

UNIVERSITE ABBES LAGHROUR KHENCHELA

جامعة عباس لغرور خنشلة



FACULTE DE SCIENCES ET TECHNOLOGIE

كلية العلوم والتكنولوجيا

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

قسم الهندسة الميكانيكية



Spécialité : Génie Mécanique

Option : Construction Mécanique

Mémoire

De fin d'études Pour l'obtention du diplôme
MASTER (LMD).

Thème :

Modélisation 3D Géométrique et Dynamique d'un Robot
Humanoïde Darwin-OP.

Réalisé par :

- SALMI RIADH
- HAMI AISSAM EDDINE

Dirigé par :

Mr GUESSAM. ALI

Membres de jury

- BOUALI HICHEM
- MESSAOUDI AISSAM

Année universitaire : 2019-2020

Dédicace

*Mon premier remerciement vient à Allah qui m'a donné la
force et les moyens de préparer ce travail.*

*A mes très chers parents, pour leur soutien tout au long
de mes études, et qui ont fait de moi ce que je suis
aujourd'hui. Que dieu leur procure bonne santé et longue vie*

*Mes très chers frères : Said, Fares, Chems, Mihoub et
Alaeddine pour leurs soutiens.*

Je dédie aussi ce travail précieusement à mes amis:

*Djaballah Walid, Trad Hichem, Bouzekri Bilel, Hami
Issa, Djaballah Fodil, Matallah Djemai , Tebbani Abdelhak*

*A tous mes enseignants du primaire à l'enseignement
supérieur.*

*A toutes les personnes que je n'ai pas pu citer mais qui
restent dans mon cœur.*

A toutes les personnes chères à mon cœur

RIADH

Remerciements

Je tiens à adresser mes remerciements les plus chaleureux et ma profonde gratitude à mon

Encadreur Mr : *Guessam Ali*, Maître-Assistant à l'université Abbes Laghrour, pour m'avoir proposé le sujet de ce mémoire.

C'est grâce à sa grande disponibilité, ses conseils, ses orientations, et ses encouragements que j'ai pu mener à bien ce travail.

Je remercie également tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire.

Enfin, Merci à toute ma famille, mes frères et à tous mes amis et tous mes collègues sans exception.

Table des matières :

- Remerciements
- Dédicace
- Sommaire
- Listes des figures et tables
- Abréviations
- **Résumé et Abstract**

Chapitre 01: Introduction

1.1 Introduction :.....	1
1.2 Robots humanoïdes	2
1.3 Motivation	6

Chapitre 02 : Définitions et Concepts

2.1 Définitions et concepts :.....	7
2.1.1 Marche Humaine :	7
2.2 Types de marche	8
2.2.1 La marche statique :.....	8
2.2.2 La marche dynamique	9
2.4 Analyse de la marche Humaine :	10
2.4.1 Cycle de la marche	10
2.4.2 Description détaillée du cycle de marche	11
2.5 Différents points de contact :	13
2.5.1 Point de Centre de pression CoP	13
2.5.2 Pivot du moment central CMP:	13
2.5.3 Zero Moment Point :.....	14
2.5.4 Point de capture:	14

Chapitre 03 : Modélisation géométrique et cinématique

3.1. Description et Agencement cinématique	16
3.2. Paramétrage.....	17
3.3 Etude du robot DARwin –Op par la méthode DH modifiée :	18
3.3.1 Description de Darwin-Op :	18

3.3.2 Table de definition de D-H modifiée:.....	19
3.4 Etude de la jambe droite:	20
3.4.1 Modélisation Géométrique Directe MGD.....	20
3.4.2 Modélisation Géométrique Inverse MGI.....	21
3.5 Etude de la jambe gauche:.....	25
3.5.1 Modélisation Géométrique Directe MGD.....	25
3.5.2 Modélisation Géométrique Inverse MGI	25
3.6 Etude de bras droit.....	26
3.6.1 Modélisation Géométrique Directe MGD.....	26
3.6.2 Modélisation Géométrique Inverse du bras droit (MGI).....	28
3.6.3 Etude de singularités	34
3.6.4 Algorithme.....	38
3.7 Etude bras gauche par D-H Modifiée:.....	41

Chapitre 04 :Modèles simplifiés des robots Humanoides

4.1 - Modèles simplifiés de robots:	42
4.1.1 Modèles à pendule inversé :	43
4.1.1.1 Modèle de pendule inversé linéaire - LIPM.....	43
a) Pendule inversé linéaire 2D-LIPM.....	45
b) Pendule inversé 3D-LIPM	46
4.1.1.2 Modèles de pendule inversé non linéaires IPM	48
a) Pendule inversé linéaire 2D-IPM.....	49
b) Pendule inversé 3D-IPM	50
4.2 - Modèle à pendule inversé linéaire (LIPM) + Fly Wheel:.....	52
4.3 - Modèle de Chariot-table:.....	54
4.4 Conclusion.....	61

Chapitre 05 : Analyse de Stabilité

05.1 Introduction	62
5.2 Principaux indicateurs de stabilité.....	62
5.2.1 Centre de Masse CoM	63
5.2.2 Point zéro moment ZMP:	63
5.2.3 Pivot à Moment Centroidale <i>CMP</i>	66
5.3. Analyse de stabilité:	67
5.3.1 Stratégie de la cheville.....	69
5.3.2 Stratégie de la hanche	73
5.3.3 Stratégie par étapes	74
5.4 Récupération de l'équilibre.....	75
5.5 Conclusion.....	76

Chapitre 06 : Simulation et Conclusion générale 77

6.1 Objectif	77
6.2 Description	77
6.2.1 MGD bras droite.....	78
6.3.1 Modélisation géométrique inverse	80
6.2.2 MGD jambe droite.....	81
6.3.2 Modélisation géométrique inverse	82
Conclusion	84

- Références.
- **Annexe.**

Listes des Figures et Tables :

Liste de tables :

Tableau 1.1:Tableau applications évolution des séquences et les caractéristiques.....	2
Tableau 3.1. Degrés de liberté de chaque articulation.	18
Tableau 3.2 : Definition de DH modifiée.....	21
Tableau 3.3 Paramètres DH-m de la jambe droite	22
Tableau 3.4: Paramètres DH-m de la jambe gauche	28
Tableau 3.5 Paramètres DH-m de la bras droite	29
Tableau 3.6 : Paramètres DH-m de la bras gauche	43

Liste des figures:

Figure 1.1 :Johnnie (gauche)et LOLA(droite).....	3
Figure 1.2 :Wabian-2r (gauche) et ASIMO (droite).....	4
Figure 1-3 : NAO(gauche)et ROMEO(droite).....	4
Figure 1.4 : Hubo(gauche)et ATLAS(droite).....	5
Figure1.5 :Robot Anti Covid19.....	5
Figure 2.1 : représentation schématique de la marche selon un modèle de pendule inverse).....	7
Figure 2.2 Plans de mouvements : Sagittal, Frontal et Transversal.....	7
Figure2.3 : Types de marche statique.....	8
Figure 2.4 CoM et projection de base.....	9
Figure 2.5 : Phases de démarche périodique.....	10
Figure 2.6 :(figure A+B+C) Principaux paramètres spatiaux du cycle de marche.....	12
Figure 2.7: Relations between ZMP and CoP for a robot's foot in locomotion.....	13
Figure 2.8 Pivot du moment central CMP.....	13
Figure 2.9 Point de Capture.....	14
Figure 3. 1 Le Robot Humanoid Hubo 2+.....	17
Figure3. 2 Schéma cinématique de Hubo 02 +.....	18
Tableau 3.1 Degrés de liberté de chaque articulation.....	18
Figure 3. 3 Paramétrage de Denavit-Hartenberg.....	19
Figure 3.4 : DARwin-op.....	20
Figure3.5 Paramétrage de la jambe droite	22
Figure3.6 Paramétrage de la jambe gauche.....	28
Figure 3.7 : Paramètres DH-m du bras droit.....	29
Figure 3.8 : ParamètreDH du bras gauche.....	43
Figure 4.1 Modele LIP pendule inverse linéaire	46
Figure 4.2 : Pendule Inversé en plan Sagittal	47
Figure 4.3 : Modèle d'un bipède en PSS avec corps jambes sans masse à FlyWheel	49

Figure 4.4 : Vue 2D pour robot pendule inversé dans plan sagittal XZ.	51
Figure 4.5 : Pendule inversé en plan sagital	51
Figure 4.6 : 3D-LIMP.....	51
Figure 4.7 : 3D inverse pendule	52
Figure 4.8 Modèles de pendule inverse de base dans le plan de x-z , 1ddl (à gauche) et 2dlla (à droite).	54
Figure 4.9 2D sur un pendule inversé espace robot et XZ.	54
Figure 4.10 : Le module du ressort pour la marche bipède	55
Figure 4.11 : Modèle ARSLP et gaitspace Description de contrainte	56
Figure 4.12 :Représentation de cart-table model et zmp.....	57
Figure 4. 13 :Modèle Chariot-table	58
Figure 4.14 : Modèle chariot-table simplifié .ZMP.....	59
Figure 4.15 :Modélisation de mouvement de Robot humanoïde.....	59
Figure 4.16 :Modélisation de mouvement de Robot humanoïde.....	60
Figure 4.17 : Pendule Double Inversé avec partie supérieure d'environ zéro équilibre.....	62
Figure 4.18 : Pendule simple inversé 2D.....	63
Figure 5. 1 : Projection du Centre de masse (CoM) par rapport au polygone de sustentation	66
Figure 5.2 : Point zéro moment.	67
Figure 5.3 : Force agissant sur le robot humanoïde a) ZMP à mouvement stable b) mouvement instable	68
Figure 5.4 Analyse de stabilité basée sur moment angulaire.	69
Figure 5.6 : Trois stratégies d'équilibre en présence d'une force extérieure.....	70
Figure 5.7 : Stratégie del a cheville.	72
Figure 5.8 : LIMP.....	72
Figure 5.9 : Stratégie de la hanche.	75
Figure 5.10 : Stratégie par étapes.	76

Abréviations :

CoM	Centre de masse
CoP	Centre de pression
ZMP	Point zéro moment
ZMP	Point de moment zéro fictif
DSP	Double phase de support
SSP	Phase de support unique
LIPM	Pendule Inversé Linéaire
IPM	Pendule inversé
CMP	Centroidal Moment point
CP	Capture Point
CoG	Centre de Gravité
MGI	Modèle Géométrique Directe
MGI	Modèle Géométrique Inverse
ddl	Degré de liberté

Résumé :

Dans ce travail, nous avons pu dériver les modèles géométriques directe et inverse pour un robot humanoïde Darwin-Op, ainsi que nous avons présenté un ensemble d'approximations pour les modèles dynamiques, tel que les modèles à pendules inversés 2D et 3D (LIPM), masse ressort inversé (SLIPM) et modèle cart-table.

Cependant l'analyse se limite uniquement pour la jambe droite et le bras droit.

Nous avons utilisé la méthode DH modifiée pour étudier la modélisation géométrique directe et inverse d'un robot Darwin-Op, et comment maintenir sa stabilité, qui dépend de la simplification du modèle automatique et de ses types.

En fin, nous concluons que le domaine du robot est vaste et qu'il évolue à un rythme très rapide.

Abstract :

In this work, we were able to derive direct and inverse geometric models for a Darwin-Op humanoid robot, as well as we presented a set of approximations for dynamic models, such as 2D and 3D inverted pendulum models (LIPM), inverted spring mass (SLIPM) and cart-table model.

However, the analysis is limited only to the right leg and the right arm.

We used the modified DH method to study the direct and inverse geometric modeling of a Darwin-Op robot, and how to maintain its stability, which depends on the simplification of the automatic model and its types.

In the end, we conclude that the field of robotics is vast and that it is evolving at a very rapid rate.

CHAPITRE : 01

Introduction



Chapitre 01

1.1 Introduction :

Le concept de robot humanoïde consiste dans la ressemblance de l'apparence au corps de l'être humain, morphologiquement pour la structure externe et anatomiquement dans ses différents composants ; tête et cou, le tronc, et les membres supérieures et inférieures. En plus de ses caractéristiques humaines ce robot humanoïde peut prendre la place de l'être humain dans plusieurs activités difficiles.

Les caractéristiques des robots humanoïdes peuvent être résumées comme suit :

1. Les robots humanoïdes peuvent travailler dans l'environnement pour les humains tel qu'il est, par conséquent, nous n'avons pas besoin de modifier l'environnement humain pour qu'un robot fonctionne.
2. Les robots humanoïdes peuvent utiliser des outils pour les humains.
3. les robots humanoïdes ont une morphologie humaine.

Le développement de robot humanoïde au cours des dernières années était significativement rapide et est utilisé dans différents types de domaines tels que le divertissement, la médecine, l'éducation et l'ingénierie des systèmes automatiques...etc.

Le robot humanoïde est développé progressivement au cours les dernières années. Nous en citerons en ce qui suit de bons exemples:

WABOT-1 a été inaugurée au début des années 1970 par Hirokazu Kato, professeur à l'Université Waseda de Tokyo. » . WABOT-2, qui a également été développé par Kato, a amélioré la fonction de WABOT-1 et a pu s'asseoir sur un banc de piano au lieu de se tenir dessus. La nouvelle ère du robot humanoïde a commencé par Honda P2 en 1996, Honda P3 1997. En 2000 ASIMO a amélioré les fonctions de Honda, WABIAN-2, KHR-0 en 2001, en suite KHR-2, DARwIn-OP, Tidom et Hubo2+.



Chapitre 01

1.2 Robots humanoïdes: Ordre chronologique de développement

Nom du robot	firme	Caractéristiques DLL	Actionneurs et Capteurs
01-JOHNIE (1988) [1]	Université de Munich- Allemagne	-Il mesure 1m80 -Il pèse 49kg -Il possède 17 articulations actives.	-Capable de marcher à 2.2km -équipé de codeurs.
02-LOLA	Allemagne	-Il mesure 1m80 -Il pèse 55kg	- Le robot est équipé d'une caméra stéréoscopique haute définition afin de percevoir son environnement - chaque pied est muni d'un capteur d'effort 6 axes -il possède 20 mobilités internes - 07mobilités au niveau de chaque jambe. -Il possède une articulation active au niveau de l'avant du pied.
03- Honda (E6 1993) [2]	Honda	-Il mesure 1m30 -Il pèse 54kg	-capable de courir jusqu'à 6 km/h -Le gyroscope est utilisé pour la navigation inertielle pendant que le robot se déplace vers le point
04- ASIMO(2000) [3]	Centre de Recherche et Développement Wako Fundamental Technical Research de Honda au Japon.	-Il mesure 1m20 -Il pèse 48kg	-Capable de courir jusqu'à 9km/h -Il possède 57 mobilités. -Chaque bras peut supporter jusqu'à 2 kg en marchant. -ASIMO va en douceur dans toutes les directions
05- HRP(2003)	Au Japon par ASIT en collaboration avec la société KAWADA	-Il mesure 1m54 -Il pèse 58kg - doté de 30 dll -Vitesse de déplacement 0 - 2 km/h -Alimentation Batterie NiMH 48V 18Ah	-capable de marcher jusqu'à 2km/h -Il est équipé de capteurs de force 6 axes. - d'accéléromètres 3 axes et de vitesse angulaires 3 axes.



Chapitre 01

08- KHR3 (HUBO 2005)	KAIST en Corée du sud	-Il mesure 1,25m -Il pèse 55kg - Vitesse de marche 1,2 km/h -Vitesse de course 3 km/h	- été capable de monter et descendre les escaliers -La possibilité de bouger les doigts
07- ROMEO(2012)	Société française ALDEBARAN Robotiques	-Il mesure 1,47m - Il pèse 37 kg.	- marcher, porter des objets, aider des humains à se relever -
09- ATLAS(2013)	La société BOSTON Dynamics	-Il mesure 1m80 -masse 82 kg -Il possède 28	-actionneurs hydrauliques. -Atlas se caractérise par son agilité -ouvrir des portes
06- NAO(2015)	Société française ALDEBARAN Robotiques	-Il mesure 58cm -Il pèse 5,3kg -Autonomie : 90 min	-Il est actionné par des moteurs électriques. -Il possède 25 mobilités internes. -Vision : 2 caméras 920p, 30 fps -Audio :4 Microphones
10-robot anti covid19(2020)	La société Reliable Robotiques, des Emirats	-Il mesure 1m20 -masse 28 kg -capable de fonctionner pendant environ 12 heures	-Les robots qui détectent la fièvre -distribuent du désinfectant pour les mains - stérilisent les espaces -livrent des fournitures et répondent même à des questions médicales sur le coronavirus

Table 1.1 : Tableau applications évolution des séquences et les caractéristiques

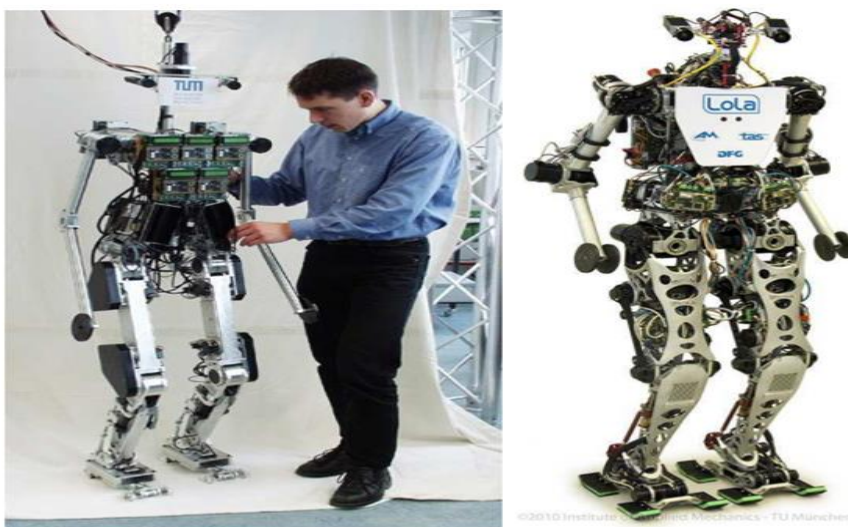


Figure 1.1 : Johnnie (à gauche) et LOLA (à droite)

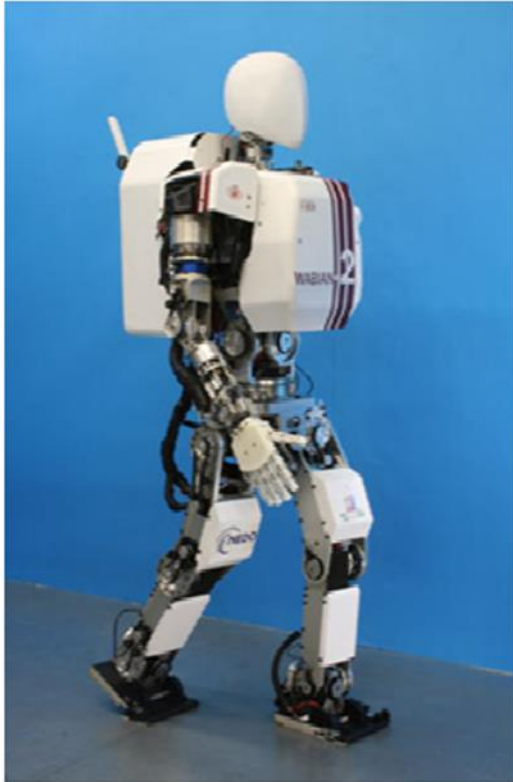


Figure 1.2 :Wabian-2r (à gauche) et ASIMO (à droite)



Figure 1.3 : NAO(à gauche)et ROMEO(à droite)

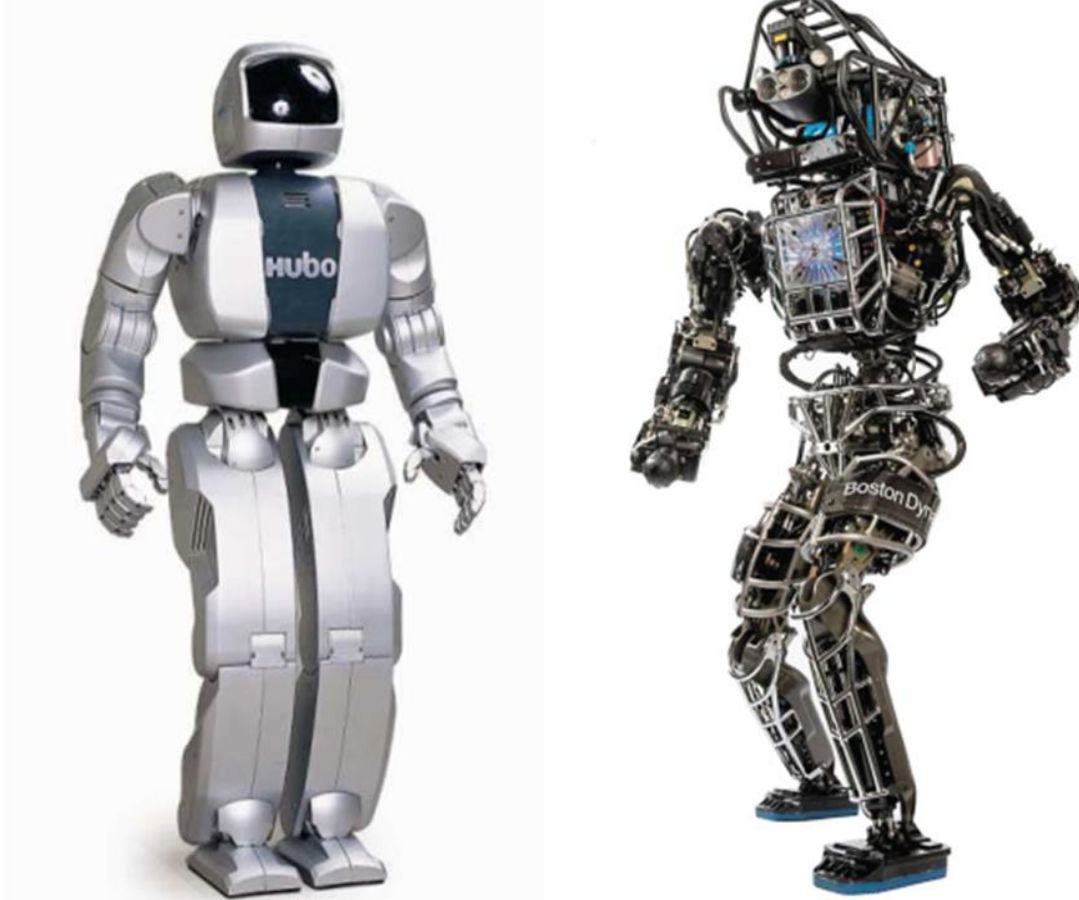


Figure 1.4 : Hubo(à gauche)et ATLAS(à droite)



Figure1.5 :Robot anti Covid19

Chapitre 01

1.3 Motivation

Notre choix pour le thème du Robot humanoïde se justifie par la réalité qu'impose ce dernier et sa propagation dans tous les domaines et toutes les professions qui ont substitué l'homme, surtout les métiers qui menaçaient la vie de ce dernier. Les plus grandes sociétés industrielles ce sont entrées en grande concurrence en matière du développement du robot en montrant son importance et le souci de l'homme pour les robots pour être à jour avec la modernisation et le développement.

Ce mémoire sera donc organisé en six chapitres :

Le premier chapitre sera consacré à l'introduction générale, qui aborde le concept du robot humanoïde, ses caractéristiques et son développements ses dernières années.

Le deuxième chapitre abordera les définitions, les concepts et les mots clés relatifs au robot humanoïde, notant par exemple les types de marche, plans de mouvements avec la description détaillée du cycle de marche.

Le troisième chapitre traitera la modélisation géométrique et cinématique par la méthode DH modifiée.

Le quatrième chapitre sera consacré à l'état de l'art des modèles simplifiés des robots humanoïdes.

Le cinquième chapitre sera consacré à l'analyse de stabilité ou différentes stratégies seront envisagées.

Enfin , le sixième chapitre portera sur la simulation et la conclusion générale.



CHAPITRE :02

Définition et conception

Dans ce chapitre nous présenterons les définitions et les concepts largement utilisés dans le domaine de robotique humanoïde à savoir ; les types des marches et les paramètres associés, les plans de mouvements, polygone de support, cycle de marche les différents points de contact avec le sol tel que ; ZMP, COP, CP et CMP.

2.1 Définitions et concepts :

2.1.1 Marche Humaine :

a)-Définition :

Marcher, selon Bril (2000), consiste « à déplacer son corps selon un axe antéropostérieur, grâce à une succession de simples appuis (appui unipodal) et de doubles appuis (appui bipodal) ».

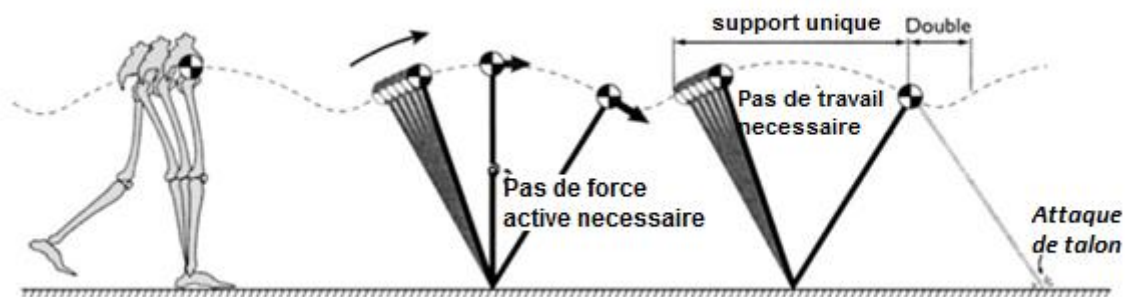


Figure 2.1 : Représentation schématique de la marche selon un modèle de pendule inverse (Kuo , 2005)

b)-Plans de mouvements :

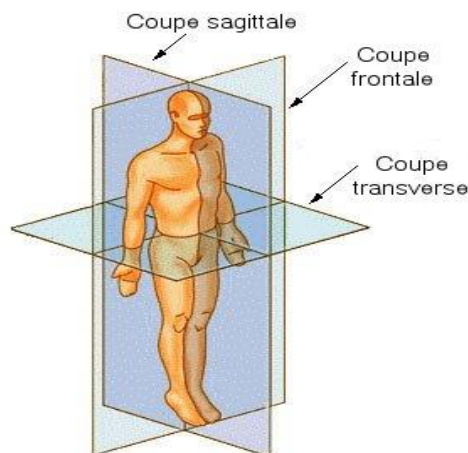


Figure 2.2 : Plans de mouvements ; Sagittal, Frontal et Transversal.

- Plan parallèle au plan yz est appelé le *plan frontal*.
- **Plan** parallèle au plan xz est appelé *plan sagittal*.
- Plan parallèle au plan xy est appelé *plan transversal*.



2.2 Types de marches

2.2.1 Marche statique : C'est une démarche où le robot est tout le temps stable.

Si la projection du système de centre de masse du robot est contrôlée pour être toujours à l'intérieur du polygone de support, alors chaque posture générée sera statiquement stable, dans ce cas on parle de la marche statique.

Ce critère limite donc grandement les capacités de déplacement des robots marcheurs. Il est nécessaire d'établir un autre critère pour assurer l'équilibre lors de mouvement dynamique.

L'équilibre statique est normalement caractérisé par de petites vitesses et accélérations.

