة:

أ- إذا كان: k=1: فإن: $m_1 = \bar{X}$ ، حيث: $\bar{X}$ المتوسط الحسابي.

ب- إذا كان: k =2 فإن: $m_2 = \overline{X_Q}^2$ ، حيث: $\overline{X_Q}$ المتوسط التربيعي.

ت- $m_2 - m_1^2 = V$ ، حيث: V التباين.

ث- $\sqrt{m_2 - m_1^2} = \sigma$ ، حيث: σ الانحراف المعياري.

1-3-2- حالات خاصة من العزوم المركزية:

أ- إذا كان: k=1: فإن: $\mu_1 = 0$

ب- إذا كان: k =2 فإن: $\mu_2 = V$

1-3-3- حالات خاصة تربط بين العزوم البسيطة والعزوم المركزية[1]:

أ- إذا كان: k=2: فإن: $\mu_2 = m_2 - m_1^2$

ب- إذا كان: k=3: فإن: $\mu_3 = m_3 - 3m_1m_2 + 2m_1^3$

ت-إذا كان: k=4: فإن: $\mu_4 = m_4 - 4m_1m_3 + 6m_2m_1^2 - 3m_1^4$

2- الالتواء: عند دراسة أشكال منحنيات التوزيعات التكرارية المختلفة نجد أن منها ما هو متماثل ومنها ما هو غير متماثل، أي يوجد به ما يسمى بالالتواء الذي يُعرّف على أنه بعد المنحنى عن التماثل لتوزيع ما.

فالمنحنى المتماثل هو التمثيل الذي إذا رسمناه وأسقطنا عمودا من قمته على المحور الأفقي نجد أن التمثيل ينقسم إلى قسمين متطابقين تماما، أي أن المنحنى المتماثل يقبل المستقيم الذي يشمل قيمته العظمى وعمودي محور السينات محور تناظر، وأهم ما يتميز به أي منحنى متماثل وحيد المنوال تساوي المقاييس الثلاث للنزعة المركزية أي أن: المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.

أما عكس ذلك فيكون التوزيع غير متماثل أي ملتوي إما إلى جهة اليمين أو إلى جهة اليسار.

---

[1] يتم إثبات هذه العلاقات الثلاث باستخدام نشر ثنائي الحد لنيوتن للصيغة الآتية : $\mu_k = \frac{\Sigma(x_i-\bar{X})^k}{n}$ ، ومن ثم تطبيق صيغة العزم البسيط .

فإذا كان المنحنى له ذيل أكبر إلى يمين القيمة العظمى للتمثيل عنه إلى يسارها[1]، يسمى التوزيع ملتوي إلى اليمين (موجب الالتواء) وعندئذ يكون: المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي .

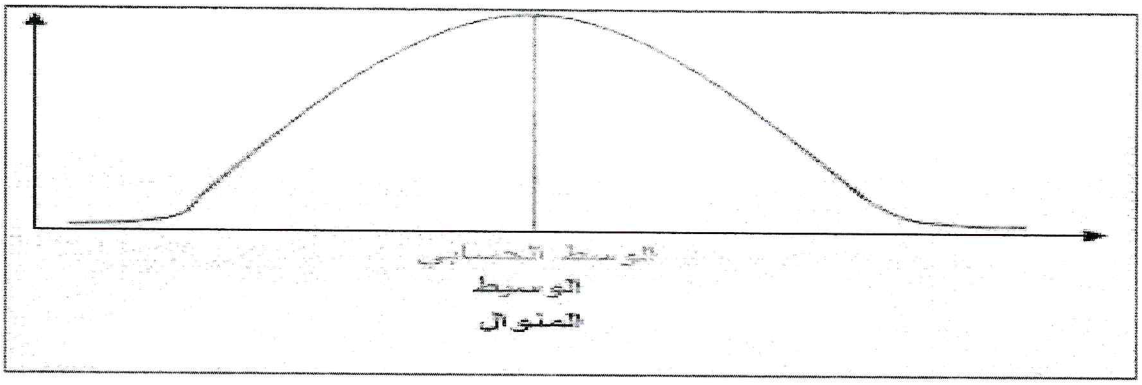
أما إذا كان المنحنى له ذيل أكبر إلى يسار القيمة العظمى للمثيل عنه إلى يمينها، يسمى التوزيع ملتوي إلى اليسار (سالب الالتواء) وعندئذ يكون: المتوسط الحسابي < الوسيط < المنوال.

