



**Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Université Abbas Laghrou de Khenchela
Faculté des Sciences et Technologie
Département des Sciences de la Matière**



N° :

Mémoire de Fin d'Études

Pour l'obtention du diplôme de Master (LMD)

Filière : Physique

Spécialité : Physique des Matériaux

Session : 2020/2021

Intitulé :
Modélisation des transferts de chaleur et de masse
lors de l'évaporation d'un film liquide
entre deux tubes coaxiaux

Réalisé par :

SEKROUF Samira

FARSSI Nassira

Présenté le :

Dirigé par : M. MEROUANI Lazhar

Membres du jury :

M. BOUBAA Dris, Président

M. GUENOUCHE Mourad, Examineur

SOMMAIRE

Nomenclature

Liste des figures

Introduction

Chapitre 1: Analyse bibliographique

1. Introduction.....	9
2.Cas des liquides purs.....	12
3.Cas des mélanges binaires de liquides.....	13
4.Conclusion.....	16

Chapitre 2 : MODELISATION MATHEMATIQUE

1.Introduction.....	16
2.Position du problème.....	17
2.1. Modèle physique.....	17
2.2. Hypothèses simplificatrices.....	18
3. Modèle mathématique.....	19
4. Équations de conservation des débits.....	20
5. Conditions aux limites.....	20
6. Processus de fin d'évaporation.....	22
7. Flux thermique et massique par évaporation.....	24
8. Propriétés thermophysiques des fluides.....	25
8.1. Propriétés de l'air.....	25
8.2. Propriétés de la vapeur d'eau.....	26
8.3. Propriétés du mélange air-vapeur.....	

Chapitre 3: METHODOLOGIE NUMÉRIQUE

1. Introduction.....	30
2. Maillage du domaine.....	30
3. Discrétisation des dérivées partielles.....	32
4. Discrétisation des équations de transfert.....	33
5. Discrétisation des conditions aux limites.....	35
6. Calcul du débit massique des fluides et du flux thermique.....	36
7. Calcul itératif du gradient de pression.....	37
8. Traitement numérique.....	38
9. Algorithme de résolution.....	39
10. Etude de stabilité numérique.....	40

Chapitre 4 : RESULTATS ET ANALYSE

1. Introduction.....	41
2. Distribution des vitesses d'écoulement.....	42
3. Distributions des températures et des concentrations.....	43
4. Simulation paramétrique.....	41
4.1. Influence du nombre de Reynolds.....	46
4.2. Influence du rayon du tube interne.....	47
4.3. Influence du coefficient de convection interne.....	49
4.4. Influence de la densité de flux thermique pariétale interne.....	52
CONCLUSION	55
Références bibliographiques.....	59
ANNEXE : Méthode de Thomas.....	65
RESUME.....	62

NOMENCLATURE

Symbole	Désignation	unité
a	Diffusivité thermique	$m^2.s^{-1}$
c_p	Chaleur spécifique à pression constante	$[J.kg^{-1}.K^{-1}]$
C	Concentration en vapeur du mélange gazeux	[-]
D	Coefficient de diffusion	$[m^2.s^{-1}]$
J_v	Densité de flux massique local	$[kg.m^{-2}.s^{-1}]$
h	Humidité relative	[-]
i, j	Indices de maillage	[-]
k	conductivité thermique	$[W.m^{-1}.K^{-1}]$
g	Accélération de la pesanteur	$[m.s^{-2}]$
G	Gradient de pression	$[Pa.m^{-1}]$
L	Hauteur du canal	[m]
M_a, M_v	Masse molaire du fluide air, eau	$[Kg.mol^{-1}]$
N	Nombre de nœuds suivant y	[-]
P	Pression	[Pa]
q_L	Débit massique de liquide	$[kg.s^{-1}]$
R, R'	Rayon interne, externe	[m]
S	Sources de l'équation de transport	[-]
T	Température	[K]
U	Composante axiale de la vitesse	$[m.s^{-1}]$
V	Composante radiale de la vitesse	$[m.s^{-1}]$
r, z	Coordonnées radiale, axiale	[m]

Symboles grecs

<i>Symbole</i>	<i>Désignation</i>	<i>Unité</i>
μ	Viscosité dynamique	$[\text{Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}]$
ν	Viscosité cinématique	$[\text{m}^2.\text{s}^{-1}]$
Γ	Coefficient de diffusion	$[\text{m}^2.\text{s}^{-1}]$
ρ	Masse volumique	$[\text{Kg.m}^{-3}]$
Δr	Pas d'espace radial	[m]
Δz	Pas d'espace axial	[m]

Indices

Indice	Abréviation
a	Air
L	Liquide
M	Moyenne sur une section z
V	Vapeur d'eau
W	A la paroi
0	Entrée

LISTE DES FIGURES

- Fig. 2.1. Schéma du modèle physique
- Fig. 3.1. Maillage du système
- Fig. 4.1. Profils de vitesse du fluide air-vapeur d'eau à diverses sections z
- Fig. 4.2. Profils de température du fluide air-vapeur d'eau à diverses sections z
- Fig. 4.3. Profils de concentration en vapeur à diverses sections z
- Figure 4.4. Influence du nombre de Reynolds sur l'évolution du débit liquide
- Figure 4.5. Influence du nombre de Reynolds sur l'évolution du flux de chaleur
- Figure 4.6. Influence du rayon interne R sur l'évolution du débit liquide
- Figure 4.7. Influence du rayon interne sur l'évolution du flux de chaleur
- Figure 4.8. Influence du coefficient de convection sur l'évolution du débit liquide
- Figure 4.9. Influence du coefficient de convection sur l'évolution du flux thermique
- Figure 4.10. Influence du coefficient de convection sur l'évolution de la
température de paroi
- Figure 4.11. Influence de la densité de flux interne sur l'évolution du débit liquide
- Figure 4.12. Influence de la densité de flux sur l'évolution du flux de chaleur
- Figure 4.13. Influence de la densité de flux sur l'évolution de la température de
paroi interne

INTRODUCTION

L'évaporation d'un film liquide ruisselant sur une paroi chauffée se produit dans diverses applications industrielles telles que les systèmes de séchage, de distillation, de dessalement, la concentration des effluents, les évaporateurs des systèmes de climatisation et des machines frigorifiques. Compte tenu de son importance pratique, le phénomène d'évaporation d'un film liquide ruisselant sur une paroi solide en présence d'un écoulement gazeux par convection laminaire ou turbulente a fait l'objet de nombreux travaux numériques et expérimentaux en vue de déterminer les évolutions de flux de chaleur et de masse entre les fluides en écoulement.

Dans ce travail, on se propose de mener une analyse par simulation numérique de ce phénomène d'évaporation de film liquide en géométrie cylindrique. Le mémoire comporte quatre chapitres et deux annexes structurés comme suit :

Le premier chapitre consiste en une synthèse bibliographique des études théoriques et expérimentales antérieures concernant l'évaporation convective d'un film liquide ruisselant sur des parois de différentes configurations géométriques en considérant le cas des liquides purs et ceux des mélanges liquides binaires. Dans ce dernier cas, les termes de diffusion massique dans le mélange liquide et de diffusion enthalpique dans le mélange gazeux peuvent être négligés ou pris en compte selon les auteurs.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation physique et mathématique du problème étudié concernant l'évaporation en convection forcée laminaire d'un film liquide en contact avec un mélange gazeux en écoulement dans l'espace annulaire compris entre deux cylindres coaxiaux verticaux. On présente la formulation du problème, les hypothèses simplificatrices adoptées, le référentiel cylindrique adapté au problème, les équations de transfert dans le mélange gazeux, les conditions aux limites qui leur sont associées, ainsi que les variations des propriétés thermophysiques du mélange air-vapeur d'eau en fonction de la température.

Dans le troisième chapitre, on présente la description détaillée des procédures numériques utilisées, la discrétisation des dérivées partielles par la méthode des différences finies ainsi que la méthodologie de résolution des équations de conservation pour la modélisation du phénomène d'évaporation. Les systèmes d'équations algébriques obtenues après

discrétisation sont à matrice tridiagonale sont alors résolus en utilisant l'algorithme de Thomas. Le gradient de pression est déterminé selon une procédure utilisant la méthode itérative de la sécante. La description de l'algorithme du déroulement de la méthodologie de résolution numérique du problème est ensuite présentée.

Le quatrième chapitre est consacré à la présentation des résultats numériques obtenus par simulation numérique, à savoir les distributions de vitesse, température, fraction massique de vapeur d'eau dans le cas de la paroi interne isotherme. Une analyse paramétrique est ensuite effectuée concernant l'influence de la vitesse d'entrée de l'air humide, des dimensions du tube interne, de la densité de flux de chaleur imposée à la paroi interne et du coefficient de convection interne sur les variations axiales du débit liquide et du flux thermique pariétal.

Enfin, l'annexe présentée à la fin du mémoire concerne l'algorithme de Thomas de résolution des systèmes d'équations algébriques à matrice tridiagonale pour la détermination des distributions de vitesse, température et fraction massique de vapeur.

CHAPITRE 1

ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE

1-Introduction

Ce chapitre est consacré à une synthèse bibliographique succincte concernant le processus d'évaporation d'un film liquide dans diverses configurations géométriques (plaques planes, tubes cylindriques,...) dans différentes conditions opératoires [1]. Ce phénomène est d'un grand intérêt pratique en particulier dans les moteurs à combustion lors de l'injection de carburant, la concentration des effluents, les processus de dessalement, les évaporateurs des machines frigorifiques, etc. Par ailleurs, l'évaporation de films d'eau liquide dans des flux d'air est aussi utilisée dans différentes applications d'énergie solaire comme le séchage, la distillation et le dessalement. La bonne compréhension de l'hydrodynamique et de l'échange de chaleur dans le film liquide et le flux de gaz, avec transfert de chaleur et de masse interfaciale, peut être appliquée à l'amélioration des performances des systèmes d'évaporation.

Un grand nombre d'études théoriques, expérimentales et numériques ont été menées et présentées dans la littérature scientifique. Toutefois, la majorité des travaux effectués concernent les films liquides sur une plaque plane horizontale ou verticale et sur la paroi intérieure d'un tube cylindrique horizontal ou vertical. Dans ce travail, on se propose de procéder à une analyse par simulation numérique du phénomène d'évaporation de film liquide en contact avec un écoulement gazeux par convection forcée laminaire dans l'espace annulaire compris entre deux cylindres coaxiaux verticaux.

Dans la pratique industrielle, les surfaces d'échanges entre la paroi solide, le film liquide et l'écoulement gazeux sont souvent très complexes et rendent difficile l'analyse théorique du phénomène d'évaporation. Des phénomènes divers peuvent apparaître tels que les vagues sur la surface du film ou l'arrachement de gouttelettes liquides qui compliquent encore l'analyse [2].

La plupart des études théoriques et expérimentales relatives aux transferts dans les écoulements diphasiques ont pour finalité la détermination des profils spatio-temporels des températures, vitesses et fractions massiques des constituants présents dans la phase vapeur et des coefficients de chaleur et de masse que permettent d'optimiser les échanges thermiques et massiques.

On rapporte ci-dessous un aperçu sommaire des études les plus récentes sur l'évaporation d'un film liquide selon deux cas : les liquides purs et les mélanges liquides binaires.

2. Cas des liquides purs

Dans l'étude numérique menée par Mezaache et al. [3], les auteurs examinent les effets des conditions d'entrée sur les processus d'évaporation le long de l'interface gaz-liquide. Le film liquide s'écoule sur une plaque inclinée soumise à différentes conditions thermiques. Les flux de liquide et de gaz sont approchés par deux couches limites laminaires couplées. La solution numérique est obtenue en utilisant une méthode de boîte aux différences finies implicite. Dans cette analyse, un système air-eau est considéré et les effets couplés de l'inclinaison, du débit massique du liquide d'entrée et de la vitesse du gaz sont examinés. Les résultats montrent que, pour un flux thermique imposé ou une température de paroi uniforme, l'effet de l'inclinaison dépend fortement du débit massique du liquide et de la vitesse du gaz. Une augmentation du débit massique de liquide entraîne une amélioration de l'effet de l'inclinaison sur le transfert de chaleur et de masse. L'inclinaison affecte le transfert de chaleur et de masse, en particulier à des vitesses de gaz inférieures. Dans la plage d'angles d'inclinaison de 0 à 10 °, une augmentation de l'inclinaison améliore l'évaporation en augmentant le débit massique de vapeur. L'effet maximal de l'inclinaison est presque atteint à un angle d'inclinaison de 10 °.

En utilisant une méthode de différences finies centrées implicites avec une grille non uniforme, Mezaache et al. [4] étudient numériquement l'évaporation d'un mince film liquide s'écoulant sur une plaque inclinée dans un flux d'air humide forcé. Ils considèrent l'existence de couches limites laminaires bidimensionnelles aux propriétés physiques variables et montrent que le terme de diffusion enthalpique est toujours négligeable, que la plaque soit adiabatique, isotherme ou chauffée par une densité de flux thermique constante. En utilisant dans les équations de transfert de film liquide qui sont unidimensionnelles, partiellement bidimensionnelles et bidimensionnelles, les auteurs montrent en outre les caractéristiques suivantes. Si la plaque est adiabatique, le débit massique du liquide est sans influence sur les transferts et l'interface gaz-liquide se comporte comme une surface isotherme au repos. Dans

ce cas, on peut utiliser un modèle unidimensionnel dans le film quel que soit le débit massique de liquide. Si la paroi est isotherme ou chauffée par un flux thermique constant et lorsque le débit massique de liquide est faible, le modèle unidimensionnel est suffisant. S'il est plus élevé, il faut utiliser le modèle bidimensionnel. Généralement, quelles que soient les conditions thermiques sur la plaque, le transfert de chaleur est dominé par la transition liquide-vapeur.

Une étude numérique détaillée a été réalisée par Yan [5] pour étudier le refroidissement par évaporation d'un film liquide par transfert de chaleur et de masse interfaciale dans des écoulements de canaux par convection mixte turbulente. Les effets du couplage de phase gaz-liquide, des propriétés thermophysiques variables et de la vaporisation du film sont pris en compte dans l'analyse. Le transfert simultané de masse, de quantité de mouvement et de chaleur entre le film liquide et le flux de gaz est étudié numériquement en résolvant ensemble les équations de gouvernance respectives pour le film liquide et le flux de gaz. Dans le flux gazeux, le modèle $k - \epsilon$ turbulent à faible nombre de Reynolds a été utilisé pour simuler l'écoulement turbulent. Les résultats sont présentés pour un système air-eau dans différentes conditions. Une attention particulière est accordée à l'étude du rôle du transport de chaleur latente associé à la vaporisation du film. De plus, le refroidissement du film liquide est plus intense pour le système ayant une température de liquide d'entrée plus élevée, un débit de liquide plus faible ou un débit de gaz à plus grand nombre de Reynolds Re .

Une étude numérique est rapportée par Feddaoui et al. [6] pour étudier le refroidissement par évaporation d'un film liquide ruisselant le long d'un tube vertical. Une procédure itérative est utilisée pour résoudre l'équation de l'impulsion massique, de l'énergie et de la concentration dans l'écoulement. Les résultats numériques pour le système air-eau sont présentés. Les effets des conditions d'écoulement sur le mécanisme de refroidissement du film sont discutés. Les résultats montrent qu'un meilleur refroidissement du film liquide est remarqué pour un système ayant une température de liquide d'entrée plus élevée, un nombre de Reynolds de débit de gaz plus élevé ou un débit de liquide plus faible. De plus, les résultats indiquent que la convection de chaleur par le film d'eau qui s'écoule constitue le mécanisme principal pour l'évacuation de la chaleur de l'interface.