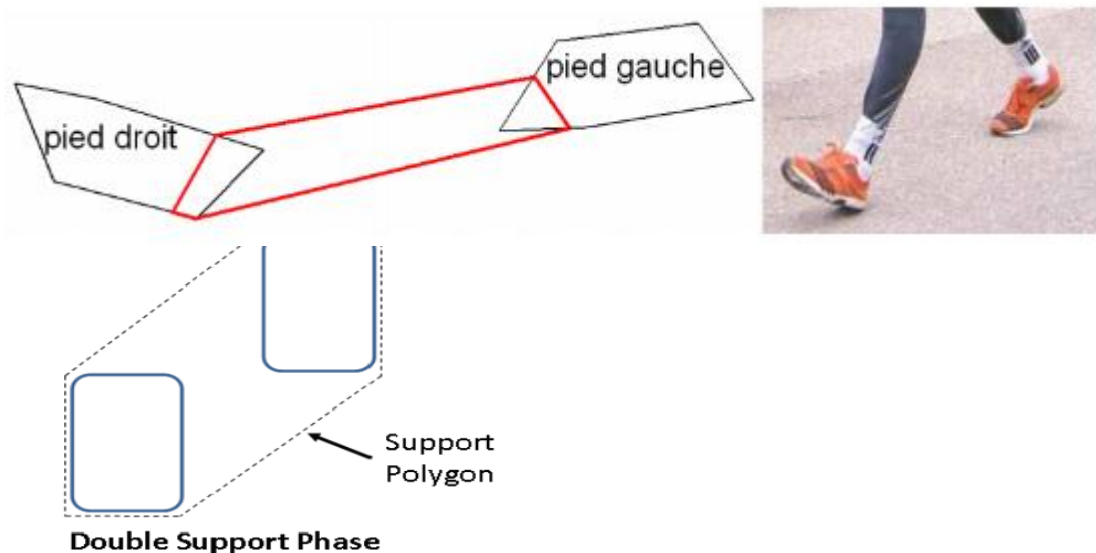
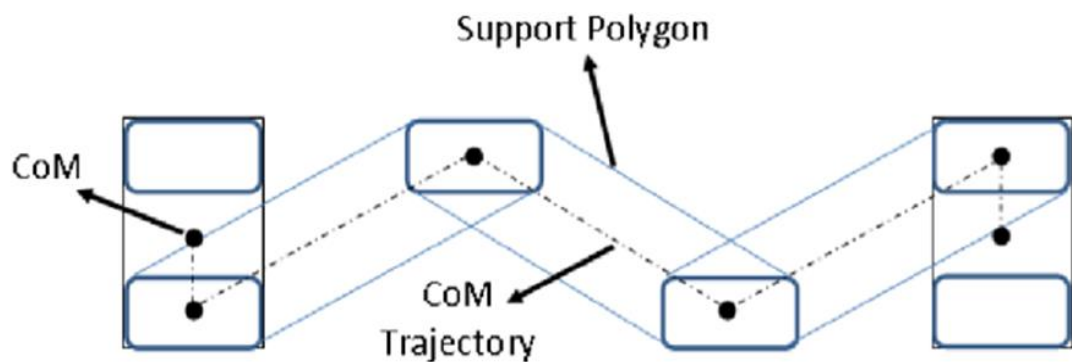


Figure2.3 : Types de marche statiques



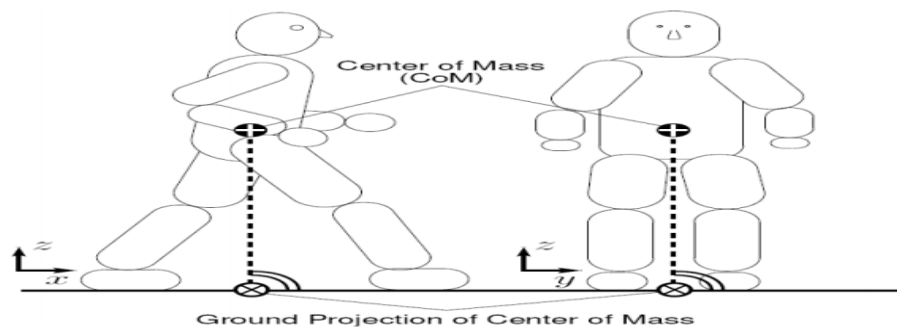
2.2.2 Marche dynamique :

Elle correspond à la marche la plus ressemblante à celle de l'Homme. Le problème dans ce type de marche est essentiellement la perte d'équilibre entre chaque pas. De plus, pouvoir s'arrêter en pleine marche engendre également des difficultés.

L'équilibre dynamique est seulement maintenu avec un mouvement continu, et s'arrêter sans tenir compte du l'équilibre du corps peut entraîner un risque élevé de tombé. En équilibre dynamique la projection du CoM peut être placée en dehors de la zone d'appui des pieds, à condition que le CoP du mécanisme soit conservé à l'intérieur.

Centre de masse CoM : est essentiellement mathématique. Il peut se trouver situé à l'intérieur comme à l'extérieur de l'objet.

Centre de gravité CoG : est le point d'application de la résultante des forces de gravité ou de pesanteur. Il est dépendant du champ de gravitation auquel le corps est soumis et ne doit pas être confondu avec le centre d'inertie qui est le barycentre des masses.



$$m\vec{a}_G = m\vec{g} + \vec{F}^c$$

$$L_O = \vec{OG} \times m\vec{g} + M_g^c F g i = m(\vec{g} - a\vec{G})$$

$$M_o^{g_i} = \vec{OG} \times m\vec{g} - L_O$$

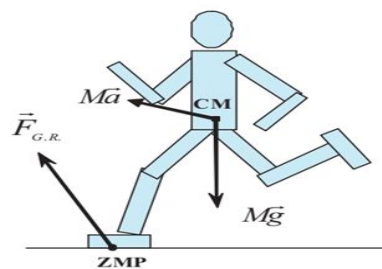


Figure 2.4 : CoM et projection de base

Dans la marche dynamique ; il se peut que le ZMP peut quitter le pied de support, ce qui met le robot au risque de chute.



2.4 Analyse de la marche Humaine :

La robotique humanoïde lors de la génération de trajectoire de marche a une approche plus basée sur la modification de l'ensemble des contacts au sol. La marche est définie uniquement par une succession de doubles et de simples appuis

2.4.1 Cycle de marche

Selon Bouisset et Maton (1995), la marche peut être définie comme un déplacement consistant en une translation de l'ensemble du corps, consécutive à des mouvements de rotations articulaires. Elle utilise une répétition de séquences des segments corporels pour déplacer le corps vers l'avant tout en maintenant l'équilibre (Perry, 1992). A un rythme libre, c'est une activité quasi-périodique avec des phases droites et gauches.

Bien que le cycle de marche ait sa propre durée et que cette durée puisse être un paramètre important en soi, le cycle de marche est habituellement normalisé de sorte que le contact initial du pied représente 0% (début du cycle) et que le contact suivant du même pied représente 100% (fin du cycle).

Le cycle de marche peut encore être réduit pour chaque membre en deux phases principales, la phase d'appui (stance phase) et la phase oscillante (swing phase), qui alterne pour chaque membre pendant la marche (figure 1). Ceci implique d'ajouter un événement supplémentaire au cycle de marche, le toe-off en anglais (qu'on pourrait traduire par « lever d'orteil »), qui correspond au moment où la pointe du pied quitte le sol. Un cycle de marche est ainsi composé d'une phase d'appui (environ 60% du cycle) suivie d'une phase oscillante (environ 40% du cycle) pour chacun des membres inférieurs droit et gauche. Lorsque les deux membres sont en phase d'appui, on parle d'appui bipodal ou de double appui ; lorsqu'un des deux membres est en phase d'appui et l'autre en phase oscillante, on parle d'appui unipodal.

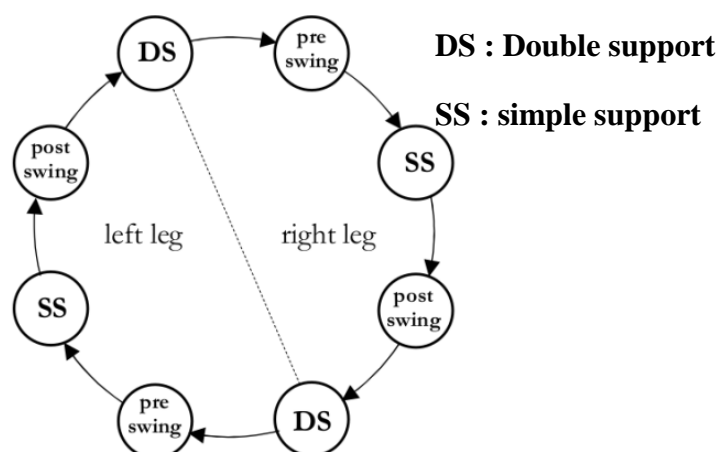


Figure 2.5 : Phases de démarche périodique



2.4.2 Description détaillée du cycle de marche

Des auteurs ont proposé différents modèles pour affiner le découpage du cycle de la marche.

On distingue deux phases de marche, à savoir ;

a) - Phase d'appui

- (1) La phase de mise en charge (0 à 10% du cycle de marche).

Elle débute lorsque le pied droit entre en contact avec le sol (0 à 2%) alors que le membre inférieur gauche touche encore le sol et correspond donc au premier appui bipodal. Son rôle est de transférer le poids vers la jambe en phase d'appui, d'absorber les chocs et de conserver la vitesse de marche tout en maintenant l'équilibre.

- (2) La phase de milieu d'appui (10 à 30% du cycle de marche).

C'est la première moitié de l'appui unipodal. Elle permet au corps d'avancer au-dessus du pied en appui et se termine quand le centre de masse* du corps est aligné avec l'avant pied.

- (3) La phase de fin d'appui (30 à 50% du cycle de marche).

C'est la deuxième moitié de l'appui unipodal. Le centre de masse passe en avant de l'appui. La phase se termine au contact du pied opposé avec le sol.

- (4) La phase pré-oscillante (50 à 60% du cycle de marche).

Cette phase correspond au deuxième appui bipodal. Son rôle est la propulsion du corps vers l'avant avec le transfert de poids vers la jambe en phase d'appui.

b)-Phase oscillante

- (5) La phase de début d'oscillation (60 à 73% du cycle de marche).

Elle correspond au premier tiers de la phase oscillante. Elle se termine quand le pied passe à côté du pied controlatéral. Le rôle de cette phase et des deux suivantes est de permettre l'avancée du membre oscillant sans qu'il ait de contact avec le sol.

- (6) La phase de milieu d'oscillation (73 à 86% du cycle de marche).

Elle correspond au deuxième tiers de la phase oscillante. Elle se termine quand le tibia est vertical.

- (7) La phase de fin d'oscillation (86 à 100% du cycle de marche).

Elle correspond au troisième tiers de la phase oscillante. Elle se termine lorsque le pied droit entre à nouveau en contact avec le sol.

c)- Phase de support double et simple:

- **La Phase Double Support** : décrit un instant où les deux pieds du robot sont en contact avec une surface au sol. Lorsqu'un bipède est en phase de double appui, il est



supporté par ses deux pieds, c'est-à-dire que les deux pieds sont sur la surface du sol ou sur un objet qui est placé sur le sol.

- **La phase de support unique** : définit une situation où l'un des pieds du robot est en contact avec une surface du sol. Durante SSP, le bipède utilise un seul pied pour supporter son poids.

Le DSP place le robot dans un état plus stable car la zone de polygone de support est agrandie lorsque les deux pieds sont en contact avec le sol.

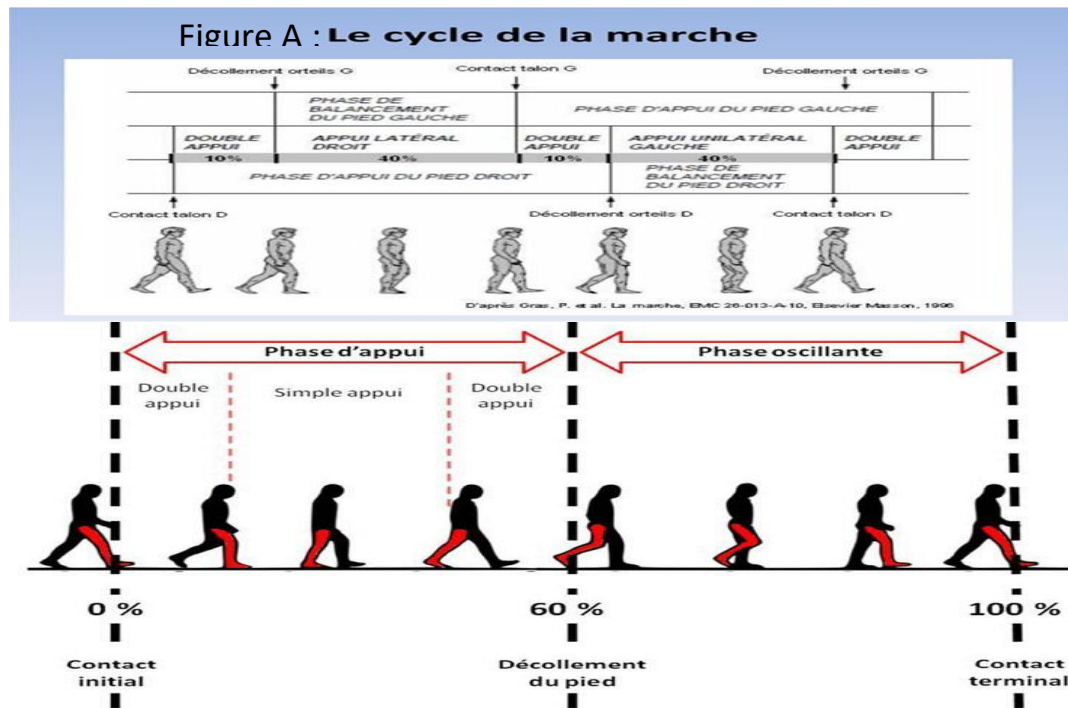


Figure B : les phases d'appui et oscillant

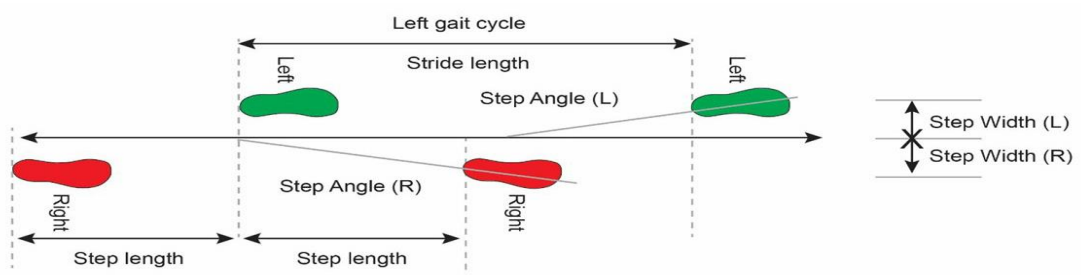


Figure C

Figure 2.6 : (figure A+B+C) Principaux paramètres spatiaux de cycle de marche.

2.5 Différents points de contact :

2.5.1 Point de Centre de pression CoP :

Le CoP est le point sur le sol pour lequel le moment du torseur des efforts extérieurs appliqués au sujet humain a une composante non nulle uniquement sur l'axe perpendiculaire au sol c'est-à-dire la verticale dans le cas d'un sol plat et d'une zone d'appui plane.

Le CoP est un point au sol qui indique la quantité de couple de cheville appliqué. Ce point peut être utilisé pour contrôler l'emplacement de l'ICP.

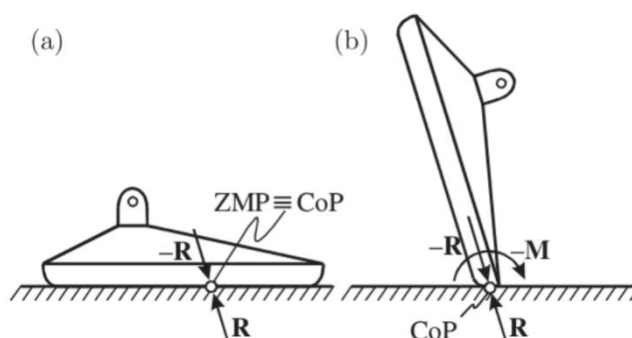


Figure 2.7: Relations between ZMP and CoP for a robot's foot in locomotion

démarche dynamiquement équilibrée où les forces de réaction R sont de même ampleur; b) démarche déséquilibrée où le point où la somme des moments est nulle est à l'extérieur du polygone de support, ce qui signifie qu'il n'y a pas de ZMP pour le robot, le faisant tourner sur le bord du pied avec le moment M et tomber. Image adaptée de Vukobratovic et

2.5.2 Pivot du moment central CMP:

La notion de **CMP** est basée sur une loi fondamentale de la nature selon laquelle le moment cinétique d'un système autour de son CoM est conservé en l'absence de couples externes ou les couples externes totalisent zéro.

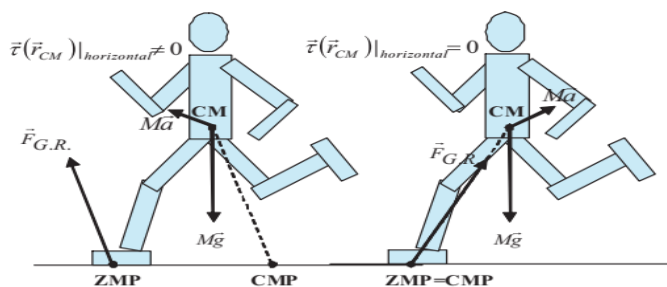


Figure 2.8 Pivot du moment central CMP

Le **CMP** est défini comme le point où une ligne parallèle au **GRF**, passant par le **CoM**, coupe la surface de contact externe. Le **CMP** n'est pas forcément à l'intérieur.

Le **CMP** est valable aussi bien pendant le simple et double phase d'accompagnement de la marche.

2.5.3 Zéro Moment Point

ZMP : est un point dynamique caractéristique utilisé en locomotion, et plus particulièrement pour la locomotion des robots humanoïdes. Il représente les points dans l'espace où le moment des forces de contact a deux de ses trois coordonnées nulles, ce qui correspond à une condition de non-basculément par rapport à un plan (par exemple le plan du sol).

2.5.4 Point de capture:

Le point de capture est un point caractéristique du modèle de pendule inversé linéaire. Il a été inventé par Pratt et al. (2006) pour aborder une question de récupération par poussée où le robot doit-il faire un pas (instantanément) pour éliminer l'impulsion linéaire et s'arrête (asymptotiquement).

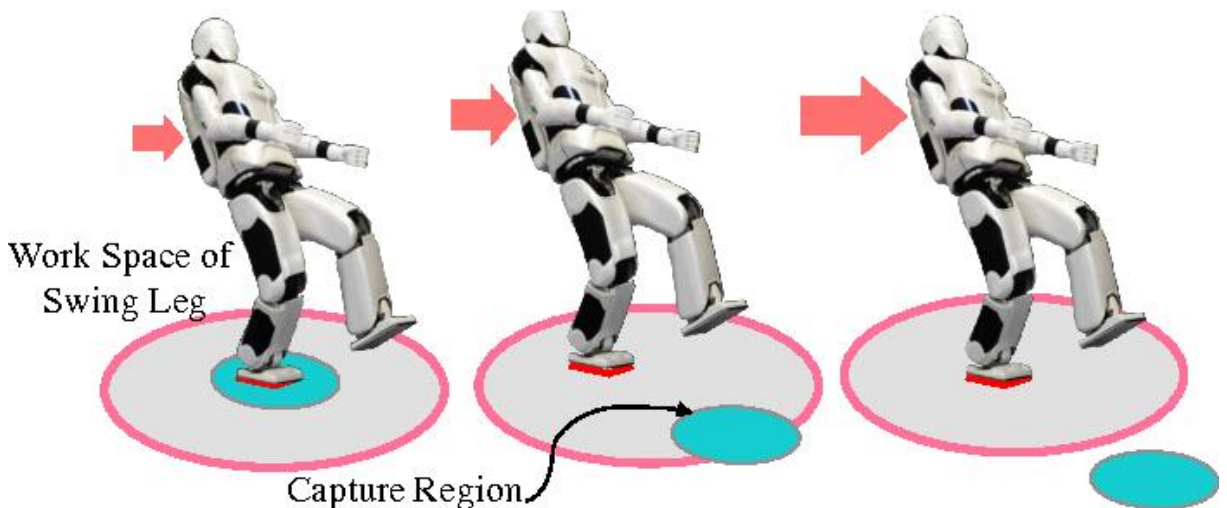


Figure 2.9 : Point de capture

CHAPITRE : 03

Modélisation géométrique
directe et inverse.



Dans cette partie, nous présentons une méthode de la modélisation géométrique directe ; MGD (FK) et celle de modélisation géométrique inverse MGI (IK) d'un robot humanoïde Hubo 2+, à 27 d.d.l.s (L'image du robot est représentée sur la figure (3.2)).

Le robot peut être vu constitué de six chaînes cinématiques ; à savoir, les bras (06 articulations pour chaque bras), les deux jambes (06 articulations pour chaque jambe), le tronc (01 articulation) et la tête contenant deux articulations. La plupart de travail de ce mémoire sera consacré uniquement aux bras et aux jambes car la tête et le tronc sont considérés comme parties secondaires. La tête et le tronc sont faciles à résoudre mais elles sont indispensables à la perfection du corps complet et à son importance dans MGD et MGI.

le Calcul de MGD (FK) et MGI (IK) est important pour tout robot contrôlable, en particulier pour le robot humanoïde, car il est généralement préférable de contrôler l'outil terminal du robot (exemple: main, bras) dans son espace de travail (tache), et non pas dans l'espace articulaire.

Il est généralement demandé au robot d'aller au point de coordonnées (x, y, z) et non pas aux articulations d'aller à θ_i .



Figure 3. 1: Robot Humanoïde Hubo 2+.

3.1. Description et Agencement cinématique

Hubo 2 + possède 27d.d.ls répartis comme suit sur la Figure 3.2

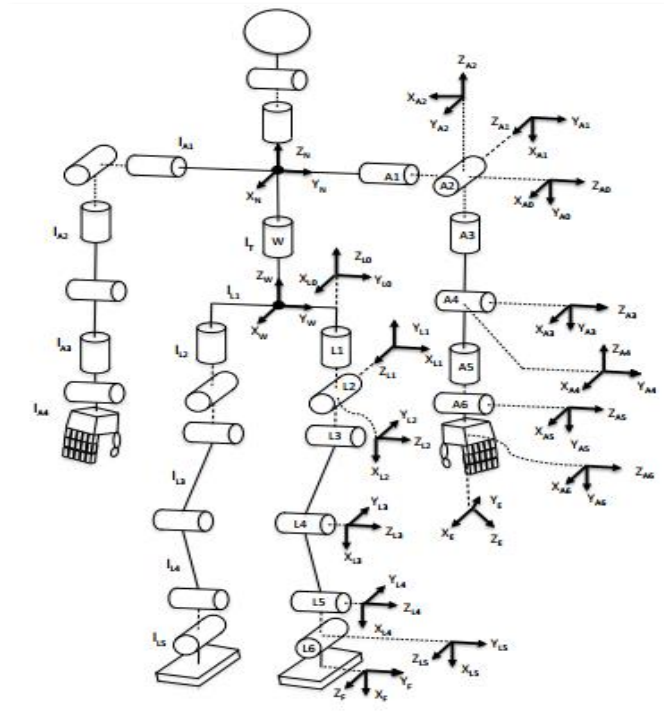


Figure3. 2 Schéma cinématique de Hubo 02 +

Lamajorité des robots humanoïdes ont les liaisons de flexion/extension de la cheville, du genouet de la hanche en série. Le Tableau 3-1 récapitule le nombre de degrés de liberté pourchaque articulation.

Articulations	Degrés de liberté
Cheville	2 ddl : Abduction / Adduction ; Flexion / Extension
Genou	1 ddl : Flexion / Extension
Hanche	3 ddl : Rotation ; Flexion / Extension ; Abduction / Adduction
Tronc	2 ddl : Rotation ; Flexion / Extension
Tête	2 ddl : Rotation ; Flexion / Extension
Epaule	3 ddl : Flexion / Extension ; Abduction / Adduction ; Rotation
Coude	1 ddl : Flexion / Extension
Main	1 ddl : Ouverture / Fermeture

Tableau 3.1 Degrés de liberté de chaque articulation

3.2. Paramétrage

Dans la suite de ce mémoire, nous ne considérerons que le système locomoteur (partie inférieure) de Hubo2+ avec ses 12 degrés de liberté. Sur un pas de marche, le robot est donc constitué d'une seule chaîne cinématique partant du pied d'appui et se terminant au niveau du pied balance.

Il est nécessaire de paramétrer le robot afin de pouvoir décrire sa géométrie. Nous savons pour cela fait le choix du paramétrage de Denavit-Hartenberg utilise avec la convention de Khalil-Kleinfinger. Ce dernier permet en effet d'avoir des matrices de transformation homogènes ayant toujours la même forme d'où une plus grande simplicité au niveau de la programmation.

La méthode de paramétrage permet de définir un repère pour chaque solide S_i . Un repère inertiel de référence R_{west} associe au centre de pelvis du robot comme le montre la figure 3.2.

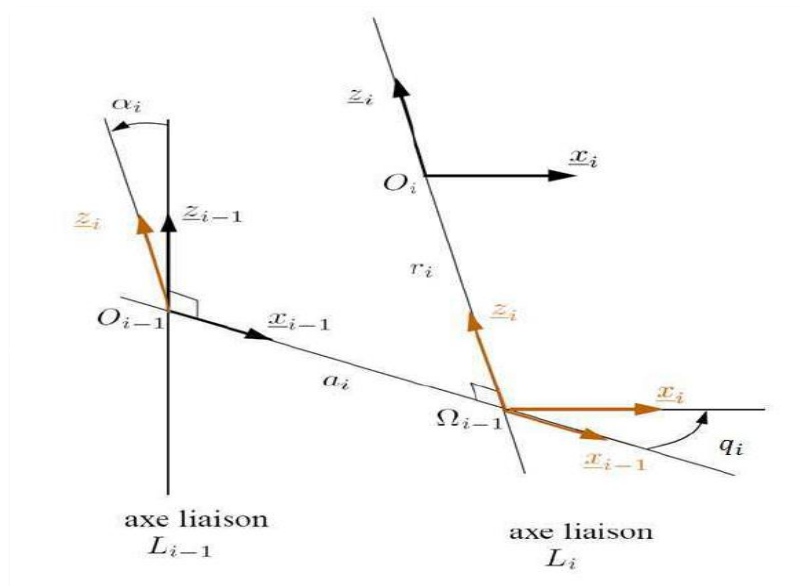


Figure 3. 3: Paramétrage de Denavit-Hartenberg.

Chaque repère R_i est défini par :

$$R_i = (O_i, X_i, Y_i, Z_i)$$

Maintenant que nous avons défini les repères liés à chaque solide, il est nécessaire de définir les paramètres de Denavit-Hartenberg. Ils sont représentés sur la Figure 3- 3 et définis comme suit dans les équations.

Les équations (3.1) sont définies pour i allant de 2 à 12

$$Q_i = (\vec{X}_{i-1}, \vec{X}_i)_{\vec{z}_i}$$

$$\alpha_i = (\vec{Z}_{i-1}, \vec{Z}_i)_{\vec{x}_{i-1}} \quad (3.1)$$

$$a_i = \overrightarrow{O_{i-1}O_i} \cdot \vec{x}_{i-1}$$

$$r_i = \overrightarrow{O_{i-1}O_i} \cdot \vec{z}_i$$

Pour le premier paramètre, on obtient :

$$Q_1 = (\vec{X}_{01}, \vec{X}_1)_{\vec{z}_1}$$

$$\alpha_1 = (\vec{Z}_{01}, \vec{Z}_1)_{\vec{x}_{01}} \quad (3.2)$$

$$a_1 = \overrightarrow{O_{01}O_1} \cdot \vec{x}_{01}$$

$$r_1 = \overrightarrow{O_{01}O_1} \cdot \vec{z}_1$$

L'axe (O_i, \vec{z}_i) est l'axe de rotation de R_i par rapport à R_{i-1} tous les paramètres de DH pour chaque articulation sont donnés le tableau 1-2.

