Université Abbes Laghrour Khenchela
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département GE

M1 Systèmes des Télécommunications
Matière : Antennes
Année Universitaire 2024/2025

Examen Final : Antennes
Durée : 1h30

***Remarque*:**
-Documents et téléphones interdits.
-Les réponses aux questions de cours doivent être portées directement sur le premier feuillet, qui est à rendre avec votre copie.
-Les exercices peuvent être traités dans l'ordre qui vous conviendra, mais ne dispersez pas les réponses d'un même exercice dans la copie.

Nom :

Prénom :

Rappel formulaire :
Conversion des coordonnées cartésiennes vers sphériques :

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\phi & \cos\theta\cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\theta\sin\phi & \cos\theta\sin\phi & \cos\phi \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix}$$

Questions de cours (4 points)

1) Quels sont les avantages d'un réseau d'antennes par rapport à une antenne unique à élément rayonnant?...
....
....
....
....
....

2) Donner les expressions caractéristiques de la distribution du courant dans une antenne dipôle et dans une antenne à onde progressive...
....
....
....
....
....

3) Citer les différentes zones de rayonnement dans l'espace entourant une antenne.........................
....
....
....
....
....

4) Donner le schéma électrique équivalent d'une antenne...
....
....
....
....
....
....
....
....

Université Abbes Laghrour Khenchela
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département GE

M1 Systèmes des Télécommunications
Matière : Antennes
Année Universitaire 2024/2025

Exercice 1 (6 points)

La figure suivante représente trois doublets électriques **A**, **B**, **C** placés dans un repère cartésien.

Le doublet électrique **A,** de longueur infinitésimale *dl*, est parcouru par un courant $I(t) = I_0 e^{j\omega t}$.

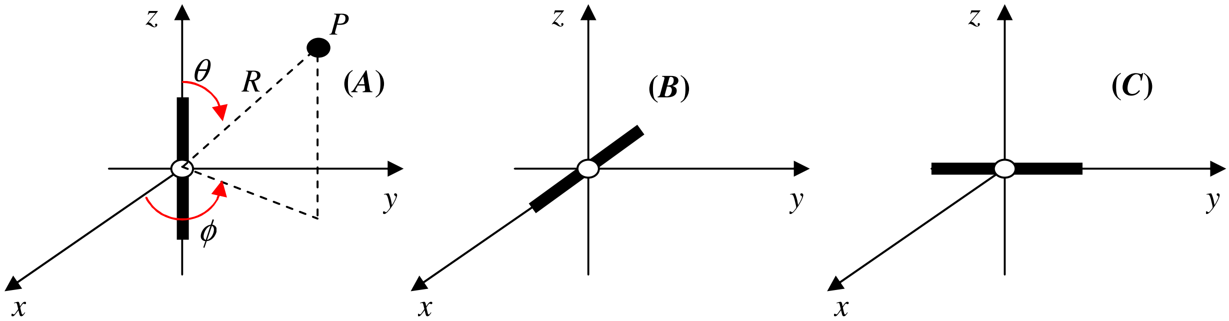
1) Donner l'expression du champ électrique **E** et du champ magnétique **H** rayonnés par le doublet **A** au point **P**.

2) En déduire la fonction caractéristique du doublet **A** dans le cas du champ lointain.

3) Déterminer l'expression de la puissance rayonnée par le doublet **A** dans une direction donnée **R**.

4) Déterminer l'expression de la puissance totale rayonnée dans tout l'espace.

5) Déduire les champs électromagnétiques (**E**, **H**) rayonnés par les doublets **B** et **C**, en prenant en compte leur orientation respective dans le repère cartésien.



Exercice 2 (6 points)

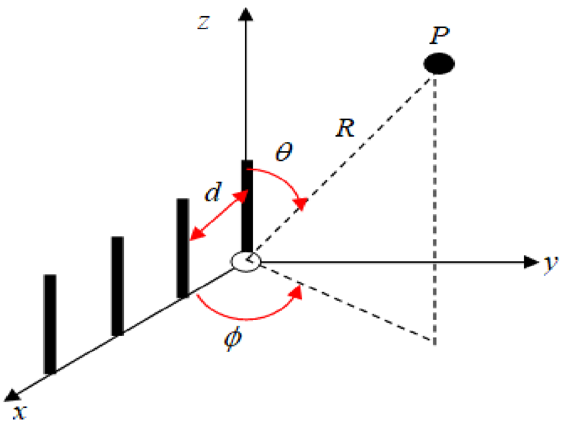
Considérons le schéma ci-contre représentant un réseau d'antennes demi-onde.