Une étude expérimentale du transfert de chaleur et de masse en convection naturelle et forcée dans un canal vertical à plaques parallèles est présentée par Cherif et al. [7]. Le canal est

conçu pour jouer le rôle d'un évaporateur. Les parois verticales sont formées de deux plaques métalliques ayant une bonne conductivité thermique. Ces deux plaques sont chauffées symétriquement et soumises à un flux thermique constant. Un film mince d'une épaisseur négligeable ruisselle sur la face interne de chaque paroi. Soumis à un flux thermique, ce liquide s'évapore en partie. L'expérimentation consiste à déterminer le flux d'évaporation du film liquide tombant en convection naturelle et forcée. L'exploration du champ thermique (dans le film et en phase gazeuse) permet de donner une description de l'évaporation dans le canal. Les résultats obtenus sont exploités pour étudier l'influence des paramètres de fonctionnement tels que la densité du flux thermique sur la température du film liquide et le flux évaporé pour les deux modes.

Cherif et al. [8] ont présenté une étude expérimentale de l'effet de l'évaporation du film sur la chaleur convective mixte et le transfert de masse dans un canal rectangulaire vertical. Deux parois de canaux parallèles sont mouillées par un film d'eau et chauffées par un flux de chaleur constant, tandis que les autres murs sont secs et isolés thermiquement. La température du film liquide, le débit évaporé, la température du flux d'air ascendant et l'humidité sont mesurés. Une large gamme de vitesse du flux d'air, du flux thermique et du débit du film liquide sont pris en compte. Les cas d'écoulement d'air laminaire et turbulent sont considérés. Les résultats expérimentaux montrent que l'évaporation a lieu sur la majorité de la surface des deux parois et, dans certains cas, le refroidissement par évaporation se produit en particulier pour les faibles flux de chauffage et les grandes vitesses d'air. De plus, une étude numérique est réalisée dans le cas d'un écoulement laminaire et ses résultats sont comparés aux valeurs expérimentales. Ces comparaisons conduisent à un bon accord en ce qui concerne les températures du film liquide et du flux d'air en plus du débit évaporé.

Une étude conduite par Zhang et al. [9] concerne l'analyse numérique du transfert de chaleur et de masse avec évaporation de film par convection mixte laminaire dans un canal rectangulaire tridimensionnel vertical. Les auteurs examinent le résultat de la température d'entrée de l'azote sec, de la température de la paroi mouillée, du nombre de Reynolds et du rapport hauteur / largeur sur le transfert de chaleur et de masse du film d'eau mince le long des parois isothermes. L'écoulement laminaire descendant induit se compose d'azote sec et de vapeur d'eau, qui sont traités comme des gaz parfaits. Les propriétés thermo-physiques ont été reliées au modèle en régime permanent et elliptique en 3-D en vue d'hypothèses de film liquide mince. Les équations gouvernantes de ce modèle sont résolues en implémentant

l'approche des volumes finis. De plus, les champs de pression de vitesse sont reliés par l'algorithme PISO (Pressure Implicit Split Operator). Les résultats, qui comprennent les courbes de vitesse, de température et de concentration, ainsi que les évolutions axiales du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood ont été présentées afin d'étudier les résultats pour les températures d'entrée et de paroi, les nombres de Reynolds et les rapports d'aspect. En outre, les influences des forces de flottabilité sur le développement de la convection thermosolutale combinée sont discutées. Pour le transfert de chaleur latente prédominant, le transfert de masse avec évaporation par film augmente considérablement le transfert de chaleur le long des parois mouillées. Les différentes combinaisons des forces de flottabilité thermiques et solutives opposées entraînent diverses structures d'écoulement et l'inversion d'écoulement se produit lorsque le nombre de Richardson est suffisamment grand.

Une étude numérique a été menée par Terekhov et al. [10] concernant le transfert de chaleur et de masse dans le flux laminaire d'air humide dans un canal plan-parallèle avec des parois adiabatiques à partir de la surface de laquelle l'éthanol est évaporé. L'attention principale est portée à l'étude de l'influence de l'humidité de l'air à l'entrée dans toute la plage de son passage de l'état absolument sec à l'état complètement saturé (de 0 à 100% d'humidité relative) sur l'intensité du transfert de chaleur et de masse et l'efficacité de refroidissement. Il a été établi que l'évaporation de l'éthanol et la condensation de la vapeur se produisent simultanément sur les parois du canal. La relation entre les composants des flux de chaleur et de diffusion sur le mur est déterminée en fonction de l'humidité de l'air initiale. Une augmentation de l'humidité de la vapeur à l'entrée du canal s'accompagne d'une augmentation du gaz température à Néanmoins, même lorsqu'un mélange vapeur-air à l'état de saturation (100%) avec de l'éthanol comme agent d'évaporation est amené à l'entrée de la cellule, l'efficacité d'une telle cellule reste élevée et approximativement égale à la limite théorique d'évaporation de l'eau dans l'air sec.

3. Cas des mélanges binaires de liquides

Agunaoun et al. [11] ont mené une étude numérique du transfert de chaleur et de masse dans une couche mince d'un film liquide binaire s'écoulant sur un plan incliné. Cette analyse repose sur la résolution d'équations de transfert en phase liquide et vapeur en utilisant une méthode implicite de différences finies. Ces équations sont couplées et la diffusion de masse dans le film liquide est prise en compte. Les résultats les plus intéressants sont obtenus en

convection forcée, dans le cas du mélange éthylène glycol-eau. En effet, les résultats obtenus montrent qu'il est possible d'augmenter le taux d'évaporation accumulé lorsque la fraction molaire d'éthylène glycol est inférieure à 40%. De plus, le coefficient de transfert de chaleur diminue généralement lorsque la composition d'éthylène glycol dans le mélange augmente.

Armouzi et al. [12] ont procédé à une analyse de l'évaporation par convection mixte d'un film liquide binaire s'écoulant le long de la paroi externe d'un cylindre vertical. Deux cas ont été considérés : paroi du cylindre imbibée d'un liquide et film liquide s'écoulant le long de cette paroi. Les transferts de chaleur, de masse et de quantité de mouvement dans le film liquide et la phase vapeur sont modélisés par des équations de la convection mixte. La discrétisation des équations a été effectuée par un schéma de différences implicites. Les résultats montrent notamment que l'épaisseur du film ne peut être négligée et que les transferts de chaleur latente sont d'autant plus importants que les composants liquides du film deviennent plus volatils.

L'article présenté par Nasr et al. [13] traite d'une analyse numérique de l'évaporation d'un film liquide binaire. Le film tombe sur une plaque d'un canal vertical sous un canal de convection mixte. La première plaque d'un canal vertical est soumise extérieurement à un flux chauffé uniforme tandis que la seconde est sèche et isotherme. Le mélange liquide se compose d'eau (le composant le plus volatil) et d'éthylène glycol tandis que le mélange gazeux a trois composants: air sec, vapeur d'eau et vapeur d'éthylène-glycol. Les résultats concernent les effets des paramètres d'entrée dans le gaz et dans le film liquide sur les profils de pression interfaciale, de température et de concentration. Les évolutions des flux thermiques et des vitesses d'évaporation d'eau et du mélange ont été analysées. Les résultats obtenus montrent en particulier qu'il est possible d'augmenter le taux d'évaporation accumulé de l'eau et du mélange liquide lorsque la concentration liquide d'entrée en éthylène glycol (le composant le moins volatil) est inférieure à 40%.

Un nouveau modèle de chauffage et d'évaporation d'un film liquide multi-composants, basé sur les solutions analytiques au transfert de chaleur et aux espèces et les équations de diffusion à l'intérieur du film, est suggéré par Sazhin et al. [14]. Des conditions aux limites de type Dirichlet sont utilisées à la paroi et des conditions aux limites de type Robin sont utilisées à la surface du film pour l'équation de transfert de chaleur.

Pour les équations de diffusion des espèces, les conditions aux limites de Neumann sont utilisées au niveau de la paroi et les conditions de Robin sont utilisées à la surface du film. Le

coefficient de transfert de chaleur par convection est supposé constant et le coefficient de transfert de masse par convection est déduit de l'analogie de Chilton-Colburn. Le modèle est validé à l'aide des données expérimentales publiées précédemment pour le chauffage et l'évaporation d'un film composé de mélanges d'isooctane. De plus, il est appliqué à l'analyse du chauffage et de l'évaporation d'un film composé d'un mélange d'heptane et d'hexadécane dans des conditions de type moteur Diesel.

Une analyse numérique de comparaison de deux configurations pour améliorer le transfert de chaleur et de masse par l'évaporation d'un film liquide à deux composants dans un canal vertical sous convection mixte a été menée par Nait Alla [15]. Le mélange liquide ruisselant sur une plaque du canal se compose d'eau et d'éthanol. Deux configurations sont envisagées dans cette étude, la première consiste à appliquer une densité de flux thermique à la paroi mouillée tandis que dans le second cas, la même quantité de chaleur a été utilisée pour préchauffer le mélange liquide à l'entrée. Le modèle résout les équations de gouvernance couplées dans les deux phases avec les conditions aux limites et interfaciales. Les systèmes d'équations obtenus en utilisant une méthode implicite des différences finies sont résolus par l'algorithme de matrice tridiagonale. L'objectif principal de cette étude est de comparer le transfert de chaleur et de masse dans deux configurations étudiées. Le résultat montre que la configuration avec film préchauffé à l'entrée du canal est la meilleure technique pour obtenir une masse évaporée moyenne importante densité de flux.

Un moyen important pour une stratégie de traitement prometteuse consiste à utiliser le système de distillation à effets multiples (MED) pour le traitement des eaux usées salines par simulation numérique. Dans l'article de Bing liu et al. [15], la différence du processus d'écoulement et de transfert de chaleur entre les eaux usées salines et l'eau pure dans l'évaporateur à film tombant a été simulée sur la base du modèle d'écoulement multiphase de volume de fluide (VOF) et de l'algorithme SIMPLE. Les résultats de l'analyse montrent que la température de l'eau pure et des eaux usées salines a atteint 373 K à 226 mm de l'entrée du tuyau d'évaporation. Par rapport à l'eau pure, les eaux usées salines ont une vitesse axiale légèrement inférieure, une température de film liquide plus élevée et un taux d'évaporation plus rapide dans les mêmes conditions. Afin d'améliorer les performances de transfert de chaleur des eaux usées salines dans l'évaporateur à film tombant, une comparaison du diamètre et de la longueur du tube est effectuée. Au même débit de largeur unitaire, l'augmentation du diamètre du tube peut améliorer les performances de transfert de chaleur.

Dans la plage de diamètre de tube de 35 à 50 mm, l'effet de transfert de chaleur est meilleur lorsque le diamètre du tube est de 50 mm. Dans les conditions du même débit circumférentiel moyen et compte tenu de l'économie et de l'efficacité, une longueur de tube de 1 m est considérée comme appropriée.

Sur la base de cette analyse bibliographique, on constate que la majorité des travaux effectués traitent du phénomène de l'évaporation de films liquides purs, ou de mélanges liquides en présence d'un écoulement gazeux. Ce travail peut donc être entrepris pour mener une analyse numérique des transferts de chaleur et de masse lors de l'évaporation d'un film liquide sous l'effet d'un écoulement gazeux air –vapeur d'eau entre deux tubes coaxiaux.

4. Conclusion

L'étude bibliographique a permis de montrer que les phénomènes d'évaporation d'un film liquide pur ou d'un mélange liquide binaire par convection naturelle, mixte ou forcée en présence d'un écoulement gazeux ont été considérés selon diverses méthodes numériques et expérimentales.

Ce travail a pour objectif l'étude par modélisation numérique du problème de l'évaporation par convection forcée d'un film liquide pur ruisselant le long d'une paroi cylindrique dans l'espace annulaire compris entre deux tubes coaxiaux en considérant différents types de conditions aux limites. On se propose de mettre en évidence l'influence des différentes conditions opératoires sur les distributions de vitesse, de température et de concentration au sein du mélange gazeux et de montrer l'effet des différents paramètres sur les transferts de chaleur et de masse associés au phénomène d'évaporation.

CHAPITRE 2

MODELISATION MATHEMATIQUE

1-Introduction

Dans ce chapitre, on va présenter la formulation physique du problème, les hypothèses de travail, et la mise en équations des transferts de chaleur et de masse qui régissent l'évaporation par convection forcée d'un film liquide pur ruisselant par gravité le long d'une paroi cylindrique, en contact avec un écoulement co-courant d'air humide dans l'espace annulaire compris entre deux tubes coaxiaux verticaux.

2. Position du problème

2.1. Modèle physique

Dans cette étude, on considère le système formé de deux tubes cylindriques coaxiaux verticaux de rayons R , R' et de longueur L . La paroi externe du cylindre intérieur est soumise à un ruissellement d'un film liquide d'eau pure ruisselant et d'épaisseur négligeable.

A l'entrée de l'espace annulaire compris entre deux tubes, arrive un mélange constitué de vapeur d'eau et d'air s'écoulant en convection forcée descendante et dont les caractéristiques (vitesse U_0 , température T_0 , concentration en vapeur C_0 , pression P_0) sont supposées uniformes à l'entrée (Figure 1). La paroi du cylindre externe est supposée adiabatique imperméable. La paroi du tube interne peut être soumise à 3 types de conditions aux limites:

- soit type Dirichlet, donc maintenue isotherme à température T_w supérieure à la température T_0 d'entrée du mélange gazeux
- soit de type Fourier, donc soumise à une densité de flux de chaleur constante et uniforme ϕ_w .
- soit de type Neumann, donc échauffée par convection en contact avec un fluide à température T_c en écoulement dans le tube intérieur et conduisant à un coefficient d'échange convectif h_c .

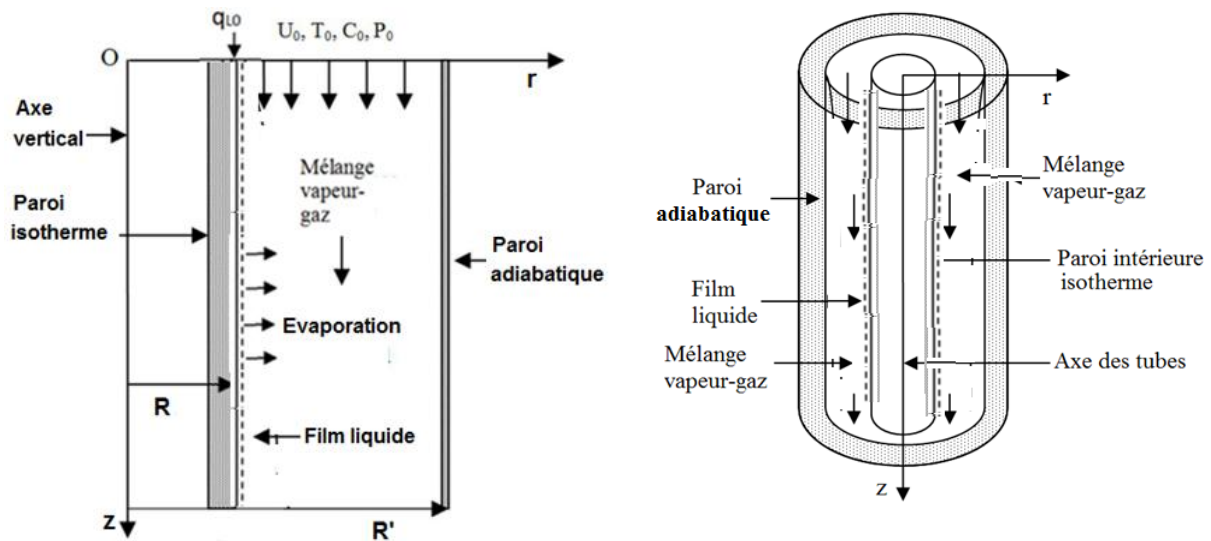


Figure 1. Schéma du modèle physique

Le débit d'entrée du film liquide est q_{L0} et le mélange gazeux est supposé à faible humidité relative h_0 . Sous l'effet simultané des gradients de température et de concentration, le film liquide s'évapore progressivement conduisant à une diminution du débit liquide q_L le long de la paroi. Par ailleurs, comme la paroi du tube extérieur est imperméable et thermiquement isolée, les transferts thermomassiques sont limités à la paroi interne. Dans ce travail, on se propose de mener une étude des processus couplés de transfert de chaleur et de masse et de l'écoulement gazeux entre les deux tubes en vue d'en déduire les variations des principales grandeurs caractéristiques du phénomène:

- profils de vitesse, température et fraction massique de vapeur au sein du mélange gazeux,
- évolution axiale du débit liquide le long de la paroi solide,
- variation du flux de chaleur à la paroi,
- étude de l'effet des principales grandeurs sur l'évolution du processus d'évaporation.