3.3 Etude de robot DARwin –op par la méthode DH modifié :

DARwin-OP est un robot humanoïde à plateforme ouverte unique sponsorisé par NSF, développé en collaboration par Virginia Tech (www.romela.org), Perdue et l'Université de Pennsylvanie, et commercialisé par Robotis Inc. (www.robotis.com). Grâce à l'appui de la NSF, l'Université de l'Ohio était l'une des institutions qui a reçu deux robots humanoïdes DARwin pour la recherche et

l'enseignement. DARwin-Op est utilisé pour jouer au soccer robotisé, mais nous étudions d'autres applications de robots humanoïdes.

3.3.1 DESCRIPTION DE DARwin-OP :

Le robot humanoïde DARwin à 20 ddl est illustré à la figure 1, dans la pose standard avec tous les angles de joint nuls. Le matériel illustré à la figure 1, chaque bras a trois simples articulations revolute (R), chaque jambe a six articulations R à un seul ddl. La tête panoramique / inclinable a deux articulations R à simple ddl. Par conséquent, l'ensemble du robot a 20 ddl.



Figure 3.4 : Robot Humanoïde DARwin-Op

Chaque bras a une articulation à 2ddl(articulation en U décalée) à l'épaule et une articulation 1 ddldu coude, pour un total de 3ddlpar bras.

Chaque jambe a un articulation de la hanche à 3ddl(articulation en S avec 3 articulations R qui se croisent), unearticulation du genou et articulation de la cheville à 2ddl(joint en U) pour un total de 6=ddlpar jambe.

La dernière articulation de la hanche, de l'articulation du genou et la première cheville sont toutes sur les axes Z parallèles. La tête possède 2 degrés (joint en U) permet le panoramique et l'inclinaison de la caméra via une articulation azimutale R et un joint d'élévation R.

3.3.2 Table de paramètres D-H modifiée:

Parametres	Nom	Definition
α_{i-1}	Link Torsion	angle between Z_{i-1} and Z_i about X_{i-1}
a_{i-1}	Link Length	distance between Z_{i-1} and Z_i about X_{i-1}
d_i	Link Offset	distance between X_{i-1} and X_i along Z_i
θ_i	Joint Angle	angle between X_{i-1} And X_i about Z_i

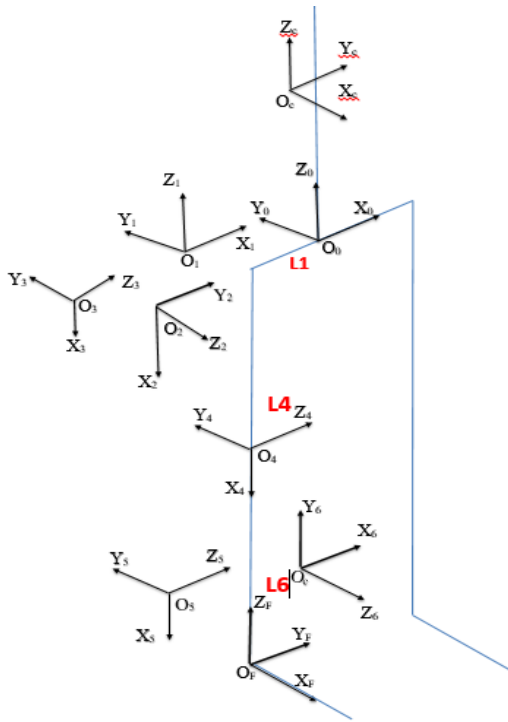
Table 3. 2 :Parametres DH modifiée.

Les matrices de passage homogènes du solide S_{i-1} au solide S_i s'expriment de la manière suivante (Equation 3.3) ou les paramètres q_i , α_i , a_i et d_i sont définis dans les équations(3.1)et (3.2) :

$$T_i^{i-1} = \begin{pmatrix} \cos q_i & -\sin q_i & 0 & a_{i-1} \\ \cos \alpha_{i-1} \sin q_i & \cos \alpha_{i-1} \cos q_i - \sin \alpha_{i-1} & -d_i \sin \alpha_{i-1} & \\ \sin \alpha_{i-1} \sin q_i & \sin \alpha_{i-1} \cos q_i & \cos \alpha_{i-1} & d_i \cos \alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3.4 Etude de la jambe droite:

3.4.1 Modélisation Géométrique Directe



Joint	θ_i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i
1	θ_1	0	0	$-L_1$
2	θ_2-90	90	0	0
3	θ_3	-90	0	0
4	θ_4	0	0	L_4
5	θ_5	0	0	L_5
6	θ_6+90	0	0	0

Table 3.3 : Paramètres DH jambe droite.

Figure3.5 paramétrage de la jambe droite

Où T_i^{i-1} est la transformation du repère i-1 dans le repère i.

$$T_1^0 = \begin{pmatrix} -S_1 & -C_1 & 0 & -L_1 \\ C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_2^1 = \begin{pmatrix} S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -C_2 & S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{pmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_3 & -C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_4^3 = \begin{pmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & L_4 \\ S_4 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_5^4 = \begin{pmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & L_5 \\ S_5 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_6^5 = \begin{pmatrix} -S_6 & -C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Remarque : on pose $S_i = \sin\theta_i$ et $C_i = \cos\theta_i$

On a : $T_6^0 = \prod_0^6 T_i^{i-1} = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5$, et $T_F^C = T_0^C T_6^0 T_F^6$.

$$T_0^C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & L_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad T_F^C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-L_F & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Avec : $\theta^T = (\theta_1 \theta_2 \dots \theta_6)$

$$\begin{cases} xh = f_x(\theta) = d_3(\cos(q4) \sin(q1) \sin(q3) - \cos(q1) \cos(q2) \cos(q3)) + \\ \quad \cos(q1) \sin(q2) \sin(q4) - d_2 \cos(q1) \cos(q2) \\ yh = f_y(\theta) = d_3(\sin(q1) \sin(q2) \sin(q4) - \cos(q2) \cos(q3) \cos(q4) \sin(q1)) - \\ \quad d_2 \cos(q2) \sin(q1) \\ zh = f_z(\theta) = d_3(\cos(q2) \sin(q3) + \cos(q3) \cos(q4) \sin(q2) - d_2 \sin(q2) \end{cases}$$

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6$ représentent les angles de rotation de chaque liaison pivots, L_a est la distance entre COM et l'axe X, L_b est la distance entre COM et Z, L_d est la distance entre COM et l'axe Y, L_4 la longueur de la cuisse, L_2 la longueur du tibia.

Pour la jambe droite L_d est négative, pour la jambe gauche L_d est positive.

3.4.2 Modélisation Géométrique Inverse :

En utilisant la jambe droite comme exemple et supposons donnée ${}^c_f T$ en calculer $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6$

La solution adoptée associe la méthode géométrique la méthode algébrique car ${}^6_f T$ et ${}^c_0 T$ sont constantes [15], le problème revient à utiliser ${}^0_6 T$ au lieu de ${}^c_f T$ comme suit :

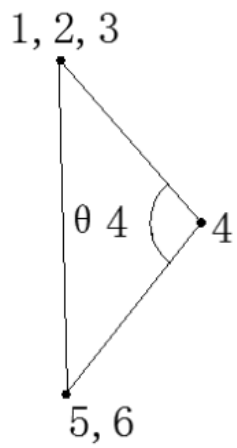
$$T_6^0 = [{}^c_0 T]^{-1} {}^c_f T [{}^6_f T]^{-1}$$

$$\text{On a : } T_f^c = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On cherche à déterminer les angles $\theta_i, i=1\dots6$, supposons connue la matrice pose

$$T_6^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5 \quad 3.1$$

$$[T_1^0]^{-1} T_6^0 = T_2^1 T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5 \quad 3.2$$



$$[T_2^1]^{-1}[T_1^0]^{-1}T_6^0 = T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5 \quad 3.3$$

$$[T_3^2]^{-1}[T_2^1]^{-1}[T_1^0]^{-1}T_6^0 = T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5 \quad 3.4$$

Plus de détails sur le calcul des quatre équations en annexe A

Calcul des angles $\theta_1 \dots \theta_6$:

1) Calcul de l'angle de genou θ_4 :

$$P_{5x} = T_6^1(1,4), \quad P_{5y} = T_6^1(2,4), \quad P_{5z} = T_6^1(3,4)$$

$$C_2 = P_{5x}^2 + P_{5y}^2 + P_{5z}^2$$

$$C_2 = L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2\cos(\pi - \theta_4)$$

En utilisant de la méthode de triangles :

$$\theta_4 = \arccos\left(\frac{C^2 - L_4^2 - L_5^2}{2L_4L_5}\right)$$

2) Calcul de θ_1

$$M_3 = ({}^1_2T)^{-1}({}^0_1T)^{-1}{}^0_6T$$

$$N_3 = {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T$$

$$M_3 = ({}^1_2T) - 1({}^0_1T) - 1({}^0_6T), N_3 = {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T$$

$$M_3(2,3) = N_3(2,3)M_3(2,4) = N_3(2,4)$$

$$R_{33} * \sin(\theta_2) + R_{13} * \cos(\theta_2) + R_{23} * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_1) = 0$$

$$R_{33} * \sin(\theta_2) + R_{13} * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) + R_{23} * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_1) = 0$$

$$P_Z * \sin(\theta_2) + (P_X - L_D) * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) + P_Y * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_1) = 0$$

$$R_{33} * \sin(\theta_2) = -\cos(\theta_2)((R_{13} * \cos(\theta_1) + R_{23} * \sin(\theta_1))$$

$$P_Z * \sin(\theta_2) = -\cos(\theta_2)((P_X - L_D) * \cos(\theta_1) + P_Y * \sin(\theta_1))$$

$$\tan(\theta_2) = \frac{-(R_{13} * \cos(\theta_1) + R_{23} * \sin(\theta_1))}{R_{33}}$$

$$\tan(\theta_2) = \frac{-((P_X - L_D) * \cos(\theta_1) + P_Y * \sin(\theta_1))}{P_Z}$$

$$\sin(\theta_1) = P_Z * R_{13} - R_{33} * (P_X - L_D), \cos(\theta_1) = P_Y * R_{33} - P_Z * R_{23}$$



$$\text{ou } \sin(\theta_1) = R_{33} * (P_x - L_D) - P_z * R_{13}, \cos(\theta_1) = P_z * R_{23} - P_y * R_{33}$$

$$\theta_1 = \arctan 2 (P_z * R_{13} - R_{33} * (P_x - L_D), P_y * R_{33} - P_z * R_{23}), P_y * R_{33} - P_z * R_{23}$$

Calcul de θ_2

De l'équation (3.2)

$$M_2 = ({}^0_1T)^{-1} * {}^0_6T, M_2 = {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T$$

$$M_2(1,4) = N_2(1,4), M_2(3,4) = N_2(3,4)$$

$L_5 * \cos(\theta_3 + \theta_4) + L_4 * \cos(\theta_3)$ peut-être positif ou négatif

Donc, il y a deux conditions différentes dans sur θ_2

$$P_x * \cos(\theta_1) - L_D * \cos(\theta_1) + P_y * \sin(\theta_1)$$

$$L_5 * \cos(\theta_3 + \theta_4) + L_4 * \cos(\theta_3)$$

$$\sin(\theta_2) = \frac{P_x * \cos(\theta_1) - L_D * \cos(\theta_1) + P_y * \sin(\theta_1)}{L_5 * \cos(\theta_3 + \theta_4) + L_4 * \cos(\theta_3)}$$

$$\cos(\theta_2) = \frac{-P_z}{L_5 * \cos(\theta_3 + \theta_4) + L_4 * \cos(\theta_3)}$$

$$\text{or } \sin(\theta_2) = \frac{L_D * \cos(\theta_1) - P_x * \cos(\theta_1) - P_y * \sin(\theta_1)}{-(L_5 * \cos(\theta_3 + \theta_4) + L_4 * \cos(\theta_3))}$$

$$\cos(\theta_2) = \frac{P_z}{-(L_5 * \cos(\theta_3 + \theta_4) + L_4 * \cos(\theta_3))}$$

$$\theta_2 = \arctan 2(P_x * \cos(\theta_1) - L_D * \cos(\theta_1) + P_y * \sin(\theta_1), -P_z)$$

$$\text{or } \theta_2 = \arctan 2(L_D * \cos(\theta_1) - P_x * \cos(\theta_1) - P_y * \sin(\theta_1), P_z)$$

Calcul de θ_6 :

De l'équation (3.2) Il est facile d'avoir :

$$M_3(2,1) = N_3(2,1), M_3(2,2) = N_3(2,2)$$

$$\sin(\theta_6) = -(R_{32} * \sin(\theta_2) + R_{12} \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) + R_{22} * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2))$$

$$\cos(\theta_6) = R_{31} * \sin(\theta_2) + R_{11} \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) + R_{21} * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2)$$

$$\theta_2 = \arctan 2(- (R_{32} * \sin(\theta_2) + R_{12} \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) + R_{22} * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2)))$$



$$\cos(\theta_6) = R_{31} * \sin(\theta_2) + R_{11} \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) + R_{21} * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2)$$

Calcul de θ_3 :

Il est facile d'avoir :

$$M_3(1,4) = N_3(1,4) \tag{3.5}$$

$$M_3(1,4) = N_3(1,4) \tag{3.6}$$

$E=M_3(3,4), F=N_3(3,4)$ (Car θ_1 et θ_2 ont été calculés sur ,E et F sont constant

Dans équation (3.5) il y aura :

$$\sin(\theta_2) = \frac{P_x * \cos(\theta_1) - L_D * \cos(\theta_1) + P_y * \sin(\theta_1)}{L_5 * \cos(\theta_3 + \theta_4) + L_4 * \cos(\theta_3)}$$

$$L_5 * \cos(\theta_3) * \cos(\theta_4) - L_5 * \sin(\theta_3) * \sin(\theta_4) + L_4 * \cos(\theta_3) = E \quad \Rightarrow$$

$$\cos(\theta_3) = \frac{E + L_5 * \sin(\theta_3) * \sin(\theta_4)}{L_4 + L_5 * \cos(\theta_4)} \tag{3.7}$$

$$\sin(\theta_3) = \frac{(L_5 * \cos(\theta_4) + L_4) * \cos(\theta_3) - E}{L_5 * \sin(\theta_4)} \tag{3.8}$$

De l'équation (3.6) il est facile d'obtenir :

$$-\sin(\theta_3) * (L_5 * \cos(\theta_4) + L_4) = F + L_5 * \cos(\theta_4) + L_4 * \cos(\theta_3)$$

Substituant (3.7) dans (3.9), il vient :

$$\sin(\theta_3) = -\frac{F * (L_5 * \cos(\theta_4) + L_4) + E * L_5 * \sin(\theta_4)}{L_5^2 + 2 * L_4 * L_5 * \sin(\theta_4) + L_4^2}$$

Substituant (3.8) dans (3.9), il est facile d'obtenir :

$$\cos(\theta_3) = \frac{E * (L_5 * \cos(\theta_4) + L_4) - F * L_5 * \sin(\theta_4)}{L_5^2 + 2 * L_4 * L_5 * \sin(\theta_4) + L_4^2}$$

$$\theta_3 = \arctan 2(- (F * (L_5 * \cos(\theta_4) + L_4) + E * L_5 * \sin(\theta_4)), E * (L_5 * \cos(\theta_4) + L_4) - F * L_5 * \sin(\theta_4))$$

Calcul de θ_7 :

$$M_4(1,3) = N_4(3,3) , \quad M_4(2,3) = N_4(2,3)$$

il est facile d'obtenir :

$$\tan(\theta_{45}) = \frac{R_{23} * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_3) - R_{33} * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) - R_{13} * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3) + R_{13} * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) + R_{23} * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3)}{-R_{23} * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_3) - R_{33} * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3) + R_{13} * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_3) + R_{13} * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_3) + R_{23} * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_3)} \quad \Rightarrow$$

$$\theta_{45} = \arctan 2 (R_{23} * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_3) - R_{33} * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) - R_{13} * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3) + R_{13} * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) + R_{23} * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) - R_{23} * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_3) - R_{33} * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3) + R_{13} * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_3) + R_{13} * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_3) + R_{23} * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_3))$$

$$\theta_5 = \theta_{45} - \theta_4$$

En raison d'utiliser la fonction arctan 2, les lecteurs savent que l'intervalle de θ_{45} est de $-\pi$ à π alors peut être moins que $-\pi$ ou plus de π , comme tout savoir $\theta = \theta \pm 2\pi k (k=1,2,3\dots)$ dans le quadrant, sur la base de cette théorie, θ_5 peut être changé dans la valeur, qui est dans l'intervalle de $(-\pi, \pi)$.

En utilisant les méthodes ci-dessus, huit groupes de $[\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]$ peut être calculé

3.5 Etude de la jambe gauche:

Table 3.4 : Paramètres DH-m de la jambe gauche

Joint	θ_i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i
1	θ_1	0	0	$-L_{A1}$
2	$\theta_2 + 90$	-90	0	0
3	$\theta_3 - 90$	90	0	0
4	θ_4	0	0	L_{A4}
5	θ_5	0	0	L_{A5}
6	$\theta_6 - 90$	0	0	L_{A6}

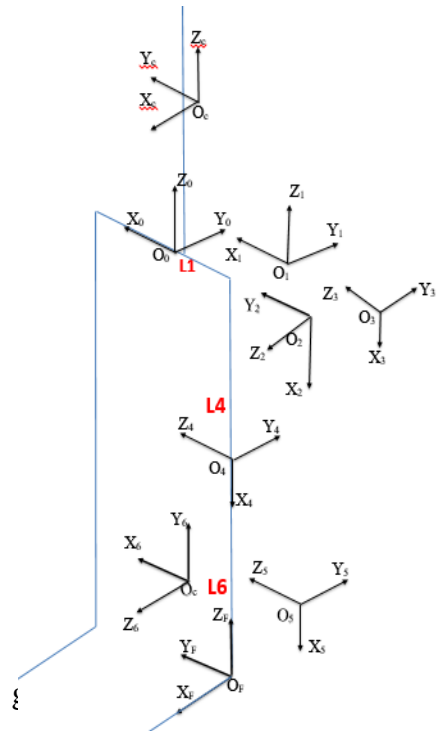


Figure 3.6 paramétrage de la jambe

3.5.1 Modélisation Géométrique Directe MGD :

Où T_i^{i-1} est la transformation du repère $i-1$ dans le repère i .

$$T_1^0 = \begin{pmatrix} -S_1 C_1 & 0 & L_1 \\ -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, T_2^1 = \begin{pmatrix} S_2 C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ C_2 S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{pmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad T_4^3 = \begin{pmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & L_4 \\ S_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_5^4 = \begin{pmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & L_5 \\ C_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad T_6^5 = \begin{pmatrix} -S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

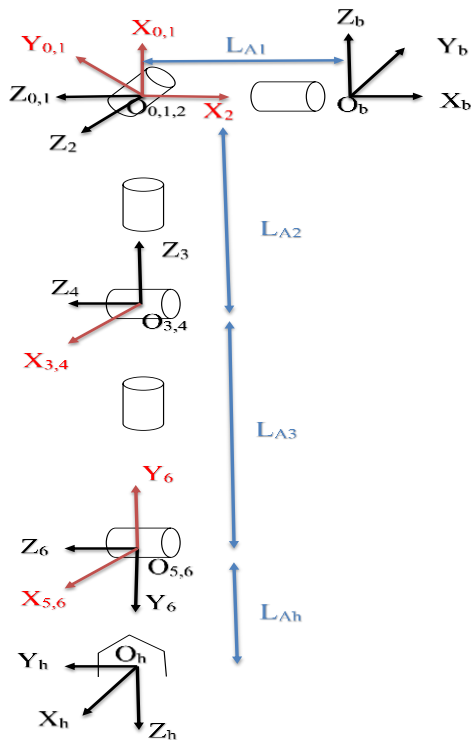
Remarque : on pose $S_i = \sin\theta_i$ et $C_i = \cos\theta_i$

On a : $T_6^0 = \prod_0^6 T_i^{i-1} = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5$, et $T_F^C = T_0^C T_6^0 T_F^6$.

$$T_0^C = \begin{pmatrix} 0 & -10L_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad T_F^C = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1-L_F \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3.6 Etude de bras droit par D-H Modifiée:

3.6.1 Modélisation Géométrique Directe MGD :



Joints	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	90	0	0	θ_2-90
3	-90	0	$-L_{A2}$	θ_3-90
4	90	0	0	θ_4
5	90	0	L_{A3}	θ_5
6	-90	0	0	θ_6

Table 3.5 : Paramètres DH-m du bras droit.

Figure 3.7 : Paramètres DH-m du bras droit

Où T_i^{i-1} est la transformation homogène du repère de coordonnées i au repère $i-1$.

$$T_1^0 = \begin{pmatrix} C_1 - S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 01 \end{pmatrix}, T_2^1 = \begin{pmatrix} S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 0 \\ -C_2 & S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$T_3^2 = \begin{pmatrix} S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - LA2 & 0 \\ C_3 & -S_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_4^3 = \begin{pmatrix} C_4 - S_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 \\ S_4 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$T_5^4 = \begin{pmatrix} C_5 - S_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 - LA3 & 0 \\ S_5 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_6^5 = \begin{pmatrix} C_6 - S_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \\ -S_6 & -C_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Remarque : on pose $S_i = \sin\theta_i$ et $C_i = \cos\theta_i$

On a : $T_6^0 = \prod_0^6 T_i^{i-1} = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5$, et $T_H^B = T_0^B T_6^0 T_H^6$.

$$T_0^B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 - LA1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_H^6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 - L_H \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ecrivons T_6^0 sous la forme

$$T_6^0 = \begin{pmatrix} x_6 & y_6 & z_6 & p_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n & s & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.09)$$

Ou

$$n_x = \cos(\theta_6)(\cos(\theta_5)(\cos(\theta_4)(\cos(\theta_3)\sin(\theta_1 + \cos(\theta_1)\sin(\theta_2)\sin(\theta_3)) \\ + \cos(\theta_1)\cos(\theta_2)\sin(\theta_4)) + \sin(\theta_5)(\sin(\theta_1)\sin(\theta_3) \\ - \cos(\theta_1)\cos(\theta_3)\sin(\theta_2))) \\ - \sin(\theta_6)(\sin(\theta_4)(\cos(\theta_3)\sin\theta_1) + \cos(\theta_1)\sin(\theta_2)\sin(\theta_3)) \\ - \cos(\theta_1)\cos(\theta_2)\cos(\theta_4))$$

$$\begin{aligned}
n_y = & \sin(\theta_6)(\sin(\theta_4)(\cos(\theta_1)\cos(\theta_3) - \sin(\theta_1)\sin(\theta_2)\sin(\theta_3)) \\
& + \cos(\theta_2)\cos(\theta_4)\sin(\theta_1)) \\
& - \cos(\theta_6)(\cos(\theta_5)(\cos(\theta_4)(\cos(\theta_1)\cos(\theta_3) \\
& - \sin(\theta_1)\sin(\theta_2)\sin(\theta_3)) - \cos(\theta_2)\sin(\theta_1)\sin(\theta_4)) \\
& + \sin(\theta_5)(\cos(\theta_1)\sin(\theta_3) + \cos(\theta_3)\sin(\theta_1)\sin(\theta_2)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_z = & \cos(\theta_6)(\cos(\theta_5)(\sin(\theta_2)\sin(\theta_4) - \cos(\theta_2)\cos(\theta_4)\sin(\theta_3)) \\
& + \cos(\theta_2)\cos(\theta_3)\sin(\theta_5)) + \sin(\theta_6)(\cos(\theta_4)\sin(\theta_2) \\
& + \cos(\theta_2)\sin(\theta_3)\sin(\theta_4))
\end{aligned}$$

3.6.2 Modélisation Géométrique(MGI) Inverse du bras droit:

Méthode de Pieper :

Le MGI est un problème de la résolution des angles articulaires compte tenu de la pose de l'outil terminal. C'est un problème beaucoup plus difficile car il possède plusieurs solutions. Comme mentionné précédemment, lors de la résolution de la cinématique inverse de la jambe.

Pieper [6] indique qu'une solution de forme fermée existe si trois axes des articulations consécutives du manipulateur sont parallèles les uns aux autres, ou se coupent en un seul point. Les trois axes des articulations de l'épaule se coupent en un seul point pour les bras, donc une solution analytique existe pour les bras.

Où x_6, y_6 et z_6 représentent les vecteurs unitaires le long des axes principaux du repère associé à la main et p_6 est le vecteur de position décrivant la position cartésienne de la main par rapport à l'épaule. Ces trois vecteurs unitaires décrivent l'orientation du repère de la main droite par rapport

à l'épaule. Les vecteurs n, s, a et p représentent respectivement le vecteur normal, vecteur de glissement, vecteur d'approche et vecteur de position de la main.

Donc, le bras peut être vu en sens inverse de sorte que les trois dernières articulations constituent l'épaule, ainsi la position et l'orientation du repère de l'épaule peuvent être décrites par rapport au repère de la main.

Ce nouveau vecteur de position p' n'est fonction que de θ_4, θ_5 et θ_6 découple ainsi le problème MGI en deux sous-problèmes, celui de position et celui de l'orientation.