1) Déterminer l'expression du champ total rayonné au point *P*, puis en déduire l'expression de la fonction caractéristique du réseau.

2) Quelle serait la nouvelle fonction caractéristique si le réseau était disposé le long de l'axe *y* au lieu de l'axe initial?

3) Tracer le schéma d'un rideau d'antennes constitué de 4×4 antennes demi-onde identiques, régulièrement espacées d'une distance *d* dans le plan (*x*, *y*), avec un espacement égal dans chaque direction : *dx*=*dy*=*d*.

4) Déterminer l'expression du champ total rayonné par l'ensemble des antennes demi-onde constituant ce rideau.



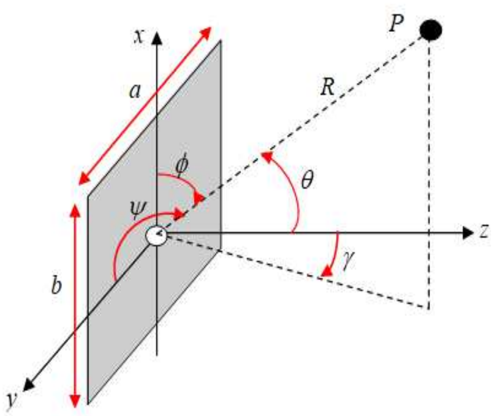
Exercice 3 (4 points)

Soit l'ouverture rayonnante représentée sur la figure ci-contre. On considère une ouverture rectangulaire de dimension *a*×*b*, située dans le plan (*x*, *y*), et dont l'éclairement est donné par :

$$E(x, y) = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right).$$

1) Déterminer l'expression du champ rayonné dans la zone lointaine.

2) En déduire la fonction caractéristique associée à cette ouverture.

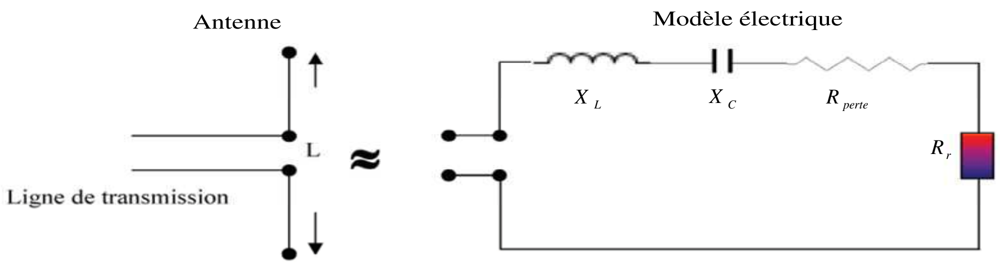


Bon courage

Corrigé type d'Examen Final : Antennes

Questions de cours (4 points)

1) Un réseau d'antennes permet:
   -D'augmenter le gain grâce à la combinaison constructive des champs rayonnés. **1pt**
   -De contrôle précis de la directivité et du diagramme de rayonnement
   -De former des lobes principaux étroits et des lobes secondaires atténués.
   -D'ajuster électroniquement la direction du rayonnement (balayage électronique).
2) Distribution du courant:
   Antenne dipôle : $I(x) = I_0 \sin\big(\beta(L-|x|)\big)$ pour $-L \le x \le L$ **0.5pt**
   où I_0 est l'amplitude maximale du courant, β est le nombre d'onde, et L est la demi-longueur du dipôle.
   Distribution sinusoïdale avec maximum au centre.
   Antenne à onde progressive (sans atténuation): $I(x) = I_0 e^{-j\beta x}$ **0.5pt**
   Courant uniforme en amplitude, phase progressive.
3) Les zones de rayonnement : Zone de Rayleigh (zone proche), Zone de Fresnel (zone intermédiaire), Zone de Fraunhofer (zone lointaine). **1pt**
4) Le schéma électrique d'une antenne :