2.2. Hypothèses simplificatrices

Considérons un système de coordonnées cylindriques (Orz) tel que l'origine O soit localisée à l'entrée du tube. L'axe horizontal Or est orienté dans le sens radial, tandis que l'axe vertical Oz est dirigé dans la direction descendante des écoulements de liquide et gazeux (Figure 1).

Dans le cadre de cette étude, les hypothèses simplificatrices suivantes sont adoptées:

- L'épaisseur de film liquide est supposée négligeable, hypothèse valable si le débit du film liquide est relativement faible ($q_L < 5$ g/s)

- En raison de la symétrie cylindrique, les transferts de chaleur et de masse sont bidimensionnels selon les directions r, z .
- les écoulements de fluides s'effectuent en régime permanent laminaire,
- le mélange gazeux est assimilé à un mélange binaire idéal de gaz parfaits (air – vapeur d'eau). La masse volumique ρ du mélange gazeux peut alors être calculée à partir de la loi des gaz parfaits.
- les propriétés thermophysiques (viscosité dynamique μ et conductivité thermique k) des fluides (liquide, mélange gazeux) sont supposées constantes,
- le gradient radial de pression est négligeable, la pression varie uniquement selon l'axe z ,
- les termes de diffusion axiale sont négligeables dans les équations de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion,
- les transferts radiatifs sont négligeables en raison des faibles écarts de température,
- les termes de dissipation visqueuse, les effets Dufour et Soret et la solubilité de l'air dans l'eau liquide sont négligeables.

3. Modèle mathématique

Compte tenu de la géométrie tubulaire du domaine, un système de coordonnées cylindriques (Orz) est adopté, r et z étant respectivement les coordonnées suivant la direction radiale (normale à l'écoulement) et axiale (suivant le sens de l'écoulement). Les hypothèses simplificatrices énoncées ci-dessus permettent d'écrire les équations régissant les transferts de quantité de mouvement, de chaleur et de masse dans le mélange gazeux en écoulement laminaire permanent dans le repère (Orz) sous la forme suivante:

– Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rV)}{\partial r} = 0 \quad (2.1)$$

– Equation de conservation de quantité de mouvement

$$U \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + g - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} \quad (2.2)$$

– Equation de conservation de l'énergie

$$U \frac{\partial T}{\partial z} + V \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + D \frac{(c_{pv} - c_{pa})}{c_p} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial C}{\partial r} \quad (2.3)$$

– Equation de diffusion

$$U \frac{\partial C}{\partial z} + V \frac{\partial C}{\partial r} = \frac{D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) \quad (2.4)$$

Avec :

$$\alpha = k/(\rho C_p) \quad \text{et} \quad \nu = \mu/\rho$$

4. Équations de conservation des débits

–Débit liquide

$$q_L = q_{L0} - q_{\text{evap}} \quad (2.5)$$

$$q_{\text{evap}} = \int_0^z J_v \cdot 2\pi R dz \quad (2.6)$$

q_{evap} est le débit liquide évaporé le long de la paroi.

–Conservation du bilan massique à travers toute section z le long du tube :

$$q_M + q_L = q_0 + q_{L0} \quad (2.7)$$

q_M, q_L, q_0, q_{L0} étant les débits massiques (en $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$)

q_0, q_{L0} = débits massiques du mélange gazeux et du liquide à l'entrée du tube ($z = 0$)

q_M, q_L = débits du mélange gazeux et du liquide à la côte z

J_v = densité de flux massique local (en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) donnée par la loi de Fick :

$$J_v = \frac{-\rho D}{1 - C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_w \quad (2.8)$$

D'où un système de 6 équations à 6 inconnues ($U, V, T, C, dP/dz, q_L$) avec :

U, V = composantes axiale et radiale de la vitesse du mélange gazeux

T = température du mélange gazeux

C = concentration en vapeur du mélange gazeux

dP/dz = gradient axial de pression

ρ, ν, k, c_p, D sont les propriétés thermophysiques du mélange gazeux :

ρ = masse volumique

ν = viscosité cinématique

k = conductivité thermique

c_p = chaleur massique

D = coefficient de diffusion de vapeur dans l'air

Elles sont évaluées à chaque section z aux valeurs moyennes de température et de concentration en vapeur précédemment calculées.

5. Conditions aux limites

Les conditions aux limites aux frontières du système (à l'entrée, et aux parois des tubes) sont définies par les équations suivantes :

- a. A l'entrée du tube $z = 0$, les conditions d'entrée (vitesse, température, pression, concentration en vapeur) sont supposées uniformes :

$$U(r, 0) = U_0, \quad (2.8)$$

$$V(r, 0) = 0, \quad (2.9)$$

$$P(0) = P_0, \quad (2.10)$$

$$T(r, 0) = T_0, \quad (2.11)$$

$$q_0 = \rho_0 U_0 \pi (R'^2 - R^2) \quad (2.12)$$

$$q_L(0) = q_{L0} \quad (2.13)$$

$$C(r, 0) = C_0 \quad (2.14)$$

L'humidité relative h_0 de l'air à l'entrée est donnée par la relation suivante :

$$h_0 = P_{v0}/P_{vs}(T_0) \quad (2.15)$$

$P_{vs}(T_0)$ est la pression partielle de la vapeur saturée à la température T_0

- b. A la paroi du tube intérieur ($r = R$), on a :

Conditions de non glissement et d'évaporation :

$$V(R, z) = \frac{-D}{1 - C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_w \quad (2.16)$$

$$U(R, z) = 0 \quad (2.17)$$

- Condition de saturation à l'interface liquide-vapeur:

$$C(R, z) = C_{\text{sat}}(T_w, P) = \frac{M_v P_{vs}(T_w)}{M_v P_{vs}(T_w) + M_a (P - P_{vs}(T_w))} \quad (2.18)$$

Cette équation exprime qu'à l'interface d'évaporation, on considère la pression partielle de vapeur saturante, pour une humidité relative locale égale à 1. La pression P_{vs} à la température T est déterminée par la relation (2.18), où M_a , M_v désignent les masses molaires de l'air et de la vapeur d'eau. A l'interface liquide-vapeur, la pression partielle de vapeur est égale à la pression de vapeur saturante qui n'est fonction que de la température puisque le liquide est pur.

- Conditions thermiques:

On considère 3 types de conditions aux limites sur la paroi interne :

- soit maintenue isotherme à température T_w

$$T(R, z) = T_w \quad (2.19)$$

- soit soumises à une densité de flux de chaleur uniforme φ_w ,

$$\varphi_0 = -k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_R \quad (2.20)$$

- soit chauffées par convection en contact avec un fluide à température T_e et un coefficient de convection h_e en écoulement dans le tube intérieur.

$$-k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_R = h_e (T_w - T_e) \quad (2.21)$$

T_w = température de paroi

h_e = coefficient de convection fluide-paroi

Pour ces 2 derniers types de conditions aux limites, la température de paroi T_w est variable.

c. A la paroi externe ($r = R'$) :

- Conditions de non glissement :

$$U(R', z) = V(R', z) = 0$$

- Paroi adiabatique imperméable:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{R'} = 0, \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_{R'} = 0 \quad (2.22)$$

6. Processus de fin d'évaporation

Au cours de l'écoulement du film liquide, son débit décroît progressivement sous l'effet de l'évaporation le long de l'axe z . Au bout d'une certaine longueur loin de l'entrée, le liquide disparaît totalement ($q_{Lf} = 0$), conduisant à l'assèchement total des parois.

Le débit du mélange gazeux garde alors une valeur constante :

$$q_{Mf} = q_{M0} + q_{L0} \quad (2.23)$$

Toutefois, les profils de vitesse, de température et de fraction de vapeur continuent à varier le long du tube. Le mélange gazeux continue à s'échauffer et sa température tend progressivement vers celle de la paroi T_w . Au-delà de cette distance, la température et la concentration en vapeur deviennent uniformes et constantes et le profil de vitesse ne varie plus le long du tube. On peut alors en déduire les expressions analytiques du profil de vitesse et du gradient axial de pression correspondant au régime établi en écoulement gazeux laminaire. En effet, l'équation de quantité de mouvement se réduit alors à :

$$\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dU}{dr} \right) = G - \rho g \quad (2.24)$$

Où G est le gradient axial de pression.

Par intégration, on obtient :

$$U(r) = r^2 F / 4 + A \cdot \ln(r) + B \quad \text{avec } F = (G - \rho g) / \mu \quad (2.25)$$

Les constantes d'intégration A et B sont déterminées à partir des conditions aux limites sur les parois intérieure ($r = R$) et extérieure ($r = R'$) :

$$U(R) = U(R') = 0 \quad (2.26)$$

On obtient alors :

$$A = \frac{(R'^2 - R^2)F}{4 \ln(R'/R)} \quad \text{et} \quad B = -R^2 F / 4 - A \cdot \ln(R) \quad (2.27)$$

D'où l'expression finale du profil de vitesse :

$$U(r) = \frac{(r^2 - R^2)F}{4} + A \cdot \ln\left(\frac{r}{R}\right) \quad (2.28)$$

Le gradient de pression est ensuite déterminé à partir du débit q_{MF} comme suit :

$$q_{MF} = \int_R^{R'} \rho U 2\pi r \cdot dr \quad (2.29)$$

L'intégration du profil de vitesses conduit à l'expression suivante :

$$q_{MF} = \rho 2\pi \frac{F}{16} (R'^2 - R^2) \left[-R'^2 - R^2 + \frac{(R'^2 - R^2)}{\ln(R'/R)} \right] \quad (2.30)$$

On en déduit :

$$F = \frac{16q_{MF}}{\rho 2\pi(R'^2 - R^2)} \left[-R'^2 - R^2 + \frac{(R'^2 - R^2)}{\ln(R'/R)} \right]^{-1} \quad (2.31)$$

D'où l'expression du gradient de pression G en régime établi en fonction du débit final gazeux q_{MF} :

$$G = F\mu + \rho g \quad (2.32)$$

7. Flux thermique et massique par évaporation

L'étude des transferts de chaleur et de masse au cours de l'évaporation du film liquide fait intervenir un paramètre adimensionnel appelé nombre de Nusselt. En effet, la densité de flux de chaleur pariétale ϕ est liée au mode de transfert de chaleur latent par évaporation comme suit :

$$\phi = -k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_w = h(T_0 - T_w) \quad (2.33)$$

Le nombre de Nusselt local s'écrit :

$$Nu = \frac{hR}{k} = \frac{R}{T_w - T_0} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_w \quad (2.34)$$

Ainsi que le nombre de Nusselt moyen sur toute la longueur L de la paroi :

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_0^L Nu \cdot dz \quad (2.35)$$

D'autre part, le flux thermique ϕ transmis sur une distance z à travers la paroi s'écrit :

$$\phi = \int_0^z \phi 2\pi R \cdot dz \quad (2.36)$$

En effet, la densité de flux de chaleur pariétale ϕ est liée au mode de transfert de chaleur latent par condensation comme suit :

$$\phi = J_v L_v \quad (2.37)$$

L_v est la chaleur latente de changement de phase liquide-vapeur

Le nombre de Nusselt latent s'écrit :

$$Nu = \frac{J_v L_v R}{k \Delta T} \quad (2.38)$$

Le nombre de Nusselt moyen évalué depuis l'entrée jusqu'à une longueur z de la paroi peut alors être calculé comme suit:

$$Nu_m = \frac{1}{z} \int_0^z Nu \cdot dz \quad (2.39)$$

8. Propriétés thermophysiques des fluides

Dans cette étude, on considère un mélange air-vapeur d'eau en contact avec un film d'eau liquide en évaporation. La modélisation effectuée dans cette étude nécessite la connaissance des principales propriétés thermophysiques de ces fluides en fonction de la température et de la fraction massique de vapeur.

On présente ici les principales propriétés thermophysiques du fluide étudié. Sauf indication contraire, ces propriétés sont généralement exprimées dans les unités suivantes :

- conductivité thermique λ en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$;
- viscosité dynamique μ en $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$;
- masse volumique ρ en kg/m^3 ;
- chaleur massique c_p en $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$;
- coefficient de diffusion moléculaire de la vapeur dans le gaz D_{en} en m^2/s ;
- pression de vapeur saturante P_{vs} en atm.

Ces propriétés ont été calculées soit à partir de relations empiriques ou théoriques, soit par interpolation à partir de valeurs tabulées. Une étude comparative des valeurs obtenues avec les diverses corrélations proposées dans la littérature par rapport aux valeurs exactes selon les tables de données des propriétés thermophysiques des fluides a été préalablement menée. Parmi les diverses formules proposées, nous avons retenu celles dont l'erreur relative est minimale.

8.1. Propriétés de l'air

- Masse volumique :

Selon la loi des gaz parfaits :

$$\rho_g = \frac{P_g M_g}{RT} \quad (2.41)$$

T = température en K

P_g = pression partielle du gaz

R = constante des gaz parfaits = $8.314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

M_g = masse molaire du gaz

-Les corrélations empiriques utilisées pour le calcul des propriétés physiques de l'air sont proposées par Reid et al. [16]

- Chaleur massique:

$$c_{pa}(T) = 1000 + 2.5 \times 10^{-7} T^3, \quad T \text{ en K, } c_{pa} \text{ en J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad (2.42)$$

-Viscosité dynamique:

$$\mu_a(T) = 1.4888 \times 10^{-6} T^{1.5} / (118 + T), \quad T \text{ en K, } \mu_a \text{ en kg.m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad (2.43)$$

-Conductivité thermique:

$$\lambda_a(T) = 1.195 \times 10^{-3} T^{1.6} / (118 + T), \quad T \text{ en K, } \lambda_a \text{ en W.m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad (2.44)$$

8.2. Propriétés de la vapeur d'eau

Les corrélations empiriques utilisées pour le calcul des propriétés thermophysiques de la vapeur d'eau (c_{pv} , μ_v , λ_v , P_{vs}) sont proposées dans la littérature par Reid et al. [16]

- Masse volumique :

Selon la loi des gaz parfaits:

$$\rho_v = \frac{P_v M_v}{RT} \quad (2.45)$$

P_v = pression partielle de vapeur

M_v = masse molaire de la vapeur d'eau ($M_v = 18 \text{ g/mol}$)

- La chaleur massique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante:

$$c_{pv} = 1863 + 1.65 \times 10^{-3} t^{2.5} + 1.2 \times 10^{-18} t^{8.5}; \quad t \text{ en } ^\circ\text{C, } c_{pv} \text{ en J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad (2.46)$$

- La viscosité dynamique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante :

- La conductivité thermique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante:

$$k_v = 0.0187 + 1.65 \times 10^{-5} t^{9/7} + 5.7 \times 10^{-15} t^{5.1}; \quad t \text{ en } ^\circ\text{C, } \lambda_v \text{ en W.m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad (2.47)$$

- Pression de vapeur saturante :

$$P_{vs} = \exp\left(\frac{B}{T-A} - C\right) \times 10^6 \quad (2.48)$$

Avec $A = 42.6776$; $B = -3892.7$; $C = -9.48654$ T en K, P_{vs} en Pa .