Le problème MGI est résolu selon cette méthode en prenant l'inverse des deux côtés de l'équation (3.09). Donc, le sous-problème de position permet de résoudre θ_4, θ_5 et θ_6 , alors que le sous-problème d'orientation calcule θ_1, θ_2 et θ_3 .

$$T_0^6 = T_6^{0-1} = \begin{pmatrix} x_6 & y_6 & z_6 & p_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} n & s & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \quad (3.10)$$

$$T_0^6 = \begin{bmatrix} n'_x & s'_x & a'_x & p'_x \\ n'_y & s'_y & a'_y & p'_y \\ n'_z & s'_z & a'_z & p'_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Avec :

$$\begin{aligned} n'_x = & \cos(\theta_6)(\cos(\theta_5)(\cos(\theta_4)(\cos(\theta_3)\sin(\theta_1) + \cos(\theta_1)\sin(\theta_2)\sin(\theta_3)) + \\ & \cos(\theta_1)\cos(\theta_2)\sin(\theta_4)) + \sin(\theta_5)(\sin(\theta_1)\sin(\theta_3) - \cos(\theta_1)\cos(\theta_3)\sin(\theta_2))) - \\ & \sin(\theta_6)(\sin(\theta_4)(\cos(\theta_3)\sin(\theta_1) + \cos(\theta_1)\sin(\theta_2)\sin(\theta_3)) - \\ & \cos(\theta_1)\cos(\theta_2)\cos(\theta_4)). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n'_y = & \sin(\theta_6)(\sin(\theta_4)(\cos(\theta_1)\cos(\theta_3) - \sin(\theta_1)\sin(\theta_2)\sin(\theta_3)) + \\ & \cos(\theta_2)\cos(\theta_4)\sin(\theta_1)) - \cos(\theta_6)(\cos(\theta_5)(\cos(\theta_4)(\cos(\theta_1)\cos(\theta_3) - \\ & \sin(\theta_1)\sin(\theta_2)\sin(\theta_3)) - \cos(\theta_2)\sin(\theta_1)\sin(\theta_4)) + \sin(\theta_5)(\cos(\theta_1)\sin(\theta_3) + \\ & \cos(\theta_3)\sin(\theta_1)\sin(\theta_2))). \end{aligned}$$

$$n'_z = \cos(\theta_6)(\cos(\theta_5)(\sin(\theta_2)\sin(\theta_4) - \cos(\theta_2)\cos(\theta_4)\sin(\theta_3)) + \cos(\theta_2)\cos(\theta_3)\sin(\theta_5)) + \sin(\theta_6)(\cos(\theta_4)\sin(\theta_2) + \cos(\theta_2)\sin(\theta_3)\sin(\theta_4)).$$

Il est à noter que la matrice T_0^6 est donnée

La matrice de transformation permettant le passage du repère de base B attaché au cou du robot au premier repère du bras droit. D'après l'affectation des repères on obtient :

$$T_0^B = \begin{bmatrix} 00 & -1 & -L_{A1} \\ 01 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 \\ 00 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

➤ Calcul de θ_4, θ_4 et θ_6 :

Pré-multiplions les deux côtés de l'équation (3.11) par T_6^5 on obtient :

$$H_{5-arm}^{(LHS)} = T_6^5 \begin{bmatrix} n' & s' & a' & p' \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = T_6^5$$

$$= \begin{pmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_6 & -C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n'_x s'_x a'_x p'_x \\ n'_y s'_y a'_y p'_y \\ n'_z s'_z a'_z p'_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H_{5-arm}^{(LHS)} = \begin{pmatrix} C_6 n'_x - S_6 n'_y & C_6 s'_x - S_6 s'_y & C_6 a'_x - S_6 a'_y & C_6 p'_x - S_6 p'_y \\ n'_z & s'_z & a'_z & p'_z \\ -S_6 n'_x - C_6 n'_y & -S_6 s'_x - C_6 s'_y & -S_6 a'_x - C_6 a'_y & -S_6 p'_x - C_6 p'_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H_{5-arm}^{(LHS)} = \begin{bmatrix} h_{511} & h_{512} & h_{513} & C_6 p'_x - S_6 p'_y \\ h_{521} & h_{522} & h_{523} & p'_z \\ h_{531} & h_{532} & h_{533} & -S_6 p'_x - C_6 p'_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ensuite, nous obtenons H_5 pour le bras droit en utilisant la transformée inverse

Calculons maintenant $H_{5-arm}^{(RHS)}$;

$$H_{5-arm}^{(RHS)} = T_0^5 = T_4^5 T_3^4 T_2^3 T_1^2 T_0^1$$

$$H_{5-arm}^{(RHS)} = \begin{bmatrix} h_{511} & h_{512} & h_{513} & L_{A2} S_4 C_5 \\ h_{521} & h_{522} & h_{523} & -L_{A2} S_4 S_5 \\ h_{531} & h_{532} & h_{533} & -L_{A3} - L_{A2} C_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ou

$$\begin{aligned} h_{511} &= S_1 S_3 S_5 + C_1 C_2 S_4 S_5 + S_1 C_3 C_4 S_5 - C_1 S_2 C_3 S_5 + C_1 S_2 S_3 C_4 C_5 \\ h_{521} &= S_1 S_3 C_5 - C_1 S_2 C_3 C_5 - C_1 C_2 S_4 C_5 - S_1 C_3 C_4 S_5 - C_1 S_2 S_3 C_4 S_5 \\ h_{531} &= S_1 C_3 S_4 - C_1 C_2 C_4 + C_1 S_2 S_3 S_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{512} &= S_1 C_2 S_4 C_5 - C_1 C_3 C_4 C_5 - C_1 S_3 S_5 - S_1 S_2 C_3 S_5 + S_1 S_2 S_3 C_4 C_5 \\ h_{522} &= C_1 C_3 C_4 S_5 - C_1 S_3 C_5 - S_1 S_2 C_3 C_5 - S_1 C_2 S_4 S_5 - S_1 S_2 S_3 C_4 S_5 \\ h_{532} &= S_1 S_2 S_3 S_4 - C_1 C_3 S_4 - S_1 C_2 C_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{513} &= C_2 C_3 S_5 + S_2 S_4 C_5 - C_2 S_3 C_4 C_5 \\ h_{523} &= C_2 C_3 C_5 - S_2 S_4 S_5 + C_2 S_3 C_4 S_5 \\ h_{533} &= -S_2 C_4 - C_2 S_3 S_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{514} &= L_{A2} S_4 C_5 \\ h_{524} &= -L_{A2} S_4 S_5 \\ h_{534} &= -L_{A3} - L_{A2} C_4 \end{aligned}$$

En comparant la quatrième colonne de $H_{5-arm}^{(RHS)}$ et $H_{5-arm}^{(LHS)}$ il en découle :

$$C_6 p'_x - S_6 p'_y = L_{A2} S_4 C_5 \quad (3.12)$$

$$p'_z = -L_{A2} S_4 S_5 \quad (3.13)$$

$$-S_6 p'_x - C_6 p'_y = -L_{A3} - L_{A2} C_4 \quad (3.14)$$

Si on pose $p'_x = rC_\varphi$ et $p'_y = rS_\varphi$ et nous les substituons dans les équations (3.11) ; (3.12) et (3.13) on obtient :

$$rC_{6\varphi} = S_4 C_5 l_{A2} \quad (3.15)$$

$$p'_z = -l_{A2} S_4 S_5 \quad (3.16)$$

$$rS_{6\varphi} = l_{A3} + C_4 l_{A2} \quad (3.17)$$

Ou $r = \sqrt{(p'_x)^2 + (p'_y)^2}$ et $\varphi = \text{atan2}(p'_y, p'_x)$

En élevant au carré les équations. (3.14), (3.15) et (3.16) puis en les additionnant, on peut obtenir C_4, S_4 et à partir de laquelle nous pouvons trouver la solution pour θ_4

$$C_4 = \frac{r^2 + p'_z{}^2 - L_{A2}^2 - L_{A3}^2}{2l_{A2}l_{A3}}$$

$$\theta_4 = \text{atan2}(\pm\sqrt{1 - C_4^2}, C_4) \quad (3.18)$$

De l'éq. (3.16), on peut trouver S_4 puis C_4 , et d'où nous obtenons la solution commune θ_5

$$S_5 = \frac{-p'_z}{l_{A2}}; \theta_5 = \text{atan2}(S_5, \pm\sqrt{1 - S_5^2}). \quad (3.19)$$

En divisant l'éq. (3.16) par éq. (3.15), nous obtenons :

$$\tan(6\varphi) = \tan(\theta_6 + \varphi) = \frac{S_{6\varphi}}{C_{6\varphi}} = \frac{l_{A3} + C_4 l_{A2}}{S_4 C_5 l_{A2}} \quad (3.20)$$

et à partir de laquelle nous obtenons la solution de θ_6

$$\theta_6 = \text{wra}(\text{atan2}(C_4 l_{A2} + l_{A3}, S_4 C_5 l_{A2})) - \varphi \quad (3.21)$$

➤ *Calcul de θ_1, θ_2 et θ_3 :*

Pour résoudre θ_1, θ_2 et θ_3 , on doit multiplier à gauche les deux côtés de l'éq. (4) par $T_4^3 T_5^4 T_6^5$, il en résulte une équation dont le côté gauche est

$$H_{3-arm}^{(LHS)} = T_4^3 T_5^4 T_6^5 \begin{bmatrix} n'_x s'_x a'_x p'_x \\ n'_y s'_y a'_y p'_y \\ n'_z s'_z a'_z p'_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{311} & h_{312} & h_{313} & h_{314} \\ h_{321} & h_{322} & h_{323} & h_{324} \\ h_{331} & h_{332} & h_{333} & h_{334} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On doit savoir que tous les 9 éléments de la matrice $H_{3-arm}^{(LHS)}$ sont connus

La première colonne

$$\begin{aligned} h_{311} &= -n'_x(C6S4 - C4C5C6) - n'_y(C6S4 + C4C5C6) - C4S5n'_z \\ h_{321} &= C6S5n'_y - C6S5n'_x - C5n'_z \\ h_{331} &= n'_x(C4C6 + C5C6S4) + n'_y(C4C6 - C5C6S4) - S4S5n'_z \end{aligned}$$

La deuxième colonne

$$\begin{aligned} h_{312} &= -s'_x(C6S4 - C4C5C6) - s'_y(C6S4 + C4C5C6) - C4S5s'_y \\ h_{322} &= C6S5s'_y - C6S5s'_x - C5s'_y \\ h_{332} &= s'_x(C4C6 + C5C6S4) + s'_y(C4C6 - C5C6S4) - S4S5s'_y \end{aligned}$$

La troisième colonne

$$\begin{aligned} h_{313} &= -a'_x(S4C6 - C4C5C6) - a'_y(C6S4 + C4C5C6) - C4S5a'_z \\ h_{323} &= S5C6a'_y - S5C6a'_x - C5a'_z \\ h_{333} &= a'_x(C4C6 + S4C5C6) + a'_y(C4C6 - S4C5C6) - S4S5a'_z \end{aligned}$$

De l'autre part ; $H_{3-Arm}^{RHS} = T_2^3 T_1^2 T_0^1 = T_0^3$; C'est-à-dire

$$H_{3-Arm}^{RHS} = \begin{bmatrix} S_1 C_3 + C_1 S_2 S_3 & S_1 S_2 S_3 - C_1 C_3 & -C_2 S_3 & 0 \\ C_1 S_2 C_3 - S_1 S_3 C_1 S_3 & + S_1 S_2 C_3 & -C_2 C_3 & 0 \\ C_1 C_2 & S_1 C_2 & S_2 & LA_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Par identification entre les deux côtés de la matrice H3, on déduit

$$S_2 = h_{333} = ap_x(C4C6 + S4C5C6) + ap_y(C4C6 - S4C5C6) - S4S5ap_z$$

Donc :



$$\theta_2 = \text{atan2} \left(S_2, \pm \text{real} \left(\sqrt{1 - S_2^2} \right) \right)$$

De la troisième ligne : $h_{311} = C_1 C_2$, $h_{332} = S_1 C_2$, d'où

$$\theta_1 = \text{atan2}(h_{332}, h_{331})$$

➤ Si $C_2 < 0$, alors $\theta_1 = \text{wrapToPi}(\text{atan2}(h_{332}, h_{331}) + \pi)$

Finalement, la troisième colonne de H3 permet de résoudre θ_3

$$h_{313} = -C_2 S_3, \quad h_{323} = -C_2 C_3$$

D'où

$$\theta_3 = \text{wrapToPi}(\text{atan2}(-h_{313}, -h_{323}))$$

Ce qui nous a permis de résoudre toutes les variables articulaires θ_i avec $i=1 \dots 6$, cependant les valeurs de θ_1 et θ_3 dépendent du signe de C_2 . Les angles

$\theta_1, \theta_4, \theta_5$ possèdent des solutions doubles ce qui conduit à un MGI pour un bras ayant huit configurations.

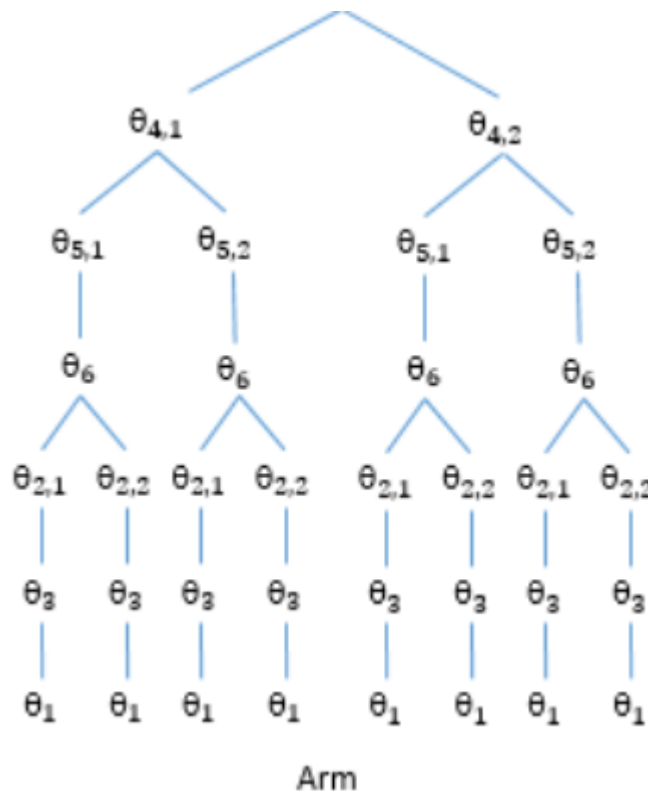


Fig.3.8 : Multiples solutions pour le problème inverse d'un bras droit.

3.6.3 Etude de singularités avec des axes articulaires colinéaires

La norme nationale américaine pour les robots industriels et les systèmes robotiques définit les singularités comme «une condition causée par l'alignement colinéaire de deux ou plusieurs axes de robot entraînant des mouvements et des vitesses imprévisibles du robot». Par conséquent, les trois types de singularités sont définis par les alignements d'articulations qui posent le problème :

- **Singularités du poignet** - Celles-ci se produisent lorsque deux des axes du poignet du robot (articulations 4 et 6) s'alignent l'un sur l'autre. Cela peut amener ces articulations à essayer de tourner à 180 degrés instantanément.
- **Singularités de l'épaule** - Celles-ci se produisent lorsque le centre du poignet du robot s'aligne avec l'axe de l'articulation 1. Les articulations 1 et 4 essaient de tourner à 180 degrés instantanément. Un sous-ensemble de ceci est une singularité d'alignement, où les première et dernière articulations du robot (articulations 1 et 6) s'alignent les unes avec les autres.
- **Singularités du coude** - Celles-ci se produisent lorsque le centre du poignet du robot se trouve sur le même plan que les articulations 2 et 3. Les singularités du coude donnent à penser que le robot a «atteint trop loin», provoquant le verrouillage du coude en position.

Etude de singularité :

Nous avons identifié trois cas de singularité qui se posent dans les limites des contraintes articulaires. Elles se produisent toutes quand l'axe d'une articulation s'aligne avec un autre axe articulaire, réduisant ainsi le nombre de degrés de liberté par un.

$$1. \text{ Cas 1 : } \theta_2 = \frac{\pi}{2}$$

Dans ce cas, les axes de la première et de la troisième articulation s'alignent, c.à.d. θ_1 et θ_3 sont colinéaires ; résultant en une singularité.

$C_2 = 0$ et $S_2 = 1$ il faut uniquement refaire le calcul pour θ_1 et θ_3 en gardant les mêmes résultats pour θ_4, θ_5 et θ_6 puisque $\theta_4 \neq 0$.

En égalisant les éléments (3,1) et (3,2) des matrices $H_{5-arm}^{(LHS)}$ et $H_{5-arm}^{(RHS)}$ on obtient :

$$S_4(S_1C_3 + C_1S_3) = -S_6n'_x - C_6n'_y$$

$$S_4(S_1S_3 - C_1C_3) = -S_6s'_x - C_6s'_y$$

Donc

$$\frac{S_{13}}{C_{13}} = \frac{-S_6n'_x - C_6n'_y}{-S_6s'_x - C_6s'_y}$$

Si on pose $\theta_s = \theta_{13} = \theta_1 + \theta_3$ et

$$\theta'_s = \text{atan2}(-S_6n'_x - C_6n'_y, -S_6s'_x - C_6s'_y)$$

Alors

$$\theta_s = \begin{cases} \theta'_s & \text{si } S_4 \geq 0 \\ \text{wrapToPi}(\theta'_s + \pi) & \text{si } S_4 < 0 \end{cases}$$

$$\theta_1 = \text{wrapToPi}(\theta_s - \theta_3)$$

2. Cas 2: $\theta_4 = 0$

Une infinité de solutions existent pour orienter l'outil terminal vers une orientation désirée.

Cette fois-ci θ_5 et θ_3 sont colinéaires et on doit refaire les calculs pour tous les angles, en posant $S_4 = 0$ et $C_4 = 1$, dans h_{513} et h_{523} des deux matrices $H_{5-arm}^{(LHS)}$ et $H_{5-arm}^{(RHS)}$.

$$C_2(C_3S_5 - S_3C_5) = C_6a'_x - S_6a'_y$$

$$C_2(C_3C_5 + S_3S_5) = a'_z$$

Ce qui conduit à

$$\frac{S_{5-3}}{C_{5-3}} = \frac{C_6a'_x - S_6a'_y}{a'_z} \tag{3.22}$$

$$\theta_{T(5-3)} = \text{atan2}(C_6a'_x - S_6a'_y, a'_z)$$

En utilisant les éléments (4,1),

$$C_6p'_x - S_6p'_y = 0$$



$$\frac{S_6}{C_6} = \frac{p'_x}{p'_y} \text{ donc}$$

$$\theta_6 = \text{atan2}(p'_x, p'_y) \quad (3.23)$$

En utilisant les éléments (3,1) et (3,2) des matrices $H_{5-arm}^{(LHS)}$ et $H_{5-arm}^{(RHS)}$, il vient

$$C_1 C_2 = S_6 n'_x + C_6 n'_y$$

$$S_1 C_2 = S_6 s'_x + C_6 s'_y$$

$$\text{Si } C_2 \neq 0$$

$$\theta_1 = \text{atan2}(S_6 s'_x + C_6 s'_y, S_6 n'_x + C_6 n'_y) \quad (3.24)$$

Pour déterminer θ_2 ; on utilise $h_{533} = -S_2 = -S_6 a'_x - C_6 a'_y$ et $C_2 = \pm \sqrt{(1 - (S_2)^2)}$

$$\theta_2 = \text{atan2}(S_6 a'_x + C_6 a'_y, \pm \sqrt{(1 - (S_2)^2)}) \quad (3.25)$$

3. Cas 3 : $\theta_2 = \pi/2$ et $\theta_4 = 0$

Cela signifie que θ_1 , θ_3 et θ_5 ont des axes concordants, on procède de la même manière comme au paravent, en prenant $\theta_{tt} = \theta_1 + \theta_3 + \theta_5$ et les éléments (,) de H_{5-Arm}

Remplaçant dans h_{521} et h_{522} pour les deux côtes de H_{5-Arm} , on obtient

$$C_{1+5-3} = n'_z \text{ et } S_{1+5-3} = s'_z,$$

$$\theta_G = \theta_{1+5-3} = \text{atan2}(s'_z, n'_z) \quad (3.26)$$

Fixons par exemple que $\theta_1 = \theta_3 = 0$, on déduit)

$$\theta_5 = \text{wrapTOPI}(\theta_G + \pi) \quad (3.27)$$

Pour θ_6 on procède de la même façon comme vu dans le cas 2

$$\theta_6 = \text{atan2}(p'_x, p'_y) \quad (3.28)$$



3.6.4 L'algorithme :

L'algorithme Calcule le Modèle Géométrique Inverse du bras droit comme suit :

$$r^2 = (p'_x)^2 + (p'_y)^2$$

$$C_4 = \frac{r^2 + p'_z{}^2 - L_{A2}^2 - L_{A3}^2}{2l_{A2}l_{A3}}$$

Si $C_4 = 1$ alors

$$C_4 = 1 \text{ et } S_4 = 0$$

Singularité du coude :

$$\theta_4 = 0$$

$$\theta_{T(5-3)} = \text{atan2}(C_6 a'_x - S_6 a'_y, a'_z)$$

$$\theta_6 = \text{atan2}(p'_x, p'_y)$$

$$\theta_1 = \text{atan2}(S_6 s'_x + C_6 s'_y, S_6 n'_x + C_6 n'_y)$$

$$\theta_2 = \text{atan2}(S_6 a'_x + C_6 a'_y, \pm \sqrt{(1 - (S_2)^2)})$$

$$\theta_2 = \text{atan2}(S_6 n'_x + C_6 n'_y, -C_1(S_6 a'_x + C_6 a'_y))$$

si on choisit $\theta_3 = 0$

$$\theta_5 = \theta_{(5-3)}$$

Si $\theta_2 = \pi/2$ Alors

Singularité du coude et de l'épaule :

$$\theta_G = \theta_{1+5-3} = \text{atan2}(s'_z, n'_z)$$

Si on choisit $\theta_1 = 0, \theta_3 = 0$

Si bras droit Alors

$$\theta_5 = \text{wrapToPI}(\theta_G + \frac{\pi}{2})$$



sinon

$$\theta_5 = \text{wrapToPI}\left(\frac{\pi}{2} - \theta_G\right)$$

*finsi**finsi*

(*fin de $C_4 = 1$*) décaler les angles la figure du bras au figure (3.7) (Bras droit) ou

figure (3.8) (Bras gauche)

sinon

$$\theta_4 = \text{atan2}\left(\pm\sqrt{1 - C_4^2}, C_4\right)$$

$$\varphi = \text{atan2}(p'_y, p'_x)$$

$$\theta_6 = \text{wraptopi}(\text{atan2}(C_4 l_{A2} + l_{A3}, S_4 C_5 l_{A2})) - \varphi$$

$$S_5 = \frac{-p'_z}{(l_{A2})}$$

$$\theta_5 = \text{atan2}(S_5, \pm\sqrt{1 - S_5^2})$$

$$S_2 = (C_4 C_6 + S_4 C_5 C_6) a'_x + (C_4 C_6 - S_4 C_5 C_6) a'_y - S_4 S_5 a'_z$$

$$\theta_2 = \text{atan2}\left(S_2, \pm\text{real}\left(\sqrt{1 - S_2^2}\right)\right)$$

$$\theta_2 = \text{atan2}\left(\pm\sqrt{1 - C_2^2}, C_2\right)$$

si $\theta_2 = \pi/2$ alors

Singularité de l'épaule

$$\theta_{T(5-3)} = \text{atan2}(C_6 a'_x - S_6 a'_y, a'_z)$$

$$\theta_3 = \text{wrapToPI}\left(\frac{\pi}{2} - \theta_T\right)$$

$$\theta_1 = 0$$



Si bras droit *alors*

$$\theta_3 = \text{wrapToPI}\left(\frac{\pi}{2} - \theta_T\right)$$

sinon

$$\theta_3 = -\text{wrapToPI}\left(\frac{\pi}{2} - \theta_T\right)$$

finsi

sinon

$$\begin{aligned} h_{313} &= -a'_x(S_4C_6 - C_4C_5C_6) - a'_y(S_4C_6 + C_4C_5C_6) - C_4S_5a'_z \\ h_{323} &= S_5C_6a'_y - S_5C_6a'_x - C_5a'_z \end{aligned}$$

$$\theta_3 = \text{wrapToPi}(\text{atan2}(-h_{313}, -h_{323}))$$

$$\theta_1 = \text{wrapToPi}(\text{atan2}(h_{332}, h_{331}))$$

finsi

finsi

3.7 Etude bras gauche par D-H Modifiée:

Table 3.6: Paramètres DH-m de la bras gauche

Joint	θ_i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i
1	θ_1	0	0	0
2	θ_2+90	-90	0	0
3	θ_3+90	+90	0	$-L_{A2}$
4	θ_4	-90	0	0
5	θ_5	-90	0	L_{A3}
6	θ_6	+90	0	0

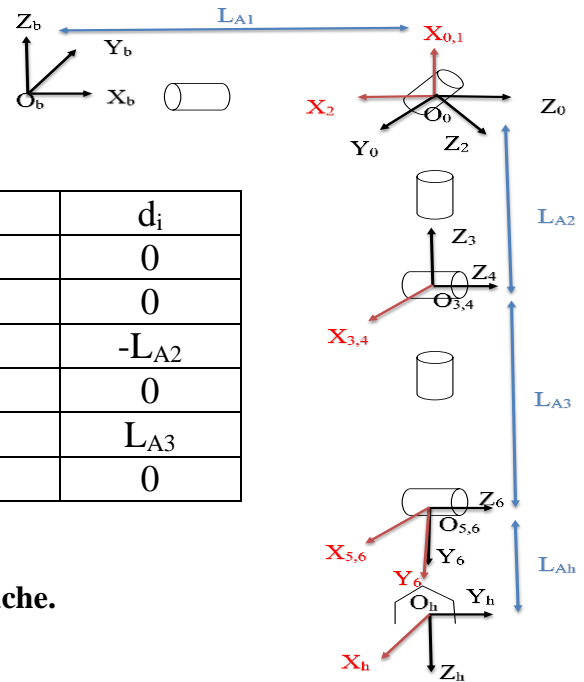


Figure 3.8 : Paramètres DH-m du bras gauche.

Où T_i^{i-1} est la transformation du repère de coordonnées i au cadre $i-1$

$$T_1^0 = \begin{pmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_2^1 = \begin{pmatrix} -S_2 & -C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -C_2 & S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{pmatrix} -S_3 & -C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1+L_{A2} & 0 \\ C_3 & -S_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_4^3 = \begin{pmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_4 & -C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_5^4 = \begin{pmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_{A3} \\ -S_5 & -C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_6^5 = \begin{pmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Remarque : on pose $S_i = \sin\theta_i$ et $C_i = \cos\theta_i$

On a : $T_6^0 = \prod_0^6 T_i^{i-1} = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5$, et $T_H^B = T_0^B T_6^0 T_H^6$.

$$T_0^B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & L_{A1} \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_H^6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_H \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

CHAPITRE :04

Modèles simplifiés de robot

4.1 Modèles simplifiés de robots :

La structure mécanique complexe, le nombre élevé de degrés de liberté et les exigences de contrôle des robots humanoïdes ont conduit à la recherche de modèles simplifiés qui permettent le déploiement de tâches multiples. Cependant, l'utilisation de ces modèles conduit à l'amplification des imprécisions inhérentes au système robot humanoïde. Le concept de « modèle simplifié » implique l'hypothèse d'erreurs pour favoriser des aspects tels que la vitesse de calcul, la contrôlabilité, etc. Le modèle le plus simple d'un robot humanoïde utilisé dans le contrôle de l'équilibre est le pendule inversé.

En raison de sa simplicité, il convient de signaler que de nombreuses inexactitudes sont introduites et que les caractéristiques du système sont omises. Par exemple, l'emplacement à tout moment du CoM dépend de la posture du robot et peut coïncider avec l'emplacement représenté par un modèle de pendule avec une configuration spécifique et fixe.

Ce chapitre présente des modèles d'ordre réduit qui ont été utilisés dans diverses études sur la synthèse et le contrôle du mouvement des robots humanoïdes, en particulier pour l'équilibrage et la locomotion. Les modèles peuvent être classés en deux groupes. Le premier groupe présente des modèles physiquement explicites du système simplifié basés sur la dynamique centroïde intégrée dans l'équation du mouvement. Cette catégorie comprend un certain nombre de modèles largement utilisés faciles à comprendre. Le deuxième groupe applique des techniques de réduction d'ordre systématique à la dynamique des corps entiers.

Parce que les robots humanoïdes ont :

1. Des caractéristiques cinématiques et dynamiques des robots bipèdes très complexes.
2. Diverses forces, y compris les forces d'actionnement, les forces de contraintes des articulations internes, les forces de contacts et la force de gravité, contribuent au mouvement du robot.

Une représentation du modèle qui illustre clairement la relation entre eux serait utile non seulement pour comprendre la commande des humanoïdes, mais aussi pour la synthèse et le contrôle des mouvements des robots, et pour étudier la planification de la marche, la stabilité et le contrôle de la locomotion du robot bipède, nous avons besoin d'un modèle simplifié. Il est donc avantageux d'obtenir une représentation élémentaire de la dynamique du robot.

Comme la génération d'allure de marche est l'un des points clés de l'étude des robots humanoïdes. La stratégie habituelle de génération de marche est fondée sur les modèles à pendule inversé ou à chariot-table associé à la commande prédictive. Ces modèles présentent les avantages d'être simples à mettre en œuvre et à utiliser. Dans ce chapitre notre travail se focalise sur les différents modèles à base de pendule inversé [12].



4.1.1 Modèles à pendule inversé

Les principales approches utilisées pour modéliser la cinématique des robots humanoïdes sont basées sur le modèle pendule inversé (IPM) [4], qui implique une simplification par rapport au corps du robot.

4.1.1.1 Modèle de pendule inversé linéaire - LIMP

Les modèles planaires des robots marcheurs bipèdes réduisent la complexité des algorithmes de locomotion et nous aident à y dégager la dynamique. Ces modèles décrits dans cette section sont à base de modèle inversé dont la dynamique est fortement similaire à celle de la marche bipédale ou l'on peut réduire le robot à une masse ponctuelle au CoM avec des jambes à masses négligeables.

Un modèle simple pour décrire la dynamique d'un robot bipède pendant une phase de support unique est le pendule inversé. Nous réduisons le corps du robot à une masse ponctuelle au centre de masse. La jambe de support est remplacée par une jambe télescopique sans masse fixée en un point du pied de support. Au départ, cela produira des équations non linéaires qui seront difficiles à contrôler. Cependant, en contraignant le mouvement à un plan fixe, cela permet de dériver un système dynamique linéaire. Ceci est appelé modèle de pendule inversé linéaire ($2D - LIPM$).