وفي حالة التوزيعات القريبة من التماثل نجد أن:

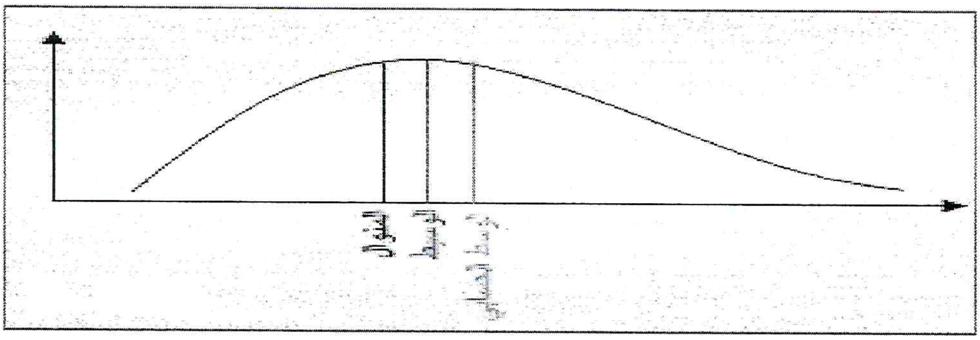
المتوسط الحسابي – المنوال = 3 (المتوسط الحسابي – الوسيط)

والأشكال الآتية توضح الأنواع المختلفة من المنحنيات التكرارية.

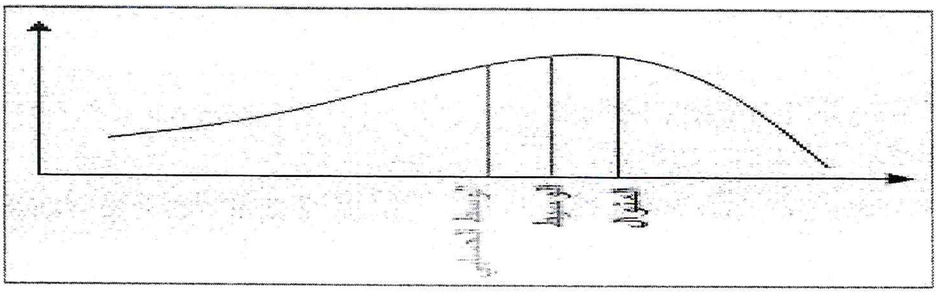
منحنى متماثل



منحنى ملتوي لليمين



منحنى ملتوي لليسار



[1] نقصد بالالتواء الجهة الممتدة (الذيل) وليس الجهة المقعرة أو المقوسة .

ولدينا نوعين من مقاييس الالتواء[1]، النوع الأول يعتمد على مقارنة مقاييس النزعة المركزية، والنوع الثاني يعتمد على العزوم، وسوف ندرس هذين النوعين فيما يلي:

2-1- معاملات بيرسون للالتواء: لبيرسون ثلاثة معاملات للالتواء نوردها فيما يلي:

2-1-1- معامل بيرسون الأول P_{s_1} : يعطى بالعلاقة الآتية: $P_{s_1} = \frac{\bar{X} - M_o}{\sigma}$

2-1-2- معامل بيرسون الثاني P_{s_2} : يعطى بالعلاقة الآتية: $P_{s_2} = \frac{3(\bar{X} - M_e)}{\sigma}$

ويتم تحديد شكل التوزيع كما يلي:

- إذا كان: $P_{s_1} = 0$ أو $P_{s_2} = 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري متماثل(متناظر)،ولدينا: $\bar{X} = M_e = M_o$
- إذا كان: $P_{s_1} > 0$ أو $P_{s_2} > 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين،ولدينا: $\bar{X} > M_e > M_o$
- إذا كان: $P_{s_1} < 0$ أو $P_{s_2} < 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليسار،ولدينا: $\bar{X} < M_e < M_o$

2-1-3- معامل بيرسون P_{s_3} بدلالة العزوم: يعطى بالعلاقة الآتية: $P_{s_3} = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}$

نلاحظ أن: $P_{s_3} > 0$ أي أن P_{s_3} موجب تماما، لذا لا يمكن معرفة جهة الالتواء إلا إذا كان $P_{s_3} = 0$ فإن التوزيع التكراري يكون حينئذ متماثلا (متناظرا).

2-2- معامل فيشر للالتواء: يعتبر معامل فيشر للالتواء أفضل المقاييس وأدقها لتوظيفه جميع البيانات دون استثناء. ويعطى معامل فيشر للالتواء بالعلاقة الآتية: $F_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ ، ونميز ثلاث حالات لـ F_s :

- إذا كان: $F_s = 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري متماثل(متناظر)، ولدينا: $\bar{X} = M_e = M_o$
- إذا كان: $F_s > 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين، ولدينا: $\bar{X} > M_e > M_o$
- إذا كان: $F_s < 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليسار، ولدينا: $\bar{X} < M_e < M_o$

2-3- معامل يول للالتواء: يعتمد معامل يول للالتواء إما على الربيعات أو المئينات، لذا نميز بين حالتين:

2-3-1- معامل الالتواء الربيعي ليول: يعطى هذا المعامل وفق الصيغة ألآتية:

$$Y_s = \frac{(Q_3 - M_e) - (M_e - Q_1)}{(Q_3 - M_e) + (M_e - Q_1)} \quad \text{،} \quad \text{أي أن :} \quad Y_s = \frac{Q_3 - 2M_e + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

يسمى المقدار: $Q_3 - Q_1$ بالمدى الربيعي.