Domaine de validité : $611 \text{ Pa} < P_{vs} < 1.233 \times 10^7 \text{ Pa}$ et $273.16 \text{ K} < T < 600 \text{ K}$

8.3. Propriétés du mélange air-vapeur

a. Pression totale du mélange

Selon la loi de Dalton :

$$P = P_g + P_v \quad (2.49)$$

P_g, P_v = pressions partielles de gaz et de vapeur

b. Concentration en vapeur :

La concentration en vapeur du mélange est le rapport entre la masse de vapeur m_v sur la masse totale du mélange contenu dans un volume V :

$$C = \frac{m_v}{m_g + m_v} = \frac{\rho_v}{\rho_g + \rho_v} \quad (2.50)$$

Par combinaison des relations, on obtient :

$$C = \frac{M_v P_v}{M_v P_v + M_g (P - P_v)} \quad (2.51)$$

Si le mélange est saturé en vapeur, on obtient l'expression de la concentration saturante :

$$C_{\text{sat}}(P, T) = \frac{M_v P_{vs}(T)}{M_v P_{vs}(T) + M_g (P - P_{vs}(T))} \quad (2.52)$$

M_v, M_g = masses molaires de la vapeur et du gaz

Pression partielle de vapeur :

$$P_v = P \frac{(1 - W_g)}{1 + W_g(\alpha - 1)} = \frac{PC}{C(1 - \alpha) + \alpha} \quad (2.53)$$

Avec

$$\alpha = \frac{M_v}{M_g} \quad (2.54)$$

W_g = fraction massique de gaz dans le mélange

c. Masse volumique :

Dans l'hypothèse d'un mélange idéal de gaz parfaits, la masse volumique ρ du mélange s'écrit:

$$\rho = \frac{\rho_v}{C} = \frac{M_v P_v}{RTC} \quad (2.55)$$

d. Chaleur massique :

La chaleur massique du mélange gazeux est égale à la moyenne pondérée des chaleurs massiques de ses constituants :

$$c_p = C.c_{pv} + (1-C).c_{pa} \quad (2.56)$$

e. Viscosité dynamique :

Elle est calculée selon la formule donnée par Reid et al. [8.3.8] :

$$\mu = \frac{x_v \mu_v}{x_v + x_g \phi_v} + \frac{x_g \mu_g}{x_g + x_v \phi_g} \quad (2.57)$$

Avec

$$R = \frac{\mu_g}{\mu_v}, \quad \phi_g = \frac{(1 + R^{0.5} \alpha^{0.25})^2}{\sqrt{8 + 8/\alpha}}, \quad \phi_v = \frac{\phi_g}{\alpha R} \quad (2.58)$$

x_v, x_g = fractions molaires de vapeur et de gaz dans le mélange

f. Conductivité thermique :

Elle est calculée selon la formule donnée par Reid et al. [2.8.3.10] :

$$k = \frac{x_v k_v}{x_v + x_g \phi} + \frac{x_g k_g}{x_g + x_v \phi_g} \quad (2.59)$$

avec

$$\phi = \frac{(1 + (\alpha R)^{-0.5} \alpha^{0.25})^2}{\sqrt{8 + 8\alpha}} \quad (2.59)$$

g. Coefficient de diffusion :

La diffusivité moléculaire de la vapeur d'eau dans l'air est calculée à partir de la relation Marrero et Mason [16] ; avec D_{H_2O-air} en m^2/s ; T en K et P en atm.

$$D_{H_2O-air} = 1.87 \times 10^{-10} \frac{T^{2.072}}{P} \text{ Pour } 280 \text{ K} < T < 450 \text{ K} \quad (2.61)$$

h. Pression de vapeur saturante :

Pour la vapeur d'eau, la pression de vapeur saturante est donnée par la loi de Dupré-Bertrand :

$$\log\left(\frac{P_{vs}}{P_{atm}}\right) = 40.164 - \frac{6435.7}{T} - 3.868 \ln(T) \quad (2.62)$$

Où P_{atm} est la pression atmosphérique.

Cette formule est valable pour $273 < T < 473$ K.

CHAPITRE 3

METHODOLOGIE NUMÉRIQUE

1-Introduction

La modélisation du problème étudié nous a permis d'établir un système d'équations différentielles aux dérivées partielles traduisant les lois de conservation en fonction des différentes grandeurs physiques caractéristiques du problème : vitesse bidimensionnelle à 2 composantes axiale $U(r, z)$ et radiale $V(r, z)$, température $T(r, z)$, fraction massique de vapeur $C(r, z)$, gradient de pression $G(z)$ ainsi que les conditions aux limites associées aux frontières du système. La résolution mathématique de ces systèmes est un problème complexe en raison des difficultés d'application des méthodes analytiques. Leur résolution nécessite donc l'utilisation de méthodes numériques. Dans cette étude, notre choix s'est porté sur la méthode des différences finies en schéma implicite en raison de son efficacité et de sa fiabilité numérique. Cette méthode conduit à la transformation des équations différentielles en systèmes d'équations algébriques dont la résolution peut ensuite être effectuée par des méthodes numériques ordinaires [16], l'objectif étant de définir un maillage préliminaire du domaine d'étude et déterminer les valeurs des diverses grandeurs (U, V, T, C) aux différents nœuds du système.

2. Maillage du domaine

Dans notre cas, le maillage du réseau bidimensionnel est représenté par 2 indices (i, j) définis par des pas d'espace ($\Delta r, \Delta z$) dans les directions radiale r et axiale z (Fig. 3.1). Le pas Δr est maintenu constant mais le pas d'espace Δz est variable car, à l'entrée du tube, les flux

de chaleur et de masse sous l'effet de l'évaporation sont relativement élevés. Il s'ensuit des gradients importants de vitesse, température et concentration dans cette zone. Un maillage fin dans la région d'entrée est nécessaire pour une détermination plus précise des variations des différentes grandeurs. On a donc fractionné l'axe z en 2 régions :

- dans la zone d'entrée sur une distance L' , le pas d'espace $\Delta z'$ est suffisamment petit,
- dans le reste du tube, le pas d'espace Δz est plus élevé.

Dans ce cas, chaque nœud (i, j) du réseau correspond au point (r_i, z_j) :

$$r_i = R + i \cdot \Delta r; \text{ pour } i = 0, \dots, N \quad (3.1)$$

$$z_j = j \cdot \Delta z'; \text{ pour } z < L' \text{ et } \dots j = 0, \dots, M' \quad (3.2)$$

$$z_j = L' + (j - M') \cdot \Delta z; \text{ pour } z > L' \text{ et } j = M', \dots, M \quad (3.3)$$

(N, M) = nombres de nœuds dans les directions (r, z)

Les valeurs des pas d'espace $(\Delta r, \Delta z', \Delta z)$ sont ensuite déterminées en fonction des nombres de nœuds (N, M) :

$$\Delta r = (R' - R) / N \quad (3.4)$$

$$\Delta z' = L' / M' \quad (3.5)$$

$$\Delta z = (L - L') / (M - M') \quad (3.6)$$

La valeur de chaque variable ϕ au nœud (r_i, z_j) est notée $\phi(i, j)$ avec $\phi = (U, V, T, C)$

La figure 3.1 représente le schéma du maillage global du domaine et de la grille de discrétisation. Chaque nœud (i, j) est entouré de ses plus proches voisins notés $(i-1, j)$; $(i+1, j)$ $(i, j-1)$; respectivement à gauche, à droite du point central (i, j) et en amont de l'écoulement, où seront calculées les valeurs des différentes variables ϕ .

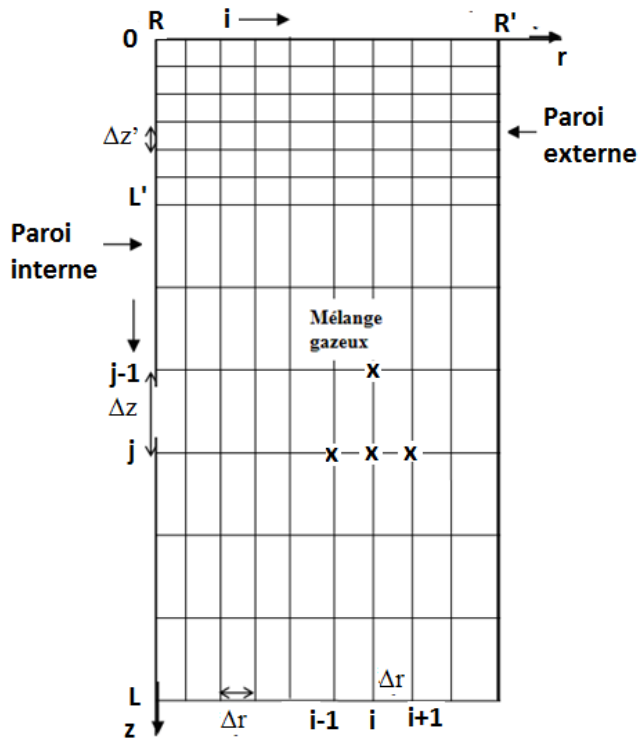


Figure. 3.1. Maillage du système

3. Discrétisation des dérivées partielles

Les dérivées partielles ($\partial\phi/\partial z$, $\partial\phi/\partial r$, $\partial^2\phi/\partial r^2$) sont remplacées par des expressions écrites en différences finies en utilisant les formules de dérivation numérique [17].

- La dérivée axiale $\partial\phi/\partial z$ est approximée sous forme de différences arrière avec une précision du 1^{er} ordre:

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} \approx \frac{\phi(i, j) - \phi(i, j-1)}{\Delta z} \quad (3.7)$$

Ce type de dérivation est justifié car l'écoulement des fluides se produit dans le sens descendant. Dans ce cas, les profils de vitesse, pression, température, concentration à chaque section z_j ne dépendent que des valeurs en amont à la section $(j-1)$.

Pour les nœuds intérieurs ($i = 1, \dots, N-1$), les dérivées radiales première et seconde suivant r sont approchées selon les différences centrées (avec une précision du 2^{ème} ordre) :

$$\frac{\partial\phi}{\partial r} \approx \frac{\phi(i+1, j) - \phi(i-1, j)}{2\Delta r} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} \approx \frac{\phi(i+1, j) - 2\phi(i, j) + \phi(i-1, j)}{\Delta r^2} \quad (3.9)$$

Sur la paroi du tube intérieur ($i = 0$), les dérivées suivant r sont exprimées sous forme de différences progressives :

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} \approx \frac{-3\phi(0, j) + 4\phi(1, j) - \phi(2, j)}{2\Delta r} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \approx \frac{\phi(0, j) - 2\phi(1, j) + \phi(2, j)}{\Delta r^2} \quad (3.11)$$

Sur la paroi du tube externe ($i = N$), les dérivées selon r sont approchées par des différences régressives comme suit:

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} \approx \frac{3\phi(N, j) - 4\phi(N-1, j) + \phi(N-2, j)}{2\Delta r} \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \approx \frac{\phi(N, j) - 2\phi(N-1, j) + \phi(N-2, j)}{\Delta r^2} \quad (3.13)$$

4. Discrétisation des équations de transfert

Les équations différentielles de conservation de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion s'écrivent sous la forme générale commune suivante:

$$U \frac{\partial \phi}{\partial z} + V \frac{\partial \phi}{\partial r} = \Gamma \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \right) + S \quad (3.14)$$

Pour chaque variable $\phi = (U, T, C)$, on définit un coefficient de diffusion Γ , ainsi qu'un terme source S dans l'équation générale écrite ci-dessus.

Le tableau 3.1 présente les différentes expressions du coefficient Γ et du terme S dans les équations de transfert.

Équation	ϕ	Γ	S
Quantité de mouvement	U	ν	$-\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} + g$
Énergie	T	α	$\frac{D(c_{pv} - c_{pa})}{c_p} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial C}{\partial r}$
Diffusion	C	D	0

Tableau 3.1. Liste des variables ϕ , des coefficients Γ et des termes S

En remplaçant les dérivées partielles $\partial\phi/\partial z$, $\partial\phi/\partial r$, $\partial^2\phi/\partial r^2$ par leurs approximations en différences finies selon les expressions décrites ci-dessus et après un réarrangement des termes, les équations générales de transfert deviennent comme suit :

$$a_i\phi(i-1, j) + b_i\phi(i, j) + d_i\phi(i+1, j) = e_i \quad (3.15)$$

Les coefficients a_i , b_i , d_i , e_i s'écrivent comme suit:

$$a_i = -\frac{(V(i, j) - \Gamma / r_i)}{2\Delta r} - \frac{2\Gamma}{2\Delta r^2} \quad (3.16)$$

$$b_i = \frac{U(i, j)}{\Delta z} + \frac{2\Gamma}{\Delta r^2} \quad (3.17)$$

$$d_i = \frac{(V(i, j) - \Gamma / r_i)}{2\Delta r} - \frac{2\Gamma}{2\Delta r^2} \quad (3.18)$$

$$e_i = S + U(i, j) \frac{\phi(i, j-1)}{\Delta z} \quad (3.19)$$

$U(i, j)$ et $V(i, j)$ étant les valeurs des vitesses au nœud (i, j) considérées à l'itération précédente.

D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité est effectuée en appliquant la méthode explicite qui permet de calculer directement la valeur de la composante radiale de la vitesse $V(i, j)$ en tout point du maillage. Les dérivées partielles $\partial U/\partial z$ et $\partial(rV)/\partial r$ sont approchées respectivement avec les différences régressives selon z et progressives selon r comme suit :

$$\frac{U(i-1/2, j) - U(i-1/2, j-1)}{\Delta z} + \frac{r_i V(i, j) - r_{i-1} V(i-1, j)}{r_{i-1/2} \Delta r} = 0 \quad (3.20)$$

$$\text{Où } U(i-1/2, j) = [U(i, j) + U(i-1, j)]/2 \quad (3.21)$$

$$\text{Avec } r_{i-1/2} = r_i - \Delta r/2 \text{ et } r_{i-1} = r_i - \Delta r \quad (3.22)$$

Les valeurs de la vitesse radiale du mélange gazeux à l'interface liquide-gaz par évaporation et sur la paroi extérieure du tube extérieur sont respectivement données par :

$$V(0, j) = \frac{-D}{1 - C_w} \frac{-3C(0, j) + 4C(1, j) - C(2, j)}{2\Delta r} \quad (3.23)$$

$$V(N, j) = 0 \quad (3.24)$$

Le calcul s'effectue ensuite successivement pour i variant de 1 à $N-1$ comme suit :

$$V(i, j) = \frac{r_{i-1/2} \Delta r}{r_i} \left[\frac{-U(i-1/2, j) + U(i-1/2, j-1)}{\Delta z} \right] + \frac{r_{i-1}}{r_i} V(i-1, j) \quad (3.25)$$

5. Discrétisation des conditions aux limites

a. A l'entrée du tube $j = 0$, pour i variant de 1 à $N-1$:

$$U(i, 0) = U_0, V(i, 0) = 0, P(0) = P_0 \quad (3.26)$$

$$T(i, 0) = T_0, C(i, 0) = C_0 \quad (3.27)$$

b. Sur la paroi du tube interne ($i = 0$), pour j variant de 1 à M :

$$U(0, j) = 0 \quad (3.28)$$

$$C(0, j) = C_{\text{sat}}(T_w, P) = \quad (3.29)$$

$$C_i = \frac{M_v P_{vs}(T_w)}{M_v P_{vs}(T_w) + M_a (P - P_{vs}(T_w))} \quad (3.30)$$

-5Condition de paroi isotherme :

$$T(0, j) = T_w \quad (3.32)$$

- Condition de paroi refroidie par convection externe :

$$-k \left[\frac{-3T(0, j) + 4T(1, j) - T(2, j)}{2\Delta r} \right] = h_e (T(0, j) - T_e) \quad (3.33)$$

c. A la paroi du tube externe ($i = N$), pour j variant de 1 à M :

$$U(N, j) = V(N, j) = 0 \quad (3.34)$$

La condition $\frac{\partial \phi}{\partial r}_N = 0$ pour les variables $\phi = (T, C)$ conduit à la relation suivante :

$$3\phi(N, j) - 4\phi(N-1, j) + \phi(N-2, j) = 0 \quad (3.35)$$

6. Calcul du débit massique des fluides et du flux thermique

Le débit du mélange gazeux $q(z)$ est déterminé selon la relation suivante :

$$q(z) = \int_R^{R'} \rho U(r, z) 2\pi r dr \quad (3.36)$$

Cette intégrale est calculée par la méthode d'intégration numérique de Simpson :

$$q(j) = \frac{\rho 2\pi \Delta r}{3} \left[U(0, j)R + U(N, j)R' + 4 \sum_{\substack{i=1 \\ \text{impair}}}^{N-1} U(i, j)r_i + 2 \sum_{\substack{i=2 \\ \text{pair}}}^{N-2} U(i, j)r_i \right] \quad (3.37)$$

Le débit de liquide $q_L(z)$ est calculé selon la relation suivante :

$$q_L(z) = q_{L0} - q_e(z) \quad (3.38)$$

$$J_v(z) = \frac{-\rho D}{1 - C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_{\text{paroi}} \quad (3.39)$$

$$J_v(z) = \frac{-\rho D}{1 - C_w} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_{\text{paroi}} \quad (3.40)$$

avec q_e = débit massique évaporé le long de la paroi depuis l'entrée jusqu'à la côte z .