- Pour le modèle **LIPM** utilisé par la plupart des chercheurs, il décrit le mouvement du **CoM** d'un robot lorsqu'il est constant alors que l'effet de rotation n'est pas pris en compte. En plus de ses propriétés linéaires, le **LIPM** présente l'avantage de découpler la dynamique le long des directions sagittale (x) et latérale (y) et de pouvoir être représenté par les mêmes équations différentielles, voir la figure 4.1. Le modèle **LIPM** simplifié pour les robots réels est illustré par la figure 4.2
- Ce modèle a été largement appliqué à plusieurs robots bipèdes ; **HRP-2**, **Asimo** et **UT-Theta**.
- Dans certains algorithmes de marche, le **LIPM** est utilisé pour découpler les directions de mouvements sagittal et frontal.
- Dans ces algorithmes de marche, l'hypothèse de base est que les deux directions de marche n'interfèrent pas de sorte que le découplage n'influence pas la précision du modèle. Ensuite, les deux axes de mouvement sont considérés séparément avec leur propre pendule comme référence [14].

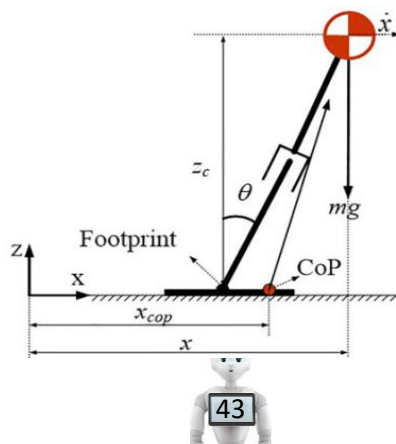


Figure 4.1 pendule inverse linéaire LIP.

r : rayon du vecteur de position
 ϑ : angle
 f : force de réaction sur le pendule
 τ : couple de tangage externe

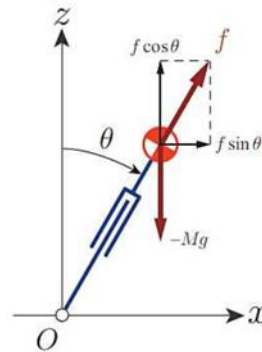


Figure 4.2 : Pendule inversé en plan sagittal.

Les équations de la dynamique peuvent s'écrire comme suit

$$f \sin \theta + \frac{\tau}{r} \cos \theta = F_x = M \ddot{x} \quad 4.1$$

$$f \cos \theta - Mg - \frac{\tau}{r} \sin \theta = F_z = M \ddot{z} \quad 4.2$$

Differentes solutions peuvent se présenter et pour simplifier la dynamique, plusieurs hypotheses sont à considerer :

a) La hauteur du mouvement est constante :

$$z = z_c \text{ et } \ddot{z} = 0 \quad 4.3$$

b) Pas d'actionnement , c.à.d, l'entrée τ est nulle.

$$\tau = 0 \quad 4.4$$

En tenant compte de contraintes, la dynamique devient

$$f \sin \theta = F_x = M \ddot{x} \quad 4.5$$

$$f \cos \theta - Mg = F_z = M \ddot{z} = 0 \quad 4.6$$

Les nouvelles équations de la dynamique du pendul deviennent, en combinant les équations (4.5) et (4.6) :

$$\ddot{x} = \frac{g}{z_c} x \quad 4.7$$

Le mouvement naturel du pendule depend du vecteur de gravité \mathbf{g} , de la position (x, y) et de z_c .



Établissons l'équation dynamique LIP dans l'axe des x (l'axe des y identique), où

$\omega = \sqrt{g/z_c}$, avec g et z_c étant, respectivement, l'accélération de gravité et la hauteur constante du *CoM*. x est la position horizontale du *CoM*, \ddot{x} est l'accélération horizontale du *CoM* et x_{cop} est la position du centre de pression CoP.[14 et 15]

$$\ddot{x} = \omega^2(x - x_{cop}) \quad 4.8$$

Puisque nous nous intéressons à garder la hauteur du *CoM* du robot constante et en résolvant l'équation précédente, la position et la vitesse du *CoM* se déduisent:

$$x(t) = x(0) \cosh\left(\frac{t}{T_c}\right) + T_c \dot{x}(0) \sinh\left(\frac{t}{T_c}\right) \quad 4.9$$

$$\dot{x}(t) = \frac{x(0)}{T_c} \sinh\left(\frac{t}{T_c}\right) + \dot{x}(0) \cosh\left(\frac{t}{T_c}\right) \quad 4.10$$

$$T_c = \sqrt{\frac{g}{z_c}} \quad 4.11$$

Ou

T_c est la constante du temps donnée par $z = z_c$ et gravité g .

Le pendule inversé a également été utilisé pour la modélisation de la marche humaine. Le premier modèle du pendule de la marche humaine considère le point du moment zéro (ZMP) dans le mode simple support comme point fixe dans le centre du pied [16]. Cependant, la recherche biomécanique montre que le ZMP humain avance, vers les orteils pendant le support unique. Ce critère de ZMP est largement utilisé pour atteindre l'équilibre debout et la marche dynamique.

a - Pendule inversé linéaire 2D

La génération du schéma de la marche d'un robot humanoïde pourrait être simplifiée comme suit:

Étudier uniquement le mouvement du CoM du robot dans le plan sagittal. De cette manière, il est possible d'utiliser le modèle 2D d'un pendule inversé afin d'obtenir un mouvement de marche stable et lisse.

Dans ce mémoire, nous exploiterons cette hypothèse et modéliserons un robot bipède sous la forme d'un pendule inversé 2D en limitant au plan sagittal comme montré dans la figure 4.4. Une autre hypothèse nécessaire est qu'à tout moment, le robot n'est soutenu que par

une seule jambe, l'autre étant en mouvement. Et comme toute la masse du robot est au niveau du tronc, le CoM du robot entier est celui du tronc.

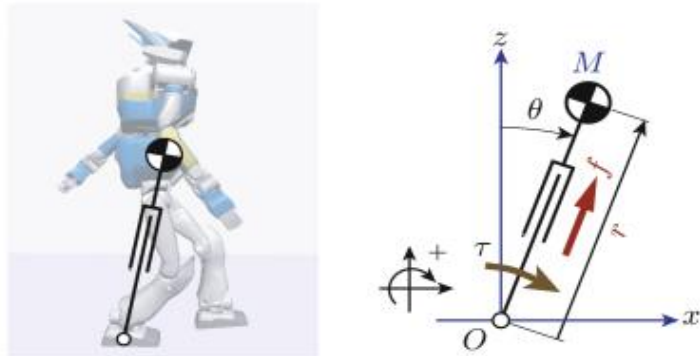


Figure 4.3 : Vue 2D pour robot pendule inversé dans plan sagittal XZ.

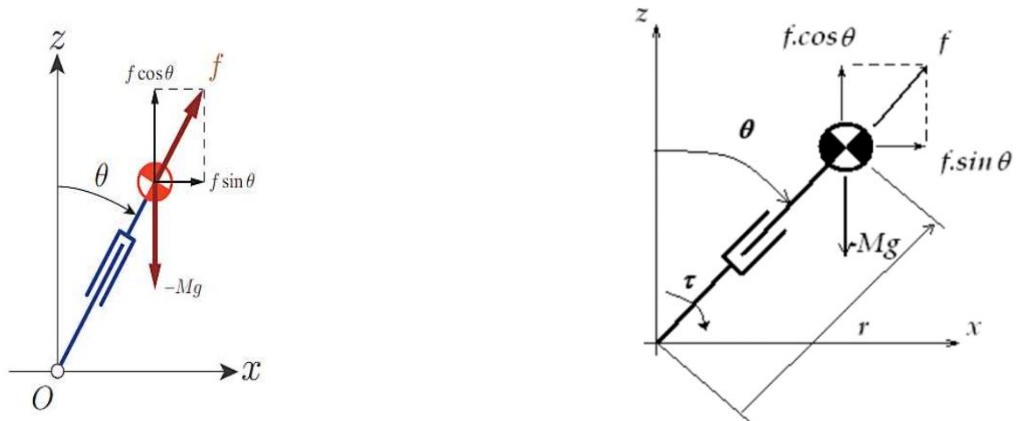


Figure 4.4 : Pendule inversé en plan sagittal

r : Rayon du vecteur de position

ϑ : angle

f : force de réaction sur le pendule

τ : couple de tangage externe

b) - Pendule inversé 3D-LIMP:

Pour décrire la dynamique du pendule inversé, nous nous intéressons principalement à l'effet d'un couple d'actionneur donné sur le mouvement du pendule.

Pour simplifier, nous supposons que la base du pendule est fixée à l'origine du système de coordonnées cartésien. On peut ainsi décrire la position du pendule inversé par un vecteur

$$c^T = (c_x, c_y, c_z) = (c_r, c_p, r).$$

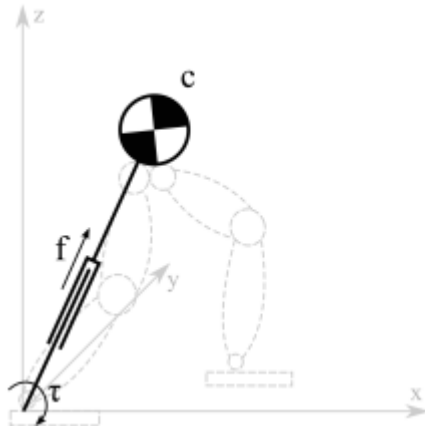


Figure 4.5 : 3D-LIMP

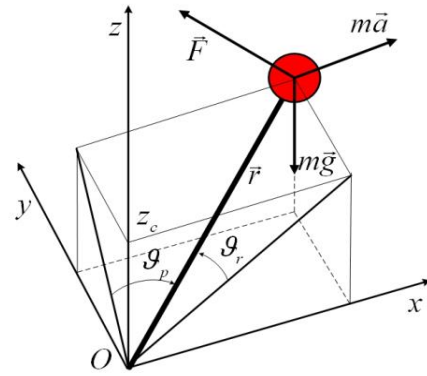


Figure 4.6: 3D inverse pendule

Nous allons introduire un système à 3 coordonnées généralisé appropriés ;

$q = (\theta_x, \theta_y, r)$ pour obtenir une description facile des couples d'actionneurs, avec θ_y, θ_x correspondants à pitch angle et roll angle.

Soit m la masse du pendule et r la longueur de sa jambe télescopique, θ_x, θ_y les angles de roulis et de tangage correspondants à la pose du pendule.

Cherchons une application entre les efforts dans le système de coordonnées cartésiennes et les forces généralisées (les couples de l'actionneur).

Soit $\phi: R^3 \rightarrow R^3, (\theta_x, \theta_y, r) \rightarrow (x, y, z)$ la fonction reliant les coordonnées généralisées aux coordonnées cartésiennes. Alors le Jacobien $J_\phi = \frac{\partial p}{\partial q}$ transformant les vitesses généralisées aux vitesses cartésiennes.

De plus, nous savons que la transposée J_ϕ^T transforme les forces cartésiennes

$$F = m (\ddot{x}; \ddot{y}; \ddot{z}) \text{ aux forces généralisées}$$

$$\Gamma = (\tau_x, \tau_y, f).$$

Nous écrivons c_x, c_y et c_z en fonction de coordonnées généralisées pour calculer le Jacobien J_ϕ correspondant. Du fait que θ_y est l'angle entre la projection de c sur le plan xz et c et θ_x , l'angle entre c et la projection sur le plan yz , nous pouvons obtenir les équations suivantes [17].

En prenant $s_i = \sin(\theta_i)$ et $c_i = \cos(\theta_i)$, avec $i \in \{x, y\}$ comme notation abrégée, on aboutit à

$$\begin{aligned} c_x &= r s \theta_i = r s_y \\ c_y &= -r s \theta_i = -r s_y \\ c_z &= \sqrt{r^2 - c_x^2 - c_y^2} = r \sqrt{1 - s_x^2 + s_y^2} \end{aligned} \tag{4.17}$$

Calculons la Jacobienne J :

$$J = \frac{\partial p}{\partial q} = \begin{pmatrix} 0 & r c_y & s_y \\ -r c_y & 0 & s_y \\ \frac{2rs_y c_y}{\sqrt{1-s_x^2+s_y^2}} & \frac{2rs_x c_x}{\sqrt{1-s_x^2+s_y^2}} & \sqrt{1-s_x^2+s_y^2} \end{pmatrix} \quad 4.18$$

En utilisant la force de gravité $f_g = (0, 0, -mg)$, l'équation de mouvement s'écrit

$$F = f_g + (J^T)^{-1} \Gamma$$

$$m \begin{pmatrix} \ddot{c}_x \\ \ddot{c}_y \\ \ddot{c}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} + (J^T)^{-1} \begin{pmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ f \end{pmatrix} \quad 4.19$$

A partir des équations 4.12 et 4.1, on obtient

$$m(-z\ddot{c}_x + y\ddot{c}_y) = \frac{\sqrt{1-s_x^2+s_y^2}}{c_x} \tau_x + mgc_y \quad 4.20$$

$$m(z\ddot{c}_x - c\ddot{c}_z) = \frac{\sqrt{1-s_x^2+s_y^2}}{c_y} \tau_y + mgc_x \quad 4.21$$

On remarque la non linéarité du second terme à gauche, d'où la nécessité de de linéarisation, ce qui est appelé modèle linéaire inverse *LIPM*.

4.1.1.2 - Modèles de pendule inversé non linéaires IPM:

Le simple pendule inversé est le modèle le plus basique mais il a de multiples utilisations en robotique humanoïde. Il est imité de l'analyse biomécanique du mouvement pour le contrôle de posture ou l'équilibre des êtres humains et les robots bipèdes. Comme on peut le voir sur la figure 4.8, il est constitué d'une masse (M) liée à un point de pivot (o) au moyen d'une barre sans masse et de longueur fixe (L).

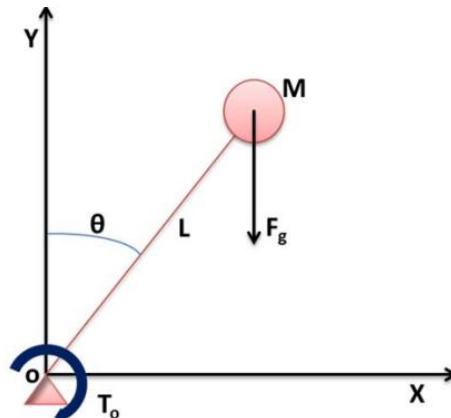


Figure 4.7 : Pendule simple inversé 2D

$$\sum T_0 = I\ddot{\theta} = ML^2\ddot{\theta} \quad (4.21)$$

$$T_0 = F_g L \sin \theta = MgL \cdot \sin \theta \quad (4.22)$$

En combinant les équations (4.60) et (4.61) on obtient

$$MgL \sin \theta = ML^2\ddot{\theta} \quad (4.23)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{g}{L} \sin \theta \quad (4.24)$$

Ces équations dynamiques correspondent aux cas 2D. Elles peuvent être étendues aux cas 3D [18]. La grande simplicité de ce modèle implique la perte d'informations du système réel. Pour résoudre ce problème, des modèles plus complexes basés sur un pendule inversé simple ont été développés, comme le pendule double inversé de la figure 4.8, le pendule de masse de réaction ou le pendule inversé à impédance variable.

Plusieurs hypothèses simplificatrices sont formulées dans la section précédente.

L'ensemble du système bipède se résume en une seule masse ponctuelle en ignorant l'inertie des différentes parties du corps. Les modèles à masse ponctuelle supposent des jambes à masses négligeables se déplacent instantanément vers la position désirée.

Ignorer le fait que les jambes réelles du robot doivent être accélérées et peuvent provoquer des forces internes perturbant le système. La dynamique des jambes oscillantes peut être intégrée dans des modèles simples pour mieux comprendre leurs effets sur la stabilité du système.

Les modèles pendulaires non linéaires plus compliqués sont plus précis et fortement similaires aux systèmes réels. Cependant, les modèles linéarisés possèdent de très bonnes approximations à la dynamique du système.

Ils existent 5 types de modèles bipèdes non linéaires :

- a) Double pendule inversé:
- b) Pendules multiples:
- c) Modèle compas passif:
- d) Pendule inversé plus un volant d'inertie (Fly Wheel):
- e) Modèle à pendule inversé à hauteur variable.

a) Pendule inversé 2D- IPM

Le modèle le plus simple pour représenter la cinématique et la dynamique du robot est le modèle 2D à pendule inversé avec une ou deux ddls [13]. Ces modèles



représentent un CoM concentré et lié rigidement au sol par une liaison rotoïde ou comprenant une liaison prismatique comme sur la figure 4.8

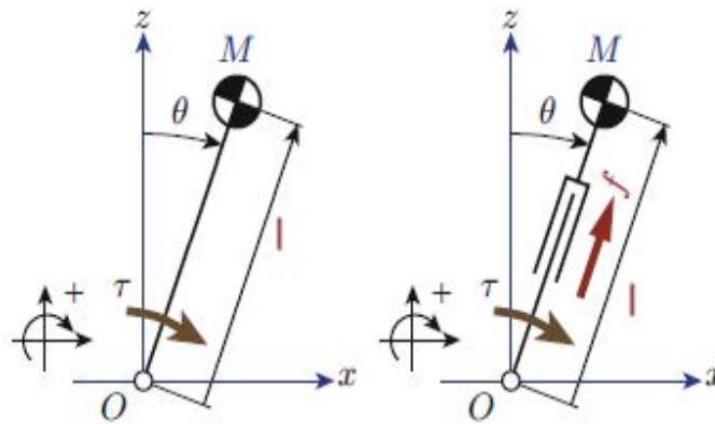


Figure 4.8 Modèles à base de pendule inverse dans le plan de x-z à 1ddl (à gauche) et 2ddls (à droite).

Dans cette section, nous allons exploiter cette hypothèse et modélisons un robot bipède comme un pendule inversé 2D, en se limitant au plan sagittal comme montré dans la figure 4.8. Une autre hypothèse nécessaire est que le robot n'est supporté que par une jambe à tout moment alors que l'autre est en mouvement.

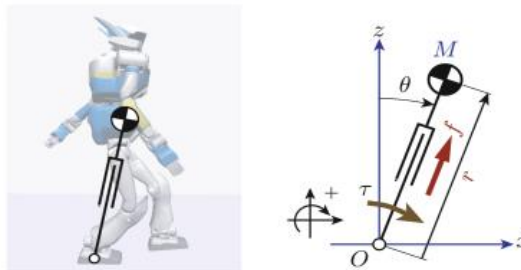


Figure 4.9 LIPM-2D

b) Pendule inversé (3D-IPM)

Afin de réduire les possibilités de mouvement du pendule, nous introduisons quelques contraintes pour limiter cette motion. Cette contrainte limite le mouvement dans un plan, donc:

$$z(x, y) = k_x x + k_y y + z_c \quad (4.25 - a)$$

L'axe des x représente la direction avant du robot. La deuxième dérivée de l'équation (4.2-a) par rapport au temps est

$$\ddot{z}(x, y) = k_x \ddot{x} + k_y \ddot{y} \quad (4.25 - b)$$

Où z_c est la distance entre le plan xy et la masse du pendule. En remplaçant (4.25-a) et sa dérivée dans (4.20) et (4.21), on obtient:

$$\ddot{x} = \frac{g}{z_c} x + \frac{k_y}{z_c} (x\dot{y} - y\dot{x}) + \frac{1}{mz_c} \frac{\sqrt{1 - s_r^2 - s_p^2}}{c_p} \tau_p \quad (4.26)$$

$$\ddot{y} = \frac{g}{z_c} y - \frac{k_x}{z_c} (x\dot{y} - y\dot{x}) - \frac{1}{mz_c} \frac{\sqrt{1 - s_r^2 - s_p^2}}{c_r} \tau_r \quad (4.27)$$

Les équations ci-dessus permettent le mouvement du pendule dans n'importe quel plan et pente, si le mouvement est contraint à un plan plat ($k_x = k_y = 0$) donc:

$$\ddot{x} = \frac{g}{z_c} x + \frac{1}{mz_c} \frac{\sqrt{1 - s_r^2 - s_p^2}}{c_p} \tau_p \quad (4.28a)$$

$$\ddot{y} = \frac{g}{z_c} y - \frac{1}{mz_c} \frac{\sqrt{1 - s_r^2 - s_p^2}}{c_r} \tau_r \quad (4.28b)$$

Posons les entrées virtuelles

$$u_x = \frac{\sqrt{1 - s_r^2 - s_p^2}}{c_x} \tau_x \quad (4.29a)$$

$$u_y = \frac{\sqrt{1 - s_r^2 - s_p^2}}{c_y} \tau_y \quad (4.29b)$$

Notons que (4.28 – a) et (4.28 – b) sont des équations indépendantes et qu'aucune dynamique linéaire n'est simplifiée en une dynamique linéaire.

Le 3D-LIPM naturel prend en compte les trajectoires du modèle à pendule inversé avec couples d'entrée. Par conséquent, les équations (4.20) et (4.21) sont simplifiées en:

$$\ddot{x} = \frac{g}{z_c} x + \frac{1}{mz_c} u_x \quad (4.30a)$$

$$\ddot{y} = \frac{g}{z_c} y - \frac{1}{mz_c} u_y \quad (4.30b)$$

A partir des équations (4.28-a) et (4.28-b) et en multipliant (4.28-a) par x et (4.28-b) par y des deux côtés, puis en soustrayant (4.28-a) de (4.28-b) on obtient :

$$x\ddot{y} - \ddot{x}y = \frac{-1}{mz_c} (\tau_x x + \tau_y y) \quad (4.31)$$

En utilisant 3D-LIPM sous le plan à contrainte horizontale ($k_x = k_y = 0$), on peut dériver l'expression ZMP [18] en utilisant



$$x_{zmp} = -\frac{\tau_y}{mg} \quad (4.32b)$$

$$y_{zmp} = +\frac{\tau_x}{mg} \quad (4.32b)$$

Remplaçons τ_y et τ_x de l'équation (4.29) il vient

$$\ddot{x} = \frac{g}{z_c}(x - x_{zmp}) \quad (4.33a)$$

$$\ddot{y} = \frac{g}{z_c}(y - y_{zmp}) \quad (4.33b)$$

Remarque :

Le pendule inversé linéaire 3D peut être traité comme étant la concaténation de deux 2D – LIPM.

4.2 - Modèle à pendule inversé linéaire (LIPM) + Fly Wheel:

Le modèle de pendule inversé linéaire (LIPM), le modèle de pendule inversé (IPM) et les modèles de chariot-table, présentés au chapitre 2, ont été utilisés pour simplifier la dynamique du robot afin de décrire le mouvement du CoM. Cependant, ces modèles supposent que le mouvement du CoM est limité au plan horizontal ou à un plan horizontal-vertical dans le cas de LIPM. Avec de telles contraintes, la force de réaction du sol ne peut pas générer de moment cinétique et passe toujours par le CoM.

Cependant, une source de perturbation ou le mouvement de la partie supérieure du robot peut exercer un couple important sur le CoM. Si une stratégie d'équilibrage ne parvient pas à gérer le couple reçu, le robot risque de perdre l'équilibre et de tomber en conséquence. Étant donné que les modèles discutés ne prennent en compte aucune inertie de rotation, il est nécessaire de modifier ces modèles pour tenir compte du changement de moment angulaire au CoM.

Le LIPM a d'abord été étendu en tant que modèle de pendule à moment angulaire (AMPM). Part et al. ont présenté un pendule inversé linéaire plus un Fly Wheel comme une extension du LIPM en considérant le moment cinétique associé à la masse concentrée. Dans leur travail, ils ont remplacé le générateur de moment cinétique de l'AMPM par un Fly-Wheel. Ce dernier est un dispositif mécanique conçu pour stocker efficacement l'énergie de rotation et peut être utilisé pour faire tourner des objets dans l'espace tels que des satellites [19.20].



Le modèle de Pratt, illustré à la figure 4.9, utilise un Fly-Wheel avec un moment d'inertie au centre de gravité et des limites d'angle de rotation au lieu d'un Fly-Wheel traditionnel

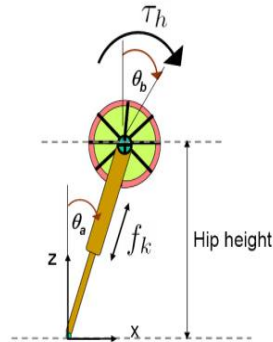


Figure 4.10 : Modèle d'un bipède PSS avec corps et les jambes sans masse a Fly-Wheel

$$m\ddot{x} = f_k \sin(\theta_a) - \frac{\tau_h}{l} \cos(\theta_a) \quad (4.34)$$

$$m\ddot{z} = -mg + f_k \cos(\theta_a) + \frac{\tau_h}{l} \sin(\theta_a) \quad (4.35)$$

$$J\ddot{\theta} = \tau_h \quad (4.36)$$

g est l'accélération de gravité, m et J sont la masse et l'inertie de rotation du volant; x et z sont les coordonnées horizontales et verticales du CoM, l est la hauteur CoM, θ_a et θ_b sont les angles de la jambe et celle du volant par rapport la verticale. τ_h est le couple moteur au volant et f_k est la force d'actionnement appliquée à la jambe.

Le pendule inversé linéaire plus un volant d'inertie est dérivé des équations ci-dessus, en réglant la hauteur verticale sur une constante $z = z_c$ et donc l'accélération verticale à zéro. Les équations de mouvement pour le pendule inversé linéaire plus un volant deviennent

$$\ddot{x} = \frac{g}{z_0} x - \frac{1}{mz_0} \tau_h \quad (4.37)$$

$$\ddot{\theta}_b = \frac{1}{J} \tau_h \quad (4.38)$$

Le LIPM plusvolant, décrit dans la section précédente, a une contrainte de hauteur verticale constante qui maintient les équations de mouvement du modèle linéaires.

Cependant, un modèle de hauteur CoM cohérent produit une démarche avec un genou plié qui n'est pas naturelle, inefficace en énergie et exerçant un couple important sur les articulations du genou.

La contrainte hauteur fixe du CoM doit être libérée du modèle pour surmonter les inconvénients mentionnés et produire une démarche permettant un mouvement 3D pour la

partie supérieure du robot. Comme on l'a mentionné précédemment, le modèle IPM a été étendu du LIPM en ajoutant à ce dernier une trajectoire verticale CoM .

La trajectoire verticale du CoM est une fonction sinusoïdale avec une amplitude et une phase particulières. Kasaei et coll. [19] ont amélioré le LIPM avec un volant et libère la contrainte de hauteur fixe CoM pour produire une marche naturelle tout en tenant compte du changement du moment angulaire autour du CoM .

4.3 - Pendule Double inversé DIP :

Pour maintenir la stabilité d'un robot humanoïde, il est nécessaire de mettre en œuvre simultanément les commandes ZMP et attitude agissant sur les articulations de la cheville et de la hanche. Dans ce cas, le robot humanoïde doit être modélisé comme un pendule double inversé illustré à la figure 4.11.

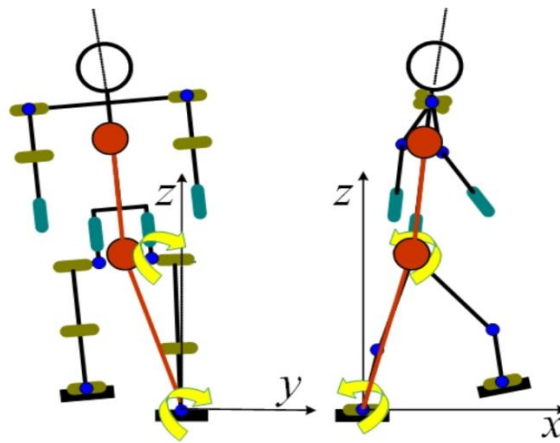


Figure 4.11 : Modélisation de mouvement d'un Robot humanoïde

Le mécanisme humanoïde dans ce cas est divisé en deux parties principales ; la partie inférieure (bipède) et le haut du corps avec ses propres centres de masse. Le mouvement de la partie inférieure du pendule contrôle le ZMP alors que le mouvement de la partie supérieure contrôle l'attitude du corps du robot humanoïde. Un modèle mathématique du mouvement d'un robot humanoïde dans le plan sagittal (pour le modèle dynamique du plan frontal sera le même) comme un système à double pendule inversé est décrit dans la figure 4.16

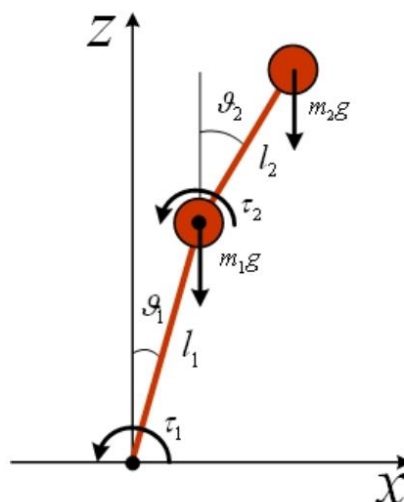


Figure 4.12 : Pendule double inversé.