1pt

Exercice 1 : Doublets électriques (6 points)

1) Champs rayonnés par un dipôle élémentaire *dl*, alimenté par un courant $I = I_0 e^{j\omega t}$, en champ lointain :

Champ magnétique **E**:

$$\vec{E} = \begin{cases} E_r = 0 \\ E_\theta = jZ_0 \dfrac{I_0 dl}{2\lambda R} \sin(\theta) e^{-j\beta R} = jZ_0 \dfrac{I_0 \beta dl}{4\pi R} \sin(\theta) e^{-j\beta R} \\ E_\phi = 0 \end{cases}$$ **0.5pt**

Champ magnétique **H**:

$$\vec{H} = \begin{cases} H_r = 0 \\ H_\theta = 0 \\ H_\phi = \dfrac{E_\theta}{Z_0} = j\dfrac{I_0 dl}{2\lambda R} \sin(\theta) e^{-j\beta R} = j\dfrac{I_0 \beta dl}{4\pi R} \sin(\theta) e^{-j\beta R} \end{cases}$$ **0.5pt**

où $\beta = 2\pi/\lambda$ est le nombre d'onde, λ est la longueur d'onde, R est la distance entre le doublet et le point **P**, et Z_0 impédance du vide.

2) Fonction caractéristique (champ lointain):

Dans la zone lointaine ($R >> \lambda$), la fonction caractéristique est : $F(\theta)=\frac{|E_\theta|}{|E_\theta|_{\max}}=\sin(\theta)$ 0.5pt

3) Puissance rayonnée dans une direction R :

La densité de puissance rayonnée est donnée par le vecteur de Poynting :

$$\vec{\wp}_m=\frac{1}{2}\Re e\{\vec{E}\wedge\vec{H}^*\}=\frac{|E_\theta|^2}{2Z_0}\vec{a}_r=\left(Z_0\frac{I_0 dl}{2\lambda R}\sin(\theta)\right)^2\frac{1}{2Z_0}\vec{a}_r=\left(\frac{I_0 dl}{\lambda R}\sin(\theta)\right)^2\frac{Z_0}{8}\vec{a}_r$$ 0.5pt

4) Puissance totale rayonnée dans tout l'espace :

La puissance totale est obtenue en intégrant $\vec{\wp}_m$ sur une sphère de rayon R: 1pt

$$P_r=\iint_S\vec{\wp}_m\overrightarrow{dS}=\iint_S\left(\frac{I_0 dl}{\lambda R}\sin(\theta)\right)^2\frac{Z_0}{8}R^2\sin(\theta)d\theta d\phi=\left(\frac{I_0 dl}{\lambda}\right)^2\frac{Z_0}{8}\int_{\theta=0}^{\pi}\sin(\theta)^3 d\theta\int_{\phi=0}^{2\pi}d\phi=\left(\frac{I_0 dl}{\lambda}\right)^2\frac{Z_0\pi}{3}$$

5) Champs des doublets **B** et **C** :

Doublet *B* orienté selon *x*: Les champs sont analogues à ceux du doublet A, mais avec θ remplacé par l'angle entre x et R.

$$\cos(\psi)=\vec{a}_\psi.\vec{a}_r=\vec{a}_x.\vec{a}_r=\sin(\theta)\cos(\phi)\Rightarrow\sin(\psi)=\sqrt{1-\sin(\theta)^2\cos(\phi)^2}$$ 0.5pt

Champ électrique E:

$$\vec{E}=\begin{cases}E_r=0\\ E_\theta=jZ_0\frac{I_0 dl}{2\lambda R}\sqrt{1-\sin(\theta)^2\cos(\phi)^2}e^{-j\beta R}=jZ_0\frac{I_0\beta dl}{4\pi R}\sqrt{1-\sin(\theta)^2\cos(\phi)^2}e^{-j\beta R}\\ E_\phi=0\end{cases}$$ 0.5pt