2-3-2- معامل الالتواء المئيني ليول: يعطى هذا المعامل وفق الصيغة ألآتية:

$$Y_s = \frac{(P_{90} - M_e) - (M_e - P_{10})}{(P_{90} - M_e) + (M_e - P_{10})} \quad \text{،} \quad \text{أي أن :} \quad Y_s = \frac{P_{90} - 2M_e + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$$

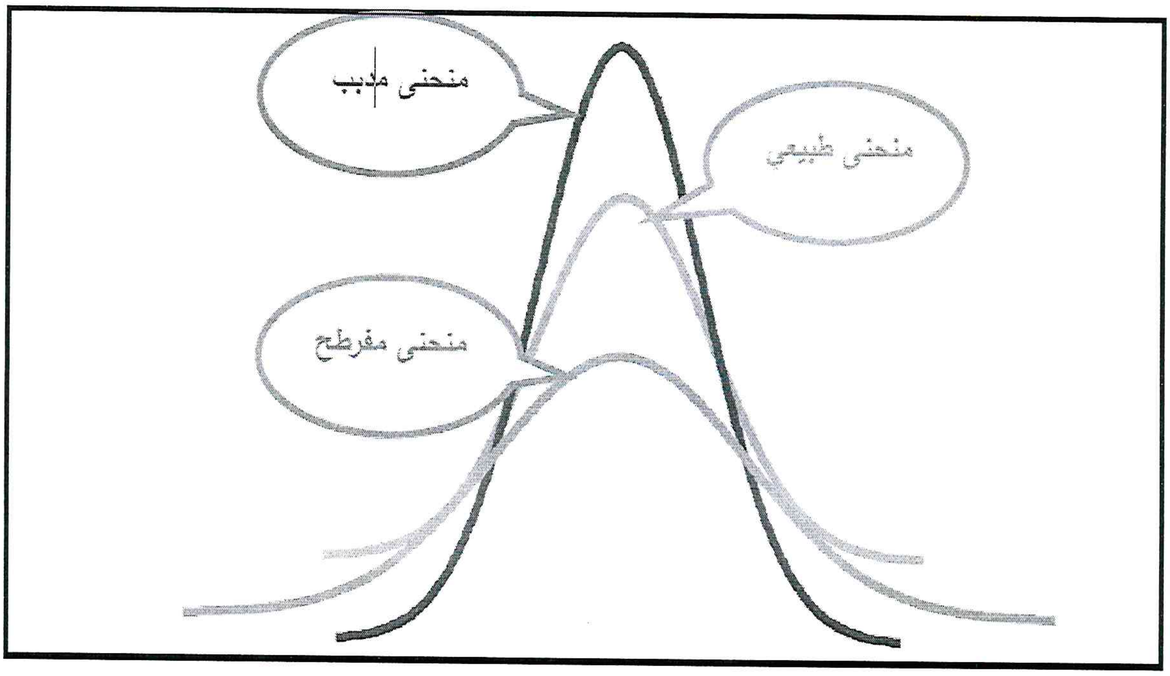
يسمى المقدار: $P_{90} - Q_{10}$ بالمدى المئيني.

[1] في حالة عدم التمكن من رسم محنى التوزيع التكراري، نستخدم المقاييس المختلفة للالتواء لمعرفة الأشكال المختلفة للمنحنى(متماثل – ملتوي نحو اليمين – ملتوي نحو اليسار).

ويتم تحديد شكل التوزيع كما يلي:

- إذا كان: $Y_s = 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري متماثل(متناظر)، ولدينا: $\bar{X} = M_e = M_o$
- إذا كان: $Y_s > 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين، ولدينا: $\bar{X} > M_e > M_o$
- إذا كان: $Y_s < 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليسار، ولدينا: $\bar{X} < M_e < M_o$

3- التفرطح: يقصد بالتفرطح مقدار التدبب (الانخفاض أو الارتفاع) في قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي، أو يقصد به مدى اتساع أو ضعف قمة منحنى التوزيع، فإذا كانت قمة المنحنى أعلى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي يسمى المنحنى مدبب وفيه يكون تشتت البيانات ضعيف جدا ويتركز عدد أكبر من القيم بالقرب من منتصف المنحنى ويقل في طرفيه، وإذا كانت قمة المنحنى أدنى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي يسمى المنحنى منحنا مفرطحا أو منبسطا، وفيه يكون تشتت البيانات كبير جدا ويتركز عدد أكبر من القيم على طرفي المنحنى ويقل بالقرب من المنتصف، أما إذا كانت القمة ليست مدببة أو مسطحة أي قريبة من المنحنى الطبيعي يسمى المنحنى متوسط التفرطح وفيه يكون تشتت البيانات لا هو بالكبير ولا هو بالصغير، وعند دراسة المنحنيات من حيث التفلطح يؤخذ منحنى التوزيع الطبيعي كمعيار والذي يطلق عليه اسم المنحنى المعتدل، والشكل الآتي يبين ذلك:



ويقاس التفرطح بأحد المعاملات الآتية:

3-1- معامل بيرسون للتفرطح: ويسمى المعامل العزمي للتفرطح، ويعطى بالعلاقة الآتية: $P_k = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$

ويتم تحديد شكل التوزيع كما يلي:

- إذا كان: $P_k = 3$ فإن منحنى التوزيع طبيعي.
- إذا كان: $P_k > 3$ فإن منحنى التوزيع مدبب.
- إذا كان: $P_k < 3$ فإن منحنى التوزيع مفرطح .

3-2- معامل فيشر للتفرطح: هو عبارة عن معامل بيرسون للتفرطح مطروحا منه العدد 3 أي أن:

$$F_k = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 \quad \text{أو} \quad F_k = P_k - 3$$

ويتم تحديد شكل التوزيع كما يلي:

- إذا كان: $F_k = 0$ فإن منحنى التوزيع طبيعي.
- إذا كان: $F_k > 0$ فإن منحنى التوزيع مدبب.
- إذا كان: $F_k < 0$ فإن منحنى التوزيع مفرطح .

3-3- معامل يول للتفرطح: يستخدم هذا المقياس في حالة البيانات المفتوحة، وهو أقل دقة من المقاييس السابقة، ويعتمد على الربيعات والمئينات ويعطى بالعلاقة الآتية: $Y_k = \frac{EQ}{P_R}$

حيث: EQ الانحراف الربيعي ، و P_R المدى المئيني.

وبما أن: $EQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ و $P_R = P_{90} - P_{10}$ فإن: $Y_k = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{90} - P_{10})}$

P_{10} و P_{90} المئين التسعون والمئين العاشر على الترتيب.

بعد أن تبين عن طريق التجربة والحساب، يتم تحديد شكل التوزيع على النحو الآتي:

- إذا كان: $Y_k = 0.263$ فإن منحنى التوزيع طبيعي.
- إذا كان: $Y_k > 0.263$ فإن منحنى التوزيع مدبب.
- إذا كان: $Y_k < 0.263$ فإن منحنى التوزيع مفرطح .

مثال01: أحسب معامل الالتواء ومعامل التفرطح بالطرق المناسبة، مع توضيح نوع الالتواء ونوع التفرطح، في كل حالة من الحالات الآتية:

1) $\sigma = 16 \quad , \quad M_o = 76 \quad , \quad \bar{X} = 74$

2) $\sigma = 8 \quad , \quad M_e = 68 \quad , \quad \bar{X} = 70$

3) $Q_3 = 80 \quad , \quad M_e = 70 \quad , \quad Q_1 = 56$

4) $P_{90} = 90 \quad , \quad M_e = 56 \quad , \quad P_{10} = 46$

5) $EQ = 42 \quad ، \quad P_R = 120$

الحل: الحالة (1): لدينا: $P_{s_1} = \frac{\bar{X}- M_o}{\sigma}$ ، ومنه: $P_{s_1} = \frac{74-76}{16}$ ، إذن: $P_{s_1} = -0.125 \Leftarrow$ الالتواء نحو اليسار.

الحالة(2): لدينا: $P_{s_2} = \frac{3(\bar{X}- M_e)}{\sigma}$ ، ومنه: $P_{s_2} = \frac{3(70-68)}{8}$ ، إذن: $P_{s_1} = 0.75 \Leftarrow$ الالتواء نحو اليمين.

الحالة(3): لدينا: $Y_s = \frac{Q_3-2M_e+ Q_1}{Q_3- Q_1}$، ومنه: $Y_s = \frac{80-2\times70+56}{80- 56}$

إذن: $Y_s = -0.17 \Leftarrow$ الالتواء نحو اليسار.

الحالة(4): لدينا: $Y_s = \frac{P_{90}-2M_e+ P_{10}}{P_{90}- P_{10}}$ ، ومنه: $Y_s = \frac{90-2\times56+46}{90-46}$

إذن: $Y_s = 0.54 \Leftarrow$ الالتواء نحو اليمين.

الحالة(5): لدينا: $Y_k = \frac{EQ}{P_R}$ ، ومنه: $Y_k = \frac{42}{120}$

إذن: $Y_k = 0.35 \Leftarrow$ التفرطح مدبب، لأن: $Y_k > 0.263$

مثال02: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية الآتية: 1 - 2 - 3 - 5 - 7 .

❖ أحسب معامل الالتواء ومعامل التفرطح باستخدام طريقة العزوم، مع توضيح نوع الالتواء ونوع التفرطح.