J_v = densité de flux d'évaporation à la paroi.

Cette intégrale est aussi calculée par la méthode de Simpson :

$$q_e(j) = \frac{2\pi R \Delta z}{3} \left[J_{v0} + J_{vj} + 4 \sum_{\substack{k=1 \\ \text{impair}}}^{j-1} J_{vk} + 2 \sum_{\substack{k=2 \\ \text{pair}}}^{j-2} J_{vk} \right] \quad (3.41)$$

Alors que J_v est calculée par la méthode de dérivation numérique progressive comme suit :

$$J_{vk} = \frac{-\rho D}{1 - C(0, k)} \left[\frac{-3C(0, j) + 4C(1, j) - C(2, j)}{2\Delta r} \right] \quad (3.43)$$

D'autre part, à chaque section z , la densité de flux thermique ϕ est calculée par la méthode des différences avant et le flux thermique ϕ par la méthode de Simpson :

$$\phi(j) = -k \left[\frac{-3T(0, j) + 4T(1, j) - T(2, j)}{2\Delta r} \right] \quad (3.44)$$

$$\phi(j) = \frac{2\pi R \Delta z}{3} \left[\varphi_0 + \varphi_j + 4 \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ impair}}}^{j-1} \varphi_k + 2 \sum_{\substack{k=2 \\ k \text{ pair}}}^{j-2} \varphi_k \right] \quad (3.45)$$

7. Calcul itératif du gradient de pression

Le gradient axial de pression G le long du tube est déterminé selon une méthode itérative particulière. En effet, à chaque distance z , il est calculé par la méthode numérique de la sécante en utilisant l'équation de conservation du débit massique total comme suit :

- On choisit deux valeurs arbitraires distinctes G_1 et G_2
- Pour chaque valeur, on effectue la procédure itérative de résolution des différentes équations de conservation (continuité, quantité de mouvement, énergie, diffusion) jusqu'à convergence de ces équations.
- L'erreur relative E_K sur le débit massique total est ensuite calculée comme suit :

$$E_K = \frac{q_{MK} + q_{LK}}{q_{M0} + q_{L0}} - 1 \quad (3.46)$$

- A partir de la 3ème itération ($K \geq 3$) :

Si $|E_K| > \varepsilon$ où la valeur $\varepsilon = 10^{-6}$ est choisie pour une précision satisfaisante, la valeur de G est corrigée par la méthode de la sécante.

Sinon, on estime la convergence sur le débit atteinte, la dernière valeur de G_K obtenue est adoptée et on passe à la ligne suivante ($j+1$).

La pression $P(z)$ est ensuite calculée par discrétisation régressive du gradient G :

$$P(j) = P(j-1) + G \cdot dz \quad (3.47)$$

On recommence ensuite la même procédure pour les sections suivantes jusqu'à ce que tout le domaine soit balayé.

8. Traitement numérique

Après discrétisation, les équations différentielles sont transformées en équations algébriques non linéaires car les coefficients (a_i, b_i, d_i, e_i) dépendent des vitesses $U(i, j), V(i, j)$.

Pour traiter cette non-linéarité, on procède selon une méthode itérative. A chaque itération, les équations de conservation sont résolues successivement (dans l'ordre suivant: quantité de mouvement, continuité, énergie, diffusion). Lors de la détermination d'une variable ϕ donnée, on considère les dernières valeurs disponibles des variables (U, V) dans les expressions des coefficients de l'équation à résoudre. La convergence du processus global est supposée atteinte lorsque le changement relatif de chaque variable entre 2 itérations successives est inférieur à ε pour chaque nœud du domaine. Ce critère s'écrit sous la forme suivante :

$$\text{Max} \left| \frac{\phi^k(i, j) - \phi^{k-1}(i, j)}{\phi^k(i, j)} \right| < \varepsilon \quad (3.48)$$

K : indice de l'itération sur une ligne j .

Pour des raisons de rapidité et de précision des calculs, le critère d'arrêt des itérations a été fixé à $\varepsilon = 10^{-6}$.

Par ailleurs, on utilise aussi une méthode de sous-relaxation qui permet de réduire les éventuels problèmes d'oscillation des coefficients entre 2 itérations successives :

$$\phi(i, j)_{\text{relaxé}} = \phi'(i, j) + \alpha [\phi(i, j) - \phi'(i, j)] \quad (3.49)$$

$\phi'(i, j)$ = valeur de $\phi(i, j)$ à l'itération précédente.

α_ϕ est un facteur de sous-relaxation qui contrôle les variations de ϕ . Dans cette étude, les valeurs suivantes du coefficient α ont été adoptées :

- Pour la vitesse axiale, la température et la fraction massique de vapeur : $\alpha = 0.4$
- Pour la vitesse radiale : $\alpha = 0.2$.

Dans ce dernier cas, nous avons adopté une valeur plus faible de α car la vitesse radiale est déterminée par une méthode explicite, exigeant un critère de stabilité plus sévère que la méthode implicite.

9. Algorithme de résolution

Un programme de calcul en Fortran90 a été mis en œuvre pour l'exécution du traitement numérique décrit ci-dessus. Il permet de déterminer les profils de vitesse, température, concentration en vapeur du mélange gazeux ainsi que les variations axiales du débit liquide et du flux thermique. Les calculs sont effectués ligne par ligne jusqu'à ce que tout le système soit balayé. Les étapes de calcul sont les suivantes :

1. Entrée de toutes les données du problème :

- dimensions des tubes (rayon interne R , rayon externe R' , hauteur L)

- paramètres d'entrée du mélange gazeux : vitesse U_0 , température T_0 , pression P_0 , fraction massique de vapeur C_0 , débit liquide q_{L0}

- température de paroi interne T_w et coefficient de convection externe h_e .

2. Calcul des propriétés thermophysiques des fluides à la température moyenne à chaque section z considérée.

3. Une valeur arbitraire G_1 du gradient de pression est estimée à la section z .

4. L'équation de quantité de mouvement est résolue pour obtenir le champ de vitesse axiale $U(i,j)$ et le gradient de pression $G(j)$ à la section z considérée

5. Les composantes radiales de la vitesse $V(i,j)$ sont calculées à partir de l'équation de continuité

6. Les équations d'énergie et de diffusion sont résolues successivement en utilisant l'algorithme de Thomas, pour obtenir les champs de température $T(i, j)$ et de fraction massique de vapeur $C(i, j)$.

7. La condition de convergence est calculée pour les variables (U, V, T, C), entre deux itérations successives. Si elle est vérifiée, alors on passe à l'étape suivante. Sinon, les étapes 4-6 sont répétées.

8. Une 2^{ème} valeur arbitraire G_2 du gradient de pression est adoptée : $G_2 = \alpha G_1$ (avec α voisin de 1) puis on refait les étapes 4-7 jusqu'à obtention de la convergence.

9. Les étapes 3-8 sont répétées pour la nouvelle section z jusqu'à convergence.

10. Arrêt des calculs à l'extrémité des tubes ($z = L$).

10. Etude de stabilité numérique

Lors de l'utilisation des méthodes des différences finies pour la résolution des équations, certains problèmes numériques peuvent survenir concernant la stabilité des algorithmes de résolution. Ils apparaissent surtout en raison de l'amplification des erreurs d'arrondi et de troncature et des approximations effectuées lors des discrétisations des équations. Les erreurs d'arrondi sont liées au mode de stockage des valeurs numériques dans la mémoire de l'ordinateur. Une analyse de l'effet des pas d'espace utilisés peut alors être menée pour un choix optimal des dimensions du maillage. En pratique cette étude est effectuée en résolvant le problème pour différentes valeurs des nombres de nœuds (N , M' , M). Pour chaque dimension de maillage, la valeur du débit liquide à l'extrémité du tube est calculée puis comparée avec celle de la grille la plus fine.

Les calculs ont été effectués dans une large gamme des valeurs de (N , M' , M) variant de (24, 50, 250) à (56, 200, 1000). Sur la base de ces calculs, on constate que l'écart relatif maximal entre les valeurs du débit liquide ne dépasse pas 2%, ce qui montre une faible sensibilité des résultats par rapport aux dimensions des maillages adoptés.

Pour la suite des calculs, nous avons finalement retenu le maillage suivant : (N , M' , M) = (32, 100, 1000) correspondant aux valeurs suivantes des pas d'espace : $\Delta r = 0.625$ mm, $\Delta z' = 0.5$ mm, $\Delta z = 0.9$ mm, choix bien adapté aux simulations effectuées dans cette étude.

CHAPITRE 4

RESULTATS ET ANALYSE

1-Introduction

On présente ci-dessous l'ensemble des résultats obtenus lors de l'exécution des calculs par simulation numérique de l'évaporation d'un film liquide au contact d'un écoulement laminaire d'air humide dans l'espace annulaire compris entre deux tubes coaxiaux.

Les résultats de l'étude numérique sont présentés sous différentes formes:

- distributions des vitesses axiales, températures et concentrations en vapeur à différentes sections z ,
- évolutions axiales du débit massique de liquide et du coefficient de transfert thermique à la paroi du tube interne.

Les simulations ont été menées en considérant un mélange gazeux air-vapeur d'eau dont les caractéristiques d'entrée (vitesse, température et fraction massique de vapeur) sont supposées uniformes. Une étude d'analyse paramétrique a été également menée en considérant l'effet des principales conditions opératoires sur l'évolution du phénomène d'évaporation à l'interface liquide-gaz.

2. Distribution des vitesses d'écoulement

Considérons un fluide air-vapeur d'eau en écoulement dans l'espace annulaire compris entre deux cylindres coaxiaux. La paroi du tube intérieur est supposée isotherme et tapissée d'un film liquide soumis à un flux d'évaporation graduelle le long du tube. Les calculs ont été menés dans les conditions suivantes :

- Dimensions des cylindres:

hauteur $L = 1$ m, rayons : $R = 1$ cm, $R' = 3$ cm,

- Paramètres d'entrée du mélange gazeux:

Pression $P_0 = 1$ atm, température $T_0 = 60$ °C, humidité relative $h_0 = 0.4$,

Nombre de Reynolds $Re_0 = 2000$, débit de film liquide : $q_{L0} = 5$ g/s,

Fraction massique de vapeur : $C_0 = 0.05$

- Température de paroi du tube interne: $T_w = 70$ °C

La figure 4.1 représente les distributions de vitesse axiale en fonction de la coordonnée radiale r et tracées à différentes sections z comprises entre 0.2 m et 1 m. Au contact du courant d'air à faible concentration en vapeur $C_0 = 0.05$, il se produit une évaporation du film liquide ruisselant sur la paroi sous l'effet combiné des gradients de température et de concentration en vapeur. A l'entrée du tube $z = 0$, le mélange gazeux présente une vitesse uniforme $U_0 = 0.936$ m/s pour une valeur du nombre de Reynolds $Re_0 = 2000$ correspondant à un écoulement laminaire. En raison de l'effet d'adhérence du fluide visqueux aux parois solides immobiles, la vitesse subit une chute brutale au niveau des parois conduisant à l'apparition de forts gradients cinématiques au niveau des parois. Il s'ensuit une déformation progressive des profils de vitesse le long du tube.

Dans la zone médiane entre les 2 parois, la vitesse augmente nettement sous l'effet de l'accroissement du débit massique du mélange gazeux par absorption de vapeur résultant de l'évaporation du film liquide. Elle tend progressivement vers une valeur maximale à mi-distance des parois et correspondant au régime établi de fin d'évaporation ne pouvant effectivement être atteint qu'après une longue distance loin de l'entrée.

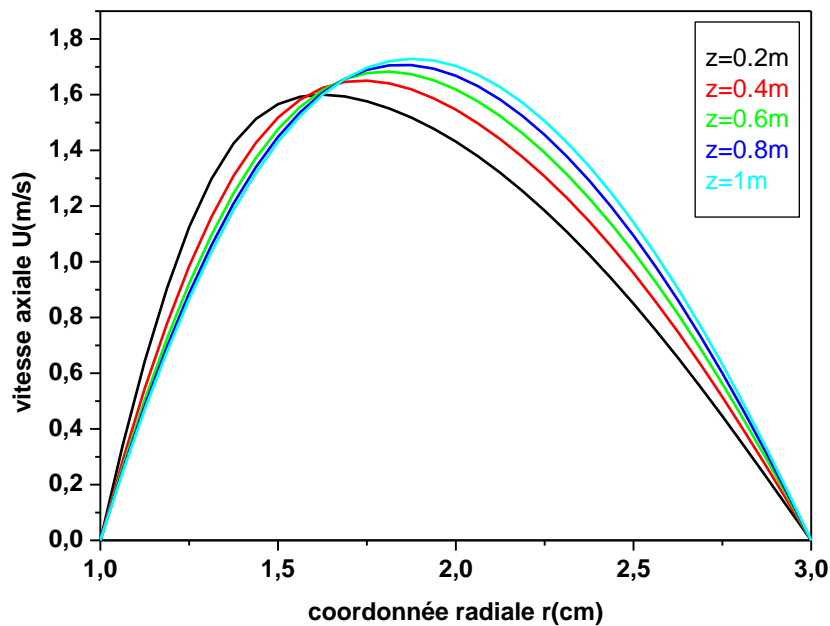


Fig. 4.1. Profils de vitesse du fluide air-vapeur d'eau à diverses sections z

3. Distributions des températures et des concentrations

Les profils de variation radiale de température et de fraction massique de vapeur tracés aux mêmes côtes z que les distributions de vitesse sont représentés sur les figures 4.2 et 4.3.

On constate que ces profils présentent la même allure. Cette similitude peut s'expliquer par l'analogie entre les équations de l'énergie et de conservation des espèces.