Champ magnétique H:

$$\vec{H}=\begin{cases}H_r=0\\ H_\theta=0\\ H_\phi=\frac{E_\theta}{Z_0}=j\frac{I_0 dl}{2\lambda R}\sqrt{1-\sin(\theta)^2\cos(\phi)^2}e^{-j\beta R}=j\frac{I_0\beta dl}{4\pi R}\sqrt{1-\sin(\theta)^2\cos(\phi)^2}e^{-j\beta R}\end{cases}$$ 0.5pt

Doublet *C* orienté selon *y*: Il suffit de remplacer θ par ψ (l'angle entre y et R).

$$\cos(\psi)=\vec{a}_\psi.\vec{a}_r=\vec{a}_y.\vec{a}_r=\sin(\theta)\sin(\phi)\Rightarrow\sin(\psi)=\sqrt{1-\sin(\theta)^2\sin(\phi)^2}$$ 0.5pt

Champ électrique E:

$$\vec{E}=\begin{cases}E_r=0\\ E_\theta=jZ_0\dfrac{I_0dl}{2\lambda R}\sqrt{1-\sin(\theta)^2\sin(\phi)^2}\,e^{-j\beta R}=jZ_0\dfrac{I_0\beta dl}{4\pi R}\sqrt{1-\sin(\theta)^2\sin(\phi)^2}\,e^{-j\beta R}\\ E_\phi=0\end{cases}$$ 0.5pt

Champ magnétique H:

$$\vec{H}=\begin{cases}H_r=0\\ H_\theta=0\\ H_\phi=\dfrac{E_\theta}{Z_0}=j\dfrac{I_0dl}{2\lambda R}\sqrt{1-\sin(\theta)^2\sin(\phi)^2}\,e^{-j\beta R}=j\dfrac{I_0\beta dl}{4\pi R}\sqrt{1-\sin(\theta)^2\sin(\phi)^2}\,e^{-j\beta R}\end{cases}$$ 0.5pt

---

Exercice 2 : Réseau d'antennes demi-onde (6 points)

1) Champ total et fonction caractéristique :

Pour un réseau linéaire de 4 antennes demi-onde espacées de d sur l'axe *x*, le champ total en un point P est :

$$E_T=E_1+E_2+E_3+E_4=E_1\left(1+e^{jSx}+e^{j2Sx}+e^{j3Sx}\right)$$ 0.5pt

$\left(1+e^{jSx}+e^{j2Sx}+e^{j3Sx}\right)$ c'est une suite géométrique d'ordre 4 et de raison e^{jSx}, avec $S_x=\beta.d.\cos(\psi)=\beta.d.\sin(\theta).\cos(\phi)$ 0.5pt

$$E_T=E_1\frac{\left(1-e^{j4Sx}\right)}{\left(1-e^{jSx}\right)}=E_1\frac{e^{j2Sx}}{e^{jSx/2}}\frac{\left(e^{-j2Sx}-e^{j2Sx}\right)}{\left(e^{-jSx/2}-e^{jSx/2}\right)}=E_1e^{j\frac{3Sx}{2}}\frac{\sin(2S_x)}{\sin\left(\frac{S_x}{2}\right)}$$ 0.5pt

Le champ électrique d'une antenne alimentée au milieu est:

$$E_1=j\frac{60I_0}{R}e^{-j\beta R}\frac{\cos(\beta L\cos(\theta))-\cos(\beta L)}{\sin(\theta)}$$

Si l'antenne est demi-onde et alimentée au extrémité: $\beta L=\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2}=\pi$, donc :

$$E_1=j\frac{60I_0}{R}e^{-j\beta R}\frac{\cos\left(\frac{\beta L}{2}\cos(\theta)\right)-\cos\left(\frac{\beta L}{2}\right)}{\sin(\theta)}=j\frac{60I_0}{R}e^{-j\beta R}\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right)}{\sin(\theta)}$$ 0.5pt

La fonction caractéristique est : $f(\theta,\phi)=f(E_1)\dfrac{\sin(2S_x)}{\sin\left(\frac{S_x}{2}\right)}$

