

On a: $u(x, 0) = u_0(x) \Rightarrow Fu(k, 0) = Fu_0(k)$. 2

En remplaçant dans (*):

$$Fu_0(k) = C_1(k)e^0 + C_2(k)e^0 = C_1(k) + C_2(k)$$

De plus on a: $\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = u_0(x)$. 1

$$\Rightarrow \frac{\partial Fu}{\partial t}(k, 0) = F\left(\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0)\right)(k) = F(u_0(x))$$

En remplaçant cela dans (*) on obtient:

$$F(u_0)(k) = ikC_1e^0 + ikC_2e^0 = ikC_1(k) + ikC_2(k)$$

De (***) et (***) on obtient:

$$\begin{cases} C_1(k) + C_2(k) = Fu_0(k) \\ ikC_1(k) + ikC_2(k) = F(u_0)(k) \end{cases}$$

ce qui donne pour $k \neq 0$:

$$\begin{cases} C_1(k) = \frac{1}{2} Fu_0(k) + \frac{1}{2ik} F(u_0)(k) \\ C_2(k) = \frac{1}{2} Fu_0(k) - \frac{1}{2ik} F(u_0)(k) \end{cases}$$

Alors en remplaçant dans (*) on obtient