الحل: نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

الرقم	x_i	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$(x_i - \bar{X})^3$	$(x_i - \bar{X})^4$
1	1	-2.6	6.76	17.576	45.6976
2	2	-1.6	2.56	4.096	6.5536
3	3	-0.6	0.36	0.216	0.1296
4	5	1.4	1.96	2.744	3.8416
5	7	3.4	11.56	39.304	133.6336
$\sum$	18	/	23.2	63.936	189.856

لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{18}{5} = 3.6$

ولدينا: $\mu_k = \frac{\sum(x_i-\bar{X})^k}{n}$ ، ومنه: $\mu_2 = \frac{\sum(x_i-\bar{X})^2}{n}$ أي أن:

$\mu_2 = \frac{\sum(x_i-\bar{X})^2}{n} = \frac{23.2}{5} = 4.64$ ، $\mu_3 = \frac{\sum(x_i-\bar{X})^3}{n} = \frac{63.936}{5} = 12.79$

$$\mu_4 = \frac{\sum(x_i-\bar{X})^4}{n} = \frac{189.856}{5} = 37.97$$

1- معامل بيرسون P_{s_3} بدلالة العزوم: لدينا: $P_{s_3} = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}$ ، ومنه: $P_{s_3} = \frac{(12.79)^2}{(4.64)^3} = 1.64$

لا يمكن معرفة جهة الالتواء باستعمال هذا المقياس إلا إذا كان معدوما فحينئذ يكون منحنى التوزيع التكراري متماثل(متناظر).

2- معامل فيشر للالتواء بدلالة العزوم: لدينا: $F_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ ، ولكن: $\sigma^2 = \mu_2 = 4.64 \Leftarrow \sigma^3 = 10$ ،

ومنه: $F_s = \frac{12.79}{10} = 1.28$ ، بما أن: $F_s > 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين.

3- معامل بيرسون للتفرطح بدلالة العزوم، لدينا: $P_k = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$ ، ومنه: $P_k = \frac{37.97}{(4.64)^2} = 1.76$

بما أن: $P_k < 3$ فإن منحنى التوزيع مفرطح .

4- معامل فيشر للتفرطح بدلالة العزوم: لدينا: $F_k = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3$ ، ومنه: $F_k = \frac{37.97}{(4.64)^2} - 3 = -1.24$

بما أن: $F_k < 0$ فإن منحنى التوزيع مفرطح.

تمارين الفصل السادس:

التمرين الأول:

الجدول الآتي يمثل مبيعات أجهزة الهواتف النقالة لأحد العارضين في معرض أقيم في إحدى المدن الجزائرية خلال أحد الأسابيع(الوحدة: 10^3 د.ج).

المبيعات	[0 , 4[	[4 , l_3[	[l_3 , 15[	[15 , 25[	[25 , 30]	المجموع
عدد الأجهزة		40	80		20	200

1- أوجد n_1 و n_4 إذا علمت أن فئة الربيع الأعلى هي: [15 , 25[، وقيمته: $Q_3 = 18.125$

2- أوجد قيمة l_3 إذا علمت أن متوسط المبيعات المحققة خلال هذه المدة تساوي 13650 د.ج

3- أحسب العزوم الأربعة الأولى المركزية.

4- أحسب معامل فيشر للالتواء، وحدد شكل منحنى التوزيع التكراري.

5- أحسب معامل فيشر للتفرطح، وحدد شكل منحنى التوزيع التكراري.

التمرين الثاني:

إذا كان لدينا توزيع متماثل منواله يساوي 43.73 .

أحسب ما يلي:

1- المتوسط الحسابي.

2- العزم الأول البسيط .

3- العزم الأول المركزي .

4- معامل الالتواء.

التمرين الثالث:

إذا كانت لدينا المعطيات الآتية: $m_1 = 10$ ، $m_2 = 144$ ، $\mu_3 = 36$ ، $\mu_4 = 640$

أحسب ما يلي:

أ- المتوسط الحسابي.

ب- المعامل العزمي للالتواء، وحدد شكل منحنى التوزيع التكراري.

ت- المعامل العزمي للتفلطح، وحدد شكل منحنى التوزيع التكراري.

التمرين الرابع:

أجريت الدراسة على عينة من 20 مزارع وتم حساب ما يلي:

$$\sum_{i=1}^{i=20} x_i = 180$$

$$\sum_{i=1}^{i=20} x_i^2 = 1820$$

$$\sum_{i=1}^{i=20} (x_i - \overline{X})^3 = 23.41$$

$$\sum_{i=1}^{i=20} (x_i - \overline{X})^4 = 1795$$

أحسب ما يلي:

1- المردودية المتوسطة لهذه المزارع.

2- الانحراف المعياري.

3- الالتواء، وحدد شكل منحنى التوزيع التكراري.

4- التفرطح، وحدد شكل منحنى التوزيع التكراري.

التمرين الخامس:

إذا كانت لدينا الحالات الآتية:

الحالة01: المتوسط الحسابي أصغر من الوسيط.