$f(E_1)$ est la fonction caractéristique de l'antenne demi-onde : $f(E_1)=\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right)}{\sin(\theta)}$ 0.5pt

Donc la fonction caractéristique du réseau d'antenne est donnée par la relation suivante :

$$f(\theta,\phi)=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right)}{\sin(\theta)}\frac{\sin(2S_x)}{\sin\left(\frac{S_x}{2}\right)}$$ 0.5pt

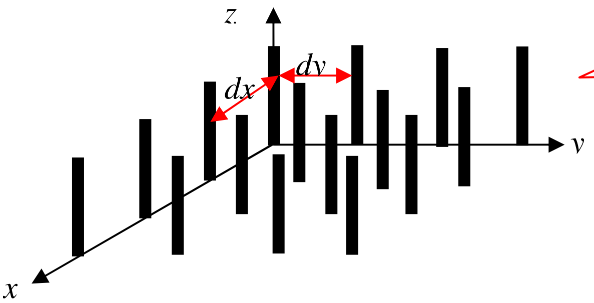
2) Réseau disposé selon l'axe y :

Si le réseau est aligné sur y, il suffit de remplacer S_x par S_y:

$S_y=\beta.d.\cos(\psi)=\beta.d.\sin(\theta).\sin(\phi)$ 0.5pt

3) Schéma d'un rideau d'antennes 4×4 :

Un rideau d'antennes 4×4 est une grille régulière dans le plan (x,y), avec des espacements $dx=d$ et $dy=d$.



0.5pt

4) Champ total du rideau d'antennes

Pour un rideau 4×4, le champ total est :

$$E_T=E_1\left(1+e^{jSx}+e^{j2Sx}+e^{j3Sx}\right)\left(1+e^{jSy}+e^{j2Sy}+e^{j3Sy}\right)$$ 0.5pt

$\left(1+e^{jSx}+e^{j2Sx}+e^{j3Sx}\right)\left(1+e^{jSy}+e^{j2Sy}+e^{j3Sy}\right)$: c'est une suite géométrique à deux termes

0.5pt $S_x=\beta.d.\cos(\psi)=\beta.d.\sin(\theta).\cos(\phi)$, et $S_y=\beta.d.\cos(\psi)=\beta.d.\sin(\theta).\sin(\phi)$ 0.5pt

$$E_T=E_1\frac{\left(1-e^{j4Sx}\right)}{\left(1-e^{jSx}\right)}\frac{\left(1-e^{j4Sy}\right)}{\left(1-e^{jSy}\right)}=E_1\frac{e^{j2Sx}}{e^{jSx/2}}\frac{e^{j2Sy}}{e^{jSy/2}}\frac{\left(e^{-j2Sx}-e^{j2Sx}\right)}{\left(e^{-jSx/2}-e^{jSx/2}\right)}\frac{\left(e^{-j2Sy}-e^{j2Sy}\right)}{\left(e^{-jSy/2}-e^{jSy/2}\right)}$$

$$=E_1e^{j\frac{3Sx}{2}}e^{j\frac{3Sy}{2}}\frac{\sin(2S_x)}{\sin\left(\frac{S_x}{2}\right)}\frac{\sin(2S_y)}{\sin\left(\frac{S_y}{2}\right)}$$ 0.5pt

Exercice 3 : Ouverture rayonnante rectangulaire (4 points)

1) Champ rayonné en zone lointaine

Pour une ouverture rectangulaire de dimensions $a{\times}b$ avec un éclairement non-uniforme $E(x,y)=E_0\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$.

Le champ électrique est donné par :

$$E=\iint_S j\frac{E(x,y)}{\lambda R}e^{-j\beta R}e^{j\beta(x.\cos\phi+y.\cos\psi)}dxdy=j\frac{E_0}{\lambda R}e^{-j\beta R}\iint_S\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)e^{j\beta(x.\cos\phi+y.\cos\psi)}dxdy$$ 1pt

avec $K=j\frac{E_0}{\lambda R}e^{-j\beta R}$ et $\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)=\frac{e^{j\frac{\pi x}{a}}+e^{-j\frac{\pi x}{a}}}{2}$