Le pendule double se compose d'un pendule attaché à un autre. Considérons un pendule double de masses m_1 et m_2 , avec $M = m_1 + m_2$; la masse totale du robot humanoïde) [21] attaché par des barres rigides sans masses de longueurs l_1 et l_2 . Soient ϑ_1 et ϑ_2 par rapport à la verticale des deux segments, comme illustré sur la figure 4.11 Les positions des centres de masses des deux tiges peuvent être écrites:

$$x_1 = l_1 \sin \vartheta_1, \quad \dot{x}_1 = l_1 \cos \vartheta_1 \dot{\vartheta}_1 \quad (4.39)$$

$$z_1 = l_1 \cos \vartheta_1, \quad \dot{z}_1 = -l_1 \sin \vartheta_1 \dot{\vartheta}_1 \quad (4.40)$$

$$x_2 = l_1 \sin \vartheta_1 + l_2 \sin \vartheta_2, \quad \dot{x}_2 = l_1 \cos \vartheta_1 \dot{\vartheta}_1 + l_2 \cos \vartheta_2 \dot{\vartheta}_2 \quad (4.41)$$

$$z_2 = l_1 \cos \vartheta_1 + l_2 \cos \vartheta_2, \quad \dot{z}_2 = -l_1 \sin \vartheta_1 \dot{\vartheta}_1 - l_2 \sin \vartheta_2 \dot{\vartheta}_2 \quad (4.42)$$

L'énergie potentielle du système est donnée par:

$$V = m_1 g z_1 + m_2 g z_2 \quad (4.43)$$

En substituant les expressions (4.40) et (4.42) dans le (4.43), nous obtiendrons

$$V = (m_1 + m_2) g l_1 \cos \vartheta_1 + m_2 g l_2 \cos \vartheta_2 \quad (4.44)$$

L'énergie cinétique totale est donnée par:

$$T = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (4.45)$$

où v_1 et v_2 sont les vitesses des centres de masse des deux segments du pendule inversé.

$$v_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2 \quad \text{et} \quad v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{z}_2^2 \quad (4.46)$$

En utilisant les équations (4.39) à (4.42), l'énergie cinétique prend la forme:

$$T = \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\vartheta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 [l_1^2 \dot{\vartheta}_1^2 + l_2^2 \dot{\vartheta}_2^2 + 2 l_1 l_2 \dot{\vartheta}_1 \dot{\vartheta}_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)] \quad (4.47)$$

Le Lagrangien d'un système est défini comme:

$$L = T - V \quad (4.48)$$

L'insertion des équations (4.45) et (4.47) dans l'équation (4.48) conduit à

$$(m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\vartheta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{\vartheta}_2^2 + m_2 l_1 l_2 \dot{\vartheta}_1 \dot{\vartheta}_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) - \dots \\ (m_1 + m_2) g l_1 \cos \vartheta_1 - m_2 g l_2 \cos \vartheta_2 \quad (4.49)$$



Lorsque le lagrangien d'un système est connu, alors les équations de mouvement du système peuvent être obtenues par une substitution directe de l'expression du Lagrangien dans l'équation d'Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \vartheta_i} = \tau_i \quad (4.50)$$

Où ϑ_i sont les coordonnées généralisées du système et τ_i vecteur de forces et de couples appliqués à ϑ_i .

Par conséquent, pour ϑ_1 :

$$\frac{\partial L}{\partial \vartheta_1} = m_1 l_1^2 \dot{\vartheta}_1 + m_2 l_2^2 \dot{\vartheta}_2 + m_2 l_1 l_2 \dot{\vartheta}_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad (4.51)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}_1} \right) = (m_1 + m_2) l_1^2 \ddot{\vartheta}_1 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\vartheta}_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) - m_2 l_1 l_2 \dot{\vartheta}_2 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) (\dot{\vartheta}_1 - \dot{\vartheta}_2) \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \vartheta_1} = l_1 g (m_1 + m_2) \sin \vartheta_1 - m_2 l_1 l_2 \dot{\vartheta}_1 \dot{\vartheta}_2 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad (4.53)$$

Substituons (4.51) à (4.53) dans l'équation d'Euler-Lagrange (4.48) pour ϑ_1 et en simplifiant, nous obtenons:

$$(m_1 + m_2) l_1^2 \ddot{\vartheta}_1 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\vartheta}_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) + m_2 l_1 l_2 \dot{\vartheta}_2^2 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) - \dots \\ \dots l_1 g (m_1 + m_2) \sin \vartheta_1 = \tau_1 \quad (4.54)$$

De même pour ϑ_2 :

$$\frac{\partial L}{\partial \vartheta_2} = m_2 l_2^2 \dot{\vartheta}_2 + m_2 l_1 l_2 \dot{\vartheta}_1 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad (4.55)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}_2} \right) = m_2 l_2^2 \ddot{\vartheta}_2 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\vartheta}_1 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) - m_2 l_1 l_2 \dot{\vartheta}_1 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) (\dot{\vartheta}_1 - \dot{\vartheta}_2) \quad (4.56)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \vartheta_2} = m_2 l_1 l_2 \dot{\vartheta}_1 \dot{\vartheta}_2 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) - l_2 m_2 g \sin \vartheta_2 \quad (4.57)$$

Substituons (4.55), (4.56) et (4.57) dans l'équation (4.48) pour ϑ_2 et en simplifiant, nous obtenons:

$$m_2 l_2^2 \ddot{\vartheta}_2 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\vartheta}_1 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) - m_2 l_1 l_2 \dot{\vartheta}_1^2 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) - l_2 m_2 g \sin \vartheta_2 = \tau_2 \quad (4.58)$$

Il est clair que la dynamique des parties inférieure et supérieure du pendule est couplée et que tout petit changement de position de l'une d'elles a une influence sur la position de l'autre.

Après avoir obtenu le modèle dynamique d'un pendule double inversé, il faut concevoir la stratégie de commande. On pourrait supposer que dans ce cas, les liaisons pendulaires sont maintenues debout et stationnaires pendant que le contrôleur est initialisé.



Le point clé est que le contrôleur résultant doit réguler les deux parties du pendule (contrôle de l'attitude et du ZMP) seulement à l'équilibre zéro (figure 4.12)

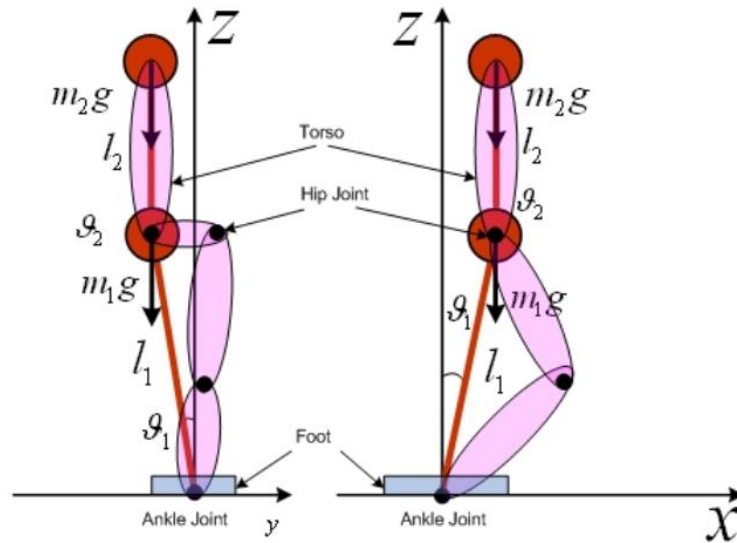


Figure 4.12 : DIP avec partie supérieure à l'équilibre zéro.

Le modèle de l'espace d'état a été dérivé comme suit. Rappelons les équations différentielles non linéaires couplées du second ordre (4.54) et (4.58) décrivent la dynamique du double pendule inversé:

$$(m_1 + m_2)l_1^2\ddot{\vartheta}_1 + m_2l_1l_2\ddot{\vartheta}_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) + m_2l_1l_2\dot{\vartheta}_2^2 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) - l_1g(m_1 + m_2) \sin \vartheta_1 = \tau_1$$

$$m_2l_2^2\ddot{\vartheta}_2 + m_2l_1l_2\dot{\vartheta}_1 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) - m_2l_1l_2\dot{\vartheta}_1^2 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) - l_2m_2g \sin \vartheta_2 = \tau_2$$

Pour la simplification d'une tâche de contrôle, faisons une linéarisation des équations différentielles non linéaires ; en prenant l'approximation que les perturbations dans le problème sont très petites et que les termes de second ordre et plus sont négligeables.

Posons, $\cos\vartheta_i=1$, $\sin \vartheta_i = 0$, $\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) = 1$.

En appliquant une approximation aux petits angles, nous pouvons obtenir la linéarisation suivante:

$$(m_1 + m_2)l_1^2\ddot{\vartheta}_1 + m_2l_1l_2\ddot{\vartheta}_2 - l_1g(m_1 + m_2)\vartheta_1 = \tau_1 \quad (4.59)$$

$$m_2l_2^2\ddot{\vartheta}_2 + m_2l_1l_2\dot{\vartheta}_1 - l_2m_2g\vartheta_2 = \tau_2 \quad (4.60)$$

4.4 - Modèle masse-ressort inversé SLIPM :

Le modèle le plus simple, capable de représenter la dynamique des jambes et le mouvement du centre de masse de la marche humaine, est le modèle bipède à base de masse-ressort. Bien que les jambes humaines soient très complexes en termes de structure et de commande, il semble que les jambes humaines puissent générer un simple

comportement de ressort pendant la phase d'appui en marchant à des vitesses préférées, comme déjà décrit pour les allures bondissantes.

Un comportement de jambe en locomotion identique à celui d'un ressort peut être produit par des ressorts techniques, mais aussi en simulant l'élasticité avec des actionneurs.

Dans les jambes humaines et animales, un ressort linéaire simple n'existe pas, mais une fonction semblable à un ressort est probablement générée par une activation musculaire correctement ajustée pendant la posture.

De plus, la souplesse des jambes est obtenue grâce au couplage des muscles avec des structures élastiques passives, c'est-à-dire les tendons.

Un des critères de réussite de la marche est sa résistance aux perturbations, de sorte que le risque de chute est faible [23].

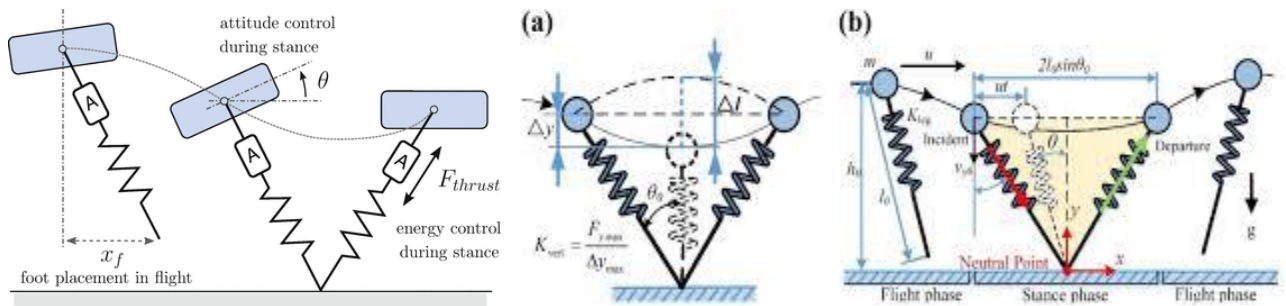


Figure 4.13 : Modèle masse-ressort inversé pour la marche bipède ;SLIPM

La base de cette étude est le modèle bipède masse-ressort (figure 4.13), qui décrit l'action de la jambe d'appui par un ressort linéaire de la longueur de repos L_0 et de la raideur k de la jambe. Le tronc est représenté par une masse ponctuelle m située en

$$r = [x, y]^T$$

Les jambes génèrent des forces F dirigées depuis leur point pied-sol jusqu'à la masse ponctuelle r . Pendant la phase d'oscillation, la jambe pivotante n'affecte pas la dynamique du système car la jambe est sans masse et ne génère aucune force pour les jambes. L'équation du mouvement est définie dans le plan sagittal

$$m\ddot{r} = F_1 + F_2 + mg \tag{4.61}$$

Avec l'accélération de la pesanteur $g=[0, g]^T$ et $g = -9.81ms^{-2}$, la force de la jambe est en position

$$F_1 = k \left(\frac{L_0}{|r - r_{FP1}|} - 1 \right) (r - r_{FP1}) \tag{4.62}$$

- Nous détectons le passage de la phase d'appui à la phase d'oscillation lorsque la force de la jambe diminue jusqu'à zéro. La transition entre *swing phase* et *stance phase* se produit

lorsque la condition de contact avec le sol $yTD = L0 \sin(\alpha TD)$ est remplie alors que la vitesse verticale \dot{y} est négative.

Le paramètre αTD est l'angle d'attaque ou l'angle de toucher de la jambe.

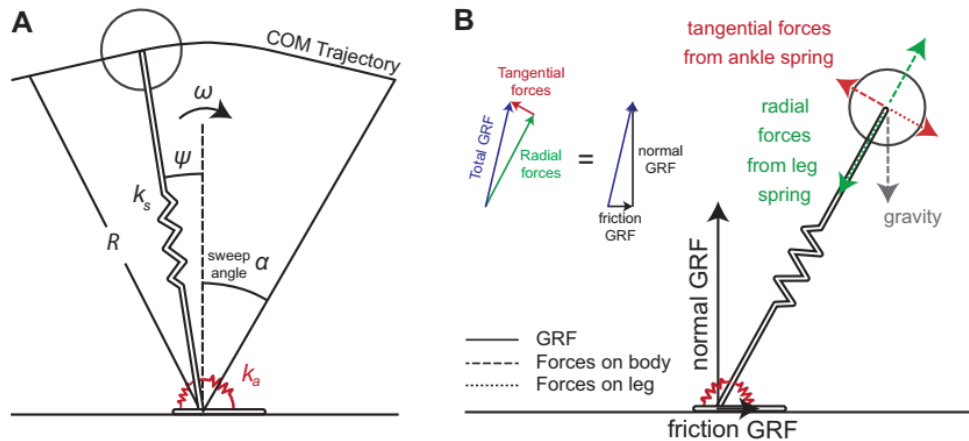


Figure 4.14 : Modèle ARSLP et gaitspace Description de contrainte.

- Malgré la complexité globale de la locomotion à jambes, le mouvement du centre de masse (COM) lui-même est relativement simple et peut être décrit qualitativement par de simples modèles mécaniques. En particulier, la marche peut être modélisée qualitativement par un modèle simple dans lequel chaque jambe est décrite par un pendule inversé à ressort (SLIP).
- La locomotion sur pattes est complexe; par conséquent, de nombreuses approches de la locomotion à pattes se concentrent sur le mouvement du centre de masse de l'animal (COM) plutôt que sur la dynamique détaillée de chaque articulation[24]. Traditionnellement, la marche et la course étaient décrites à l'aide de différents systèmes mécaniques: le pendule inversé à jambes raides (IP) était utilisé comme modèle pour la marche, tandis que le pendule inversé à ressort (SLIP), avec ses jambes souples, a été utilisé comme modèle pour la course à pied. La prise de conscience récente que les jambes sont souples pendant la marche a conduit au développement du modèle double SLIP (DSLIP), dans lequel chaque jambe d'un bipède est modélisée comme un ressort. DSLIP étend SLIP avec une phase de double appui pendant laquelle le COM est soutenu par deux pattes «élastiques». Ces études suggèrent que des modèles mécaniques simples peuvent servir de modèles conceptuels pour la locomotion.
- Le modèle dynamique proposé ici est le modèle du pendule à ressort angulaire et radial (ARSLIP), et vise à améliorer la capacité du SLIP à modéliser les forces de réaction au sol (GRF) subies par les animaux lors de la marche. Les animaux reçoivent des GRF sous la forme de forces normales et de frottement qui agissent respectivement verticalement et horizontalement. SLIP suppose que ces deux forces s'ajustent de telle sorte que le GRF totale soit toujours aligné le long de la jambe effective (forces radiales). Il n'y a aucune raison a priori pour que les GRF soient toujours le long de la jambe, et en effet plusieurs études ont indiqué le contraire. Comme SLIP, ARSLIP a également une masse ponctuelle

supportée par une jambe sans masse. ARSLIP étend SLIP en fournissant un mécanisme de modélisation des forces tangentielles.

Les forces tangentielles modélisées par ARSLIP sont restauratrices et changent de signe à mi-course, ces forces réparatrices se sont avérées importantes pour la marche .

Il y a d'autres modèles pour les forces tangentielles. Mais la plupart de ces modèles ne produisent que des couples unidirectionnels .

4.5 Modèle de Chariot-Table:

Le modèle Cart-Table est introduit pour calculer le ZMP résultant d'un mouvement du CoM. Ce modèle est constitué d'une table infiniment grande sans masse et de hauteur c_z , tandis que le pied de la table a une forme de polygone de support. Étant donné un chariot sans frottement de masse m à la position $c = (c_x; c_y; c_z)$ qui se déplace sur la table, nous pouvons calculer le ZMP résultant ; $p^T = (p_x, p_y, p_z)$ dans le pied de support. Veuillez noter que le modèle 3D équivaut à deux tables indépendantes avec deux chariots respectivement dans le plan sagittal xz et frontal yz .

Tout d'abord, calculons le couple τ_x et τ_y autour des axes x et y au niveau du ZMP sur le pied de support [22].

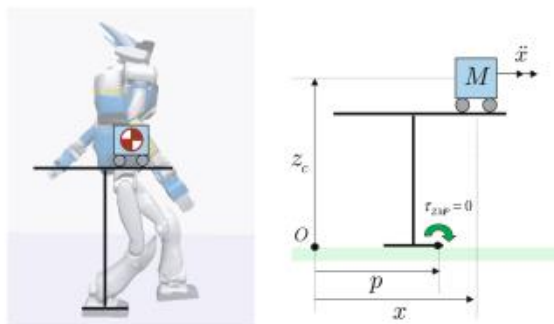


Figure 4.15 : Représentation du modèle chariot-table et ZMP.

Le modèle chariot-table et 3D-LIPM sont les modèles simplifiés les plus utilisés dans le contrôle de l'équilibre.

Néanmoins, d'autres chercheurs utilisent des modèles multi-corps, où des connaissances précises sur la dynamique de chaque corps du robot sont utilisées.

Le ZMP devrait être la sortie du système si nous voulions le contrôler

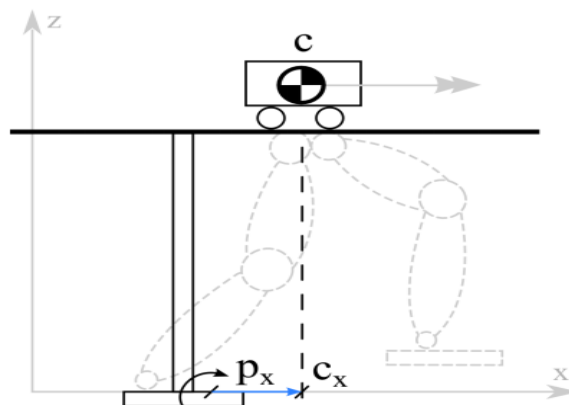


Figure 4. 16 : Le modèle chariot-table

$$\tau_y = -mg(c_x - p_x) + m\ddot{x}z_c \quad (4.63)$$

$$\tau_x = -mg(c_y - p_y) + m\ddot{y}z_c \quad (4.64)$$

Notez la similitude avec les équations (4.33a) et (4.33b) en supposant que la base du pendule est situé au point p . Si nous utilisons maintenant la propriété du ZMP selon laquelle le couple autour des axes x et y est nul, on peut résoudre la position ZMP p :

$$p_x = c_x - \frac{z_c}{g} \ddot{x} \quad (4.65)$$

$$p_y = c_y - \frac{z_c}{g} \ddot{y} \quad (4.66)$$

4.6 Conclusion

Le robot humanoïde est un système mécanique polyarticulé mobile. Son comportement dynamique est non linéaire et ses corps ou articulations peuvent présenter des élasticités. Cependant, les algorithmes de modélisation qui ont été développés pour les robots manipulateurs de structure arborescente sont adaptés pour décrire le comportement physique du robot humanoïde. Sa principale caractéristique est d'avoir des contraintes unilatérales intermittentes avec son environnement. Il peut donc chuter lors de son déplacement. La génération de ses mouvements de marche, voire de course, la définition de commande bas niveau ou haut niveau fondées sur la modélisation doivent prendre en compte cette propriété de contact avec le sol et l'environnement. L'humanoïde peut devenir ainsi un robot collaboratif sûr et efficace pour l'humain dans le milieu industriel ou pour les services d'aide à la personne.

CHAPITRE :05

Analyse de Stabilité

Chapitre 05 : Analyse de Stabilité.

5.1 Introduction

Dans le cas des êtres humains, des perturbations inattendues peuvent survenir en raison d'interactions intentionnelles ou accidentelles. Dans cette situation, le robot est soumis à une force extérieure et le robot doit le contrer pour retrouver son état d'équilibre et éviter une chute. Une situation plus complexe survient lorsque le robot porte un objet ou collabore avec un humain. Un poids inconnu doit alors être considéré et le modèle du système est complètement différent, prenant l'objet comme partie de son corps. Chacune de ces situations conduit à l'utilisation d'un modèle particulier du robot, qui prend en compte les différentes exigences du milieu environnant, la répartition mécanique du robot lui-même...etc. [25]

La structure mécanique complexe, le nombre élevé de degrés de liberté et les exigences de contrôle des robots humanoïdes ont conduit à la recherche de modèles simplifiés permettant le déploiement de plusieurs tâches. Cependant, l'utilisation de ces modèles conduit à amplifier les inexactitudes inhérentes au système de robot humanoïde. Le concept de «modèle simplifié» implique l'hypothèse d'erreurs pour favoriser d'autres aspects tels que la vitesse de calcul, la contrôlabilité, etc.

Le modèle le plus simple d'un robot humanoïde utilisé dans le contrôle de l'équilibre est le pendule inversé. En raison de sa simplicité, il est facile de dire que de nombreuses inexactitudes sont introduites et que les fonctionnalités du système sont omises. Par exemple, l'emplacement à tout moment du CoM dépend de la posture du robot et peut coïncider avec l'emplacement représenté par un modèle de pendule avec une configuration spécifique et fixe. De nombreuses améliorations et de nouveaux modèles ont été développés afin d'ajouter plus d'informations sur le corps du robot ou pour remédier au manque d'informations, comme dans [23,24]. De plus, ces nouveaux modèles peuvent représenter des comportements spéciaux ou modéliser des tâches spéciales [25,26].

5.2 Principaux indicateurs de stabilité

Pour permettre la commande des robots humanoïdes et éviter leurs chutes il est nécessaire de pouvoir estimer la stabilité a priori des robots humanoïdes. De nombreux indicateurs de stabilité ont été créés afin de mesurer cette stabilité et pouvoir prévoir si le

robotique de chuter. Il y en a trois qui sont utilisés dans de nombreuses publications:

- Centre de masse (CoM)
- Zéro Moment Point (ZMP)
- Foot Rotation Indicator (FRI)

L'utilisation de ces critères permet de générer des lois de commande stable mais le mouvement généré peut être fortement conditionné par le critère utilisé. La stabilité de la démarche humanoïde peut être évaluée en mesurant la distance relative entre des points spécifiques au sol. [27]

5.2.1 Centre de Masse CoM :

Le centre de masse est la somme pondérée des centres de masse de chaque segment du robot. La formule mathématique pour déterminer le CoM est la suivante :

$$CoM = \frac{\sum_{i=1}^n m_i p_i}{M} \quad (5.1)$$

Où CoM est la position du centre de masse, m_i est la masse du $i^{ème}$ segment du robot, p_i est la position du centre de masse du $i^{ème}$ segment du robot et M est la masse totale du robot.

La projection du centre de masse sur le sol est un critère de stabilité statique. Si la projection du CoM est dans le polygone de support, pendant que le robot est immobile, alors le robot est stable (voir Figure 5.1). Si, au contraire le CoM est hors du polygone de sustentation, pendant que le robot ne bouge pas, alors il bascule et chute en changeant ainsi la forme du polygone de sustentation. Le CoM est aussi utilisé dans le calcul de la stabilité dynamique.

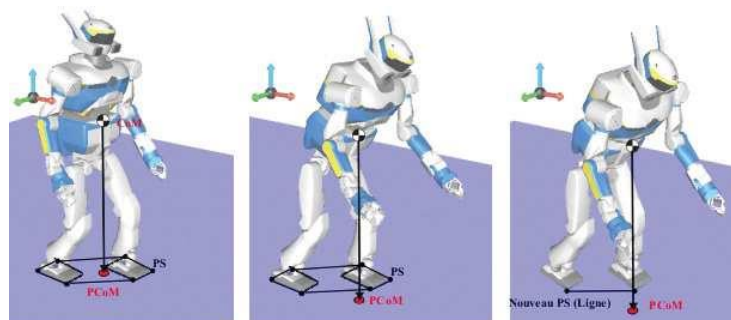


Figure 5.1 : Projection du Centre de masse (CoM) par rapport au polygone de sustentation

5.2.2 Point zéro moment ZMP:

Le zéro moment point (ZMP) est le point du sol où la résultante de la réaction du sol produit un moment nul suivant les axes x et y . Le ZMP est un critère d'équilibre

dynamique des robots bipèdes. Il a été largement utilisé dans la commande de l'équilibre des robots bipèdes: la tâche principale de la commande est de maintenir le ZMP à l'intérieur du polygone de sustentation pour empêcher le pied de basculer.[28]

Dans [28], pour faciliter l'analyse, la partie du mécanisme au-dessus de la cheville du pied d'appui (point A) peut être négligée et son influence peut être remplacée par la force F_A et le moment M_A (voir figure 5.2). Le poids du pied lui-même agit en son centre de gravité (point G). Le pied subit également la force de réaction du sol au point P.

En général, la réaction totale du sol est constituée de la force $R (R_x, R_y, R_z)$ et du moment $M (M_x, M_y, M_z)$. La condition nécessaire et suffisante en équilibre dynamique est que pour le point P sur la semelle, $M_x = 0$ et $M_y = 0$. Puisque les deux composantes pertinentes pour la réalisation de l'équilibre dynamique sont nulles, le point P est le point zéro moment. Les équations d'équilibre statique du pied d'appui sont les suivantes :

$$\begin{cases} R + F_A + m_s g = 0 \\ \overrightarrow{OP} \times R + \overrightarrow{OG} \times m_s g + M_A + M_z + \overrightarrow{OA} \times F_A = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

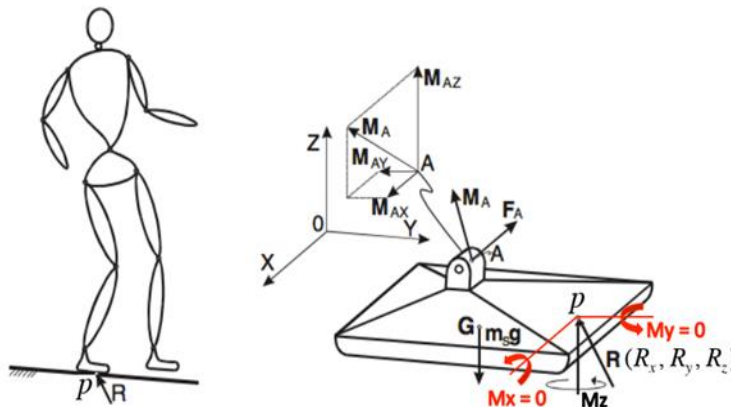


Figure 5.2 : Point zéro moment.