A l'entrée du tube $z=0$, le mélange gazeux arrive avec une température T_0 et fraction massique de vapeur C_0 uniformes. Celles-ci subissent un brusque accroissement au contact de la paroi chaude et se maintiennent à des valeurs plus élevées à température T_w et concentration C_w constantes durant tout le processus. La valeur de C_w correspond à la vapeur saturante à la température T_w imposée, en raison de la présence du film liquide sur la paroi.

L'analyse des profils obtenus permet de mettre en évidence une augmentation continue des valeurs de température et de concentration le long du tube. Celles-ci sont maximales sur la paroi interne et décroissent dans le sens radial en direction de la paroi externe. L'évaporation se produit sous les effets conjugués des gradients thermiques et massiques à l'interface liquide-vapeur conduisant à un phénomène couplé d'échauffement et d'humidification de l'air le long du tube mais dont la décroissance conduit à une diminution progressive du taux d'évaporation au cours de l'écoulement des fluides.

Les courbes montrent un échange thermique intense à proximité de l'interface liquide-gaz,

puis tendent asymptotiquement vers les valeurs uniformes correspondant à l'isotherme T_w et à la saturation C_w à la température de paroi, relatives au régime établi. Celui-ci n'est pas encore atteint à la sortie des tubes, car la longueur des tubes ($L=1$ m valeur adoptée dans nos calculs) est nettement insuffisante pour y parvenir.

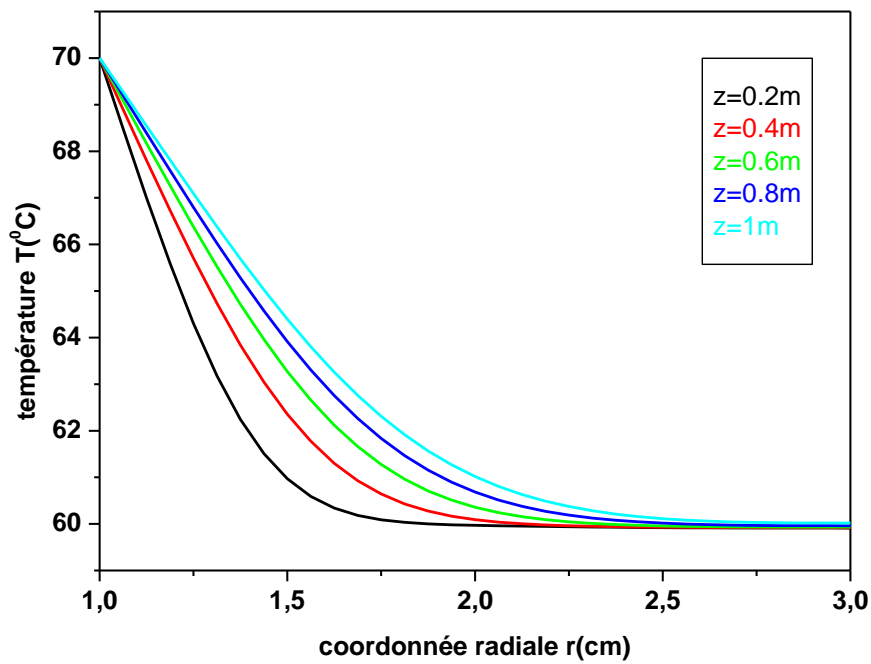


Fig. 4.2. Profils de température du fluide air-vapeur d'eau à diverses sections z

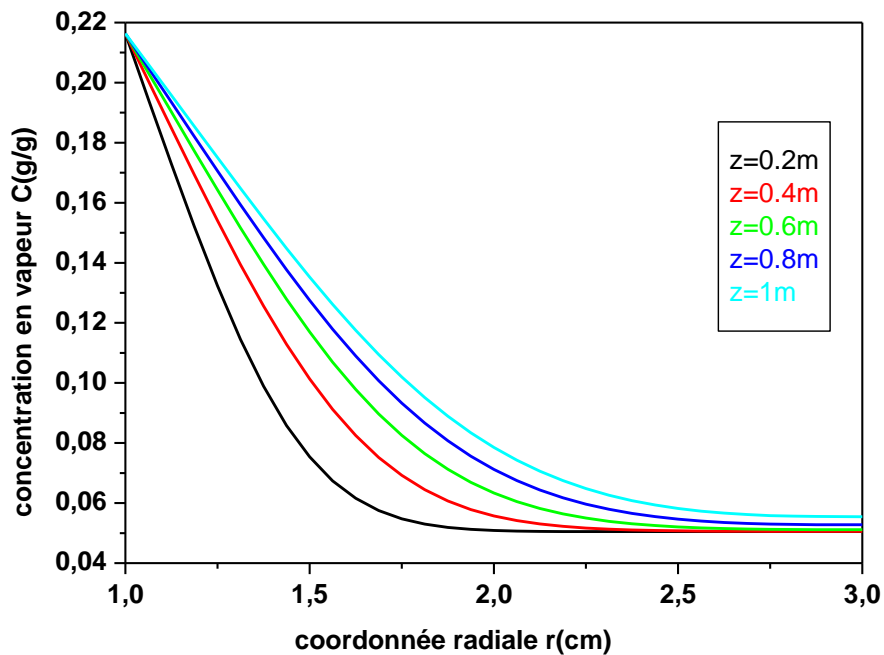


Fig. 4.3. Profils de concentration en vapeur à diverses sections z

4. Simulation paramétrique

Dans ce paragraphe, on présente une étude comparative de l'influence des diverses conditions opératoires sur le processus d'évaporation du film liquide dans l'espace annulaire compris entre les 2 tubes coaxiaux, en faisant varier successivement les paramètres suivants :

- nombre de Reynolds du fluide à l'entrée: $Re_0 = 500, 1000, 1500, 2000$
- rayon du tube interne : $R = 0.5, 1, 1.5, 2$ cm
- densité de flux thermique à la paroi interne : $\varphi_0 = 100, 200, 500, 1000$ W/m²
- coefficient de convection à la paroi interne : $h = 10, 50, 100, 500$ W/(m².K)

Les résultats numériques présentés concernent les évolutions comparatives du débit liquide et du flux thermique au niveau de la paroi interne.

4.1. Influence du nombre de Reynolds

En considérant un mélange air-vapeur d'eau dans les conditions d'entrée: $P_0 = 1$ atm, $T_0 = 60$ °C, $h_0 = 0.4$, $q_{L0} = 5$ g/s, $T_w = 70$ °C, on fait varier le nombre de Reynolds d'entrée Re_0 dans l'intervalle de valeurs suivantes : $Re_0 = 500, 1000, 1500, 2000$ correspondant à un

écoulement laminaire et pour des vitesses d'entrée U_0 variant de 0.234 à 0.936 m/s.

Comme la température de paroi T_w est maintenue constante, la concentration de vapeur est la même $C_w = 0.216$ à l'interface liquide-vapeur dans tous les cas.

Les résultats présentés sur les figures 4.4 et 4.5, représentent respectivement les évolutions axiales du débit de liquide et du flux de chaleur à la paroi interne sur laquelle se produit l'évaporation. L'augmentation de Re_0 s'accompagne d'un accroissement de la vitesse d'entrée et du débit du mélange gazeux. Les figures montrent que cette augmentation entraîne une nette diminution du débit du film liquide et un accroissement significatif du flux thermique pariétal. En effet, les pentes des variations axiales du débit et du flux de chaleur augmentent fortement avec Re_0 conduisant ainsi à un accroissement du taux d'évaporation et du flux caractéristique du transfert de chaleur à la paroi. A la sortie du tube, la valeur du débit liquide q_L décroît de 0.38 à 0.26 g/s pour Re_0 variant de 500 à 2000, et le flux thermique augmente de 142 à 276 W pour les mêmes valeurs de Re_0 . En fait, celui-ci est surtout dû à la chaleur latente d'évaporation, et est donc sensiblement proportionnel au taux d'évaporation du film liquide à la paroi.

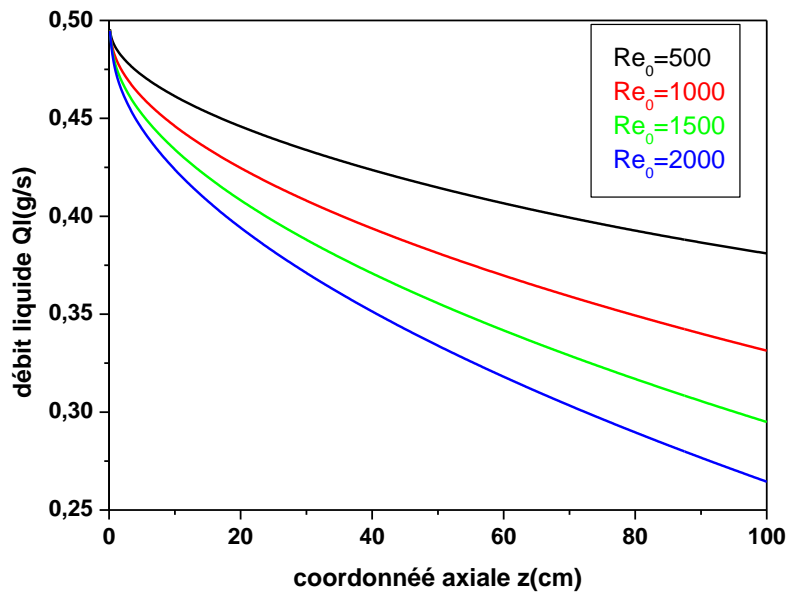


Figure 4.4. Influence du nombre de Reynolds sur l'évolution du débit liquide

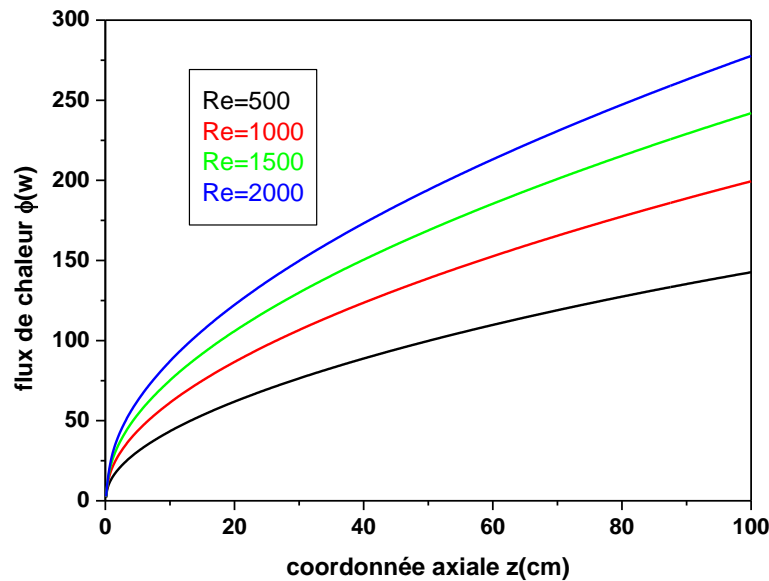


Figure 4.5. Influence du nombre de Reynolds sur l'évolution du flux de chaleur

4.2. Influence du rayon du tube interne

En maintenant les mêmes conditions d'entrée du mélange air-vapeur d'eau et du film liquide : $P_0 = 1 \text{ atm}$, $T_0 = 60 \text{ °C}$, $Re_0 = 2000$, $h_0 = 0.4$, $q_{L0} = 5 \text{ g/s}$, $T_w = 70 \text{ °C}$, et en gardant la hauteur ($L = 1 \text{ m}$) et le rayon externe ($R' = 3 \text{ cm}$) constants, on modifie les dimensions du système en faisant varier le rayon du tube interne dans l'intervalle: $R = 0.5, 1, 1.5, 2 \text{ cm}$ et. Ces valeurs correspondent à un facteur de forme $F = R'/R$ variant entre 6 et 1.5.

En outre, la pression et les températures d'entrée et de paroi étant aussi inchangées, la concentration $C_w = 0.216$ du mélange gazeux à l'interface liquide-gaz reste la même dans tous les cas.

Les figures 4.6 et 4.7 représentent les évolutions du débit liquide et du flux pour différentes valeurs de R . Dans le cas $R = 0.5 \text{ cm}$, le volume offert à l'écoulement est maximal.

Le nombre de Reynolds Re_0 étant maintenu constant, une augmentation du rayon R entraîne une diminution du volume de l'espace entre les 2 tubes, conduisant à une augmentation de la vitesse d'entrée du mélange gazeux (de 0.75 à 1.87 m/s), du débit massique d'entrée de l'air humide (de 2.11 à 3.02 g/s) et des gradients de vitesse à la paroi interne. Il s'ensuit un net accroissement du taux d'évaporation conduisant à une diminution de l'épaisseur de film. D'autre part, la figure 4.7 montre aussi que le flux thermique pariétal interne augmente avec le rayon R en raison de l'augmentation des échanges thermiques fluide-paroi par diminution

de la distance entre les deux tubes. En outre, celle-ci entraîne aussi une baisse de la longueur de tube requise pour atteindre le régime établi et la fin du processus d'évaporation.

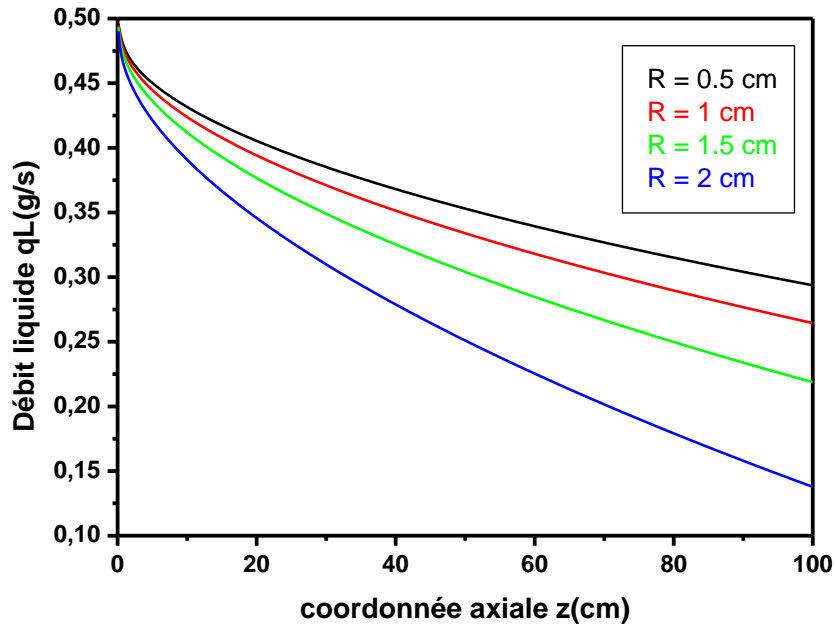


Figure 4.6. Influence du rayon interne R sur l'évolution du débit liquide

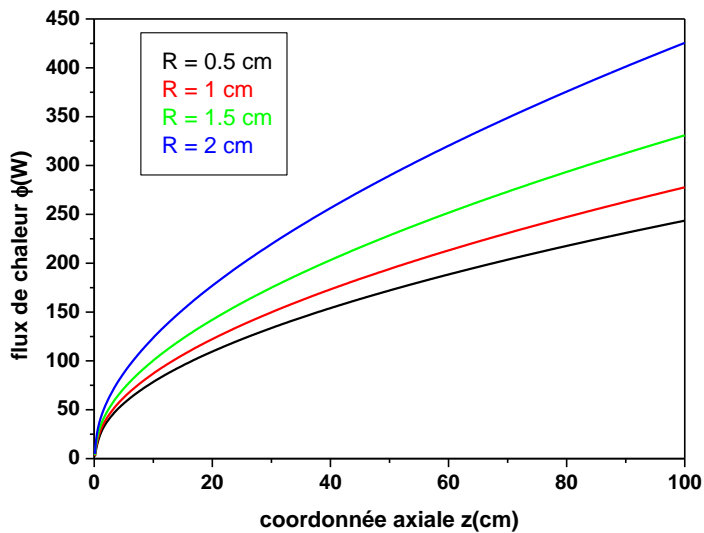


Figure 4.7. Influence du rayon interne sur l'évolution du flux de chaleur

4.3. Influence du coefficient de convection interne

Dans ce cas, on considère que le tube interne est traversé par un écoulement d'un fluide interne à température $T_i = 70$ °C. La paroi interne est soumise à un échauffement convectif avec un coefficient d'échange h_i . Une analyse de l'influence du coefficient convectif h_i est menée avec des simulations effectuées dans les conditions opératoires suivantes: $P_0 = 1$ atm, $Re_0 = 2000$, $T_0 = 60$ °C, $h_0 = 0.4$, $q_{L0} = 5$ g/s.