الحالة02: المنوال أصغر من المتوسط الحسابي.

الحالة03: المنوال = الوسيط = المتوسط الحسابي.

❖ استنتج شكل منحنى التوزيع التكراري لكل حالة.

التمرين السادس:

ليكن المتغير الإحصائي Y المعرف بواسطة العلاقة:

$Y = aX + b$ حيث: a و b عددان حقيقيان.

❖ أثبت أن: $\mu_k\,(Y) = a^k \mu_k\,(X)$

حل تمارين الفصل السادس:

حل التمرين الأول:

1- نستعمل الجدول التلخيصي الآتي لإيجاد n_1 ، n_2 :

e_i	[0 , 4[	[4 , l_3[	[l_3 , 15[	[15 , 25[	[25 , 30]	Σ
n_i	20	40	80	n_4	n_5	200
c_i	2	$\frac{4+l_3}{2}$	$\frac{15+l_3}{2}$	20	27.50	/
n_i	20	60	140	n_4+140	n_4+n_5+140	/

لدينا: $200 = n_4 + n_5 + 80 + 40 + 20$ ، ومنه: $n_4 + n_5 = 60 \leftarrow (*)$

من جهة أخرى لدينا: $Q_3 = L_3 + \left(\frac{\frac{3N}{4} - N_3}{n_3}\right)c_3$ ، أي أن: $18.125 = 15 + \left(\frac{150 - 140}{n_4}\right)10$

ومنه: $n_4 = 32$ بالتعويض في المعادلة (*) نجد: $n_5 = 28$

إذن: $n_4 = 32$ و $n_5 = 28$

2- إيجاد قيمة l_3 :

لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N}$ بالتعويض نجد:

$$\frac{20 \times 2 + 40 \times \left(\frac{4+l_3}{2}\right) + 80 \times \left(\frac{15+l_3}{2}\right) + 32 \times 20 + 28 \times 27.5}{200} = 13.65$$

، ومنه: $l_3 = 10$

3- حساب العزوم الأربعة الأولى المركزية: $\mu_k = \frac{\sum n_i (c_i - \bar{X})^k}{N}$ ، حيث : $k \in \{1, 2, 3, 4\}$

نستعمل الجدول التلخيصي الآتي:

e_i	n_i	c_i	$c_i - \bar{X}$	$n_i(c_i - \bar{X})^2$	$n_i(c_i - \bar{X})^3$	$n_i(c_i - \bar{X})^4$
[0 , 4[	20	2	-11.65	2714.45	31623.34	368411.94
[4 , 10[	40	7	- 6.65	1768.9	11763.19	78225.18
[10 , 15[	80	12.5	- 1.15	105.8	121.67	139.92
[15 , 25[	32	20	6.35	1290.32	8193.53	52028.93
[25 , 30]	28	27.5	13.85	5371.03	74388.77	1030284.40
Σ	200	/	/	11250.5	126090.5	1529090.37

إذا كان: $k = 1$ فإن: $\mu_1 = \frac{\sum n_i (c_i - \bar{X})^1}{N} = 0$

إذا كان: $k = 2$ فإن: $\mu_2 = \frac{\sum n_i (c_i - \bar{X})^2}{N} = V = \sigma^2 = \frac{11250.50}{200} = 56.25$

إذا كان: $k = 3$ فإن: $\mu_3 = \frac{\sum n_i(c_i - \bar{X})^3}{N} = \frac{126090.5}{200} = 630.45$

إذا كان: $k = 3$ فإن: $\mu_4 = \frac{\sum n_i(c_i - \bar{X})^4}{N} = \frac{1529090.37}{200} = 7645.45$

4- حساب معامل فيشر للالتواء:

لدينا: $F_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ ، ولكن: $\mu_2 = \sigma^2$ ، أي أن: $(\mu_2)^{\frac{3}{2}} = (\sigma^2)^{\frac{3}{2}} = \sigma^3$ ، ومنه :

$F_s = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{630.45}{(56.25)^{\frac{3}{2}}} = 1.50$ ، بما أن: $F_s > 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين.

5- حساب معامل فيشر للتفرطح: لدينا: $F_k = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3$ ، ومنه: $F_k = \frac{7645.45}{(56.25)^2} - 3 = -0.58$

بما أن: $F_k < 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري مفرطحا .

حل التمرين الثاني:

التوزيع متماثل ، $M_o = 43.73$

حساب ما يلي:

1- المتوسط الحسابي: بما أن التوزيع متماثل فإن: $M_o = \bar{X} = Me$ ، إذن: $\bar{X} = 43.73$

2- العزم الأول البسيط: حسب الصيغة العامة للعزم الأول البسيط والمتوسط الحسابي فإن:

$m_1 = \bar{X}$ ، أي أن: $m_1 = 43.73$

3- العزم الأول المركزي: $k = 1 \Leftarrow \mu_1 = 0$ (انحرافات القيم عن المتوسط الحسابي معدوم).