Si l'on considère la dynamique à corps complet, l'équation du ZMP prend la forme :

$$\left(\sum_{i=1}^n (p_i - p_{zmp}) \times m_i a_i + \sum_{i=1}^n \frac{d(I_i \omega_i)}{dt} \right)_{horizontal} = \left(\sum_{i=1}^n (p_i - p_{zmp}) \times m_i g \right)_{horizontal} \quad (5.3)$$

Avec

- $p_i = [x_i; y_i; z_i]^T$ Le centre de masse (CoM) du i^{eme} segment.
- $p_{zmp} = [x_{zmp}; y_{zmp}; z_{zmp}]^T$ Position du ZMP.
- $a_i = [\ddot{x}_i; \ddot{y}_i; \ddot{z}_i]^T$ accélération du CoM du i^{eme} segment.
- I_i tenseur d'inertie par rapport au (CoM) du i^{eme} segment.
- ω_i Vitesse angulaire du i^{eme} segment.
- g accélération de gravité.
- n nombre total de corps du robot.

$$x_{zmp} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i(\ddot{z}_i + g)x_i - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{x}_i z_i + \left[\sum_{i=1}^n \frac{d(I_i w_i)}{dt} \right]_Y}{\sum_{i=1}^n m_i(\ddot{z}_i + g)} \quad (5.3)$$

$$y_{zmp} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i(\ddot{z}_i + g)y_i - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{y}_i z_i + \left[\sum_{i=1}^n \frac{d(I_i w_i)}{dt} \right]_X}{\sum_{i=1}^n m_i(\ddot{z}_i + g)}$$

Si le robot est traité comme une masse ponctuelle concentrée dans le CoM, l'équation (5.3) devient

$$\left((p_G - p_{zmp}) \times M_{aG} + L_G \right)_{horizontal} = \left((p_G - p_{zmp}) \times M_g \right)_{horizontal} \quad (5.4)$$

Calculons le produit vectoriel de l'équation (5.4), le ZMP peut être exprimé en fonction de la position, de l'accélération, du net moment autour du CoG

$$x_{zmp} = \frac{M[x_G(\ddot{z}_G + g) - (z_G - z_{zmp})\ddot{x}_G] - L_{Gy}}{M(\ddot{z}_G + g)} \quad (5.5)$$

(5.5)

$$y_{zmp} = \frac{M[y_G(\ddot{z}_G + g) - (z_G - z_{zmp})\ddot{y}_G] - L_{Gx}}{M(\ddot{z}_G + g)}$$

Où :

$p_G = [x_G y_G z_G]^T$: Trajectoire du CoG

M poids total du robot humanoïde

$\ddot{p}_G = [\ddot{x}_G \ddot{y}_G \ddot{z}_G]^T$: accélération du CoG

$\dot{L}_G = [\dot{L}_{Gx} \dot{L}_{Gy} \dot{L}_{Gz}]^T$: Moment angulaire T du robot autour du CoG

$g = [00 -g]^T$: accélération de la gravité.

En bref, le désalignement entre le ZMP cible et le point de réaction du sol est la principale cause de perte d'équilibre. Lorsqu'un robot humanoïde perd son équilibre et risque de tomber, le système de contrôle du ZMP doit fonctionner pour empêcher la chute et permettre de continuer à marcher.



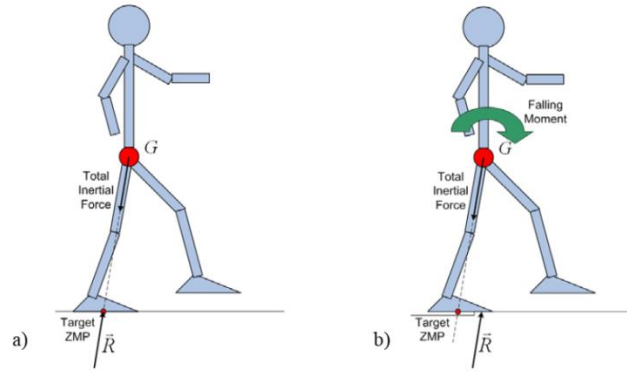


Figure 5.3 : force agissant sur le robot humanoïde a) ZMP mouvement stable
b) mouvement instable

5.2.3 Pivot à Moment Centroidale CMP

La notion de CMP est basée sur une loi fondamentale de la nature selon laquelle le moment cinétique d'un système autour de son *CoM* est conservé en l'absence de couples externes ou de sommation des couples externes jusqu'à zéro. Ceci est exprimé par l'équation (5.3). Inversement, un moment cinétique non constant dû à des forces / couples externes donne lieu à un couple non nul autour de *CoM* et implique par conséquent la tendance du robot à basculer vers l'avant, comme formulé par l'équation (5.4).

$$H_G = k, \dot{H}_G = 0 \quad (5.3)$$

$$\tau_{CoM} = \dot{H}_G \quad (5.4)$$

Ou

\dot{H}_G : Moment angulaire (cinétique) par rapport le centre de masse *CoM*

k Vecteur constant.

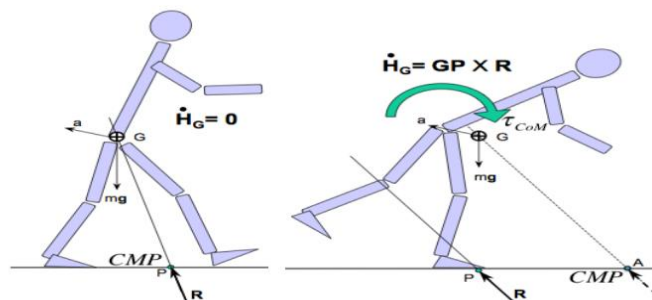


Figure 5.4 Analyse de stabilité basée sur \dot{H}_G .

Le critère de stabilité en rotation du point CMP analyse l'équation du moment du robot (voir figure 5.5) avec le pied supposé être sur une surface d'appui plane. Le couple autour du CoM peut être exprimé comme suit :

En combinant l'équation (5.4) et l'équation (5.5), nous avons

$$\tau_{CoM} = \dot{H}_G = GP \times R \quad (5.5)$$

Où :

τ_{CoM} : couple sur le CoM
 G: position du CoG du robot
 R: résultat GRF
 P: CoP ou R agit

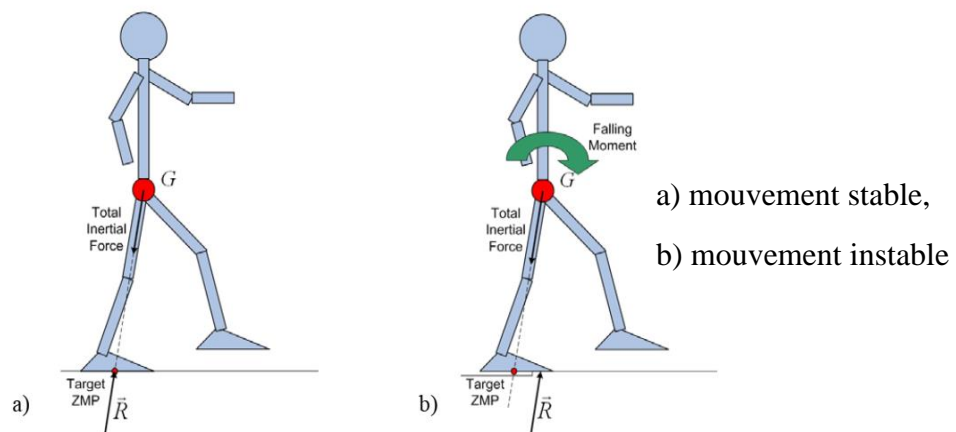


Figure 5.5 Forces agissantes sur le robot humanoïde.

Lorsque le pied du robot touche le sol, il est influencé par la réaction du sol - la force de réaction du sol. Le ZMP du modèle de marche idéale est appelé ZMP cible.

Lorsque le robot maintient un équilibre parfait, le ZMP cible et le point d'application réel de la réaction au sol sont les mêmes (figure 5.3). Lorsque le robot marche sur un sol irrégulier, les axes de la force d'inertie totale traversant le COG (son intersection avec le sol indique le point où le ZMP cible est calculé) et la force de réaction réelle du sol R sont non alignées.

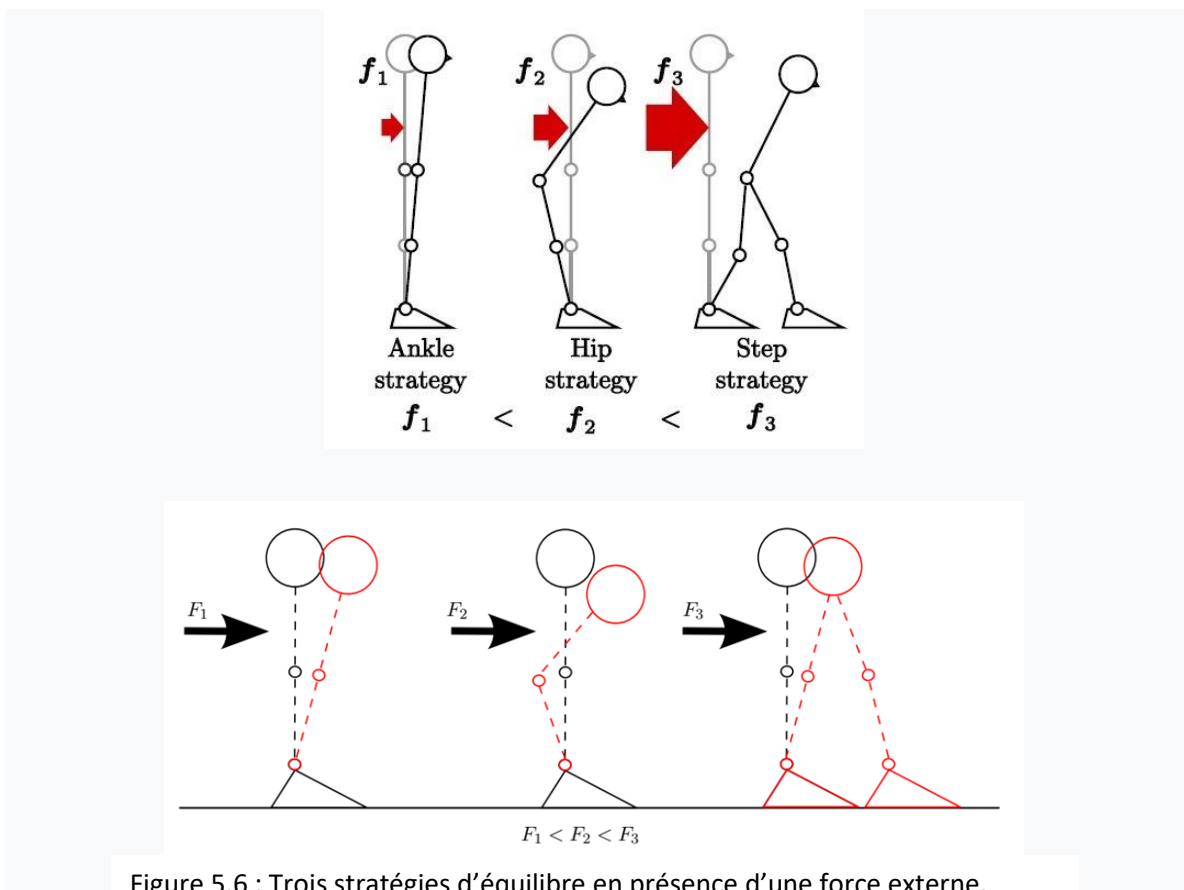
5.3. Analyse de stabilité et récupération de l'équilibre

Lorsque le robot se déplace dans un terrain complexe ou dans un environnement dynamique, différentes sources de perturbations et forces non linéaires existent et doivent être prises en considération. Ce type de contrôle d'équilibrage est utilisé faceaux sources de perturbations imprévisibles qui ne peuvent être évitées.[24]

Les contrôleurs sont déclenchés à l'aide d'un retour sensoriel qui détecte les instabilités. Ensuite, certaine séquence d'actions est effectuée pour améliorer l'équilibre du robot et éviter de tomber. Contrairement à l'équilibre actif, le mode de déclenchement d'événement empêche les contrôleurs de récupération d'occuper la plupart des robots sources de calcul limitées.

Le concept du modèle de support introduit par Hildebrand, est un outil convenable et pratique pour montrer chaque étape d'un cycle de marche. Le polygone de support est défini comme la zone du sol qui crée une surface engendrée par tous les points de contacts entre les pieds et le sol.

Plusieurs notions sont introduites afin de contrôler les forces d'inertie et de vérifier la stabilité dynamique du système.



Il y a eu un gros effort dans la communauté de recherche pour modéliser l'équilibre et la locomotion des robots humanoïdes en utilisant un ensemble simplifié de points de référence. Dans sa thèse de doctorat, soutient que le mouvement horizontal du CoM est la clé pour atteindre l'équilibre, et il existe trois stratégies principales dans lesquelles cela peut être

accompli. Le simple fait de modifier l'emplacement du centre de pression (CoP) changera le terme tangentiel de la force de réaction du sol (GRF) affectant le mouvement CoM. Cette stratégie peut être utilisée pour des perturbations plus petites.

En raison de la contrainte physique sur le CoP de se trouver sous les pieds, une deuxième stratégie est nécessaire, où un GRF tangentiel important est induit par la création d'un moment autour du CoM, ce qui conduit à un nouveau point de référence au sol appelé le pivot du moment centroïde. (CMP) qui prend en compte l'inertie du haut du corps. La stratégie finale concerne les perturbations importantes. La zone autorisée pour la CoP et de même le CMP est augmentée en faisant un pas. [29]

Dans cette section, on présente les différentes stratégies d'équilibre, les plus populaires utilisées parmi les robots humanoïdes, permanentes définies par la communauté de recherche en biomécanique et sont inspirées des humains, car les études sur les actions de rétablissement des humains ont mis en évidence ces trois stratégies comme les plus efficaces.

La recherche biomécanique sur l'équilibre en posture humaine debout décrit les trois différentes stratégies ; à savoir :

1. Stratégie de la cheville / équilibre CoP
2. Stratégie des hanches / Équilibre CMP
3. Stratégie par étapes.

5.3.1 Stratégie de la cheville

Le déplacement du centre de pression (CoP) au sein du pied correspond à la stratégie de la cheville. Les sources de perturbation peuvent exercer des forces non linéaires sur le CoM. Ces forces peuvent déplacer la projection du CoM sur le sol ; (GCoM) en dehors de polygone de support, ce qui rendra le robot statiquement instable. La stratégie de la cheville tente d'empêcher le GCoM de quitter le polygone de support. Elle peut être expliquée comme l'ajout de couples aux articulations de la cheville. [30]

Afin de créer un moment cinétique qui récupère l'équilibre. En augmentant la rigidité des chevilles du robot, les modifications de la position CoP peuvent être gérées pour le maintenir fermement dans la zone du polygone de support. La stratégie de la cheville convient aux petites perturbations car le couple maximal de la cheville est relativement faible. La quantité de récupération obtenue en utilisant cette stratégie peut



varier entre les différents modèles humanoïdes. Les capteurs de forces résistives attachés aux pieds humanoïdes peuvent estimer le couple de récupération nécessaire aux chevilles afin de gérer les changements de CoP.

La figure 5.7 décrit le mécanisme de fonctionnement de la stratégie de la cheville.

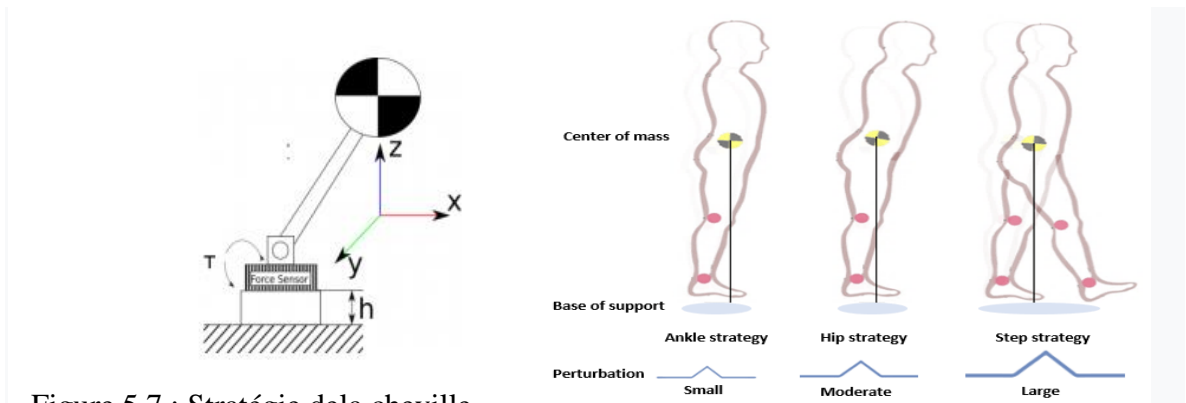


Figure 5.7 : Stratégie de la cheville.

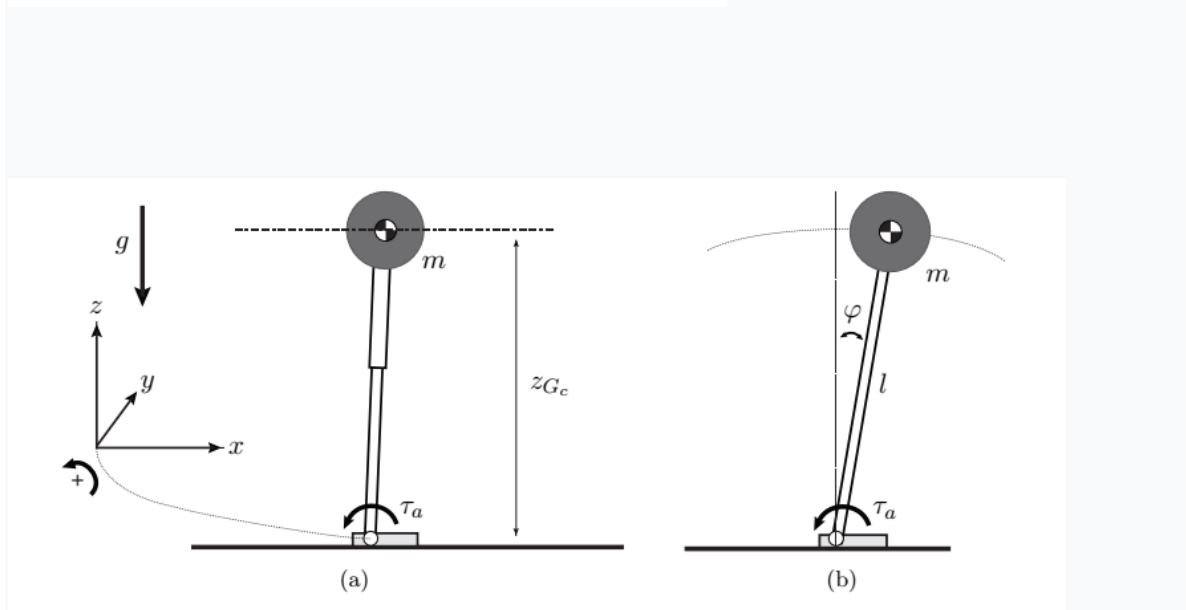


Figure 5.8 : LIPM

La solution analytique du LIPM peut être dérivée de son équation de mouvement pour le modèle dans la section 3-2-1,

$$\ddot{x}_G = w_0^2 x_G - \frac{\tau_a}{m z_{G_c}} \tag{5.6}$$

avec m est la masse totale du robot, τ_a le couple appliqué à la cheville, $\sqrt{\frac{g}{z_c}}$ la fréquence naturelle du pendule, z_c la hauteur constante et g la gravitation constante.

Cette équation différentielle linéaire du second ordre peut être résolue, avec c_1 et c_2 constantes

$$\dot{x}_G(t) = c_1 e^{-w_0 t} + c_2 e^{-w_0 t} + \frac{\tau_a}{mg} \quad (5.7)$$

Les conditions initiales de ce problème peuvent être données par : $x_G(0) = x_{G_0}$ et $\dot{x}_G(0) = \dot{x}_{G_0}$ avec x_{G_0} et \dot{x}_{G_0} la position et la vitesse initiale du CoM. Ceci peut être utilisé pour dériver une solution avec les constantes

$$c_1 = \frac{1}{2} \left(x_{G_0} + \frac{\dot{x}_{G_0}}{w} - \frac{\tau_a}{mg} \right) \quad (5.8)$$

$$c_2 = \frac{1}{2} \left(x_{G_0} - \frac{\dot{x}_{G_0}}{w} - \frac{\tau_a}{mg} \right) \quad (5.9)$$

Substituons ces deux constantes dans l'équation (5.07), on obtient la solution

$$x_G(t) = \frac{1}{2} \left(x_{G_0} + \frac{\dot{x}_{G_0}}{w} - \frac{\tau_a}{mg} \right) e^{w_0 t} + \frac{1}{2} \left(x_{G_0} - \frac{\dot{x}_{G_0}}{w} - \frac{\tau_a}{mg} \right) e^{-w_0 t} + \frac{\tau_a}{mg} \quad (5.10)$$

Commençons d'abord par l'équation du système donnée par

$$\ddot{\mathbf{p}}_G = \omega^2 (\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_Z) \quad (5.11)$$

Ou l'équation reliant entre les vecteur positions du centre de masse et le ZMP, supposé stationnaire ; \mathbf{p}_G et \mathbf{p}_Z .

Etant donnée ω la fréquence constante naturelle du pendule, alors on peut résoudre l'équation différentielle du second ordre comme suit :

$$\mathbf{p}_G(t) = \begin{pmatrix} x_G(t) \\ y_G(t) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{p}_G(t) = \mathbf{p}_Z + e^{\omega t/2} \left[\mathbf{p}_G(0) + \frac{\dot{\mathbf{p}}_G(0)}{\omega} - \mathbf{p}_Z \right] + e^{-\omega t/2} \left[\mathbf{p}_G(0) - \frac{\dot{\mathbf{p}}_G(0)}{\omega} - \mathbf{p}_Z \right] \quad (5.12)$$



Cette fonction est la somme d'un terme stationnaire (stable) \mathbf{p}_Z , un terme convergent factorisé par $e^{-\omega t/2}$ convergent vers zéro lorsque $t \rightarrow \infty$ et un terme instable (divergent) quand $t \rightarrow \infty$, ayant un facteur $e^{\omega t/2}$.

On définit le *point de capture* comme suit :

$$\mathbf{p}_c = \mathbf{p}_G + \frac{\dot{\mathbf{p}}_G}{\omega} \quad (5.13)$$

Le terme divergent dans $\mathbf{p}_G(t)$ est donc, $e^{\omega t/2}[\mathbf{p}_c(0) - \mathbf{p}_Z]$. En particulier, la condition pour que la trajectoire du CoM soit bornée est un ZMP stable égale au *point de capture instantané*:

$$\mathbf{p}_Z = \mathbf{p}_c(0) \Rightarrow \mathbf{p}_G(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \mathbf{p}_c(0) \quad (5.14)$$

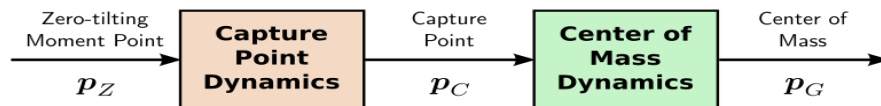
Le point de capture CP est la composante divergente du mouvement de pendule inversé IP. Basculer le ZMP au point de capture empêche la divergence d'une dynamique instable du modèle, mais cela ne permet pas la commande des autres (stable composante).

$$\dot{\mathbf{p}}_G = \omega(\mathbf{p}_c - \mathbf{p}_G) \quad (5.15)$$

Considérons l'équation de mouvement du CoM décomposée en 2 composantes divergente et convergente ;

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_C &= \omega(\mathbf{p}_C - \mathbf{p}_Z) \\ \dot{\mathbf{p}}_G &= \omega(\mathbf{p}_C - \mathbf{p}_G) \end{aligned} \quad (5.16)$$

Le CP s'éloigne (diverge) du ZMP alors que le CoM se rapproche du CP :



Comme la dynamique du CoM converge, le système diverge si et seulement si le CP diverge.

En se basant sur la solution de l'équation différentielle du premier ordre

$$\dot{y}(t) - ay(t) = b(t) \Rightarrow y(t) = e^{A(t)}(y(0) + \int_{\tau=0}^t b(\tau) e^{A(\tau)} d\tau) \quad (5.17)$$

Appliquons la dynamique du point de capture CP, on obtient

$$p_c(t) = e^{\omega t}(p_c(0) - \omega \int_{\tau=0}^t p_z(\tau) e^{\omega \tau} d\tau) \quad (5.18)$$

$$p_c(t) = p_z + e^{\omega t}(p_c(0) - p_z)$$

Pour que ZMP soit stationnaire, il faut que

$$p_c(t) = p_z + e^{\omega t}(p_c(0) - p_z) \quad (5.19)$$

La condition pour que la trajectoire de CP soit bornée (convergente) est

$$p_z = p_c(0) \quad (5.20)$$

5.3.2 Stratégie de la hanche

La stratégie de la hanche implique l'utilisation du tronc pour compenser la force externe intermédiaire. Similaire à la stratégie de la cheville, la stratégie de la hanche vise à réguler les changements de la position CoP et la déplacer vers le centre du polygone de support. Cependant, la stratégie de la hanche dépend des articulations de pelvis et de la hanche au lieu de celles de la cheville. Les articulations du bassin et de la hanche possèdent généralement des couples plus élevés que ceux de la cheville, puisqu'elles sont responsables des mouvements de toute la partie supérieure du robot.[29]

Donc, la stratégie de la hanche est plus adaptée aux perturbations sévères que la stratégie de la cheville ne parvient pas à gérer. Dans les allures dynamiques, la position GCoM peut être en aval par rapport au CoP, ce qui rend le robot instable. La stratégie utilise les articulations de la hanche et celles du bassin pour modifier la position CoM afin que GCoM et CoP deviennent très proches les uns des autres ou identiques.

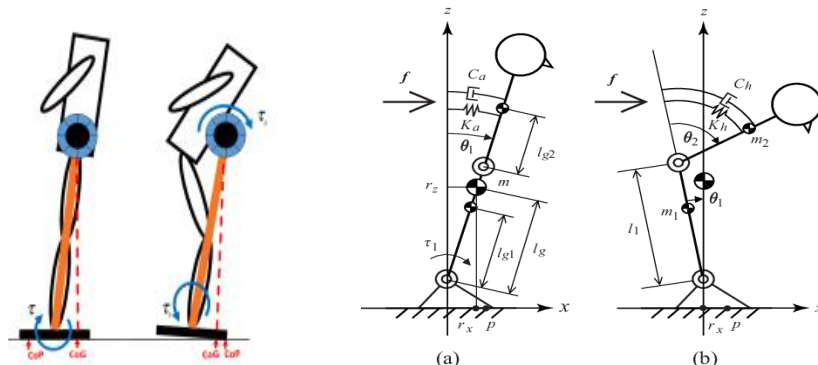


Figure 5.9 : Stratégie de la hanche.

L'algorithme de stratégie hanche-cheville nécessite une accélération angulaire suffisamment grande de la partie supérieure (tronc et bras) du robot, pour pousser le point de capture instantanée (*CPI*) vers l'arrière dans le polygone de support. Cependant, la rotation du haut du corps doit également être ralentie afin de l'empêcher de dépasser les limites des articulations. Pour les modèles de Fly-Wheel présentés au chapitre 4, la position du CoM du modèle est toujours fixée à l'articulation de la hanche [24].