On fait varier le coefficient de convection interne h_i entre la paroi et le fluide interne dans l'intervalle : $h_e = 10, 50, 100, 500$ W.m⁻².K⁻¹. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 4.8, 4.9, 4.10 qui montrent les évolutions axiales du débit de liquide, du flux de chaleur et de la température de paroi interne pour les différentes valeurs du coefficient h_i .

Dans ce cas, un échauffement convectif interne d'intensité proportionnelle au coefficient h_i est imposé à la paroi recouverte d'un film liquide. Le flux de chaleur est ensuite transféré au film liquide par conduction thermique à travers la paroi solide. La densité d'évaporation du film liquide dépend de l'évolution de la température pariétale qui augmente le long de l'écoulement et tend asymptotiquement vers la température du fluide convectif interne. Une augmentation du coefficient de transfert convectif conduit à un accroissement plus rapide de la température de paroi. Il s'ensuit une diminution importante du débit liquide résultant d'une hausse considérable de l'évaporation et d'un accroissement du transfert thermique caractérisé par le flux de chaleur pariétal. Pour toutes les valeurs du coefficient convectif interne, on constate que ces grandeurs convergent asymptotiquement vers des limites correspondant au régime établi après la disparition totale du film liquide et où le film liquide et l'air humide en écoulement sont à température et fraction massique de vapeur uniformes sur toute la distance entre les 2 parois.

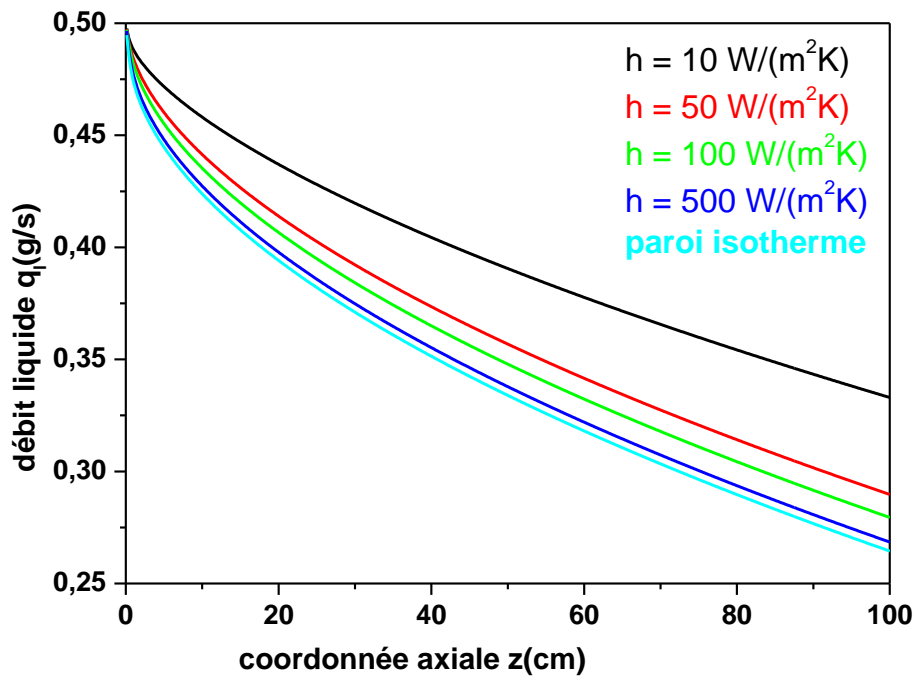


Figure 4.8. Influence du coefficient de convection interne sur l'évolution du débit liquide

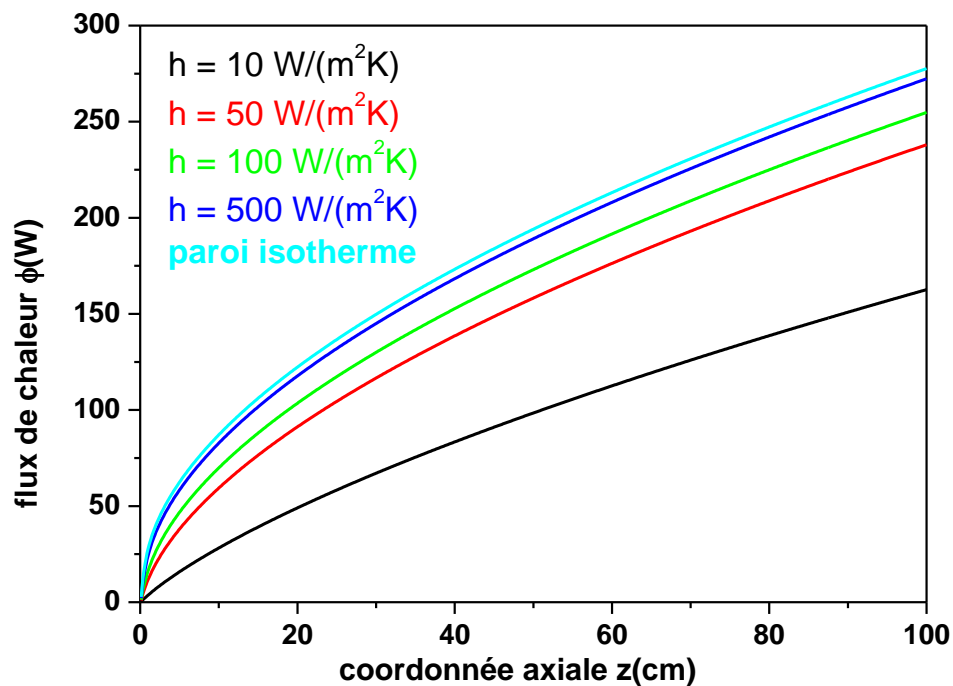


Figure 4.9. Influence du coefficient de convection interne sur l'évolution du flux thermique

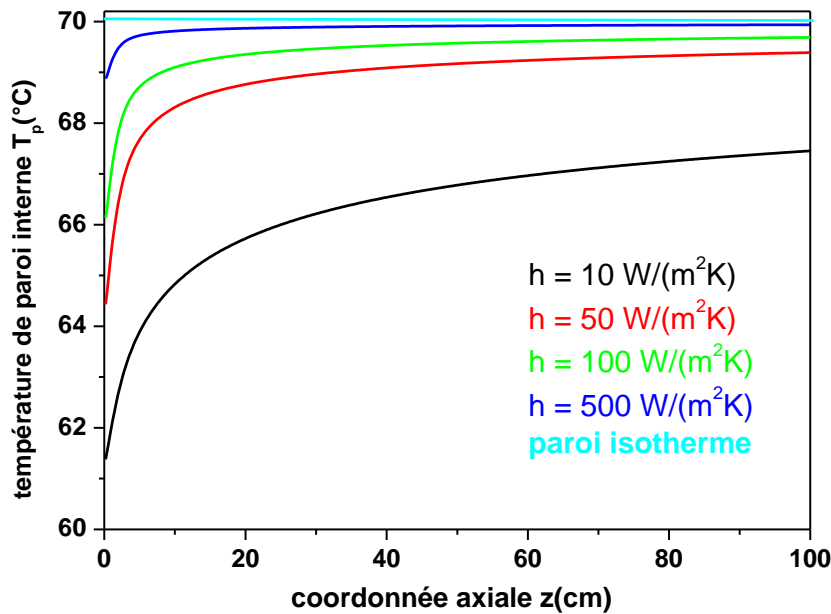


Figure 4.10. Influence du coefficient de convection interne sur l'évolution de la température de paroi.

4.4. Influence de la densité de flux thermique pariétale interne

Dans ce dernier cas, la paroi du tube interne est soumise à un échauffement caractérisé par une densité de flux thermique uniforme φ_0 . Une analyse de l'influence de φ_0 est menée dans les conditions opératoires suivantes: $P_0 = 1 \text{ atm}$, $Re_0 = 2000$, $T_0 = 60^\circ\text{C}$, $h_0 = 0.4$, $q_{L0} = 5 \text{ g/s}$, $R = 1 \text{ cm}$, $R' = 3 \text{ cm}$.

La paroi est couverte d'un film d'eau liquide ruisselant par gravité et de débit q_L décroissant selon z . Les résultats présentés sur les figures 4.11, 4.12, 4.13 montrent les évolutions axiales du débit de liquide, du flux de chaleur et de la température de paroi, en considérant différentes valeurs de la densité de flux : $\varphi_0 = 100, 200, 500, 1000 \text{ W/m}^2$. A noter que cette dernière valeur est très importante car elle correspond aux flux thermique de l'énergie solaire.

Ce type de conditions aux limites de Neumann est caractérisé par un gradient thermique constant imposé à la paroi. Ce qui explique l'évolution linéaire du débit liquide et du flux de chaleur le long du tube (Fig. 4.11, 4.12). Par ailleurs, la fig.(4.13) montre qu'une augmentation de la densité de flux φ_0 conduit à un accroissement rapide de la température pariétale, ayant pour effet de favoriser le processus d'évaporation du film liquide.. Dans la région d'entrée, le taux d'évaporation est important, car l'humidité relative de l'air est encore faible conduisant une décroissance rapide du débit liquide et un accroissement simultané des

transferts de chaleur. Contrairement aux cas précédents de la paroi isotherme et celle soumise à un flux convectif, l'évolution de la température pariétale n'est pas limitée par une valeur maximale. On constate alors que pour des valeurs élevées de la densité de flux ϕ_0 , le film liquide s'est complètement évaporé ($q_L = 0$) et l'assèchement de paroi peut être atteint pour une distance relativement faible. En effet, pour ϕ_0 variant entre 200 et 1000 W/m², la distance d'assèchement varie de 65.4 à 11.7 cm. Toutefois, dans ce cas, le modèle élaboré dans cette étude n'est plus valable à cause d'un changement radical des conditions à la paroi. Ce cas n'a donc pas été traité dans cette étude et les calculs ont été interrompus dès la disparition totale du film liquide.

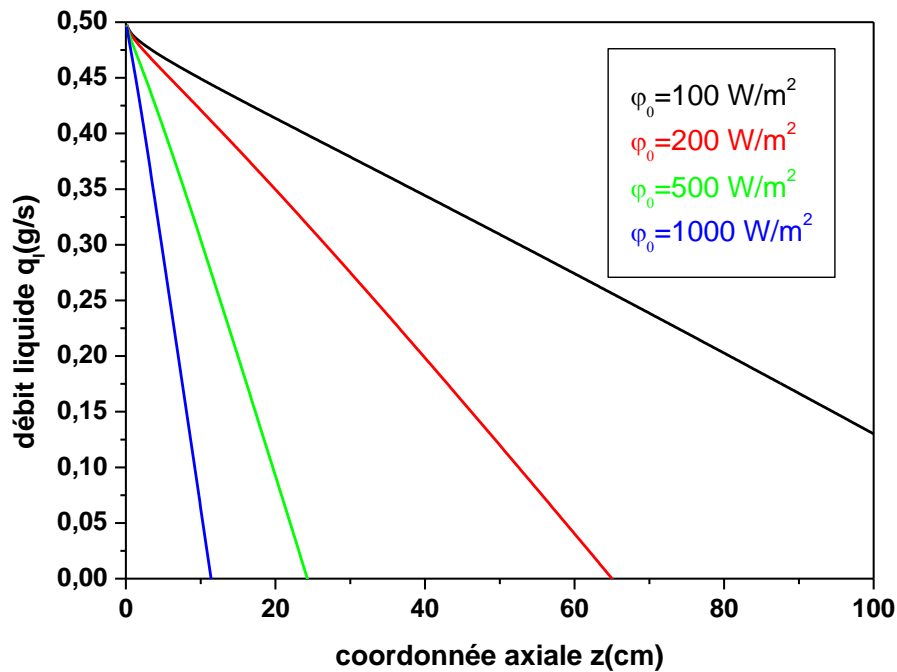


Figure 4.11. Influence de la densité de flux interne sur l'évolution du débit liquide

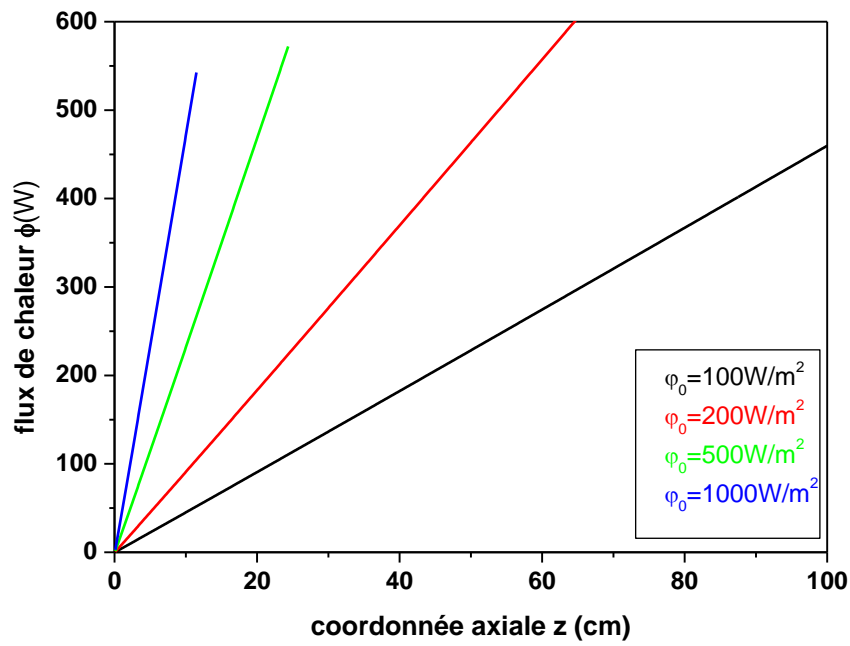


Figure 4.12. Influence de la densité de flux interne sur l'évolution du flux de chaleur

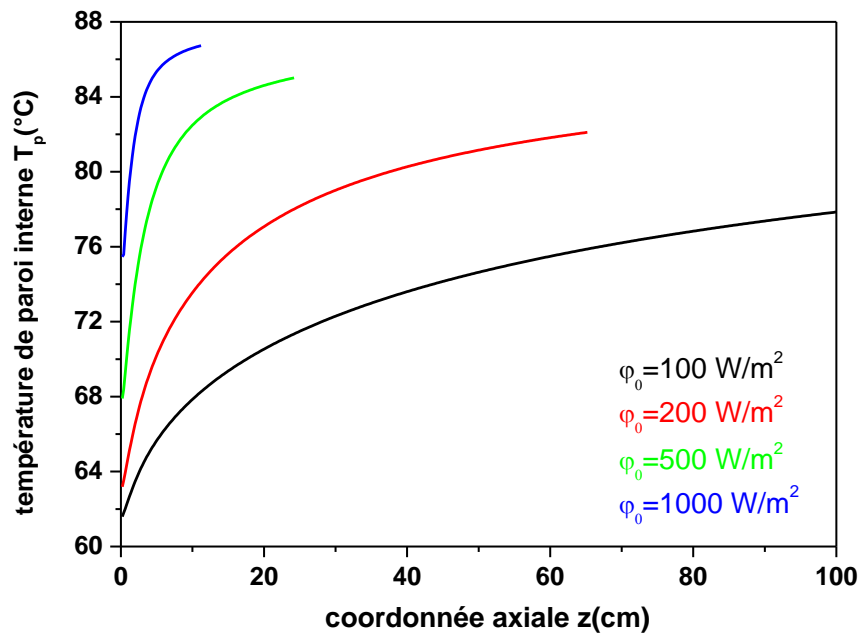


Figure 4.13. Influence de la densité de flux interne sur l'évolution de la température de paroi interne

CONCLUSION

On présente dans ce travail une étude par simulation numérique de l'évaporation d'un film liquide par convection forcée laminaire d'air humide dans l'espace annulaire compris entre deux cylindres coaxiaux verticaux.