4- معامل الالتواء: لدينا: $P_{s_1} = \frac{\bar{X} - M_o}{\sigma}$ ، وبما أن: $M_o = \bar{X} = Me$ ، فإن: $P_{s_1} = 0$

حل التمرين الثالث:

لينا: $m_1 = 10$ ، $m_2 = 144$ ، $\mu_3 = 36$ ، $\mu_4 = 640$

حساب ما يلي:

أ- المتوسط الحسابي: $m_1 = \bar{X}$ ، ومنه: $m_1 = 10$

ب-◄ المعامل العزمي للالتواء: لينا: $P_{s_3} = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}$ ولكن: $\mu_2 = m_2 - m_1^2$ ، أي أن:

$\mu_2 = 144 - 10^2 = 44$ حينئذ نجد: $P_{s_3} = \frac{36^2}{44^3} = 0.02$

◄ شكل منحنى التوزيع التكراري: لا يمكن معرفة جهة الالتواء في حالة حساب P_{s_3}

ت- ◄ المعامل العزمي للتفلطح: لدينا: $P_k = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$ ، ومنه: $P_k = \frac{640}{44^2} = 0.33$

◄ شكل منحنى التوزيع التكراري: بما أن: $P_k < 3$ فإن منحنى التوزيع مفرطح .

حل التمرين الرابع:

حساب ما يلي:

1- المردودية المتوسطة لهذه المزارع: لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{180}{20} = 9$

2- الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{V}$ ، ولكن: $V = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{X})^2$

ومنه: $V = \frac{1820}{20} - (9)^2 = 10$، إذن: $\sigma = \sqrt{10} = 3.16$

3- حساب الالتواء: لينا: $F_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ ، ولكن: $\mu_3 = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^3}{n} = \frac{23.41}{20} = 1.17$

ومنه: $F_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ ، أي أن: $F_s = \frac{1.17}{(\sqrt{10}\ )^3} = 0.04$

بما أن: $F_s > 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين.

4- حساب التفرطح: لدينا: $F_k = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3$

ولكن: $\mu_4 = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^4}{n} = \frac{1795}{20} = 89.75$ ، وكذلك: $\mu_2 = \sigma^2$ ، أي أن: $\mu_2^2 = \sigma^4$

ومنه: $F_k = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{89.75}{(\sqrt{10}\ )^4} - 3 = -2.10$

بما أن: $F_k < 0$ فإن منحنى التوزيع التكراري مفرطحا .

حل التمرين الخامس:

الحالة01: المتوسط الحسابي أصغر من الوسيط. نستنتج أن: منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليسار.

الحالة02: المنوال أصغر من المتوسط الحسابي. نستنتج أن: منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين.

الحالة03: المنوال = الوسيط = المتوسط الحسابي. نستنتج أن: منحنى التوزيع التكراري متماثل(متناظر).

حل التمرين السادس:

لدينا: $Y = aX + b$ حيث: a و b عددان حقيقيان.

❖ إثبات أن: $\mu_k(Y) = a^k \mu_k(X)$

لدينا: $\mu_k = \frac{\sum n_i(x_i - \bar{X})^k}{N}$ ، ومنه: $\mu_k = \frac{\sum n_i(y_i - \bar{Y})^k}{N}$

ولكن: $y_i = ax_i + b$ ، كذلك: $\bar{Y} = a\bar{X} + b$ ، ومنه:

$$\mu_k = \frac{\sum n_i(ax_i + b - a\bar{X} - b)^k}{N} = \frac{\sum n_i(ax_i - a\bar{X})^k}{N} = \frac{\sum n_i[a(x_i - \bar{X})]^k}{N} = \frac{\sum n_i\left(a^k (x_i - \bar{X})^k\right)}{N}$$

$\mu_k = a^k \frac{\sum n_i(x_i - \bar{X})^k}{N} = a^k \mu_k$ ، أي أن: $\mu_k(Y) = a^k \mu_k(X)$

فعلا إذا كان لدينا: $Y = aX + b$ فإن: $\mu_k(Y) = a^k \mu_k(X)$

فهرس المراجع:

1- إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، مبادئ علم الإحصاء، الدار الجامعية ، الإسكندرية- جمهورية مصر العربية ، 2002.

2- إبراهيم مراد الدعمة ومازن حسن الباشا، أساسيات في علم الإحصاء مع تطبيقات SPSS ، دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن ، ط1، 2013 .

3- أحمد سعد جلال ، مبادئ الإحصاء النفسي – تطبيقات وتدريبات عملية على برنامج SPSS ، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية ، القاهرة ، 2008 .

4- أحمد عبد السميع طبية ، مبادئ الإحصاء ، دار البداية للنشر والتوزيع ، عمان – الأردن، ط1 ، 2008.

5- جيلالي جلاطو ، الإحصاء مع تمارين ومسائل محلولة ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، 2002 .