$$E=\frac{K}{2}\iint_S\left(e^{j\frac{\pi x}{a}}+e^{-j\frac{\pi x}{a}}\right)e^{j\beta(x.\cos\phi+y.\cos\psi)}dxdy=\frac{K}{2}\left[\int_{-a/2}^{a/2}e^{jx\left(\frac{\pi}{a}+\beta\cos\phi\right)}+e^{jx\left(-\frac{\pi}{a}+\beta\cos\phi\right)}dx\right]\int_{-b/2}^{b/2}e^{j\beta y\cos\psi}dy$$

$$=\frac{K}{2}\left[\frac{e^{j\frac{a}{2}\left(\frac{\pi}{a}+\beta\cos\phi\right)}-e^{-j\frac{a}{2}\left(\frac{\pi}{a}+\beta\cos\phi\right)}}{j\left(\frac{\pi}{a}+\beta\cos\phi\right)}+\frac{e^{j\frac{a}{2}\left(-\frac{\pi}{a}+\beta\cos\phi\right)}-e^{-j\frac{a}{2}\left(-\frac{\pi}{a}+\beta\cos\phi\right)}}{j\left(-\frac{\pi}{a}+\beta\cos\phi\right)}\right]\frac{e^{j\frac{b}{2}\beta\cos\psi}-e^{-j\frac{b}{2}\beta\cos\psi}}{j\beta\cos\psi}$$

$$=K\frac{a.b}{2}\left[\frac{\sin\left(\frac{a}{2}\left(\frac{\pi}{a}+\beta\cos\phi\right)\right)}{\frac{a}{2}\left(\frac{\pi}{a}+\beta\cos\phi\right)}+\frac{\sin\left(\frac{a}{2}\left(-\frac{\pi}{a}+\beta\cos\phi\right)\right)}{\frac{a}{2}\left(-\frac{\pi}{a}+\beta\cos\phi\right)}\right]\frac{\sin\left(\frac{b}{2}\beta\cos\psi\right)}{\frac{b}{2}\beta\cos\psi}$$

$$=K\frac{a.b}{2}\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+a.\frac{\pi}{\lambda}\cos\phi\right)}{\frac{\pi}{2}+a.\frac{\pi}{\lambda}\cos\phi}+\frac{\sin\left(-\frac{\pi}{2}+a.\frac{\pi}{\lambda}\cos\phi\right)}{-\frac{\pi}{2}+a.\frac{\pi}{\lambda}\cos\phi}\right]\frac{\sin\left(b\frac{\pi}{\lambda}\cos\psi\right)}{b\frac{\pi}{\lambda}\cos\psi}$$

$$=K\frac{a.b}{2}\left[\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi}{2}+a.\frac{\pi}{\lambda}\cos\phi\right)+\mathrm{sinc}\left(-\frac{\pi}{2}+a.\frac{\pi}{\lambda}\cos\phi\right)\right]\mathrm{sinc}\left(b\frac{\pi}{\lambda}\cos\psi\right)$$ 2pt

2) Fonction caractéristique

$$F(\theta,\gamma)=\left|\frac{E}{E_{\max}}\right|=\frac{1}{2}\left|\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+a.\frac{\pi}{\lambda}\cos\phi\right)}{\frac{\pi}{2}+a.\frac{\pi}{\lambda}\cos\phi}+\frac{\sin\left(-\frac{\pi}{2}+a.\frac{\pi}{\lambda}\cos\phi\right)}{-\frac{\pi}{2}+a.\frac{\pi}{\lambda}\cos\phi}\right|\times\left|\frac{\sin\left(b\frac{\pi}{\lambda}\cos\psi\right)}{b\frac{\pi}{\lambda}\cos\psi}\right|$$

$$=\frac{1}{2}\left|\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi}{2}+a.\frac{\pi}{\lambda}\cos\phi\right)+\mathrm{sinc}\left(-\frac{\pi}{2}+a.\frac{\pi}{\lambda}\cos\phi\right)\right|\times\left|\mathrm{sinc}\left(b\frac{\pi}{\lambda}\cos\psi\right)\right|$$ 1pt

Le chargé de cours : Fouzi DOUAK