Les transferts dans les fluides sont décrits par les équations couplées de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion dans le mélange gazeux.

La résolution numérique de ces équations est effectuée par la méthode des différences finies en schéma implicite en utilisant les méthodes de Gauss et de Thomas. Par ailleurs, une solution analytique a été développée pour déterminer le profil de vitesse et le gradient de pression en régime établi après évaporation totale du film liquide.

Des tests de sensibilité aux pas d'espace ont été également effectués ayant permis de déterminer le maillage optimal. Les simulations effectuées ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- Dans le cas de la paroi isotherme et de la paroi soumise à un échange convectif avec un fluide interne, le débit de liquide diminue continuellement sous l'effet combiné des gradients de température et de concentration en vapeur. Toutefois, à la sortie des tubes, le régime établi de fin d'évaporation n'est pas encore atteint dans la gamme des conditions opératoires utilisées dans nos calculs.
- Dans le cas de la paroi soumise à une densité de flux thermique uniforme à la paroi interne, le débit liquide diminue fortement aboutissant à l'évaporation totale du film liquide au bout d'une certaine distance. Celle-ci est d'autant plus courte que la densité de flux imposée est plus élevée.
- Le taux d'évaporation et le flux thermique pariétal augmentent avec le nombre de Reynolds d'entrée du mélange gazeux, le coefficient de convection du fluide interne, la densité de flux thermique pariétale et le rayon du tube interne.

A la suite de ce travail, les perspectives de recherche suivantes paraissent intéressantes:

- étude de simulation paramétrique pour l'analyse de l'influence des paramètres importants tels que les températures d'entrée et de paroi, l'humidité relative de l'air, la pression d'entrée

du mélange gazeux et le débit liquide d'entrée.

- analyse de l'évaporation du film liquide en régime turbulent en convection forcée, mixte ou naturelle,
- simulation de l'évaporation dans des tubes horizontaux ou entre dans des plaques planes verticales ou inclinées soumises à un courant d'air sec.

ANNEXE

METHODE DE THOMAS

L'algorithme de Thomas (ou méthode TDMA: TriDiagonal Matrix Algorithm) est une méthode numérique pour la résolution rapide de systèmes d'équations linéaires à matrice tridiagonale. Elle présente l'avantage d'occuper une place mémoire plus réduite qu'une matrice normale (3 tableaux de dimension N+1 au lieu d'une matrice de dimension (N+1)²)

On considère le système (A)(φ)=(D) à matrice A tridiagonale, à (N+1) équations algébriques à (N+1) inconnues s'écrivant sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} b_0 & c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & a_i & b_i & c_i & . & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & . & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_N & b_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ . \\ \phi_i \\ . \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ d_1 \\ . \\ d_i \\ . \\ d_{N-1} \\ d_N \end{pmatrix}$$

On distingue les points de grille internes (i =1,..., N-1) des points de grille aux limites (i=0 et i=N).

$$b_0 \cdot \phi(0) + c_0 \cdot \phi(1) = d_0 \tag{A.1}$$

$$a_i \cdot \phi(i-1) + b_i \cdot \phi(i) + c_i \cdot \phi(i+1) = d_i \quad (i=1, \dots, N-1) \tag{A.2}$$

$$a_N \cdot \phi(N-1) + b_N \cdot \phi(N) = d_N \tag{A.3}$$

L'algorithme de résolution du système par la méthode de Thomas s'effectue en 2 étapes successives :

-1^{ère} étape : bidiagonalisation du système :

Elle consiste à transformer le système (A)(φ)=(D) à matrice A tridiagonale en un

système équivalent $(A')(\phi)=(\beta)$ à matrice A' bidiagonale unitaire (éléments diagonaux égaux à 1) en appliquant les relations de récurrence suivantes :

$$\gamma_0 = \frac{c_0}{b_0}, \quad \beta_0 = \frac{d_0}{b_0} \quad (\text{A2.a-b})$$

$$\gamma_i = \frac{c_i}{b_i - a_i \cdot \gamma_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{d_i - a_i \cdot \beta_{i-1}}{b_i - a_i \cdot \gamma_{i-1}} \quad \text{pour } i = 1, \dots, N \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \gamma_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & 0 & 1 & \gamma_i & . & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & . & 0 & 1 & \gamma_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ . \\ \phi_i \\ . \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ . \\ \beta_i \\ . \\ \beta_{N-1} \\ \beta_N \end{pmatrix}$$

- 2^{ème} étape : résolution du système bidiagonal par la méthode de remontée :

$$\phi_N = \beta_N \quad (\text{A.5})$$

$$\phi_i = \beta_i - \gamma_i \cdot \phi_{i+1} \quad \text{Pour } i = N-1, \dots, 0 \quad (\text{A.6})$$

REFERENCES

[1] V.A. Dorochenko, M. Tebbal.

Transferts de chaleur lors de changements de phase, Editions OPU, Alger, 1992.

[2] El Hacene Mezaache, Michel Daguenet

Étude numérique de l'évaporation dans un courant d'air humide laminaire d'un film d'eau ruisselant sur une plaque inclinée, International Journal of Thermal Sciences, Volume 39, Issue 1, January 2000, Pages 117-129

[3] El Hacene Mezaache, Michel Daguenet

Effects of inlet conditions on film evaporation along an inclined plate

Solar Energy, Volume 78, Issue 4, April 2005, Pages 535-542

[4] Wei-Mon Yan

Evaporative cooling of liquid film in turbulent mixed convection channel flows, International journal of heat and mass transfer, volume36(5),1998,pages 2316-2327

[5] M'barek fadaoui ,el mustapha belahimidi ,abdelaziz bendou

Numerical study of the evaporative cooling of liquid film in laminar mixed convection tube flows, International journal of thermal sciences, volume40,,february 2001,pages1011-1020

[6] Cherif AS, Ben Jabrallah S, Corriou JP, Belghith A

Intensification of the liquid film evaporation in a vertical channel

Desalination, volume250 ,february 2010, pages 433-437

[7] A.S.Cherif, M.A.Kassim, B.BenhamouS.HarmandJ.P.CorriouS.Ben Jabrallah

Experimental and numerical study of mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel with film evaporation, International journal of thermal sciences ,volume50,february 2011, pages 942-953

[8] A. Agunaoun, A. Il Idrissi, A Daif, R. Barriol

Etude de l'évaporation en convection mixte d'un film liquide d'un mélange binaire s'écoulant sur un plan incliné soumis à un flux de chaleur constant, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 41, Issue 14, July 1998, Pages 2197-2210

[9] Abdelaziz Nasr, Chokri Debbissi Hfaiedh, Sassi Ben Nasrallah

Numerical study of evaporation by mixed convection of a binary liquid film
Energy, volume 36(5), february 2011, pages 2316-2372

[10] S.S. Sazhin , O. Rybdylova, C. Crua

A mathematical model for heating and evaporation of a multi-component liquid film,
International journal of heat and mass transfer, volume 117, february 2017, pages 252-260

[11] Liangjun Zhang Yiye Huang Jingyi Wu Zhang peng Liu Guang Yang

Evaporation of water film in a three-dimensional vertical rectangular channel by laminar mixed convection, Applied thermal engineering 6 november 2017, volume 130, february 2017, pages 242-253

[12] M. E. Armouzi, X. Chesneau, B. Zeghmati

Numerical study of evaporation by mixed convection of a binary liquid film flowing down the wall of two coaxial cylinders, Heat and Mass Transfer, 2005, vol.41, pp. 375-386

[13] Abderrahman Nait Alla, M'barek Feddaoui, Hicham Meftah

Comparison of two configurations to improve heat and mass transfer in evaporating two-component liquid film flow, International journal of thermal sciences , volume 126, february 2018, pages 194-204

[14] Bing liu , xinlong wang ,jianliang xue

Simulation analysis of flow velocity and liquid film of saline wastewater in falling film evaporation, Environmental technology & innovation , volume19, february 2020,pages 790-797

[15] VI Terekhov, MV Gorbachev, HQA Khafaji

Heat and mass transfer during ethanol evaporation on the walls of a flat channel at forced convection of humid air, International Journal of Heat and Mass Transfer,volume 156, february 2020, pages119-125

[16] R.C. Reid, J.M. Prausnitz, T.K. Sherwood

«The properties of gases and liquids», Third Ed., McGraw-Hill, 1977

[17] J.P. Nougier, Méthodes de calcul numérique. Ed. Masson, Paris, 1991

RÉSUMÉ

L'étude présentée concerne la modélisation numérique des transferts couplés de chaleur et de masse lors du processus d'évaporation d'un film d'eau liquide ruisselant sur une paroi cylindrique verticale par convection forcée d'air humide en écoulement laminaire dans l'espace annulaire compris entre deux tubes coaxiaux à paroi externe adiabatique.

Les transferts dans l'air humide sont décrits par les équations de continuité, de conservation de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion. Le débit liquide est calculé par intégration de la densité de flux massique d'évaporation pariétale. Le gradient de pression est déterminé par une méthode itérative basée sur la conservation du débit massique total.

Les équations sont ensuite discrétisées par la méthode des différences finies puis résolues par l'algorithme de Thomas. Les simulations numériques ont été effectuées dans différentes conditions opératoires. Les résultats obtenus concernent les profils de vitesse, température et fraction massique de vapeur au sein de l'air humide ainsi que les évolutions du débit liquide et du flux de chaleur. Une analyse paramétrique de l'effet des conditions d'entrée et de paroi est ensuite menée et permet de tirer les conclusions suivantes :

- Le débit liquide et le flux thermique pariétal sont soumis à des variations importantes dans la zone d'entrée, puis tendent vers un état correspondant au régime établi de fin d'évaporation.
- Dans le cas de la paroi isotherme, l'assèchement de la paroi n'est pas encore atteint à la sortie des tubes en raison des conditions opératoires adoptées dans cette étude.
- Dans le cas de la paroi soumise à une densité de flux thermique uniforme, les résultats montrent que l'assèchement du film est atteint sur une distance d'autant plus courte que la densité de flux imposée est élevée. On note également une augmentation linéaire du débit évaporé et du flux de chaleur lors de l'écoulement favorisant nettement le taux d'évaporation le long de la paroi.
- Enfin, dans le cas de la paroi soumise à un flux convectif interne, les résultats montrent une augmentation plus modérée de la température pariétale et du débit évaporé. Mais elles tendent progressivement vers des limites correspondant au même régime établi que celui du cas de la paroi isotherme.

Mots clés : Cylindres coaxiaux, convection laminaire, évaporation, film liquide, air humide.

ABSTRACT

The study presented concerns the numerical modeling of the coupled transfers of heat and mass during the process of evaporation of a film of liquid water streaming down a vertical cylindrical wall by forced convection of humid air in laminar flow in space. annular between two coaxial tubes with adiabatic external wall.

Transfers in humid air are described by the equations of continuity, conservation of momentum, energy and diffusion. The liquid flow is calculated by integrating the mass flow density of wall evaporation. The pressure gradient is determined by an iterative method based on the conservation of the total mass flow. The equations are then discretized by the finite difference method and then solved by Thomas's algorithm.

Numerical simulations were carried out under different operating conditions. The results obtained concern the velocity, temperature and mass fraction of vapor profiles in humid air as well as changes in liquid flow and heat flow.

A parametric analysis of the effect of the inlet and wall conditions is then carried out and allows the following conclusions to be drawn:

- The liquid flow and the wall heat flow are subject to significant variations in the entry zone, then tend towards a state corresponding to the established regime of end of evaporation.
- In the case of the isothermal wall, the wall has not yet been dried out at the outlet of the tubes due to the operating conditions adopted in this study.
- In the case of the wall subjected to a uniform heat flux density, the results show that the drying of the film is achieved over a shorter distance as the imposed flux density is high. There is also a linear increase in evaporated flow and heat flow during the flow, clearly promoting the rate of evaporation along the wall.
- Finally, in the case of the wall subjected to an internal convective flow, the results show a more moderate increase in the wall temperature and the evaporated flow.

But they gradually tend towards limits corresponding to the same established regime as that of the case of the isothermal wall.

Keywords: coaxial cylinders, laminar convection, evaporation, liquid film, humid air.

ملخص

تتعلق الدراسة المعروضة بالنمذجة العددية لعمليات النقل المزدوجة للحرارة والكتلة أثناء عملية تبخر غشاء من الماء السائل يتدفق على جدار أسطواني عمودي عن طريق الحمل الحراري القسري للهواء الرطب في التدفق الصفحي في الفضاء الحلقي بين أنبوبين متحد المحور مع جدار خارجي ثابت الحرارة ويتم وصف عمليات النقل في الهواء الرطب من خلال معادلات الاستمرارية والحفاظ على الزخم والطاقة والانتشار.

يتم حساب تدفق السائل من خلال دمج كثافة تدفق الكتلة لتبخّر الجدار وتحديد تدرج الضغط بطريقة تكرارية تعتمد على الحفاظ على التدفق الكلي للكتلة. يتم بعد ذلك تحديد المعادلات بطريقة الفروق المحدودة ثم يتم حلها بواسطة خوارزمية توماس.

تم إجراء عمليات المحاكاة العددية في ظل ظروف تشغيل مختلفة وتتعلق النتائج التي تم الحصول عليها بالسرعة ودرجة الحرارة وكسر الكتلة لمحات البخار في الهواء الرطب وكذلك التغيرات في تدفق السائل وتدفق الحرارة. ثم يتم إجراء تحليل حدودي لتأثير ظروف المدخل والجدار ويسمح باستخلاص الاستنتاجات التالية:

- يخضع تدفق السائل والتدفق الحراري للجدار لتغيرات كبيرة في منطقة الدخول، ثم يميلان نحو حالة تتوافق مع نظام نهاية التبخر.
- في حالة الجدار المتساوي الحرارة، لم يتم تجفيف الجدار بعد عند مخرج الأنابيب بسبب ظروف التشغيل المعتمدة في هذه الدراسة.
- في حالة تعرض الجدار لكثافة تدفق حراري موحدة، تظهر النتائج أن تجفيف الغشاء يتم على مسافة أقصر حيث أن كثافة التدفق المفروضة عالية. هناك أيضاً زيادة خطية في التدفق المتبخّر وتدفق الحرارة أثناء التدفق، مما يعزز بوضوح معدل التبخر على طول الجدار.
- أخيراً، في حالة تعرض الجدار لتدفق الحمل الحراري الداخلي، تظهر النتائج زيادة معتدلة في درجة حرارة الجدار والتدفق المتبخّر. لكنها تميل تدريجياً نحو حدود تتوافق مع نفس النظام المعمول به في حالة الجدار المتساوي الحرارة.

الكلمات الدالة: الاسطوانات المحورية، الحمل الحراري الطبقي، التبخر، الفيلم السائل.