6- خالد أحمد فرحان المشهداني، مبادئ الإحصاء، دار الأيام، الأردن، 2013 .

7- رفيق قاسم أحمد ، المدخل إلى علم الاحصاء ، مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية ، جامعة حلب – سوريا ، 1997 .

8- رياض رواق، الإحصاء الوصفي ، دار العلوم للنشر والتوزيع، الحجار، عنابة – الجزائر ، 1995 .

9- السعدي رجال ، الإحصاء الوصفي ، مؤسسة الرجاء للطباعة والنشر ، قسنطينة – الجزائر ، 2013 .

10- سعدي شاكر حمودي، مبادئ علم الإحصاء وتطبيقاته، دار الثقافة للنشر والتوزيع ، عمّان ، 2009 .

11- شريف شطيبي، محاضرات في الإحصاء الوصفي، مطبعة جامعة منتوري ، قسنطينة- الجزائر، ط1 ، 2006 .

12- عبد العزيز فهمي هيكل، مبادئ الأساليب الإحصائية، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، ط 3 ، 1998.

13- عبد القادر حليمي ، مدخل إلى الإحصاء ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ، ط2 ، 1993 .

14- عماد غصاب عبابنة وسالم عيسى بدر، مبادئ الإحصاء الوصفي والاستدلالي، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمّان ، ط1 ، 2007 .

15- محمد بوعلاق، الموجه في الإحصاء الوصفي والاستدلالي في العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية، دار الأمل للطباعة والنشر والتوزيع، الجزائر، 2009.

16- محمد بوهزة ، محاضرات في الإحصاء الوصفي، دار المحمدية العامة، الجزائر، 2011.

17- محمد جاسم الياسري ومروان عبد المجيد إبراهيم ، الأساليب الإحصائية في مجالات البحوث التربوية ، مؤسسة الوراق للنشر والتوزيع ، عمان ط1 ، 2001 .

18- محمد راتول ، الإحصاء الوصفي ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ، ط2 ، 2006 .

19- محمد عدنان عوض، مقدمة في الإحصاء، مركز الكتب الأردني، الأردن، 1997.

20- محمد علي الأطرقجي، الوسائل التطبيقية في الطرق الإحصائية، دار الطليعة، بيروت، ط1 ، 1980.

21- مصطفى يوسف كافي وآخرون، الإحصاء في الإدارة والاقتصاد، مكتبة المجتمع العربي، الأردن، ط1 ، 2012 .

22- نبيل جمعة صالح، الإحصاء في التربية والعلوم الإنسانية مع تطبيقات برمجية SPSS ، دار الحامد، عمّان، ط1، 2009 .

23- وليد إسماعيل السيفو ، أساسيات الأساليب الإحصائية للأعمال ، منشورات زمزم ، الأردن ، ط1 ، 2010 .

24- وليد إسماعيل السيفو وآخرون، أساسيات الأساليب الإحصائية للأعمال، زمزم ناشرون وموزعون، الأردن، ط1، 2010 .

25- Amany Mousa, Cairo, Statistical Data Analysis, Center for Advancement of Postgraduate Studies and Research, Faculty of Engineerin Cairo University, 2005.

26- Boukalla Bouzouane Malika ,Statistique descriptive , Alger , éditions casbah , 2001.

27- Françoise couty et autres , Probabilités et Statistiques , Dunod ,Paris , 1999 .

28- Hamdani Hocine , Statistique Descriptive Et Expression Graphique , Office des publications universitaires , O.P.U , 1998 .

29- Monino. Jean-Louis et al , Statistique Descriptive , 2eme édition , n.d , Dunod , Paris , 2003.

30- Warren Chase & Fred Bown , General Statistics , Third Edition , John Wiley & Sons . Inc , New York ,2001.

31- حيدوشي عاشور ، محاضرات في الإحصاء الوصفي ، 2016 ، www.univ-bouira.dz/.../701-Sciences%20Economiques ، 28/ 05 / 2017 .

32- رشاد الفقيه، العينات وطرق اختيارها ،
www.forum.ok-eg.com/new.php?print=1&id=25063 ، 14/ 06 / 2017 .

33- زرفة بولقواس، محاضرات في الإحصاء الوصفي ، 2014 ،
elearn.univ-biskra.dz/file.php/175 ، 23 / 04 /2017 .

34- شرف الدين خليل ، الإحصاء الوصفي ، شبكة الأبحاث و الدراسات الاقتصادية ، www.rr4ee.net ، 2017/01/20 .

35- مركز المناهج والبحوث العلمية ، قسم الإحصاء، ليبيا ، 2015 ،
www.moolnt.com ، 2016/11/18.

36- Cours de Statistique Descriptive , Antoine Ayache & Julien Hamonier.
math.univ-lille1.fr/~ayache/cours_SD.pdf , 25 / 05 / 2017

فهرس الموضوعات:

تم بحمد الله