5.3.3 Stratégie par étapes

L'extension de la base de support au moment de touché au sol des marches correspond à la stratégie de marche. Le pas peut déplacer la base d'appui pour récupérer contre des poussées beaucoup plus importantes. Des modèles simples peuvent prédire le temps et l'emplacement des pas, ainsi que le nombre de pas nécessaires pour retrouver l'équilibre.

La stratégie stepping peut être définie comme action de faire un pas en avant pour éviter une chute suite à une force appliquée de l'extérieur. La stratégie de stepping est utilisée lorsque la perturbation est plus importante que celles de stratégies de la cheville et de la hanche. Une force externe importante peut accélérer le CoM et l'éloigner du polygone de support et conduit à une instabilité. Les êtres humains ont tendance à faire un pas en avant, lorsqu'ils sont soumis à une poussée très importante, pour échapper à la chute.

Dans le cas d'une force appliquée très élevée, le robot peut perdre sa stabilité en utilisant les stratégies de la hanche et de la cheville. Pour récupérer sa stabilité, le robot doit faire un pas en avant afin que la position finale du GCoM soit située dans la zone du polygone de support. Si la position finale du GCoM se trouve en dehors de l'espace de travail cinématique du pied pivotant, le robot devra faire deux pas ou plus pour reprendre son équilibre.

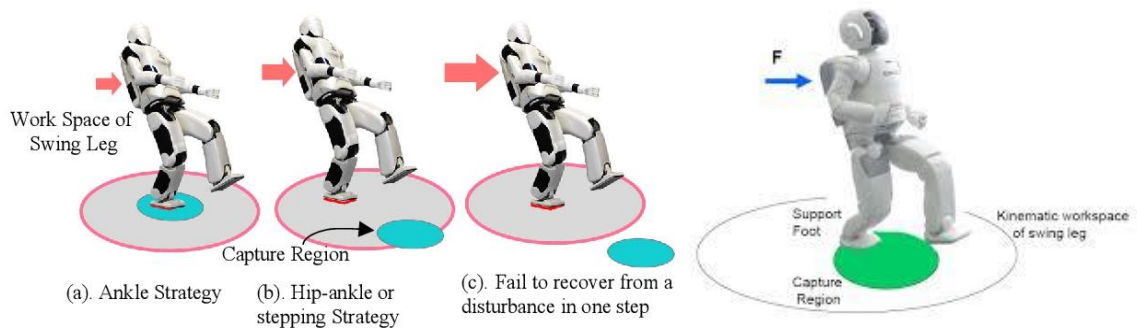


Figure 5.10 : Stratégie par étapes.

Différentes procédures existent quant à la stratégie de stepping telle que :

- maintenir l'équilibre en double support ou
- avancer de plusieurs pas.

Pratt et al. ont présenté le concept d'une approche concernant le point de capture pour la stratégie par étapes (figure 5.10), décrivant quand et où il faut prendre l'étape pour rétablir l'équilibre. Il déduit que si le CP est dans le polygone de support, le robot pouvait retrouver sa stabilité sans faire de pas. Dans le cas contraire, le point de capture peut être déterminé et le robot peut y faire un pas pour atteindre un état stable [21].

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, trois stratégies de l'équilibre ont été abordées. Toutes les stratégies mentionnées sont utilisées pour le rétablissement de l'équilibre en présence de forces provoquant la chute du robot. Ces stratégies consistent en des procédures permettant de déclencher les changements de CoM et de réguler les forces appliquées de l'extérieur afin de satisfaire un critère de stabilité.

La stratégie de la cheville est adaptée aux petites forces ou perturbations, la stratégie du pas est optimisée pour les grandes forces qui ne peuvent pas être gérées par les stratégies de la cheville et de la hanche ; la stratégie de la hanche vient au milieu et elle est utile pour les perturbations de niveau moyen. La stratégie de la cheville peut se résumer à équilibrer la position du CoM, Les stratégies par étapes peuvent être résumées comme le déplacement de la zone d'appui vers la position du CoM. Le concept de point de capture pour la stratégie par étapes est largement utilisé pour retrouver la position et le moment de l'étape. Il est également utile pour déterminer si la perturbation est inévitable ou non.

Les trois stratégies peuvent être combinées dans un seul contrôleur. Lorsqu'une source de distribution effectue le mouvement, le contrôleur peut essayer d'utiliser chacune des stratégies en série, de la moins capable (cheville) à la plus capable (pas), tout en passant à la suivante si le courant est incapable de stabiliser le robot.



CHAPITRE : 06

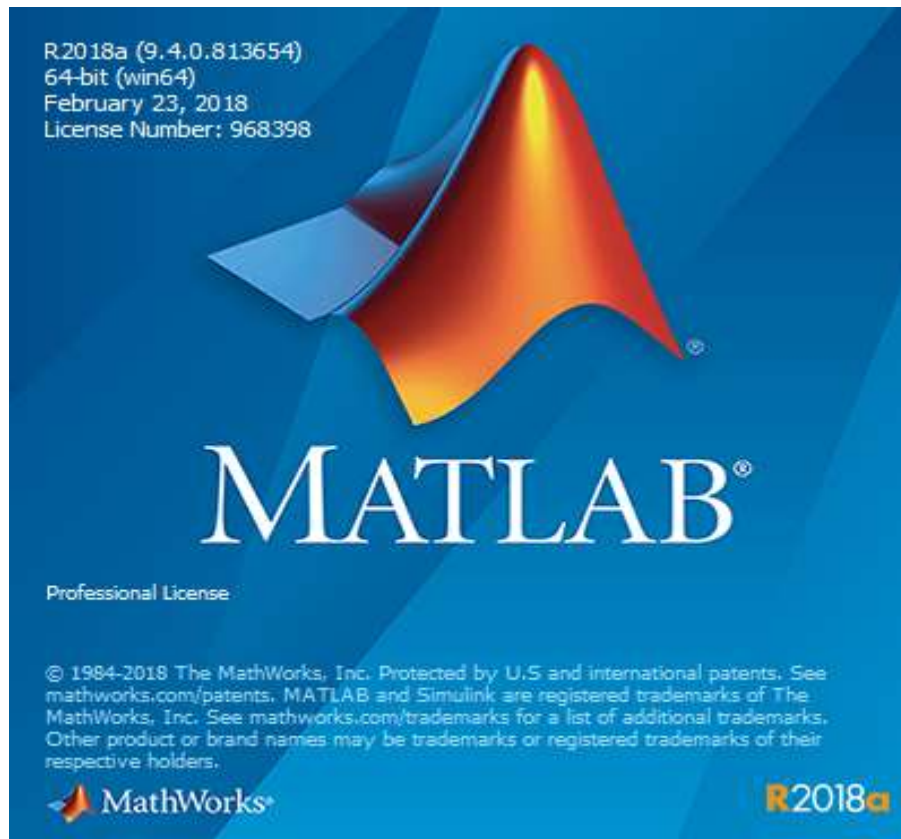
*Simulation et
Conclusion Générale.*



Simulation :

6.1 Objectif :

Génération d'un modèle géométrique directe inverse à l'aide d'un outil de simulation Matlab



Le modèle du robot choisi est constitué de six chaînes cinématiques :

- deux jambes
- deux bras
- tronc
- la tête

Notre étude se limite uniquement à simuler la jambe droite et le bras droit.

Les autres membres sont traités de la même façon avec des petits changements.

6.2 MGD jambe droite

Fonction de définition du modèle géométrique :

Contient un script pour générer les différentes matrices de transformations homogènes entre les articulations adjacentes, en utilisant la boucle for et l'instruction switch ;

T01, T02, T03, T04, T05, T06.

```

clear all
%% Forward Kinematics for Righth Leg %%%
syms L1 L4 L5 % leg lengths
syms q1 q2 q3 q4 q5 q6 % leg angles
gama=[0,0,0,0,0,0];% revolute joints
b=[0,0,0,0,0,0];
alpha=[0,90,-90,0,0,0];% offset angles : constants
d=[-L1,0,0 ,L4,L5,0]; % length segments
Theta=[q1,q2-pi/2,q3-pi/2,q4,q5,q6+pi/2];
r=[0,0,0, 0,0,0];
%% Transformation matrices derivation between joints
for j=1:6
    switch j
        case 1
            T01=[cosd(gama(1,j))*cos(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*sin(Theta(1,j)) -cosd(gama(1,j))*sin(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*cos(Th
            T01=simplify(T01)

        case 2

            T12=[cosd(gama(1,j))*cos(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*sin(Theta(1,j)) -cosd(gama(1,j))*sin(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*cos(Th
            T12=simplify(T12)

        case 3

            T23=[cosd(gama(1,j))*cos(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*sin(Theta(1,j)) -cosd(gama(1,j))*sin(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*cos(Th
            T23=simplify(T23)

```

```

24
25 - T23=[cosd(gama(1,j))*cos(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*sin(Theta(1,j)) -cosd(gama(1,j))*sin(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*cos(Th
26 - T23=simplify(T23)
27 -     case 4
28
29 - T34=[cosd(gama(1,j))*cos(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*sin(Theta(1,j)) -cosd(gama(1,j))*sin(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*cos(Th
30 - T34=simplify(T34)
31 -     case 5
32
33 - T45=[cosd(gama(1,j))*cos(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*sin(Theta(1,j)) -cosd(gama(1,j))*sin(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*cos(Th
34 - T45=simplify(T45)
35 -     case 6
36
37 - T56=[cosd(gama(1,j))*cos(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*sin(Theta(1,j)) -cosd(gama(1,j))*sin(Theta(1,j))-sind(gama(1,j))*cosd(alpha(1,j))*cos(Th
38
39 - T56=simplify(T56)
40 -     end
41 - end
42
43 - T06 = simplify(T01*T12*T23*T34*T45*T56)
..

```

Affichage des résultats :

Cette boite affiche les matrices homogènes pour $T_{i-1, i}$ $i := 1 \dots 6$.

```
T01 =
[ cos(q1), -sin(q1), 0, -L1]
[ sin(q1),      0, 0,  0]
[      0,      0, 1,  0]
[      0,      0, 0,  1]
```

```
T12 =
[ sin(q2), cos(q2), 0, 0]
[      0,      0, -1, 0]
[ -cos(q2), sin(q2), 0, 0]
[      0,      0, 0,  1]
```

```
T23 =
[ sin(q3), cos(q3), 0, 0]
[      0,      0, 1,  0]
[ cos(q3), -sin(q3), 0, 0]
[      0,      0, 0,  1]
```

```
T34 =
[ cos(q4), -sin(q4), 0, L4]
[ sin(q4),      0, 0,  0]
[      0,      0, 1,  0]
[      0,      0, 0,  1]
```

```
T45 =
[ cos(q5), -sin(q5), 0, L5]
[ sin(q5),      0, 0,  0]
[      0,      0, 1,  0]
[      0,      0, 0,  1]
```

```
T56 =
[ -sin(q6), -cos(q6), 0, 0]
[ cos(q6),      0, 0,  0]
[      0,      0, 1,  0]
[      0,      0, 0,  1]
```

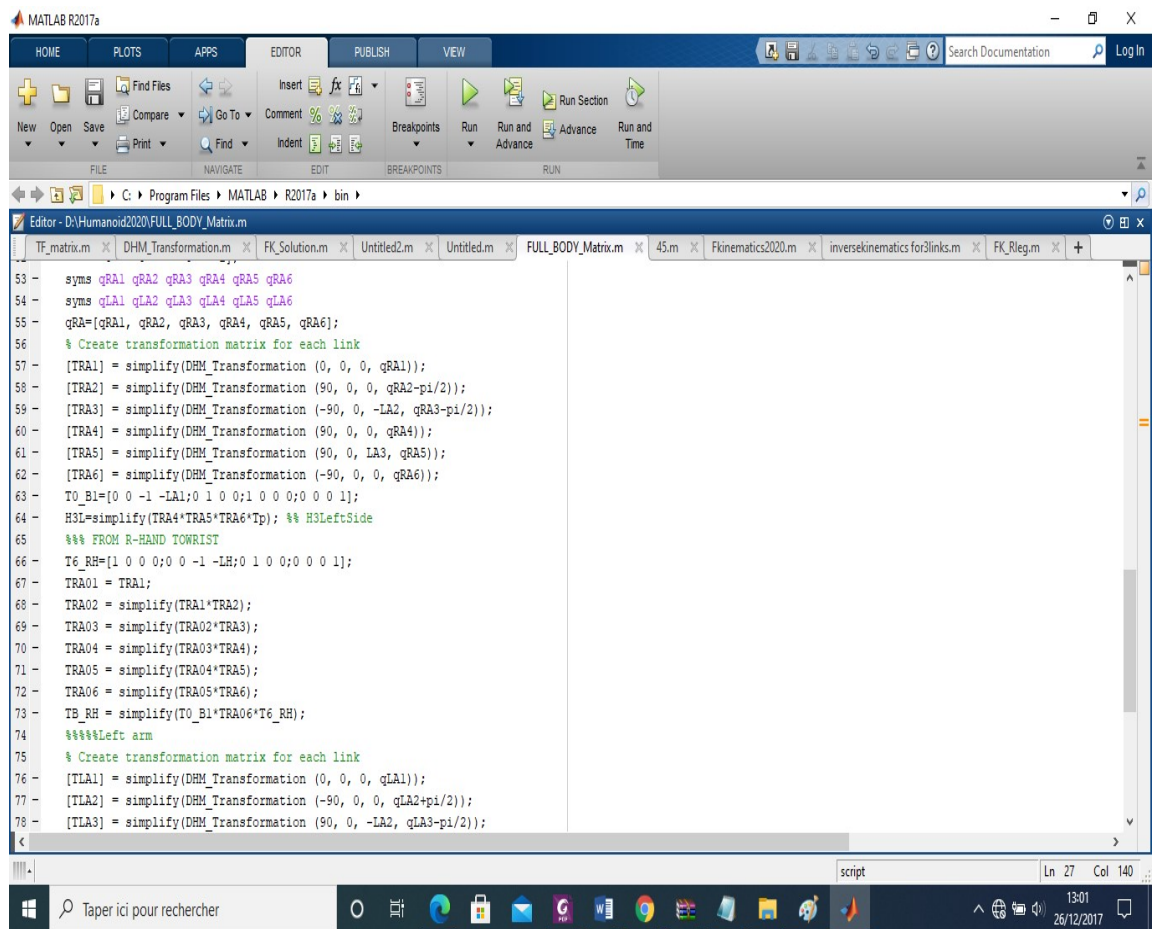
La matrice permettant d'exprimer le repère du pied au repère de base (situé à la hanche)

```
>> T06(:,1),T06(:,2),T06(:,3)
ans =
- S6*(C5*(C4*(C3*S1 + C1*S2*S3) - S4*(S1*S3 - C1*C3*S2)) - S4*S5*(C3*S1 + C1*S2*S3)) - C6*S5*(C4*(C3*S1 + C1*S2*S3) - S4*(S1*S3 - C1*C3*S2))
- S1*S2*S6*(C3*C5*S4 + C4*C5*S3 - S3*S4*S5) - C6*S1*S2*S5*S34
C2*S6*(C3*C5*S4 + C4*C5*S3 - S3*S4*S5) + C2*C6*S5*S34
0
ans =
-C6*(C5*(C4*(C3*S1 + C1*S2*S3) - S4*(S1*S3 - C1*C3*S2)) - S4*S5*(C3*S1 + C1*S2*S3))
-C6*S1*S2*(C3*C5*S4 + C4*C5*S3 - S3*S4*S5)
C2*C6*(C3*C5*S4 + C4*C5*S3 - S3*S4*S5)
0
ans =
C1*C2
C2*S1
S2
0
ans =
L4*(C3*S1 + C1*S2*S3) - L1 + L5*(C4*(C3*S1 + C1*S2*S3) - S4*(S1*S3 - C1*C3*S2))
S1*S2*(L4*S3 + L5*S34)
-C2*(L4*S3 + L5*S34)
1
```

La quatrième colonne de T06 représente les coordonnées de l'origine du repère attaché au pied de la jambe droite, c.à.d, Px, Py,Pz .

6.4 MGD : Bras droit

Cette chaine est dotée de 6 ddl, trois pour l'épaule, deux pour le coude et un pour la main.



```
53 - syms qRA1 qRA2 qRA3 qRA4 qRA5 qRA6
54 - syms qLA1 qLA2 qLA3 qLA4 qLA5 qLA6
55 - qRA=[qRA1, qRA2, qRA3, qRA4, qRA5, qRA6];
56 - % Create transformation matrix for each link
57 - [TRA1] = simplify(DHM_Transformation(0, 0, 0, qRA1));
58 - [TRA2] = simplify(DHM_Transformation(90, 0, 0, qRA2-pi/2));
59 - [TRA3] = simplify(DHM_Transformation(-90, 0, -LA2, qRA3-pi/2));
60 - [TRA4] = simplify(DHM_Transformation(90, 0, 0, qRA4));
61 - [TRA5] = simplify(DHM_Transformation(90, 0, LA3, qRA5));
62 - [TRA6] = simplify(DHM_Transformation(-90, 0, 0, qRA6));
63 - T0_B1=[0 0 -1 -LA1;0 1 0 0;1 0 0 0;0 0 0 1];
64 - H3L=simplify(TRA4*TRA5*TRA6*Tp); %% H3LeftSide
65 - %%% FROM R-HAND TOWRIST
66 - T6_RH=[1 0 0 0;0 0 -1 -LH;0 1 0 0;0 0 0 1];
67 - TRA01 = TRA1;
68 - TRA02 = simplify(TRA1*TRA2);
69 - TRA03 = simplify(TRA02*TRA3);
70 - TRA04 = simplify(TRA03*TRA4);
71 - TRA05 = simplify(TRA04*TRA5);
72 - TRA06 = simplify(TRA05*TRA6);
73 - TB_RH = simplify(T0_B1*TRA06*T6_RH);
74 - %%%Left arm
75 - % Create transformation matrix for each link
76 - [TLA1] = simplify(DHM_Transformation(0, 0, 0, qLA1));
77 - [TLA2] = simplify(DHM_Transformation(-90, 0, 0, qLA2+pi/2));
78 - [TLA3] = simplify(DHM_Transformation(90, 0, -LA2, qLA3-pi/2));
```

Affichage des résultats :

Cette fenêtre contient le résultat du script concernant la génération de différentes matrices de passages entre les articulations adjacentes du bras droit

6.6 Conclusion :

Ce projet est un épisode qui s'inscrit dans l'étude sur les robots humanoïdes qui commença depuis cinq ans auparavant dans notre département de Génie mécanique.

Dans la première partie de ce manuscrit, une étude cinématique 3D (FK) est envisagée pour dériver les poses des outils terminaux associés au robot humanoïde choisi ; à savoir les pieds, les mains et la tête.

Comme le robot est de morphologie symétrique, on a préféré se limiter à un membre inférieur (jambe droite) et un membre supérieur (bras droit). La démarche consiste à suivre l'approche systématique de DHmodifiée pour analyser la position de chaque point du sujet ainsi que l'orientation de tous corps constituant le robot.

Pour la cinématique (IK) deux méthodes analytiques différentes sont adoptées : méthode de Pieper et la méthode d'identification.

Quant à la modélisation dynamique et comme le robot présente une complexité considérable tant au niveau de degrés de liberté qu'au niveau du fort couplage et non linéarité, une approche à base de pendule inversé (LIPM), visant à simplifier et à réduire le modèle réel, est adoptée.

Plusieurs types et modèles LIPM sont présentés en précisant leurs relations avec la stabilité.

Dans ce contexte trois stratégies pour l'analyse sont étudiées :

- La stratégie de la cheville pour maintenir la stabilité contre les efforts faibles,
- la stratégie de la hanche pour les forces extérieures plus élevées et enfin
- la stratégie de stepping dans le cas de perturbations plus puissantes.

Dans la planification de la marche, commencez par la génération de la trajectoire de centre de masse, deuxièmement, obtenez la relation entre COM et ZMP. Troisièmement, assurez-vous que le robot est stable en modifiant la fonction de trajectoire COM basée sur le robot réel.

En simulation, à base de l'environnement MATLAB 2018a, nous avons pu extraire et vérifier les modèles géométriques directe et inverse pour la jambe droite et le bras gauche de DARwIn-OP.

En perspective, nous comptons à étendre l'étude pour la génération de trajectoire du CoM et des pieds de support et de vol, en se basant sur le critère ZMP.

Les Références

Les Références :

- [1] Nicolas Théveniau. Etude et analyse de la période d'acquisition de la marche chez
- [2] l'enfant. Apports des neurosciences cognitives et comportementales. Etude des interactions
- [3] enfant-tenue vestimentaire. Médecine humaine et pathologie. Université de Grenoble, 2013.
- [4] Français. p 14

- [5] These pour l'obtention du grade de Docteur de l'Université de Poitiers Faculté des
- [6] Sciences Fondamentales et Appliquées (Diplôme national - Arrêté du 7 août 2006)

- [7] Mathieu Hobon. Modélisation et optimisation de la marche d'un robot bipède avec genoux anthropomorphiques. Autre. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2012 Français.p52-60.

- [8] Sahab Omran. Génération de trajectoires de marche de robots humanoïdes établies sur les modèles pendulaires bio-inspirés de l'humain. Automatique / Robotique. Université de Nantes, 2013. Français.p 50

- [9] Aymen Ben Soussia. Modélisation tribo-physique de la coupe des composites FRP : Approches numérique et expérimentale. Génie mécanique [physics.class-ph]. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2014. Français.

- [10] Julien Fatoux. Mise en œuvre d'un robot humanoïde et contribution à la génération de marches dynamiques optimales[En ligne]. Thèse Génie mécanique, productive, transport et bio-ingénierie. Poitiers : Université de Poitiers, 2014 ..p 08

- [11] Julien Fatoux. Mise en œuvre d'un robot humanoïde et contribution à la génération de marches dynamiques optimales[En ligne]. Thèse Génie mécanique, productive, transport et bio-ingénierie. Poitiers : Université de Poitiers, 2014. P 19-23 .

- [12] DARWIN-OP HUMANOÏD ROBOT KINEMATICS Robert L. Williams II, Ph.D., williar4@ohio.edu Mechanical Engineering, Ohio University, Athens, Ohio, USA August 12-15, 2012, p 1-4

- [13] Inverse kinematics for a Humanoid Robot : a mix between closed form and geometric solutions Fabrice R. Noreilsfnoreils@gmail.com May 1, 2017.p 2- 4.

- [14] Kinematic Analysis and Control for Darwin Humanoïde Robot By Cui Xin Zhe University of Macau 2014 / 2015 .p 21 – 28 .

- [15] Kinematic Analysis and Control for Darwin Humanoïde Robot By Cui Xin Zhe
- [16] University of Macau 2014 / 2015 .p 30-40 .

- [17] Sahab Omran. Génération de trajectoires de marche de robots humanoïdes établies sur les modèles pendulaires bio-inspirés de l'humain. Automatique / Robotique. Université de Nantes, 2013. Français.

Les Références

- [18] Santiago Martinez. Experimental Robot Model Adjustments Based on
- [19] Force–Torque Sensor Information. University Carlos III, Av de la Universidad, 30,
[20] Madrid 28911, Spain; 17 January 2018.p 03.
- [21] AIST. HRP-2. <http://global.kawada.jp/mechatronics/hrp2.html> since 1998
- [22] The University of Tokyo. UT-Theta. http://www.ynl.t.u-tokyo.ac.jp/research/ut_theta/since2001.
- [23] Vukobratovic, M.; Borovac, B. Zero-moment point—Thirty five years of its life. *Int. J. Humanoid Robot.* 2004, 1, 157–173.
- [24] Pons JL. Rehabilitation exoskeletal robotics. *IEEE Eng Med Biol Magaz* 2010; 29(3): 57–63. DOI: 10.1109/MEMB.2010.936548.
- [25] Open Motion Control Architecture for Humanoid Robots (Paperback) .Dmitry Kaynov (author).07/01/2010.anglais . p 124.
- [26] T. Komura, A. Nagano, H. Leung, and Y. Shinagawa, “Simulating pathological gait using the enhanced linear inverted pendulum model,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 52, pp. 1502–1513, Sept 2005.
- [27] J. Pratt, J. Carff, S. Drakunov, and A. Goswami, “Capture point: A step toward humanoid push recovery,” in 2006 6th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, pp. 200–207, Dec 2006.
- [28] Cabas L, de Torre S, Prieto I, Arbulu M, Balaguer C. 2004. Development of the lightweight human-size humanoid robot RH-0. Paper presented at: 7th International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines (CLAWAR 2004); 2004 Sep. 22–24; Madrid, Spain.
- [29] S. Kajita, F. Kaneiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Yokoi. and H. Hirukawa, Biped walking pattern generation by a simple 3D inverted pendulum model, *Autonomous Robots*, vol 17, n°2, 2003 .
- [30] Geyer H, Seyfarth A and Blickhan R 2006 Compliant leg behavior explains basic dynamics of walking and running *Proc. R. Soc.* B2732861–7 .
- [31] Wilkinson, G. and Rogers, C. (1973). Symbolic description of factorial models for analysis of variance. *J.R. Stat. Soc. Ser. C (Applied Statistics)* 22, 392-399. doi:10.2307/2346786 .

Les Références

Les sites web :

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Johnny_5_\(Short_Circuit\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Johnny_5_(Short_Circuit))

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:HONDA_ASIMO.jpg

<http://www.takanishi.mech.waseda.ac.jp/top/research/wabian/>

<https://atalayar.com/fr/content/les-robots-sadaptent-aussi-au-monde-de-covid-19>

<https://www.hisour.com/fr/zero-moment-point-42919/>

Annex

$$(4) \quad ({}^2_3T)^{-1}({}^1_2T)^{-1}({}^0_1T)^{-1}{}^0T = {}^3_6T$$

$$({}^2_3T)^{-1}({}^1_2T)^{-1}({}^0_1T)^{-1}{}^0T =$$

$$\begin{bmatrix} R_{21}c_1s_3 - R_{31}c_3c_2 - R_{11}s_1s_3 + R_{11}c_1s_2c_3 + R_{21}s_1s_2c_3 \\ R_{21}c_1c_3 - R_{11}s_1c_3 + R_{31}c_2s_3 - R_{11}c_1s_2s_3 - R_{21}s_1s_2s_3 \\ R_{31}s_2 + R_{11}c_1c_2 + R_{21}c_2s_1 \\ 0 \\ R_{22}c_1s_3 - R_{32}c_2c_3 - R_{12}s_1s_3 + R_{12}c_1s_2c_3 + R_{22}s_1s_2c_3 \\ R_{22}c_1c_3 - R_{12}s_1c_3 + R_{32}c_2s_3 - R_{12}c_1s_2s_3 - R_{22}s_1s_2s_3 \\ R_{32}s_2 + R_{12}c_1c_2 + R_{22}c_2s_1 \\ 0 \\ R_{23}c_1s_3 - R_{23}c_2c_3 - R_{13}s_1s_3 + R_{13}c_1s_2c_3 + R_{23}s_1s_2c_3 \\ R_{23}c_1c_3 - R_{13}s_1c_3 + R_{33}c_2s_3 - R_{13}c_1s_2s_3 - R_{23}s_1s_2s_3 \\ R_{33}s_2 + R_{13}c_1c_2 + R_{23}c_2s_1 \\ 0 \\ P_y c_1 s_3 - P_z c_2 c_3 + (L_D - P_x) s_3 s_1 + (P_x - L_D) c_1 c_3 s_2 + P_y s_1 s_2 c_3 \\ P_y c_1 c_3 + P_z c_2 c_3 + (L_D - P_x) c_3 s_1 + (L_D - P_x) c_1 s_3 s_2 + P_y s_1 s_2 s_3 \\ P_z s_2 - L_D c_1 c_2 + P_x c_1 c_2 + P_y c_2 s_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3_6T =$$

$$\begin{bmatrix} -c_{45}s_6 & -c_{45}c_6 & s_{45} & L_4 + L_5c_4 \\ c_6 & -s_{45}c_6 & -c_{45} & L_5s_4 \\ c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$